

ISSN 2311-0872

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ВІСНИК
ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ
імені В.Н. КАРАЗІНА

Серія “ РАДІОФІЗИКА ТА ЕЛЕКТРОНІКА ”

Випуск 39

Започаткована 1971 р.

Харків 2023

У збірнику представлені результати теоретичних та експериментальних досліджень, що спрямовані на розв'язання актуальних задач сучасної радіофізики. До них відносяться: поширення радіохвиль в навколоземному просторі, його діагностика з використанням радіофізичних методів, поширення і дифракція електромагнітних хвиль у електродинамічних структурах, взаємодія лазерного випромінювання з речовиною та біологічними об'єктами, фізичні принципи у напівпровідникових приладах та ін.

Місія журналу полягає в тому, щоб представити свіжі досягнення в області радіофізики та природничих наук для наукових працівників, аспірантів, студентів старших курсів радіофізичних спеціальностей.

Журнал публікує наукові статті, короткі повідомлення та огляди з усіх проблем радіофізики та суміжних галузей.

Наукове фахове видання України, категорії «Б», галузь знань: 10 Природничі науки, спеціальність: 104 Фізика та астрономія, 105 Прикладна фізика та наноматеріали.
Наказ МОН України №1188 від 24.09.2020 р.

Затверджено до друку рішенням Вченої ради Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (протокол № 23 від 25 грудня 2023 року).

Редакційна колегія

Відповідальний редактор – д.ф.-м.н., проф. Шульга С.М.

д.ф.-м.н., проф. Аркуша Ю.В., Україна

проф. Блаунштейн Н., Ізраїль

д.ф.-м.н., проф. Горобець М.М., Україна

д.ф.-м.н., проф. Дюбко С.П., Україна

д.ф.-м.н., проф. Катрич В.О., Україна

д.ф.-м.н., проф. Шматько О.О., Україна

д.ф.-м.н., проф. Чорногор Л.Ф., Україна

проф. Цян Го, Китай

проф. Ю Джин, Китай

Заступник відповідального редактора – к.ф.-м.н., доц. Цимбал А.М.

Адреса редакційної колегії: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, факультет радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

e-mail: radiovisnic@karazin.ua

A.Tsymbal@karazin.ua

Статті пройшли внутрішнє та зовнішнє рецензування

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ №11825-696 ПР від 04.10.2006

ISSN 2311-0872

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

Visnyk of
of V.N. Karazin Kharkiv
National University

series “Radio Physics and Electronics”

Issue 39

Founded in 1971.

Kharkiv 2023

The goal of the Journal is to publish articles, reports and reviews containing original results of theoretical and experimental research aimed at solving the current problems of modern Radio Physics. These include: the propagation of radio waves in the near-Earth space, its diagnosis using radio physical methods, the propagation and diffraction of electromagnetic waves in electrodynamic structures, the interaction of laser radiation with matter and biological objects, physical principles in semiconductor devices etc.

Journal Mission is to deliver recent advancements in Radio Physics and life sciences to peers and broad audience.

The journal publishes research articles, short communications and reviews regarding all problems of Radio Physics and related fields.

Scientific professional publication of Ukraine, **category "B"**, branch of knowledge: 10 Natural sciences, specialty: **104 Physics and astronomy, 105 Applied physics and nanomaterials**. The Decree N 1188 of the Ministry of Education and Science Ukraine of 24.09.2020.

Approved for publication by the decision of the Academic Council of V.N. Karazin Kharkiv National University (protocol № 23 dated 25.12.2023).

Editorial Team

The responsible editor – Dr.Sc., Prof. **Shulga S.N.**

Dr.Sc., Prof. Arkusha Yu.V., Ukraine

Prof. Blaunstein N., Israel

Dr.Sc., Prof. Gorobets N.N., Ukraine

Dr.Sc., Prof. Dubko S.P., Ukraine

Dr.Sc., Prof. Katrich V.A., Ukraine

Dr.Sc., Prof. Shmatko A.A., Ukraine

Dr.Sc., Prof. Chernogor L.F., Ukraine

Prof. Qiang Guo, China

Prof. Yu Zheng, China

Deputy Editor-in-Chief – Ph.D., Assoc. **Tsymbal A.M.**, A.Tsymbal@karazin.ua

Address: 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

V.N. Karazin Kharkiv National University, School of Radio Physics, Biomedical Electronics and Computer Systems

e-mail: radiovisnic@karazin.ua

A.Tsymbal@karazin.ua

Articles have been reviewed internally and externally

Certificate of state registration of KB №11825-696 IIP dated 04.10.2006

© V.N. Karazin Kharkiv National University, 2023

ЗМІСТ

<i>Антюфєєва М.С., Антюфєєв М. О., Батраков Д.О.</i> Особливості збуджених полів у резонаторі, який заповнено середовищем з показником заломлення близьким до нуля	7
<i>Казанко О.В., Пенкіна О.Є.</i> Аналіз та методологія визначення норми власних функцій як граничний перехід у скалярному добутку в спектральній проблемі Штурма-Ліувілля для фотонного одновимірного кристала	18
<i>Зозуля В.О., Боцула О.В., Приходько К.Г.</i> Вплив легування на ефективність роботи GaAs - діодів з бічною границею на основі варізонного GaInAs	27
<i>Милованов Ю.Б., Дорохов В.Л.</i> Метод Бесселя в дослідженні впливу сонячного затемнення на іоносферу	36
<i>Чорногор Л.Ф., Жданко Є. Г.</i> Доплерівське зміщення частоти ВЧ радіохвиль у іоносфері на похилих радіотрасах	60
<i>Чорногор Л. Ф., Дорохов В. Л., Жданко Є. Г., Милованов Ю.Б., Цимбал А.М.</i> Особливості іоносферних ефектів часткового сонячного затемнення 25 жовтня 2022 р. поблизу вечірнього термінатора	69

CONTENTS

<i>Antyufeyeva M.S., Antyufeyev M.O. , Batrakov D.O.</i> Features of excited fields in a cavity resonator filled with a near-zero refractive index medium	7
<i>Kazanko O.V., Penkina O.E.</i> Analysis and methodology of determining the norm of eigenfunctions as a limit transition in the scalar product in the spectral Sturm-Liouville problem for a photonic one-dimensional crystal	18
<i>Zozulia V. O., Botsula O. V., Prykhodko K. H.</i> The impact of doping on the efficiency of GaAs-diode with active graded GaInAs side border	27
<i>Mylovanov Yu. B. , Dorokhov V.L.</i> Bessel’s method in study of solar eclipse influence on the ionosphere	36
<i>Chernogor L. F. , Zhdanko Y. H.</i> Doppler shifts of HF radio waves along oblique propagation paths in the ionosphere	60
<i>Chernogor L.F., Dorokhov V.L., Zhdanko Y. H., Mylovanov Yu.B., Tsymbal A.M.</i> Features of ionospheric effects from the partial solar eclipse of October 25, 2022, near the evening terminator	69

Оригінальна стаття

<https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-01>

УДК 537.87

М. С. АНТЮФЄЄВА^{1,2}, к. ф.-м. наук, с.н.с.

e-mail: antyufeyeva@karazin.ua ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6654-4794>

М. О. АНТЮФЄЄВ¹, студент

e-mail: kitant2001@gmail.com ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0007-8346-1150>

Д. О. БАТРАКОВ¹, д. ф.-м. наук, професор

e-mail: batrakov@karazin.ua ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6726-8162>

¹Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, 61022, м. Харків, м. Свободи, 4

²School of Mathematics, Statistics and Physics, Newcastle University, Newcastle upon Tyne, Herschel Building, NE1 7RU, United Kingdom

ОСОБЛИВОСТІ ЗБУДЖЕНИХ ПОЛІВ У РЕЗОНАТОРІ, ЯКИЙ ЗАПОВНЕНО СЕРЕДОВИЩЕМ З ПОКАЗНИКОМ ЗАЛОМЛЕННЯ БЛИЗЬКИМ ДО НУЛЯ

Актуальність. Сучасні штучні середовища здатні відтворювати спеціально підібрані електрофізичні параметри, такі як від'ємний показник заломлення, або показник заломлення близький до нуля. Ці властивості широко використовуються в оптиці та фотоніці у новітніх розробках, а також для елементів та пристроїв мікрохвильового діапазону. Наприклад, такі середовища здатні приводити до суперзв'язку між хвилями з дуже невідповідними поперечними перерізами. Використання заповнюючого середовища з показником заломлення близьким до нуля може суттєво змінити картину щодо резонансних частот такого резонатора і розширити робочі діапазони мікрохвильових резонаторів.

Мета роботи. Метою роботи є теоретичне дослідження впливу параметрів дисперсійного середовища з показником заломлення близьким до нуля на резонансні частоти об'ємного мікрохвильового резонатора, що заповнений таким середовищем, і на характеристики вимушених коливань у такому резонаторі.

Матеріали та методи. Задача про вимушені електромагнітні поля в об'ємному резонаторі з ідеально провідними стінками, який заповнено однорідним ізотропним середовищем з дисперсією, завдяки чому його показник заломлення є близьким до нуля в певному діапазоні частот, розв'язується за допомогою еволюційного підходу до електродинаміки у часовій області. Цей підхід дозволяє повністю розділити часову та просторову частини задачі, що суттєво полегшує розв'язання і забезпечує отримання аналітично-числових розв'язків у випадку заповнення резонатора довільним однорідним середовищем з дисперсією. Для опису середовища, що заповнює резонатор використано модель, раніше запропоновану у літературі, показник заломлення якої є близьким до нуля у певному діапазоні частот, і одним з основних питань роботи є питання, як вплинуть властивості такого середовища на характеристики звичайного мікрохвильового резонатора та електромагнітні коливання, збуджені в такому резонаторі.

Результати. В роботі отримано аналітично-числові розв'язки еволюційних рівнянь для конкретного середовища, що моделює показник заломлення близький до нуля у певному діапазоні частот. Отримано характеристики такого заповненого резонатора і простежено вплив параметрів середовища на резонансні частоти заповненого резонатора та спектральний склад вимушених коливань.

Висновки. У роботі теоретично показано можливість розширити частотні характеристики та робочі режими об'ємних резонаторів за рахунок специфічного заповнення, значно підвищити робочу частоту мікрохвильового резонатора.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: НВЧ резонатор, метаматеріал, еволюційний підхід до електродинаміки у часовій області, середовище з дисперсією, показник заломлення близький до нуля.

Як цитувати: Антюфєєва МС, Антюфєєв МО, Батраков ДО. Особливості збуджених полів у резонаторі, який заповнено середовищем з показником заломлення близьким до нуля. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2023;39:7-17. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-01>

In cites: Antyufeyeva MC, Antyufeyev MO, Batrakov DO. Features of excited fields in a cavity resonator filled with a near-zero refractive index medium. Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University, series "Radio Physics and Electronics". 2023;39:7-17. (In Ukrainian). <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-01>

ВСТУП

Останнім часом наукова спільнота приділяє велику увагу розробці метаматеріалів та використанню їх особливостей у розв'язанні тих чи інших технічних завдань [1, 2]. Особливо привабливою є властивість штучних середовищ відтворювати спеціально підібрані електрофізичні параметри, такі як

© Антюфєєва М. С., Антюфєєв М. О., Батраков Д. О., 2023

Open access. This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

низькі, або взагалі негативні значення показника заломлення [1, 3]. Набуття таких властивостей є результатом субхвильової структури штучних матеріалів, а не їх хімічного складу. Серед метаматеріалів помітний інтерес викликають матеріали з ефективним показником заломлення близьким до нуля, їх застосування [4, 5, 6] та моделювання відповідної поведінки різними електродинамічними структурами [7, 8]. Розроблено та досліджено, як теоретично і за допомогою числового моделювання, так і експериментально, багато видів структур та штучних матеріалів, які мають ефективний показник заломлення близький до нуля (near-zero refractive index, NZI) [9]. На основі сучасних штучних середовищ можна сформувати такі явища та ефекти, як суперв'язок [7], посилені нелінійності [10, 11] і флуоресценція [12], геометрично-інваріантні резонансні порожнини [13] і керування диполь-дипольними взаємодіями [14], фотонне легування [15], поширення світлового енергетичного потоку, подібного до ідеальних рідин [16], формування запізнювального середовища для генераторів електромагнітного випромінювання [17] та інші. Дослідження у напрямку розробки та використання важливих властивостей метаматеріалів продовжуються та набувають нових горизонтів [18].

У цій роботі розглядається поведінка електромагнітних полів у резонаторі з ідеально провідними стінками, який заповнено штучним дисперсним середовищем, ефективні параметри якого залежать від частоти і ефективний показник заломлення якого у певному діапазоні частот має значення близькі до нуля. Представляють інтерес як власні електродинамічні характеристики такого резонатора, так і поведінка у часі збуджених за допомогою сторонніх струмів електромагнітних полів.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ЇЇ РОЗВ'ЯЗОК

Поведінку електромагнітних полів в резонаторі довільної форми з ідеально провідними стінками ми аналізуємо за допомогою еволюційного підходу до задач електродинаміки у часовій області [19] і представляємо напруженості електричного $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ і магнітного $\mathcal{H}(\mathbf{r}, t)$ поля у вигляді розкладань

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} e_n(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \sum_{\alpha=1}^{\infty} a_{\alpha}(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}); \\ \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} h_n(t) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}) - \sum_{\beta=1}^{\infty} b_{\beta}(t) \nabla \Psi_{\beta}(\mathbf{r}),\end{aligned}\quad (1)$$

де базисні вихрові вектори розкладань $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_n(\mathbf{r})$ задовольняють добре відомим тривимірним крайовим задачам Діріхле та Неймана на власні значення, які визначають власні моди в порожньому об'ємному резонаторі, а невихрові функції $\Phi_{\alpha}(\mathbf{r})$, $\Psi_{\beta}(\mathbf{r})$ відповідним скалярним задачам на власні значення. Такий базис є повним та ортонормованим у просторі розв'язків внутрішніх електродинамічних задач; докладно опис модових розкладань у резонаторі можна знайти в [19], а також в [20]. Вихрові $e_n(t)$, $h_n(t)$ та невихрові $a_{\alpha}(t)$, $b_{\beta}(t)$ модові амплітуди розкладання задовольняють системі еволюційних рівнянь з початковими умовами та визначеними модовими амплітудами сторонніх струмів, отриманих у результаті проєкції рівнянь Максвелла, початкового розподілу полів та струмів сторонніх джерел на модовий базис [19]

$$\begin{aligned}\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} e_n(t) + ik_n h_n(t) &= -j_n^e(t) - \frac{1}{V} \int_V \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P}(\mathcal{E}) + \mathcal{J}_{\sigma}(\mathcal{E}, \mathcal{H}) \right\} \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}) dV, \quad e_n(0) = \frac{\varepsilon_0}{V} \int_V \mathcal{E}_0(\mathbf{r}) \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}) dV = e_n^0; \\ \frac{d}{dt} h_n(t) + ik_n e_n(t) &= -j_n^h(t) - \frac{\mu_0}{V} \int_V \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{M}(\mathcal{H}) \right\} \mathbf{H}_n^*(\mathbf{r}) dV, \quad h_n(0) = \frac{\mu_0}{V} \int_V \mathcal{H}_0(\mathbf{r}) \mathbf{H}_n^*(\mathbf{r}) dV = h_n^0; \\ \frac{d}{dt} a_{\alpha}(t) &= -j_{\alpha}^e(t) + \frac{1}{V} \int_V \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P}(\mathcal{E}) + \mathcal{J}_{\sigma}(\mathcal{E}, \mathcal{H}) \right\} \nabla \Phi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) dV, \quad a_{\alpha}(0) = -\frac{\varepsilon_0}{V} \int_V \mathcal{E}_0(\mathbf{r}) \nabla \Phi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) dV = a_{\alpha}^0; \\ \frac{d}{dt} b_{\beta}(t) &= -j_{\beta}^h(t) + \frac{\mu_0}{V} \int_V \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{M}(\mathcal{H}) \right\} \nabla \Psi_{\beta}^*(\mathbf{r}) dV, \quad b_{\beta}(0) = -\frac{\mu_0}{V} \int_V \mathcal{H}_0(\mathbf{r}) \nabla \Psi_{\beta}^*(\mathbf{r}) dV = b_{\beta}^0; \end{aligned} \right. \quad (2) \\ j_n^e(t) &= \frac{1}{V} \int_V \mathcal{J}_e(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}_n^*(\mathbf{r}) dV, \quad j_n^h(t) = \frac{1}{V} \int_V \mathcal{J}_h(\mathbf{r}, t) \mathbf{H}_n^*(\mathbf{r}) dV; \\ j_{\alpha}^e(t) &= \frac{1}{V} \int_V \mathcal{J}_e(\mathbf{r}, t) \nabla \Phi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) dV, \quad j_{\beta}^h(t) = \frac{1}{V} \int_V \mathcal{J}_h(\mathbf{r}, t) \nabla \Psi_{\beta}^*(\mathbf{r}) dV,\end{aligned}$$

де k_n є власними значеннями крайової задачі, що визначає модові вектори $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$, або $\mathbf{H}_n(\mathbf{r})$, визначається розмірами резонатора та номером збудженої у резонаторі моди і має сенс власної кругової частоти порожнього резонатора для цієї моди. $\mathcal{J}_e(\mathbf{r}, t)$ і $\mathcal{J}_h(\mathbf{r}, t)$ в (2) є густиною струму сторонніх електричних та магнітних джерел, які в свою чергу також задовольняють розкладанням (1) з вихровими $j_n^e(t)$, $j_n^h(t)$ та невихровими $j_{\alpha}^e(t)$, $j_{\beta}^h(t)$ модовими амплітудами електричного та магнітного струмів відповідно, $\mathcal{J}_{\sigma}(\mathcal{E}, \mathcal{H})$ – густина струму провідності середовища, $\mathcal{E}_0(\mathbf{r})$, $\mathcal{H}_0(\mathbf{r})$ – початковий розподіл напруженості електричного та магнітного полів відповідно, $\mathcal{P}(\mathcal{E}) = \mathcal{P}(\mathcal{E}(\mathbf{r}, t))$, $\mathcal{M}(\mathcal{H}) = \mathcal{M}(\mathcal{H}(\mathbf{r}, t))$ – вектори електричної поляризації та намагніченості, ε_0 , μ_0 – діелектрична та магнітна проникність вільного простору, V – об'єм резонатора, $i = \sqrt{-1}$, зірочка позначає комплексне спряження.

Вектори електричної поляризації та намагніченості та їх похідні також можемо представити у вигляді розкладань подібних (1) з відповідними модовими амплітудами поляризації та намагніченості

[20, 21], і доповнити еволюційні рівняння описом відгуку середовища на дію електромагнітного поля. Середовище є дисперсним, тобто його діелектрична та магнітна проникності залежать від частоти, і вважається однорідним та ізотропним.

Частіше дисперсійні явища розглядаються у частотній області, і показник заломлення середовища може бути близьким до нуля в тих випадках, коли або ефективна діелектрична проникність $\varepsilon(\omega)$, або ефективна магнітна проникність $\mu(\omega)$ штучного матеріалу, або вони обидві мають значення близькі до нуля [3, 9]. За цією ознакою NZI-матеріали поділяються на три категорії: матеріали з ε , що наближається до нуля з ненульовим μ (epsilon-near-zero, ENZ) [22], матеріали з μ , що наближається до нуля з ненульовою діелектричною проникністю ε (mu-near-zero, MNZ) [23], або, відповідно, матеріали, де і ε , і μ наближаються до нуля разом (epsilon-and-mu-near-zero, EMNZ) [13, 24]. Кожен тип має свої особливості і властивості, але ми будемо розглядати для опису заповнювача резонатора модель останнього типу середовища, EMNZ, яке має кінцеве значення ефективного хвильового імпедансу середовища $Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$, на відміну від ENZ ($Z = \infty$) та MNZ ($Z = 0$). Одним з найяскравіших прикладів такого середовища є метаматеріал, що демонструє діраківську дисперсію, [25], і модель якого складається з одного полюсу Друде для діелектричної проникності і одного полюсу Друде для магнітної проникності, які в частотній області описуються співвідношеннями :

$$\varepsilon_{eff}(\omega) = 1 + \frac{\chi_e \omega_e^2}{i\omega(\omega + \gamma_e)}, \quad \mu_{eff}(\omega) = 1 + \frac{\chi_h \omega_h^2}{i\omega(\omega + \gamma_h)}, \quad n_{eff}(\omega) = \sqrt{\varepsilon_{eff}(\omega)\mu_{eff}(\omega)}. \quad (3)$$

де ω_e, ω_h – характеристичні кругові частоти середовища, γ_e, γ_h – коефіцієнти втрат, а χ_e, χ_h – амплітуди полюсів. У часовій області виразам (3) відповідають диференційні рівняння другого порядку для векторів поляризації та намагніченості

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) + \gamma_e \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) &= \chi_e \omega_e^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) + \gamma_h \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) &= \chi_h \omega_h^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (4)$$

Для випадку, що розглядається у даній статті і відповідає дисперсії Дірака [25], параметри електричного і магнітного полюсів однакові, $\gamma_e = \gamma_h = \gamma$, $\omega_e = \omega_h = \omega_p$ — плазмова частота електронів провідності середовища, $\chi_e = \chi_h = \chi$. Треба зазначити, що полюсна модель Друде для діелектричної проникності відповідає присутності електричної провідності в матеріалі, але для магнітної проникності такої відповідності в природі не існує, і таке середовище може бути виключно штучним. Такий опис моделі середовища носить дещо абстрактний характер і не заглиблюється у питання обміну імпульсом всередині таких матеріалів [26], але дає достатньо повні уявлення про процеси, що відбуваються.

Проекція на модовий базис рівнянь (4) дає додаткові рівняння для модових амплітуд поляризації та намагніченості. Вихрову та невихрові системи еволюційних рівнянь можна записати в матричному вигляді наступним чином

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \underbrace{\begin{pmatrix} e_n(t) \\ ih_n(t) \\ \tilde{p}_n(t) \\ i\tilde{m}_n(t) \end{pmatrix}}_{\mathbf{X}(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & k_n & 1 & 0 \\ -k_n & 0 & 0 & 1 \\ -\chi\omega_p^2 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & -\chi\omega_p^2 & 0 & \gamma \end{pmatrix}}_{\mathbf{Q}_{sol}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} e_n(t) \\ ih_n(t) \\ \tilde{p}_n(t) \\ i\tilde{m}_n(t) \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_{sol}(t)} &= \underbrace{\begin{pmatrix} -j_n^e(t) \\ -ij_n^h(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_{sol}(t)}, \quad \mathbf{X}(t)|_{t=0} = \underbrace{\begin{pmatrix} e_n^0 \\ ih_n^0 \\ \tilde{p}_n^0 \\ i\tilde{m}_n^0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{X}_0}, \quad (5) \\ \frac{d}{dt} \underbrace{\begin{pmatrix} a_\alpha(t) \\ \tilde{d}_\alpha(t) \end{pmatrix}}_{\mathbf{Y}^e(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\chi\omega_p^2 & \gamma \end{pmatrix}}_{\mathbf{Q}_{irr}^e} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a_\alpha(t) \\ \tilde{d}_\alpha(t) \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_{irr}^e(t)} &= \underbrace{\begin{pmatrix} -j_\alpha^e(t) \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_{irr}^e(t)}, \quad \mathbf{Y}^e(t)|_{t=0} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_\alpha^0 \\ \tilde{d}_\alpha^0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{Y}_0^e}, \\ \frac{d}{dt} \underbrace{\begin{pmatrix} b_\beta(t) \\ \tilde{g}_\beta(t) \end{pmatrix}}_{\mathbf{Y}^h(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\chi\omega_p^2 & \gamma \end{pmatrix}}_{\mathbf{Q}_{irr}^h} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} b_\beta(t) \\ \tilde{g}_\beta(t) \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_{irr}^h(t)} &= \underbrace{\begin{pmatrix} -j_\beta^h(t) \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_{irr}^h(t)}, \quad \mathbf{Y}^h(t)|_{t=0} = \underbrace{\begin{pmatrix} b_\beta^0 \\ \tilde{g}_\beta^0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{Y}_0^h}, \quad (6) \end{aligned}$$

де $\tilde{p}_n(t), \tilde{m}_n(t), \tilde{d}_\alpha(t), \tilde{g}_\beta(t)$ відповідно вихрові та невихрові модові амплітуди розкладання часових похідних векторів об'ємної щільності поляризації та намагніченості за базисними векторами подібно розкладанням (1).

Загальний розв'язок цих систем шукаємо у вигляді [28, 21]:

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^{M_{sol}} \mathbf{K}(\lambda_k^{sol}) \left(e^{-\lambda_k^{sol} t} \mathbf{X}_0 + \int_0^t e^{-(t-t') \lambda_k^{sol}} \mathbf{F}_{sol}(t') dt' \right), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^e(t) &= \sum_{k=1}^{M_{irr}^e} \mathbf{K}(\lambda_k^{irr(e)}) \left(e^{-\lambda_k^{irr(e)} t} \mathbf{Y}_0^e + \int_0^t e^{-(t-t') \lambda_k^{irr(e)}} \mathbf{F}_{irr}^e(t') dt' \right), \\ \mathbf{Y}^h(t) &= \sum_{k=1}^{M_{irr}^h} \mathbf{K}(\lambda_k^{irr(h)}) \left(e^{-\lambda_k^{irr(h)} t} \mathbf{Y}_0^h + \int_0^t e^{-(t-t') \lambda_k^{irr(h)}} \mathbf{F}_{irr}^h(t') dt' \right), \end{aligned} \quad (8)$$

де λ^{sol} , $\lambda^{irr(e,h)}$ є наборами власних чисел характеристичних матриць $\mathbf{Q}_{sol}$, $\mathbf{Q}_{irr}^{e,h}$ систем рівнянь (5), (6), порядок систем відповідно $M_{sol} = 4$, $M_{irr}^e = M_{irr}^h = 2$, а допоміжні матриці $\mathbf{K}(\lambda)$ визначаються за формулою [28] для знаходження експоненти від матричного аргументу $\mathbf{Q}$

$$\mathbf{K}(\lambda_k) = \prod_{s=1, s \neq k}^s \frac{\lambda_s \mathbf{I} - \mathbf{Q}}{\lambda_s - \lambda_k}, \quad (9)$$

де $\lambda_{s,k}$ – відповідні власні числа матриці $\mathbf{Q}$, $\mathbf{I}$ – діагональна одинична матриця, а під $\mathbf{Q}$ для розв'язків (7) та (8) розуміємо відповідну характеристичну матрицю системи $\mathbf{Q}_{sol}$, $\mathbf{Q}_{irr}^e$, чи $\mathbf{Q}_{irr}^h$.

Розв'язок (7) для вихрових модових амплітуд є загальним аналітично-числовим розв'язком, в якому власні числа λ_k^{sol} матриці $\mathbf{Q}_{sol}$ та допоміжні матриці $\mathbf{K}(\lambda)$ знаходяться за допомогою числових розрахунків. Власні числа є коренями рівняння 4-го порядку

$$\lambda^4 - 2\gamma\lambda^3 + (2\chi\omega_p^2 + \gamma^2 + k_n^2)\lambda^2 - 2\gamma(\chi\omega_p^2 + k_n^2)\lambda + \chi^2\omega_p^4 + \gamma^2 k_n^2 = 0. \quad (10)$$

Поведінка власних чисел характеристичної матриці системи описує поведінку власних характеристик резонатора, який заповнений середовищем, що розглядається.

Невихрові системи еволюційних рівнянь (6) мають лише другий порядок і їх власні характеристичні числа та матриці $\mathbf{K}(\lambda)$ отримуються аналітично, причому числа $\lambda_k^{irr(e,h)}$ є дійсними:

$$\begin{aligned} \lambda_1^{irr(e,h)} &= \frac{\gamma}{2} - \sqrt{\chi\omega_p^2 + \frac{\gamma^2}{4}}, \quad \lambda_2^{irr(e,h)} = \frac{\gamma}{2} + \sqrt{\chi\omega_p^2 + \frac{\gamma^2}{4}}, \\ \mathbf{K}(\lambda_1^{irr(e,h)}) &= \frac{\begin{pmatrix} \frac{\gamma}{2} + \sqrt{\chi\omega_p^2 + \frac{\gamma^2}{4}} & -1 \\ -\chi\omega_p^2 & -\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\chi\omega_p^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \end{pmatrix}}{2\sqrt{\chi\omega_p^2 + \frac{\gamma^2}{4}}}, \quad \mathbf{K}(\lambda_2^{irr(e,h)}) = \frac{\begin{pmatrix} -\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\chi\omega_p^2 + \frac{\gamma^2}{4}} & 1 \\ \chi\omega_p^2 & \frac{\gamma}{2} + \sqrt{\chi\omega_p^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \end{pmatrix}}{2\sqrt{\chi\omega_p^2 + \frac{\gamma^2}{4}}}. \end{aligned}$$

Далі ми зосередимося на вимушених коливаннях поля у резонаторі, тому початкові умови визначаємо нульовими. Сторонні струми, які збуджують резонатор, будемо вважати такими, що тільки модова амплітуда $j_n^e(t)$ однієї резонаторної моди є ненульовою, це дасть змогу обмежитися тільки одним відповідним доданком розкладання (1). Таким чином, маємо $j_n^e(t) = A_n \sin \Omega_n t$, $j_n^h(t) = j_\beta^h(t) = j_\alpha^e(t) = 0$, в даному контексті n просто позначає номер власного вектору $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$ або $\mathbf{H}_n(\mathbf{r})$, для якого модова амплітуда сторонніх струмів ненульова. В такому випадку невихрові модові амплітуди є нульовими і невихрові поля в резонаторі відсутні, а вихрові модові амплітуди описуються аналітично — числовим виразом

$$\begin{pmatrix} e_n(t) \\ ih_n(t) \\ \tilde{p}_n(t) \\ i\tilde{m}_n(t) \end{pmatrix} = A_n \left[\sum_{k=1}^4 \frac{\Omega_n \cos \Omega_n t - \lambda_k^{sol} \sin \Omega_n t - \Omega_n \exp(-\lambda_k^{sol} t)}{\lambda_k^{sol} - \Omega_n} \mathbf{K}(\lambda_k^{sol}) \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

де λ_k^{sol} та $\mathbf{K}(\lambda_k^{sol})$ обчислюються відповідно конкретним значенням параметрів середовища і власної частоти порожнього резонатора. Також можна записати вирази для напруженості електричного і магнітного полів

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) &= A_n \left[\sum_{k=1}^4 \frac{\Omega_n \cos \Omega_n t - \lambda_k^{sol} \sin \Omega_n t - \Omega_n \exp(-\lambda_k^{sol} t)}{\lambda_k^{sol} - \Omega_n} \mathbf{K}(\lambda_k^{sol}) \right]_{1,1} \mathbf{E}_n(\mathbf{r}); \\ \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) &= -iA_n \left[\sum_{k=1}^4 \frac{\Omega_n \cos \Omega_n t - \lambda_k^{sol} \sin \Omega_n t - \Omega_n \exp(-\lambda_k^{sol} t)}{\lambda_k^{sol} - \Omega_n} \mathbf{K}(\lambda_k^{sol}) \right]_{2,1} \mathbf{H}_n(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (12)$$

де $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$ та $\mathbf{H}_n(\mathbf{r})$ визначаються відомими задачами Діріхле та Неймана на власні значення і мають вигляд відповідно геометрії резонатора.

ЧИСЛОВІ РЕЗУЛЬТАТИ

Для числового моделювання будемо розглядати електромагнітне поле у прямокутному резонаторі, і, як сказано вище, вважаємо що в резонаторі збуджується одна, основна, мода, просторовий розподіл якої

для прямокутного резонатора добре відомий. Власна частота коливань у порожньому резонаторі визначається його геометричними розмірами $f_{n0} = \frac{1}{2\pi} k_n \equiv \frac{1}{2\pi} k_{nmp} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{n^2}{l^2} + \frac{m^2}{w^2} + \frac{p^2}{h^2}\right) / \varepsilon_0 \mu_0}$, де l – довжина, w – ширина, h – висота прямокутного резонатора, у нашому числовому моделюванні вона складає $f_{n0} = 10.09$ ГГц. Часова частина електромагнітного поля описується модовими амплітудами (11), на поведінці і характеристиках яких ми і зосередимо нашу увагу.

Ми будемо розглядати поведінку у часі полів для двох різних випадків заповнення резонатора, відповідно співвідношенням (3), з різними значеннями параметрів середовища. Середовище I має плазмову частоту $f_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} = 25.09$ ГГц, коефіцієнт втрат $\gamma_1 = 10^{-3} \omega_{p1} = 15.76 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, середовище II має плазмову частоту $f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 75.09$ ГГц, коефіцієнт втрат $\gamma_2 = 10^{-3} \omega_{p2} = 47.18 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, амплітуди полюсів обох середовищ однакові $\chi_1 = \chi_2 = 1$. Вигляд частотної залежності показника заломлення обох середовищ наведено на Рис. 1, де також присутні маркери, що відповідають плазмовим частотам середовищ f_{p1} , f_{p2} та власній частоті f_{n0} порожнього резонатора, електромагнітні поля в якому ми розглядаємо в даній роботі.

Характеристичне рівняння матриці $\mathbf{Q}_{sol}$ (10) є аналогом звичайного дисперсійного рівняння частотної області, де корені λ рівняння (10) і комплексні частоти $\tilde{\omega}$ співвідносяться як $Im(\lambda) = Re(\tilde{\omega})$, $Re(\lambda) = Im(\tilde{\omega})$. Відповідно уявна частина λ визначає власну кругову частоту в резонаторі з відповідним заповненням, а дійсна частина відповідає за втрати на цій резонансній частоті. Рівняння (10) для середовища, яке описується моделлю (3), є рівнянням 4-го порядку і його корені є двома парами комплексно спряжених чисел. Таким чином, ми отримуємо 2 резонансні частоти, які відповідають заданій частоті порожнього резонатора. Хоча далі ми будемо розглядати конкретний резонатор, який був описаний на початку цього розділу, давайте переглянемо, як змінюватимуться власні частоти заповненого резонатора залежно від власної частоти порожнього резонатора, яка визначається тільки його геометричними розмірами. Для цього ми просто обчислимо значення коренів рівняння (10) для низки значень параметра $k_n/2\pi$. Результати для обчисленої таким чином власної частоти заповненого резонатора $Im(\lambda)/2\pi$ наведено на Рис. 2.

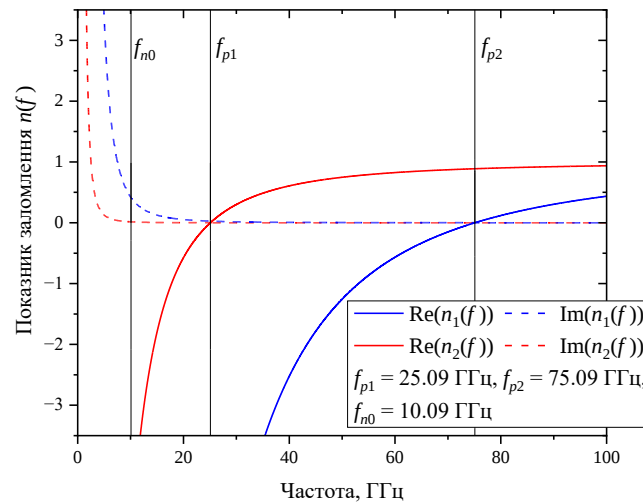


Рис. 1. Залежність показника заломлення середовищ, що заповнюють резонатор, від частоти
Fig. 1. Dependence on frequency of the refractive index of the media that used as cavity filling

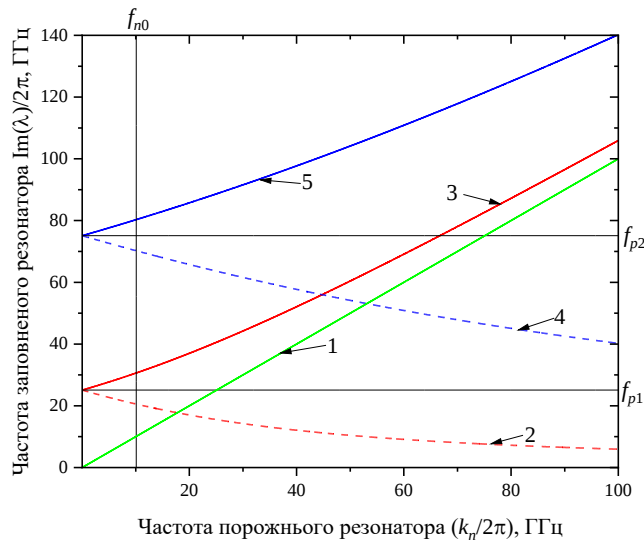


Рис. 2. Ілюстрація поведінки власних частот заповненого резонатора залежно від власної частоти порожнього резонатора

Fig. 2. Illustration of the behaviour of eigen frequencies of a filled cavity resonator depending on the eigen frequency of an empty cavity

На Рис. 2 цифрами 2 і 3 позначено власні частоти у випадку заповнення резонатора середовищем І, цифрами 4 і 5 позначено власні частоти у випадку заповнення резонатора середовищем ІІ. Криві 2, 4, далі будемо позначати ці частоти f_{d1} та f_{d2} для першого і другого середовищ, відповідають зоні від'ємного показника заломлення середовища, $f_{d1} < f_{p1}$, $f_{d2} < f_{p2}$ (див. Рис. 1.). Ця частота спадає зі зростанням частоти порожнього резонатора і можна вивести, що її поведінка та існування зумовлені в першу чергу взаємодією електромагнітного поля в резонаторі з середовищем, [27]. Криві 3, 5, ці частоти будемо позначати f_{c1} та f_{c2} , відповідають зоні додатного показника заломлення, $f_{c1} > f_{p1}$, $f_{c2} > f_{p2}$, і ростуть із зростанням частоти порожнього резонатора. На Рис. 2 додатково наведено пряму, позначену 1, яка відповідає зростанню частоти порожнього резонатора і вона є асимптотою для частоти f_c , таким чином поведінка частоти f_c у заповненому резонаторі більше зумовлена перевідбиттям електромагнітної хвилі між стінками резонатора. Безпосередньо коли дійсна частина показника заломлення перетинає 0, довжина хвилі будь-якого хвильового процесу всередині такого середовища стає нескінченною, а електричне поле відповідно, залишається постійним. Це також відображає Рис. 2, бо частоти f_d та f_c розходяться в різні боки від позначених горизонтальними маркерами плазмових частот f_p середовища І та ІІ, де дійсна частина показника заломлення перетворюється на нуль.

Дуже важливою характеристикою резонатора із заповненням є величина ненавантаженої добротності резонатора, збудженого на резонансній частоті, яка наведена на Рис. 3, залежно від тієї ж низки власних частот порожнього резонатора. Ненавантажена добротність визначається як відношення кругової резонансної частоти до коефіцієнту втрат на цій частоті, в нашому випадку це $Im(\lambda)/Re(\lambda)$. Криві 1, 2 відповідають резонансним частотам середовища І, криві 3, 4 відповідають резонансним частотам середовища ІІ, криві 1, 3 відповідають збудженню власної частоти f_c , криві 2, 4 відповідають збудженню власної частоти f_d .

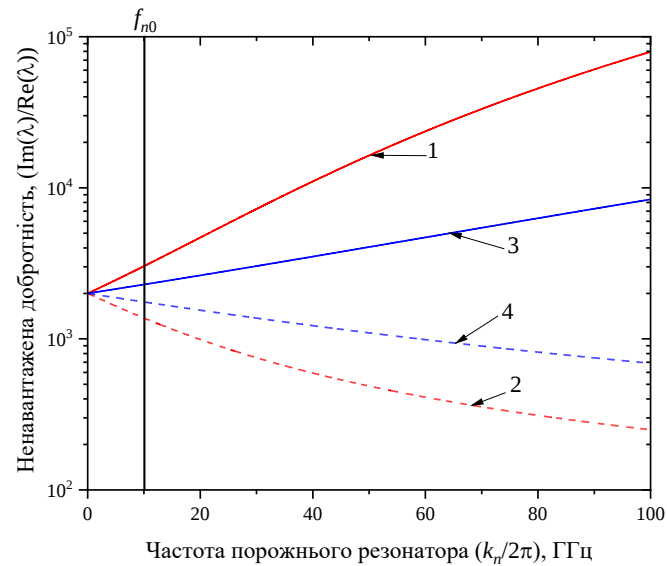


Рис. 3. Ненавантажена добротність резонатора, збудженого на власних частотах, у випадку заповнення резонатора середовищем I та II

Fig. 3. Unloaded Q-factor of the resonator excited at eigen frequencies in the case of filling the cavity resonator with media I and II

Для визначеного на початку розділу резонатора, власна частота якого, коли він порожній, $f_{n0} = 10.09$ ГГц маємо значення власних частот, коли він заповнений середовищем I, $f_{d1} = 20.55$ ГГц, $f_{c1} = 30.64$ ГГц (відповідні коефіцієнти втрат, дійсна частина характеристичних чисел λ , $\epsilon \delta_{d1} = 4.59 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, $\delta_{c1} = 1.75 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$). У випадку коли резонатор, що розглядається, заповнений середовищем II, його власні частоти будуть $f_{d2} = 70.21$ ГГц, $f_{c2} = 80.30$ ГГц (відповідні коефіцієнти втрат, дійсна частина характеристичних чисел λ , $\epsilon \delta_{d2} = 2.51 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$, $\delta_{c2} = 2.20 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$). Дуже важливим результатом є те, що завдяки значно вищому значенню плазмової частоти ніж частота порожнього резонатора, ми можемо отримати обидві резонансні частоти заповненого резонатора, також значно вищими. Це є наслідком саме того, що показник заломлення середовища на цих резонансних частотах є ближчим до нуля, так дійсна частина показника заломлення середовища I на резонансних частотах має значення $n_1(f_{d1}) = -0.49$, $n_1(f_{c1}) = 0.33$, а середовища II – $n_2(f_{d2}) = -0.14$, $n_2(f_{c2}) = 0.13$. Ми бачимо, що заповнення резонатора середовищем II більше відповідає існуванню електромагнітних полів у наближенні показника заломлення матеріалу до нуля.

Подивимося на частотний склад та поведінку вимушених коливань у резонаторі з заповненням. Модова амплітуда сторонніх струмів визначена як $j_n^e(t) = A_n \sin \Omega_n t$, де значення Ω_n будемо визначати як відповідно резонансній частоті f_d , так і резонансній частоті f_c . На Рис. 4 представлені спектри електричної модової амплітуди $e_n(t)$ у резонаторі, що заповнений середовищем I. Крива 1 відповідає значенню кругової частоти збудження $\Omega_n = 2\pi f_{c1}$, крива 2 відповідає значенню кругової частоти збудження $\Omega_n = 2\pi f_{d1}$. Рис. 5 містить аналогічні спектри електричної модової амплітуди $e_n(t)$ у резонаторі, що заповнений середовищем II (крива 1 – $\Omega_n = 2\pi f_{c2}$, крива 2 – $\Omega_n = 2\pi f_{d2}$).

Можна показати, що зі збільшенням плазмової частоти середовища, спектральний внесок частот f_c та f_d змінюється. Для середовища II, коли частота модової амплітуди сторонніх струмів $\Omega_n = 2\pi f_{c2}$, внесок частотної складової f_{d2} більший ніж для середовища I. При збудженні коливань на частоті f_d , навпаки, частотна складова f_c зменшується з ростом плазмової частоти середовища. І хоча коефіцієнт втрат для частоти f_{d2} все ще залишається трохи більшим ніж для частоти f_{c2} , амплітуда частотних складових з ростом плазмової частоти середовища практично вирівнюється. Це взаємопов'язано також з тим, що ненавантажена добротність резонатора на частоті f_c зменшується з ростом плазмової частоти середовища, а ненавантажена добротність резонатора на частоті f_d , навпаки, збільшується, Рис. 3.

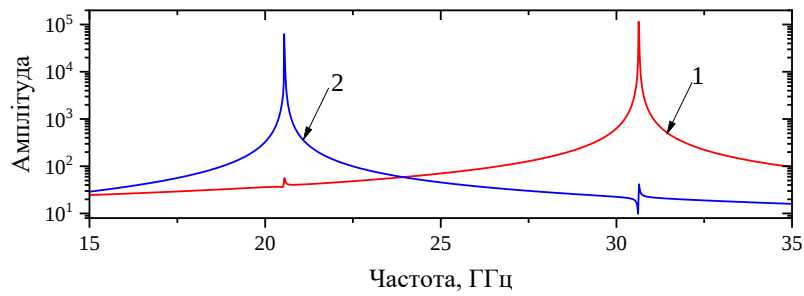


Рис. 4. Спектри модової амплітуди $e_n(t)$, коли резонатор заповнений середовищем I
Fig. 4. The spectrums of the mode amplitude $e_n(t)$, when cavity resonator is filled with the medium I

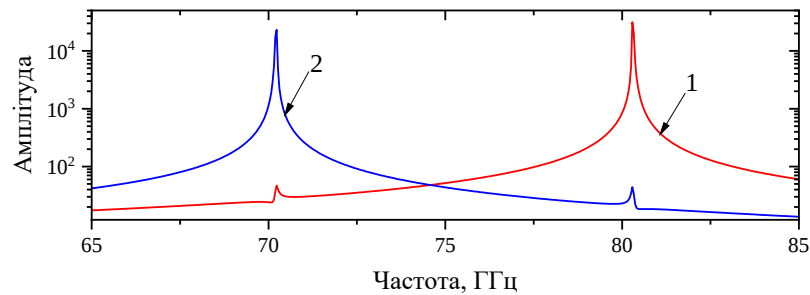


Рис. 5. Спектри модової амплітуди $e_n(t)$, коли резонатор заповнений середовищем II
Fig. 5. The spectrums of the mode amplitude $e_n(t)$, when cavity resonator is filled with the medium II

На Рис. 6 наведено огинаючі модової амплітуди $e_n(t)$ для середовища I (крива 1 – $\Omega_n = 2\pi f_{c1}$, крива 2 – $\Omega_n = 2\pi f_{d1}$) та середовища II (крива 3 – $\Omega_n = 2\pi f_{c2}$, крива 4 – $\Omega_n = 2\pi f_{d2}$). Огинаючі розраховувалися за допомогою побудування аналітичного сигналу для модової амплітуди. Самі часові залежності модових амплітуд наведено на Рис. 7.

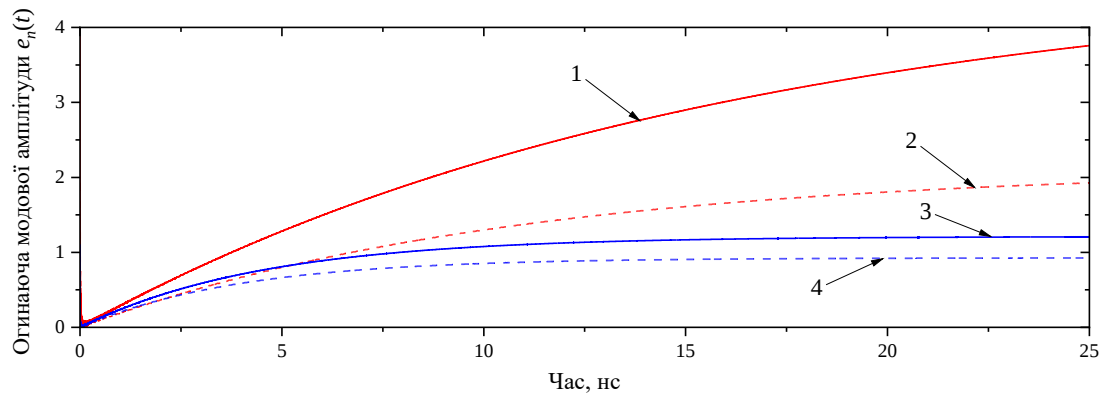


Рис. 6. Огинаючі модової амплітуди $e_n(t)$
Fig. 6. The envelope of the mode amplitude $e_n(t)$

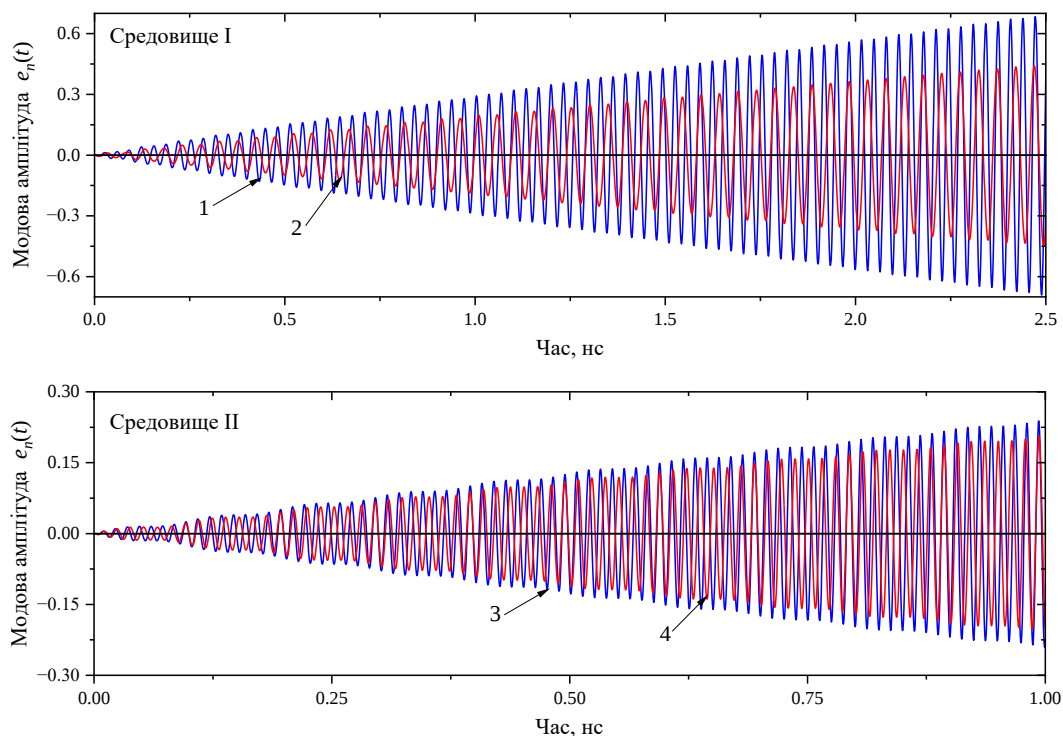


Рис. 6. Часові залежності модових амплітуд $e_n(t)$
 Fig. 6. Time dependence of the mode amplitudes $e_n(t)$

ВИСНОВКИ

У роботі теоретично розглянуто поведінку вимушених електромагнітних полів та їх основні характеристики в резонаторі, що заповнено штучним матеріалом, показник заломлення якого близький до нуля. Завдяки незвичайним властивостям штучного матеріалу, резонатор з таким заповненням набуває нових властивостей. У випадку збудження у резонаторі однієї просторової моди, ми можемо отримати коливання електромагнітного поля на двох різних частотах, практично рівноправних за власною добротністю резонатора, які, завдяки заповненню, значно вище ніж частота пустого резонатора. Таким чином, у роботі теоретично показано можливість розширити робочі частотні характеристики об'ємних резонаторів за рахунок специфічного заповнення, значно підвищити робочу частоту мікрохвильового резонатора. Незважаючи на початкові припущення про однорідність та ізотропність середовища у теоретичному дослідженні, і той факт, що втілення моделі середовища [25], яка бралася за основу для цього розгляду, не зовсім відповідає цим умовам, дослідження властивостей характеристик таких резонаторів і поведінки полів в них є досить цікавою і перспективною у напрямку розробки нових матеріалів та пристроїв і отримання нових ефектів.

ПОДЯКА

М. С. Антюфеева висловлює вдячність Британській Академії та CARA (Council for At-Risk Academics) за підтримку у рамках стипендіальної програми Researcher-at-Risk. Також Марія Антюфеева висловлює подяку Віктору Пачеко-Пенья з університету Ньюкасла, Великобританія, за плідне обговорення окремих питань метаматеріалів із близьким до нуля показником заломлення.

Dr Antyufeyeva expresses her gratitude to the British Academy and CARA (Council for At-Risk Academics) for Researcher-at-Risk Fellowship program support. Also, Mariya Antyufeyeva expresses her appreciation to Victor Pacheco-Peña, Newcastle University, UK, for the fruitful discussion of certain issues of near-zero refractive index metamaterials.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

REFERENCES

1. Engheta N, Ziolkowski RW. Metamaterials. John Wiley & Sons; 2006. DOI: 10.1002/0471784192

2. Pendry JB. Controlling Electromagnetic Fields. Science [Internet]. 2006 Jun 23;312(5781):1780–2. Available from: <http://courses.washington.edu/phys322/Pendry.pdf>
3. Liberal I, Engheta N. Near-zero refractive index photonics. Nature Photonics [Internet]. 2017 Mar [cited 2019 Dec 11];11(3):149–58. Available from: <https://www.nature.com/articles/nphoton.2017.13>
4. Navarro-Cía M, Beruete M, Campillo I, Sorolla M. Enhanced lens by ϵ and μ near-zero metamaterial boosted by extraordinary optical transmission. Physical Review B. 2011 Mar 7;83(11). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.83.115112>
5. Pacheco-Peña V, Orazbayev B, Beaskoetxea U, Beruete M, Navarro-Cía M. Zoned near-zero refractive index fishnet lens antenna: Steering millimeter waves. Journal of Applied Physics. 2014 Mar 28;115(12):124902. <https://doi.org/10.1063/1.4869436>
6. Pacheco-Peña V, Torres V, Beruete M, Navarro-Cía M, Engheta N. ϵ -near-zero (ENZ) graded index quasi-optical devices: steering and splitting millimeter waves. Journal of Optics. 2014 Sep 1;16(9):094009–9. DOI: 10.1088/2040-8978/16/9/094009
7. Silveirinha MG, Engheta N. Theory of supercoupling, squeezing wave energy, and field confinement in narrow channels and tight bends using ϵ near-zero metamaterials. Physical Review B. 2007 Dec 10;76(24). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.245109>
8. Demetriadou A, Hao Y. A Grounded Slim Luneburg Lens Antenna Based on Transformation Electromagnetics. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2011 Jan 1;10:1590–3. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2011.2180884>
9. Nishant Shankhwar, Ravindra Kumar Sinha. Zero Index Metamaterials. Springer eBooks. 2021. <https://doi.org/10.1007/978-981-16-0189-7>
10. Reshef O, De Leon I, Alam MZ, Boyd RW. Nonlinear optical effects in epsilon-near-zero media. Nature Reviews Materials [Internet]. 2019 Aug 1 [cited 2023 Feb 12];4(8):535–51. Available from: <https://www.nature.com/articles/s41578-019-0120-5> <https://doi.org/10.1038/s41578-019-0120-5>
11. Khurgin JB, Clerici M, Kinsey N. Fast and Slow Nonlinearities in Epsilon-Near-Zero Materials. Laser & Photonics Reviews. 2020 Dec 28;15(2):2000291. <https://doi.org/10.1002/lpor.202000291>
12. So J, Yuan G, Cesare Soci, Zheludev NI. Enhancement of luminescence of quantum emitters in epsilon-near-zero waveguides. Applied Physics Letters. 2020 Nov 2;117(18). <https://doi.org/10.1063/5.0018488>
13. Mahmoud AM, Engheta N. Wave-matter interactions in epsilon-and-mu-near-zero structures. Nature Communications [Internet]. 2014 Dec [cited 2019 Dec 11];5(1). Available from: <https://www.nature.com/articles/ncomms6638>. <https://doi.org/10.1038/ncomms6638>
14. Liberal I, Nader Engheta. Nonradiating and radiating modes excited by quantum emitters in open epsilon-near-zero cavities. Science Advances. 2016 Oct 7;2(10). <https://doi.org/10.1126/sciadv.1600987>
15. Liberal I, Mahmoud AN, Li Y, Edwards BJ, Engheta N. Photonic doping of epsilon-near-zero media. 2017 Mar 10;355(6329):1058–62. <https://doi.org/10.1126/science.aal2672>
16. Liberal I, Michaël Lobet, Li Y, Engheta N. Near-zero-index media as electromagnetic ideal fluids. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. 2020 Sep 10;117(39):24050–4. <https://doi.org/10.1073/pnas.2008143117>
17. Averkov YO, Prokopenko YV, Yakovenko VM. Interaction between a tubular beam of charged particles and a dispersive metamaterial of cylindrical configuration. Physical review. 2017 Jul 10;96(1). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.96.013205>
18. Michaël Lobet, Kinsey N, Liberal I, Hümeýra Çağlayan, Huidobro PA, Emanuele Galiffi, et al. New Horizons in Near-Zero Refractive Index Photonics and Hyperbolic Metamaterials. ACS Photonics. 2023 Oct 22. <https://doi.org/10.1021/acsphotonics.3c00747>
19. Tretyakov OA. Essentials of nonstationary and nonlinear electromagnetic field theory. In: Hashimoto M, Idemen M, Tretyakov OA, editors. Analytical and numerical methods in the Electromagnetic Wave Theory. Tokyo: Science House Co., Ltd., ; 1993. p. 123–46
20. Aksoy S, Antyufeyeva M, Basaran E, Ergin AA, Tretyakov OA. Time-domain cavity oscillations supported by a temporally dispersive dielectric. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2005 Aug;53(8):2465–71. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2005.852784>
21. Antyufeyeva MS. Cavity with dispersive medium that refractive index is positive and negative. Microwave Radar and Remote Sensing Symposium. 2011 Aug 1: 73–76 <https://doi.org/10.1109/MRRS.2011.6053604>
22. Silveirinha M, Engheta N. Tunneling of Electromagnetic Energy through Subwavelength Channels and Bends using ϵ -Near-Zero Materials. Physical Review Letters. 2006 Oct 10;97(15). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.157403>
23. Marcos J, Silveirinha MG, Nader Engheta. μ -near-zero supercoupling. Physical Review B. 2015 May 11;91(19). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.91.195112>
24. Vulis DI, Reshef O, Camayd-Muñoz P, Mazur E. Manipulating the flow of light using Dirac-cone zero-index metamaterials. Reports on Progress in Physics. 2018 Nov 5;82(1):012001. DOI: 10.1088/1361-6633/aad3e5

25. Wang LG, Wang ZG, Zhang JX, Zhu SY. Realization of Dirac point with double cones in optics. *Optics Letters*. 2009 May 5;34(10):1510. <https://doi.org/10.1364/OL.34.001510>
26. Michaël Lobet, Liberal I, Vertchenko L, Lavrinenko AV, Nader Engheta, Mazur E. Momentum considerations inside near-zero index materials. *Light-Science & Applications*. 2022 Apr 25;11(1). <https://doi.org/10.1038/s41377-022-00790-z>
27. Antyufeyeva MS, A. Yu. Butrym, Tretyakov OA. Transient electromagnetic fields in a cavity with dispersive double negative medium. *Progress in Electromagnetics Research M*. 2009 Jan 1;8:51–65. <http://dx.doi.org/10.2528/PIERM09062307>
28. Hayashi S. *Surges on Transmission Systems*. 1955.

Стаття надійшла до редакції: 22 вересня 2023 р.

Рекомендовано до друку: 24 жовтня 2023 р.

FEATURES OF EXCITED FIELDS IN A CAVITY RESONATOR FILLED WITH A NEAR-ZERO REFRACTIVE INDEX MEDIUM

M. S. Antyufeyeva^{1,2}, M. O. Antyufeyev¹, D. O. Batrakov¹

¹*V. N. Karazin Kharkiv National University, 4, Svobody Square, Kharkiv, 61022, Ukraine*

²*School of Mathematics, Statistics and Physics, Newcastle University, Newcastle upon Tyne, Herschel Building, King's Gate, NE1 7RU, United Kingdom*

Background. Modern artificial media are capable of providing specially pointed electromagnetic parameters, such as a negative refractive index, or a near-zero refractive index. These properties are widely used in optics and photonics in the latest developments, as well as for microwave range elements and devices. For example, such media give the opportunity to supercouple waveguides with highly mismatched cross sections. The use of a filling medium with a near-zero refractive index can significantly affect resonant frequencies of cavity resonator and expand the operating ranges of microwave resonators.

Objectives. The aim of the work is a theoretical study of the influence of the parameters of a dispersion medium with a near-zero refractive index on the resonance frequencies of a microwave cavity resonator filled with such a medium, and on the characteristics of forced oscillations in a cavity resonator.

Materials and methods. The problem of forced electromagnetic fields in a cavity resonator with perfectly conducting walls, filled with a homogeneous isotropic medium with a dispersion, due to which its refractive index is close to zero in a certain frequency range, is solved using an Evolutionary Approach to Electromagnetics in the Time Domain. This approach allows the separation of temporal and spatial parts of the problem, which significantly facilitates the solution and provides obtaining analytical-numerical solutions in the case of filling the resonator with an arbitrary homogeneous medium with dispersion. We used a medium model previously proposed in the literature, the refractive index of which is close to zero in a certain frequency range, and one of the main considered issues of the work is how the properties of the medium affect the characteristics of a microwave cavity resonator and forced electromagnetic fields.

Results. Analytical-numerical solutions of evolutionary equations for a specific medium with a refractive index close to zero in a certain frequency range were obtained in the work. The characteristics of the filled resonator were obtained, and the influence of the medium parameters on the resonant frequencies of the filled resonator and the spectral composition of forced oscillations was observed.

Conclusion. The paper theoretically shows the possibility to expand the frequency characteristics and operating modes of cavity resonators due to specific filling, to significantly increase the operating frequency of the microwave resonator.

KEY WORDS: microwave cavity resonator, metamaterial, Evolutionary Approach to Electromagnetics in the Time Domain, dispersive medium, near-zero refractive index

The article was received by the editors: September 22 2023.

The article is recommended for printing: October 24 2023

Оригінальна стаття

<https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-37-02>

УДК 535.37.421

О. В. КАЗАНКО н. с.

e-mail: a_kazanko@i.uaORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9202-8008>

О. Є. ПЕНКІНА, старший викл.

e-mail: penkina@kart.edu.uaORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9804-6685>Український державний університет залізничного транспорту, 61001, м. Харків, майдан Фейєрбаха, 7,
Україна

АНАЛІЗ ТА МЕТОДОЛОГІЯ ВИЗНАЧЕННЯ НОРМИ ВЛАСНИХ ФУНКЦІЙ ЯК ГРАНИЧНИЙ ПЕРЕХІД У СКАЛЯРНОМУ ДОБУТКУ В СПЕКТРАЛЬНІЙ ПРОБЛЕМІ ШТУРМА-ЛІУВІЛЛЯ ДЛЯ ФОТОННОГО ОДНОВИМІРНОГО КРИСТАЛА

Актуальність. Останні десятиріччя (приблизно з 90-х років ХХ-го сторіччя) спостерігається стрімкий розвиток фотоніки. Тому, у першу чергу, злободенність теперішньої роботи пов'язана з актуальністю дифракційних задач для структур оптичного діапазону (фотонних кристалів). Задача про обчислення норми власних функцій проблеми Штурма-Ліувілля, зокрема, виникає при розв'язанні хвильових рівнянь методом розділення змінних, а також при здійсненні переходу від однієї повної до іншої повної ортогональної системи (при зведенні до спільного базису – метод Фур'є). Крім того значущість роботи справедливо пов'язувати з можливістю отримати аналітичну залежність, яка дає явний зв'язок між нормою та самою власною функцією. У роботі вибудовується підхід до визначення норми власних функцій спектральної проблеми Штурма-Ліувілля для двошарового нескінченного одновимірного фотонного кристала. В основу даного підходу покладається граничний перехід у відповідному скалярному добутку. Невизначеність, що виникає при граничному переході, розкривається за допомогою правила Лопітала.

Мета роботи – спростити отримане раніше граничне перетворення норми (перетворення, яке безпосередньо виникає при здійсненні граничного переходу у відповідному скалярному добутку). Досягається, головним чином, внаслідок того, що вдається знайти такий розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння (це неоднорідне рівняння отримується взяттям похідної від спектрального рівняння за спектральним параметром), котре задовольняє квазіциклічним умовам на періоді (умовам Флоке). Також автори мали на меті поставити наголос на перевагах теперішнього підходу до обчислення норми, адже останній дає зв'язок між нормою та самою власною функцією у явному вигляді.

Матеріали та методи. Інтеграл, що визначає норму (точніше, скалярний добуток) береться на кінцевому проміжку, тому неоднорідне рівняння, що виникає за Лопіталем, розв'язується на кінцевому проміжку, тобто розв'язок цього неоднорідного рівняння відшукується як розв'язок граничної задачі з граничними умовами – умовами Флоке. Спектральне ж рівняння в проблемі Штурма-Ліувілля розв'язується на необмеженому інтервалі $(-\infty, +\infty)$, тому для того, щоб вписатися в умови самоспряженості, застосовується метод матриць перенесення (transfer matrix method).

Результати. Було підібрано такий розв'язок, який задовольняє квазіциклічним умовам на періоді (умовам Флоке). Зазначений розв'язок вибирається з множини усеможливих розв'язків неоднорідного диференціального рівняння, яке за Лопіталем, виникає при граничному переході. В наслідок підстановки цього розв'язку вихідне граничне перетворення норми спрощується.

Висновки. Інтерес до перетворення норми, отриманого у наслідок здійснення граничного переходу в відповідному скалярному добутку, справедливо пов'язувати з реалізованою можливістю отримати залежність між нормою та самою власною функцією в аналітичному вигляді. Основна увага приділяється випадку, коли вдається досягти виконання умов Флоке, при отриманні розв'язку неоднорідного рівняння, потрібного для знаходження похідної у зв'язку з правилом Лопітала. У такому разі граничне перетворення норми спрощується.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: фотонний кристал, розсіяння електромагнітних хвиль, норма функції, скалярний добуток, проблема Штурма-Ліувілля, власні функції.

Як цитувати: Казанко ОВ, Пенкіна ОЄ. Аналіз та методологія визначення норми власних функцій як граничний перехід у скалярному добутку в спектральній проблемі Штурма-Ліувілля для фотонного одновимірного кристала. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2023;39:18-26. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-02>

In cites: Kazanko OV, Penkina OE. Analysis and methodology of determining the norm of eigenfunctions as a limit transition in the scalar product in the spectral Stourm-Louville problem for a photonic one-dimensional crystal. Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University, series "Radio Physics and Electronics". 2023; 39:18-26. (In Ukrainian). <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-02>

ВСТУП

Визначення норми власних функцій спектральної проблеми Штурма-Ліувілля, серед іншого, представляється важливою задачею у зв'язку із розв'язанням хвильових рівнянь методом розділення змінних. Також необхідність у визначенні норми виникає при переході від однієї повної ортогональної системи функцій до іншої повної ортогональної системи функцій у Фур'є-розкладеннях [1]. В деяких випадках зручно або потрібно побудувати ортонормовану систему власних функцій для чого, звісно, потрібно мати норму.

Важко переоцінити вагомість промислової електроніки у сучасну добу інформаційних технологій. Зрозуміло, що подальший розвиток цієї галузі людської діяльності неможливий без розвитку її елементної бази. Тому, як наслідок, різні фізико-технічні аспекти функціонування окремих (найпростіших) електронних пристроїв продовжують залишатися предметом наукового інтересу [2].

А втім, наріжним каменем промисловості електроніки справедливо називати напівпровідникові матеріали – матеріали, які при певних характеристиках електромагнітного випромінювання працюють як провідники, а при інших характеристиках – як діелектрики. Відтоді як було винайдено радіоприймач (Попов А. С., Росія, 1895 р.) – подія, яка ознаменувала відчутний стрибок у розвитку електроніки, електронні інтегральні системи (чипи) розроблялися, впроваджувалися, і вдосконалювалися, але, схоже, сьогодні за прогнозами багатьох учених-аналітиків, ці системи вичерпують свій потенціал працездатності, принаймні у деяких напрямках. Згадуючи емпіричний закон Мура (з 1965 р. кількість транзисторів, розміщених на кристалі інтегральної схеми, подвоюється кожні 24 місяці), наукові аналітики намагалися вказати на тенденцію, яка, так чи інакше спостерігається з 1965 р. та, по суті, передбачає границю у можливостях нарощувати працездатність електронних чипів, тимчасом як потреба у збільшенні потужностей буде залишатися відкритою. Ця обставина, мабуть, й просуває загальну наукову думку в напрямку до необхідності працювати над пошуками нових радикальних технічних рішень.

Отож, фотонні кристали стають своєрідним аналогом напівпровідникових матеріалів (ідея фотонного кристала уперше запропонована в 1987 р., Е. Yablonovitch, університет UCLA, Каліфорнія, США [2]). Багато-які аналітики передбачають стрибок в галузі мікропроцесорної техніки саме шляхом впровадження пристроїв на основі фотонних кристалів. Річ у тому, що світло має певні переваги, а саме, світло розповсюджується значно швидше ніж електронні хвилі, володіє меншим тепловим розсіянням та здатне до перемикання [2].

У теперішній роботі продовжується розвиватися підхід до визначення норми власних функцій спектральної проблеми Штурма-Ліувілля для двошарового нескінченного одновимірного фотонного кристала. В основу даного підходу покладено граничний перехід у відповідному скалярному добутку: $(u, v) \rightarrow \|u\|^2$ при $v \rightarrow u$. Першим ґрунтовним результатом у цьому напрямку передувала доволі значна робота. Один з важливих комплексів питань був пов'язаний із визначенням похідної від розв'язку спектрального рівняння за спектральним параметром. Тут ключову роль відіграла знайдена можливість розв'язати неоднорідне диференціальне рівняння, яке відповідно отримується взяттям похідної від спектрального рівняння за спектральним параметром [4]. Своєю чергою, задача про визначення похідної запотребувало пошуку інших лінійно незалежних від самої власної функції розв'язків [1]. З'ясувалось, що інші лінійно незалежні розв'язки виражаються через саму власну функцію та її похідну. У роботі [1] здійснюється вищезазначений граничний перехід $(u, v) \rightarrow \|u\|^2$ при $v \rightarrow u$, у якому розкривається невизначеність виду $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ за правилом Лопітала.

Головним чином, робота спрямована на дослідження отриманого раніше [1] граничного перетворення та окремих членів, що входять у таке перетворення, виявленню залежностей або незалежностей цих членів від самої власної функції. До основних результатів може бути віднесена знайдена можливість здійснити деякі подальші спрощення граничного перетворення. Цікавим, на думку авторів, видається таке перетворення, коли для ψ_0 – розв'язку неоднорідного диференціального рівняння, потрібного для визначення $\frac{\partial}{\partial \beta} Z_\beta$ (Z_β – розв'язок спектрального рівняння, β – спектральний параметр) – вдається досягти квазіциклічності, тобто $\Lambda \psi_0(z - l) = \psi_0(z)$, (Λ – множник Флоке, z – незалежна змінна, l – період фотонного кристала).

ПОСТАНОВКА ДИФРАКЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ

Будемо розглядати дифракційну задачу для двошарового нескінченного одновимірного фотонного кристала з періодом l . Нехай ϵ_j, μ_j – діелектрична та магнітна проникності відповідно першого й другого шарів ($j = 1, 2$), d – розмір першого шару, $l - d$ – другого шару. Уведемо прямокутну декартову систему координат ZOY таким чином, щоб періодичність структури була направлена вздовж вісі OZ. Скалярне хвильове рівняння плоских монохроматичних Е-поляризованих коливань для двовимірного середовища, заповненого даним кристалом, має наступний вигляд (модифіковане рівняння Гельмгольца):

$$\Delta_\mu u + k^2 n^2 u = 0, \quad (1)$$

тут $\Delta_\mu = \mu \nabla_\mu^2$ – модифікований оператор Лапласа, $u = u(z, y)$ – шукана скалярна функція, $z, y \in (-\infty, +\infty)$, $n(z) = \sqrt{\varepsilon\mu}$ – коефіцієнт заломлення – кусково-стала функція, $\varepsilon = \varepsilon(z)$ – діелектрична проникність, $\mu = \mu(z)$ – магнітна проникність – кусково-стали:

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_1, & z \in (\frac{d}{2}-l+ml, -\frac{d}{2}+ml] \\ \varepsilon_2, & z \in (-\frac{d}{2}+ml, \frac{d}{2}+ml] \end{cases}, \quad \mu(z) = \begin{cases} \mu_1, & z \in (\frac{d}{2}-l+ml, -\frac{d}{2}+ml] \\ \mu_2, & z \in (-\frac{d}{2}+ml, \frac{d}{2}+ml] \end{cases},$$

m – ціле, l – період шаруватого середовища, $k = \frac{\omega}{c}$ – хвильове число, ω – циклічна частота плоского монохроматичного коливання, c – швидкість світла у порожнечі [5].

Згідно з методом розділення змінних, загальний розв'язок рівняння (1) представляється у вигляді ряду Фур'є

$$u = \sum_n Y_{\beta_n} Z_{\beta_n}, \quad (2)$$

де $Y_{\beta_n} = Y_{\beta_n}(y)$ – розв'язок звичайного лінійного диференціального рівняння 2-го порядку $\ddot{Y}_{\beta_n} + \beta_n^2 Y = 0$, має вигляд, $Y_{\beta_n}(y) = C_{\beta_n} e^{\beta_n y} + D_{\beta_n} e^{-\beta_n y}$, C_{β_n} , D_{β_n} – довільні константи, $\{Z_{\beta_n}\}_{n=0, \pm 1, \dots}$ – повна ортогональна система функцій, причому, $Z_{\beta_n} = Z_{\beta_n}(z)$ задовольняє рівнянню $\mu(\frac{1}{\mu} \dot{Z})' + (k^2 n^2 + \beta_n^2) Z = 0$ [6].

Як відомо, побудова повної ортогональної системи функцій, кожен елемент якої задовольняє лінійному диференціальному рівнянню 2-го порядку – проблема Штурма-Ліувілля – може здійснюється шляхом розв'язання наступної спектральної проблеми

$$LZ = -\beta^2 Z,$$

де β – спектральний параметр, $LZ \equiv \mu(\frac{1}{\mu} \dot{Z})' + k^2 n^2 Z$ – лінійний диференціальний оператор 2-го порядку [6].

ОГЛЯД

У теперішній роботі розглядається спектральна проблема Штурма-Ліувілля у зв'язку із розв'язанням хвильового рівняння (1) методом розділення змінних. Власні функції відшукуються як елементи гільбертового функціонального простору зі скалярним добутком

$$(u, v) = \int_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} \frac{1}{\mu} u \bar{v} dz,$$

тут $\mu = \mu(z)$ – магнітна проникність – періодична кусково-стала функція. Позначимо цей простір через H . Торкнемося деяких питань розв'язності проблеми Штурма-Ліувілля. Взагалі кажучи, строге математичне обґрунтування умов розв'язності проблеми Штурма-Ліувілля є предметом доволі чималої теорії [6-8]. Зокрема, обґрунтування ортогональності та повноти розв'язків проблеми Штурма-Ліувілля стає можливим завдяки залученню таких понять як простір Гільберта, самоспряженість та цілком неперервність (компактність) лінійного оператора, соболева диференційованість. Говорячи про розв'язність проблеми Штурма-Ліувілля, варто також згадати теореми Гільберта-Шмідта та Стеклова [6-8]. Зупинимось коротко на одному із перелічених аспектів розв'язності проблеми Штурма-Ліувілля – умова самоспряжені диференціального оператора L . Отож, за визначенням, маємо:

$$(Lu, v) = (u, Lv),$$

$u, v \in H_0$. Диференціальний оператор L буде самоспряженим (симетричним) у просторі функцій $u \in H_0$ таких, що $\frac{1}{\mu} \dot{u}$ – неперервна, $Lu(z-l) = u(z)$, $\Lambda \bar{\Lambda} = 1$ (Λ – деяке невідоме комплексне число). Позначимо цей простір через H_0 . Але чи буде рівняння $LZ = -\beta^2 Z$ мати розв'язки в H_0 ? Існування розв'язків у просторі H_0 передбачається теоремою Флоке [7-8]. Теорема Флоке для лінійного диференціального рівняння з періодичними коефіцієнтами (рівняння Хіла) передбачає існування розв'язку такого, що $Lu(z-l) = u(z)$, Λ – множник Флоке [7-8]. Проте, взагалі кажучи, число Λ за теоремою Флоке виявляється залежним від спектрального параметра β : $\Lambda = \Lambda_\beta$. Втім, добре відомо, що досягти бажаної незалежності від параметра β (досягти самоспряженості оператору L) вдається з наступних міркувань. Річ у тому, що оператор, який розв'язку $u(z)$ ставить у відповідність розв'язок $u(z-l)$ є лінійним оператором, що діє у двовимірному просторі розв'язків диференціального рівняння $LZ = -\beta^2 Z$ [9], тож, задається квадратною матрицею 2-го порядку, а шукані множники Флоке Λ_1, Λ_2 виявляються власними числами такої квадратної матриці. Отже, Λ_1, Λ_2 можуть відшукуватися шляхом розв'язання квадратного рівняння. Своєю чергою, теорема Вієта (для квадратного рівняння) дозволяє пов'язати добуток цих власних чисел Λ_1, Λ_2 та підібрати їх так, щоб виконувалась рівність $\Lambda = \Lambda_1 = \bar{\Lambda}_2, \Lambda_1 \Lambda_2 = 1$.

У багатьох роботах [7-8, 10-14], зокрема, роботі [12] підтримується та розвивається методика (transfer matrix method, abr. ТММ), що дозволяє вказати множники Флоке Λ_1, Λ_2 саме такими які забезпечуватимуть самоспряженість диференціального оператора L у просторі функцій H_0 . Використовуючи нормальну систему фундаментальних розв'язків u_1, u_2 , автори роботи [12] будують матрицю оператора $T: u(z) \rightarrow u(z-l)$, (u – розв'язок спектрального рівняння $LZ = -\beta^2 Z$) та розглядають власні числа Λ_1, Λ_2 як на розв'язки квадратного рівняння $\det(T - \Lambda I) = 0$ (I – одинична матриця, $\Lambda = \Lambda_\beta, T = T_\beta$). Внаслідок того, що система фундаментальних розв'язків u_1, u_2 є нормальною системою, вільний член квадратного рівняння $\det(T - \Lambda I) = 0$ виявляється рівним одиниці. Тож, $\Lambda_1 \Lambda_2 = 1$ (теорема Вієта). Далі, покладається $\Lambda_{1,2} = e^{\pm iKl}$, K – блохівське хвильове число, тобто невідома Λ фіксується й тепер вважається відомою $\Lambda = \Lambda_{1,2}$, а значення спектрального параметра β такі, що $\det(T_\beta - \Lambda_{1,2}I) = 0$ вважаються шуканими. Оцим значенням спектрального параметра $\beta = \beta_n$ ($n = 0, \pm 1, \dots$) відповідають Z_{β_n} – розв'язки спектрального рівняння $LZ = -\beta_n^2 Z$, та оскільки $\Lambda_1 = \overline{\Lambda_2}, \Lambda_1 \Lambda_2 = 1$, то розв'язки Z_{β_n} є власними функціями диференціального оператора L у просторі H_0 .

Говорячи про повноту системи Z_{β_n} ($n = 0, \pm 1, \dots$), природно напрошується запитання: з якої властивості оператору L випливає повнота системи Z_{β_n} , або, чи впливає повнота системи Z_{β_n} із вищесказаного (ортогональність системи Z_{β_n} впливає безпосередньо з умови самоспряженості). На цей рахунок треба зазначити наступне. Перше, повнота є ключовою концепцією, яка лежить на шляху до розуміння того, що у (2) отримується саме загальний розв'язок рівняння (1), а не частковий. Друге, зробити висновок про повноту й ортогональність системи Z_{β_n} у просторі H_0 можна, посилаючись на спектральну теорію лінійних операторів – в рамках цієї теорії доводяться теореми про ортогональність та повноту системи власних функцій лінійних операторів з певними властивостями. І, насамкінець, зазначмо, що диференціальний оператор (необов'язково оператор L) не є обмеженим лінійним оператором. Тому безпосереднє застосування спектральної теорії до обґрунтування повноти системи Z_{β_n} стрічає труднощі. Хоча повнота є ключовою концепцією у методі побудови загального розв'язку рівняння (1) у вигляді (2), більш глибоке осмислення цієї властивості власних функцій потребує щонайменше залучення окремого математичного апарату. Тож, умова самоспряженості є лише складовою умовою розв'язності проблеми Штурма-Ліувілля, іншою мовою, повнота безпосередньо не впливає з умови $(Lu, v) = (u, Lv)$, $u, v \in H_0$.

В підсумку, у роботі [12] здійснюється перехід від дисперсійного рівняння $\det(T_\beta - \Lambda_{1,2}I) = 0$ до системи двох наступних еквівалентних рівнянь (теорема Вієта) $\Lambda_1 \Lambda_2 = 1$, $\Lambda_1 + \Lambda_2 = -a(\beta)$, де $a(\beta)$ є другим членом квадратного рівняння. Звідки маємо залежність від спектрального параметра β :

$$2 \cos Kl = u_1(z_0 - l) + \dot{u}_2(z_0 - l), \quad (3)$$

де K – блохівське хвильове число, u_1, u_2 – нормальна система розв'язків, тобто $u_1(z_0) = 1, \dot{u}_1(z_0) = 0,$

$u_2(z_0) = 0, \dot{u}_2(z_0) = 1, T = \begin{pmatrix} u_1|_{z_0-l} & u_2|_{z_0-l} \\ \frac{1}{\mu} \dot{u}_1|_{z_0-l} & \frac{1}{\mu} \dot{u}_2|_{z_0-l} \end{pmatrix}$ – матриця перенесення (матриця оператора T).

Дисперсійне рівняння (3) пов'язує умови розв'язності проблеми Штурма-Ліувілля з множниками Флоке $\Lambda_{1,2} = e^{\pm iKl}$ і (K – блохівське хвильове число), тобто зазначені незалежні від спектрального параметра β множники Флоке $\Lambda_{1,2}$, за даним методом (ММП), остаточно визначають простір H_0 – простір, на якому диференціальний оператор L є самоспряженим – з одного боку, а з іншого боку теорема Флоке відповідає на поставлене раніше запитання: чи буде рівняння $LZ = -\beta^2 Z$ мати розв'язки в H_0 . З урахуванням виведеного дисперсійного рівняння (3) побудованого функціонального простору H_0 проблема Штурма-Ліувілля записується у наступному вигляді:

$$LZ = -\beta^2 Z, \quad Z \in H_0. \quad (4)$$

Спектральне рівняння у проблемі (3) еквівалентно наступному однорідному диференціальному рівнянню (рівняння Хіла):

$$\left(\frac{1}{\mu} \dot{Z}\right)' + \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} Z = 0, \quad (5)$$

тут $\zeta_\beta^2(z) = k^2 n^2(z) + \beta^2$.

Втім, постає природне питання, чому саме ці умови $Lu(z-l) = u(z)$ мають бути вибрані для розв'язання вихідної дифракційної задачі? Адже, наприклад, однорідні умови Діріхле $u\left(\frac{d}{2}\right), u\left(\frac{d}{2}-l\right) = 0$ або прості циклічні умови $u(z-l) = u(z)$, також забезпечують самоспряженість диференціального оператора L , а отже приводять до розв'язності проблеми Штурма-Ліувілля (4) та, як наслідок, до існування розв'язків хвильового рівняння (1) у вигляді (2). Річ у тому, що ці умови можуть використовуватися на кінцевих проміжках. У цьому випадку дослідник має змогу пожертвувати диференціальними якостями розв'язку при виході на границю. Звісно, що такої змоги немає у разі, коли мова йде про розв'язання диференціального рівняння на нескінченному проміжку. Тому застосовують підхід (ММП) з використанням

лінійного оператора, що розв'язку $u(z)$ ставить у відповідність розв'язок $u(z-l)$, будують матрицю цього оператора з подальшими пошуками власних чисел Λ_1, Λ_2 таких, що $\Lambda_1 = \overline{\Lambda_2}, \Lambda_1 \Lambda_2 = 1$.

За визначенням, норма функції $u \in (u, u) = \|u\|^2$, тож, маємо

$$\|Z_{\beta_n}\|^2 = \int_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} \frac{1}{\mu} |Z_{\beta_n}|^2 dz = \int_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} \frac{1}{\mu} Z_{\beta_n} \overline{Z_{\beta_n}} dz.$$

Нехай Z_{β_n} – власна функція, що відповідає значенню спектрального параметра β_n , та нехай Z_β – розв'язок спектрального рівняння $LZ = -\beta^2 Z$ (при $\beta = \beta_n$ функція Z_β є власною функцією), тоді $(Z_\beta, Z_{\beta_n}) \rightarrow \|Z_{\beta_n}\|^2$, при $\beta \rightarrow \beta_n$. Для скалярного добутку двох будь-яких функцій Z_ρ, V_γ , що є розв'язками спектрального рівняння $LZ = -\beta^2 Z$, яким відповідають значення спектрального параметра $\beta = -\rho^2$ та $\beta = -\gamma^2$, можливе перетворення, вільне від знаку інтеграла [1]:

$$(Z_\rho, V_\gamma) = \int_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} \frac{1}{\mu} Z_\rho \overline{V_\gamma} dz = \frac{1}{\gamma^2 - \rho^2} \left(\frac{1}{\mu} \dot{Z}_\rho \overline{V_\gamma} - Z_\rho \frac{1}{\mu} \dot{\overline{V_\gamma}} \right) \Big|_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}},$$

тут $\mu = \mu(z)$ – магнітна проникність – кусково-стала функція. Застосовуючи останнє перетворення до функцій Z_β, Z_{β_n} , матимемо,

$$(Z_\beta, Z_{\beta_n}) = \int_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} \frac{1}{\mu} Z_\beta \overline{Z_{\beta_n}} dz = \frac{1}{\beta_n^2 - \beta^2} \left(\frac{1}{\mu} \dot{Z}_\beta \overline{Z_{\beta_n}} - Z_\beta \frac{1}{\mu} \dot{\overline{Z_{\beta_n}}} \right) \Big|_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} = \frac{1}{\beta_n^2 - \beta^2} W_\beta \Big|_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} = \{\beta = \beta_n\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

або,

$$\|Z_{\beta_n}\|^2 = \lim_{\beta \rightarrow \beta_n} \frac{1}{\beta_n^2 - \beta^2} \left(\frac{1}{\mu} \dot{Z}_\beta \overline{Z_{\beta_n}} - Z_\beta \frac{1}{\mu} \dot{\overline{Z_{\beta_n}}} \right) \Big|_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} = \lim_{\beta \rightarrow \beta_n} \frac{1}{\beta_n^2 - \beta^2} W_\beta \Big|_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Таким чином, при переході до границі маємо невизначеність виду $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. У роботі [1] розвивається підхід до розкриття такої невизначеності за допомогою правила Лопітала, згідно з яким шукана границя є відношенням границь відповідних похідних [19]. Тож, для усунення невизначеності у (6) необхідно знайти похідну чисельника $W_\beta \Big|_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}}$, зокрема, похідну від Z_β – розв'язку спектрального рівняння $LZ = -\beta^2 Z$ за

спектральним параметром β , тобто знайти $Z'_\beta = \frac{\partial}{\partial \beta} Z_\beta$ (похідна знаменника обчислюється безпосередньо: $(\beta_n^2 - \beta^2)' = -2\beta$). Своєю чергою, похідна Z'_β відшукується як розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку [1]:

$$\left(\frac{1}{\mu} \dot{\psi} \right)' + \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \psi = -2 \frac{\beta}{\mu} Z_\beta, \quad (7)$$

де ψ – шукана функція (останнє рівняння отримується шляхом диференціювання спектрального диференціального рівняння за спектральним параметром). Загальний розв'язок ψ відшукується як сума загального розв'язку рівняння (5) та деякого розв'язку (часткового) рівняння (7): $\psi = C_\beta \psi_1 + D_\beta \psi_2 + \psi_0$, C_β, D_β – скаляри, $\psi_1 = Z_\beta$, а ψ_2 – 2-й лінійно незалежний від ψ_1 розв'язок, представляється у вигляді $\psi_2 = \eta Z_\beta + \chi \dot{Z}_\beta$, тут $\eta = -\frac{1}{2} \vartheta + \eta_0$, (η_0 – константа), $\chi = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2-l}} \vartheta$, ϑ – розв'язок рівняння

$$\left(\frac{1}{\mu} \dot{\vartheta} \right)' + 4 \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \vartheta = 0, \quad (8)$$

$\psi_0 = -\frac{1}{2} \xi Z_\beta + \xi \dot{Z}_\beta$ – частковий розв'язок рівняння (7), $\xi = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2-l}} \phi$, ϕ – розв'язок рівняння

$$\left(\frac{1}{\mu} \dot{\phi} \right)' + 4 \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \phi = 4 \frac{\beta}{\mu}. \quad (9)$$

У роботі [1] здійснюється граничний перехід $(Z_\beta, Z_{\beta_n}) \rightarrow \|Z_{\beta_n}\|^2$ при $\beta \rightarrow \beta_n$ й, таким чином, отримується аналітична формула для норми власної функції проблеми Штурма-Ліувілля:

$$\|Z_{\beta_n}\|^2 = -\frac{1}{2\beta_n} \left\{ D_{\beta_n} \left(\frac{1}{\mu} \dot{\eta} - \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \chi \right) \Big|_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} - \left(\frac{1}{2\mu} \dot{\phi} + \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \xi \right) \Big|_{\frac{d}{2-l}}^{\frac{d}{2}} \right\} |Z_{\beta_n}|^2, \quad (10)$$

тут $\mu = \mu(z)$ – магнітна проникність – кусково-стала функція, η, χ, ϕ, ξ – функції, що входять до складу ψ_2 – лінійно незалежного від Z_β розв’язку та ψ_0 – часткового розв’язку рівняння (7), через який виражається похідна $Z'_\beta = \frac{\partial}{\partial \beta} Z_\beta$, D_{β_n} – константа – може знаходитися з умови, що $\Lambda Z'_\beta(z-l) = Z'_\beta(z)$, Λ – множник Флоке.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Перетворимо член $\frac{1}{\mu} \dot{\eta} - \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \chi$, що входить у (10), інтегруючи рівняння (8):

$$-\frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \int_{-\frac{d}{2}}^z \vartheta(\tau) d\tau = \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\vartheta} - \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\vartheta} \Big|_{-\frac{d}{2}}^z.$$

Тобто, з урахуванням $\chi = \int_{-\frac{d}{2}}^z \vartheta$, маємо

$$\left(\frac{1}{\mu} \dot{\eta} - \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \chi \right) \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} = \left(-\frac{1}{2} \frac{1}{\mu} \dot{\vartheta} + \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\vartheta} - \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\vartheta} \Big|_{-\frac{d}{2}}^z \right) \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} = -\frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\vartheta} \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}}.$$

Далі, інтегруючи рівняння (9), аналогічно, перетворюється член $\frac{1}{2} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} + \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \xi$:

$$\frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \int_{-\frac{d}{2}}^z \phi(\tau) d\tau = -\frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} + \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} \Big|_{-\frac{d}{2}}^z + \frac{\beta}{\mu} \left(z + \frac{d}{2} \right),$$

тобто,

$$-\left(\frac{1}{2} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} + \frac{\zeta_\beta^2}{\mu} \xi \right) \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} = -\left(\frac{1}{2} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} - \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} + \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} \Big|_{-\frac{d}{2}}^z + \frac{\beta_n}{\mu} \left(z + \frac{d}{2} \right) \right) \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} = -\frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} - \frac{\beta}{\mu} \left(z + \frac{d}{2} \right) \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}}.$$

Таким чином, норма власної функції спектральної проблеми Штурма-Ліувілля для фотонного одновимірного кристала набуває вигляду:

$$\|Z_{\beta_n}\|^2 = -\frac{1}{2\beta_n} \left\{ D_{\beta_n} \frac{1}{\mu} \dot{\vartheta} \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} - \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} - \frac{\beta_n}{\mu} \left(z + \frac{d}{2} \right) \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} \right\} |Z_{\beta_n, \frac{d}{2}}|^2, \quad (11)$$

Знайдемо константу D_{β_n} з умови, що похідна від розв’язку Z_β за спектральним параметром β задовольняє умові Флоке:

$$\Lambda Z'_\beta(z-l) = Z'_\beta(z),$$

$$\Lambda Z'_\beta \Big|_{\frac{d}{2}-l} = Z'_\beta \Big|_{\frac{d}{2}} \Leftrightarrow \underbrace{C_\beta \left(Z_\beta \Big|_{\frac{d}{2}} - \Lambda Z_\beta \Big|_{\frac{d}{2}-l} \right)}_{=0} + D_\beta \left(\psi_2 \Big|_{\frac{d}{2}} - \Lambda \psi_2 \Big|_{\frac{d}{2}-l} \right) = - \left(\psi_0 \Big|_{\frac{d}{2}} - \Lambda \psi_0 \Big|_{\frac{d}{2}-l} \right),$$

або,

$$D_{\beta=\beta_n} = -\frac{\psi_0 \Big|_{\frac{d}{2}} - \Lambda \psi_0 \Big|_{\frac{d}{2}-l}}{\psi_2 \Big|_{\frac{d}{2}} - \Lambda \psi_2 \Big|_{\frac{d}{2}-l}}.$$

Звідки видно, що існування розв’язку ψ_0 , який задовольнятиме умові $\Lambda \psi_0(z-l) = \psi_0(z)$, приводить до обернення в нуль константи D_β : $D_\beta = 0$ (при умові $\Lambda \psi_2(z-l) \neq \psi_2(z)$), тож, граничне перетворення (11) спрощується та набуває вигляду:

$$\|Z_{\beta_n}\|^2 = \frac{1}{2\beta_n} \left\{ \frac{1}{4} \frac{1}{\mu} \dot{\phi} \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} + \frac{\beta_n}{\mu} \left(z + \frac{d}{2} \right) \Big|_{\frac{d}{2}-l}^{\frac{d}{2}} \right\} |Z_{\beta_n, \frac{d}{2}}|^2, \quad (12)$$

де ϕ – розв’язок граничної задачі для неоднорідного рівняння (9) з граничними умовами $\phi \left(\frac{d}{2} - l \right) = \phi \left(\frac{d}{2} \right)$, $\xi \left(\frac{d}{2} - l \right) = \xi \left(\frac{d}{2} \right)$, $\xi = \int_{-\frac{d}{2}}^z \phi$. Розв’язок ϕ існує як розв’язок граничної задачі для неоднорідного лінійного диференціального рівняння 2-го порядку [9], причому, існування цього розв’язку можливе для будь-якого значення спектрального параметра β . Варто, однак, зазначити, що суттєвим є вибір проміжку

інтегрування $-\left(\frac{d}{2} - l, \frac{d}{2}\right)$. Кінці проміжку припадають на границю розділу середовищ кристала. Зрозуміло, що $\Lambda \psi_0\left(\frac{d}{2} - l\right) = \psi_0\left(\frac{d}{2}\right) \Leftrightarrow \phi\left(\frac{d}{2} - l\right) = \phi\left(\frac{d}{2}\right), \xi\left(\frac{d}{2} - l\right) = \xi\left(\frac{d}{2}\right) \Leftrightarrow D_{\beta_n} = 0$ (Λ – множник Флоке).

ВИСНОВКИ

Інтерес до методики знаходження норми, як наслідок граничного переходу у відповідному скалярному добутку (граничне перетворення), справедливо авторами пов'язується з можливістю отримати аналітичну залежність між шуканою нормою та самою власною функцією. Основна увага у роботі приділяється випадку, коли ψ_0 – розв'язок неоднорідного рівняння, потрібного для знаходження похідної за правилом Лопітала, задовольняє квазіциклічним умовам на періоді (умовам Флоке), тобто $\Lambda \psi_0(z - l) = \psi_0(z)$, (Λ – множник Флоке). Причому, існування цього розв'язку ψ_0 показується, не залучаючи розв'язок відповідного однорідного рівняння. У такому разі граничне перетворення норми спрощується.

Отже, шукана норма представляється у вигляді добутку, один з множників якого, являє собою такий член $|Z_{\beta_n}\left(\frac{d}{2}\right)|^2$. Інший множник не залежить від власної функції. Така обставина, своєю чергою, наводить на думку, що, взагалі кажучи, власна функція Z_{β_n} не обертається в нуль при $z = \frac{d}{2} + ml$ (m – ціле). Змінивши границі інтегрування з $\left(\frac{d}{2} - l, \frac{d}{2}\right]$ на $\left(-\frac{d}{2}, -\frac{d}{2} + l\right]$, за аналогією, дістаємось висновку, що власна функція Z_{β_n} не обертається в нуль також й при $z = -\frac{d}{2} + ml$ (m – ціле). Тож, виведена аналітична залежність наводить на думку, що власна функція Z_{β_n} закономірно не обертається в нуль на межі розподілу середовищ фотонного кристала. Це, мабуть, означає, що для даного значення спектрального параметра β_n існує одна та лише одна власна функція Z_{β_n} (кратність власного числа дорівнює 1). Хоча, взагалі кажучи, у випадку лінійного диференціального оператора 2-го порядку одному власному числу може відповідати не більше двох лінійно незалежних власних функцій.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Казанко ОВ, Пенкіна ОЄ. (2021). Норма власних функцій одновимірного фотонного кристала. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*, 35, 91-99.
2. Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.* 1987; 58(20): 2059-2062.
3. Кожем'яко ВП., Іванов ОА, Іванов І. А. Перспективи застосування фотонних кристалів у сучасних системах обробки даних //Наукові праці ВНТУ, № 4, Інформаційні технології та комп'ютерна техніка 2012 р.
4. Казанко ОВ, Пенкіна ОЄ. Диференціювання дисперсійного рівняння у дифракційній задачі для необмеженого двовимірного шаруватого середовища. //Експериментальні та теоретичні дослідження у сучасних науках.: Збірник наукових праць "Логос" з матеріалами наук.-практ. конференції. Краків, Польща: Європейська наукова платформа; 2019. 36-42 с.
5. Казанко ОВ, Пенкіна ОЄ. Диференціювання поперечних розв'язків хвильового рівняння по повздовжньому хвильовому числу в дифракційній задачі для необмеженого періодичного шаруватого середовища з метаматеріалом. Збірник наукових праць "Логос" (ЛОГОС); 2020. 126-130 с.
6. Маркович БМ. Рівняння математичної фізики: навчальний посібник – Львів: Видавництво політехніки, 2010 – 384 с.
7. Eastham MSP. The spectral theory of periodic differential equations. Edinburg: Scottish Academic Press; 1975.
8. Winkler S, Magnus W, Hill's Equation. New York, London, Sydney: Interscience Publisher a division John Wiley & Sons; 1996.
9. Самойленко А М Перестюк М О, Парасюк ІО. Диференціальні рівняння: підручник для студентів матем. Спец-ей посібник, 2-ге видання – Київ: Либідь, 2003 – 301 с.
10. Yariv A, Yeh P "Optical waves in crystals" – A Wiley inteprieses Publicatuon, New York: Jon Wiley & Sons, 1987 – 616 p.
11. Yakubovich V. A. and Starzhinskii V. M., Linear Differential Equations with Periodic Coefficients (Wiley, New York) 1975.
12. Morozov GV, Sprung DWL. Floquet-Bloch waves in one-dimensional photonic crystals. *EPL (Europhysics Letters)*. 2011 Nov 22; 96(5): 54005. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/96/54005>
13. Sprung DWL, Wu H, Martorell J. Scattering by a finite periodic potential. *Am. J.Phys.* 1993; 61:1118.

14. International conference on ultrawideband and ultrashort impulse signals 2018, 9th, UWBUSIS Odarenko, Alexandr Shmat'ko, Alexandr V. Kazanko, Victiriya N. Mizernik, Natalia G. Shevchenko Surface Plasmon Polariton Resonance of Diffraction Metamaterial Grating :10.1109/UWBUSIS.2018.8519999

REFERENCES

1. Kazanko OV, Penkina OE. *Norm of iegnfunction of one-dimension photonic crystal*. Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University, series "Radio Physics and Electronics". 2021; 35:91-99. (In Ukrainian). <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2021-35-08>
2. Yablonovitch E. *Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics*. Phys. Rev. Lett. 1987; 58(20): 2059-2062.
3. Kojemyako VP., Ivanov OA, Ivanov I.A. Prospects for the use of photonic crystals in modern data processing systems // Scientific works of VNTU, #4, Information technologies and computer equipment 2012 p.
4. Kazanko O. V., Penkina O. Y. "To differentiating dispersion equation in a diffraction problem for unlimited two-dimension media" Collection of scientific papers "Logos" ΛΟΓΟΣ, 2019, 36-42 pp.
5. Kazanko O. V., Penkina O. Y. "To differentiating shear solutions of wave equations by longitudinal wave number in a diffraction problem for unlimited band media with metamaterials" Collection of scientific papers ΛΟΓΟΣ, 2020. 126-130 pp.
6. Markovich B M. *Mathematical physics equations: Tutorial* – Lviv: Polytechnic Publishing House, 2010 – 384 p.
7. Eastham M. S. P. *The spectral theory of periodic differential equations*. Edinburg: Scottish Academic Press [distributed by Chatto & Windus, London], 1975.
8. Winkler S., Magnus W. "Hill's Equation" New York, London, Sydney: Interscience Publisher a division John Wiley & Sons, 1996.
9. Samoilenko A. M. Perestyuk M. O., Parasyuk I.O. *Deferential equations: Tutorials for students of math. Specializations*, 2-th edition – Kyiv: Libid, 2003 – 301 p.
10. Yariv A, Yeh P. *Optical waves in crystals* – A Wiley inteprieses Publicatuon, New York: Jon Wiley & Sons, 1987 – 616 p.
11. Yakubovich V. A. and Starzhinskii V. M., *Linear Differential Equations with Periodic Coefficients* (Wiley, New York) 1975.
12. Morozov G. V., Sprung D. W. L. «Floquet-Bloch waves in one-dimensional photonic crystal.» *A Letters Journal Exploring Physics, EPL*, 96, 2011: 54005:p1-p5.
13. Sprung DWL, Wu H, Martorell J. Scattering by a finite periodic potential. *Am. J. Phys.* 1993; 61:1118.
14. International conference on ultrawideband and ultrashort impulse signals 2018, 9th, UWBUSIS Odarenko, Alexandr Shmat'ko, Alexandr V. Kazanko, Victiriya N. Mizernik, Natalia G. Shevchenko Surface Plasmon Polariton Resonance of Diffraction Metamaterial Grating :10.1109/UWBUSIS.2018.8519999

Стаття надійшла до редакції: 6 вересня 2023 р.

Рекомендовано до друку: 11 жовтня 2023 р.

ANALYSIS AND METHODOLOGY OF DETERMINING THE NORM OF EIGENFUNCTIONS AS A LIMIT TRANSITION IN THE SCALAR PRODUCT IN THE SPECTRAL STOURM-LOUVILE PROBLEM FOR A PHOTONIC ONE-DIMENSIONAL CRYSTAL

O.V. Kazanko, O.E. Penkina

Ukrainian State University of Railway Transport

Relevance The last of the decades (approximately from the 90s of the 20th century) to rapid grow of photonics. That's why, firstly, relevance this work is related to relevance diffraction problems for the structures of optics ranges (photonic crystal). The problem of calculating the norm of eigenfunctions Stourm-Louvile problem, in particular, raised when a waves equations is solved by separating variables method, as well as when making the transition from one complete to another complete orthogonal system (when reducing to a common basis – the Fourier method). In addition, the significance of this work should be associated with the possibility of obtaining an analytical dependence, which gives a clear connection between the norm and its eigenfunctions.

The paper develops an approach to determining the norm of the eigenfunctions of the spectral Stourm-Louvile problem for a two-layer infinite one-dimensional photonic crystal. This approach is based on the limiting transition in the corresponding scalar product. The uncertainty arising at the limit transition is revealed using Lopital's rule.

The purpose of the work – Simplify the previously obtained marginal transformation of the norm (the transformation that directly occurs when the marginal transition is carried out in the corresponding scalar product). It is achieved mainly due to the fact that it is possible to find such a solution of a linear inhomogeneous differential equation (this inhomogeneous equation is obtained by taking the derivative of the spectral equation with respect to the spectral parameter) that satisfies the quasi-cyclic conditions on the period (the Floquet conditions). Also, the authors aimed to emphasize the advantages of the current approach to the calculation of the norm, because the latter gives the connection between the norm and the eigenfunction itself in an explicit form.

Materials and methods. The integral defining the norm (more precisely, the scalar product) is taken on a finite interval, therefore the inhomogeneous equation arising according to Lopital's is solved on a finite interval, that is, the solution of this inhomogeneous equation is sought as a solution of a boundary value problem with boundary conditions – by the conditions of Floquet. The spectral equation in the Sturm-Liouville problem is solved on an unlimited interval $(-\infty, +\infty)$, therefore, in order to fit into the conditions of self-conjugation, the transfer matrix method is used.

Results. A solution was chosen that satisfies quasi-cyclic conditions on the period (Floquet conditions). The specified solution is selected from the set of all possible solutions of the inhomogeneous differential equation, which, according to Lopital's, arises at the limit transition. As a result of the substitution of this solution, the original marginal transformation of the norm is simplified.

Conclusion. The interest in the transformation of the norm, obtained as a result of the implementation of the limit transition in the corresponding scalar product, is rightly associated with the realized possibility of obtaining the dependence between the norm and the eigenfunction itself in analytical form. The main attention is paid to the case when it is possible to achieve the fulfillment of the conditions of Floquet, when obtaining the solution of the inhomogeneous equation required for finding the derivative in connection with Lopital's rule. In this case, the marginal transformation of the norm is simplified

KEYWORDS: photonic crystal, scattering of electromagnetic waves, norm of function, scalar product, Sturm-Liouville problem, eigenfunctions.

The article was received by the editors: September 6 2023

The article is recommended for printing: October 11 2023

Оригінальна стаття

<https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-03>

УДК 621.382.2

В. О. ЗОЗУЛЯ, н.с.

e-mail: v.zozulia@karazin.ua ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7371-5424>

О. В. БОЦУЛА, к. ф.-м. наук, доцент

e-mail: oleg.botsula@karazin.ua ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2809-9482>

К. Г. ПРИХОДЬКО, к. ф.-м. наук, доцент

e-mail: kyrylo.prykhodko@karazin.ua ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7627-1171>

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, 61022, м. Харків, м.
Свободи, 4

ВПЛИВ ЛЕГУВАННЯ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ РОБОТИ GaAs - ДІОДІВ З БІЧНОЮ ГРАНИЦЕЮ НА ОСНОВІ ВАРІЗОННОГО GaInAs

Актуальність. Розвиток сучасних систем зв'язку, безпеки та медицини потребує компактних джерел терагерцового випромінювання які здатні працювати при нормальних умовах. Одним з приладів, які здатні забезпечити генерацію терагерцових коливань у низькочастотній частині терагерцового діапазону залишаються діоди, що працюють на ефекті міждолинного перенесення електронів. Модифікація планарних варіантів таких приладів дозволяє підвищити ефективність та граничні частоти їх роботи. Планарні діоди, що містять бічну активну границю, яка являє собою варізонний напівпровідник розглядаються як можливі твердотілі джерела терагерцового випромінювання. Оптимізація їх параметрів є важливий процес, що дозволить підвищити ефективність їх роботи.

Метою роботи є дослідження впливу концентрації легуючої домішки на характеристики планарних GaAs- діодів з активною бічною границею на основі варізонного InGaAs

Методи і методологія. Для отримання характеристик діода проводиться числове моделювання процесів переносу заряду в ньому з використання багаточастинкового методу Монте-Карло з врахуванням усіх актуальних механізмів розсіяння та процесу ударної іонізації. У роботі обчислюються залежності густини струму при різній величині постійної напруги на діоді, а також визначаються оптимізовані за діючою напругою на діоді ефективності та потужності змінного струму при роботі діода в режимі генерації. Всі обчислення проводяться для різних концентрацій донорної домішки в каналі діода та в активній бічній границі на частотах резонатора 200 ГГц та 250 ГГц.

Результати. Показано існування оптимальних концентрацій та співвідношення між концентраціями в каналі діода та бічній границі. Максимальна величина ефективності відповідає концентрації в каналі близько 10^{17} см^{-3} та концентраціям донорної домішки активній бічній границі $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ при генерації на частоті 250 ГГц.

Висновки. Оптимальна концентрація для GaAs- діода Ганна з довжиною 1,28 мкм є більшою 10^{17} см^{-3} в каналі діода і складає близько $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ у АБГ. Існує можливість отримання оптимальних умов для генерації на максимальних частотах роботи діода.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ефект міждолинного перенесення електронів, активна бічна границя, молярна частка, варізонний шар, ударна іонізація, розсіяння, чисельне моделювання, субтерагерцовий діапазон.

Як цитувати: Зозуля ВО, Боцула ОВ, Приходько КГ. Вплив легування на ефективність роботи GaAs - діодів з бічною границею на основі варізонного GaInAs. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2023;39:27-35. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-03>

In cites: Zozulia VO, Botsula OV, Prykhodko KH. The impact of doping on the efficiency of GaAs –diode with active graded GaInAs side border. Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University, series “Radio Physics and Electronics”. 2023 ;39:27-35. (In Ukrainian). <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-03>

ВСТУП

Створення мініатюрних джерел терагерцового випромінювання є одною із актуальних задач, що виникає у зв'язку із активним інтересом до розробки систем терагерцового діапазону. Терагерцове випромінювання має великі перспективи для використання засобах неінвазивного й безруйнівного контролю [1], у засобах діагности медичного призначення [2-4], у системах передачі даних та зв'язку ближнього радіусу дії [5,6] та інших. Окремими прикладами застосування терагерцового випромінювання є системи безпеки, де воно використовується для виявлення вибухових речовин або об'єктів, які є прозорими у рентгенівському діапазоні [7-10].

Хоча на сьогодні існує багато прикладів створення ефективних та достатньо потужних джерел терагерцового діапазону, більшість з них є достатньо габаритними. Сюди відносяться всі прилади вакуумної електроніки та більшість твердотілих лазерів, деякі з яких, як, наприклад, квантово-каскадні лазери, мають досить непогані характеристики, однак потребують в тому числі додаткового охолодження та не здатні працювати за температури вищої 250 К [11,12].

Компактні твердотілі прилади традиційної електроніки мають ряд фундаментальних обмежень, які обумовлені інерційністю процесів переносу заряду в них. Фактично, лише діоди, що працюють на ефекті резонансного тунелювання, мають досить малі розміри та можуть забезпечити генерацію коливань на частотах до 2 ТГц [13]. Основним їх недоліком є мала вихідна потужність, яка складає одиниці мікроват, що в багатьох випадках є недостатнім.

Частково компенсувати потребу в малогабаритних джерел в низькочастотній частині терагерцового діапазону можна шляхом покращення параметрів традиційних приладів на зразок діодів, що використовують ефект міждолинного переносу електронів (МПЕ) та приладів на лавино-пролітних ефектах. Лавино-пролітні діоди здатні генерувати коливань струму на частотах вищих 300 ГГц з високою вихідною потужністю [14,15], однак головною проблемою таких пристроїв є поява шумів, які пов'язані з ударною іонізацією (УІ). Інтенсивність шуму ЛПД вища за тепловий шум, який виникає в процесі формування домену в діоді Ганна [16,17].

Гранична частота приладів з міждолинним перенесенням електронів обмежується низкою фізичних проблем, що пов'язані з інерційністю механізмів, з якими пов'язано виникнення коливань струму. Основними факторами є величина проміжку часу набору енергії для переходів електронів з центральної в бічні долини і обумовлений цим процес наростання хвилі просторового заряду, дрейфова швидкість руху носіїв заряду і час релаксації діода, який у звичайному діоді зв'язаний з розмоктуванні просторового заряду в анодному контакті.

Вочевидь для генерації коливань у субтерагерцовому та терагерцовому діапазоні діоди, що працюють на ефекті міждолинного переносу електронів також потребують модифікації. Одним із напрямків є використання напівпровідникових матеріалів, у яких вказані вище часові проміжки є мінімальними, а величина дрейфової швидкості є високою. Наприклад заміна традиційного GaAs на InP за умови збереження конструкції приладу дозволяє збільшити максимальну робочу частоту з 200 до 300 ГГц [18], максимальне експериментально отримане значення частоти генерації за умови використання в якості матеріалу нітрид галію склало 400 ГГц [19]. Окремо потрібно відзначити використання діодів з активною областю на основі варізонного напівпровідника. Результати моделювання таких приладів з використанням напівпровідникових сполук GaInAs та InPAs показують, що вони значно ефективніші за звичайні діоди і мають досить високі граничні частоти роботи [20,21]. У згаданих приладах підвищення ефективності роботи та граничної частоти досягається в основному завдяки зменшенню часу переходу із центральної долин в бічні та більш високій дрейфовій швидкості електронів.

Ще одним напрямком, який заслуговує уваги, є використання планарних діодних структур, які мають ряд переваг над вертикальними структурами. Насамперед це застосування методів літографії для формування каналу заданої довжини, що забезпечує точне отримання субмікронних розмірів активної області діода. Це дає можливість генерувати коливання на відповідних пролітних частотах [22] та керувати частотою генерації шляхом переходу на вищі гармоніки. Важливою особливістю таких діодів є можливість відтворити складну структуру приладу, наприклад, реалізувати його у вигляді сандвіч – структури, застосувати селективне та дельта- легування каналу діода [23], створити складні комбіновані контакти [24].

Планарна конструкція дозволяє розмішувати на бічній поверхні каналу додаткові електроди та елементи, що можуть впливати на роботу діода і його вихідні характеристики. Ряд таких приладів було розглянуто в роботах [25-27]. Їх особливістю є розміщення на каналі діода активних бічних напівпровідникових елементів у вигляді гомогенних та гетерогенних структур, які формували активну бічну границю (АБГ) до діода. Було виявлено, що такий підхід до формування структури діода дає можливість отримати частоти генерації вищі за 300 ГГц [25, 26], а у окремих випадках вищі за 500 ГГц [27]

Однак питання щодо подальшої оптимізації планарних діодів з АБГ залишається відкритим. Тому метою цієї роботи стало дослідження впливу концентрації носіїв заряду в каналі діода та АБГ на генерацію коливальних струму планарним GaAs - діодами з АБГ на основі варізонного шару GaInAs.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

На рис.1 (а) показано переріз планарного n^+-n-n^+ діода Ганна з АБГ $n-n^+$ -структурою, який було розглянуто в роботі. Діод має планарну структуру загальною довжиною $L_y = 1,28$ мкм та шириною $L_x = 0,32$ мкм. Діод представляє собою n -GaAs канал (2) який сформовано на напівізолюючій (SI) підкладці (1). Контактні області n^+ , (3) та (4), мають $0,16 \times 0,16$ мкм, і представляють собою сильно леговані області з концентрацією домішок $5 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$. Відповідно, довжина активної області діода складає $l_a = 0,98$ мкм. Вважається, що металічні контакти (5) та (6) з n^+ -областями (3) та (4) утворюють омичні контакти. АБГ (7) являє собою варізонний шар GaInAs довжиною $L_B = 0,64$ мкм та шириною $l_b = 0,16$ мкм, який розміщується поверхні каналу на відстані $l_{kb} = 0,64$ мкм від n^+ - області катодного контакту та електрично з'єднується з анодним контактом (6) за допомогою металевого провідника (8).

Залежність молярної частки Ga у сполучі $\text{Ga}_z\text{In}_{1-z}\text{As}$ в АБГ від відстані до каналу показано на рис.1 (б). Вона описується функцією Гаусса з максимумом на межі, яка розділяє канал та АБГ.

Для моделювання роботи діода була використана двовимірною модель, яка відповідала рис. 1. Моделювання руху електронів в приладі проводилося з використанням багаточастинкового методу Монте-Карло, особливості якого наведено в роботах [25-27]. При моделюванні процесів розсіювання носіїв заряду було враховано усі найвпливовіші механізми розсіювання, які існують у розглянутих матеріалах: розсіювання на деформаційному потенціалі акустичних та оптичних фононів, розсіювання на полярних оптичних фонах, міждолинне розсіювання, та розсіювання на іонізованих домішках. В області варізонного шару також враховувалося розсіювання на сплавному потенціалі.

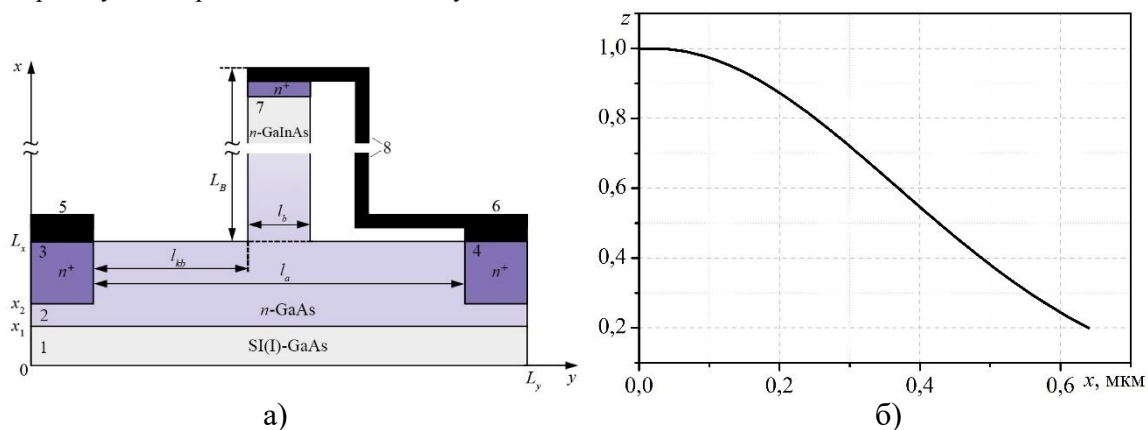


Рис. 1. Розріз структури діода (а): підкладка (1), активна область (2), високолеговані контактні області (n^+), катод (3) і анод (4), металеві контакти (5, 6), бічний граничний елемент (7), металева перемичка (8). Розподіл молярної частки Ga z у сполучі $\text{Ga}_z\text{In}_{1-z}\text{As}$ у активному бічному елементі (б)

Fig. 1. The cross-section of diode structure (a): substrate (1), active region (2), highly doped contact regions (n^+), cathode (3) and anode (4), metal contacts (5,6), side boundary element (7), metal jumper (8). Distribution of Ga mole fraction $z(x)$ in active side border (b)

Особливістю діода є існування досить малого значення ширини забороненої зони в GaInAs у варізонному шарі на анодному контакті. Відповідно, це призводить до можливості виникнення ударної іонізації як у варі зонному шарі АБГ, так і інших частинних діода за умови, що напруженості електричного поля в них є достатні для набуття електроном відповідної енергії. Тому для врахування цього процесу для опису зони провідності була використана трьохдолинна Г-Х-Л- модель зони провідності у наближенні непараболічного закону дисперсії, а для валентної зони – однодолинна модель, яка включала параболічну зону важких дірок. Такий вибір обумовлений найбільшим значенням ефективної маси дірок, а відповідно, найменшим значенням порогової енергії виникнення ударної іонізації саме при взаємодії електронів з зоною важких дірок. Ударна іонізація описувалася в рамках моделі, що була запропонована в [28], що враховує вплив непараболічності закону дисперсії на величину порогової енергії, що відповідає початку ударної іонізації. В залежності молярної частки Ga в АБГ, яка показана на рис.1 (б) частка Ga на анодному контакті становить $z=0,2$. Такий розподіл молярної частки дозволяє локалізувати УІ у прианодній області, що продемонстровано у роботі [29].

Для визначення сили, що діє на частинку, в модельній області пристрою задавалися послідовність вкладених сіток G_H , розмір кожної з яких відрізняється від попередньої у 2 рази. Заряд кожної частинки розподіляються у вузли найдрібнішої сітки з використанням покращеної схеми СІС [30], яка враховувала просторову залежність діелектричної проникності середовища. Після цього знаходився розв'язок рівняння Пуассона з використанням повного багатосіткового методу [31]. За отриманим розподілом потенціалу та розподілом густини заряду визначалася величина сили, що діяла на кожну заряджену частинку з боку електричного поля. В області варізонного шару повна сила знаходилася із врахуванням квазіелектричних сил, що пов'язані зі зміною складу напівпровідника. Рух частинок визначався у відповідності до рівнянь руху з урахуванням закону дисперсії [32]. Параметри матеріалів були вибрані аналогічні до [29,33,34]. При моделюванні не враховувались ефекти пов'язані з розігрівом пристрою і температура кристалічної решітки вважалася постійною і дорівнювала 300 К.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ДІОДІВ

Основне завдання роботи було встановити як впливає концентрація домішки на характеристики діодів. Дослідження проводилися для зміни концентрації домішки в інтервалі від $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ до $1,2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$. Залежності густини струму від величини постійної напруги, що діє на діоді показано на рис.2.

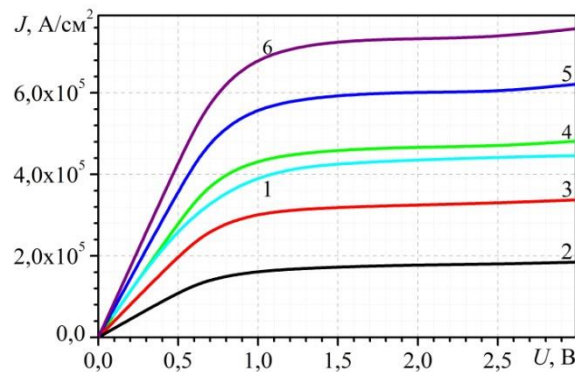


Рис. 2. Залежності густини струму від прикладеної напруги для GaAs планарного діоду з варізонною АБГ на основі $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{As}$: 1 – планарний GaAs діод з концентрацією носіїв у каналі $N_d = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 2-5 – при рівній концентрації носіїв у каналі та у АБГ: 2 – $N_d = 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 3 – $N_d = 4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 4 – $N_d = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 5 – $N_d = 8 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 6 – $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$

Fig. 2. Current density J versus bias voltage U for GaAs planar diode with ASB based on graded gap $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{As}$: 1 – GaAs planar diode with donor impurity concentration in active region $N_d = 6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$; 2-5 – at equal impurity concentration in active region and ASB: 2 – $N_d = 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$; 3 – $N_d = 4 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$; 4 – $N_d = 6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$; 5 – $N_d = 8 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$; 6 – $N_d = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

Наведені залежності відповідають різним величина концентрації домішки в діоді за умови її однокрової величини в каналі та АБГ. Для порівняння на цьому рисунку також наведено залежність густини струму від напруги для діода без АБГ з концентрацією донорної домішки в каналі $6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

Можна відмітити, що у всіх випадках ділянка статичної від'ємної диференціальної провідності на залежностях не спостерігається. В роботах [25,26] показано, що густини струму в діоді навіть без АБГ насичується за високих значеннях напруги за рахунок формування високих напруженостей електричного поля в аноді каналу, що характерно для каналів з високим ступенем легування. За низьких рівнів легування залежності густини струму якісно близькі до характеристики діоду без АБГ.

При збільшенні концентрації густина струму в цілому є вищою при усіх значеннях напруги. Водночас при збільшенні напруги з'являються ділянки зростання струму (рис.2. криві 4,5), які виникають через ударну іонізацію в АБГ. УІ з одного боку є деструктивним фактором, оскільки може негативно впливати на величину диференціального опору діода, а іншого боку за малої інтенсивності цього процесу вона може сприяти релаксації енергії електронів в аноді та покращити частотні властивості приладу, що було показано в [29].

Для визначення впливу концентрації на ефективність генерації було проаналізовано енергетичні характеристики діодів. Слід зазначити, що відсутність ділянок з від'ємною диференціальною провідністю на статичних залежностях густини струму від напруги у розглянутих діодах не є обов'язковим фактором виникнення генерації. Зокрема у роботах [14,35,36] показано, що у таких пристроях процес генерації пов'язаний з динамічною негативною провідністю, а частота на якій генерують діоди може бути досить високою.

В даній роботі оцінки величини ефективності генерації діодів були зроблено у припущенні, що прилад знаходиться в одноконтурному резонаторі з високою добротністю, і, відповідно, напругу, що діє на діоді, можна представити у вигляді суми постійної напруги зміщення U_0 та змінної складової на частоті резонатора (перша гармоніка):

$$U(t) = U_0 + U_1 \sin 2\pi ft, \quad (1)$$

де U_1 – амплітуда першої гармоніки, f – частота першої гармоніки.

Оцінювалася максимальна можлива величина ККД генерації, яка обчислювалася шляхом оптимізації цього параметра за значеннями напруги зміщення та амплітуди першої гармоніки. Оптимізація проводилася за постійної величини частоти резонатора, яка була вибрана рівною 250 ГГц. Розглядалися випадки, коли величина концентрації була однаковою в каналі і АБГ, так і випадки, коли ці концентрації відрізнялися.

На рис.3 показані отримані характеристики оптимізованого ККД та густини потужності для різних співвідношень концентрацій легуючих домішок в каналі та АБГ для двох фіксованих частот: 200 та 250 ГГц.

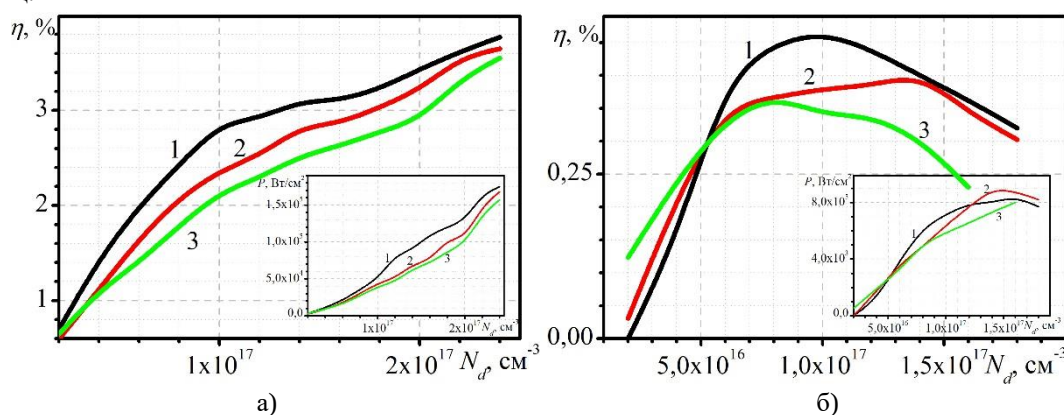


Рис. 3. Залежність оптимізованого ККД генерації від концентрації донорів у каналі планарного GaAs діода з АБГ на основі варізонного шару $\text{Ga}_{1-x}\text{In}_x\text{As}$ та густини потужності (на вставці) на частоті (а) $f = 200$ ГГц (б) $f = 250$ ГГц при різних концентраціях донорів у АБГ: 1 – $N_d = 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 2 – $N_d = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 3 – $N_d = 10 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$

Fig. 3. Optimized generation efficiency for planar GaAs diode with ASB based on graded gap $\text{Ga}_{1-x}\text{In}_x\text{As}$ and power density (inset) at frequency (a) $f = 200$ GHz (б) $f = 250$ GHz at different donor impurity concentration in ASB: 1 – $N_d = 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 2 – $N_d = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; 3 – $N_d = 10 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$

Спостерігаються якісні відмінності в залежностях: залежність ККД генерації різних частотах. На частоті 250 ГГц спостерігається оптимум, який досягається коли концентрація електронів у каналі становить близько 10^{17} см^{-3} , а у АБГ – $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ (крива 1 на рис 3(б)). На частоті 200 ГГц найбільша ефективність також відповідає концентрації в АБГ – $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ проте оптимуму не було отримано. При малих концентраціях електронів в каналі ефективність генерації є малою через труднощі у формування нестійкостей поля, амплітуда яких безпосередньо визначається величиною концентрації. Оптимальна концентрація в АБГ відповідає ситуації, коли на межі, що розділяє її з каналом утворюється область з підвищеною напруженістю електричного поля, яка сприяє формуванню рухомих нестійкостей поля як в каналі так і в активній області діода, рис.4. З наведених розподілів напруженостей поля протягом періоду коливань також видно, що у активній області викують нестійкості типу зарядженого шару, в той час як в області активної границі форма нестійкості близька до доменної, однак рух доменів спостерігається лише в обмеженій частині активної границі близькій до каналу. При підвищенні концентрації в каналі напруженість поля в аноді зростає, що ускладнює формування рухомих нестійкостей в каналі, однак це в меншій мірі впливає на нестійкості в АБГ та зменшує величину послідовного опору, ввімкненого послідовно з нею, що в деякій мірі пояснює залежність ККД на частоті 200 ГГц.

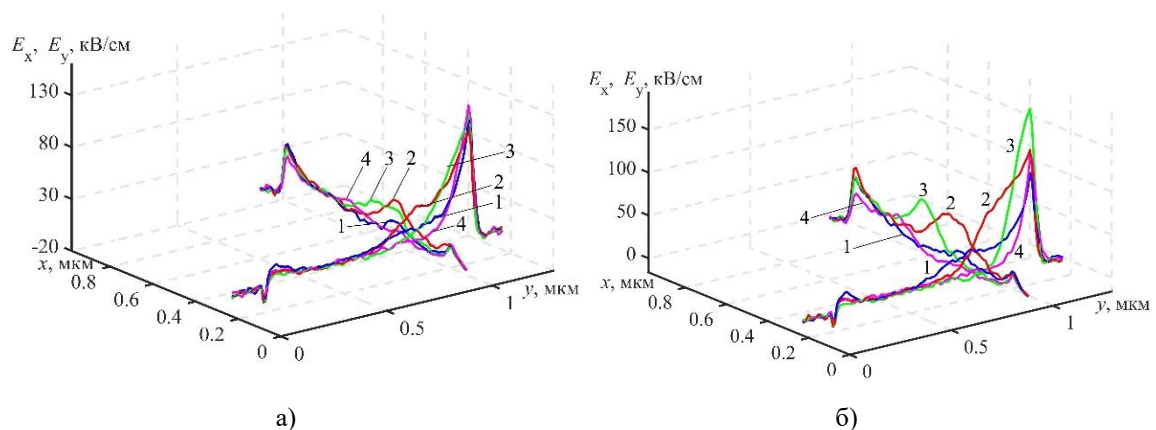


Рис. 4. Розподіл E_y -компоненти електричного поля уздовж лінії $x = 0,24$ мкм та E_x -компоненти уздовж лінії $y = 0,89$ мкм у різні моменти часу t протягом періоду коливань T у АБГ на основі $\text{Ga}_z\text{In}_{1-z}\text{As}$ з $l_b = 0,16$ мкм, $L_B = 0,64$ мкм та $l_{kb} = 0,64$ мкм та (а) з концентрацією домішок у АБГ $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ та $N_d = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ у каналі GaAs-діода у разі $f = 250$ ГГц, $U_0 = 2,3$ В, $U_1 = 0,35$ В та (б) з концентрацією домішок у АБГ $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $N_d = 8 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ у каналі GaAs-діода у разі $f = 200$ ГГц, $U_0 = 2,7$ В, $U_1 = 0,7$ В: 1 – $t = 0$, 2 – $t = T/4$, 3 – $t = T/2$, 4 – $t = 3T/4$.

Fig. 4. Distribution of E_y -component of electrical field in cross section at $x = 0,24 \mu\text{m}$ and the E_x -component in cross section $y = 0,89 \mu\text{m}$ for GaAs planar diode with ASB based on graded gap $\text{Ga}_z\text{In}_{1-z}\text{As}$ with (a) donor impurity concentration in active region $N_d = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ and $N_d = 6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ donor impurity concentration in ASB at $f = 250$ GHz, $U_0 = 2,3$ V, $U_1 = 0,35$ V and (b) donor impurity concentration in active region $N_d = 8 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ and $N_d = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ donor impurity concentration in ASB at $f = 200$ GHz, $U_0 = 2,7$ V, $U_1 = 0,7$ V with $l_b = 0,16 \mu\text{m}$, $L_B = 0,64 \mu\text{m}$ та $l_{kb} = 0,64 \mu\text{m}$ at different times during the oscillations period T : 1 – $t = 0$, 2 – $t = T/4$, 3 – $t = T/2$, 4 – $t = 3T/4$.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Основні результати зводяться до наступного:

1. У GaAs діоді з АБГ на основі варізонного шару InGaAs формування нестійкостей статичного розподілу електричного поля в діоді спостерігається як в каналі діода, так і області АБГ.
2. Величина концентрації донорної домішки та співвідношення концентрацій донорної домішки в каналі та АБГ є суттєвим фактором, який впливає на ефективність генерації та вихідну потужність.
3. На максимальних для розглянутого діода частотах спостерігаються оптимальні співвідношення між концентрація донорної домішки в областях діода: 10^{17} см^{-3} , в каналі та $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ в АБГ.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Kiarash Ahi, Anwar M. Advanced terahertz techniques for quality control and counterfeit detection. Proceedings of SPIE. 2016 May 26.
2. Wei L, Yu L, Jiaoqi H, Guorong H, Yang Z, Weiling F. Application of terahertz spectroscopy in biomolecule detection. Frontiers in Laboratory Medicine. 2018 Dec;2(4):127–33.
3. Vafapour Z, Keshavarz A, Ghahraloud H. The potential of terahertz sensing for cancer diagnosis. Heliyon. 2020 Dec 3 ;6(12): e05623.
4. Arnone DD, Ciesla CM, A. Corchia, Shunji Egusa, Pepper M, Chamberlain JM, et al. Applications of terahertz (THz) technology to medical imaging. Proceedings of SPIE. 1999 Sep 9.
5. Oshima N, Hashimoto K, Suzuki S, Asada M. Wireless data transmission of 34 Gbit/s at a 500-GHz range using resonant-tunnelling-diode terahertz oscillator. Electronics Letters. 2016 Oct 27;52(22):1897–8.
6. Abdullah Al-Khalidi, Wang J, Wasige E. Compact J-band Oscillators With 1mW RF output Power and Over 110 GHz Modulation Bandwidth. Enlighten: Publications (The University of Glasgow). 2018 Sep 1.
7. Appleby R, Wallace HB. Standoff Detection of Weapons and Contraband in the 100 GHz to 1 THz Region. IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2007 Nov;55(11):2944–56.
8. Song HJ, Tadao Nagatsuma. Handbook of Terahertz Technologies. CRC Press; 2015.
9. Isogawa T, Kumashiro T, Song HJ, Ajito K, Kukutsu N, Iwatsuki K, et al. Tomographic Imaging Using Photonically Generated Low-Coherence Terahertz Noise Sources. IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology. 2012 Sep;2(5):485–92.
10. Chan WL, Deibel J, Mittleman DM. Imaging with terahertz radiation. Reports on Progress in Physics. 2007

- Jul 12;70(8):1325–79.
11. Vitiello MS, Alessandro Tredicucci. Physics and technology of Terahertz quantum cascade lasers. *Advances in physics*: X. 2021 Jan 1;6(1).
 12. Khalatpour A, Paulsen A, Deimert C, Wasilewski ZR, Hu Q. High-power portable terahertz laser systems. *Nature Photonics*. 2020 Nov 2;15(1):16–20.
 13. Izumi R, Suzuki S, Asada M. 1.98 THz resonant-tunneling-diode oscillator with reduced conduction loss by thick antenna electrode. 2017 Aug 1.
 14. Dai Y, Lu Z, Ye Q, Dang J, Zhao S, Lei X, et al. Study of $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ Homotype Heterojunction IMPATT Diodes. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2021 Nov 1;68(11):5469–75.
 15. Xiu-sheng L, Yang L, Zhang X, Ma X, Hao Y. $\text{GaN}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ heterostructure IMPATT diode for D-band applications. *Applied Physics A*. 2019 Feb 23;125(3).
 16. Sze SM. *Modern Semiconductor Device Physics*. Wiley-Interscience; 1998.
 17. Sze SM, Ng KK. *Physics of semiconductor Devices*. John Wiley & Sons; 2006.
 18. Eisele H, Naftaly M, Fletcher JR, Steenson DP, Stone MR. The Study of Harmonic-Mode Operation of GaAs TUNNETT Diodes and InP Gunn Devices Using a Versatile Terahertz Interferometer. *Proceedings of the 15th International Symposium on Space Terahertz*. 2004 Jan 1;336.
 19. Hajo AS, Oktay Yilmazoglu, A. Dadgar, Franko Küppers, Kusserow T. Reliable GaN-Based THz Gunn Diodes With Side-Contact and Field-Plate Technologies. *IEEE Access*. 2020 Jan 1; 8:84116–22.
 20. Storozhenko IP. Frequency characteristics of diodes with intervalley electron transfer that are based on variband $\text{In}_{x(z)}\text{Ga}_{1-x(z)}\text{As}$ with various cathode contacts. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2007 Oct 1;52(10):1158–64.
 21. Storozhenko IP. $\text{InP}_{1-x(z)}\text{As}_{x(z)}$ Variband Gunn Diodes with Different Cathode Contacts. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2007;66(19):1775–90.
 22. Shur MS. *GaAs Devices and Circuits*. Springer eBooks. 1987.
 23. Khalid A, Pilgrim NJ, Dunn GM, Holland M, Stanley CR, Thayne I, et al. A Planar Gunn Diode Operating Above 100 GHz. *IEEE Electron Device Letters*. 2007 Oct 1;28(10):849–51.
 24. Montes M, Dunn GM, Stephen A, Khalid A, Li C, David, et al. Reduction of Impact Ionization in GaAs-Based Planar Gunn Diodes by Anode Contact Design. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2012 Mar 1;59(3):654–60.
 25. Botsula OV, Zozulia VO. Energy and Frequency Properties of Planar n^+-n-n^+ Diodes with Active Side Boundary. *Journal of Nano-and electronic Physics*. 2021 Jan 1;13(6):06028-4.
 26. Zozulia VO, Botsula OV, Prykhodko KH, Sanin S, Katrich G, Fedosova S. Planar GaAs-InGaAs Heterostructure for Generation in Long Wave Part of Terahertz Range. 2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). 2022 Oct 3.
 27. Botsula OV, Zozulia VO. Generation of THz Oscillations by Diodes with Resonant Tunneling Boundaries. *Journal of Nano-and electronic Physics*. 2020 Jan 1;12(6):06037-4.
 28. Brennan KF, Mansour NS. Monte Carlo calculation of electron impact ionization in bulk InAs and HgCdTe. *Journal of Applied Physics*. 1991 Jun 1;69(11):7844–7.
 29. Botsula OV, Prykhodko KH, Zozulia VO. Impact ionization in graded gap transferred electron diode. 2021 IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON). 2021 Aug 26.
 30. Birdsall CK, Fuss D. Clouds-in-clouds, clouds-in-cells physics for many-body plasma simulation. *Journal of Computational Physics*. 1969 Apr 1;3(4):494–511.
 31. Joppich W, Mijalković S. Multigrid methods for process simulation. *Microelectronics Journal*. 1995 Mar 1;26(2–3):xxvii–xxviii.
 32. Приходько КГ, Боцула ОВ, Зозуля ВО. Особливості розвитку ударної іонізації в напівпровідникових сполуках InGaN та InAlN. *Вісник Харківського Національного Університету Імені ВН Каразіна*. 2021 Червень 30;(34):19–28.
 33. Vurgaftman I, Meyer JR, Ram-Mohan LR. Band parameters for III–V compound semiconductors and their alloys. *Journal of Applied Physics*. 2001 Jun 1;89(11):5815–75.
 34. Adachi S. *Properties of semiconductor alloys: Group-IV, III-V and II-VI Semiconductors*. John Wiley & Sons; 2009.
 35. Iniguez-De-La-Torre A, Íñiguez-De-La-Torre I, Matéos J, González T, Sangaré P, Faucher M, et al. Searching for THz Gunn oscillations in GaN planar nanodiodes. *Journal of Applied Physics*. 111(11).
 36. Rolland PA, Friscourt, Salmer G, Constant E. Theoretical study of 100 GHz GaAs transferred-electron devices. *Journal De Physique Colloque*. 1981 Oct 1;42(C7):C7-176.

REFERENCES

1. Kiarash Ahi, Anwar M. Advanced terahertz techniques for quality control and counterfeit detection. *Proceedings of SPIE*. 2016 May 26.
2. Wei L, Yu L, Jiaoqi H, Guorong H, Yang Z, Weiling F. Application of terahertz spectroscopy in biomolecule detection. *Frontiers in Laboratory Medicine*. 2018 Dec;2(4):127–33.

3. Vafapour Z, Keshavarz A, Ghahraloud H. The potential of terahertz sensing for cancer diagnosis. *Heliyon*. 2020 Dec 3 ;6(12): e05623.
4. Arnone DD, Ciesla CM, A. Corchia, Shunji Egusa, Pepper M, Chamberlain JM, et al. Applications of terahertz (THz) technology to medical imaging. *Proceedings of SPIE*. 1999 Sep 9.
5. Oshima N, Hashimoto K, Suzuki S, Asada M. Wireless data transmission of 34 Gbit/s at a 500-GHz range using resonant-tunnelling-diode terahertz oscillator. *Electronics Letters*. 2016 Oct 27;52(22):1897–8.
6. Abdullah Al-Khalidi, Wang J, Wasige E. Compact J-band Oscillators With 1mW RF output Power and Over 110 GHz Modulation Bandwidth. *Enlighten: Publications (The University of Glasgow)*. 2018 Sep 1.
7. Appleby R, Wallace HB. Standoff Detection of Weapons and Contraband in the 100 GHz to 1 THz Region. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2007 Nov;55(11):2944–56.
8. Song HJ, Tadao Nagatsuma. *Handbook of Terahertz Technologies*. CRC Press; 2015.
9. Isogawa T, Kumashiro T, Song HJ, Ajito K, Kukutsu N, Iwatsuki K, et al. Tomographic Imaging Using Photonically Generated Low-Coherence Terahertz Noise Sources. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. 2012 Sep;2(5):485–92.
10. Chan WL, Deibel J, Mittleman DM. Imaging with terahertz radiation. *Reports on Progress in Physics*. 2007 Jul 12;70(8):1325–79.
11. Vitiello MS, Alessandro Tredicucci. Physics and technology of Terahertz quantum cascade lasers. *Advances in physics: X*. 2021 Jan 1;6(1).
12. Khalatpour A, Paulsen A, Deimert C, Wasilewski ZR, Hu Q. High-power portable terahertz laser systems. *Nature Photonics*. 2020 Nov 2;15(1):16–20.
13. Izumi R, Suzuki S, Asada M. 1.98 THz resonant-tunneling-diode oscillator with reduced conduction loss by thick antenna electrode. 2017 Aug 1.
14. Dai Y, Lu Z, Ye Q, Dang J, Zhao S, Lei X, et al. Study of $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ Homotype Heterojunction IMPATT Diodes. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2021 Nov 1;68(11):5469–75.
15. Xiu-sheng L, Yang L, Zhang X, Ma X, Hao Y. $\text{GaN}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ heterostructure IMPATT diode for D-band applications. *Applied Physics A*. 2019 Feb 23;125(3).
16. Sze SM. *Modern Semiconductor Device Physics*. Wiley-Interscience; 1998.
17. Sze SM, Ng KK. *Physics of semiconductor Devices*. John Wiley & Sons; 2006.
18. Eisele H, Naftaly M, Fletcher JR, Steenson DP, Stone MR. The Study of Harmonic-Mode Operation of GaAs TUNNETT Diodes and InP Gunn Devices Using a Versatile Terahertz Interferometer. *Proceedings of the 15th International Symposium on Space Terahertz*. 2004 Jan 1;336.
19. Hajo AS, Oktay Yilmazoglu, A. Dadgar, Franko Küppers, Kusserow T. Reliable GaN-Based THz Gunn Diodes With Side-Contact and Field-Plate Technologies. *IEEE Access*. 2020 Jan 1; 8:84116–22.
20. Storozhenko IP. Frequency characteristics of diodes with intervalley electron transfer that are based on variband $\text{In}_{x(z)}\text{Ga}_{1-x(z)}\text{As}$ with various cathode contacts. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2007 Oct 1;52(10):1158–64.
21. Storozhenko IP. $\text{InP}_{1-x(z)}\text{As}_{x(z)}$ Variband Gunn Diodes with Different Cathode Contacts. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2007;66(19):1775–90.
22. Shur MS. *GaAs Devices and Circuits*. Springer eBooks. 1987.
23. Khalid A, Pilgrim NJ, Dunn GM, Holland M, Stanley CR, Thayne I, et al. A Planar Gunn Diode Operating Above 100 GHz. *IEEE Electron Device Letters*. 2007 Oct 1;28(10):849–51.
24. Montes M, Dunn GM, Stephen A, Khalid A, Li C, David, et al. Reduction of Impact Ionization in GaAs-Based Planar Gunn Diodes by Anode Contact Design. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2012 Mar 1;59(3):654–60.
25. Botsula OV, Zozulia VO. Energy and Frequency Properties of Planar n^+-n-n^+ Diodes with Active Side Boundary. *Journal of Nano-and electronic Physics*. 2021 Jan 1;13(6):06028-4.
26. Zozulia VO, Botsula OV, Prykhodko KH, Sanin S, Katrich G, Fedosova S. Planar GaAs-InGaAs Heterostructure for Generation in Long Wave Part of Terahertz Range. 2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). 2022 Oct 3.
27. Botsula OV, Zozulia VO. Generation of THz Oscillations by Diodes with Resonant Tunneling Boundaries. *Journal of Nano-and electronic Physics*. 2020 Jan 1;12(6):06037-4.
28. Brennan KF, Mansour NS. Monte Carlo calculation of electron impact ionization in bulk InAs and HgCdTe. *Journal of Applied Physics*. 1991 Jun 1;69(11):7844–7.
29. Botsula OV, Prykhodko KH, Zozulia VO. Impact ionization in graded gap transferred electron diode. 2021 IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON). 2021 Aug 26.
30. Birdsall CK, Fuss D. Clouds-in-clouds, clouds-in-cells physics for many-body plasma simulation. *Journal of Computational Physics*. 1969 Apr 1;3(4):494–511.
31. Joppich W, Mijalković S. Multigrid methods for process simulation. *Microelectronics Journal*. 1995 Mar 1;26(2–3):xxvii–xxviii.
32. Приходько КГ, Боцула ОВ, Зозуля ВО. Особливості розвитку ударної іонізації в напівпровідникових сполуках InGaN та InAlN . Вісник Харківського Національного Університету Імені ВН Каразіна. 2021 Червень 30;(34):19–28.

33. Vurgaftman I, Meyer JR, Ram-Mohan LR. Band parameters for III–V compound semiconductors and their alloys. *Journal of Applied Physics*. 2001 Jun 1;89(11):5815–75.
34. Adachi S. Properties of semiconductor alloys: Group-IV, III-V and II-VI Semiconductors. John Wiley & Sons; 2009.
35. Iniguez-De-La-Torre A, Íñiguez-De-La-Torre I, Matéos J, González T, Sangaré P, Faucher M, et al. Searching for THz Gunn oscillations in GaN planar nanodiodes. *Journal of Applied Physics*. 111(11).
36. Rolland PA, Friscourt, Salmer G, Constant E. Theoretical study of 100 GHz GaAs transferred-electron devices. *Journal De Physique Colloque*. 1981 Oct 1;42(C7):C7-176.

Стаття надійшла до редакції: 30 жовтня 2023 р.

Рекомендовано до друку: 1 грудня 2023 р.

THE IMPACT OF DOPING ON THE EFFICIENCY OF GAAS –DIODE WITH ACTIVE GRADED GAINAS SIDE BORDER

V. O. Zozulia, O. V. Botsula, K. H. Prykhodko

V. N. Karazin Kharkiv National University, 61022, Kharkiv, Svobody square, 4

Background. The development of modern communication, security, and medical systems requires compact terahertz radiation sources that can operate under normal conditions. One of the most promising devices is solid-state electronics, namely, Gunn diodes. Gunn diodes are quite miniature devices capable of generating microwave current oscillations under normal conditions, but to generate in the sub-terahertz and terahertz range, they need to be modified to eliminate physical limitations that prevent generation in these ranges.

Purpose of Work. The aim of this work is to study the effect of the dopant concentration on the static and dynamic characteristics of a planar Gunn diode with a graded gap active side boundary.

Techniques and Methodology. To obtain the characteristics of the diode, the charge transfer processes in it are numerically modeled using the ensemble Monte Carlo method, taking into account all relevant scattering mechanisms and the process of shock ionization. The paper calculates the current density dependences at different values of the DC voltage across the diode, and determines the efficiency and AC power optimized by the operating voltage across the diode when the diode is in the generation mode. All calculations are carried out for different concentrations of the donor impurity in the diode channel and in the active side boundary at the resonator frequencies of 200 GHz and 250 GHz.

Results: The existence of optimal concentrations and the ratio between the concentrations in the diode channel and the side boundary are shown. The maximum value of efficiency corresponds to a concentration in the channel of about 10^{17} cm^{-3} and the concentration of the donor doping in the active side boundary of $2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ at frequency 250 GHz are demonstrated.

Conclusions: Optimal doping concentration for Gunn diode of $1,28 \text{ }\mu\text{m}$ with a graded gap active side boundary is above 10^{17} cm^{-3} in diode channel, and at about $2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ in ASB. It is possible to give optimal generation condition at maximal frequency of diode.

KEY WORDS: transferred electron effect, active side boundary, molar fraction, graded gap, impact ionization, scattering, numerical simulation, sub-terahertz range.

The article was received by the editors: October 30 2023.

The article is recommended for printing: December 1 2023

Оригінальна стаття

<https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-04>

УДК 550.3

Ю. Б. МИЛОВАНОВ, канд. фіз.-мат. наук, с.н.с.

e-mail: hobit1957@gmail.com

В. Л. ДОРОХОВ, н.с.

e-mail: vasiliy.l.dorohov@karazin.uaХарківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
майдан Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

МЕТОД БЕССЕЛЯ В ДОСЛІДЖЕННІ ВПЛИВУ СОНЯЧНОГО ЗАТЕМНЕННЯ НА ІОНОСФЕРУ

Актуальність. Сонячне затемнення (СЗ) є глобальним збурюючим чинником, який суттєво змінює характеристики іоносфери. Як відомо, іоносфера впливає на поширення радіохвиль усіх діапазонів, а значить на роботу навігаційних і радіоастрономічних систем, радарів, на телекомунікацію, на дистанційне зондування навколоземного простору. Тому дослідження впливу СЗ на іоносферу є важливою задачею, яка у загальному вигляді складається з астрономічної і іоносферної частин роботи.

Мета цієї роботи – викладення елементів методик астрономічних розрахунків, розроблених для іоносферних досліджень, і опис результатів застосування цих методик для вивчення впливу СЗ на іоносферу.

Методи і методологія. Методики розроблені на базі методу Бесселя, який дозволяє істотно спростити розрахунки, використовуючи поняття фундаментальної площини.

Результати. Одержані аналітичні співвідношення для сліду місячної тіні на земній поверхні, фази затемнення, а також відносної освітленості в точці вимірювання. З використанням розроблених методик оптимально вибрані GPS-станції і прольоти супутників поточного угруповання супутників, встановлені час затримки основного відгуку іоносфери, який склав приблизно 30–40 хв, та залежність між величиною фази затемнення і зміною повного електронного вмісту (ПЕВ). Для фази затемнення 0.7 падіння ПЕВ склало 3.5 TECU або 19%.

Висновки. Розроблені методики дозволяють підвищити ефективність досліджень впливу СЗ на іоносферу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: іоносфера, сонячне затемнення, метод Бесселя, повний електронний вміст, ПЕВ, фаза затемнення, дистанційне зондування, GPS, відносна освітленість.

Як цитувати: Милованов ЮБ, Дорохов ВЛ. Метод Бесселя в дослідженні впливу сонячного затемнення на іоносферу. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2023; 39:36-59. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-04>

In cites: Mylovanov YuB, Dorokhov VL. Bessel's method in study of solar eclipse influence on the ionosphere. Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University, series "Radio Physics and Electronics". (In Ukrainian). 2023; 39:36-59. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-04>

ВСТУП

Впливу сонячного затемнення (СЗ) на іоносферу, тобто впливу перекриття потоку сонячного випромінювання, що падає на іоносферу, присвячено багато робіт, див., наприклад, [1–20] і бібліографію в них. Відгук іоносфери на СЗ проявляється різноманітно, оскільки залежить від багатьох чинників, і це різноманіття постійно розширюється при виконанні нових здійснюваних різними методами досліджень. Значущість вивчення іоносфери визначається її впливом на поширення радіохвиль усіх діапазонів, а значить впливом на роботу навігаційних і радіоастрономічних систем, радарів, на телекомунікацію, на дистанційне зондування навколоземного простору. СЗ є глобальним збурюючим чинником, який змінює характеристики іоносфери, і тому вивчення впливу СЗ на іоносферу є важливою задачею. У загальному вигляді дослідження реакції іоносфери на СЗ складається з астрономічної і іоносферної частин роботи.

Астрономічна частина забезпечує визначення просторово-часових характеристик СЗ, тобто геометрію СЗ і її змінення в часі. Набір основних характеристик СЗ включає в себе час початку і час закінчення СЗ, час настання і тривалість максимальної фази, залежність фази (magnitude) і відносної площі затемнення (obscuration) від часу, просторові і часові характеристики тінювого (umbra) і напівтінювого (penumbra) конусів місячної тіні, що пронизують атмосферу, впливають на її характеристики і дають тінь на поверхні Землі, мінімальну відстань осі конусів від центру Землі (γ), лінії фази на поверхні Землі, найбільший діаметр місячної тіні і швидкість її руху по поверхні, висоту Сонця над горизонтом і його азимут, і ще багато інших параметрів [21–32]. Для випадків відсутності СЗ на поверхні Землі, але наявності в іоносфері, тобто для суто іоносферних СЗ, важливі також такі характеристики, як просторове

розташування конусів тіні над поверхнею Землі, величина об'єму і довжина області перетину конусів з іоносферою, інші специфічні параметри. У роботах [17–19] акцентується увага на важливість урахування геометрії СЗ для правильної інтерпретації дії СЗ на навколоземне середовище.

Іоносферна частина дослідження включає в себе визначення протягом затемнення просторових і часових характеристик іоносфери будь-яким поєднанням відомих методів, порівняння цих характеристик з результатами, отриманими в незбурені періоди і в періоди попередніх СЗ, прийняття до уваги геофізичних умов і космічної погоди, аналіз і узагальнення результатів, створення моделей іоносфери, що враховують вплив СЗ [1–20].

Астрономічне вивчення СЗ триває вже тисячоліття [33, 34]. Давні передбачення затемнень, до Кеплера, робилися на основі саросу або інших аналогічних періодів. Кеплер перший розробив метод, заснований на використанні положень Сонця і Місяця, що даються таблицями руху цих світил. До теперішнього часу розроблено багато методів передобчислення випадків затемнень і розрахунку їх характеристик. Умовно ці методи можна розділити на проєктивні, геометричні і аналітичні [21–32], в [26] у списку літератури до розділу 'Eclipses and transits' є посилання на присвячені теорії затемнень джерела, в яких наведені короткі огляди і порівняння методів розрахунку, викладені основи аналітичної теорії СЗ. У сьогоденні, у час комп'ютерних технологій, для обчислення сонячних затемнень найчастіше використовуються аналітичні методи, які дають повнішу картину, дозволяють з усіма подробицями прослідкувати пересування конусів місячної тіні і півтіні по земній поверхні і по іоносфері, забезпечують більшу точність в рішеннях, а якщо висока точність не потрібна, без утруднень допускають належні спрощення.

Дослідження впливу СЗ на іоносферу ведеться з початку двадцятого століття, але і досі в цьому питанні немає достатньої ясності, не створені адекватні загальноприйняті моделі іоносфери, що враховують вплив затемнень, у тому числі затемнень, які не дають тіні на поверхні Землі, але дають тінь в іоносфері [1–20]. Вивчення відгуку іоносфери на СЗ активно триває. При розробці власних методик обробки іоносферних експериментальних даних, які отримані в періоди СЗ, при складанні алгоритмів і написанні програм для аналізу впливу СЗ на іоносферу не потрібно знову повторювати усі відомі астрономічні викладення і виводи. Як відомо, максимальне використання готових рішень, це один з принципів основ наукових досліджень. Проте дуже важливо розуміти і уміти адаптувати до своїх завдань наявні готові методи, алгоритми і програми астрономічних розрахунків з урахуванням конкретних особливостей вирішуваної дослідницької задачі. Власні програмні реалізації готових алгоритмів створюються при необхідності в ході дослідження мати повний контроль над усіма деталями реалізації.

Велика кількість астрономічних методів конкретизована в опублікованих алгоритмах і програмах. Готові рішення, у тому числі для розрахунків СЗ, можна знайти, наприклад, в [29–32, 35–51]. На сайті [35] наведені алгоритми і тексти підпрограм астрономічної бібліотеки SOFA (Standards Of Fundamental Astronomy), що розробляється під керівництвом Міжнародного Астрономічного Союзу (International Astronomical Union, IAU). При створенні SOFA ставилося завдання підготовки набору точних, надійних, відкритих, простих у використанні, функціонально закінчених модулів, що не залежать від іншого програмного забезпечення, від операційних систем, від апаратного забезпечення, і що надаються з необхідною документацією. Підпрограми SOFA на сайті [35] доступні на двох мовах програмування – Fortran77 і ANSI C. Є і інші реалізації цієї бібліотеки, наприклад, на мові системи MATLAB [47]. Бібліотека призначена для використання при написанні власних закінчених астрономічних застосунків.

Для тестування астрономічних модулів в програмах, що створюються для вивчення впливу СЗ на іоносферу [18], також використовуються готові рішення, тобто дані із збірників, які заслуговують довіри, канонів сонячних затемнень, підготовлених в NASA [29–32]. У канонах, як правило, для певного інтервалу часу для кожного СЗ наводяться найбільш важливі характеристики, а також додаються карти з відображенням центральних ліній, ліній фази і інших елементів СЗ. Пояснення до таких карт можна знайти, наприклад, в [33], а також на сайтах [45, 46]. У роботі [29] ще знаходяться елементи Бесселя для усіх СЗ в інтервалі часу 1898–2510 рр., а в [32] для СЗ в інтервалі часу 1951–2200 рр.

Інтернет-ресурси слід зазначити окремо, як важливе і найбільш оперативне джерело інформації для досліджень, для отримання доступу до готових рішень. У [45, 46, 52, 53] наведені великі переліки Інтернет-ресурсів, що мають відношення до затемнень і інших астрономічних розрахунків.

Серед методів передобчислення випадків СЗ і розрахунку їх характеристик особливе місце займає метод, розроблений на початку дев'ятнадцятого століття видатним астрономом і математиком Бесселем. Надалі цей метод отримав розвиток у інших авторів [21–25]. Рішення виявилось настільки вдалим, що застосовується і нині [26–28], оскільки дозволяє істотно спростити розрахунки, використовуючи поняття так званої фундаментальної площини (ФП).

У сучасному використанні методу Бесселя при дослідженні реакції іоносфери на СЗ можна виділити три послідовні кроки: перший, це передбачення (передобчислення) випадку СЗ і визначення для цього випадку так званих елементів Бесселя у фундаментальній площині для моменту максимальної фази;

другий, це за результатами першого кроку розрахунок елементів Бесселя у ФП в необхідному інтервалі часу; третій, це по отриманим в другому кроці даним обчислення характеристик СЗ для довільних точок на поверхні Землі і в іоносфері.

Практично при дослідженні впливу СЗ на іоносферу можна застосовувати наступний підхід. Використовуючи готові результати виконання першого кроку, які можна знайти на сайті NASA [45] і на сайті EclipseWise [46], виконувати другий і третій кроки, а потім досліджувати іоносферу. Застосовування вищеназваних готових результатів спрощує роботу, проте такий підхід має і істотний недолік: на цих сайтах наводяться результати розрахунків для СЗ на поверхні Землі, для чисто іоносферних СЗ дані не публікуються, а ці СЗ також викликають збурення іоносфери, причому при проходженні конусів місячної тіні повз поверхні Землі, конуси перетинаються з іоносферою на більшому протязі, і відображувати проекцію цього збуреного об'єму іоносфери на поверхню треба, мабуть, не лінією, а площею, і, відповідно, при необхідності, шукати не окремі магнітоспряжені точки, а область спряжених точок.

Використовуючи метод Бесселя та при розрахунках вибираючи відповідним чином радіус планети, можна знайти слід місячної тіні, розрахувати фази і відносної площі затемнення на довільній висоті в довільній точці навколосемного простору, зокрема, в точці вимірювання повного електронного вмісту (ПЕВ) на висоті F_2 -шару іоносфери. Про важливість дослідження не лише тих СЗ, які дають тінь на поверхні Землі, але і суто іоносферних СЗ, а також про важливість урахування перекриття Місяцем потоку не лише видимого оптичного випромінювання Сонця, але і потоку ультрафіолетового випромінювання і потоку корпускул відомо дуже давно [1, 2, 26]. У роботі [26] наводяться посилання на джерела з даними про іоносферні і про корпускулярні СЗ, а в [17] для одного і того ж інтервалу часу 1986–2035 рр. по канону наведено кількість СЗ на поверхні Землі – 109, і кількість розрахованих додаткових суто іоносферних СЗ – 39. Для знаходження іоносферних СЗ верхня межа іоносфери вважалася рівною 1500 км, що в розрахунках відповідає збільшенню радіуса Землі на 23,5%. Чисто іоносферні СЗ дають додаткові можливості експериментальних досліджень реакції іоносфери на СЗ. Крім того, урахування суто іоносферних СЗ може допомогти правильно інтерпретувати результати вимірювання в інтервалах часу без СЗ на поверхні Землі. Щоб враховувати вплив на іоносферу СЗ обох видів, дослідникам іоносфери потрібно або мати доступ до джерела з даними для суто іоносферних СЗ, або виконувати астрономічні розрахунки самостійно.

Для виявлення реакції іоносфери на СЗ використовуються різні методи. У двадцять першому столітті отримали популярність методи вимірювання ПЕВ за допомогою сигналів навігаційних супутників, зокрема, супутників GPS, див., наприклад, [3–6, 12–14, 16, 18–20] і бібліографію в них. У цих методах вимірюється похилий ПЕВ уздовж променя супутник-приймач. Основний вклад в значення ПЕВ вносить відносно тонкий сферичний шар максимальної електронної концентрації, F_2 -шар іоносфери, тому часто використовується так звана модель 'тонкого шару'. Оскільки ПЕВ є інтегральною характеристикою, то для зіставлення величини ПЕВ конкретній точці простору уся іоносфера розглядається як сферичний шар нульової товщини, розташований на фіксованій висоті, і вважається, що ПЕВ, вимірюваний уздовж променя, формується в одній точці, точці перетину цим променем сферичного шару. Цю точку називають точкою вимірювання або іоносферною точкою (Ionospheric Pierce Point, IPP). Проекція іоносферної точки на поверхню Землі визначає підіоносферну точку, географічні координати якої співпадають з координатами іоносферної точки. При русі супутників під час вимірювання іоносферні точки утворюють траєкторії, скорочено ці траєкторії назвемо прольотом. Методика розрахунку ПЕВ, використовувана на кафедрі космічної радіофізики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, наведена в [4].

Для дослідження причин і динаміки іоносферних збурень при СЗ корисно знати стан усіх доступних супутніх чинників, враховувати геофізичні умови і космічну погоду. Зокрема, при сонячному затемненні важливо знати в точці вимірювання рівень освітленості і фазу затемнення. Це істотно доповнює опис особливостей зміни ПЕВ впродовж СЗ.

Для інтерпретації результатів спостережень за іоносферними ефектами СЗ потрібні методики розрахунку фази затемнення і рівня освітленості в точках вимірювання, що покриваються тінню, методики розрахунку траєкторії і швидкості руху місячної тіні по поверхні планети, величини об'єму і протяжності збуреної області іоносфери, а також методики визначення багатьох інших характеристик.

Мета цієї роботи – викладення елементів методик астрономічних розрахунків, розроблених для іоносферних досліджень, і опис результатів застосування цих методик для вивчення впливу СЗ на іоносферу.

ОПИС СОНЯЧНОГО ЗАТЕМНЕННЯ В МЕТОДІ БЕССЕЛЯ

Модель Землі і елементи Бесселя

При вивченні впливу СЗ на іоносферу скористаємося методом Бесселя для розрахунку місця і часу затемнення [21–29]. Як вже відзначалося у вступі, в основі методу лежить фундаментальна площина (ФП), що є моделлю Землі у вигляді площини, і елементи Бесселя – набір величин, що є інваріантом по

відношенню до спостерігача, і які характеризують затемнення у власній бесселевій рухомій геоцентричній прямокутній системі координат X, Y, Z . Позначимо одиничні вектори осей як $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ (Рис. 1).

Планеті Земля в Сонячній системі в першому наближенні властиві два рухи: обертання навколо власної осі і рух навколо Сонця. ФП відслідковує рух Землі навколо Сонця і з часом змінює свою орієнтацію так, щоб завжди 'дивитися на Сонце'. ФП, тобто площина XU , проходить через центр Землі, а її нормаль, вісь Z , позитивна у напрямі Місяця і завжди орієнтується так, щоб вісь залишалася паралельною осі конусів місячної тіні. Вісь Z завжди проходить близько від центру Сонця: для будь-якого моменту часу сферичні координати точки z , в якій ця вісь перетинає небесну сферу, відрізняються від геоцентричних координат центру Сонця не більш, ніж на $14''$. Вісь X є лінією перетину ФП з площиною земного екватора, тому завжди лежить в площині екватора. Спрямована вісь X на схід, а вісь Y – в північну півкулю.

Під час затемнення із-за невеликого нахилу орбіти місяця до площини екліптики, близько 5° , вісь конусів місячної тіні, що є продовженням лінії, яка сполучає центри Сонця і Місяця, може проходити вище і нижче площини екліптики, а також співпадати з цією площиною. У разі, якщо вісь конусів тіні лежить в площині екліптики, ФП перпендикулярна до цієї площини. У інших випадках ФП трохи нахилена до площини екліптики.

При сонячному затемненні Місяць відкидає два співвісні кругові конуси півтіні і тіні. Перетин конусів тіні з ФП утворює на площині XU два концентричні кола з центром в точці P з координатами x, y (Рис. 1, 2, 3a).

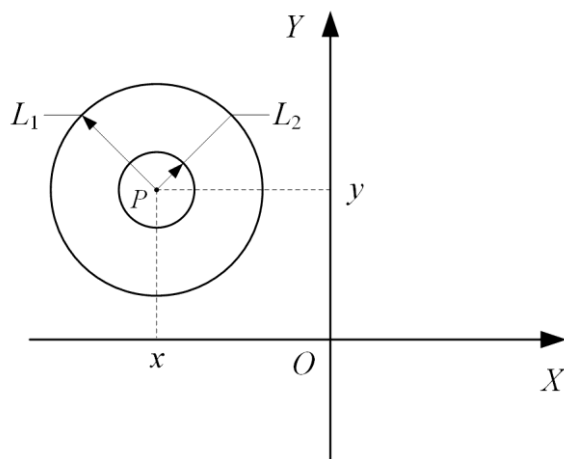


Рис.3а. Переріз місячної тіні фундаментальною площиною. Позначення: L_1 – радіус півтіні; L_2 – радіус тіні; P – точка перетину осі місячної тіні з фундаментальною площиною

Fig. 3a. Cross-section of the lunar shadow by the fundamental plane. Symbols: L_1 - radius of penumbra; L_2 - radius of shadow; P - point of intersection of the lunar shadow axis with the fundamental plane

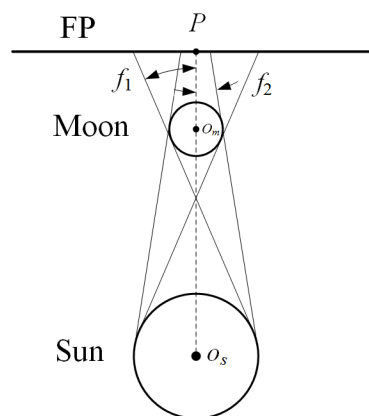


Рис. 3б. Взаємне розташування Сонця, Місяця, фундаментальної площини і конусів місячної тіні під час затемнення (не у масштабі). Позначення: FP – фундаментальна площина; Moon – Місяць; Sun – Сонце; PO_mO_s – вісь місячної тіні; f_1, f_2 – кути між твірними конусів півтіні і тіні і віссю місячної тіні

Fig. 3b. Relative positions of the Sun, Moon, fundamental plane, and lunar shadow cones during the eclipse (not to scale). Abbreviations: FP - fundamental plane; Moon - Moon; Sun - Sun; PO_mO_s - lunar shadow axis; f_1, f_2 - angles between the cones of penumbra and shadow and the lunar shadow axis

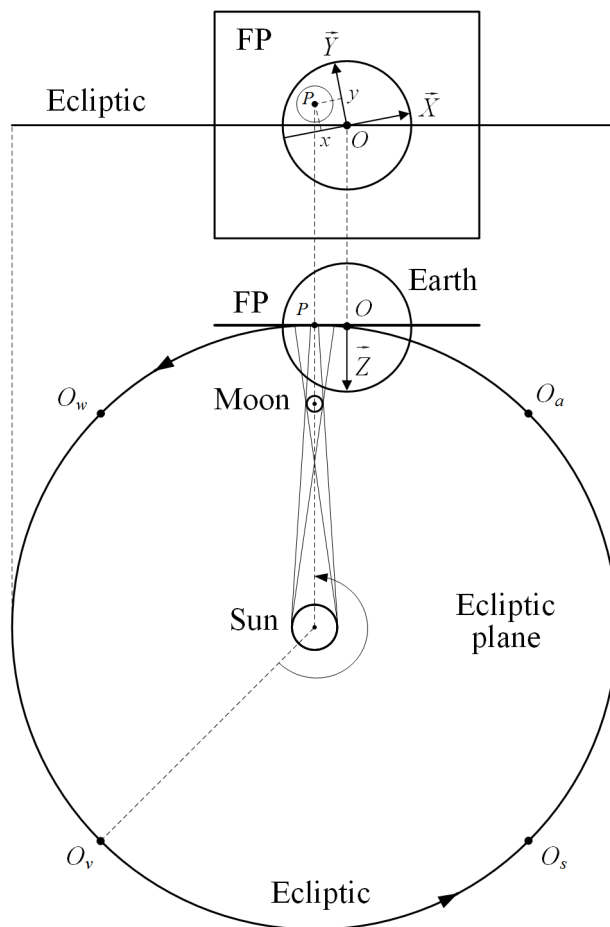


Рис. 1. Взаємне розташування Сонця, Місяця, Землі, фундаментальної площини і площини екліптики під час затемнення (не у масштабі); верхня частина рисунка – вид на фундаментальну площину з боку Сонця. Позначення: FP – фундаментальна площина; Ecliptic plane – площина екліптики; Sun – Сонце; Moon – Місяць; Earth – Земля; O_v , O_s , O_a , O_w – центр Землі в моменти часу весняного рівнодення, літнього сонцестояння, осіннього рівнодення, зимового сонцестояння відповідно; O – центр Землі під час затемнення; $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$ – одиничні вектори бesselової системи координат; P – точка перетину осі місячної тіні з фундаментальною площиною; x , y – декартові координати точки P в бesselовій системі координат

Fig. 1. Relative positions of the Sun, Moon, Earth, the fundamental plane, and the ecliptic plane during an eclipse (not to scale); top part of the figure is a view of the fundamental plane from the Sun. Abbreviations: FP - fundamental plane; Ecliptic plane - plane of the ecliptic; Ecliptic - ecliptic; Sun - Sun; Moon - Moon; Earth - Earth; O_v , O_s , O_a , O_w - center of the Earth at the vernal equinox, summer solstice, autumnal equinox, winter solstice, respectively; O - the center of the Earth during an eclipse; $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$ - unit vectors of the Bessel coordinate system; P - the point of intersection of the lunar shadow axis with the fundamental plane; x , y - Cartesian coordinates of point P in the Bessel coordinate system

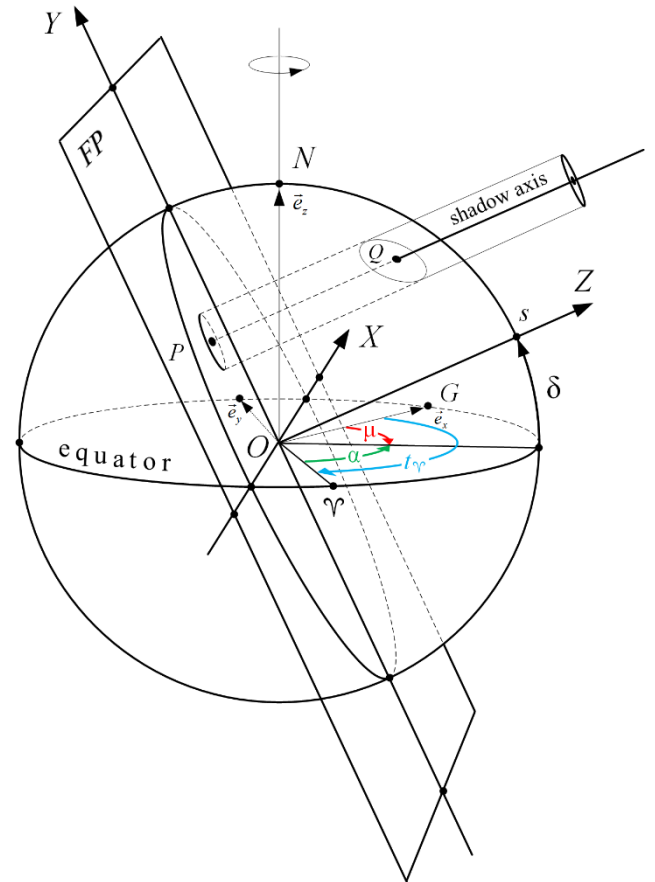


Рис. 2. Фундаментальна площина в екваторіальній системі координат. Позначення: FP – фундаментальна площина; O – центр Землі; equator – екватор Землі; N – Північний полюс; X , Y , Z – бesselова система координат; $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ – одиничні вектори нерухомої геоцентричної декартової системи координат; G – точка перетину гринвіцького (нульового) меридіана з екватором; $\mathcal{V}$ – точка перетину напрямку на точку весняного рівнодення з екватором Землі; δ – схилення осі місячної тіні на небесній сфері; α – пряме сходження осі місячної тіні на небесній сфері; μ – годинний кут осі місячної тіні на небесній сфері; t_γ – гринвіцький годинний кут точки весняного рівнодення; s – точка перетину осі Z з поверхнею Землі; shadow axis – вісь місячної тіні; Q – точка перетину осі місячної тіні з поверхнею Землі; P – точка перетину осі місячної тіні з фундаментальною площиною

Fig. 2. The fundamental plane in the equatorial coordinate system. Notation: FP - fundamental plane; O - center of the Earth; equator - equator of the Earth; N - North Pole; X , Y , Z - Bessel coordinate system; $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ - unit vectors of the fixed geocentric Cartesian coordinate system; G is the point of intersection of the Greenwich (zero) meridian with the equator; $\mathcal{V}$ is the point of intersection of the direction to the vernal equinox with the Earth's equator; δ is the declination of the moon shadow axis on the celestial sphere; α is the direct ascension of the lunar shadow axis on the celestial sphere; μ is the hourly angle of the lunar shadow axis on the celestial sphere; t_γ is the Greenwich hourly angle of the vernal equinox; s is the point of intersection of the Z axis with the Earth's surface; shadow axis is the lunar shadow axis; Q is the point of intersection of the lunar shadow axis with the Earth's surface; P is

the point of intersection of the lunar shadow axis with the fundamental plane

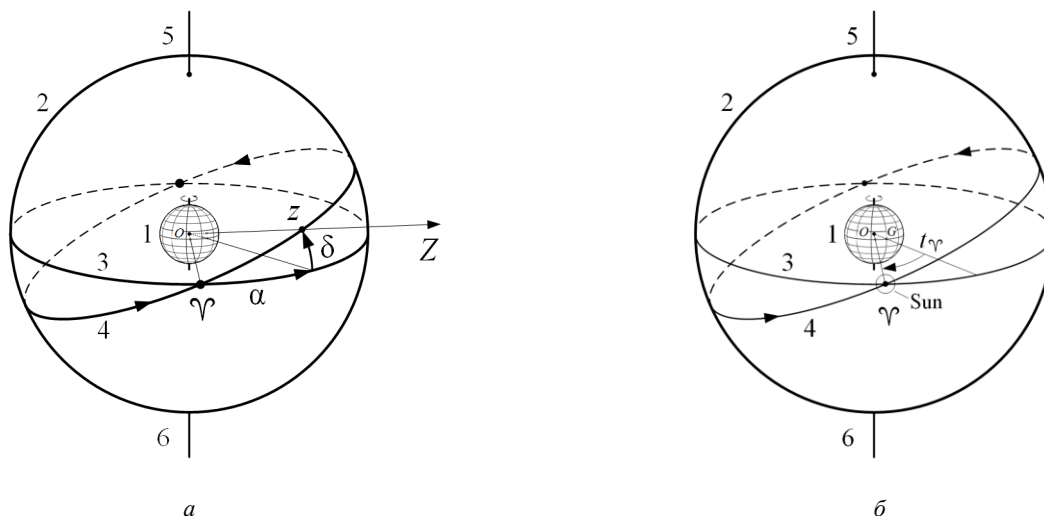


Рис. 4. а – взаємне розташування Землі, точки весняного рівнодення $\mathcal{V}$ і точки z під час затемнення; б – схема проходження Сонцем точки весняного рівнодення, на рисунку цей момент, $t_{\mathcal{V}}$, зафіксований в кутових координатах. Позначення: 1 – Земля; 2 – небесна сфера; 3 – небесний екватор; 4 – екліптика; 5, 6 – вісь світу; $\mathcal{V}$ – точка весняного рівнодення на небесній сфері; z – точка перетину осі Z бесселевої системи координат з небесною сферою; α – пряме сходження точки z ; δ – схилення точки z ; O – центр Землі; G – точка перетину гринвіцького (нульового) меридіана з екватором Землі. На екліптиці стрілками показаний напрям видимого річного руху Сонця по небесній сфері

Fig. 4. a - relative position of the Earth, the vernal equinox $\mathcal{V}$ and the point z during the eclipse; b - diagram of the Sun's passage through the vernal equinox, in the figure this moment, $t_{\mathcal{V}}$, is fixed in angular coordinates. Notation: 1 - Earth; 2 - celestial sphere; 3 - celestial equator; 4 - ecliptic; 5, 6 - world axis; $\mathcal{V}$ - the point of vernal equinox on the celestial sphere; z - the point of intersection of the Z -axis of the Bessel coordinate system with the celestial sphere; α - direct ascension of the point z ; δ - declination of the point z ; O - the center of the Earth; G - the point of intersection of the Greenwich (zero) meridian with the Earth's equator. On the ecliptic, arrows show the direction of the apparent annual motion of the Sun in the celestial sphere

Нехай $R_{\oplus} = 6378$ км – екваторіальний радіус Землі [55]. Бесселеві елементи СЗ описують геометричне положення місячної тіні по відношенню до ФП і визначені таким чином:

x, y – декартові координати точки P , точки перетину осі місячної тіні з фундаментальною площиною, в одиницях $R_{\oplus}$, Рис. 1, 2, 3а;

δ – схилення осі тіні Місяця на небесній сфері в градусах, Рис. 2, 4а;

μ – годинний кут осі тіні місяця на небесній сфері в градусах, Рис. 2, 6, 7;

L_1, L_2 – радіуси півтіні і тіні місяця на ФП в одиницях $R_{\oplus}$, Рис. 3а;

f_1, f_2 – кути між твірними конусів півтіні і тіні і віссю місячної тіні в градусах, Рис. 3б.

При публікації бесселевих елементів для практичного використання, зазвичай замість прямого сходження α точки z (точки перетину осі Z бесселевої системи координат з небесною сферою), використовується гринвіцький годинний кут μ цієї точки, пов'язаний з її прямим сходженням α простим співвідношенням [27, 45, 46]: $\mu = t_{\mathcal{V}} - \alpha$, де $t_{\mathcal{V}}$ – це гринвіцький годинний кут точки весняного рівнодення, виражений в годинній мірі; α – пряме сходження точки z , яке дорівнює кутовій відстані по небесному екватору в годинній мірі від точки весняного рівнодення до кола схилення світила; як вже відзначалося вище, сферичні координати точки z відрізняються від геоцентричних координат центру Сонця не більш, ніж на $14''$, тому далі ми не розрізнятимемо напрям на точку z і напрям на Сонце.

Екваторіальні координати точки z , пряме сходження α і схилення δ (Рис. 4а), із-за добового обертання Землі не змінюються, проте вони безперервно змінюються внаслідок руху Сонця по екліптиці, що прямо впливає на орієнтацію фундаментальної площини, тобто площини XU бесселевої системи координат (Рис. 2). У точці весняного рівнодення пряме сходження і схилення Сонця дорівнюють нулю (Рис. 4б).

Бесселеві елементи визначають хід затемнення у фундаментальній площині, не залежать від положення спостерігача і можуть бути обчислені для кожного затемнення за часом. Часова залежність елементів Бесселя на протязі СЗ досить точно описується кубічними поліномами. Значення поліноміальних коефіцієнтів періодично публікуються в [45, 46].

Параметри x , y , L_1 , L_2 , f_1 , f_2 визначаються взаємним розташуванням небесних тіл: Землі, Місяця і Сонця, а також видимим розміром Місяця. Параметри δ і μ пов'язані з обертанням Землі навколо своєї осі, нахилом осі до площини екліптики і рухом Землі навколо Сонця.

Як приклад візьмемо часткове сонячне затемнення 124-го саросу, яке сталося 25 жовтня 2022 р. Значення поліноміальних коефіцієнтів для обчислення елементів Бесселя для цього СЗ наведені в Табл. 1 [46].

У момент часу t_1 (десяткові години) кожен бesselев елемент a оцінюється кубічним поліномом

$$a = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3,$$

де: $a = x, y, \delta, L_1, L_2$, або μ ; $t = t_1 - t_0$ (десяткові години), $t_0 = 11.000$ TDT.

Час задається в шкалі TDT (Terrestrial Dynamical Time), є атомним часом, вільним від нерівномірності сонячного часу; використовується в теоріях руху тіл в Сонячній системі.

Поправка TDT часу ΔT до UT1 склала для цього затемнення 70.9 с.

Таблиця 1. Значення елементів Бесселя для СЗ 25 жовтня 2022 р.

Table 1: Values of the Bessel elements for the C3 on October 25, 2022.

n	x	y	δ	L_1	L_2	μ
0	0.45479	0.96877	-12.1735	0.54990	0.00372	348.9823
1	0.49555	-0.23959	-0.0137	-0.00012	-0.00011	15.0024
2	0.00003	0.00002	0.0000	-0.00001	-0.00001	-0.0000
3	-0.00001	0.00000	0	0	0	0

Кути конусів f_1 півніні і f_2 тіні/антумбральної тіні відносно осі місячної тіні вважаються постійними протягом усього затемнення і визначаються співвідношеннями:

$$\operatorname{tg} f_1 = 0.0047019,$$

$$\operatorname{tg} f_2 = 0.0046785.$$

Зв'язок елементів Бесселя з геоцентричними координатами

У методі Бесселя використовується власна геоцентрична рухлива відносно земного спостерігача прямокутна система координат. Для опису СЗ на поверхні Землі і пояснення іоносферних ефектів більш відповідними є геоцентричні системи координат, що обертаються разом із Землею при її добовому русі в просторі. Широко використовуються прямокутні, сферичні, геодезичні, географічні системи координат. Тому рух місячної тіні на фундаментальній площині перетворимо в зручнішу систему координат.

Час весняного рівнодення фіксується у момент перетину Сонцем лінії небесного екватора при русі з південної півсфери в північну півсферу. У цей момент лінія від Землі в точці півдня проходить через центр Сонця і йде убік відносно нерухомих зірок, Рис. 4б. У епоху ранніх астрономічних спостережень – у напрямі сузір'я Овна Υ . Напряма на точку весняного рівнодення і момент часу весняного рівнодення служать початком відліку для усіх подій в Сонячній системі.

Земля робить повний оберт навколо своєї осі за час $23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}}$ і це визначає тривалість зоряної доби. Інтервал часу між сусідніми моментами полуденного Сонця дорівнює тривалості сонячної доби, тобто 24 годинам, Рис. 5.

У момент весняного рівнодення нормаль до ФП, вісь Z , проходить через точку весняного рівнодення, Рис. 4б. Як вже відзначалося вище, кут μ є результатом алгебричного складання гринвіцького годинного кута точки весняного рівнодення і кута прямого сходження α точки z , $\mu = t_{\gamma} - \alpha$.

Елементи Бесселя μ і δ однозначно задають нерухому геоцентричну систему координат послідовними перетвореннями:

1) Кут μ задає $\vec{Z}(\delta = 0)$ і, відповідно, напрям на Сонце з урахуванням прямого сходження α , але без урахування схилення δ , Рис. 2, 6; при цьому вісь $\vec{X}$ утворює праву трійку векторів з векторами $\vec{Y}$ і $\vec{Z}(\delta = 0)$.

2) Урахування схилення реалізуємо поворотом векторів $\vec{Y}$ і $\vec{Z}(\delta = 0)$ на кут δ навколо осі $\vec{X}$. Отримуємо остаточне положення осей $\vec{Y}$ і $\vec{Z}$, Рис. 7.

Осі нерухомої геоцентричної екваторіальної системи координат представимо ортами у вигляді

$$\vec{e}_x = (1, 0, 0); \vec{e}_y = (0, 1, 0); \vec{e}_z = (0, 0, 1),$$

де вісь $\vec{e}_x$ вказує на нульовий, гринвіцький, меридіан, а $\vec{e}_z$ є віссю обертання Землі, Рис. 2.

Виразимо осі координат Бесселя $\vec{X}$, $\vec{Y}$ і $\vec{Z}$ в екваторіальній системі координат. Відстані, як і в методі Бесселя, вимірюватимемо в екваторіальних радіусах.

Напряма на Сонце, без урахування схилення δ , визначається виразом

$$\vec{Z}_0 = \cos(-\mu) \cdot \vec{e}_x + \sin(-\mu) \cdot \vec{e}_y.$$

Інші осі відповідно набувають вид

$$\vec{X} = \sin \mu \cdot \vec{e}_x + \cos \mu \cdot \vec{e}_y,$$

$$\vec{Y} = \vec{e}_z.$$

Для урахування схилення повернемо систему координат навколо осі $\vec{X}$ на кут δ , Рис. 7.

У результаті отримаємо представлення для осей бесселевої системи координат X, Y, Z в екваторіальній системі координат

$$\vec{Z} = \cos \delta \cdot \vec{Z}_0 + \sin \delta \cdot \vec{Y}$$

$$\vec{Y} = [\vec{Z}, \vec{X}].$$

В цьому випадку точка перетину осі тінювих конусів з ФП в екваторіальній системі координат, Рис. 2, матиме вигляд

$$\vec{P} = x\vec{X} + y\vec{Y}. \quad (1)$$

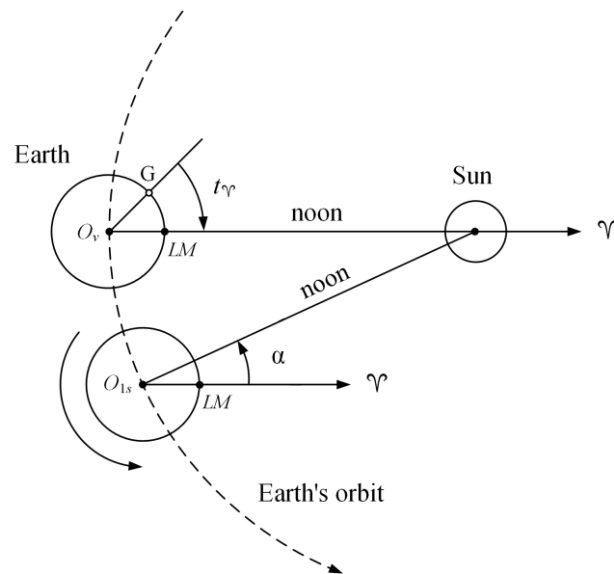


Рис. 5. Схема руху Землі навколо Сонця при проходженні точки весняного рівнодення. Позначення: Earth – Земля; Sun – Сонце; O_v – центр Землі у момент весняного рівнодення ($\alpha = 0$); O_{1s} – центр Землі через одну зоряну добу після весняного рівнодення; γ – напрям на точку весняного рівнодення на небесній сфері; G – точка перетину гринвіцького (нульового) меридіана з екватором Землі; LM – точка перетину локального меридіана з екватором Землі; noon – верхня кульмінація Сонця (південь) на локальному меридіані; α – пряме сходження Сонця через одну зоряну добу після весняного рівнодення; Earth's orbit – орбіта Землі; t_γ – гринвіцький годинний кут точки весняного рівнодення

Fig. 5. Diagram of the Earth's motion around the Sun as it passes the vernal equinox. Symbols: Earth - the Earth; Sun - the Sun; O_v - the center of the Earth at the vernal equinox ($\alpha = 0$); O_{1s} - the center of the Earth one stellar day after the vernal equinox; γ - direction to the vernal equinox on the celestial sphere; G - the point of intersection of the Greenwich (zero) meridian with the Earth's equator; LM - the point of intersection of the local meridian with the Earth's equator; noon - the upper culmination of the Sun (south) on the local meridian; α - direct sunrise one day after the vernal equinox; Earth's orbit - the Earth's orbit; t_γ - Greenwich hour angle of the vernal equinox

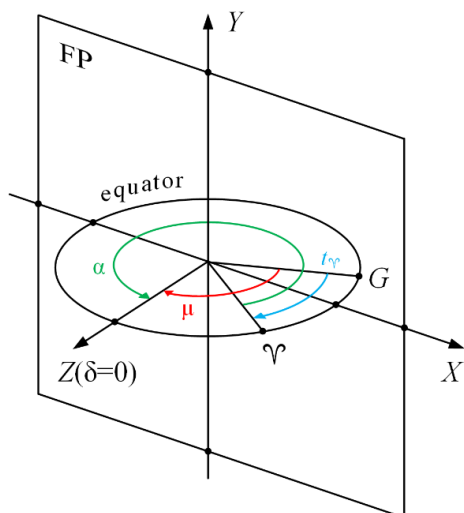


Рис. 6. Положення ФП з урахуванням тільки добових обертань без урахування схилення. Нульовий меридіан відмічений символом G

Fig. 6. The position of the AF taking into account only diurnal rotation without taking into account declination. The zero meridian is marked with the symbol G

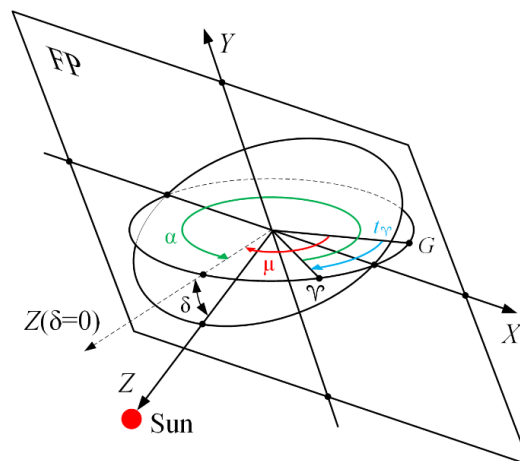


Рис. 7. Положення ФП з урахуванням схилення δ .

Fig. 7. The position of the FP taking into account the declination δ .

ХАРАКТЕРИСТИКИ СОНЯЧНОГО ЗАТЕМНЕННЯ

Взаємний рух трьох космічних тіл – Сонця, Землі і Місяця, періодично призводить до ситуації, коли тінь або півтінь, що відкидає Місяць, падає на Землю і викликає СЗ на поверхні Землі. При цьому одночасно відбувається і затемнення іоносфери, в результаті якого із-за перекриття потоку сонячного випромінювання, що падає на іоносферу, змінюються характеристики іоносфери. Для дослідження впливу СЗ на іоносферу важливо вивчати не тільки такі затемнення, але і випадки чисто іоносферних СЗ, коли відсутнє затемнення на поверхні Землі, але є в іоносфері.

Вид затемнення залежить від взаємного розташування видимих дисків Місяця і Сонця і від співвідношення розмірів цих дисків. Розмір видимого диска Місяця залежить від відстані між Місяцем і Землею, яка змінюється в межах 356 410–406 697 км [55].

На поверхні Землі і в навколоземному просторі спостерігаються три основні види місячної тіні: umbra, antumbra і penumbra, Рис. 8. Варіанти розташування точки спостереження сонячного затемнення відмічені на рисунку маленькими круглими маркерами, цифрами позначені відповідні ілюстрації взаємного положення видимих дисків Місяця і Сонця: 1 – кільцеве затемнення, antumbra; 2 – часткове затемнення, penumbra; 3 – повне затемнення при точній рівності видимих дисків Місяця і Сонця, umbra; 4 – повне затемнення з більшим видимим диском Місяця, umbra.

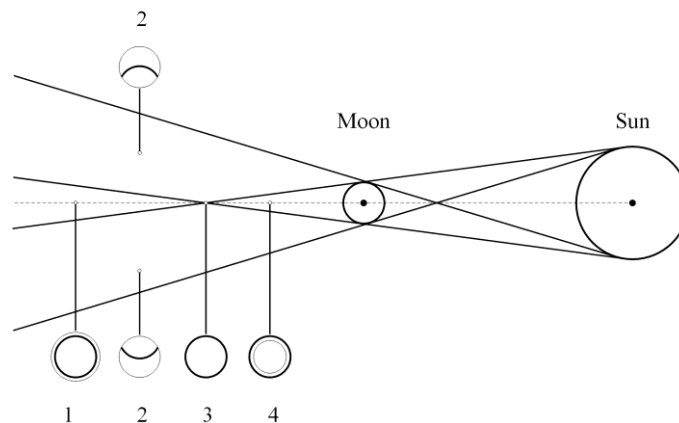


Рис. 8. Схема формування конусів місячної тіні
Fig. 8. Scheme of formation of moon shadow cones

Далі вважатимемо сонячне затемнення повним, позиція 3 на Рис. 8. Позиція 1, antumbra, утворює сонячне кільце навколо диска місяця, але, як правило, воно настільки невелике, що в першому наближенні вважаємо затемнення повним. Назвемо слідом місячної тіні послідовність точок перетину осі тіньового конуса з поверхнею Землі.

При неповному перекритті видимих дисків Місяця і Сонця утворюється інший вид тіні – penumbra. Подібне явище називають частковим сонячним затемненням. У точці спостереження, позиція 2 на Рис. 8, ми можемо бачити край сонячного диска, що ‘виглядає’ із-за місячного диска. Фаза затемнення, залежить від величини видимої частини Сонця. Використовують два види фази [46]:

- 1) фаза затемнення (E_m , eclipse magnitude) – відносна частина діаметру Сонця, закрита місяцем;
- 2) відносна площа затемнення (E_{obs} , eclipse obscuration) – відносна частина площі диска Сонця, закрита Місяцем.

Фаза затемнення виражається десятковим дробом. У разі повного затемнення величина фази дорівнює або перевищує одиницю, позиції 3 і 4 на Рис. 8. Значення E_{obs} виражають у відсотках.

МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКІВ

За допомогою методу Бесселя розрахуємо слід місячної тіні на поверхні Землі, фазу затемнення, відносну площу затемнення і відносну долю освітленості в точці вимірювання.

Слід місячної тіні

Нехай для точки $\vec{P}$ на ФП виконується нерівність $\|\vec{P}\| < 1$, тобто точка лежить усередині земної сфери (Рис. 9).

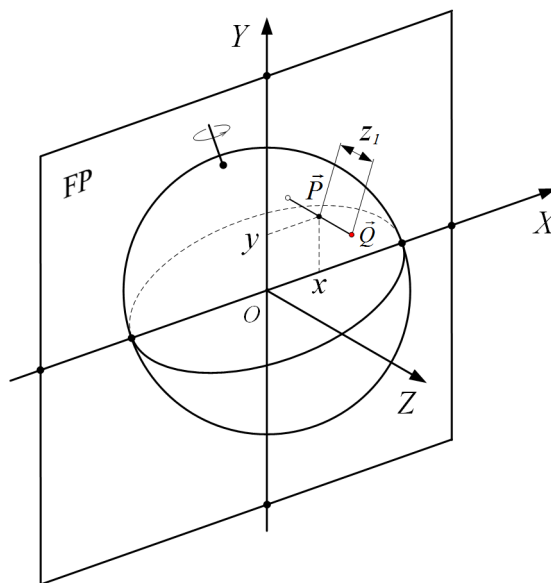


Рис. 9. Схема розрахунку сліду місячної тіні
Fig. 9. Scheme for calculating the moon shadow trace

Нагадаємо, що одиничні вектори осей X, Y, Z позначені як $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$. Розглянемо паралельну напрямку осі Z пряму лінію з точки $\vec{P}$

$$\vec{Q} = \vec{P} + z\vec{Z}.$$

Ця пряма перетинає земну сферу в двох точках, які можуть бути знайдені з рівняння $\|\vec{Q}\| = 1$ або

$$\|\vec{P} + z\vec{Z}\| = 1.$$

Підносимо обидві сторони рівняння в квадрат

$$\|\vec{P} + z\vec{Z}\|^2 = 1^2$$

і виразимо його ліву частину у вигляді скалярного добутку векторів

$$(\vec{P} + z\vec{Z}, \vec{P} + z\vec{Z}) = 1.$$

Після розкриття дужок, з урахуванням $\|\vec{Z}\| = 1$ і $\|\vec{P}\| = P$, отримаємо

$$P^2 + 2(\vec{P}, \vec{Z})z + z^2(\vec{Z}, \vec{Z}) = 1$$

або

$$z^2 + 2(\vec{P}, \vec{Z})z + P^2 - 1 = 0.$$

Рішення отриманого квадратного рівняння має вигляд:

$$z_{1,2} = -(\vec{P}, \vec{Z}) \pm \sqrt{(\vec{P}, \vec{Z})^2 - P^2 + 1}.$$

З двох вибираємо той корінь, який лежить ближче до Сонця, в позитивному напрямі осі $\vec{Z}$

$$z_1 = -(\vec{P}, \vec{Z}) + \sqrt{(\vec{P}, \vec{Z})^2 - P^2 + 1}.$$

У результаті отримаємо точку перетину осі тінювого конуса з поверхнею Землі, Рис. 9,

$$\vec{Q} = \vec{P} + z_1 \vec{Z}. \quad (2)$$

Для представлення точки місячного сліду в географічних (сферичних) координатах скористаємося компонентами одиничного вектора $\vec{Q}$ із співвідношення (2)

$$\vec{Q} = (q_x, q_y, q_z)$$

звідки обчислюємо географічні координати, довготу λ і широту φ в радіанах

$$\lambda = \arctg \frac{q_y}{q_x},$$

$$\varphi = \arcsin(q_z). \quad (3)$$

Як приклад розрахунку місячного сліду скористаємося СЗ 25 жовтня 2022 р., Рис. 10. Слід зазначити, що повне затемнення проходило за межами Землі, а слід місячної тіні, координати із співвідношень (3), відносимо до максимальної фази затемнення на поверхні.

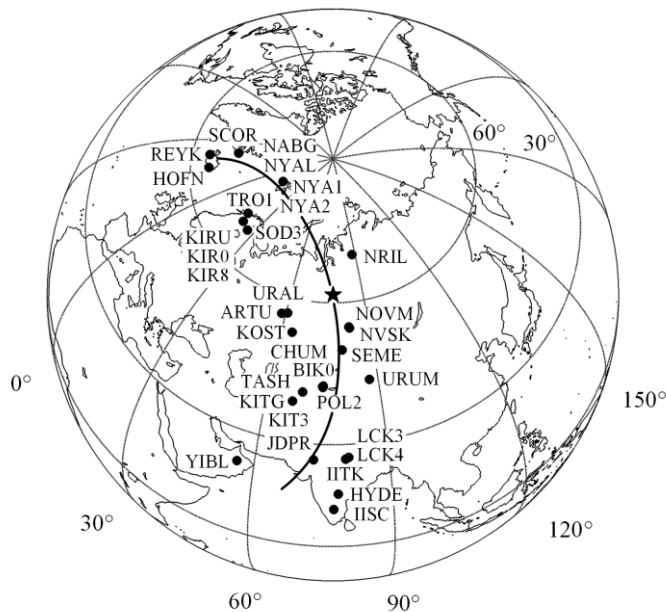


Рис. 10. Слід місячної тіні. Зірочкою відмічене місце максимальної фази затемнення. Також відмічені найближчі до сліду станції спостереження

Fig. 10. The trace of the lunar shadow. The place of the maximum phase of the eclipse is marked with an asterisk. The closest observation stations to the trail are also marked

Фаза затемнення

Фаза затемнення E_m (eclipse magnitude) – це доля діаметра Сонця, закрита місяцем. Величиною фази затемнення прийнято називати дріб, який показує, яка частина діаметра сонячного диска закрита місяцем.

Точка вимірювання $\vec{M}$ в F_2 -шарі іоносфери визначається за навігаційними даними супутника. На Рис. 11 наведено загальний вигляд геометрії розрахунку фази затемнення в точці вимірювання.

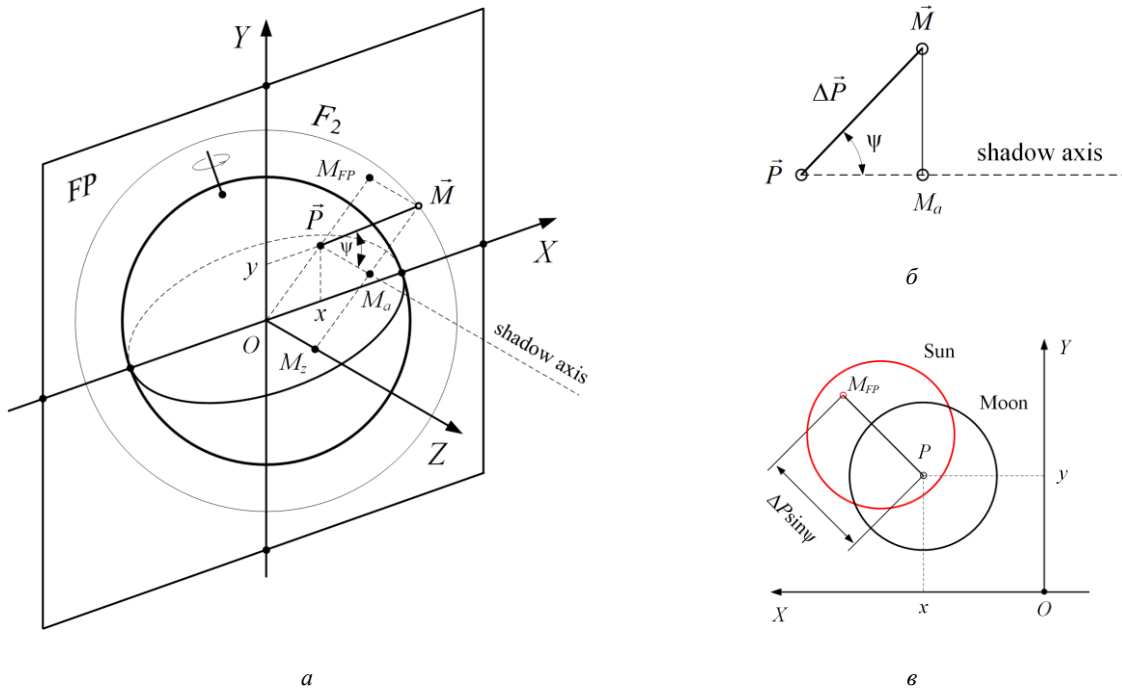


Рис. 11. Геометрія розрахунку фази затемнення в точці вимірювання $\vec{M}$: *a* – загальний вигляд; *b* – проекція точки $\vec{M}$ на вісь місячної тіні; *c* – проекція точки $\vec{M}$ на фундаментальну площину. Позначення: FP – фундаментальна площина; X, Y, Z – бесселева система координат; $\vec{P}$ – точка перетину осі місячної тіні з ФП; F_2 – F_2 -шар іоносфери; $\vec{M}$ – точка вимірювання; ψ – кут між напрямом на точку вимірювання і напрямом на Сонце; shadow axis – вісь конусів місячної тіні; Sun – Сонце; Moon – Місяць; MM_aM_z – лінія, перпендикулярна осі тіні і осі Z .

Fig. 11. The geometry of the eclipse phase calculation at the measurement point $\vec{M}$: *a* - general view; *b* - projection of the point $\vec{M}$ on the lunar shadow axis; *c* - projection of the point $\vec{M}$ on the fundamental plane. Notation: FP - fundamental plane; X, Y, Z - Bessel coordinate system; $\vec{P}$ - point of intersection of the lunar shadow axis with FP; F_2 - F_2 layer of the ionosphere; $\vec{M}$ - measurement point; ψ - angle between the direction to the measurement point and the direction to the Sun; shadow axis - axis of lunar shadow cones; Sun - the Sun; Moon - the Moon; MM_aM_z - line perpendicular to the shadow axis and the Z axis.

На Рис. 12 на площині перерізу місячної тіні, перпендикулярної до осі тіні, проілюстровано взаємне положення видимих дисків Сонця і Місяця уздовж декількох напрямів, радіальних від точки перетину осі тіні з площиною перерізу. Концентричні кола, це геометричне місце точок спостереження з рівною фазою СЗ. Зовнішня межа півтіні відображена колом з найбільшим радіусом і відповідає фазі $E_m = 0$. У площині перерізу величина фази СЗ залежить тільки від відстані точки вимірювання від центру, тобто від точки перетину осі місячної тіні з площиною (Рис. 11, 12). На Рис. 11а, коли січна площина проходить і через точку вимірювання M , ця відстань M_aM дорівнює $\Delta P \sin \psi$.

У зв'язку з тим, що величина фази затемнення в точці M залежить тільки від кута ψ і відстані точки M від осі конусів місячної тіні, тобто від довжини відрізка M_aM (Рис. 11а), розрахунок виконуватимемо в прямокутній двовірній системі координат e_1, e_2 , яка знаходиться в площині, що задається точками $OPM_{FP}MM_aM_z$, або, що те ж саме, двома векторами $\vec{OP} = \vec{M} - \vec{P}$ і $\vec{Z}$. Початок координат $(0, 0)$ двовірній системи розташуємо в точці P , вісь ординат e_2 направимо уздовж лінії OPM_{FP} , що лежить у фундаментальній площині FP і є паралельною лінії MM_aM_z . В принципі, напрям осі e_2 може бути вибраний у ФП в довільному радіальному від точки P напрямі, оскільки місячна тінь є круглим конусом, який має осьову симетрію, вісь симетрії – вісь конуса. Перпендикулярний до осі тіні переріз конуса місячної тіні ілюструє Рис. 12. Вісь абсцис e_1 направимо уздовж осі конусів місячної тіні, або, що практично те ж саме, уздовж осі Z . Як вже зазначалося вище, для будь-якого моменту часу сферичні координати точки, в якій вісь Z перетинає небесну сферу, відрізняються від геоцентричних координат центру Сонця не більш, ніж на $14''$. Позначимо одиничні вектори осей e_1, e_2 як $\vec{e}_1 = (1, 0)$ і $\vec{e}_2 = (0, 1)$.

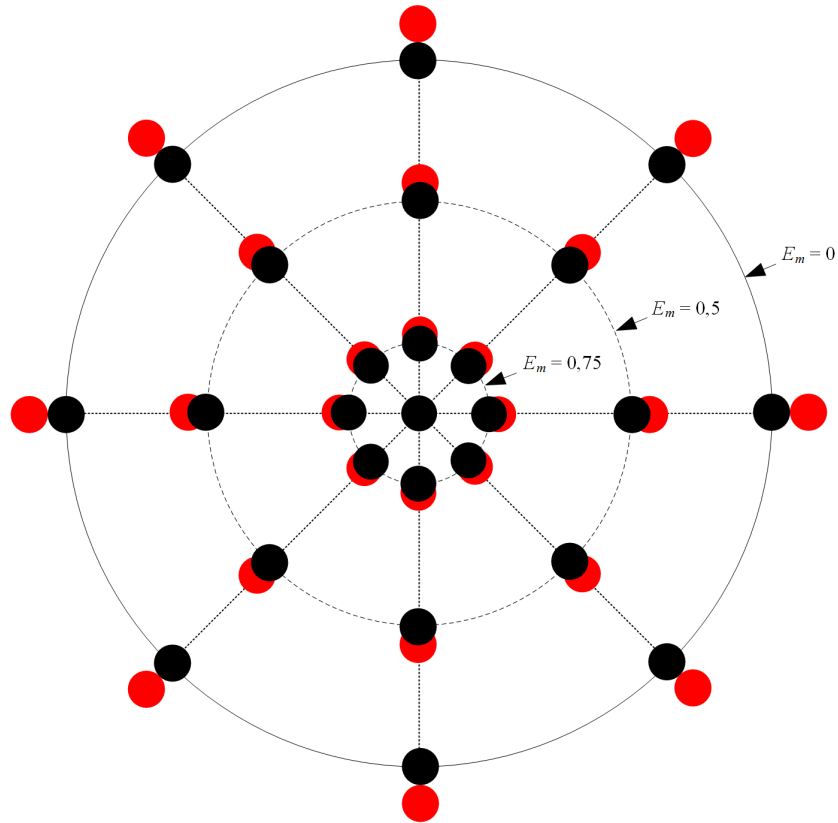


Рис. 12. Взаємне положення видимих дисків Сонця і Місяця при розташуванні точок спостереження в різних місцях площини, перпендикулярної до осі місячної тіні. Центр концентричних кіл відповідає точці перетину осі місячної тіні з січною площиною, а кола, це лінії рівної фази СЗ.
 Fig. 12. Relative position of the visible disks of the Sun and Moon at the location of the observation points in different places of the plane perpendicular to the lunar shadow axis. The center of the concentric circles corresponds to the point of intersection of the lunar shadow axis with the cutting plane, and the circles are lines of equal NW phase. The circle with $E_m = 0$ corresponds to the outer boundary of the penumbra

Далі усі відстані розраховуватимемо в кілометрах.

На схемі розрахунку фази затемнення, Рис. 13, наведені точки в двовірній системі координат

$$\vec{m} = (\Delta P \cos \psi, \Delta P \sin \psi),$$

$$\vec{P}_m = (D_m, R_m),$$

$$\vec{P}_\odot = (D_\odot, R_\odot),$$

$$\vec{e} = \frac{\vec{P}_m - \vec{m}}{\|\vec{P}_m - \vec{m}\|},$$

де пара чисел в круглих дужках представляє координати в площині на осях $\vec{e}_1$ і $\vec{e}_2$, $\Delta P = \|\vec{\Delta P}\|$ – норма вектора $\vec{\Delta P}$, $\vec{m}$ – точка вимірювання,

$D_m = 384400$ км – середня відстань від центру Землі до центру Місяця,

$R_m = 1738$ км – радіус Місяця,

$D_\odot = 149.6 \cdot 10^6$ км – відстань від центру Землі до центру Сонця,

$R_\odot = 0.696 \cdot 10^6$ км – радіус Сонця [55].

Фаза затемнення E_m , як доля діаметру Сонця, закрита Місяцем, набирає остаточного вигляду

$$E_m = \frac{\xi + R_\odot}{2R_\odot} = \frac{\xi}{2R_\odot} + 0.5. \quad (6)$$

При уявному зміщенні точки $\vec{M}$ в напрямі від осі тінювого конуса в площині, що проходить через точку $\vec{M}$ і перпендикулярну до осі місячної тіні фаза затемнення зменшується, див. Рис. 14.

В межах конуса місячної півтіні методика дозволяє розраховувати фазу СЗ для будь-якої точки на поверхні Землі і на будь-якій висоті в навколоземному просторі, проте треба враховувати, що для точок спостереження, що потрапляють в тінь від Землі, розрахунок не має сенсу.

Точність розрахунку фази затемнення залежить від точності відстані до Місяця і Сонця. Відстань від центру Землі до місяця змінюється в межах 356 410–406 697 км [55]. Якщо використовується середня відстань 384 400 км, то погрішність розрахунку фази затемнення складе $\approx 3.6\%$. Відстань від Землі до Сонця змінюється від $147.1 \cdot 10^6$ до $152.1 \cdot 10^6$ км [55]. При використанні середньої відстані $149.6 \cdot 10^6$ км погрішність обчислення фази затемнення складе $\approx 1.2\%$.

Затемнення

Величина затемнення E_{obs} – це доля площі видимого диска Сонця, перекрита Місяцем. Затемнення менше 100% для часткових і кільцеподібних СЗ і дорівнює 100% для повних сонячних затемнень. Розрахункова схема для E_{obs} наведена на Рис. 15.

Нехай круг з центром O_M представляє видимий диск Місяця, а круг з центром O_S видимий диск Сонця. Вважаємо СЗ повним, отож радіуси цих кругів рівні між собою і дорівнюють деякій умовній величині R . Величина перекриття діаметра Сонця Місяцем дорівнює r в тій же умовній шкалі відстаней. З Рис. 15 витікає, що фаза затемнення дорівнює

$$E_m = \frac{r}{2R}.$$

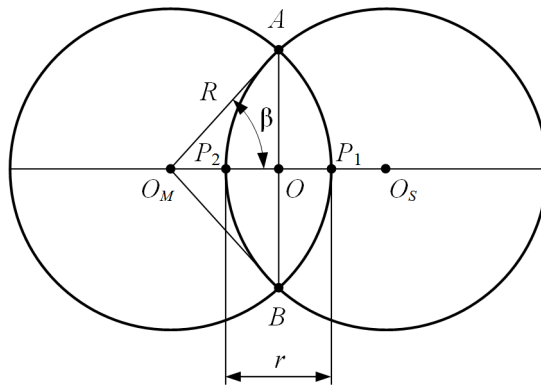


Рис. 15. Схема розрахунку затемнення E_{obs} по відомій фазі E_m . Точка O_M – центр місячного диска, а O_S – сонячного. Величина перекритого діаметра Сонця дорівнює довжини відрізка P_1P_2

Fig. 15. Scheme of calculation of the eclipse E_{obs} by the known phase E_m . The point O_M is the center of the lunar disk, and O_S is the center of the solar disk. The value of the blocked diameter of the Sun is equal to the length of the segment P_1P_2

Площа перекриття відповідає площі фігури AP_1BP_2 , Рис. 15. Площа трикутника AOO_M дорівнює

$$S_\Delta = \frac{O_M O \times AO}{2} = 0.5 \left(R - \frac{r}{2} \right) \sqrt{R^2 - \left(R - \frac{r}{2} \right)^2} = 0.5 R^2 (1 - E_m) \sqrt{2E_m - E_m^2}.$$

Нехай S – площа кругового сектора AP_1BO_M , а кут $\angle O O_M A$ дорівнює β радіан. Складемо пропорції кутів і площ з круга з центром O_M

$$\frac{2\beta}{2\pi} = \frac{S}{\pi R^2},$$

звідки знаходимо площу сектора

$$S = R^2 \beta.$$

Кут β знаходимо із співвідношення

$$\cos \beta = \frac{O_M O}{O_M A} = \frac{R - r/2}{R} = 1 - \frac{r}{2R} = 1 - E_m.$$

Перекрита частина площі сонячного диска дорівнює подвоєній різниці площ сектора S і 2-х трикутників

$$S_{obs} = 2(S - 2S_\Delta) = 2(R^2 \beta - R^2 (1 - E_m) \sqrt{2E_m - E_m^2}).$$

$$E_{obs} = \frac{S_{obs}}{\pi R^2} = \frac{2}{\pi} \left(\arccos(1 - E_m) - (1 - E_m) \sqrt{2E_m - E_m^2} \right). \quad (7)$$

Різні частини поверхні Землі отримують різну кількість сонячної енергії із-за сферичної форми планети. Велику роль грають властивості поверхні до віддзеркалення і поглинання сонячних променів. Хмари, поверхня океанів і морів, сніговий покрив і льодовики відбивають значну частину випромінювання, що падає. Існування іоносфери, зокрема її F_2 -шару, головним чином зобов'язано випромінюванню Сонця. З урахуванням руху Землі, на освітленість F_2 -шару впливають сезон року і місцевий час доби, тобто є широтна і довготна залежність. Розглянемо спрощену методику для оцінки відносної освітленості в точках вимірювання в іоносфері з урахуванням тільки потоку сонячного випромінювання, що падає.

Рис. 16. Нормаль до F_2 -сфери в точці вимірювання позначимо $\vec{e}$, а кут падіння сонячного потоку, зенітний кут, в цій точці γ .

$$\vec{e} = (\cos \varphi \cos \lambda, \cos \varphi \sin \lambda, \sin \varphi).$$
$$L = (\vec{e}, \vec{Z}).$$

Кут $\gamma = \arccos L$ дорівнює куту падіння сонячного потоку на сферичну поверхню F_2 -шару іоносфери. З урахуванням затемнення рівень освітленості зменшується і складе $L_m = L(1 - E_{obs})$. В розрахунках відносної освітленості в інтервалі затемнення вважаємо, що випромінювання Сонця розподілене рівномірно по усьому сонячному диску.

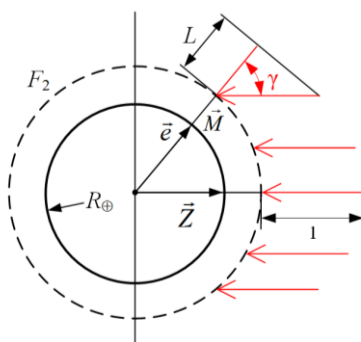


Fig. 16. Diagram of the Earth's illumination by the Sun for estimating the relative illumination at the measurement point $\vec{M}$ using a simplified method

Освітленість в точці вимірювання в кожен момент часу залежить від потоку, що падає, і залежить від часу, наприклад, від зміни сонячної активності. Тому доцільно при дослідженні враховувати часові залежності параметрів сонячної активності, наприклад, $F_{10.7}$.

Як приклад використання допоміжних функцій, які описано вище, наведемо результати вимірювання для часткового сонячного затемнення 25 жовтня 2022 р.

Затемнення почалося на території Ісландії, а завершилося в районі Аравійського моря. Найбільша фаза затемнення $E_m = 0.86189$ зареєстрована в Росії в Ханті-Мансійському автономному окрузі в 11:00:09.1 UT1 [54]. По елементах Бесселя для моменту максимальної фази СЗ з сайту [46] за допомогою описаних вище методик були обчислені для усього інтервалу СЗ координати точки P , точки перетину місячної тіні з ФП, і вектор $\vec{Z}$, одиничний вектор осі Z бesselової системи координат. Далі був

розрахований слід місячної тіні на поверхні Землі і вибрані GPS-станції для визначення ПЕВ, Рис. 10. З використанням отриманих даних в системі MATLAB з пакетом розширення Mapping Toolbox були побудовані тривимірні ілюстрації розташування конусів місячної тіні в просторі по відношенню до Землі. На Рис. 17 наведені ілюстрації розташування конусів у момент початку затемнення. Знання просторового розташування конусів протягом усього часу затемнення особливо важливе для правильної інтерпретації впливу СЗ на навколоземне середовище для випадків часткових і чисто іоносферних СЗ. Порівняно із слідом місячної тіні, який описано в розділі 'Методики розрахунку', просторове розташування конусів дозволяє значно краще оцінити географічні межі області, над якою потрібно виконувати дослідження іоносфери, а також межі магнітоспряженої області для додаткових розширених досліджень.

На карті, Рис. 18, траєкторії точок вимірювання, прольоти, обмежені інтервалом часу перегляду або областю радіовидимості. На рисунку проліт починається з позначення номера супутника і часу початку вимірювання. На лініях прольотів нанесені мітки часу через 10 хв і 1 годину, а також для одного моменту часу, 09:20 UT, на всіх траєкторіях іоносферних точок відображені точки вимірювання ПЕВ у вигляді кругів для оцінки географічних меж області на поверхні Землі, над якою в цей момент досліджується іоносфера. Слід місячної тіні у верхній частині рисунку розмічений з кроком 10 хв. Положення приймача показане квадратом. Великі міста зображені кругами.

За шкалою часу уздовж сліду місячної тіні можна припустити, що для станції KIRU пошук реакції на затемнення бажано шукати в інтервалі часу 09:20 – 10:00 UT, Рис. 18. Швидкість переміщення точок вимірювання в F_2 -шарі іоносфери мінімальна при проходженні супутника поблизу зеніту станції спостереження і дорівнює приблизно 50 м/с. Це дає можливість детальніше досліджувати збурення ПЕВ. Крім того, точки вимірювання, найбільш близькі до Сонця, краще освітлені і отримують більше енергії, і, відповідно, збільшується ефект від затемнення. Тому для демонстрації результатів обробки були вибрані супутники G04 і G09.

На Рис. 19 наведені результати оцінки ПЕВ поблизу станції KIRU за даними GPS уздовж прольотів супутників G04 і G09. Станція KIRU розташована близько м. Кіруна, Швеція, географічні координати станції $67^{\circ}52'$ пн.ш. і $21^{\circ}10'$ сх.д. Також на Рис. 19 наведена фаза затемнення E_m , рівень відносної освітленості L без урахування затемнення і L_m з урахуванням затемнення. Цифрами 1 і 2 відмічені початок і закінчення передбачуваного відгуку іоносфери на СЗ. Точками в інтервалі між цифрами 1 і 2 позначена очікувана залежність ПЕВ без затемнення. У вказаному інтервалі вертикальними відрізками відображений максимальний дефіцит ПЕВ ΔN , а горизонтальними – часова затримка відгуку на збурення Δt .

З Рис. 19а і Рис.19б видно, що помітне зменшення ПЕВ починається з моменту перевищення фазою затемнення значення 0.1. Тривалість реакції ПЕВ відповідає тривалості сонячного затемнення уздовж прольоту. Але максимальна реакція іоносфери зсунута відносно максимуму фази затемнення приблизно на 30 – 40 хв. На Рис. 19а і Рис.19б спостерігається загальне зниження освітленості. Для фази затемнення 0.7 падіння ПЕВ склало 3.5 TECU або 19%.

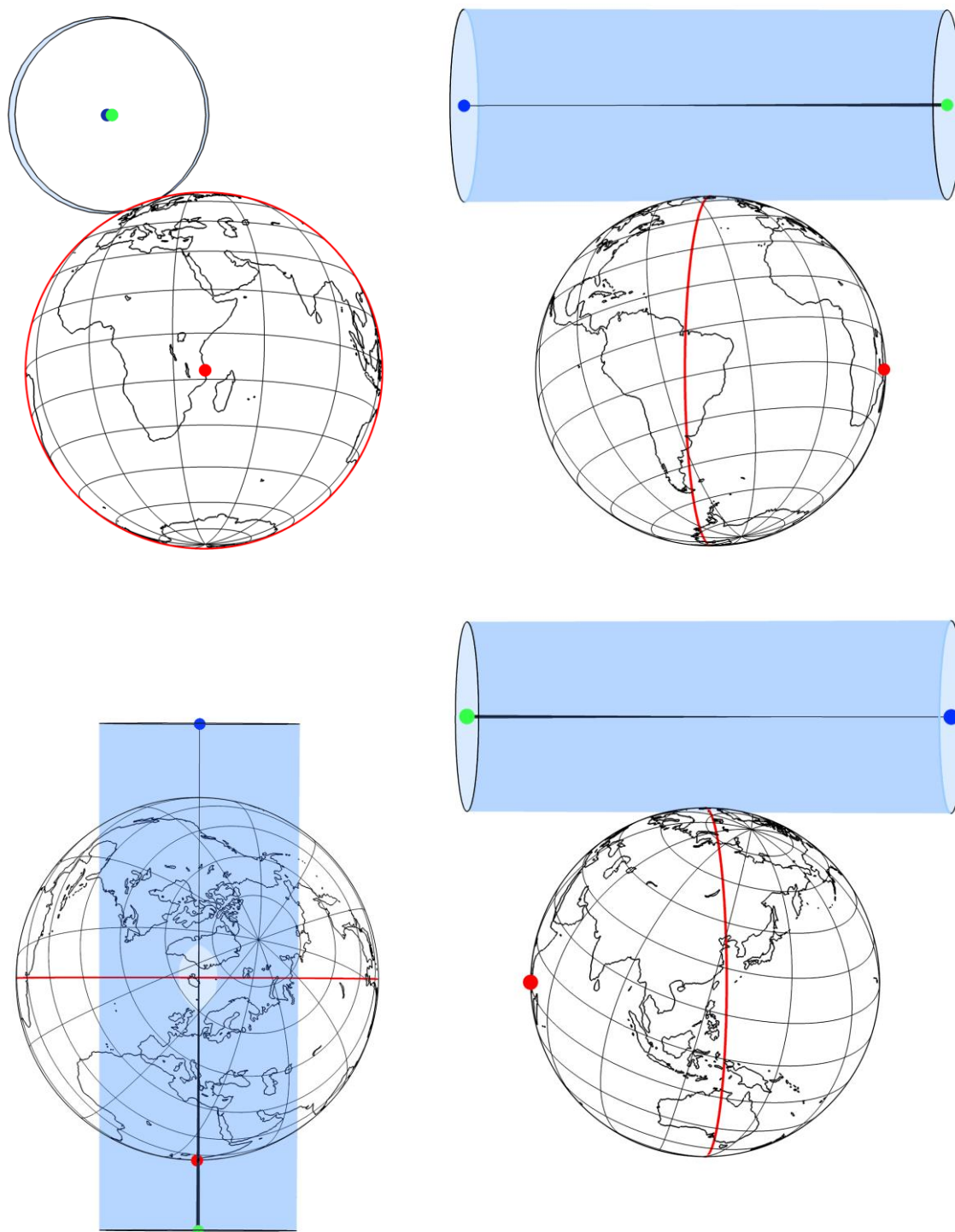


Рис. 17. Розташування конусів місячної тіні (umbra) і півтіні (penumbra) в просторі по відношенню до Землі для СЗ 25.10.2022 у момент початку затемнення. Червоним маркером позначена підсонячна точка, зеленим – початок фрагмента конусів місячної тіні, синім – кінець фрагмента. Червоне коло, це лінія перетину поверхні Землі з фундаментальною площиною. Зовнішня межа конуса півтіні виділена блакитним кольором

Fig. 17. The location of the lunar shadow cones (umbra) and penumbra in space with respect to the Earth for C3 25.10.2022 at the beginning of the eclipse. The red marker indicates the sub-solar point, the green marker indicates the beginning of the lunar shadow cone fragment, and the blue marker indicates the end of the fragment. The red circle is the line of intersection of the Earth's surface with the fundamental plane. The outer boundary of the penumbra cone is highlighted in blue



Рис. 18. Карта прольотів супутників відносно станції KIRU, м. Кируна в Швеції, в інтервалі часу з 08:00 до 11:00 UT. У 09:20 UT показані точки вимірювання у вигляді кругів

Fig. 18. Map of satellite overflights relative to the KIRU station, Kiruna, Sweden, in the time interval from 08:00 to 11:00 UT. At 09:20 UT, the measurement points are shown as circles

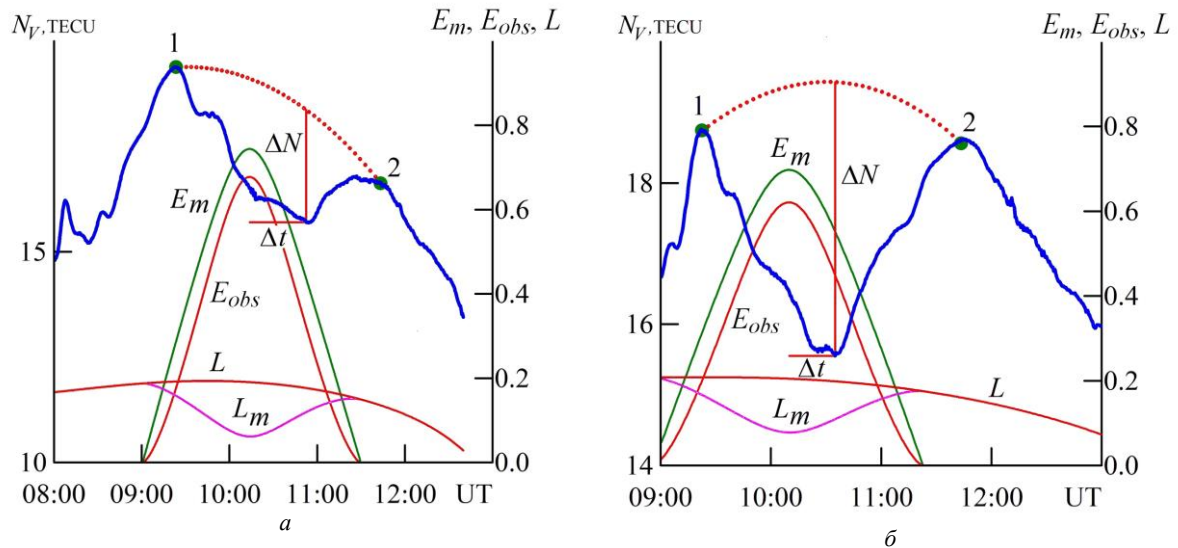


Рис. 19. Часові залежності ПЕВ уздовж прольоту для супутників поточного угруповання відносно станції KIRU. Графіки залежностей для супутників: а – G04, б – G09. Шкала для фази затемнення E_m і рівня освітленості L , L_m в точці вимірювання розташована справа

Fig. 19. Time dependences of the PEV along the span for the satellites of the current constellation relative to the KIRU station. Graphs of dependencies for satellites: a - G04, b - G09. The scale for the eclipse phase E_m and the illumination level L , L_m at the measurement point is located on the right

ОБГОВОРЕННЯ

Власна програмна реалізація алгоритмів дозволила в ході дослідження мати повний контроль над деталями реалізації. Виконаний за розробленою методикою розрахунок сліду місячної тіні дозволив оптимально вибрати ланцюжок станцій спостереження і прольоти супутників поточного угруповання супутників. Ще краще оцінити географічні межі області, над якою слід виконувати дослідження іоносфери, дозволяють виконані тривимірні ілюстрації розташування конусів місячної тіні в просторі по відношенню до Землі.

Точність розрахунку фази затемнення при використанні середніх відстаней до Сонця і до Місяця складає 3.6% і 1.2% відповідно.

Чітко простежується час виникнення і закінчення ефекту затемнення по рівню фази затемнення не менше 0.1. Максимальна фаза затемнення, E_m , і мінімальні значення ПЕВ в інтервалі затемнення дозволили оцінити ефективний час затримки реакції іоносфери на СЗ, також встановити залежність між змінами фази затемнення E_m і значеннями ПЕВ.

Зменшення величини освітленості в період затемнення, відмінність значень в показниках L і L_m , призводить до помітного зменшення значення ПЕВ.

Доля поглиненої сонячної енергії в точці вимірювання ПЕВ вказує на вплив зовнішнього джерела іонізації в присутності і/або відсутності затемнення.

ВИСНОВКИ

Впровадження допоміжних функцій, таких як слід місячної тіні, фаза затемнення, величина затемнення і відносна освітленість, отриманих з використанням методу Бесселя, істотно полегшило завдання пошуку і оцінки збурень іоносфери під час сонячного затемнення.

1. Отримані аналітичні співвідношення для сліду місячної тіні на земній поверхні, фази затемнення, величини затемнення, а також відносної освітленості в точці вимірювання. Методики дозволяють в межах конуса місячної півтіні розраховувати фазу СЗ для будь-якої точки на поверхні Землі і на будь-якій висоті в навколоземному просторі.

2. Розрахунок сліду місячної тіні дозволив оптимально вибрати ланцюжок станцій спостереження і прольоти супутників поточного угруповання. Виконані тривимірні ілюстрації розташування конусів місячної тіні в просторі по відношенню до Землі дозволяють ще краще оцінити межі області дослідження іоносфери.

3. За значенням фази затемнення в кожній точці вимірювання визначено час затримки основного відгуку іоносфери, який склав приблизно 30 – 40 хв.

4. Встановлена залежність між величиною фази затемнення E_m і зміною ПЕВ. Для фази затемнення 0.7 падіння ПЭС склало 3.5 TECU або 19%.

5. Дефіцит ПЕВ в точці вимірювання безпосередньо пов'язаний з відносною освітленістю і поглинанням сонячної енергії.

ПОДЯКА

Автори виражають вдячність професорові Чорногору Леоніду Феоктистовичу, завідувачу кафедрою космічної радіофізики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, за запропоновану тему досліджень, численні обговорення і конструктивну критику, які значною мірою сприяли яснішому і точнішому викладенню матеріалу статті.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Chapman S. The influence of a solar eclipse upon the upper atmospheric ionization. Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 1932;92:413–420. <https://doi.org/10.1093/mnras/92.5.413>
2. Lewis I. M. Formulas for the ionosphere track in eclipses. The Astronomical J. 1940;49(1122):4–7. <https://doi.org/10.1086/105607>
3. Чорногор Л. Ф., Милованов Ю. Б. Іоносферні ефекти сонячного затемнення 10 червня 2021 р. в Заполяр'ї. Кінематика і фізика небесних тіл. 2022;38(4):29–52. <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.04.029>
4. Чорногор Л. Ф., Милованов Ю. Б. Іоносферні ефекти сонячного затемнення 11 серпня 2018 року над Китаєм. Кінематика і фізика небесних тіл. 2020;36(6):37–64. <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.06.037>
5. Чорногор Л. Ф., Милованов Ю. Б., Luo Y. Ефекти сонячного затемнення 10 червня 2021 р. в іоносфері високих широт: результати GPS-спостережень. Радіофізика і радіоастрономія. 2022;27(2):93–109. <https://doi.org/10.15407/rpra27.02.093>
6. Чорногор Л. Ф., Милованов Ю. Б., Дорохов В. Л., Поднос В. А., Цимбал А. М., Шевелев М. Б. Варіації повного електронного вмісту в екваторіальній іоносфері, викликані сонячним затемненням 21 червня 2020 р. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2022;36:49–65. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-04>
7. Чорногор Л. Ф., Гармаш К. П. Іоносферні процеси протягом часткового сонячного затемнення над Харковом 10 червня 2021 р. Кінематика і фізика небесних тіл. 2022;38(2):3–22. <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.02.003>
8. Чорногор Л. Ф., Гармаш К. П., Жданко Є. Г., Леус С. Г., Luo Y. Особливості іоносферних ефектів часткового сонячного затемнення над Харковом 10 червня 2021 р. Радіофізика і радіоастрономія. 2021;26(4):326–343. <https://doi.org/10.15407/rpra26.04.326>

9. Черногор Л. Ф., Милованова Л. И., Милованов Ю. Б., Цимбал А. М., Люо У. Эффекты солнечного затемнения 10 июня 2021 г. в ионосфере над Харьковом: результаты вертикального зондирования. Вестник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2021;35:60–78. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2021-35-06>
10. Huang F., Li Q., Shen X., Xiong C., Yan R., Zhang S.-R., et al. Ionospheric responses at low latitudes to the annular solar eclipse on 21 June 2020. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2020;125:1–16, e2020JA028483. <https://doi.org/10.1029/2020JA028483>
11. Tsai H. F., Liu J. Y. Ionospheric total electron content response to solar eclipses. *J. Geophys. Res.* 1999;104(A6):12657–12668. <https://doi.org/10.1029/1999JA900001>
12. Zhang R., Le H., Li W., Ma H., Yang Y., Huang H., et al. Multiple technique observations of the ionospheric responses to the 21 June 2020 solar eclipse. *Journal of Geophysical Research: Space Physics.* 2020;125:1–15, e2020JA028450. <https://doi.org/10.1029/2020JA028450>
13. Gomez D. D. Ionospheric response to the December 14, 2020 total solar eclipse in South America. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2021;126:1–14, e2021JA029537. <https://doi.org/10.1029/2021JA029537>
14. Aa E., Zhang S.-R., Erickson P. J., Goncharenko L. P., Coster A. J., Jonah O. F., Lei J., Huang F., Dang T., Liu L. Coordinated ground-based and space-borne observations of ionospheric response to the annular solar eclipse on 26 December 2019. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2020;125(11):1–17, e2020JA028296. <https://doi.org/10.1029/2020JA028296>
15. Cheng W., Xu W., Gu X., Wang S., Wang Q., Ni B., Lu Z., Xiao B., Meng X. A Comparative Study of VLF Transmitter Signal Measurements and Simulations during Two Solar Eclipse Events. *Remote Sens.* 2023;15(3025):1–14. <https://doi.org/10.3390/rs15123025>
16. Harjosuwito J., Husin A., Dear V., Muhamad J., Faturahman A., Bahar A., Erlansyah, Syetiawan A., Pradipta R. Ionosonde and GPS total electron content observations during the 26 December 2019 annular solar eclipse over Indonesia. *Ann. Geophys.* 2023;41:147–172. <https://doi.org/10.5194/angeo-41-147-2023>
17. Verhulst T. G. W., Stankov S. M. The importance of the three-dimensional geometry of solar eclipses for analysis of the impact on the ionosphere. 2018 42nd COSPAR Scientific Assembly, Pasadena, California, USA, Abstract id. C1.1-79-18.
18. Verhulst T. G. W., Stankov S. M. Height dependency of solar eclipse effects: The ionospheric perspective. *Journal of Geophysical Research: Space Physics.* 2020;125:1–20, e2020JA028088. <https://doi.org/10.1029/2020JA028088>
19. Stankov S. M., Bergeot N., Berghmans D., Bolsée D., Bruyninx C., et al. Multi-instrument observations of the solar eclipse on 20 March 2015 and its effects on the ionosphere over Belgium and Europe. *J. Space Weather Space Clim.* 2017; 7(A19):1–23. <https://doi.org/10.1051/swsc/2017017>
20. Sun Y.-Y., Chen C.-H., Su X., Wang J., Yu T., Xu H.-R., Liu, J.-Y. Occurrence of nighttime irregularities and their scale evolution in the ionosphere due to the solar eclipse over East Asia on 21 June 2020. *Journal of Geophysical Research: Space Physics.* 2023;128:1–9. e2022JA030936. <https://doi.org/10.1029/2022JA030936>
21. Chauvenet W. *Manual of Spherical and Practical Astronomy*, 5-th ed. Vol.1. Philadelphia: J. B. Lippincott Co.; 1891. Reprinted 1960, New York: Dover Publications. 704 p.
22. Buchanan S. B. *The mathematical theory of eclipses*. Philadelphia and London: J. B. Lippincott Company; 1904. 292 p.
23. Smart W. M. *Textbook on spherical astronomy*, 6th ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1977. 443 p.
24. Ball R. *A Treatise On Spherical Astronomy*. London: Cambridge University Press; 1908. 506 p.
25. Williams W. Jr. *Prediction and Analysis of Solar Eclipse Circumstances*. National Technical Information Service Technical Report NTIS No. AD726626, Springfield, Virginia; 1971. 131 p.
26. *Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac*. London: H. M. Nautical Almanac Office; 1974. 547 p.
27. Seidelmann P. K., editor. *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. California: University Science Books; 1992. 752 p.
28. Urban S. E., Seidelmann P. K., editors. *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 3d ed. Mill Valley, California: University Science Books; 2013. 768 p.
29. Meeus J., Grosjean C. C., Vanderleen W. *Canon of Solar Eclipses*. New York: Pergamon Press; 1966. 750 p.
30. Espenak F. *Fifty Year Canon of Solar Eclipses: 1986–2035*. Cambridge, Massachusetts: Sky Publishing Corp.; 1987. 278 p.
31. Espenak F., Meeus J. *Five Millennium Catalog of Solar Eclipses: –1999 to +3000 (2000 BCE to 3000 CE)*. Revised NASA/TP-2009-214174; 2009. 278 p.
32. Meeus J. *Elements of Solar Eclipses 1951–2200*. Virginia, USA: Willmann Bell; 1989. 105 p.
33. Littmann M., Espenak F., Willcox K. *Totality. Eclipses of the Sun*, 3rd ed. Oxford, New York: Oxford University Press; 2008. 358 p.
34. Steele J. M. *Observations and Predictions of Eclipse Times by Early Astronomers*. Springer-Science+Business Media. 2000. 321 p.

35. <https://www.iausofa.org>
36. Meeus J. *Astronomical Algorithms* second edition. Virginia, USA: Willmann Bell; 1998. 477 p.
37. Meeus J. *Mathematical Astronomy Morsels*. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 1997. 379 p.
38. Meeus J. *More Mathematical Astronomy Morsels*. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 2002. 429 p.
39. Meeus J. *Mathematical Astronomy Morsels III*. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 2004. 374 p.
40. Meeus J. *Mathematical Astronomy Morsels IV*. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 2007. 373 p.
41. Meeus J. *Mathematical Astronomy Morsels V*. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 2009. 373 p.
42. Montenbruck O., Pfleger T. *Astronomy on the Personal Computer*. 4th, Completely Revised Edition. New York: Springer; 2000. 300 p.
43. Duffett-Smith P. *Astronomy with your Personal Computer*, 2nd ed. New York: Cambridge University Press; 1997. 259 p.
44. Duffett-Smith P., Zwart J. *Practical Astronomy with your Calculator or Spreadsheet*, 4th ed. New York: Cambridge University Press; 2012. 216 p.
45. <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/>
46. <https://www.eclipsewise.com/>
47. Mahooti M. Standards of Fundamental Astronomy. MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 30, 2023. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/74523-standards-of-fundamental-astronomy>
48. Eagle D. A MATLAB Implementation of Elements of Solar Eclipses. MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 30, 2023. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/71132-a-matlab-implementation-of-elements-of-solar-eclipses>
49. Mahooti M. Solar Eclipse. MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 30, 2023. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/55279-solar-eclipse>
50. Mahooti M. Local Circumstances of a Solar Eclipse. MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 30, 2023. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/55609-local-circumstances-of-a-solar-eclipse>
51. Carton W. H. C. The speed of the lunar shadow on Earth during solar eclipses. *J. Br. Astron. Assoc.* 2011;121(2):105–108.
52. Pasachoff J. M., Fraknoi A. Resource Letter OSE-1: Observing Solar Eclipses. *American Journal of Physics.* 2017;85(7): 485–494. <http://dx.doi.org/10.1119/1.4985062>
53. Zillman M. P. Astronomy Resources on the Internet 2022. 2022;:1–28. <http://www.AstronomyResources.info/>
54. <https://www.eclipsewise.com/solar/SEprime/2001-2100/SE2022Oct25Pprime.html>
55. Moore P., Rees R. *Patrick Moore's Data Book of Astronomy*. New York: Cambridge University Press; 2011. 576 p.

REFERENCES

1. Chapman S. The influence of a solar eclipse upon the upper atmospheric ionization. *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* 1932;92:413–420. <https://doi.org/10.1093/mnras/92.5.413>
2. Lewis I. M. Formulas for the ionosphere track in eclipses. *The Astronomical J.* 1940;49(1122):4–7. <https://doi.org/10.1086/105607>
3. Chernogor LF., Mylovanov YuB. Ionospheric Effects from the June 10, 2021 Solar Eclipse in the Polar Region. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.* 2022;38(4):29–52. <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.04.029> [In Ukrainian].
4. Chernogor LF, Mylovanov, YuB. Ionospheric Effects of the August 11, 2018, Solar Eclipse over the People's Republic of China. *Kinemat. Phys. Celest. Bodies.* 2020;36(6):37–64. <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.06.037>. [In Ukrainian].
5. Chernogor LF., Mylovanov YuB., Luo Y. Effects from the June 10, 2021 solar eclipse in the high-latitude ionosphere: results of GPS observations. *Radio Phys. Radio Astron.* 2022;27(2):93–109 <https://doi.org/10.15407/rpra27.02.093>. [In Ukrainian].
6. Chernogor LF, Mylovanov YuB, Dorokhov VL, Podnos VA, Tsymbal AM, Shevelev MB. TEC variations in equatorial ionosphere during June 21, 2020 solar eclipse. *Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University, series "Radio Physics and Electronics".* 2022;36:49–65. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-04> [In Ukrainian].
7. Chernogor LF, Garmash KP. Ionospheric Processes during the Partial Solar Eclipse above Kharkiv on June 10, 2021. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.* 2022;38(2):3–22. <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.02.003>. [In Ukrainian]
8. Chernogor LF, Garmash KP, Zhdanko YH, Leus SG, Luo Y. Features of ionospheric effects from the partial solar eclipse over the city of Kharkiv on 10 June 2021. *Radio Phys. Radio Astron.* 2021;26(4):326–343. <https://doi.org/10.15407/rpra26.04.326> [In Ukrainian].
9. Chernogor LF, Mylovanova LI, Mylovanov YuB, Tsymbal AM, Luo Y. Effects from the June 10, 2021 solar eclipse in the ionosphere over Kharkiv: results from ionosonde measurements. *Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv*

- National University, series “Radio Physics and Electronics”. 2021;35:60–78. [In Ukrainian]. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2021-35-06>
10. Huang F., Li Q., Shen X., Xiong C., Yan R., Zhang S.-R., et al. Ionospheric responses at low latitudes to the annular solar eclipse on 21 June 2020. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2020;125:1–16, e2020JA028483. <https://doi.org/10.1029/2020JA028483>
 11. Tsai H. F., Liu J. Y. Ionospheric total electron content response to solar eclipses. *J. Geophys. Res.* 1999;104(A6):12657–12668. <https://doi.org/10.1029/1999JA900001>
 12. Zhang R., Le H., Li W., Ma H., Yang Y., Huang H., et al. Multiple technique observations of the ionospheric responses to the 21 June 2020 solar eclipse. *Journal of Geophysical Research: Space Physics.* 2020;125:1–15, e2020JA028450. <https://doi.org/10.1029/2020JA028450>
 13. Gomez D. D. Ionospheric response to the December 14, 2020 total solar eclipse in South America. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2021;126:1–14, e2021JA029537. <https://doi.org/10.1029/2021JA029537>
 14. Aa E., Zhang S.-R., Erickson P. J., Goncharenko L. P., Coster A. J., Jonah O. F., Lei J., Huang F., Dang T., Liu L. Coordinated ground-based and space-borne observations of ionospheric response to the annular solar eclipse on 26 December 2019. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2020;125(11):1–17, e2020JA028296. <https://doi.org/10.1029/2020JA028296>
 15. Cheng W., Xu W., Gu X., Wang S., Wang Q., Ni B., Lu Z., Xiao B., Meng X. A Comparative Study of VLF Transmitter Signal Measurements and Simulations during Two Solar Eclipse Events. *Remote Sens.* 2023;15(3025):1–14. <https://doi.org/10.3390/rs15123025>
 16. Harjosuwito J., Husin A., Dear V., Muhamad J., Faturahman A., Bahar A., Erlansyah, Syetiawan A., Pradipta R. Ionosonde and GPS total electron content observations during the 26 December 2019 annular solar eclipse over Indonesia. *Ann. Geophys.* 2023;41:147–172. <https://doi.org/10.5194/angeo-41-147-2023>
 17. Verhulst T. G. W., Stankov S. M. The importance of the three-dimensional geometry of solar eclipses for analysis of the impact on the ionosphere. 2018 42nd COSPAR Scientific Assembly, Pasadena, California, USA, Abstract id. C1.1-79-18.
 18. Verhulst T. G. W., Stankov S. M. Height dependency of solar eclipse effects: The ionospheric perspective. *Journal of Geophysical Research: Space Physics.* 2020;125:1–20, e2020JA028088. <https://doi.org/10.1029/2020JA028088>
 19. Stankov S. M., Bergeot N., Berghmans D., Bolsée D., Bruyninx C., et al. Multi-instrument observations of the solar eclipse on 20 March 2015 and its effects on the ionosphere over Belgium and Europe. *J. Space Weather Space Clim.* 2017; 7(A19):1–23. <https://doi.org/10.1051/swsc/2017017>
 20. Sun Y.-Y., Chen C.-H., Su X., Wang J., Yu T., Xu H.-R., Liu, J.-Y. Occurrence of nighttime irregularities and their scale evolution in the ionosphere due to the solar eclipse over East Asia on 21 June 2020. *Journal of Geophysical Research: Space Physics.* 2023;128:1–9. e2022JA030936. <https://doi.org/10.1029/2022JA030936>
 21. Chauvenet W. *Manual of Spherical and Practical Astronomy*, 5-th ed. Vol.1. Philadelphia: J. B. Lippincott Co.; 1891. Reprinted 1960, New York: Dover Publications. 704 p.
 22. Buchanan S. B. *The mathematical theory of eclipses*. Philadelphia and London: J. B. Lippincott Company; 1904. 292 p.
 23. Smart W. M. *Textbook on spherical astronomy*, 6th ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1977. 443 p.
 24. Ball R. *A Treatise On Spherical Astronomy*. London: Cambridge University Press; 1908. 506 p.
 25. Williams W. Jr. *Prediction and Analysis of Solar Eclipse Circumstances*. National Technical Information Service Technical Report NTIS No. AD726626, Springfield, Virginia; 1971. 131 p.
 26. *Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac*. London: H. M. Nautical Almanac Office; 1974. 547 p.
 27. Seidelmann P. K., editor. *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. California: University Science Books; 1992. 752 p.
 28. Urban S. E., Seidelmann P. K., editors. *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 3d ed. Mill Valley, California: University Science Books; 2013. 768 p.
 29. Meeus J., Grosjean C. C., Vanderleen W. *Canon of Solar Eclipses*. New York: Pergamon Press; 1966. 750 p.
 30. Espenak F. *Fifty Year Canon of Solar Eclipses: 1986–2035*. Cambridge, Massachusetts: Sky Publishing Corp.; 1987. 278 p.
 31. Espenak F., Meeus J. *Five Millennium Catalog of Solar Eclipses: –1999 to +3000 (2000 BCE to 3000 CE)*. Revised NASA/TP-2009-214174; 2009. 278 p.
 32. Meeus J. *Elements of Solar Eclipses 1951–2200*. Virginia, USA: Willmann Bell; 1989. 105 p.
 33. Littmann M., Espenak F., Willcox K. *Totality. Eclipses of the Sun*, 3rd ed. Oxford, New York: Oxford University Press; 2008. 358 p.
 34. Steele J. M. *Observations and Predictions of Eclipse Times by Early Astronomers*. Springer-Science+Business Media. 2000. 321 p.
 35. <https://www.iausofa.org>
 36. Meeus J. *Astronomical Algorithms second edition*. Virginia, USA: Willmann Bell; 1998. 477 p.

37. Meeus J. Mathematical Astronomy Morsels. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 1997. 379 p.
38. Meeus J. More Mathematical Astronomy Morsels. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 2002. 429 p.
39. Meeus J. Mathematical Astronomy Morsels III. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 2004. 374 p.
40. Meeus J. Mathematical Astronomy Morsels IV. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 2007. 373 p.
41. Meeus J. Mathematical Astronomy Morsels V. Richmond, Virginia: Willmann-Bell; 2009. 373 p.
42. Montenbruck O., Pfleger T. Astronomy on the Personal Computer. 4th, Completely Revised Edition. New York: Springer; 2000. 300 p.
43. Duffett-Smith P. Astronomy with your Personal Computer, 2nd ed. New York: Cambridge University Press; 1997. 259 p.
44. Duffett-Smith P., Zwart J. Practical Astronomy with your Calculator or Spreadsheet, 4th ed. New York: Cambridge University Press; 2012. 216 p.
45. <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/>
46. <https://www.eclipsewise.com/>
47. Mahooti M. Standards of Fundamental Astronomy. MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 30, 2023. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/74523-standards-of-fundamental-astronomy>
48. Eagle D. A MATLAB Implementation of Elements of Solar Eclipses. MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 30, 2023. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/71132-a-matlab-implementation-of-elements-of-solar-eclipses>
49. Mahooti M. Solar Eclipse. MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 30, 2023. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/55279-solar-eclipse>
50. Mahooti M. Local Circumstances of a Solar Eclipse. MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 30, 2023. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/55609-local-circumstances-of-a-solar-eclipse>
51. Carton W. H. C. The speed of the lunar shadow on Earth during solar eclipses. J. Br. Astron. Assoc. 2011;121(2):105–108.
52. Pasachoff J. M., Fraknoi A. Resource Letter OSE-1: Observing Solar Eclipses. American Journal of Physics. 2017;85(7); 485–494. <http://dx.doi.org/10.1119/1.4985062>
53. Zillman M. P. Astronomy Resources on the Internet 2022. 2022;:1–28. <http://www.AstronomyResources.info/>
54. <https://www.eclipsewise.com/solar/SEprime/2001-2100/SE2022Oct25Pprime.html>
55. Moore P., Rees R. Patrick Moore's Data Book of Astronomy. New York: Cambridge University Press; 2011. 576 p.

Стаття надійшла до редакції: 29 вересня 2023 р.

Рекомендовано до друку: 2 листопада 2023 р.

BESSEL'S METHOD IN STUDY OF SOLAR ECLIPSE INFLUENCE ON THE IONOSPHERE

Yu. B. Mylovanov, V. L. Dorokhov

V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

Relevance. A solar eclipse is a global disturbing factor that significantly changes the characteristics of the ionosphere. As is known, the ionosphere affects the propagation of radio waves of all ranges, that is, it affects the operation of navigation and radio astronomy systems, radars, telecommunications, and remote sensing of near-Earth space. Therefore, the study of the influence of solar eclipses on the ionosphere is an important task, which in general consists of astronomical and ionospheric parts of the work.

The purpose of this work is to present the elements of astronomical calculation methods developed for ionospheric research and to describe the results of using these methods to study the influence of solar eclipses on the ionosphere.

Methods and methodology. The methods are developed on the basis of the Bessel's method, which makes it possible to significantly simplify calculations using the concept of the fundamental plane.

Results. Analytical relationships are obtained for the trace of the lunar shadow on the earth's surface, the eclipse phase, the magnitude of the obscuration, as well as the relative illuminance at the measurement point. Using the developed methods, GPS stations and satellite flights of the current constellation of satellites were optimally selected, the delay time of the main ionospheric response, which was approximately 30–40 minutes, and the relationship between the magnitude of the eclipse phase and the change in total electron content (TEC) were established. For eclipse phase 0.7, the TEC decrease was 3.5 TECU or 19%.

Conclusions. The developed methods make it possible to study the influence of solar eclipses on the ionosphere.

KEY WORDS: ionosphere, solar eclipse, Bessel's method, total electron content, TEC, eclipse phase, remote sensing, GPS, relative illuminance

The article was received by the editors: September 29 2023

The article is recommended for printing: November 2 2023

Оригінальна стаття

<https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-05>

УДК 550:399

Л. Ф. Черногор, д. ф.-м. наук, проф.

e-mail: Leonid.F.Chernogor@gmail.com ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5777-2392>

Є. Г. Жданко, аспірант, молодший науковий співробітник

e-mail: eugenezhd@gmail.com ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-4612-4194>

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Україна, 61022, м. Харків, пл. Свободи, 4

ДОПЛЕРІВСЬКЕ ЗМІЩЕННЯ ЧАСТОТИ ВЧ РАДІОХВИЛЬ У ІОНОСФЕРІ НА ПОХИЛИХ РАДІОТРАСАХ

Актуальність. Іоносфера широко використовується в якості каналу в радіозв'язку, радіонавігації, радіолокації, дистанційному зондуванні Землі з космосу, а також в радіоастрономії. Для виявлення змін параметрів радіоканалу та динамічних процесів у іоносфері доцільно використовувати вимірювання доплерівського зміщення частоти та амплітуди радіосигналів ВЧ діапазону на похилих радіотрасах різної орієнтації. Доплерівське радіозондування має високу чутливість до динамічних процесів у іоносфері. Актуальною задачею є подальший розвиток теоретичних основ похилого ВЧ радіозондування іоносфери як основного простого та дешевого методу моніторингу іоносферного радіоканалу.

Метою цієї роботи є розвиток теоретичних основ доплерівського радіозондування іоносфери на похилих радіотрасах і отримання простих аналітичних співвідношень для доплерівського зміщення частоти.

Методи і методологія. Для розвитку теоретичних основ похилого ВЧ зондування використано сферично-шарувату модель незбуреної іоносфери, періодичну та аперіодичну моделі збурень у іоносфері. В якості вихідних залучені показник заломлення ізотропної іоносфери без втрат, закон Снелліуса, загальна формула для доплерівського зміщення частоти. Основний метод – аналітичні обчислення.

Результати. Для сферично-шаруватої іоносфери отримано скоригований закон секанса, який описує умову відбиття ВЧ радіохвилі від ізотропної іоносфери без втрат. Встановлено просте аналітичне співвідношення для оцінки максимальної застосовної частоти на похилих ВЧ радіотрасах за відомим значенням максимальної плазмової частоти. Для умов похилого ВЧ зондування іоносфери отримано прості аналітичні співвідношення для оцінки відносної амплітуди квазіперіодичних збурень та величини аперіодичних збурень концентрації електронів

у іоносфері. Продемонстрована застосовність отриманих співвідношень при використанні на практиці.

Висновки. Розроблена методична база для практичного її використання під час похилого ВЧ зондування іоносфери.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: іоносфера, похиле ВЧ радіозондування, закон відбиття, максимальна застосовна частота, рухоме іоносферне збурення, доплерівське зміщення частоти, відносне збурення, концентрація електронів.

Як цитувати: Черногор ЛФ, Жданко ЄГ. Доплерівське зміщення частоти ВЧ радіохвиль у іоносфері на похилих радіотрасах. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2023;39:60-68. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-05>

In cites: Chernogor LF, Zhdanko YH. Doppler shifts of HF radio waves along oblique propagation paths in the ionosphere. Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University, series "Radio Physics and Electronics". (In Ukrainian). 2023;39:60-68. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-05>

ВСТУП

Іоносфера широко використовується в якості каналу в радіозв'язку, радіонавігації, радіолокації, дистанційному зондуванні Землі з космосу, а також в радіоастрономії. Іоносфера рідко буває спокійною. Вона збурюється низкою природних і техногенних потужних джерел енерговиділення. Відомо, що збурення, будучи випадковими та нестаціонарними, принципово обмежують тактико-технічні характеристики радіосистем різного призначення. Для послаблення впливу збурень бажана адаптація до змін параметрів радіоканалу. Для моніторингу цих параметрів доцільно використовувати похиле радіозондування іоносфери [1–20]. На практиці часто в якості зондувальних радіосигналів використовують світову мережу радіомовних і службових станцій і приймання сигналів в одному пункті, в пункті спостереження.

Для виявлення змін параметрів радіоканалу та динамічних процесів у іоносфері доцільно використовувати вимірювання доплерівського зміщення частоти (ДЗЧ) та амплітуди радіосигналів ВЧ

діапазону на похилих радіотрасах різної орієнтації. Так здійснюється моніторинг стану іоносфери та іоносферного радіоканалу практично в глобальних масштабах.

Доплерівське радіозондування має високу чутливість до динамічних процесів у іоносфері [6, 8, 12]. Роздільна здатність за доплерівською частотою сягає 0.01–0.1 Гц за роздільної здатності за часом 10 с. Точність оцінки ДЗЧ не гірше 0.01 Гц. Такі параметри дають можливість досліджувати відносні збурення концентрації електронів N не менше 10^{-4} – 10^{-3} та досліджувати рух плазми в іоносфері зі швидкістю не менше 0.1–1 м/с.

Для похилого зондування іоносфери створено низку комплексів [6–8, 10, 14].

У роботах [6, 12] описано програмно-апаратний комплекс для похилого зондування іоносфери Харківського національного університету (ХНУ) імені В. Н. Каразіна, розміщений в Радіофізичній обсерваторії (географічні координати: 49.65°пн. ш., 36.9°сх. д.). Впродовж багатьох років комплекс здійснює моніторинг динамічних процесів у іоносфері.

Автори [7] описали результати спостережень за нестационарними варіаціями параметрів іоносфери, отримані за допомогою комплексу похилого зондування іоносфери.

У низці робіт автори з ХНУ імені В. Н. Каразіна та Харбінського інженерного університету (КНР) дослідили динамічні процеси в іоносфері, які супроводжували помірні землетруси [10, 11], геокосмічні бурі [13–16], сонячні затемнення [14], рух тайфунів [18–20], падіння Камчатського метеороїду [21] тощо. Ними використано спільно виготовлений когерентний багаточастотний багатотрасовий радіотехнічний комплекс, розміщений на території Харбінського інженерного університету (географічні координати: 45.78°пн. ш., 126.68°сх. д.).

Похиле зондування також використовували й інші автори [1–5, 7, 17].

В роботах [21, 22] виконано оцінки параметрів збурень N , отриманих за допомогою доплерівського радару вертикального зондування ХНУ імені В. Н. Каразіна. Для цього використано прості аналітичні співвідношення, які пов'язують виміряні числові ряди ДЗЧ на вертикальних трасах з параметрами іоносфери (збуреннями ΔN концентрації електронів N , їхньою тривалістю ΔT , відносною амплітудою збурень концентрації електронів δN_a , періодами рухомих іоносферних збурень (РІЗ) T тощо). Подібні співвідношення для похилого зондування частково використовуються у роботах авторів [10, 13–20]. Актуальною задачею є подальший розвиток теоретичних основ похилого ВЧ радіозондування іоносфери як основного простого та дешевого методу моніторингу іоносферного радіоканалу.

Мета цієї роботи – розвиток теоретичних основ доплерівського радіозондування іоносфери на похилих радіотрасах і отримання простих аналітичних співвідношень для ДЗЧ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ. ВИХІДНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

Середовище (іоносферу) будемо вважати іонізованим ізотропним без втрат. Тоді показник заломлення n для ВЧ радіохвиль дається наступним співвідношенням [23]:

$$n^2 = 1 - \frac{f_p^2}{f^2}, \quad (1)$$

$$f_p^2 = \frac{e^2 N}{4\pi^2 \epsilon_0 m}, \quad (2)$$

де f_p – плазмова частота електронів, f – частота радіохвилі, e та m – заряд і маса електрона, ϵ_0 – електрична стала.

Для сферично-шаруватої іоносфери є справедливим закон заломлення Снелліуса:

$$n(r)r \sin \vartheta(r) = n_0 r_i \sin \theta, \quad (3)$$

$r = r_0 + z$, r_0 – радіус Землі, z – поточна висота, $r_i = r_0 + z_0$, z_0 – висота початку іоносфери, n_0 – показник заломлення на границі іоносфери, θ – кут падіння радіохвилі на іоносферу, який відрховується від вертикалі,

ϑ – кут між траєкторією радіохвилі в іоносфері та вертикаллю.

На висоті відбиття радіохвилі z_r кут $\vartheta = 90^\circ$, а $\sin \vartheta(z_r) = 1$. Крім того, при $z = z_0$ показник $n_0 = 1$. Тоді з (3) маємо

$$n(z_r) = \frac{r_i}{r} \sin \theta = \frac{r_0 + z_0}{r_0 + z_r} \sin \theta = \frac{1 + \zeta_i}{1 + \zeta_r} \sin \theta, \quad (4)$$

Оскільки $\zeta_i = z_0/r_0 \ll 1$, $\zeta_r = z_r/r_0 \ll 1$, співвідношення (4) набуває такого вигляду:

$$n(z_r) \approx (1 + \zeta_i - \zeta_r) \sin \theta. \quad (5)$$

На довільній висоті z маємо:

$$n(z) \approx (1 - \zeta) \frac{\sin \theta}{\sin \vartheta}, \quad \zeta = \frac{z - z_0}{r_0}. \quad (6)$$

За визначенням, ДЗЧ при поширенні радіохвилі вздовж траєкторії s дається наступним співвідношенням:

$$f_D = -\frac{f}{c} \frac{d}{dt} \int_s n ds, \quad (7)$$

де c – швидкість світла в вакуумі, t – час. Врахуємо, що радіохвиля поширюється від початку іоносфери до висоти відбиття, а потім від цієї висоти до висоти початку іоносфери. Крім того, перейдемо від ds до $dz/\cos\theta$. Тоді замість (7) маємо

$$f_D = -2 \frac{f}{c} \frac{d}{dt} \int_{z_0}^{z_r} n \frac{dz}{\cos\theta} = -2 \frac{f}{c} \int_{z_0}^{z_r} \frac{dn}{dt} \frac{dz}{\cos\theta}. \quad (8)$$

Із співвідношення (1) випливає, що

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{2n} \frac{f_{p0}^2}{f^2} \frac{d}{dt} \delta_N. \quad (9)$$

де $\delta_N = \Delta N/N_0$, N_0 – незбурене значення N , f_{p0} – незбурене значення f_p . При цьому N_0 і f_{p0} від часу не залежать.

ВІДБИТТЯ РАДІОХВИЛЬ ПРИ ПОХИЛОМУ ЗОНДУВАННІ

Із (1) та (5) маємо наступне співвідношення:

$$1 - \frac{f_p^2(z_r)}{f^2} = (1 + \zeta_i - \zeta_r)^2 \sin^2 \theta \approx (1 + 2\zeta_i - 2\zeta_r) \sin^2 \theta. \quad (10)$$

Звідси

$$\frac{f_p^2(z_r)}{f^2} = (1 + 2\zeta_{ir} \tan^2 \theta) \cos^2 \theta, \quad \zeta_{ir} = \zeta_r - \zeta_i. \quad (11)$$

Тоді умова відбиття радіохвилі набуває вигляду:

$$f = k f_p(z_r) \sec \theta, \quad (12)$$

де

$$k = \frac{1}{(1 + 2\zeta_{ir} \tan^2 \theta)^{1/2}}. \quad (13)$$

Для плоскошаруватого середовища $r_0 \rightarrow \infty$, $\zeta_{ir} \rightarrow 0$, а $k \approx 1$. При цьому співвідношення (11) переходить

у відомий закон секансу (див., наприклад, [23]):

$$f = f_p(z_r) \sec \theta.$$

Закон (12) будемо іменувати скоригованим на сферичність законом секанса.

Із (10) оцінимо максимальну застосовну частоту при похилому зондуванні іоносфери:

$$f = \frac{f_p}{(1 - (1 - 2\zeta_{ir}) \sin^2 \theta)^{1/2}}.$$

За $\theta = \theta_{\max} = 90^\circ$ та $f_p = f_{p\max}$ маємо

$$f_{\max} = \frac{f_{p\max}}{(2\zeta_{ir})^{1/2}}.$$

Вдень $N_{\max} = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3}$, $f_{p\max} \approx 10 \text{ МГц}$, $z_{r\max} \approx 300 \text{ км}$, $z_0 \approx 100 \text{ км}$. Тоді для $r_0 \approx 6400 \text{ км}$ маємо $f_{\max} \approx 4f_{p\max} \approx 40 \text{ МГц}$. Вночі $N_{\max} = 0.2 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3}$, $f_{p\max} \approx 4 \text{ МГц}$, $z_{r\max} \approx 400 \text{ км}$. За цих умов $f_{\max} \approx 3.3f_{p\max} \approx 13.2 \text{ МГц}$.

МОДЕЛІ ЗБУРЕНЬ

Розглянемо дві моделі збурень концентрації електронів: періодичну та аперіодичну.

При поширенні в іоносфері РІЗ відносна амплітуда збурень N описується наступною моделлю:

$$\delta_N(t, z) = \delta_{Na}(z_r) e^{(z-z_r)/2H} \sin \frac{2\pi}{T} t, \quad (14)$$

де δ_{Na} – амплітуда, H – висота однорідної атмосфери поблизу z_r . В (14) враховано, що до $z_{cr} \approx 200\text{--}250 \text{ км}$ відносна амплітуда δ_N зростає через експоненційне зменшення атмосферного тиску. Вище z_r значення δ_N , навпаки, поступово зменшуються.

За аперіодичного збурення концентрація електронів збільшується або зменшується на ΔN впродовж часу ΔT .

ПЕРІОДИЧНІ ВАРІАЦІЇ ДЗЧ

Із (14) маємо

$$\frac{d\delta_N}{dt} = \frac{2\pi}{T} \delta_{Na}(z_r) e^{(z-z_r)/2H} \cos \frac{2\pi t}{T}. \quad (15)$$

З урахуванням (9) і (15) із (8) для ДЗЧ отримуємо:

$$f_D = \frac{2\pi f}{cT} \frac{f_{p0}^2(z_r)}{f^2} \delta_{Na}(z_r) \cos \frac{2\pi t}{T} \int_{z_0}^{z_r} e^{(z-z_r)/2H} \frac{dz}{n \cos \vartheta}. \quad (16)$$

Оскільки $n \cos \vartheta$ з висотою змінюється значно менше, ніж експоненційна функція, амплітуда ДЗЧ приймає вигляд:

$$f_{Da} \approx \frac{2\pi f}{cT} \frac{f_{p0}^2(z_r)}{f^2} \frac{\delta_{Na}(z_r)}{n \cos \vartheta} \int_{z_0}^{z_r} e^{(z-z_r)/2H} dz = \frac{4\pi H f}{cT} \frac{f_{p0}^2(z_r)}{f^2} \frac{\delta_{Na}(z_r)}{n \cos \vartheta} (1 - e^{(z_0-z_r)/2H}). \quad (17)$$

Тут риска над $n \cos \vartheta$ означає середнє за висотою значення виразу. Підставивши в (17) вираз (11), отримаємо

$$f_{Da} = \frac{4\pi H}{cT} \frac{f \cos^2 \theta}{k^2} \frac{\delta_{Na}(z_r)}{n \cos \vartheta} (1 - e^{(z_0-z_r)/2H}). \quad (18)$$

Далі врахуємо, що

$$e^{(z_0-z_r)/2H} \ll 1, \quad (19)$$

та оцінимо $\overline{n \cos \vartheta}$. Із (6) отримаємо $n \approx \sin \theta / \sin \vartheta$. Тоді середнє за висотою значення

$$B = \overline{n \cos \vartheta} \approx \left(\frac{\sin \theta \cdot \cos \vartheta}{\sin \vartheta} \right).$$

За $z = z_0$ маємо $\vartheta = \theta$, $B(z_0) = \cos \theta$. Якщо $z = z_r$, то $\vartheta = 90^\circ$, $B(z_r) = 0$. Тоді

$$\overline{n \cos \vartheta} = \frac{1 + \cos \theta}{2}. \quad (20)$$

Із (18) та (20) з врахуванням (19) випливає, що

$$f_D = \frac{4\pi H}{K c T} f \delta_{Na}(z_r), \quad (21)$$

де

$$K = k^2 \frac{1 + \cos \theta}{2 \cos^2 \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{2(1 + 2\zeta_{ir} \tan^2 \theta) \cos^2 \theta}. \quad (22)$$

При вертикальному зондуванні $\theta = 0^\circ$, $K = 1$ і формула (21) набуває вигляду

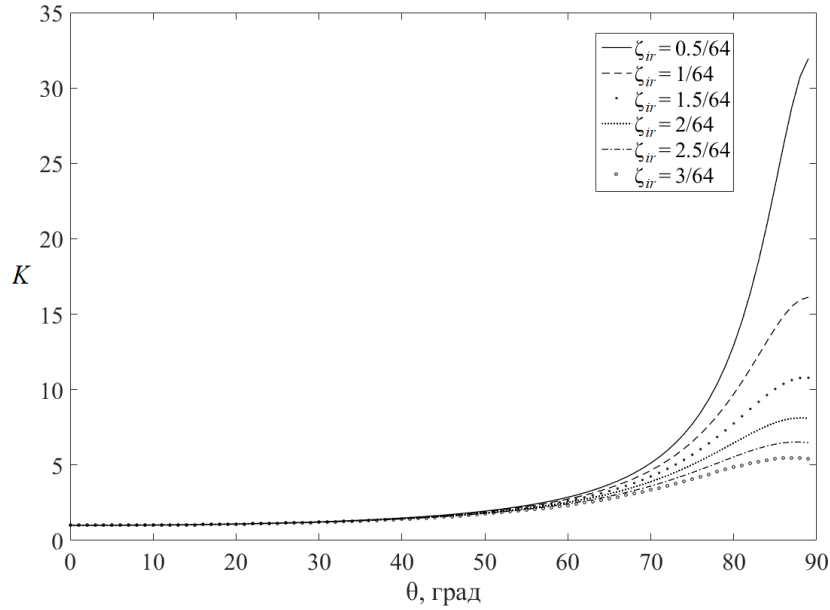
$$f_D = \frac{4\pi H}{cT} f \delta_{Na}(z_r). \quad (23)$$

Із співвідношення (21) отримуємо таке:

$$\delta_{Na} = \frac{K c T}{4\pi H} \frac{f_D}{f}. \quad (24)$$

Формула (24) співпадає з формулою для вертикального зондування, якщо вважати, що основний внесок у ДЗЧ дає діапазон висот $L \approx H$ [22].

Результати розрахунків залежності $K(\theta, \zeta_{ir})$ для низки значень ζ_{ir} наведено на рисунку. Із рисунку можна бачити, що K змінюється від 1 до 5–32 в залежності від значення параметра ζ_{ir} .

Рисунок. Залежність коефіцієнту K від кута падіння та висоти відбиття радіохвиліFigure. Dependence of the coefficient K on the angle of incidence and height of reflection of a radio wave

АПЕРІОДИЧНІ ВАРІАЦІЇ ДЗЧ

Нехай

$$N(t) = N_0 + \Delta N(t), \quad n(t) = n_0 + \Delta n(t).$$

причому ΔN і Δn не залежать від висоти у шарі іоносфери товщиною L . Тоді

$$f_D = -2 \frac{f}{c} \frac{d}{dt} \int_{z_0}^{z_r} n \frac{dz}{\cos \vartheta} = -2 \frac{f}{c} \frac{d}{dt} \int_{z_0}^{z_r} \Delta n(t) \frac{dz}{\cos \vartheta}, \quad (25)$$

$$\text{де } \Delta n \approx -\frac{1}{2n_0} \frac{f_{p0}^2}{f^2} \delta_N, \quad \delta_N = \frac{\Delta N}{N_0}.$$

Оскільки з (6) і (11) випливає, що

$$n \approx \frac{\sin \theta}{\sin \vartheta}, \quad \frac{f_{p0}^2}{f^2} = \frac{\cos^2 \theta}{k^2},$$

із (25) отримаємо

$$f_D \approx \frac{f}{c} \frac{\cos^2 \theta}{k^2} \delta_N \frac{d}{dt} \int_{z_0}^{z_r} \frac{dz}{n \cos \vartheta}.$$

Звідси

$$\int_0^{\Delta T} f_D dt \approx \frac{f}{c} \frac{\cos^2 \theta}{k^2} \delta_N \frac{L}{n \cos \vartheta} \approx 2 \frac{f}{c} \frac{L}{k^2} \delta_N \frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{f}{c} \frac{\delta_N}{K} L. \quad (26)$$

За оцінкою

$$\int_0^{\Delta T} f_D dt \approx \frac{1}{2} f_{Dm} \Delta T,$$

де f_{Dm} – екстремальне значення f_D на інтервалі часу ΔT . Тоді

$$\frac{1}{2} f_{Dm} \Delta T \approx \frac{f}{c} \frac{L}{K} \delta_N,$$

а

$$\delta_N = \frac{K c \Delta T}{2L} \frac{f_{Dm}}{f}. \quad (27)$$

ОБГОВОРЕННЯ

Співвідношення (24) та (27) справедливі для однострибкового поширення радіохвилі. Для радіотрас із

$R \geq 1000$ км частіше спостерігається дво- та тристрибкове поширення. Для m -го стрибка замість (24) та (27) необхідно використовувати наступні співвідношення:

$$\delta_{Na} = \frac{K_m c T}{4\pi m H} \frac{f_{Da}}{f},$$

$$\delta_N = \frac{K_m c \Delta T}{2mL} \frac{f_{Da}}{f},$$

де $K_m = K(\theta_m)$, $\operatorname{tg} \theta_m = \frac{R}{2mz_r}$.

Проілюструємо застосовність формул (24) і (27) на практиці.

Нехай на трасі довжиною $R = 1600$ км амплітуда квазіперіодичного збурення з $T = 15$ хв складає 0.3 Гц. Частота радіохвилі $f = 10$ МГц. Кут θ знаходиться зі співвідношення

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{R}{2z_r}.$$

За $z_r = 200$ км маємо $\theta \approx 76^\circ$, $K \approx 7$. Тоді з (24) для $H(z_r) \approx 40$ км отримуємо $\delta_{Na} \approx 11.3\%$.

Якщо $m = 2$, $z_r = 240$ км, $H(z_r) \approx 50$ км, то $K_2 \approx 2.59$, а $\delta_{Na} \approx 1.7\%$.

Під час сонячного затемнення f_D за $\Delta T \approx 60$ хв спочатку зменшилося на 0.05 Гц, а потім збільшилося на 0.05 Гц. Довжина радіотраси $R = 1600$ км, $f = 10$ МГц, $L \approx 100$ км. Тоді $\delta_N \approx 19\%$. Отримане значення δ_N видається зовсім великим. Зробимо оцінки для $m = 2$. При цьому $z_r = 240$ км, $L \approx 100$ км, $\theta_2 \approx 59^\circ$, $K_2 \approx 2.59$, а $\delta_N \approx 3.5\%$.

Отримані оцінки δ_{Na} та δ_N цілком узгоджуються з відомими результатами (див., наприклад, [10, 13–16, 18–20, 22]).

Додамо, що параметр H суттєво залежить від висоти. Для оцінки $H(z)$ на висоті z можна використовувати наступну формулу:

$$H = 7 \left(1 + 9 \frac{z - 100}{200} \right),$$

де H і z вимірюються в кілометрах.

ГОЛОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

1. Для сферично-шаруватої іоносфери отримано скоригований закон секанса, який описує умову відбиття ВЧ радіохвилі від ізотропної іоносфери без втрат.

2. Встановлено просте аналітичне співвідношення для оцінки максимальної застосовної частоти на похилих радіотрасах ВЧ діапазону за відомим значенням максимальної плазмової частоти.

3. Для умов похилого ВЧ зондування іоносфери отримано прості аналітичні співвідношення для оцінки відносної амплітуди квазіперіодичних збурень та величини аперіодичних збурень концентрації електронів у іоносфері.

4. Продемонстрована застосовність отриманих співвідношень при використанні на практиці.

Таким чином, розроблена методична база для практичного її використання під час похилого ВЧ зондування іоносфери.

ФІНАНСУВАННЯ РОБОТИ

Дослідження Черногора Л. Ф. виконано в рамках проекту Національного фонду досліджень України (номер 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля–атмосфера–іоносфера»). Також робота Черногора Л. Ф. і Жданка Є. Г. частково підтримана в рамках держбюджетних НДР, заданих МОН України (номери держреєстрації 0122U001476, 0121U109881 і 0121U109882).

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Pietrella M, Perrone L, Fontana G, Romano V, Malagnini A, Tutone G, Zolesi B, Cander LjR, Belehaki A, Tzagouri I, Kouris SS, Vallianatos F, Makris J, Angling M. Oblique-incidence ionospheric soundings over Central Europe and their application for testing now casting and long term prediction models. *Advances in Space Research*. 2009;43(11):1611-1620. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2008.01.022>
2. Vilella C, Miralles D, Pijoan JL. An Antarctica-to-Spain HF ionospheric radio link: Sounding results. *Radio Sci*. 2008;43:RS4008. <https://doi.org/10.1029/2007RS003812>

3. Chen G, Zhao Z, Yang G, Zhou C, Yao M, Li T, Huang S, Li N. Enhancement and HF Doppler observations of sporadic-E during the solar eclipse of 22 July 2009. *J. Geophys. Res.* 2010;115:A09325. <https://doi.org/10.1029/2010JA015530>
4. Zhou C, Zhao Z, Deng F, Ni B, Chen G. Midlatitude ionospheric HF channel reciprocity: Evidence from the ionospheric oblique incidence sounding experiments. *Radio Sci.* 2010;45:RS6017, <https://doi.org/10.1029/2010RS004477>
5. Ads AG, Bergadà P, Vilella C, Regué JR, Pijoan JL, Bardají R, Mauricio J. A comprehensive sounding of the ionospheric HF radio link from Antarctica to Spain. *Radio Sci.* 2012;48:1-12. <https://doi.org/10.1029/2012RS005074>
6. Chernogor LF, Garmash KP, Podnos VA, Rozumenko VT, Tsymbal AM, Tyrnov OF. The Upgraded Kharkiv V. N. Karazin National University Radiophysical Observatory. *Sun and Geosphere.* 2012;7(2):133-139. <http://www.sungeosphere.org/>
7. Laštovička J, Chum J. A review of results of the international ionospheric Doppler sounder network. *Advances in Space Research.* 2017;60(8):1629-1643. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.01.032>
8. Чорногор ЛФ, Гармаш КП, Guo Q, Zheng Yu, Поднос ВА, Розуменко ВТ, Тирнов ОФ, Цимбал АМ. Когерентний багаточастотний багатотрасовий комплекс для радіофізичного моніторингу динамічних процесів у іоносфері. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка».* 2018;28:88-93.
9. Guo Q, Zheng Y, Chernogor LF, Garmash KP, Rozumenko VT. Ionospheric processes observed with the passive oblique-incidence HF Doppler radar. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка».* 2019;30:3-15. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2019-30-01>
10. Guo Q, Chernogor LF, Garmash KP, Rozumenko VT, Zheng Y. Dynamical processes in the ionosphere following the moderate earthquake in Japan on 7 July 2018. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics.* 2019 May;186:88-103. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2019.02.003>
11. Luo Y, Guo Q, Zheng Y, Гармаш КП, Черногор ЛФ, Шульга СН. Варіації характеристик радіохвиль ВЧ діапазону над Китаєм, які супроводжували помірний землетрус в Японії 5 вересня 2018 р. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка».* 2019;30:16-26. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2019-30-02>
12. Чорногор ЛФ, Гармаш КП, Жданко ЄГ, Леус СГ, Поднос ВА. Програмно-апаратний комплекс багаточастотного похилого зондування іоносфери. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка».* 2020;33:42-59. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2020-33-04>
13. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Luo Y, Rozumenko VT, Zheng Y. Ionospheric storm effects over the People's Republic of China on 14 May 2019: Results from multipath multi-frequency oblique radio sounding. *Advances in Space Research.* 2020;66(2):226-242. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2020.03.037>
14. Guo Q, Chernogor LF, Garmash KP, Rozumenko VT, Zheng Y. Radio Monitoring of Dynamic Processes in the Ionosphere Over China During the Partial Solar Eclipse of 11 August 2018. *Radio Science.* 2020;55(2):e2019RS006866. <https://doi.org/10.1029/2019RS006866>
15. Luo Y, Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Zheng Yu. Dynamic processes in the magnetic field and in the ionosphere during the 30 August – 2 September, 2019 geospace storm. *Annales Geophysicae.* 2021;39(4). <https://doi.org/10.5194/angeo-39-657-2021>
16. Luo Y, Guo Q, Zheng Y, Гармаш КП, Черногор ЛФ, Шульга СМ. Ефекти геокоосмічної бурі 5—6 серпня 2019 р. *Космічна наука і технологія.* 2021;27(2(129)):45-69. <https://doi.org/10.15407/knit2021.02.045>
17. Nakata H, Nozaki K, Oki Y. et al. Software-defined radio-based HF doppler receiving system. *Earth Planets Space.* 2021;73(209). <https://doi.org/10.1186/s40623-021-01547-5>
18. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Zheng Yu, Luo Y. Supertyphoon Hagibis action in the ionosphere on 6–13 October 2019: Results from multi-frequency multiple path sounding at oblique incidence. *Advances in Space Research.* 2021;67(8):2439-2469. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.01.038>
19. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Zheng Y, Luo Y. Disturbances in the ionosphere that accompanied typhoon activity in the vicinity of China in September 2019. *Radio Science.* 2022;57:e2022RS007431. <https://doi.org/10.1029/2022RS007431>
20. Zheng Y, Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Luo Y. Disturbances in the Ionosphere and Distortion of Radio Wave Characteristics That Accompanied the Super Typhoon Lekima Event of 4 – 12 August 2019. *Journal of Geophysical Research: Space Physics.* 2022;127:e2022JA030553. <https://doi.org/10.1029/2022JA030553>
21. Chernogor LF. Kamchatka Meteoroid Effects in the Lithosphere–Atmosphere–Ionosphere–Magnetosphere System. In: Kostrov A, Bobrov N, Gordeev E, Kulakov E, Lyskova E, Mironova I. (eds) *Problems of*

- Geocosmos–2020. Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. Springer, Cham. 2022:365-377. https://doi.org/10.1007/978-3-030-91467-7_27
22. Chernogor L. F., Blaunstein N. Radiophysical and Geomagnetic Effects of Rocket Burn and Launch in the Near-the-Earth Environment. Boca Raton, London, New York: CRC Press. Taylor & Francis Group, 2013. 542 p.
23. Davies K. Ionospheric radio. Peter Peregrinus Ltd., London, 1990. 580 p.

REFERENCES

- Pietrella M, Perrone L, Fontana G, Romano V, Malagnini A, Tutone G, Zolesi B, Cander LjR, Belehaki A, Tsagouri I, Kouris SS, Vallianatos F, Makris J, Angling M. Oblique-incidence ionospheric soundings over Central Europe and their application for testing now casting and long term prediction models. *Advances in Space Research*. 2009;43(11):1611-1620. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2008.01.022>
- Vilella C, Miralles D, Pijoan JL. An Antarctica-to-Spain HF ionospheric radio link: Sounding results. *Radio Sci*. 2008;43:RS4008. <https://doi.org/10.1029/2007RS003812>
- Chen G, Zhao Z, Yang G, Zhou C, Yao M, Li T, Huang S, Li N. Enhancement and HF Doppler observations of sporadic-E during the solar eclipse of 22 July 2009. *J. Geophys. Res.* 2010;115:A09325. <https://doi.org/10.1029/2010JA015530>
- Zhou C, Zhao Z, Deng F, Ni B, Chen G. Midlatitude ionospheric HF channel reciprocity: Evidence from the ionospheric oblique incidence sounding experiments. *Radio Sci*. 2010;45:RS6017, <https://doi.org/10.1029/2010RS004477>
- Ads AG, Bergadà P, Vilella C, Regué JR, Pijoan JL, Bardají R, Mauricio J. A comprehensive sounding of the ionospheric HF radio link from Antarctica to Spain. *Radio Sci*. 2012;48:1-12. <https://doi.org/10.1029/2012RS005074>
- Chernogor LF, Garmash KP, Podnos VA, Rozumenko VT, Tsymbal AM, Tyrnov OF. The Upgraded Kharkiv V. N. Karazin National University Radiophysical Observatory. *Sun and Geosphere*. 2012;7(2):133-139. <http://www.sungeosphere.org/>
- Laštovička J, Chum J. A review of results of the international ionospheric Doppler sounder network. *Advances in Space Research*. 2017;60(8):1629-1643. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.01.032>
- Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Zheng Yu, Podnos VA, Rozumenko VT, Tyrnov OF, Tsymbal AM. A coherent multi-frequency multiple path radio system for monitoring dynamical processes in the ionosphere. *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Series «Radio Physics and Electronics»*. 2018;28:88-93.
- Guo Q, Zheng Y, Chernogor LF, Garmash KP, Rozumenko VT. Ionospheric processes observed with the passive oblique-incidence HF Doppler radar. *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Series «Radio Physics and Electronics»*. 2019;30:3-15. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2019-30-01>
- Guo Q, Chernogor LF, Garmash KP, Rozumenko VT, Zheng Y. Dynamical processes in the ionosphere following the moderate earthquake in Japan on 7 July 2018. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2019 May;186:88-103. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2019.02.003>
- Luo Y, Guo Q, Zheng Y, Garmash KP, Chernogor LF, Shulga SM. HF radio-wave characteristic variations over China during moderate earthquake in Japan on September 5, 2018. *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Series «Radio Physics and Electronics»*. 2019;30:16-26. (In Ukrainian). <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2019-30-02>
- Chernogor LF, Garmash KP, Zhdanko YH, Leus SG, Podnos VA. Software and hardware system of multi-frequency oblique sounding the ionosphere. *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Series «Radio Physics and Electronics»*. 2020;33:42-59. (In Ukrainian). <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2020-33-04>
- Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Luo Y, Rozumenko VT, Zheng Y. Ionospheric storm effects over the People's Republic of China on 14 May 2019: Results from multipath multi-frequency oblique radio sounding. *Advances in Space Research*. 2020;66(2):226-242. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2020.03.037>
- Guo Q, Chernogor LF, Garmash KP, Rozumenko VT, Zheng Y. Radio Monitoring of Dynamic Processes in the Ionosphere Over China During the Partial Solar Eclipse of 11 August 2018. *Radio Science*. 2020;55(2):e2019RS006866. <https://doi.org/10.1029/2019RS006866>
- Luo Y, Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Zheng Yu. Dynamic processes in the magnetic field and in the ionosphere during the 30 August – 2 September, 2019 geospace storm. *Annales Geophysicae*. 2021;39(4). <https://doi.org/10.5194/angeo-39-657-2021>
- Luo Y, Guo Q, Zheng Y, Garmash KP, Chernogor LF, Shulga SM. Geospace storm effects on August 5—6, 2019. *Space Science and Technology*. 2021;27(2(129)):45-69. (In Ukrainian). <https://doi.org/10.15407/knit2021.02.045>

17. Nakata H, Nozaki K, Oki Y. et al. Software-defined radio-based HF doppler receiving system. *Earth Planets Space*. 2021;73(209). <https://doi.org/10.1186/s40623-021-01547-5>
18. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Zheng Yu, Luo Y. Supertyphoon Hagibis action in the ionosphere on 6–13 October 2019: Results from multi-frequency multiple path sounding at oblique incidence. *Advances in Space Research*. 2021;67(8):2439-2469. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.01.038>
19. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Zheng Y, Luo Y. Disturbances in the ionosphere that accompanied typhoon activity in the vicinity of China in September 2019. *Radio Science*. 2022;57:e2022RS007431. <https://doi.org/10.1029/2022RS007431>
20. Zheng Y, Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Luo Y. Disturbances in the Ionosphere and Distortion of Radio Wave Characteristics That Accompanied the Super Typhoon Lekima Event of 4 – 12 August 2019. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2022;127:e2022JA030553. <https://doi.org/10.1029/2022JA030553>
21. Chernogor LF. Kamchatka Meteoroid Effects in the Lithosphere–Atmosphere–Ionosphere–Magnetosphere System. In: Kosterov A, Bobrov N, Gordeev E, Kulakov E, Lyskova E, Mironova I. (eds) *Problems of Geocosmos–2020*. Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. Springer, Cham. 2022:365-377. https://doi.org/10.1007/978-3-030-91467-7_27
22. Chernogor L. F., Blaunstein N. *Radiophysical and Geomagnetic Effects of Rocket Burn and Launch in the Near-the-Earth Environment*. Boca Raton, London, New York: CRC Press. Taylor & Francis Group, 2013. 542 p.
23. Davies K. *Ionospheric radio*. Peter Peregrinus Ltd., London, 1990. 580 p.

Стаття надійшла до редакції: 11 вересня 2023 р.

Рекомендовано до друку: 24 жовтня 2023 р.

DOPPLER SHIFTS OF HF RADIO WAVES ALONG OBLIQUE PROPAGATION PATHS IN THE IONOSPHERE

L. F. Chernogor, Y. H. Zhdanko

V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svoboda Square, Kharkiv, 61022, Ukraine

Urgency. The ionosphere is widely used as a channel for radar, radioastronomy, radio navigation, communication links, and space-based sounding the Earth. To reveal changes in the radio channel parameters and variations in dynamic ionospheric processes, measurements of the Doppler shift and signal amplitude of HF radio waves should be taken along oblique propagation paths of various orientation. The Doppler radio sounding exhibits a great sensitivity to the dynamic processes in the ionosphere, therefore, the need for further development of the theoretical basis for oblique HF radio sounding the ionosphere, as a main simple and cheap technique for monitoring the ionospheric radio channel, is urgent.

The aim of this work is to develop the theoretical basis for the Doppler sounding the ionosphere along oblique propagation paths and to derive simple analytical relations for the Doppler shift.

Methods and Methodology. In developing the theoretical basis for oblique HF sounding, the undisturbed ionosphere

is assumed to be plane stratified, and the ionospheric disturbances to follow periodic and aperiodic models. The Snell law, the general formula for the Doppler shift, and the index of refraction taken to be that for the isotropic ionosphere are involved in the analytical derivations. The main technique is calculations using an analytical approach.

Results. The corrected secant law describing the condition for HF radio waves to reflect from a loss-free smooth spherically concentric isotropic ionosphere has been obtained. A simple analytical expression for estimating the maximum usable frequency along oblique HF propagation paths, making use of the known maximum plasma frequency, has been determined. For the conditions of oblique HF sounding the ionosphere, simple analytical relations are obtained for estimating the relative amplitude of quasi-sinusoidal disturbances and the magnitude of aperiodic disturbances of the electron density in the ionosphere. The applicability of the obtained relations has been demonstrated in practice.

Conclusions. The scientific base has been developed for making use of it in oblique HF sounding the ionosphere.

KEY WORDS: ionosphere, oblique HF radio sounding, reflection law, maximum usable frequency, traveling ionospheric disturbance, Doppler shift, relative disturbance, electron density

The article was received by the editors: September 11 2023.

The article is recommended for printing: October 24 2023

Оригінальна стаття

<https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-06>

УДК 550:388

Л. Ф. Чорногор, д. фіз.-м. наук, проф.

e-mail: Leonid.F.Chernogor@gmail.com ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5777-2392>

В. Л. Дорохов, н. с.

e-mail: vasiliy.l.dorohov@karazin.ua

Є. Г. Жданко, аспірант, м. н. с.

e-mail: eugenezhd@gmail.com ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-4612-4194>

Ю. Б. Милованов, канд. фіз.-мат. наук, с.н.с.

e-mail: hobit1957@gmail.com ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0207-3329>

А. М. Цимбал, к. фіз.-м. наук, доц.

e-mail: a.tsymbal@karazin.ua ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5274-8876>

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Україна, 61022, м. Харків, майдан Свободи,

4

ОСОБЛИВОСТІ ІОНОСФЕРНИХ ЕФЕКТІВ ЧАСТКОВОГО СОНЯЧНОГО ЗАТЕМНЕННЯ 25 ЖОВТНЯ 2022 р. ПОБЛИЗУ ВЕЧІРЬНОГО ТЕРМІНАТОРА

Актуальність. Іоносфера залишається основним каналом, який використовується засобами радіозв'язку, радіонавігації, радіолокації, дистанційного радіозондування та радіоастрономії. Параметри цього каналу суттєво залежать від впливу високоенергетичних джерел, що мають місце в системі Земля – атмосфера – іоносфера – магнітосфера (ЗАІМ). Одним із таких джерел є сонячне затемнення (СЗ). Актуальною задачею є дослідження особливостей реакції іоносфери на дію СЗ, що має місце поблизу моментів заходу Сонця.

Метою цієї роботи є опис результатів дослідження часових варіацій повного електронного вмісту (ПЕВ) в іоносфері, викликаних СЗ поблизу вечірнього термінатора.

Методи і методологія. У якості первинних даних використано результати вимірювання параметрів радіосигналів Глобальної навігаційної супутникової системи (ГНСС) GPS на станції NVSK для шести супутників (G04, G07, G09, G16, G26 і G27). Похибка оцінки ПЕВ не перевищувала 1%.

Результати. Вперше за допомогою ГНСС-технологій досліджено реакцію ПЕВ на сонячне затемнення, що мало місце перед проходженням та в період проходження вечірнього термінатора. Встановлено, що СЗ запускає фізико-хімічні та динамічні процеси в системі ЗАІМ, які забезпечують продовження реакції іоносфери і після закінчення затемнення та після заходу Сонця на поверхні Землі. Тривалість реакції сягала 120–180 хв. За максимальної фази СЗ дефіцит ПЕВ не перевищував 5 TECU або 33–36%. Величина дефіциту в цілому відстежувала зменшення фази СЗ та площі покриття диску Сонця. Є підстави вважати, що мала місце синергетична взаємодія двох наступних джерел – сонячного затемнення та термінатора.

Висновки. Встановлено основні особливості іоносферних ефектів сонячного затемнення в період дії вечірнього термінатора.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: іоносфера, сонячне затемнення, повний електронний вміст, дефіцит ПЕВ, тривалість реакції, особливості іоносферних ефектів

Як цитувати: Чорногор ЛФ, Дорохов ВЛ, Жданко ЄГ, Милованов ЮБ, Цимбал АМ. Особливості іоносферних ефектів часткового сонячного затемнення 25 жовтня 2022 р. поблизу вечірнього термінатора. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2023;39:69-78. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-06>

In cites: Chernogor LF, Dorokhov VL, Zhdanko YH, Mylovanov YuB, Tsymbal AM. Features of ionospheric effects from the partial solar eclipse of October 25, 2022, near the evening terminator. Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University, series "Radio Physics and Electronics". 39:69-78. (In Ukrainian). <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-39-06>

ВСТУП

Іоносфера залишається основним каналом, який використовується засобами радіозв'язку, радіонавігації, радіолокації, дистанційного радіозондування та радіоастрономії. Параметри цього каналу суттєво залежать від високоенергетичних джерел, що впливають на іоносферу. Сонячне затемнення (СЗ) – високоенергетичне джерело, яке здатне викликати значні збурення у всіх підсистемах системи Земля –

атмосфера – іоносфера – магнітосфера (ЗАІМ) [1]. Якісно ефекти під час СЗ подібні ефектам, що спостерігаються під час заходу та сходу Сонця, але суттєво відрізняються за часовими та просторовими масштабами. Незважаючи на те, що іоносферні ефекти СЗ вивчаються близько 100 років, залишається невирішеною низка питань. До них належить таке питання: в чому полягають особливості СЗ у вечірній час, під час заходу Сонця та поблизу цієї події? Дослідження цих особливостей обумовлює актуальність роботи.

Для вивчення іоносферних ефектів СЗ застосовується цілий арсенал методів: вертикального [2–6] та похилого [7–9] зондування, некогерентного розсіяння [10–20], доплерівського зондування [21–23], ГНСС-технології [24–30] та інші [31–35].

Тільки сонячним затемненням, що мали місце у 2020 та 2021 рр. присвячено велику кількість робіт [6, 9, 27–29, 33, 36, 37]. Це підтверджує тезу про те, що кожне нове СЗ додає нові відомості про ефекти в системі ЗАІМ.

Мета роботи – опис результатів аналізу часових варіацій повного електронного вмісту (ПЕВ) у іоносфері, викликаних СЗ поблизу вечірнього термінатора.

Стаття побудована наступним чином. Після короткого опису загальних відомостей про СЗ 25 жовтня 2022 р., аналізу стану космічної погоди, методів та методології дослідження наведено результати аналізу часових варіацій ПЕВ. Після обговорення отриманих результатів викладено висновки.

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО СОНЯЧНЕ ЗАТЕМНЕННЯ

Часткове СЗ 25 жовтня 2022 р. спостерігалось на півночі та в Центральній Європі, на Близькому Сході, на Північному Сході Африки та в більшій частині Азії [<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEdecade/SEdecade2021.html>]. СЗ розпочалося над територією Ісландії о 08:59:10 UT (UT – тут і надалі всесвітній час), а закінчилося в районі Аравійського моря о 13:02:07. Найбільша фаза СЗ складала 0.8611.

СТАН КОСМІЧНОЇ ПОГОДИ

Згідно з сайтами [<https://omniweb.gsfc.nasa.gov>] і [<https://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp>] стан космічної погоди був наступний. У день СЗ концентрація частинок у сонячному вітрі не перевищувала $(4-5) \cdot 10^6 \text{ м}^{-3}$. Їхня швидкість була близькою до 350–450 км/с, температура – $0.5 \cdot 10^5 \text{ К}$, а обчислений динамічний тиск – 1 нПа.

Значення B_z -компоненти міжпланетного магнітного поля флукували у межах $\pm(1-2) \text{ нТл}$.

Величина розрахованої функції Акасофу, що описує приплив енергії від сонячного вітру до магнітосфери, не перевищувала 1–2 ГДж/с.

Значення K_p -індексу у день СЗ не перевищували 2.

Значення D_{st} -індексу 25 жовтня 2022 р. флукували у межах $\pm 5 \text{ нТл}$.

Наведені дані про параметри сонячного вітру, міжпланетного магнітного поля та геомагнітного поля свідчать про те, що стан космічної погоди був незбуреним, а значить, сприятливим для спостереження ефектів СЗ. У якості контрольних днів обрано 21 та 26 жовтня 2022 р., оскільки дні 22–24 жовтня 2022 р. були дещо збуреними.

МЕТОДИ ТА МЕТОДОЛОГІЯ

Для дослідження іоносферних ефектів використано ГНСС-технології, а саме дані вимірювань сигналів навігаційних супутників G04, G07, G09, G16, G26 і G27 на станції NVSK. Географічні координати станції: 54.840° пн. ш., 83.235° сх. д. Особливістю даних для цієї станції було те, що СЗ спостерігалось поблизу моментів часу проходження вечірнього термінатора. Траєкторії підіоносферних точок для вказаних супутників показано на Рис. 1.

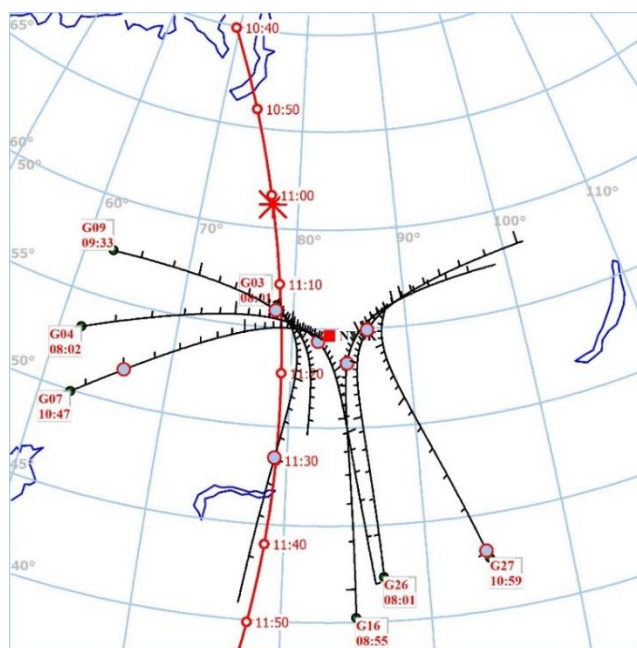


Рис. 1. Траєкторії підіоносферних точок для супутників G04, G07, G09, G16, G26 і G27. Червоним квадратом показано станцію NVSK.

Fig. 1. Trajectories of subionospheric points for the G04, G07, G09, G16, G26, and G27 satellites. Red square shows the NVSK station.

Дані вимірювань параметрів радіосигналів супутників за відомою методикою перетворювалися в часові залежності ПЕВ (див., наприклад, [10, 26–29]). Похибка отримання ПЕВ не перевищувала 0.1 TECU.

Дані про варіації ПЕВ, які супроводжували СЗ, співставлялися з даними про СЗ, а саме фазою M , відносною часткою площі диску Сонця A , покритого диском Місяця, відносною освітленістю E з урахуванням затемнення

$$E_m = E \left(1 - \frac{A}{100\%} \right).$$

Для оцінки цих параметрів СЗ використовувалася методика Ф. Бесселя [38]. Відносна освітленість $E = \cos \chi$ нормована на освітленість у підсонячній точці. Кут χ – це зенітний кут.

Аналізу підлягали часові варіації ПЕВ $N_V(t)$, очікуване значення ПЕВ N_{V0} , яке мало бути за відсутності затемнення, дефіцит ПЕВ $\Delta N_V = N_V - N_{V0}$, відносне зменшення ПЕВ $\delta_V = \Delta N_V / N_{V0}$, час запізнювання реакції Δt ПЕВ на СЗ та тривалість реакції ΔT .

Додамо, що параметри СЗ розраховані для висоти 450 км.

РЕЗУЛЬТАТИ АНАЛІЗУ

Супутник G04. Часові варіації $N_V(t)$ для 24–27 жовтня 2022 р. наведено на Рис. 2а. Із Рис. 2а видно, що СЗ мало місце приблизно за одну годину до заходу Сонця на поверхні Землі та закінчилося приблизно в момент заходу Сонця на висотах біля 100 км. Зменшення ПЕВ у порівнянні з контрольними днями розпочалося приблизно о 10:15 та продовжувалося й після заходу Сонця на поверхні Землі. Якщо за даними контрольних днів вважати, що $N_{V0} \approx 15$ TECU, $N_{Vmin} \approx 10$ TECU, то $\Delta N_{Vmin} \approx -5$ TECU, а $\delta_{Vmin} \approx -0.33$. Час запізнювання реакції на СЗ склав не менше 30 хв, якщо його відраховувати від моменту закінчення затемнення. Тривалість реакції, певно, була не менше 180 хв, точніше її визначити не представляється можливим.

Супутник G07. СЗ закінчилося після заходу Сонця на поверхні Землі та продовжувалося близько 40 хв після цього на висотах іоносфери (Рис. 2б). Зменшення N_V розпочалося о 10:45 та закінчилось о 13:00, тобто

$\Delta T \approx 135$ хв. Найбільше значення дефіциту спостерігалось об 11:45. За $N_{V0} \approx 15$ TECU, $N_{Vmin} \approx 10$ TECU, $\Delta N_{Vmin} \approx -5$ TECU, а $\delta_{Vmin} \approx -0.33$.

Супутник G09. СЗ закінчилося практично в момент заходу Сонця на поверхні Землі (Рис. 2в). Зменшення ПЕВ розпочалося приблизно о 10:20 та продовжувалося ще після 13:00. При цьому $\Delta T > 160$ хв.

Якщо $N_{V0} \approx 14$ TECU, $N_{Vmin} \approx 9$ TECU, то $\Delta N_{Vmin} \approx -5$ TECU, а $\delta_{Vmin} \approx -0.36$. Значення N_{Vmin} мало місце об 11:50.

Супутник G16. Часткове затемнення закінчилося приблизно за 10 хв до заходу Сонця на поверхні нашої планети (Рис. 2з). Зменшення ПЕВ, що супроводжувало СЗ, тривало не менше 120 хв. У разі $N_{V0} \approx 12.5$ TECU, $N_{Vmin} \approx 10$ TECU, маємо $\Delta N_{Vmin} \approx -2.5$ TECU, а $\delta_{Vmin} \approx -0.20$. Значення N_{Vmin} спостерігалось об 11:35.

Супутник G26. СЗ закінчилося за 22 хв до заходу світила на поверхні Землі (Рис. 2д). Зменшення ПЕВ тривало з 10:30 до 13:00, тобто близько 150 хв. Якщо $N_{V0} \approx 12.5$ TECU, $N_{Vmin} \approx 10$ TECU, то $\Delta N_{Vmin} \approx -2.5$ TECU, а $\delta_{Vmin} \approx -0.2$. Значення N_{Vmin} реєструвалось приблизно об 11:15.

Супутник G27. Після заходу Сонця на поверхні Землі ПЕВ продовжував зменшуватися більше, ніж у контрольні дні (Рис. 2е). Ймовірно, що $N_{V0} \approx 12$ TECU, $N_{Vmin} \approx 10$ TECU, то $\Delta N_{Vmin} \approx -2$ TECU, а $\delta_{Vmin} \approx -0.17$. Тривалість ΔT не менше 120 хв. Значення N_{Vmin} мало місце об 11:50.

ОБГОВОРЕННЯ

Особливості іоносферних ефектів СЗ, що мали місце поблизу моментів часу проходження вечірнього термінатора, пов'язані, перш за все, з тим, що освітленість іоносфери суттєво зменшувалася при збільшенні кута χ . СЗ додатково зменшувало освітленість у цей період. Здавалося б, що іоносферні ефекти затемнення будуть априорі малими. Проте спостереження показали, що зменшення ПЕВ за $A_{max} \approx 91\text{--}93\%$ сягало приблизно 20–36% (таблиця). Більше того, ефекти були помітними навіть за $A_{max} \approx 83\%$. Це означає, що СЗ запускає фізико-хімічні та динамічні процеси в іоносфері, що призводять до цілком реєстрованих ефектів. Важливо, що іоносферні ефекти продовжувалися на тлі вечірнього зменшення ПЕВ і після закінчення затемнення. Тривалість реакції зазвичай перевищувала 120–180 хв. Така реакція іоносфери на СЗ в цілому була неочікуваною.

В майбутньому необхідно провести детальне фізико-математичне моделювання основних процесів в іоносфері, викликаних СЗ поблизу моментів проходження сонячного термінатора. Мабуть, має місце синергетична взаємодія двох високоенергетичних джерел – затемнення та термінатора [1].

Таблиця. Основні відомості про параметри збурень ПЕВ, що супроводжували СЗ, на станції NVSK.

Table. Basic information on the parameters of disturbances in TEC accompanying the SE at NVSK station.

Супутник	M_{max}	$A_{max}, \%$	N_{V0}, TECU	N_{Vmin}, TECU	$\Delta N_{Vmin}, \text{TECU}$	δ_{Vmin}	$\Delta T, \text{хв}$
G09	0.944	92.8	14	9	-5	-0.36	> 160
G07	0.934	91.5	15	10	-5	-0.33	135
G04	0.931	91.3	15	10	-5	-0.33	> 180
G26	0.929	91	12.5	10	-2.5	-0.20	150
G16	0.926	90.6	12.5	10	-2.5	-0.20	> 120
G27	0.867	83.1	12	10	-2	-0.17	> 120

ГОЛОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

1. Вперше за допомогою ГНСС-технологій досліджено реакцію ПЕВ на сонячне затемнення, що мало місце перед проходженням та в період проходження вечірнього термінатора.
2. Встановлено, що СЗ запускає фізико-хімічні та динамічні процеси в системі ЗАІМ, які забезпечують продовження реакції іоносфери і після закінчення затемнення та після заходу Сонця на поверхні Землі.
3. Тривалість реакції сягала 120–180 хв.
4. За максимальної фази СЗ дефіцит ПЕВ не перевищував 5 TECU або 33–36%. Величина дефіциту в цілому відстежувала зменшення фази СЗ та A_{max} .
5. Є підстави вважати, що мала місце синергетична взаємодія двох наступних джерел – сонячного затемнення та термінатора.

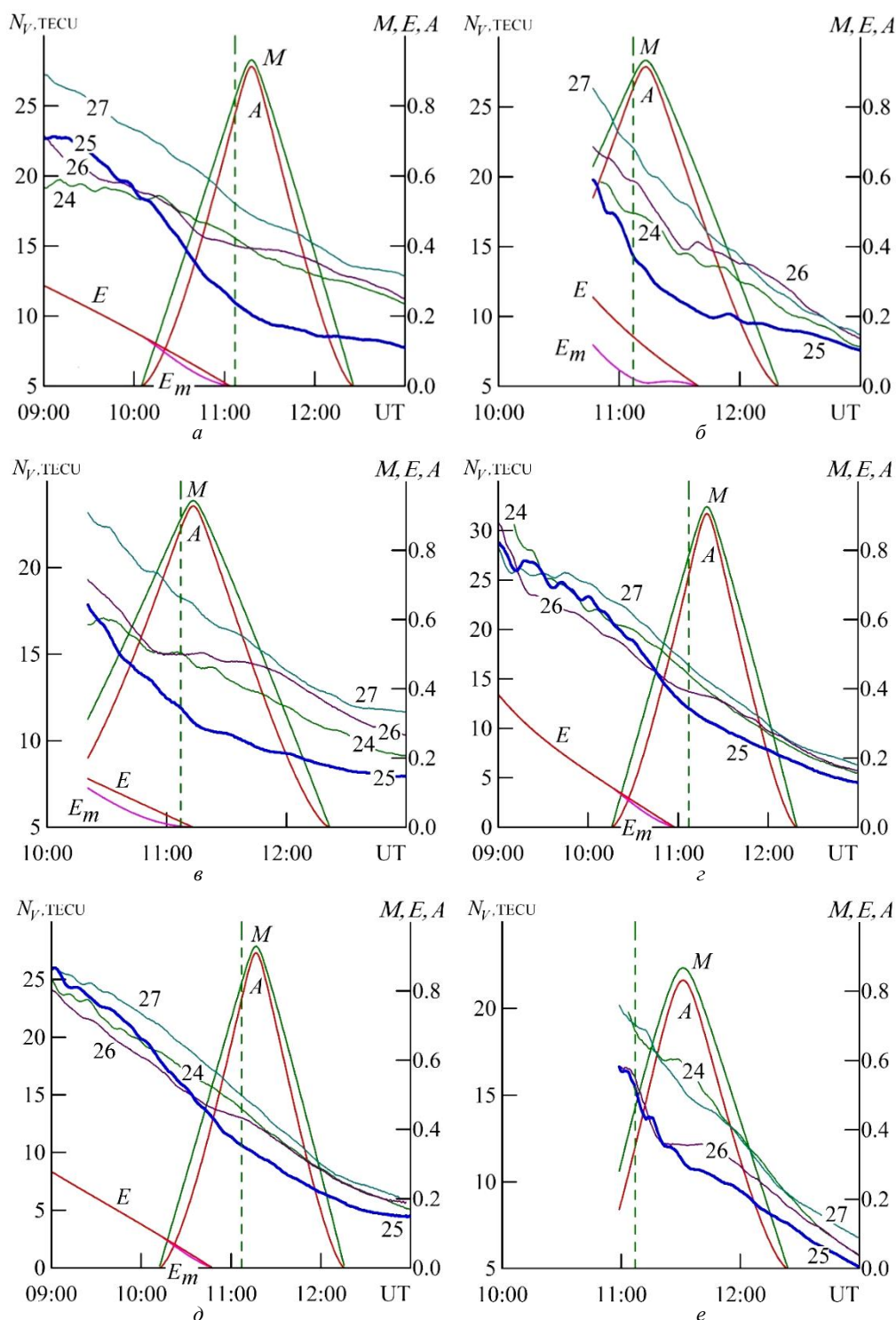


Рис. 2. Часові варіації ПЕВ для 24–27 жовтня 2022 р.: а – супутник G04, б – супутник G07, в – супутник G09, г – супутник G16, д – супутник G26, е – супутник G27. Номер біля лінії відповідає дню місяця. Вертикальною пунктирною лінією показано момент заходу Сонця на поверхні Землі. Зелена та червона трикутнікоподібні криві – фаза затемнення та відносна затінена Місяцем площа диску Сонця, відповідно. Червона та рожева лінії відображають відносну освітленість без урахування СЗ та з його врахуванням.

Fig. 2. TEC temporal variations on October 24–27, 2022: а is G04 satellite, б is G07 satellite, в is G09 satellite, г is G16 satellite, д is G26 satellite, е is G27 satellite. The number next to the line corresponds to the day of the month. The vertical dotted line shows the moment of sunset on the Earth's surface. The green and red triangular curves are the eclipse magnitude and the relative area of the solar disk shaded by the Moon, respectively. The red and pink lines reflect the relative illumination without taking into account the SE and with it.

ФІНАНСУВАННЯ РОБОТИ

Дослідження Черногора Л. Ф. і Жданка Є. Г. виконано в рамках проекту Національного фонду досліджень України (номер 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля–атмосфера–іоносфера»). Також робота частково підтримана в рамках держбюджетних НДР, заданих МОН України (номери держреєстрації 0121U109881 і 0122U001476).

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Черногор ЛФ. Фізичні ефекти сонячних затемнень в атмосфері та геокосмосі: Монографія. Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна; 2013. 480 с.
2. Черногор ЛФ, Барабаш ВВ. Відгук середньої іоносфери на сонячне затемнення 4 січня 2011 р. в Харкові: результати вертикального зондування. Космічна наука і технологія. 2011;17(4):41-52. <https://doi.org/10.15407/knit2011.04.041>
3. Гармаш КП, Леус СГ, Черногор ЛФ. Радіофізичні ефекти сонячного затемнення 4 січня 2011 р. на похилих радіотрасах. Радіофізика і радіоастрономія. 2011;16(2):164-177.
4. Chernogor LF. Wave Processes in the Ionosphere over Europe that Accompanied the Solar Eclipse of March 20, 2015. Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 2016;32(4):196-206.
5. Harjosuwito J, Husin A, Dear V, Muhamad J, Faturahman A, Bahar A, Erlansyah, Syetiawan A, Pradipta R. Ionosonde and GPS total electron content observations during the 26 December 2019 annular solar eclipse over Indonesia. Ann. Geophys. 2023;41:147-172. <https://doi.org/10.5194/angeo-41-147-2023>
6. Черногор ЛФ, Милованова ЛІ, Милованов ЮБ, Цимбал АМ, Луо Y. Ефекти сонячного затемнення 10 червня 2021 р. в іоносфері над Харковом: результати вертикального зондування. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2021;35:60-78. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2021-35-06>
7. Guo Q, Chernogor LF, Garmash KP, Rozumenko VT, Zheng Y. Radio Monitoring of Dynamic Processes in the Ionosphere Over China During the Partial Solar Eclipse of 11 August 2018. Radio Science. 2020;55(2):e2019RS006866. <https://doi.org/10.1029/2019RS006866>
8. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Zheng Y. Ionospheric effects of the 5–6 January 2019 eclipse over the People's Republic of China: results from oblique sounding. Ann. Geophys. 2022;40:585-603. <https://doi.org/10.5194/angeo-40-585-2022>
9. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Luo Y, Rozumenko VT, Zheng Y. Some Features of the Ionospheric Radio Wave Characteristics Over China Observed During the Solar Eclipse of 21 June 2020. Radio Science. 2022;57(10):e2022RS007492. <https://doi.org/10.1029/2022RS007492>
10. Akimov LA, Bogovskii VK, Grigorenko EI, Taran VI, Chernogor LF. Atmospheric–Ionospheric Effects of the Solar Eclipse of May 31, 2003, in Kharkov. Geomagnetism and Aeronomy. 2005;45(4):494-518.
11. Григоренко ЄІ, Пазюра СО, Таран ВІ, Черногор ЛФ. Найсильніша геокосмічна буря 30–31 травня 2003 р.: результати вимірювань і моделювання. Космічна наука і технологія. 2005;11(3/4):20-37. <https://doi.org/10.15407/knit2005.03.020>
12. Grigorenko EI, Lyashenko MV, Chernogor LF. Effects of Solar Eclipse of March 29, 2006, in the Ionosphere and Atmosphere. Geomagnetism and Aeronomy. 2008;48(3):337-351.
13. Chernogor LF, Grigorenko YeI, Lyashenko MV. Effects in geospace during partial solar eclipses over Kharkiv. International Journal of Remote Sensing. 2011;32(11):3219-3229. <https://doi.org/10.1080/01431161.2010.541509>
14. Домнін ІФ, Ємельянов ЛЯ, Черногор ЛФ. Динаміка іоносферної плазми над Харковом під час сонячного затемнення 4 січня 2011 р. Радіофізика і радіоастрономія. 2012;17(2):132-145.
15. Бурмака ВП, Домнін ІФ, Черногор ЛФ. Радіофізичні спостереження акустично-гравітаційних хвиль в іоносфері під час сонячного затемнення 4 січня 2011 р. Радіофізика і радіоастрономія. 2012;17(4):344-352.
16. Domnin IF, Yemel'yanov LYa, Kotov DV, Lyashenko MV, Chernogor LF. Solar Eclipse of August 1, 2008, above Kharkov: 1. Results of Incoherent Scatter Observations. Geomagnetism and Aeronomy. 2013;53(1):113-123.
17. Lyashenko MV, Chernogor LF. Solar eclipse of August 1, 2008, over Kharkov: 3. Calculation Results and discussion. Geomagnetism and Aeronomy. 2013;53(3):367-376.
18. Burmaka VP, Chernogor LF. Solar Eclipse of August 1, 2008, above Kharkov: 2. Observation Results of Wave Disturbances in the Ionosphere. Geomagnetism and Aeronomy. 2013;53(4):479-491.

19. Panasenkov SV, Otsuka Y, Van de Kamp M, Chernogor LF, Shinbori A, Tsugawa T, Nishioka M. Observation and characterization of traveling ionospheric disturbances induced by solar eclipse of 20 March 2015 using incoherent scatter radars and GPS networks. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2019;191:105051. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2019.05.015>
20. Goncharenko LP, Erickson PJ, Zhang S-R, Galkin I, Coster AJ, Jonah OF. Ionospheric response to the solar eclipse of 21 August 2017 in Millstone Hill (42N) observations. *Geophys. Res. Lett.* 2018;45:4601-4609. <https://doi.org/10.1029/2018GL077334>
21. Chernogor LF. Effects of solar eclipses in the ionosphere: Results of Doppler sounding: 1. Experimental data. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2012;52(6):768-778.
22. Chernogor LF. Effects of Solar Eclipses in the Ionosphere: Doppler Sounding Results: 2. Spectral Analysis. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2012;52(6):779-792.
23. Chernogor LF. Physical Processes in the Middle Ionosphere Accompanying the Solar Eclipse of January 4, 2011, in Kharkov. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2013;53(1):19-31.
24. Afraimovich EL, Kosogorov EA, Lesyuta OS. Effects of the August 11, 1999 total solar eclipse as deduced from total electron content measurements at the GPS network. *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* 2002;64:1933-1941. [https://doi.org/10.1016/S1364-6826\(02\)00221-3](https://doi.org/10.1016/S1364-6826(02)00221-3)
25. Afraimovich EL, Palamartchouk KS, Perevalova NP, Chernukhov VV, Lukhnev AV, Zalutsky VT. Ionospheric effects of the solar eclipse of March 9, 1997, as deduced from GPS data. *Geophys. Res. Lett.* 1998;25(4):465-468. <https://doi.org/10.1029/98GL00186>
26. Чорногор ЛФ, Милованов ЮБ. Іоносферні ефекти сонячного затемнення 11 серпня 2018 року над Китаєм. *Кінематика і фізика небесних тіл*. 2020;36(6):37-64. <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.06.037>
27. Чорногор ЛФ, Милованов ЮБ. Іоносферні ефекти сонячного затемнення 10 червня 2021 р. у Заполяр'ї. *Кінематика і фізика небесних тіл*. 2022;38(4):197-209. <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.04.029>
28. Чорногор ЛФ, Милованов ЮБ, Дорохов ВЛ, Поднос ВА, Цимбал АМ, Шевелєв МБ. Варіації повного електронного вмісту в екваторіальній іоносфері, викликані сонячним затемненням 21 червня 2020 р. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2022;36:49-65. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-04>
29. Чорногор ЛФ, Милованов ЮБ, Luo Y. Ефекти сонячного затемнення 10 червня 2021 р. в іоносфері високих широт: результати GPS-спостережень. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2022;27(2):93-109. <https://doi.org/10.15407/rpra27.02.093>
30. Coster AJ, Goncharenko L, Zhang SR, Erickson PJ, Rideout W, Vierinen J. GNSS observations of ionospheric variations during the 21 August 2017 solar eclipse. *Geophys. Res. Lett.* 2017;44:12041-12048. <https://doi.org/10.1002/2017GL075774>
31. Aa E, Zhang S-R, Erickson PJ, Goncharenko LP, Coster AJ, Jonah OF, Lei J, Huang F, Dang T, Liu L. Coordinated ground-based and space-borne observations of ionospheric response to the annular solar eclipse on 26 December 2019. *J. Geophys. Res.-Space*. 2020;125:e2020JA028296. <https://doi.org/10.1029/2020JA028296>
32. Resende LCA, Zhu Y, Denardini CM, Chen SS, Chagas RAJ, Da Silva LA, Carmo CS, Moro J, Barros D, Nogueira PAB, Marchezi JP, Picanço GAS, Jauer P, Silva RP, Silva D, Carrasco JA, Wang C, Liu Z. A multi-instrumental and modeling analysis of the ionospheric responses to the solar eclipse on 14 December 2020 over the Brazilian region. *Ann. Geophys.* 2022;40:191-203. <https://doi.org/10.5194/angeo-40-191-2022>
33. Чорногор ЛФ, Гармаш КП, Жданко ЄГ, Леус ЄГ, Luo Y. Особливості іоносферних ефектів часткового сонячного затемнення над Харковом 10 червня 2021 р. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2021;26(4):326-343. <https://doi.org/10.15407/rpra26.04.326>
34. Chernogor LF. Variations in the Amplitude and Phase of VLF Radiowaves in the Ionosphere during the August 1, 2008, Solar Eclipse. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2010;50(1):96-106.
35. Sun Y-Y, Chen C-H, Su X, Wang J, Yu T, Xu H-R, Liu J-Y. Occurrence of nighttime irregularities and their scale evolution in the ionosphere due to the solar eclipse over East Asia on 21 June 2020. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2023;128:e2022JA030936. <https://doi.org/10.1029/2022JA030936>
36. Чорногор ЛФ, Гармаш КП. Іоносферні процеси протягом часткового сонячного затемнення над Харковом 10 червня 2021 р. *Кінематика і фізика небесних тіл*. 2022;38(2):3-22. <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.02.003>
37. Barad RK, Sripathi S, England SL. Multi-instrument observations of the ionospheric response to the 26 December 2019 solar eclipse over Indian and Southeast Asian longitudes. *J. Geophys. Res.-Space*. 2022;127:e2022JA030330. <https://doi.org/10.1029/2022JA030330>
38. Chauvenet W. *Manual of Spherical and Practical Astronomy*, 5-th ed. Vol.1. Philadelphia: J. B. Lippincott Co. 1891. Reprinted New York: Dover Publications; 1960. 704 p.

REFERENCES

1. Chernogor LF. Physical effects of solar eclipses in atmosphere and geospace: Monograph. Kharkiv: V. N. Karazin Kharkiv National University; 2013. 480 с.
2. Chernogor LF, Barabash VV. The response of the middle ionosphere to the solar eclipse of 4 January 2011 in Kharkiv: some results of vertical sounding. Space Science and Technology. 2011;17(4):41-52. <https://doi.org/10.15407/knit2011.04.041>
3. Garmash KP, Leus SG, Chernogor LF. January 4, 2011 Solar Eclipse Effects over Radio Circuits at Oblique Incidence. Radio Physics and Radio Astronomy. 2011;16(2):164-177.
4. Chernogor LF. Wave Processes in the Ionosphere over Europe that Accompanied the Solar Eclipse of March 20, 2015. Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 2016;32(4):196-206.
5. Harjosuwito J, Husin A, Dear V, Muhamad J, Faturahman A, Bahar A, Erlansyah, Syetiawan A, Pradipta R. Ionosonde and GPS total electron content observations during the 26 December 2019 annular solar eclipse over Indonesia. Ann. Geophys. 2023;41:147-172. <https://doi.org/10.5194/angeo-41-147-2023>
6. Chernogor LF, Mylovanova LI, Mylovanov YuB, Tsymbal AM, Luo Y. Effects from the June 10, 2021 solar eclipse in the ionosphere over Kharkiv: results from ionosonde measurements. Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University, series «Radio Physics and Electronics». 2021;35:60-78. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2021-35-06>
7. Guo Q, Chernogor LF, Garmash KP, Rozumenko VT, Zheng Y. Radio Monitoring of Dynamic Processes in the Ionosphere Over China During the Partial Solar Eclipse of 11 August 2018. Radio Science. 2020;55(2):e2019RS006866. <https://doi.org/10.1029/2019RS006866>
8. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Rozumenko VT, Zheng Y. Ionospheric effects of the 5–6 January 2019 eclipse over the People's Republic of China: results from oblique sounding. Ann. Geophys. 2022;40:585-603. <https://doi.org/10.5194/angeo-40-585-2022>
9. Chernogor LF, Garmash KP, Guo Q, Luo Y, Rozumenko VT, Zheng Y. Some Features of the Ionospheric Radio Wave Characteristics Over China Observed During the Solar Eclipse of 21 June 2020. Radio Science. 2022;57(10):e2022RS007492. <https://doi.org/10.1029/2022RS007492>
10. Akimov LA, Bogovskii VK, Grigorenko EI, Taran VI, Chernogor LF. Atmospheric–Ionospheric Effects of the Solar Eclipse of May 31, 2003, in Kharkov. Geomagnetism and Aeronomy. 2005;45(4):494-518.
11. Grigorenko EI, Pazura SA, Taran VI, Chernogor LF. The severe geomagnetic storm on 30–31 May 2003: results of measurements and simulation. Space Science and Technology. 2005;11(3/4):20-37. <https://doi.org/10.15407/knit2005.03.020>
12. Grigorenko EI, Lyashenko MV, Chernogor LF. Effects of Solar Eclipse of March 29, 2006, in the Ionosphere and Atmosphere. Geomagnetism and Aeronomy. 2008;48(3):337-351.
13. Chernogor LF, Grigorenko YeI, Lyashenko MV. Effects in geospace during partial solar eclipses over Kharkiv. International Journal of Remote Sensing. 2011;32(11):3219-3229. <https://doi.org/10.1080/01431161.2010.541509>
14. Domnin IF, Emelyanov LYa, Chernogor LF. The Dynamics of Ionosphere Plasma over Kharkiv during the Solar Eclipse of January 4, 2011. Radio Physics and Radio Astronomy. 2012;17(2):132-145.
15. Burmaka VP, Domnin IF, Chernogor LF. Radiophysical observations of acoustic-gravity waves in the ionosphere during solar eclipse of January 4, 2011. Radio Physics and Radio Astronomy. 2012;17(4):344-352.
16. Domnin IF, Yemel'yanov LYa, Kotov DV, Lyashenko MV, Chernogor LF. Solar Eclipse of August 1, 2008, above Kharkov: 1. Results of Incoherent Scatter Observations. Geomagnetism and Aeronomy. 2013;53(1):113-123.
17. Lyashenko MV, Chernogor LF. Solar eclipse of August 1, 2008, over Kharkov: 3. Calculation Results and discussion. Geomagnetism and Aeronomy. 2013;53(3):367-376.
18. Burmaka VP, Chernogor LF. Solar Eclipse of August 1, 2008, above Kharkov: 2. Observation Results of Wave Disturbances in the Ionosphere. Geomagnetism and Aeronomy. 2013;53(4):479-491.
19. Panasenko SV, Otsuka Y, Van de Kamp M, Chernogor LF, Shinbori A, Tsugawa T, Nishioka M. Observation and characterization of traveling ionospheric disturbances induced by solar eclipse of 20 March 2015 using incoherent scatter radars and GPS networks. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2019;191:105051. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2019.05.015>
20. Goncharenko LP, Erickson PJ, Zhang S-R, Galkin I, Coster AJ, Jonah OF. Ionospheric response to the solar eclipse of 21 August 2017 in Millstone Hill (42N) observations. Geophys. Res. Lett. 2018;45:4601-4609. <https://doi.org/10.1029/2018GL077334>
21. Chernogor LF. Effects of solar eclipses in the ionosphere: Results of Doppler sounding: 1. Experimental data. Geomagnetism and Aeronomy. 2012;52(6):768-778.
22. Chernogor LF. Effects of Solar Eclipses in the Ionosphere: Doppler Sounding Results: 2. Spectral Analysis. Geomagnetism and Aeronomy. 2012;52(6):779-792.

23. Chernogor LF. Physical Processes in the Middle Ionosphere Accompanying the Solar Eclipse of January 4, 2011, in Kharkov. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2013;53(1):19-31.
24. Afraimovich EL, Kosogorov EA, Lesyuta OS. Effects of the August 11, 1999 total solar eclipse as deduced from total electron content measurements at the GPS network. *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* 2002;64:1933-1941. [https://doi.org/10.1016/S1364-6826\(02\)00221-3](https://doi.org/10.1016/S1364-6826(02)00221-3)
25. Afraimovich EL, Palamartchouk KS, Perevalova NP, Chernukhov VV, Lukhnev AV, Zalutsky VT. Ionospheric effects of the solar eclipse of March 9, 1997, as deduced from GPS data. *Geophys. Res. Lett.* 1998;25(4):465-468. <https://doi.org/10.1029/98GL00186>
26. Chernogor LF, Mylovanov YuB. Ionospheric effects of the August 11, 2018, solar eclipse over the People's Republic of China. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*. 2020;36(6):274-290. <https://doi.org/10.3103/S0884591320060021>
27. Chernogor LF, Mylovanov YuB. Ionospheric Effects of the June 10, 2021, Solar Eclipse in the Arctic. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*. 2022;38(4):197-209. <https://doi.org/10.3103/S088459132204002X>
28. Chernogor LF, Mylovanov YuB, Dorokhov VL, Podnos VA, Tsymbal AM, Shevelev MB. TEC variations in equatorial ionosphere during June 21, 2020 solar eclipse. *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University, series «Radio Physics and Electronics»*. 2022;36:49-65. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-04>
29. Chernogor LF, Mylovanov YuB, Luo Y. Effects from the June 10, 2021 solar eclipse in the high-latitude ionosphere: results of GPS observations. *Radio Physics and Radio Astronomy*. 2022;27(2):93-109. <https://doi.org/10.15407/rpra27.02.093>
30. Coster AJ, Goncharenko L, Zhang SR, Erickson PJ, Rideout W, Vierinen J. GNSS observations of ionospheric variations during the 21 August 2017 solar eclipse. *Geophys. Res. Lett.* 2017;44:12041-12048. <https://doi.org/10.1002/2017GL075774>
31. Aa E, Zhang S-R, Erickson PJ, Goncharenko LP, Coster AJ, Jonah OF, Lei J, Huang F, Dang T, Liu L. Coordinated ground-based and space-borne observations of ionospheric response to the annular solar eclipse on 26 December 2019. *J. Geophys. Res.-Space*. 2020;125:e2020JA028296. <https://doi.org/10.1029/2020JA028296>
32. Resende LCA, Zhu Y, Denardini CM, Chen SS, Chagas RAJ, Da Silva LA, Carmo CS, Moro J, Barros D, Nogueira PAB, Marchezi JP, Picanço GAS, Jauer P, Silva RP, Silva D, Carrasco JA, Wang C, Liu Z. A multi-instrumental and modeling analysis of the ionospheric responses to the solar eclipse on 14 December 2020 over the Brazilian region. *Ann. Geophys.* 2022;40:191-203. <https://doi.org/10.5194/angeo-40-191-2022>
33. Chernogor LF, Garmash KP, Zhdanko YH, Leus SG, Luo Y. Features of ionospheric effects from the partial solar eclipse over the city of Kharkiv on 10 June 2021. *Radio Physics and Radio Astronomy*. 2021;26(4):326-343. <https://doi.org/10.15407/rpra26.04.326>
34. Chernogor LF. Variations in the Amplitude and Phase of VLF Radiowaves in the Ionosphere during the August 1, 2008, Solar Eclipse. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2010;50(1):96-106.
35. Sun Y-Y, Chen C-H, Su X, Wang J, Yu T, Xu H-R, Liu J-Y. Occurrence of nighttime irregularities and their scale evolution in the ionosphere due to the solar eclipse over East Asia on 21 June 2020. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2023;128:e2022JA030936. <https://doi.org/10.1029/2022JA030936>
36. Chernogor LF, Garmash KP. Ionospheric processes during the 10 June 2021 partial Solar eclipse at Kharkiv. *Kinematics and physics of celestial bodies*. 2022;38(2):3-22. <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.02.003>
37. Barad RK, Sripathi S, England SL. Multi-instrument observations of the ionospheric response to the 26 December 2019 solar eclipse over Indian and Southeast Asian longitudes. *J. Geophys. Res.-Space*. 2022;127:e2022JA030330. <https://doi.org/10.1029/2022JA030330>
38. Chauvenet W. *Manual of Spherical and Practical Astronomy*, 5-th ed. Vol.1. Philadelphia: J. B. Lippincott Co. 1891. Reprinted New York: Dover Publications; 1960. 704 p.

Стаття надійшла до редакції: 11 вересня 2023 р.

Рекомендовано до друку: 24 жовтня 2023 р.

FEATURES OF IONOSPHERIC EFFECTS FROM THE PARTIAL SOLAR ECLIPSE OF OCTOBER 25, 2022, NEAR THE EVENING TERMINATOR

L. F. Chernogor, V. L. Dorokhov, Y. H. Zhdanko, Yu. B. Mylovanov, A. M. Tsymbal
V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svoboda Square, Kharkiv, 61022, Ukraine,

Urgency. The ionosphere remains the main channel used by radar, radio astronomy, radio navigation, communication links, and remote radio sounding. The parameters of this channel significantly depend on the influence of high-energy sources that take place in the Earth–atmosphere–ionosphere–magnetosphere (EAIM)

system. One of these sources is a solar eclipse (SE). An urgent issue is to study the features of the ionospheric response to the SE action, which takes place near the moments of sunset.

The aim of this paper is to describe the results of studying the temporal variations in the total electron content (TEC) in the ionosphere caused by the SE near the evening terminator.

Methods and Methodology. The results of measuring the parameters of the radio signals from GPS Global Navigation Satellite System (GNSS) at the Novosibirsk station (NVSK) for six satellites (G04, G07, G09, G16, G26, and G27) were used as the initial data. The TEC estimation error did not exceed 1%.

Results. For the first time, the TEC response to a solar eclipse that occurred prior to and during the passage of the evening terminator was studied using GNSS technologies. It has been established that an SE triggers physical and chemical, and dynamic processes in the EAIM system, which ensure the continuation of the ionospheric response after the end of an eclipse and after sunset on the Earth's surface. The duration of the response reached 120–180 min. At the maximum magnitude of the SE, the TEC deficit did not exceed 5 TECU or 33–36%. The magnitude of the deficit most of the time tracked the decrease in the magnitude of the SE and the solar disk coverage area. There are grounds to believe that there was a synergistic interaction between the following two sources, the solar eclipse and the terminator.

Conclusions. The main features of ionospheric effects from the solar eclipse during the period of the evening terminator have been established.

KEY WORDS: ionosphere, solar eclipse, total electron content, TEC deficit, response duration, features of ionospheric effects

The article was received by the editors: September 11 2023.

The article is recommended for printing: October 24 2023

Наукове видання

ВІСНИК ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені В.Н. Каразіна

Серія
“Радіофізика та електроніка”

Випуск 39

Збірник наукових праць
Українською та англійською мовами

Підписано до друку 27.12.2023. Формат 60x84/8.
Папір офсетний. Друк цифровий.
Ум. друк. арк. 8,42. Обл.-вид. арк. 11. Наклад 50 пр. Зам.№ 38/23.

61022, Харків, майдан Свободи, 4,
Харківський національний університет
імені В.Н. Каразіна

Видавець і виготовлювач
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна.
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3367 від 13.01.2009.