

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ  
УКРАЇНИ

# **ВІСНИК**

**ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
імені В.Н. КАРАЗІНА**

**№ 1038**

**ХАРКІВ  
2012**

ISSN 0453-8048

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

**ВІСНИК**  
**ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО**  
**УНІВЕРСИТЕТУ**  
**імені В.Н. КАРАЗІНА**

**№ 1038**

**Серія “РАДІОФІЗИКА ТА ЕЛЕКТРОНІКА”**

**Випуск 21**

ХАРКІВ  
2012

У збірнику представлені результати теоретичних та експериментальних досліджень, що спрямовані на розв'язання актуальних задач сучасної радіофізики. До них відносяться: розповсюдження радіохвиль в навколосемному просторі, його діагностика з використанням радіофізичних методів, розповсюдження і дифракція електромагнітних хвиль у електродинамічних структурах, взаємодія лазерного випромінювання з речовиною та біологічними об'єктами, фізичні принципи у напівпровідникових приладах та ін.

Для наукових працівників, аспірантів, студентів старших курсів радіофізичних спеціальностей.

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований, направленных на решение актуальных задач современной радиофизики. К ним относятся: распространение радиоволн в околоземной среде, ее диагностика с использованием радиофизических методов, распространение и дифракция электромагнитных волн в сложных электродинамических структурах, взаимодействие лазерного излучения с веществом и биологическими объектами, физические принципы в полупроводниковых приборах и др.

Для научных работников, аспирантов, студентов старших курсов радиофизических специальностей.

Затверджено до друку рішенням Вченої ради Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна ( протокол №13 від 21.12.2012).

#### **Редакційна колегія**

*Відповідальний редактор* - д.ф.-м.н., проф. **Свіч В.А.**

проф. **Блаунштейн Н.**, Ізраїль  
д.ф.-м.н., проф. **Дюбко С.П.**  
д.ф.-м.н., проф. **Колчигін М.М.**  
д.ф.-м.н., проф. **Потапов О.О.**, Росія  
проф. **Фролов В.Л.**, Росія  
акад. НАНУ **Шульга В.М.**  
д.ф.-м.н., проф. **Чорногор Л.Ф.**

д.ф.-м.н., проф. **Горобець М.М.**  
д.ф.-м.н., проф. **Катрич В.О.**  
акад. НАНУ **Литвиненко Л.М.**  
д.ф.-м.н., проф. **Прохоров Е.Д.**  
д.ф.-м.н., проф. **Шматько О.О.**  
д.ф.-м.н., проф. **Шульга С.М.**  
акад. НАНУ **Яковенко В.М.**

*Відповідальний секретар* - к.ф.-м.н., доц. **Цимбал А.М.**

Адреса редакційної колегії: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, радіофізичний факультет,  
тел. (057) – 707-51-23, e-mail: [Anatoliy.Tsymbal@mail.ru](mailto:Anatoliy.Tsymbal@mail.ru)  
[www-radiovestnik.univer.kharkov.ua](http://www-radiovestnik.univer.kharkov.ua)

Статті пройшли внутрішнє та зовнішнє рецензування

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ №11825-696 ПР від 04.10.2006

© Харківський національний університет  
імені В.Н. Каразіна, оформлення, 2012

УДК 528.8

## ВНЕШНЯЯ КАЛИБРОВКА РСА КОСМИЧЕСКОГО БАЗИРОВАНИЯ: 1. МЕТОД ОЦЕНКИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ РАДИОЛОКАТОРОВ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ

Л.М. Атрошенко<sup>1</sup>, Н.Н. Горобец<sup>1</sup>, М.Г. Красногорский<sup>2</sup>,  
А.С. Лебедев<sup>1</sup>, В.М. Малюков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, пл. Свободы 4; Харьков, 61022, Украина

<sup>2</sup>ОАО Военно-промышленная корпорация «НПО машиностроения»

Nikolay.N.Gorobets@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 20 сентября 2012 г.

Изложен метод внешней калибровки пространственной разрешающей способности радиолокатора с синтезированной апертурой антенны высокого и сверхвысокого разрешения космического базирования с использованием пассивных метрологических средств. Реализована и апробирована в ходе летно-экспериментальных исследований пространственная мира из 17 трехгранных самофазированных угловых отражателей с ЭПР равных 1000 и 250 м<sup>2</sup> (при  $\lambda=9,6$  см). Приведены данные калибровки РСА космического базирования "RadarSat-2" по пространственной разрешающей способности

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** дистанционное зондирование Земли, радиолокаторы с синтезированной апертурой антенны, пространственная разрешающая способность, трехгранные угловые отражатели

Викладено метод зовнішнього калібрування просторової роздільної здатності радіолокатора з синтезованою апертурою антени високої та надвисокої роздільної здатності космічного базування з використанням пасивних метрологічних засобів. Реалізовано та апробовано в ході льотно-експериментальних випробувань просторова мира, що складається з 17 тригранних самофазованих кутових відбивачів з ЕПР, що дорівнюють 1000 і 250 м<sup>2</sup> (при  $\lambda=9,6$  см). Наведено дані калібрування РСА космічного базування "RadarSat-2" за просторовою роздільною здатністю

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** дистанційне зондування Землі, радіолокатори з синтезованою апертурою антени, просторова роздільна здатність, тригранні кутові відбивачі

The method for determination of spatial resolution calibration of space-based high-resolution and super-high resolution SAR using passive metrology tools is described. The complex target of the 17 corner reflectors with ESR of 1000 and 250 m<sup>2</sup> (for  $\lambda=9,6$  sm) was implemented and tested. Data of the calibration of SAR "RadarSat-2" are presented

**KEY WORDS:** remote sensing, synthetic aperture antenna radar, spatial resolution, trihedral corner reflectors

### ВВЕДЕНИЕ

Трудоемкая внешняя калибровка (Cal/Val) радиоэлектронной аппаратуры космического базирования по пассивным радиолокационным отражателям имеет целый ряд неопределимых преимуществ перед Cal/Val с использованием активных анализаторов – ретрансляторов (транспондеров). Пассивные метрологические средства

- могут быть изготовлены с высокой радиометрической точностью,
- не задерживают отраженный сигнал,
- самофазированы,
- просты в изготовлении.

При условии точного выбора типа, конструкции и материала для их изготовления пассивные отражатели обладают не зависящей (или, по крайней мере, незначительно зависящей) от погодных условий эффективной площадью рассеяния (ЭПР), вследствие чего как они сами, так и композиции из них (миры) могут быть аттестованы как эталоны ЭПР. Такие пассивные метрологические средства достаточно удобны для работы в полевых условиях, что важно при долгосрочном многократном штатном использовании их для контроля временного дрейфа целевых характеристик РСА. При точном выполнении правил эксплуатации и разработанной программы обеспечения надежности надежность таких метрологических средств близка к единице. Еще одним преимуществом пассивных метрологических средств является их низкая стоимость, а следовательно, доступность тиражирования, что обеспечивает гарантию получения репрезентативных данных и надежную статистику измерений в

течение одного сеанса радиолокационной съемки и позволяет значительно расширить круг задач, решаемых в процессе Cal/Val – т.е. увеличить набор доступных контролю характеристик радиолокационной аппаратуры космического базирования.

Для решения как научных, так и практических задач космического землеобзора первостепенную роль играет точность оценки пространственной разрешающей способности космического сенсора. Эта целевая характеристика во многом определяет перечень доступных решению тематических задач, а точность ее оценки фактически определяет степень достоверности их решения. В практике внешней калибровки радиолокаторов космического базирования принято оценивать этот параметр по ширине отклика на точечную цель [1].

Однако в случае оценки этой характеристики радиолокаторов космического базирования с высокой и сверхвысокой разрешающей способностью возникает противоречие, суть которого в следующем. Для обеспечения высокой надежности работы радиолинии РСА КС - наземный отражатель мощность отраженного сигнала должна быть достаточно большой. Поскольку в радиолокации мощность отраженной волны обратнопропорциональна четвертой степени расстояния, ясно, что требуются значительные размеры источника обратного рассеяния, т.е. для увеличения мощности отраженной волны необходимо увеличивать размеры пассивного РЛЮ.

В то же время, использование РЛЮ, линейные размеры эквивалентной апертуры которых существенно больше линейных размеров элемента разрешения РСА (т.е. в случае применения радиолокаторов высокого и сверхвысокого разрешения), точечные источники ( $l \ll L$ , где  $l$  – линейные размеры источника обратного рассеяния,  $L$  – линейные размеры элемента разрешения) имеют малые значения эффективной площади рассеяния (ЭПР), что исключает их идентификацию на радиолокационном изображении (РЛИ). Так, например, наиболее распространенные и употребляемые из них – трехгранные уголкового отражатели (ТУО) с треугольными гранями и длиной ребра 0,1 м обладают ЭПР -3,32; -8,74, -8,74 и -13,42 дБ для X, C, S и L диапазонов соответственно.

Электродинамическое моделирование этих источников обратного рассеяния в данном случае также не дает сколько – ни будь полезных для оценки разрешающей способности РСА результатов, поскольку  $l \cong \lambda$ , где  $\lambda$  - длина рабочей волны радиолокатора. Иными словами, моделирование должно реализоваться в самой сложной для моделирования – резонансной области. В этом случае принципиально неприменимы асимптотические методы – метод квазиоптики и длинноволновое приближение, и задачу рассеяния электромагнитных волн необходимо решать строгими методами физической теории дифракции. До настоящего времени эти методы отличаются серьезными математическими и вычислительными трудностями. Точное решение удается получить только для случаев так называемых координатных поверхностей, когда можно решать уравнения Максвелла методом разделения переменных.

Таким образом, возникает необходимость в разработке методов оценки этого важнейшего параметра по радиолокационному отклику, полученному от сосредоточенной цели, эквивалентная апертура которой имеет размеры порядка нескольких линейных размеров элемента разрешения.

## **1. МЕТОД ОЦЕНКИ ЛИНЕЙНОГО РАЗРЕШЕНИЯ НА МЕСТНОСТИ ПО РАДИОЛОКАЦИОННОМУ ОТКЛИКУ НА СОСРЕДОТОЧЕННУЮ ЦЕЛЬ**

Разработан простой метод оценки пространственной разрешающей способности радиолокаторов с высокой и сверхвысокой разрешающей способностью с использованием сосредоточенных целей - пассивных РЛЮ с большими значениями ЭПР, т.е. имеющих эквивалентную апертуру с линейными размерами порядка нескольких элементов разрешения. Фактически метод сводится к представлению главного лепестка диаграммы обратного рассеяния РЛЮ в виде кривой Гаусса и разложения его на составляющие кривые Гаусса.

Кривую Гаусса, аппроксимирующую главный лепесток радиолокационного отклика от РЛЮ, построим в виде кривой с абсциссами в центре пикселей и ординатами, соответствующими амплитуде радиолокационного отклика в данном пикселе. Для того, чтобы записать искомую кривую в виде

гауссианы, достаточно вычислить по наблюдаемым данным дисперсию  $v^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_i)^2}{n-1}$ . Для дальнейших расчетов используется зависимость

$$\bar{\sigma}(x) = \frac{1}{v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\bar{\sigma}^2}{2v^2}}, \quad (1)$$

с рассчитываемой точностью описывающая главный лепесток диаграммы направленности обратного рассеяния РЛЮ.

Поскольку необходимо определить разрешающую способность радиолокатора по азимуту и дальности, строятся две кривые (1).

Далее вычисляется суммарное отклонение (и его уровень значимости) наблюдаемых данных от расчетной кривой. Таким образом определяется погрешность аппроксимации. Как показала апробация метода (см. ниже), полученная таким образом кривая практически полностью совпадает с формой главного лепестка диаграммы направленности обратного рассеяния РЛО, суммарная ошибка аппроксимации меньше 1%.

Амплитуда  $p_{max}(x) / N$  и дисперсия  $v^2/N$  гауссиан – слагаемых рассчитывается по полученным для кривой (1) данным. Здесь  $N$  – количество пикселей, взятых для расчета.

В радиолокации под угловой разрешающей способностью радиолокатора понимают ширину главного лепестка диаграммы направленности его антенны по половине мощности в главном максимуме. Поэтому пространственная разрешающая способность  $Sr = 2|x|$  рассчитывается по уравнению:

$$0,707p_{max}(x) = \frac{N}{v} \sqrt{\frac{N}{2\pi}} e^{-\frac{\sigma^2 N}{2v^2}}. \quad (2)$$

Линейные размеры элемента разрешения определяются в прямом эксперименте путем сопоставления измеренного расстояния между двумя РЛО и количеством элементов разрешения на РЛИ, соответствующих этому расстоянию.

## 2. АПРОБАЦИЯ МЕТОДА КАЛИБРОВКИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ

Для контрольно – калибровочного комплекса (ККК) [2], расположенного на подспутниковом полигоне «Скрипалі», была создана пространственная мира оценки пространственной разрешающей способности, состоящая из 17 сертифицированных трехгранных угловых отражателей с треугольными гранями (ТУО). ТУО располагаются двумя линейками 7 и 11 штук – один РЛО является общим для обеих линеек. Состав мира приведен в [2].

Конструктивно угловые отражатели выполнены в виде композиции из трех идентичных граней, чертеж которых приведен на рис. 1.

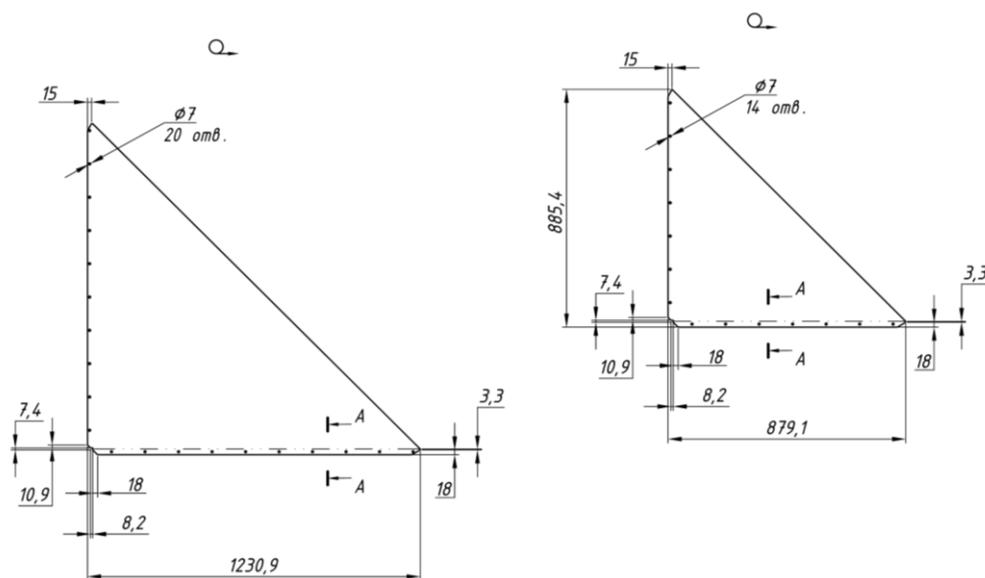


Рис. 1. Рабочий чертеж граней угловых отражателей мира

Апробация разработанного метода проводилась в ходе летно-экспериментальных испытаний (ЛЭИ) полигонно – калибровочного комплекса подспутникового полигона „Скрипалі”. Условия проведения ЛЭИ приведены в [3].

Линейные размеры элемента разрешения определялись в прямом эксперименте путем сопоставления РЛИ и данных измерения на местности. Измерения проводились двумя независимыми методами – лазерной рулеткой D8 и приемниками ГНСС GX 1230GG, производства фирмы «Leica Geosystems AG», Швейцария. Приборы занесены в Государственный реестр средств измерительной

техники Украины и имеют действующие свидетельства о поверке. Расстояние между центральными точками пар ТУО (вершины пирамид) в пространственной мире (соответственно 10 и 5 пар измерений) измерялось с точностью не хуже 0,01м. В дальнейших расчетах использовались средние каждой пары полученных значений. Среднее значение измеренных расстояний составило  $14,10 \pm 0,12$ м. Проведена статистическая обработка результатов измерений, полученных указанными двумя путями и показавших их фактически полное совпадение (в среднем отличия в парах измерений составляли 3 – 5 мм; они не значимы на уровне  $p > 0,99$ ).

Полученные таким образом две малых выборки (7 и 11 вариант соответственно), образованные результатами оценки характеристик обратного рассеяния ТУО с различающимися параметрами, а именно: линейными размерами и ориентировкой относительно азимута съемки. Результаты статистической обработки данных, полученных для каждой линейки в отдельности, позволили объединить их в одну выборку из 17 вариант.

В результате расчетов на основании данных, полученных в ходе летно-экспериментальных испытаний ККК, получены следующие значения разрешающей способности РСА «RadarSat-2»:

- по дальности с вероятностью 95% -  $1,56 \pm 0,016$  м;
- по дальности с вероятностью 99,9% ( $1,56 \pm 0,030$ ) м;
- по азимуту с вероятностью 95% ( $2,82 \pm 0,009$ ) м;
- по азимуту с вероятностью 99,9% ( $2,82 \pm 0,017$ ) м.

Таким образом, разовое наблюдение описываемой миры с вероятностью  $p > 99\%$  дают ошибку в оценке пространственной разрешающей способности РСА не более 2,0% по дальности и 1,0% - по азимуту.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе решена задача внешней калибровки пространственной разрешающей способности РСА космического базирования по отклику на сосредоточенную цель. Разработан метод оценки пространственной разрешающей способности радиолокаторов с высокой и сверхвысокой разрешающей способностью и реализована мира с использованием сосредоточенных целей - пассивных РЛО с большими значениями ЭПР. Применение метода с использованием созданной миры дает возможность получить достоверные данные по пространственной разрешающей способности в течение одного сеанса радиолокационной съемки, что не только экономит время и ресурсы, но и обеспечивает высокую точность оценки этого параметра за счет идентичности условий распространения радиоволн (РРВ). Вследствие этого появляется реальная возможность отслеживать естественный временной дрейф пространственной разрешающей способности РСА, изучать ее зависимость от условий распространения радиоволн на трассе КА-Земля и оперативно оценивать резкие изменения этой характеристики в случае появления таковых при каких либо негативных внешних воздействиях на РСА в ходе его эксплуатации. Все это в совокупности обеспечивает точную оценку качества информационного продукта по данному параметру и дает возможность его сертифицировать с гарантией параметров на срок между двумя сеансами съемки ККК.

При заявленном пространственном разрешении по дальности и азимуту соответственно 1,6м и 2,8м полученные в ходе ЛЭИ миры результаты следует считать вполне удовлетворительными, методику – успешно апробированной, а пространственную разрешающую способность РСА «RadarSat-2» - соответствующей заявляемой.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Верба В.С., Неронский Л.Б., Осипов И.Г., Турук В.Э. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования. – М.: Радиотехника, 2010. – 676 с.
2. Атрошенко Л.М., Горобец Н.Н., Горобец А.Н., Красногорский М.Г., Костриков А.Л., Купко В.С., Лебедев А.С., Малюков В.М., Ратушная Е.С.. Мобильный контрольно – калибровочный комплекс для РСА космического базирования. «Вестник Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина». № 1010, Серия «Радиофизика и электроника», 2012. Вып. 20. - с. 3-9.
3. Атрошенко Л.М., Горобец Н.Н., Горобец А.Н., Красногорский М.Г., Малюков В.М.. Внешняя калибровка РСА космического базирования: 2. Метод радиометрической калибровки радиолокаторов высокого разрешения. Настоящий сборник, стр.7-10.

УДК 528.8

## ВНЕШНЯЯ КАЛИБРОВКА РСА КОСМИЧЕСКОГО БАЗИРОВАНИЯ: 2. МЕТОД РАДИОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ РАДИОЛОКАТОРОВ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ

Л.М. Атрошенко<sup>1</sup>, Н.Н. Горобец<sup>1</sup>, А.Н. Горобец<sup>1</sup>,  
М.Г. Красногорский<sup>2</sup>, В.М. Малюков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков, 61022, Украина

<sup>2</sup>ОАО Военно-промышленная корпорация «НПО машиностроения»

Nikolay.N.Gorobets@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 20 сентября 2012 г.

Разработан и апробирован в ходе летно-экспериментальных исследований метод калибровки радиометрической шкалы радиолокатора с синтезированной апертурой антенны, методы оценки радиометрической чувствительности и динамического диапазона РСА. Разработана, создана и прошла апробацию потенциальная мира для внешней калибровки радиометрических характеристик РСА космического землеобзора, состоящая из двух взаимноперпендикулярных линеек из 14 трехгранных самофазированных угловых отражателей с ЭПР, изменяющейся в диапазоне от 0 до 30 дБ (при  $\lambda=9,6$  см). Приведены данные радиометрической калибровки РСА космического базирования «RadarSat-2»

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** дистанционное зондирование Земли из космоса, радиолокатор с синтезированной апертурой антенны, внешняя калибровка, трехгранный угловый отражатель, радиометрические характеристики

Розроблено й апробовано в ході льотно-експериментальних випробувань метод калібрування радіометричної шкали радіолокатора з синтезованою апертурою антени, методи оцінки радіометричної чутливості та динамічного діапазону РСА. Розроблена, створена і пройшла апробацію потенційна мира для зовнішнього калібрування радіометричних характеристик РСА космічного землеогляду, що складається з двох взаємоперпендикулярних лінійок із 14 тригранних самофазованих кутових відбивачів з ЕПР, що змінюється в діапазоні від 0 до 30 дБ (при  $\lambda = 9,6$  см). Наведено дані радіометричного калібрування РСА космічного базування «RadarSat-2»

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** дистанційне зондування Землі з космосу, радіолокатор з синтезованою апертурою антени, зовнішнє калібрування, тригранний кутовий відбивач, радіометричні характеристики

The method of external SAR radiometric calibration of space-based high-resolution using passive metrology tools is described. The complex target of the 14 corner reflectors with ESR of 0 to 30 dB (for  $\lambda=9,6$ sm) was implemented and tested. Data of the radiometric calibration of SAR «RadarSat-2» are presented

**KEY WORDS:** remote sensing, synthetic aperture radar antenna, trihedral corner reflectors, radiometric characteristics

### ВВЕДЕНИЕ

Задачи внешней радиометрической калибровки РСА космического базирования и методы их решения определяются двумя важнейшими факторами. Во-первых, достоверность полученных в процессе внешней калибровки радиометрических характеристик данных во многом определяет эффективность использования космического информационного продукта. Отсюда возникает задача обеспечения постоянного контроля в течение всего периода эксплуатации РСА его собственных радиометрических характеристик, оценки стабильности работы РСА, т.е. создания методов и средств обеспечения долгосрочного контроля, гарантирующих сопоставимые результаты. Относительно наземных средств обеспечения такого контроля эта задача диктует требование постоянства их параметров во времени, независимости характеристик от внешних условий и высокой надежности. Эти требования выполняются при использовании для внешней калибровки РСА космического базирования пассивных метрологических средств [1].

Вторым фактором, важность которого в вопросах внешней калибровки РСА трудно переоценить, является влияние на величину его измеренных радиометрических характеристик условий распространения радиоволн (РРВ). В тропосфере это влияние обусловлено следующими физическими явлениями:

- рефракцией электромагнитных волн;
- поглощением атмосферными газами и диссипацией энергии на неоднородностях атмосферы;

- ослаблением и рассеянием волн атмосферными газами.

Присутствие в нижних слоях атмосферы водных образований различных видов (паров, в том числе и организованных в облака, осадков и т.п.) в диапазонах сантиметровых длин волн, где наблюдается частотная дисперсия комплексной диэлектрической проницаемости молекул воды, возникающая вследствие их ориентационной поляризуемости, приводит к диссипации энергии, что значительно сужает динамический диапазон радиолокационных изображений и сглаживает радиолокационные контрасты.

Большой вклад в значения радиометрических характеристик, полученных при внешней калибровке РСА вносит также состояние ионосферы. Флуктуации показателя преломления в ионосфере приводят, в частности, к случайной расфазировке сигнала вдоль синтезируемой апертуры, что приводит к изменению линейных размеров апертуры и, следовательно, изменению результатов измерения радиометрических характеристик РСА. Таким образом, значения радиометрических характеристик РСА космического базирования необходимо точно оценивать в ходе летных испытаний космических систем радиолокационного землеобзора. Постоянный их контроль на протяжении всего периода эксплуатации РСА космического базирования обеспечивает достоверность результатов ДЗЗ, поскольку именно точное знание радиометрических параметров подстилающей поверхности и их контрастов обеспечивает решения всего многообразия тематических задач и практическую ценность космического информационного продукта.

Для конечного потребителя РЛИ имеют ценность в первую очередь как материал для дешифрирования с последующим картографированием тех или иных характеристик подстилающей поверхности. С этой позиции есть необходимость создания банков данных характеристик радиолокационных откликов (в том числе статистических характеристик текстур), соответствующих определённым классам подстилающей поверхности. В свою очередь, характеристики текстуры в значительной степени зависят от наблюдаемого динамического диапазона и разрешения по приращению ЭПР и УЭПР. Принимая это во внимание, можно сказать, что для обеспечения надёжной классификации кластеров при обработке РЛИ наряду с длиной волны важной и неотъемлемой характеристикой снимка должны быть его радиометрические характеристики - динамический диапазон, разрешение по приращению, радиометрическая чувствительность. Для этого необходимо разработать методики разграничения отличий, возникающих вследствие особенностей подстилающей поверхности от отличий, произошедших за счет изменений внешних условий.

Внешняя калибровка радиометрических характеристик РСА с использованием активных ретрансляторов – анализаторов проблематична вследствие трудностей, возникающих при контроле усиления приходящего сигнала. Как следствие, возникают сложности по сопоставимости полученных данных и проведение долгосрочных наблюдений с поддержанием постоянства определяющих параметров аппаратуры наземного обеспечения таких исследований становятся практически не осуществимым.

Таким образом, существует насущная потребность в разработке методов оценки радиометрических характеристик РСА по радиолокационному отклику, полученному от пассивных метрологических средств с высокой степенью стабильности их характеристик.

## 1. МЕТОД ВНЕШНЕЙ РАДИОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ РАДИОЛОКАТООВ КОСМИЧЕСКОГО БАЗИРОВАНИЯ

Разработан простой метод радиометрической калибровки радиолокатора космического базирования. В его основе лежит представление главного лепестка диаграммы обратного рассеяния радиолокационного сигнала от сосредоточенной цели в виде кривой Гаусса [2].

В общем виде кривая Гаусса, как известно, записывается как

$$\delta(x) = \frac{1}{\nu\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\nu^2}} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-h^2(x-a)^2\right); \quad (1)$$

где  $a$  – сдвиг,  $\nu^2$  – дисперсия,  $h = \frac{1}{\nu\sqrt{2}}$  - мера точности.

По полученной в эксперименте огибающей главного лепестка радиолокационного отклика от пассивного метрологического средства рассчитывается среднеквадратичное отклонение абсцисс  $\nu$  (выражая абсциссы в количестве пикселей либо в линейных размерах на местности). По расчетным значениям записываем кривую (1). Отсчет ведется от центра самого яркого пикселя, и кривой присваивается сдвиг, равный 0. Полученная кривая нормируется на единицу и полученные ординаты умножаются на  $A_{max}(x)$ . Полученная таким образом кривая

$$\dot{A}(x) = \frac{1}{v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2v^2}}; \quad (2)$$

где  $A(x)$  – амплитуда отраженного сигнала,  $v^2$  – дисперсия, с рассчитываемой точностью описывает главный лепесток диаграммы направленности обратного рассеяния РЛО.

Мощность сигнала, пропорциональная максимальной эффективной площади рассеяния (ЭПР) в то же время пропорциональна квадрату максимальной амплитуды  $A_{\max}^2$  пришедшего на сенсор сигнала:

$$A_{\max}^2 = k (\text{ЭПР}_{\max}) + c_1 \quad (3)$$

Тангенс угла наклона прямой (3) характеризует приращение квадрата амплитуды полученного на РСА отраженного от РЛО сигнала в зависимости от приращения  $\text{ЭПР}_{\max}$ .

$$\frac{d(A^2)}{d(\text{ЭПР}_{\max})} = k.$$

Если при построении по данным наблюдений линия прямолинейной регрессии (3) имеет коэффициент  $k$ , достоверно отличный от нуля, он не только характеризует разрешение по приращению, но и может служить мерой радиометрической разрешающей способности РСА.

Точка пересечения (3) с абсциссой ( $A_{\max}^2 = 0$ ) дает предельное значение ЭПР, объекты с которым идентифицируются на данном РЛИ, т.е. эта точка определяет предельную радиометрическую чувствительность РСА ( $\text{ЭПР}_{\text{limin}}$ ).

Кривую (2) и прямую (3) следует строить по данным от РЛО со средними значениями ЭПР. По отклонению данных измерений в области  $A_{\max}^2 \approx 0$  можно судить о вкладе  $\Delta$ , вносимом в результаты резонансными явлениями, возникающими вследствие сопоставимости линейных размеров РЛО с длиной волны. Отклонение же полученных в эксперименте данных для крупных РЛО с большими значениями ЭПР от прямой (3) свидетельствует о насыщении приемника РСА, т.е. определяет верхнюю границу его динамического диапазона для конкретных условий съемки  $\text{ЭПР}_{\text{limax}}$ .

Достоверность таких отклонений и граница динамического диапазона рассчитываются статистически.

Следует особо отметить, что единоразовое проведение процедуры внешней калибровки РСА дает лишь приблизительное представление о значениях его радиометрических характеристик, поскольку данные радиометрических измерений, как никаких других, зависят от состояния атмосферы и ионосферы на трассе распространения радиолокационного сигнала.

## 2. АПРОБАЦИЯ МЕТОДА РАДИОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ

Для контрольно – калибровочного комплекса (ККК) [1], расположенного на подспутниковом полигоне «Скрипалі», была разработана, реализована и апробирована потенциальная мира, состоящая из 14-ти сертифицированных трехгранных уголкового отражателей (ТУО) с треугольными гранями разных размеров и, соответственно, имеющих разные ЭПР. Рабочие чертежи граней РЛО №№ 1.-10 аналогичны приведенным в [3], типичный вид чертежа ТУО №№ 11 -14 приведен в [1].

Конструктивные особенности и показатели надежности миры обеспечивают возможность ее многократного использования для наземного обеспечения контроля радиометрических характеристик РСА космического базирования в течение всего периода его эксплуатации [3].

Характеристики используемых в потенциальной миры ТУО, вычисленные по формуле [4]

$$\text{ЭПР}_{\max} = \frac{4\pi a^4}{3\lambda^2},$$

представлены в [1].

Летно – экспериментальные испытания (ЛЭИ) миры проведены с использованием РСА RadarSat-2 ( $\lambda=5,6$  см) 14.02.2012г. Объект ЛЭИ: полигонно – калибровочный комплекс подспутникового полигона «Скрипалі» и контрольно - калибровочный комплекс (ККК) в его составе, в том числе потенциальная мира для оценки радиометрических характеристик РСА. Естественный водный репер - незамерзающий участок реки Сиверский Донец.

Параметры съемки: орбита - полярная солнечно-синхронная; высота 798км; наклонение 98,6 град; виток - восходящий; обзор - правый; угол обзора 35,76°; режим Ultra-Fine; поляризация: НН.

Заявляемое пространственное разрешение по дальности и азимуту составляло соответственно 1,6м и 2,8 м (по нашим данным [3] эти величины составляли 1,56м и 2,82м).

Время съемки: GMT 15.22.31 (заход солнца 14.51, окончание сумерек 15.24).

Измерения ЭПР  $limin$  и ЭПР  $limax$ , радиометрической чувствительности  $k$  и динамического диапазона (ДД) проведены при следующем состоянии трассы и подстилающей поверхности:

- верховая метель 0,5 мм/ч плотностью  $\sim 25 - 30 \text{ кг/м}^3$ ;
- температура воздуха на высоте 2м:  $-2,5^{\circ}\text{C}$ ;
- относительная влажность воздуха: 84%;
- температура воды в реке:  $+5^{\circ}\text{C}$ ;
- облачность: 10 баллов (Ns, нижняя граница 0,15км, мощность  $\sim 4\text{км}$ );
- Ю – 3 ветер до 5 м/с;
- шероховатость подстилающей поверхности полосы мира (15м  $\times$  150м)  $2,1 \pm 0,4 \text{ см}$  ( $p > 0,95$ );
- высота снежного покрова на территории ПКК от  $27,3 \pm 1,7$  до  $53,3 \pm 2,5 \text{ см}$  ( $p > 0,95$ );
- плотность снега на полосе отчуждения мира  $573 \pm 12 \text{ кг/м}^3$  (снег утрамбован).

Средствами программы MATLAB определялась яркость пикселей. Амплитуда полученного сигнала измерялась в условных единицах яркости (У). Коэффициент  $k$  в (3), полученный по ТУО №№ 4 – 11 составил  $440 \text{ У/м}^2$ . Затем проводился расчет величин ЭПР  $limin$ , ЭПР  $limax$  и динамического диапазона ДД. Полученные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты радиометрической калибровки РСА 14.02.2012.

Параметры	ЭПР $limin$	ЭПР $limax \text{ М}^2$	ДД
Значения, $\text{м}^2$	$\cong 1,7$	$\cong 1230$	$\cong 1228$
Значения, дБ	$\cong 2,3$	$\cong 30,9$	$\cong 28,6$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод внешней радиометрической калибровки РСА космического базирования с использованием пассивных метрологических средств. Метод включает в себя оценку таких параметров как радиометрическая чувствительность, приращение сигнала по приращению ЭПР, радиометрическая разрешающая способность и динамический диапазон. При одноразовых измерениях метод дает возможность снабдить потребителя значениями указанных параметров для конкретного РЛИ. При постоянном мониторинговом измерении радиометрических характеристик метод открывает возможности точной оценки собственных характеристик РСА космического базирования и обеспечения потребителя надежными данными для разграничения вкладов в итоговый результат радиолокационной съемки из космоса непосредственно особенностей подстилающей поверхности и условий распространений зондирующего сигнала.

Рассчитана, конструктивно разработана, реализована и успешно прошла летно-экспериментальные испытания потенциальная мира для наземного обеспечения радиометрической калибровки РСА, состоящая их трехгранных уголкового отражателей с треугольными гранями с диапазоном ЭПР от 0 до 30дБ. В силу своих конструктивных особенностей и высокой надежности мира может использоваться в долгосрочном режиме в течение всего периода эксплуатации КА с РСА для контроля радиометрических характеристик последнего при наличии различных условий на трассе радиолокационного сигнала.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атрошенко Л.М., Горобец Н.Н., Горобец А.Н., Красногорский М.Г., Костриков А.Л., Купко В.С., Лебедев А.С., Малоюков В.М., Ратушная Е.С. Мобильный контрольно – калибровочный комплекс для РСА космического базирования. // Вісник Харківськ. нац. ун-ту ім. В.Н. Каразіна, №1010. Радіофізика та електроніка, 2012, Вип.20, с.3-9.
2. Гутер Р.С. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта / Р. С. Гутер, Б. В. Овчинский. – М. : Наука, 1970. – 432 с.
3. Атрошенко Л.М., Горобец Н.Н., Красногорский М.Г., Лебедев А.С., Малоюков В.М.. Внешняя калибровка РСА космического базирования: 1. Метод оценки пространственной разрешающей способности радиолокаторов высокого разрешения Настоящий сборник, стр.
4. Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. – М. : Советское радио, 1975. – 248 с.

УДК 621.396.677.71

## ИЗЛУЧЕНИЕ В МАТЕРИАЛЬНУЮ СРЕДУ СИСТЕМЫ ЩЕЛЕЙ В ЭКРАНЕ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ

**Н. В. Медведев**

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина  
пл. Свободы 4, 61022, Харьков  
[Med.Nick.science@rambler.ru](mailto:Med.Nick.science@rambler.ru)*

Поступила в редакцию 10 октября 2012 г.

Представлены результаты исследований энергетических характеристик антенн в виде системы поперечных кольцевых и дуговых щелей, расположенных в экране коаксиальной линии и излучающих в материальную среду. Изучено влияние электрических характеристик окружающего пространства на энергетические свойства излучения данных антенн. Показаны особенности излучения коаксиально-щелевых систем в зависимости от уровня диэлектрических потерь во внешнем пространстве, а также проиллюстрированы принципиальные отличия частотно-энергетических характеристик кольцевых и дуговых щелей, излучающих в материальную среду.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** коаксиальная линия, дуговая щель, кольцевая щель, материальная среда, диэлектрическая проницаемость, тангенс угла диэлектрических потерь, энергетические характеристики.

Представлено результати досліджень енергетичних характеристик антен у вигляді системи поперечних кільцевих і дугових щілин, що розташовані в екрані коаксіальної лінії і випромінюють в матеріальне середовище. Вивчено вплив електричних характеристик навколишнього простору на енергетичні властивості випромінювання даних антен. Показано особливості випромінювання коаксіально-щілинних систем в залежності від рівня діелектричних втрат у зовнішньому середовищі, а також проілюстровано принципові відмінності частотно-енергетичних характеристик кільцевих і дугових щілин, випромінюючих в матеріальне середовище.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** коаксіальна лінія, дугова щілина, кільцева щілина, матеріальне середовище, діелектрична проникність, тангенс кути діелектричних втрат, енергетичні характеристики.

The investigations results of the antennas in the form of transverse ring and arc slots cut in a coaxial line screen and radiating in material medium energy characteristics are presented. The influence of the electrical characteristics of the surrounding area on the antennas energy properties are studied. The features of the coaxial-slot systems radiation, depending on the level of dielectric losses in the outside medium are illustrated. Also the main differences of frequency-energy characteristics of ring and arc slots radiating in the material medium are presented.

**KEY WORDS:** coaxial line, arc slot, circumferential slot, material medium, dielectric permittivity, loss tangent, power characteristics.

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из тенденций современной радиоэлектроники является миниатюризация ее элементов и узлов. Массогабаритные характеристики радиоэлектронной аппаратуры определяются, прежде всего, функциональными свойствами и конструктивными параметрами антенно-фидерных устройств. Эффективная миниатюризация достигается использованием широкополосных линий передачи с излучающими элементами, например, щелями, прорезанными в экране коаксиальной линии. Подобные системы используются в качестве средств связи, устанавливаемых на подземном и наземном транспорте, при работе в туннелях, шахтах, метро и так далее [1, 2]. В медицине, биологии также применяют антенные системы в виде щелей в экранах сверхминиатюрных коаксиальных кабелей (диаметр кабеля порядка 1 мм). Подобные антенны излучают в реальные среды с большими значениями диэлектрических проницаемостей и уровнями потерь [3 – 5]. Наличие диэлектриков усложняет структуру электромагнитных полей, изменяет дисперсионные свойства, существенно меняет характеристики неоднородностей, размещаемых в волноведущих трактах. В известной автору литературе вопрос влияния уровня диэлектрических потерь на энергетические характеристики коаксиально-щелевые системы практически не освещен.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Вопросы теории и расчета электродинамических характеристик щелевых элементов с использованием обобщенного метода магнитодвижущих сил, а также физические закономерности формирования поля излучения поперечных щелей, прорезанных в экране коаксиальной линии, заполненной идеальным диэлектриком  $\epsilon^i$ , и излучающих в пространство с идеальным диэлектриком  $\epsilon^e$ , представлены в [6 – 8]. В данных работах показано, что поперечные дуговые и кольцевые щели в экране коаксиальной линии существенно отличаются друг от друга по своим электродинамическим свойствам и характеристикам. Прежде всего это относится к зависимостям энергетических коэффициентов от частоты. Дуговая щель является резонансной, то есть существует ограниченная область частот, в пределах которой наблюдается излучение. В свою очередь кольцевая щель не обладает резонансными свойствами и способна излучать электромагнитные волны в сколь угодно широкой полосе частот, но при этом коэффициент излучения из щели  $|\Gamma_\Sigma|^2$  может быть незначительным, а коэффициент отражения  $|\Gamma_1|$  недопустимо большим ( $|\Gamma_1| > 0.8$ ). Изменяя соотношения между величинами диэлектрических проницаемостей  $\epsilon^i$  и  $\epsilon^e$  можно создать излучатель с требуемыми энергетическими коэффициентами.

В данной работе, которая является продолжением [6 – 8], рассматривается задача об излучении электромагнитных волн в диэлектрическую среду с потерями системой поперечных щелей, прорезанных в идеально проводящем, бесконечно тонком внешнем проводнике бесконечной коаксиальной линии с радиусом  $a_2$  (внутренний радиус линии равен  $a_1$ ). Исследуются дуговые щели произвольной длины  $l$  по отношению к периметру внешнего проводника  $L = 2\pi a_2$  и кольцевые щели. Ширина щелей  $d < l$  и значительно меньше длины волны  $\lambda^i$ , распространяющейся в линии, заполненной диэлектриком с проницаемостью  $\epsilon^i$ .

### ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

По формулам, приведенным в работах [6 – 8], с учетом комплексного значения диэлектрической проницаемости  $\epsilon^e = \epsilon' - i\epsilon'' = \epsilon' \cdot (1 - i \operatorname{tg} \delta)$ ,  $\operatorname{tg} \delta = \epsilon''/\epsilon'$  (далее  $\epsilon'$  обозначаем как  $\epsilon^e$ ), исследуются зависимости коэффициентов излучения  $|\Gamma_\Sigma|^2$  и отражения  $|\Gamma_1|$  щелевых излучателей от длины волны  $\lambda$ . Расчеты  $|\Gamma_\Sigma|^2 = f(\lambda)$ ,  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  проводились для дуговых и кольцевых щелей, прорезанных в экранах бесконечной коаксиальной линии с разными размерами радиусов и различными значениями  $\epsilon^e$  и  $\operatorname{tg} \delta$ .

На рис. 1 (а, б) представлены зависимости коэффициентов излучения и отражения дуговой щели с  $l = 0.5L$  и  $d = 3$  мм от длины волны при излучении в среду с вещественными значениями относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon^e$ , равными 4, 10, 55 и  $\operatorname{tg} \delta = 0, 0.1, 0.8$  (кривые 1, 2, 3 соответственно). Параметры коаксиальной линии:  $a_1 = 2.5$  мм,  $a_2 = 12$  мм,  $\epsilon^i = 2$ .

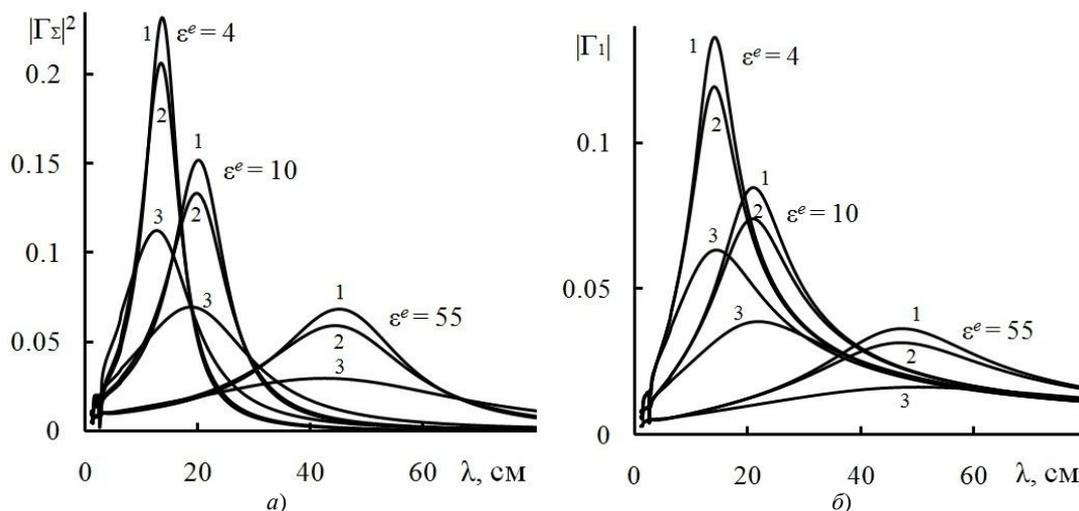


Рис. 1. Зависимости  $|\Gamma_\Sigma|^2 = f(\lambda)$  (а) и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  (б) для дуговой щели с  $l = 0.5L$  в фидере с  $a_2 = 12$  мм

На основании зависимостей, представленных на рис. 1 (а, б) можно сделать вывод, что при увеличении  $\epsilon^e$  и  $\operatorname{tg} \delta$  коэффициенты излучения уменьшаются, резонансная длина волны сдвигается в длинноволновую область, рабочая полоса, в пределах которой  $|\Gamma_\Sigma|^2 \geq 0.5|\Gamma_\Sigma|^2_{\max}$ , существенно увеличивается. Следует отметить, что увеличение тангенса угла потерь от нуля до величины 0.1 проявляется несущественно на значениях энергетических коэффициентов (не более 10%).

На рис. 2 (а, б) приведены зависимости  $|\Gamma_\Sigma|^2 = f(\lambda)$  и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  для кольцевой щели с  $d = 3$  мм, прорезанной в коаксиальной линии с  $a_1 = 2.5$  мм,  $a_2 = 12$  мм,  $\epsilon^i = 2$ . Параметры среды изменялись так же, как и в случае зависимостей, приведенных на рис. 1.

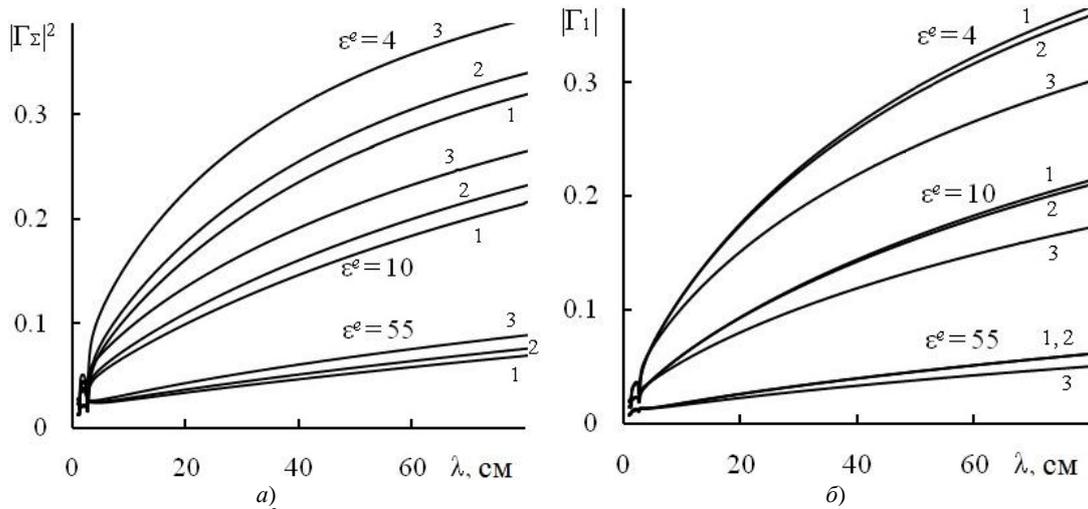


Рис. 2. Зависимости  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 = f(\lambda)$  (а) и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  (б) для кольцевой щели  $d = 3$  мм в фидере с  $a_2 = 12$  мм

При сравнении результатов, приведенных на рис. 1 и 2, становится очевидным принципиальное отличие частотно-энергетических характеристик одиночных дуговых и кольцевых излучателей при изменении характеристик внешней среды. В случае кольцевой щели с ростом  $\epsilon^e$  коэффициенты  $|\Gamma_{\Sigma}|^2$  и  $|\Gamma_1|$  уменьшаются так же, как и в случае дуговой, но при увеличении потерь коэффициент излучения кольцевой щели возрастает, а коэффициент отражения – уменьшается. Такое различное поведение характеристик дуговой и кольцевой щелей с увеличением потерь объясняется следующим образом. В случае одномодового режима в коаксиальной линии для определения энергетических коэффициентов щелевого излучателя можно воспользоваться следующими соотношениями [9]:

$$|\Gamma_{\Sigma}|^2 = \frac{2g^i g^e}{|Y|^2}, \quad |\Gamma_1| = \frac{2g^i}{|Y|},$$

где  $Y = (g^i + g^e) + i(b^i + b^e)$ ,  $g^i, g^e$  – активные компоненты внутренней и внешней проводимостей,  $b^i, b^e$  – реактивные компоненты внутренней и внешней проводимостей.

На рис. 3 и 4 приведены зависимости  $g^{i,e} = f(\lambda)$  – сплошные кривые и  $b = f(\lambda)$  ( $b = b^i + b^e$ ) – пунктирные кривые для дуговой и кольцевой щелей соответственно для  $\epsilon^i = 2, \epsilon^e = 10$  и  $\text{tg } \delta = 0, 0.1, 0.8$  (кривые 1, 2 и 3 соответственно).

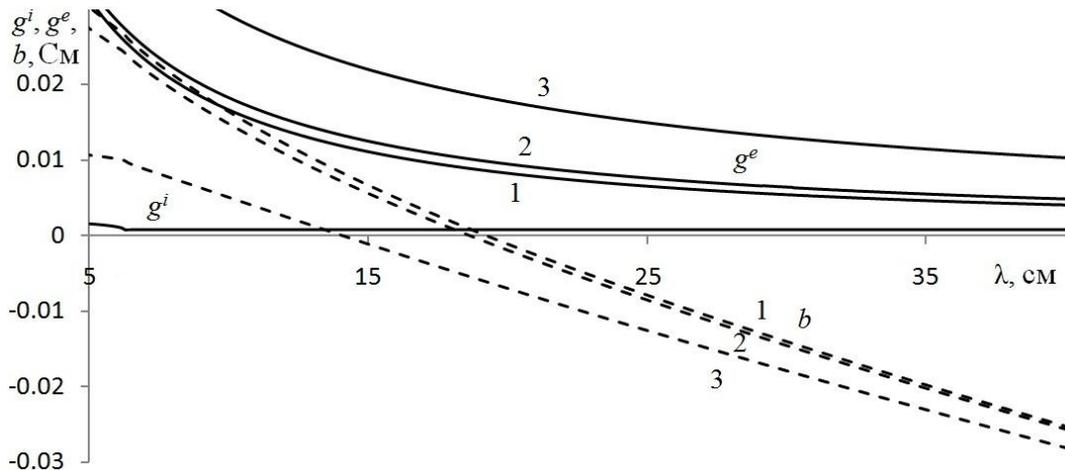


Рис. 3. Зависимости  $g^i, g^e, b = f(\lambda)$ , для дуговой щели

Как уже отмечалось, для дуговой щели длины  $l$  при некоторой длине волны  $\lambda_{\text{рез}}$  сумма внутренней и внешней реактивных проводимостей обращается в нуль (рис. 3) и зависимости  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 = f(\lambda)$  и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  приобретают резонансный характер. Резонансные значения  $\lambda$  изменяются с увеличением  $\epsilon^e$  и сдвигаются в длинноволновую область. Максимальные значения коэффициентов излучения и отражения зависят также и от соотношения между активными составляющими  $g^i$  и  $g^e$ . В случае равенства  $g^i = g^e$  одиночная щель излучает половину падающей на нее мощности. Как видно из зависимостей, приведенных на рис. 3,

равенство активных проводимостей отсутствует и, следовательно,  $|\Gamma_\Sigma|^2 < 0.5$ . С увеличением  $\epsilon^e$  и  $tg \delta$  увеличивается  $g^e$  и разность между  $g^e$  и  $g^i$  возрастает, что приводит к уменьшению  $|\Gamma_\Sigma|^2$ .

Для кольцевой щели (рис. 4) при возрастании  $\epsilon^e$  и  $tg \delta$  активная внешняя проводимость увеличивается, но реактивная  $b$  уменьшается, что в конечном итоге приводит к таким соотношениям между внутренними и внешними проводимостями, при которых коэффициент излучения увеличивается (или практически не меняется), а коэффициент отражения уменьшается.

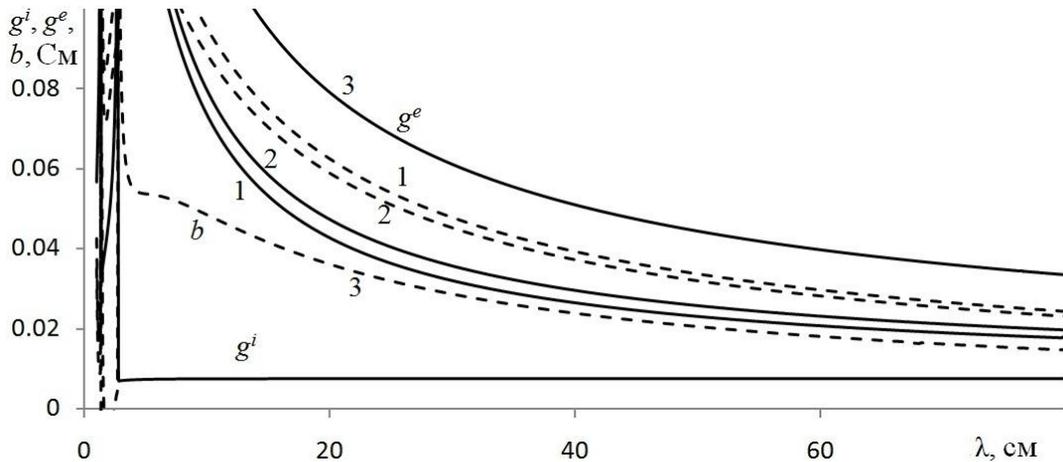


Рис. 4. Зависимости  $g^i, g^e, b = f(\lambda)$ , для кольцевой щели

На рис. 5 (а, б) приведены энергетические коэффициенты кольцевого щелевого излучателя, прорезанного в экране сверхминиатюрного коаксиального кабеля с  $a_1 = 0.1$  мм,  $a_2 = 0.6$  мм,  $\epsilon^i = 2$ . Значения параметров диэлектрика во внешней (по отношению к фидеру) области были равными:  $\epsilon^e = 1, 4, 20, 55$ ,  $tg \delta = 0, 0.1, 0.8$ . Влияние параметров внешней среды, то есть величин  $\epsilon^e$  и  $tg \delta$ , проявляется так же, как и ранее (рис. 2), а именно – с увеличением тангенса угла потерь коэффициент излучения увеличивается (либо не изменяется), а коэффициент отражения уменьшается. Также на рис. 5 наблюдается качественное изменение хода кривых  $|\Gamma_\Sigma|^2 = f(\lambda)$  и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  по сравнению с такими же зависимостями, представленными на рис. 2. При этом значения энергетических коэффициентов для кольцевой щели в коаксиальной линии с  $a_2 = 0.6$  мм выше аналогичных значений для кольцевой щели в линии с  $a_2 = 12$  мм. Это обусловлено тем, что, например, в коаксиально-щелевой системе с  $a_2 = 0.6$  мм,  $\epsilon^e = 4$ ,  $tg \delta = 0.8$  (рис. 5, кривая 3) соотношения между внутренними и внешними проводимостями излучателя приближаются к оптимальным ( $g^i/g^e \rightarrow 1$ ,  $b \rightarrow 0$  [9]), следовательно,  $|\Gamma_\Sigma|^2 \rightarrow 0.5$ ,  $|\Gamma_1| \rightarrow 0.5$  в представленном диапазоне длин волн, чего не наблюдается в системе с  $a_2 = 12$  мм (рис. 2, 4) [7].

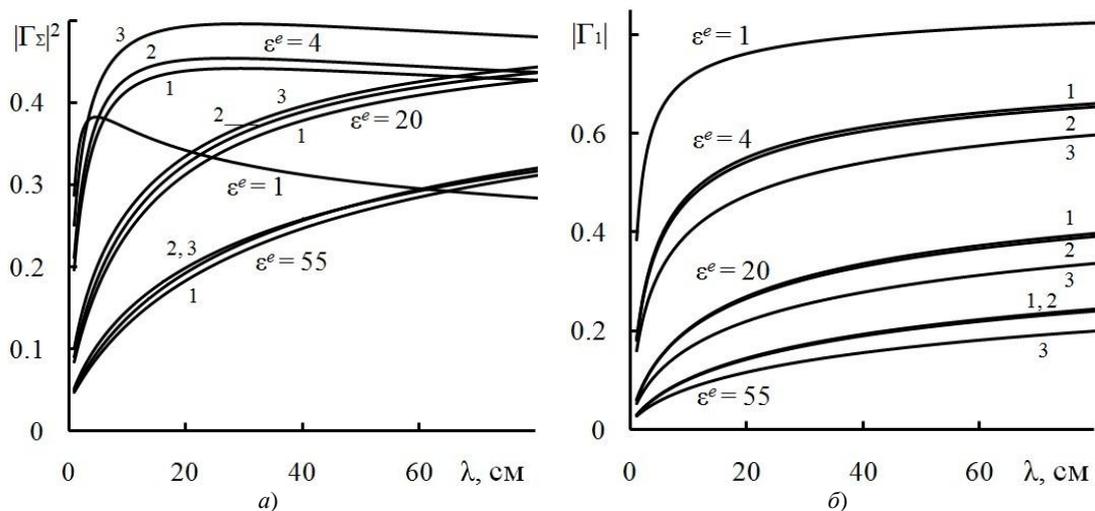


Рис. 5. Зависимости  $|\Gamma_\Sigma|^2 = f(\lambda)$  (а) и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  (б) для кольцевой щели в экране фидера с  $a_2 = 0.6$  мм

На рис. 6 (а, б) приведены энергетические коэффициенты для систем из  $N = 4$  дуговых щелей с  $l = 0.5L$  и  $d = 3$  мм, прорезанных в экране бесконечной коаксиальной линии с  $a_2 = 12$  мм,  $a_1 = 2.5$  мм на расстоянии  $D_z = 40$  мм друг от друга. В расчетах принято, что относительные диэлектрические

проницаемости диэлектриков, заполняющих внутреннее и внешнее пространство, равны  $\epsilon^i = 2$  и  $\epsilon^e = 10$  соответственно.

При увеличении тангенса угла потерь ( $tg \delta = 0, 0.1, 0.8$ ) внешнего диэлектрика (кривые 1 – 3) наблюдается значительное уменьшение коэффициентов излучения и отражения (до 55%) в рабочей области длин волн, как и в случае одиночного излучателя, и, соответственно, полоса рабочих длин волн системы по уровню  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 = 0.5|\Gamma_{\Sigma}|^2_{max}$  увеличивается в два раза.

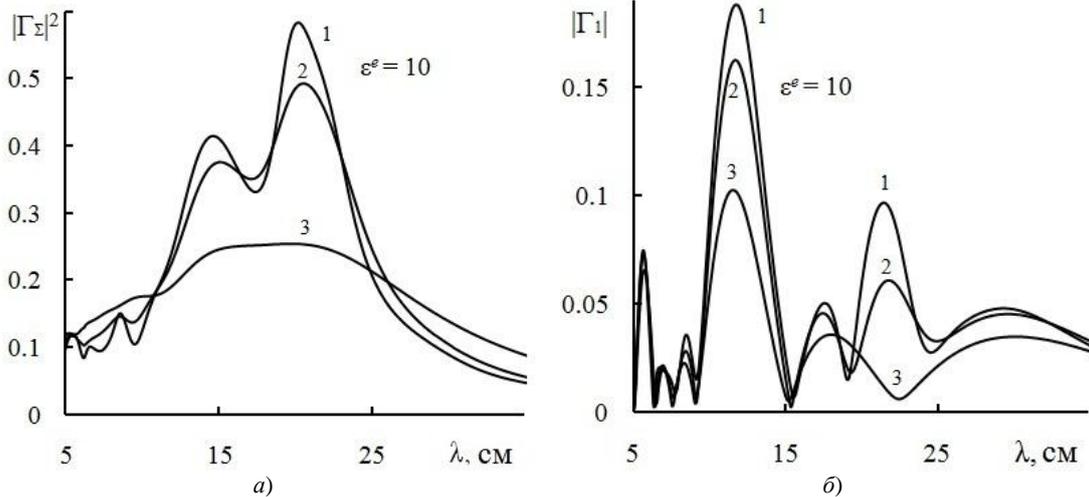


Рис. 6. Зависимости  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 = f(\lambda)$  (а) и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  (б) для решетки дуговых щелей с  $l = 0.5L$  в фидере с  $a_2 = 12$  мм

На рис. 7 и 8 (а, б) приведены зависимости энергетических коэффициентов от длины волны для двух систем кольцевых щелей с параметрами  $a_2 = 12$  мм,  $a_1 = 2.5$  мм,  $d = 3$  мм,  $N = 4$ ,  $D_z = 100$  мм,  $\epsilon^i = 4$ ,  $\epsilon^e = 10$  (рис. 7 а, б) и  $a_2 = 0.6$  мм,  $a_1 = 0.1$  мм,  $d = 0.3$  мм,  $N = 4$ ,  $D_z = 100$  мм,  $\epsilon^i = 2$ ,  $\epsilon^e = 10$  (рис. 8 а, б) соответственно. В обоих случаях тангенс угла потерь внешнего по отношению к фидеру диэлектрика равнялся  $tg \delta = 0, 0.1$  и  $0.8$ .

С ростом  $tg \delta$  кривые  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 = f(\lambda)$  и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  существенно сглаживаются (уменьшаются осцилляции), как и в случае решетки дуговых щелей. Это обусловлено существенным ослаблением взаимных связей между щелевыми излучателями по внешнему пространству при росте потерь в среде. При существенном падении коэффициента отражения (до 50%), коэффициент излучения возрастает практически во всем исследуемом диапазоне. Следует отметить, что, к примеру, на рис. 8 при увеличении  $tg \delta$  до значения 0.8 (кривая 3) в окрестности точки  $\lambda = 45.5$  см  $|\Gamma_{\Sigma}|^2$  снижается не более, чем на 7% при соответствующем увеличении  $|\Gamma_1|$ . Однако вместе с этим рабочая полоса длин волн системы по уровню  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 \geq 0.8$  расширяется с 38% до 85%. Острые минимумы на зависимостях  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 = f(\lambda)$  (кривые 3 на рис. 7 и 8 а) и, соответственно, максимумы на кривых  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  (кривые 3 на рис. 6 – 8 б), которые сохранились и при значении  $tg \delta = 0.8$ , связаны с синфазным сложением волн, отраженных от системы щелей.

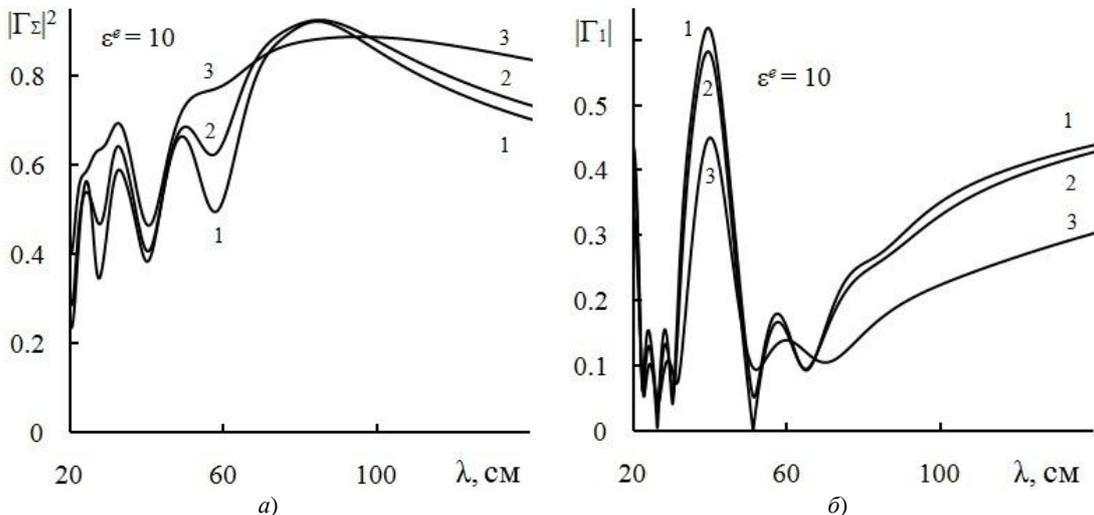


Рис. 7. Зависимости  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 = f(\lambda)$  (а) и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  (б) для решетки кольцевых щелей с  $d = 3$  мм в фидере с  $a_2 = 12$  мм

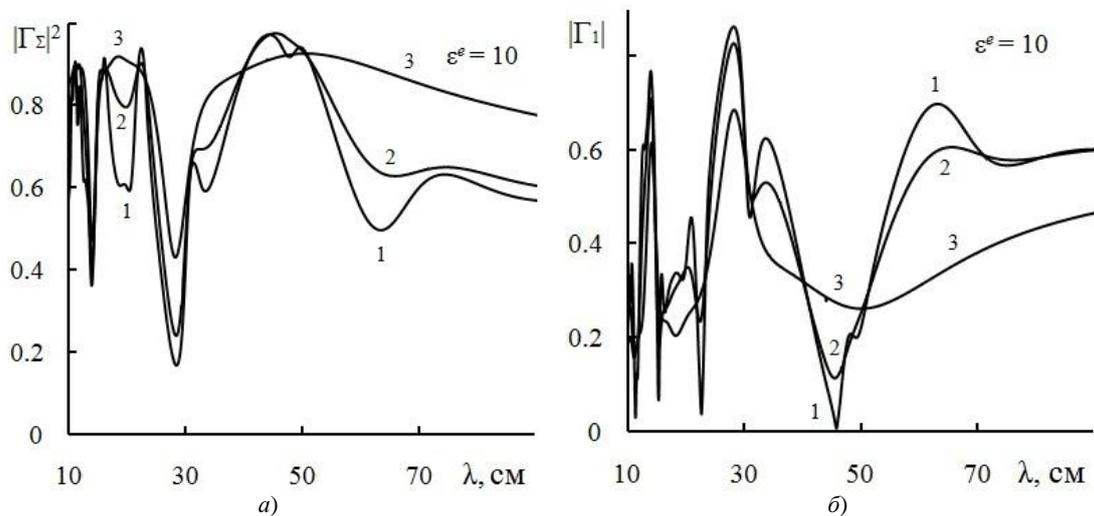


Рис. 8. Зависимости  $|\Gamma_{\Sigma}|^2 = f(\lambda)$  (а) и  $|\Gamma_1| = f(\lambda)$  (б) для решетки кольцевых щелей в экране фидера с  $a_2 = 0.6$  мм

### ВЫВОДЫ

Таким образом, влияние параметров окружающей среды на энергетические характеристики как одиночных, так и систем дуговых и кольцевых щелей, прорезанных в экране коаксиальной линии, проявляется следующим образом:

- в случае одиночной щели и системы дуговых щелей повышение значения  $\epsilon^e$  приводит к смещению резонанса в область более длинных волн; увеличение  $tg \delta$ , в свою очередь, приводит к существенному уменьшению значений энергетических коэффициентов  $|\Gamma_{\Sigma}|^2$  и  $|\Gamma_1|$  в рабочей полосе длин волн. При этом полоса рабочих длин волн увеличивается;

- в случае одиночной и системы кольцевых щелей увеличение  $tg \delta$  приводит к снижению коэффициента отражения  $|\Gamma_1|$  при повышении коэффициента излучения  $|\Gamma_{\Sigma}|^2$ .

При определенном выборе величин  $\epsilon^e$  и  $\epsilon^i$  возможны такие соотношения между внутренними и внешними проводимостями щелевых излучателей, которые позволяют получить наибольший коэффициент излучения исследуемой коаксиально-щелевой структуры. Увеличение потерь в окружающей среде приводит к существенному уменьшению осцилляций частотно-энергетических кривых за счет ослабления взаимных связей между щелями по внешнему пространству, а, следовательно, и к увеличению рабочего диапазона длин волн антенной решетки.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брейтбарт А. Я. Радиосвязь с передвижными установками в подземных туннелях посредством излучающих кабелей // Зарубежная радиоэлектроника. – 1976. – № 1. – С. 110-130.
2. Delogne P. P., Deryck L. Underground Use of a Coaxial Cable with Leaky Sections // IRE Transactions on Antennas and Propagation – 1980. – Vol. 28, No. 6. – P. 875-883.
3. Saito K., Hayashi Y., Yoshimura H., Ito K. Heating Characteristics of Array Applicator Composed of two Coaxial Slot Antennas for Microwave Coagulation Therapy // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2000. – Vol. 48, No 11. – P. 1800 -1806.
4. Saito K., Miyata K., Yoshimura H., Ito K. Practical study of a coaxial-slot antenna with simple matching circuit for interstitial heating // Proceedings of ISAP'04, Sendai, Japan, P. 797-800.
5. Ito K., Nomaia L., Saito K., Yoshimura H. Improvement of heating pattern of the coaxial-slot antenna for interstitial microwave hyperthermia // Proceedings of OSAP 2000, Fukuoka, Japan.
6. Катрич В. А., Лященко В. А., Медведев Н. В. Щелевой излучатель в коаксиальной линии // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 2010. – Т. 15, № 1. – С. 7-16.
7. Катрич В. А., Лященко В. А., Медведев Н. В. Коаксиально-щелевой излучатель // Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. Радиотехника. – Харьков: ХНУРЭ. – 2010. – Вып. 163. – С. 183-190.
8. Катрич В. А., Лященко В. А., Медведев Н. В. Излучение из системы щелей в экране коаксиальной линии // Радиофизика и радиоастрономия. – 2012. – Т. 17, № 2. – С. 146-156.
9. Фельд Я. Н. Антенно-фидерные устройства. Ч. 2. / Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. – Москва: Изд. ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1959. – 551 с.

УДК 528.8

## ФОРМИРОВАНИЕ РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ Е-СЕКТОРИАЛЬНЫХ РУПОРНЫХ АНТЕНН

**Н.Н. Горобец, Е.Е. Овсянникова, А.В. Шишкова**

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, пл. Свободы 4; Харьков, 61022, Украина*  
*Nikolay.N.Gorobets@univer.kharkov.ua*  
*alena\_small@mail.ru*

Поступила в редакцию 20 сентября 2012 г.

Методом интеграла Кирхгофа исследованы характеристики электромагнитного излучения рупорных антенн на конечном расстоянии от излучающего раскрыва. Рассчитаны амплитуды электромагнитных полей в ближней зоне при известном амплитудном и фазовом распределении источников полей для различных размеров апертуры рупора. Расчеты проведены в зависимости от расстояния от антенны до точки наблюдения вдоль нормали к излучающему раскрыву и на параллельных к раскрыву плоскостях на разных расстояниях от рупора. Доказана возможность обеспечения близкого к постоянному пространственного распределения амплитуды поля на плоскости или в некотором объеме

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** микроволны, рупорная антенна, ближняя зона, квадратичное фазовое распределение источников

Методом інтеграла Кірхгофа досліджено характеристики електромагнітного випромінювання рупорних антен на скінченній відстані від випромінюючого розкриття. Розраховано амплітуди електромагнітних полів в ближній зоні при відомому амплітудному та фазовому розподілах джерел полів для різних розмірів апертури рупора. Розрахунки проведено в залежності від відстані від антени до точки спостереження вздовж нормалі до розкриття та на паралельних до нього площинах на різних відстанях від рупора. Досліджена можливість забезпечення близького до постійного просторового розподілу амплітуди поля на площині або у деякому об'ємі

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** мікрохвилі, рупорна антена, ближня зона, квадратичний фазовий розподіл джерел

Of integral Kirchhoff method characteristics of electromagnetic radiation of horn antennas were investigated at finite distances from aperture. The amplitudes of electromagnetic fields in near zone were calculated for known amplitude and phase distribution of the field sources for different sizes of the horn aperture. The calculations were provided for different distances from the antenna to observation point along the normal to the aperture and on different planes at different distances from the horn. It was proved that one can provide close to constant spatial distribution of the field amplitude on some plane or in some volume

**KEY WORDS:** microwaves, horn aperture antenna, near field, quadratic phase distribution sources

### ВВЕДЕНИЕ

При практическом использовании электромагнитных волн микроволнового диапазона в биомедицинских целях, в частности для экспериментальных исследований влияния излучения на биологические объекты, в технологических микроволновых установках и т. п. в качестве облучающих устройств используются волноводные и рупорные излучатели. Во всех этих исследованиях и практических приложениях важно знать амплитуды электрического и магнитного полей и плотности потока мощности в локальных объемах или на различных плоскостях в ближней и промежуточной зонах наблюдения излучателей. Для создания новых технических устройств на базе излучателей микроволнового диапазона требуются антенны, которые обеспечивали бы однородное распределение амплитуд  $E$ - и  $H$ -полей как в продольном, так и в поперечном сечении на малом расстоянии от антенны. В связи с этим необходим детальный анализ физических процессов, происходящих при излучении электромагнитных волн апертурными антеннами, в их ближней и промежуточной зонах наблюдения.

Аналізу фізических явлєний при формуванні просторових и об'ємних розподєлєний поля вблизи антєнни посвящєно много как класичєских, так и соврємєнных работ. Ещє в [1] укаzano, что вблизи апертурных антєнн с симмєтричной круглой апертурой образуеться область «проекторного луча», в которой амплитуды компонент и мощность поля осциллируют. Такие же явлєния имеют место и в случае симмєтричной апертуры квадратной формы [2]. Однако, как показано в [2], если апертура имеет

прямоугольную форму, то равномерность осцилляций поля вблизи апертуры нарушается и появляются локальные продольные области, в которых и амплитуды, и мощность поля мало изменяются. Из физических соображений очевидно, что квадратичные фазовые распределения также должны существенно влиять на формирование пространственного распределения поля в объеме и на поперечных плоскостях вблизи антенны. В связи с этим возникает необходимость исследования влияния формы излучающего раскрыва и фазового распределения источников поля на закономерности формирования пространственного распределения излучения апертурных антенн в «области ближних излучающих полей» (зона Френеля), и в «области ближних реактивных полей» (БРП) [3]. Целью настоящей статьи является исследование волновых процессов вблизи рупорных антенн и определение возможностей формирования близкого к однородному распределения поля на плоскости или в объеме путем изменения формы излучающего раскрыва и глубины рупора.

### МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Для исследования закономерностей формирования пространственного распределения излучения апертурных антенн вблизи излучающего раскрыва рассмотрим характеристики канонических излучателей – прямоугольного волновода и  $E$ -секториального рупора, которые возбуждаются модой основного типа  $H_{10}$ .

Поле на открытом конце прямоугольного волновода примем аналогично [4] равным полю волны основного типа  $H_{10}$ , набегающей на раскрыв:

$$E_x = E_0 \cos(\pi y / b), E_y = 0, \quad (1)$$

где  $b$  - ширина большей стенки волновода.

В  $E$ -секториальном рупоре возбуждается цилиндрическая волна с такой же фазовой скоростью распространения, как и в волноводе. При этом амплитуда поля в  $H$ -плоскости изменяется по закону косинуса, но фазовые искажения отсутствуют. Фазовые искажения имеют место только в  $E$ -плоскости, в которой амплитуда поля постоянна. Структура поля в рупоре сходна со структурой поля в прямоугольном волноводе, однако имеются существенные различия. Волна в рупоре является цилиндрической, вследствие этого поле в апертуре рупора будет несинфазным, а максимальное отклонение фронта волны от плоского будет иметь место на краях апертуры. Таким образом, в апертуре рупора возникают квадратичные фазовые распределения источников поля, которые приводят к увеличению ширины диаграммы направленности [5-6].

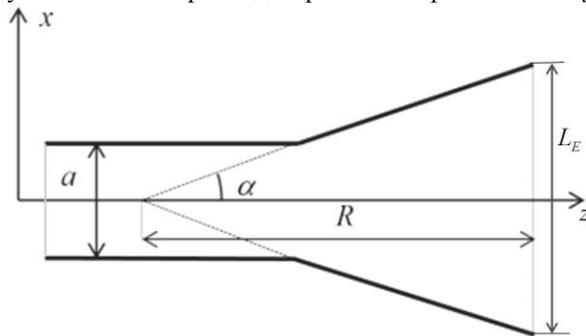


Рис. 1. Геометрия задачи

Поле в излучающем раскрыве рупора, возбуждаемого волной основного типа  $H_{10}$ , может быть представлено в общем случае в виде [4]:

$$E_x = E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-i\varphi(x)}, E_y = 0, \quad (2)$$

где  $\varphi(x)$  - близкое к квадратичному фазовое распределение поля в апертуре рупора, определяемое следующим соотношением

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda_g} \left( \sqrt{R^2 + x^2} - R \right). \quad (3)$$

Здесь  $\lambda_g = \lambda_0 / \sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_c)^2}$  - длина волны в

волноводе и рупоре,  $\lambda_c = 2b$  - критическая длина волны основной моды прямоугольного волновода,  $L_E \times L_H$  - размеры раскрыва рупора,  $R = (L_E / 2) \operatorname{ctg} \alpha$  - длина рупора, отсчитываемая от его вершины,  $2\alpha$  - угол раствора рупора (рис. 1). Константа  $E_0$ , входящая в выражения (1) и (2), находится из определения мощности поля внутри волновода.

При фиксированном размере излучающего раскрыва рупора чем больше угол  $\alpha$ , тем больше кривизна фронта волны на апертуре рупора. Отметим, что диаграммы направленности рупора в плоскостях  $E$ - и  $H$ - независимы, поэтому изменение размеров излучающей апертуры рупора в  $E$ -плоскости приводит к изменению диаграммы направленности только в этой плоскости [4].

Описанные выше распределения поля на апертуре антенны используются для расчета поля в ближней зоне излучателя методом интеграла Кирхгофа [2, 7]. Решение задачи об излучении апертурных антенн с известными амплитудными и фазовыми распределениями источников поля в излучающем раскрыве в ближней и промежуточной зонах наблюдения в самом общем виде в сферической системе координат получено в [2]. Полученные решения и разработанные алгоритмы и компьютерные программы позволяют рассчитать пространственные распределения векторов напряженности

электромагнитного поля вблизи реальных рупорных антенн с учетом квадратичного фазового распределения источников поля – важного фактора формирования этого распределения во всем пространстве наблюдения. При этом на размеры широкой и узкой стенок излучающей апертуры не накладываются какие-либо ограничения. В [7] получено решение этой задачи в случае волноводных излучателей прямоугольной формы, возбуждаемых волной основного типа, в декартовой системе координат. Рассмотрим далее характеристики электромагнитных полей рупорных излучателей в их ближней и промежуточной зонах наблюдения при изменении размеров и формы излучающего раскрыва и угла раствора рупора в широких пределах.

### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Исследуем прежде всего влияние квадратичного фазового распределения поля в излучающей апертуре рупора на закономерности формирования пространственного распределения амплитуды вектора напряженности электрического поля в направлении оси рупора.

Выберем физико-математическую модель, предполагающую однородное по всей апертуре амплитудное распределение источников поля. В этом случае максимально ясно проявляются все физические закономерности влияния квадратичных фазовых распределений источников поля на формирование пространственного распределения поля вблизи излучателя. На рис.2 представлены распределения  $E_x/E_0$  компоненты поля вдоль оси  $z$  для случая апертур с размерами  $9\lambda \times 9\lambda$ ;  $9\lambda \times 7,5\lambda$  и  $9\lambda \times 10,5\lambda$ , при углах раствора рупора  $2\alpha = 0^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $60^\circ$  при однородном распределении амплитуды поля в излучающем раскрыве. Из рис. 2а видно, что случае синфазного раскрыва при  $\alpha = 0^\circ$  квадратной формы, как и в случаях, приведенных в [1] для раскрыва круглой формы и в [2] для квадратного раскрыва с размерами  $10\lambda \times 10\lambda$ , амплитуда вектора напряженности электрического поля изменяется по мере удаления от излучающего раскрыва по направлению нормали к нему по осциллирующей закономерности с равномерным увеличением периода и амплитуды осцилляций. Другими словами – вблизи синфазно-возбужденного рупора формируется область прожекторного луча с незначительно изменяющейся вдоль луча плотностью потока мощности электромагнитного поля.

При наличии квадратичных фазовых распределений источников поля в излучающем раскрыве рупора, неизбежно возникающих вследствие граничных условий электродинамики, законы изменения амплитуды поля в области прожекторного луча в зависимости от расстояния от раскрыва изменяются весьма существенно: размах и глубина осцилляций уменьшаются и протяженность области пространства, в которой амплитуда поля изменяется незначительно, увеличивается. Кроме того, появилась тенденция слабого равномерного уменьшения среднего значения амплитуды поля при сохранении осциллирующего характера ее зависимости от координаты  $z$ , характерная для промежуточной зоны наблюдения [6].

Из рис. 2а видно также, что существует оптимальное квадратичное фазовое распределение, при котором обеспечивается минимальное изменение амплитуды поля при увеличении расстояния от излучателя. Так, при угле раствора рупора  $2\alpha = 30^\circ$  амплитуда поля в зависимости от  $z$  изменяется значительно меньше, чем при угле раствора  $2\alpha = 60^\circ$  (при том же размере сторон излучающего раскрыва рупора).

Таким образом, результаты расчетов зависимости амплитуды вектора напряженности электрического поля от расстояния в ближней и промежуточной зонах наблюдения, а также расчеты при других размерах рупоров и углов их раствора, убедительно доказывают возможности увеличения протяженности области прожекторного луча с минимальными изменениями амплитуды и мощности электромагнитного поля.

Рассмотрим далее возможности изменения за счет квадратичных фазовых распределений источников поля в излучающем раскрыве характера распределений поля вблизи рупорных антенн с прямоугольным раскрывом. В [2] показано, что в возбужденных синфазно апертурных антеннах в ближней и промежуточной зонах наблюдения при определенных отношениях сторон излучающего раскрыва образуются локальные области с близкими к постоянному распределению амплитуды и мощности поля. Очевидно, что квадратичные фазовые распределения источников поля при соответствующем выборе отношения сторон раскрыва позволяют увеличить размеры этих областей. Результаты расчетов, приведенных на рис. 2б, убедительно подтверждают это предположение. В частности, при угле раствора рупора  $2\alpha = 60^\circ$  и размерах сторон рупора  $9 \times 7,5$  длин волн амплитуда поля на расстоянии от одного размера меньшей стороны рупора практически не изменяется при увеличении этого расстояния более чем в четыре раза (до  $33\lambda$ ).

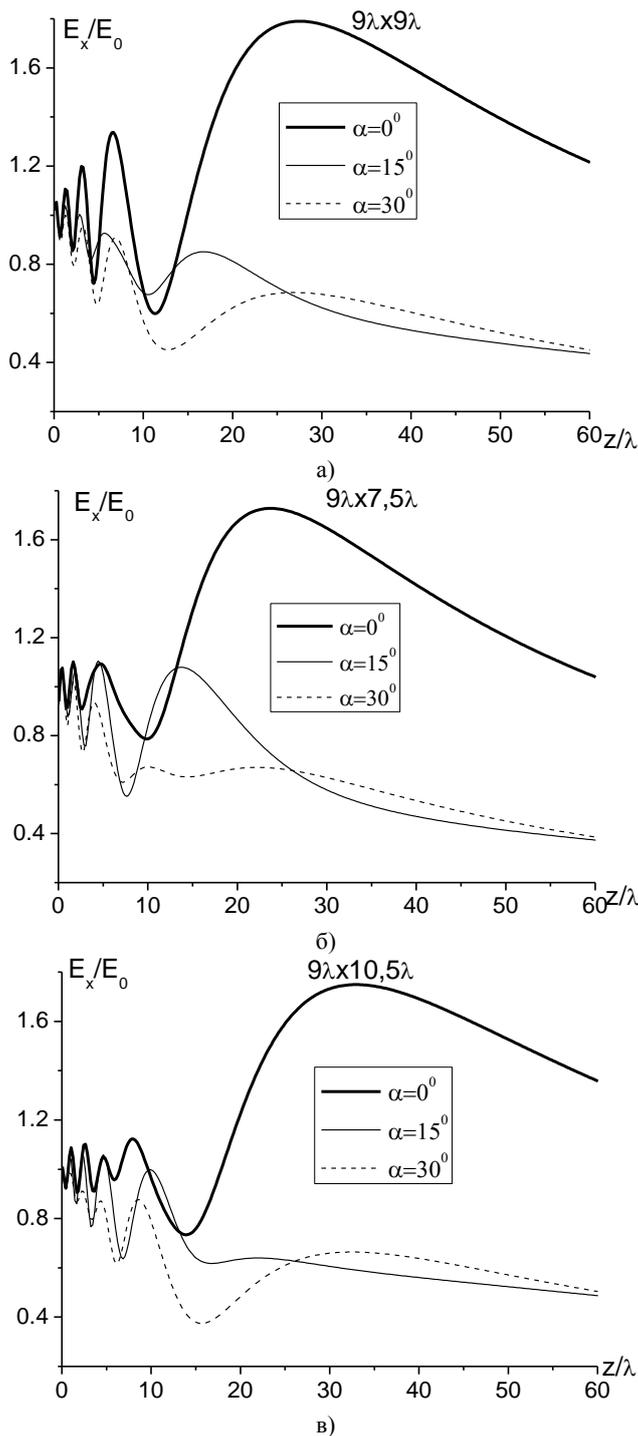


Рис. 2. Зависимости нормированной амплитуды электрической компоненты поля  $E_x/E_0$  от расстояния от излучателя до точки наблюдения в направлении нормали к апертуре при однородном амплитудном распределении поля на апертуре и углах раствора рупора:  $\alpha=0^\circ$ ,  $\alpha=15^\circ$  и  $\alpha=30^\circ$  для апертур с размерами  $9\lambda \times 9\lambda$ ,  $9\lambda \times 7,5\lambda$ ,  $9\lambda \times 10,5\lambda$  соответственно

распределения поля в раскрытии рупора на рис. 3 приведены зависимости амплитуды поля  $E_x/E_0$  в направлении нормали к раскрытию от расстояния  $z$  от середины раскрытия для рупоров с квадратным раскрытием  $9 \times 9$  длин волн и углами растворов  $2\alpha=30^\circ$  и  $60^\circ$ . Здесь же приведена такая же зависимость

В оптимальном для приведенного выше варианта угла раствора рупора  $2\alpha=30^\circ$  с квадратным раскрытием осцилляции амплитуды поля большие.

При увеличении размера стороны рупора в плоскости магнитного вектора поля излучения рупора до 10,5 длины волны, как видно из рис. 2в, минимум осцилляций амплитуды поля имеет место при  $2\alpha=60^\circ$  на меньших расстояниях от рупора. Следовательно, физические закономерности формирования характера пространственного распределения поля в ближней и промежуточной зонах наблюдения излучателя позволяют путем изменения электрических размеров рупора, формы излучающего раскрытия и глубины рупора обеспечить близкое к постоянному пространственное распределение амплитуды и мощности электромагнитного поля в значительной области пространства как в ближней, так и в промежуточной зонах.

Рассмотрим далее процессы формирования пространственного распределения поля в ближней и промежуточной зонах рупорных излучателей с учетом спадающего к краям рупора амплитудного распределения (1) и квадратичного фазового распределения (3) поля в излучающем раскрытии. В [8] показано, что в возбужденных синфазно антеннах от вида амплитудного распределения существенно зависит протяженность области прожекторного луча, а также размах осцилляций поля в этой области.

Для иллюстрации влияния квадратичного фазового

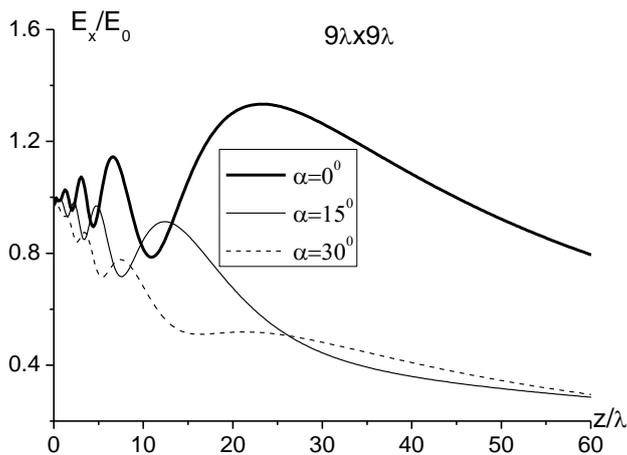


Рис. 3. Зависимости нормированной амплитуды электрической компоненты поля  $E_x/E_0$  от расстояния от излучателя до точки наблюдения в направлении нормали к апертуре при косинусоидальном амплитудном распределении поля на апертуре и углах раствора рупора  $\alpha=0^\circ$ ,  $15^\circ$  и  $30^\circ$ , для апертуры размерами  $9\lambda \times 9\lambda$

отличаются от соответствующих значений для однородно возбуждаемой апертуры. Так из рис. 2а видно, что более близкое к постоянному пространственное распределение поля имеет место в первом случае при  $2\alpha=30^\circ$ , а во втором – при  $2\alpha=60^\circ$ . Однако в принципе из приведенных на рис. 3 расчетов, а также аналогичных расчетов для других размеров рупоров, можно считать доказанным, что варьированием квадратичных фазовых распределений поля в излучающем раскрыве рупора путем изменения его глубины можно обеспечивать близкое к постоянному пространственное распределение поля в ближней и промежуточной зонах рупорных излучателей.

На практике часто важно обеспечить близкое к постоянному распределение амплитуды и мощности электромагнитного поля в плоскостях, параллельных плоскости излучающего раскрыва на некотором (обычно заданном) расстоянии от излучателя. Понятно, что при не очень больших площадях облучаемых объектов требование обеспечения равномерности облучения по всей площади реализуется при расположении объекта в дальней зоне антенны. Однако очевидно, что в этом случае коэффициент полезного действия при взаимодействии излучения с объектом будет ничтожно малым. Поэтому необходимо изучить возможности обеспечения близкого к однородному распределения поля в поперечных сечениях в ближней и промежуточной зонах апертурных, в частности, рупорных антенн.

Решение задачи определения всех компонент электромагнитного поля апертурных излучателей в декартовой системе координат на любом сколько угодно малом расстоянии от излучателя получено в [6]. По разработанным алгоритмам и программам были проведены многочисленные расчеты зависимости амплитуды компоненты электрического поля  $E_x$  от поперечных координат  $x$  и  $y$ , нормированных к длине волны, соответственно в плоскости электрического ( $y=0$ ) и магнитного ( $x=0$ ) векторов поля. Расстояния между раскрывом антенны и плоскостью наблюдения были параметрами задачи.

На рис. 4 показано распределение  $E_x$  компоненты поля в  $E$ - и  $H$ -плоскостях для рупора с апертурами  $9\lambda \times 9\lambda$  и  $9\lambda \times 9.75\lambda$  на различных расстояниях от антенны. В  $E$ -плоскости зависимости напряженности поля от координат изменяются сложным образом: они имеют осциллирующий характер, причем характер кривых сильно изменяется в зависимости от расстояния от антенны до точки наблюдения в ближней зоне, а также от угла раствора рупора. В  $H$ -плоскости зависимости имеют менее осциллирующий характер. В частности, как видно из рис. 4б, в случае косинусоидального амплитудного распределения поля на излучающей поверхности поле в  $H$ -плоскости имеет только одну вариацию вдоль пространственной координаты.

Из рис. 4 видно влияние формы излучающего раскрыва на законы распределения поля в поперечных плоскостях. В частности, видно, что для квадратного раскрыва  $9\lambda \times 9\lambda$  вблизи раскрыва число осцилляций больше, чем в случае прямоугольного раскрыва  $9\lambda \times 9,75\lambda$ .

для синфазного рупора ( $2\alpha=0$ ). Из сравнения соответствующих зависимостей видно, что как и в изученном выше случае постоянного амплитудного распределения квадратичные фазовые распределения при спадающих до нуля по косинусоидальному закону амплитудных распределениях приводят к уменьшению размаха осцилляций амплитуды и мощности электромагнитного поля в области прожекторного луча, а также к изменению протяженности этой области. Видно также, что имеют место оптимальные для обеспечения в заданном объеме пространства близкого к равномерному распределению поля углы раствора рупора, но они

Таким образом, проведенные исследования доказывают, что можно реализовать близкие к постоянным распределения амплитуды и мощности электромагнитного поля в заданном объеме в ближней зоне путем выбора размеров излучающего раскрыва и угла раствора рупора. Для примера на рис. 5 показано распределение  $E_x$  компоненты поля в  $E$ - и  $H$ -плоскостях для рупора с раскрывом  $5\lambda \times 5\lambda$  на различных расстояниях от раскрыва антенны. В  $E$ -плоскости зависимости напряженности поля от координат изменяются сложным образом: они имеют осциллирующий характер, причем характер кривых сильно изменяется в зависимости от расстояния от антенны до точки наблюдения в ближней зоне, а также от угла раствора рупора. При угле раствора рупора  $\alpha = 80^\circ$ , что соответствует сильным фазовым искажениям поля непосредственно возле антенны, максимум амплитуды поля наблюдается по нормали к раскрыву (рис. 5а). При удалении от антенны, эта зависимость расширяется, максимальный уровень боковых осцилляций увеличивается (рис. 5б,  $z = 1\lambda$ ). На расстоянии  $z = 2\lambda$  наблюдается уменьшение амплитуды поля в направлении нормали (рис. 5в). В  $H$ -плоскости распределения амплитуд имеют более гладкий характер, при этом форма распределения поля на различных расстояниях от рупора не зависит существенным образом от его угла раствора и осцилляции амплитуды поля отсутствуют.

Расчеты полей на различных расстояниях от антенны при фиксированном размере излучающего раскрыва для различных значений угла раствора рупора показали, что возможен оптимальный выбор угла раствора рупора и размера его раскрыва для создания осесимметричного пространственного распределения амплитуды излучения в ближней зоне  $E$ -секториального рупора.

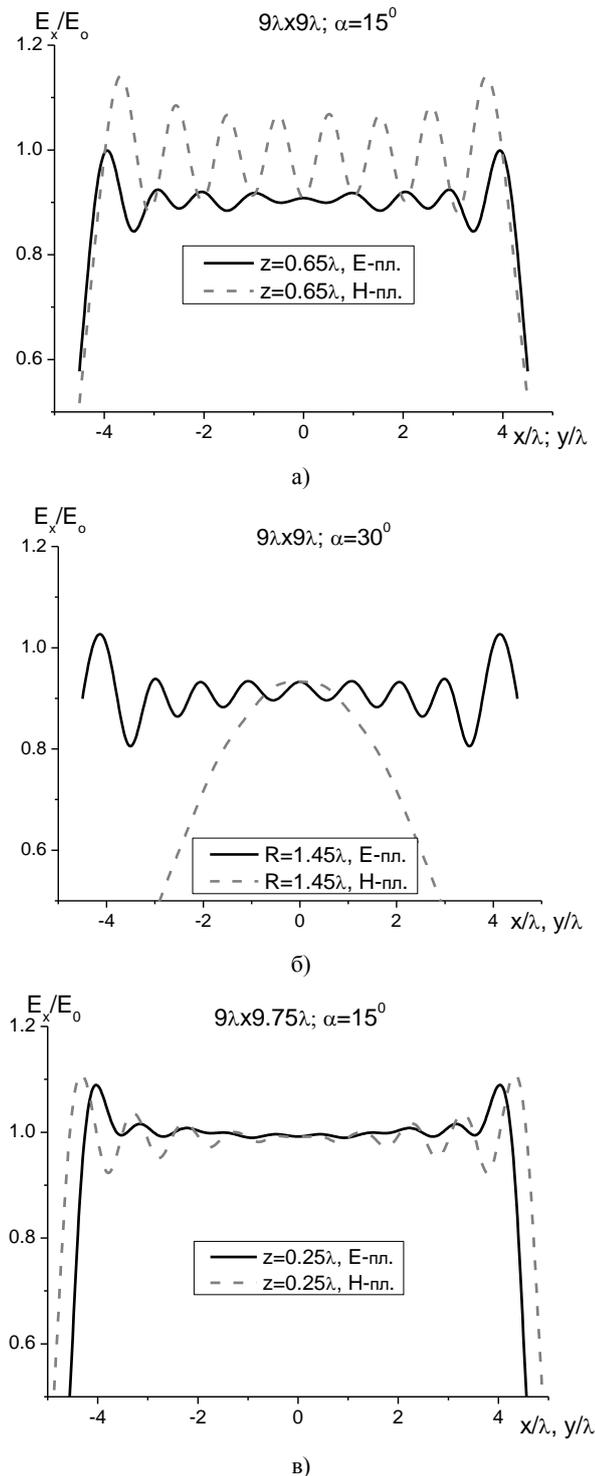


Рис. 4. Распределение поля  $E_x$  компоненты в  $E$ - и  $H$ -плоскостях на различных расстояниях  $z$  от раскрыва для различных раскрывов и углов раствора рупора: а) -  $\alpha = 15^\circ, z = 0.65\lambda, 9\lambda \times 9\lambda$ , постоянное амплитудное распределение; б) -  $\alpha = 30^\circ, z = 1.45\lambda, 9\lambda \times 9\lambda$ , косинусоидальное амплитудное распределение; в) -  $\alpha = 15^\circ, z = 0.25\lambda, 9\lambda \times 9.75\lambda$ , постоянное амплитудное распределение

В частности, для квадратного раскрыва  $5\lambda \times 5\lambda$  при  $\alpha = 80^\circ$  распределение в  $E$ - и  $H$ -плоскостях совпадают с графической точностью в пределах от  $-0.8\lambda$  до  $0.8\lambda$  для  $z=0.5\lambda$ . Таким образом, возможна оптимизация  $E$ -секториального рупора для создания антенн с осесимметричными пространственными распределениями амплитуды поля излучения путем подбора соответствующей величины фазовых квадратичных распределений и размера излучающего раскрыва рупора.

Из рис. 5а видно, что в  $E$ -плоскости непосредственно вблизи антенны форма пространственного распределения поля в области ближних реактивных полей повторяет распределение поля в излучающем раскрыве рупора. В дальней зоне амплитудные характеристики поля слабо зависят от поперечных координат  $x, y$  в пределах раскрыва, при этом волна может рассматриваться как квазиплоская.

Отметим, что квадратичные фазовые распределения приводят к расширению пространственного распределения амплитуды  $E_x$ -компоненты поля в  $E$ -плоскости по сравнению со случаем излучателя без фазовых искажений. Фазовое распределение влияет на распределение поля в  $E$ -плоскости сильнее, чем в  $H$ -плоскости.

**ВЫВОДЫ**

Теоретически в рамках метода Кирхгофа исследовано влияние размеров и формы излучающего раскрыва апертурных антенн при постоянном и при спадающем до нуля на краях по косинусоидальному закону амплитудных распределениях и различных по величине квадратичных фазовых распределениях поля в раскрыве на пространственное распределение поля в ближней и промежуточной зонах наблюдения. Разработанная физико-математическая модель описывает волновые процессы при

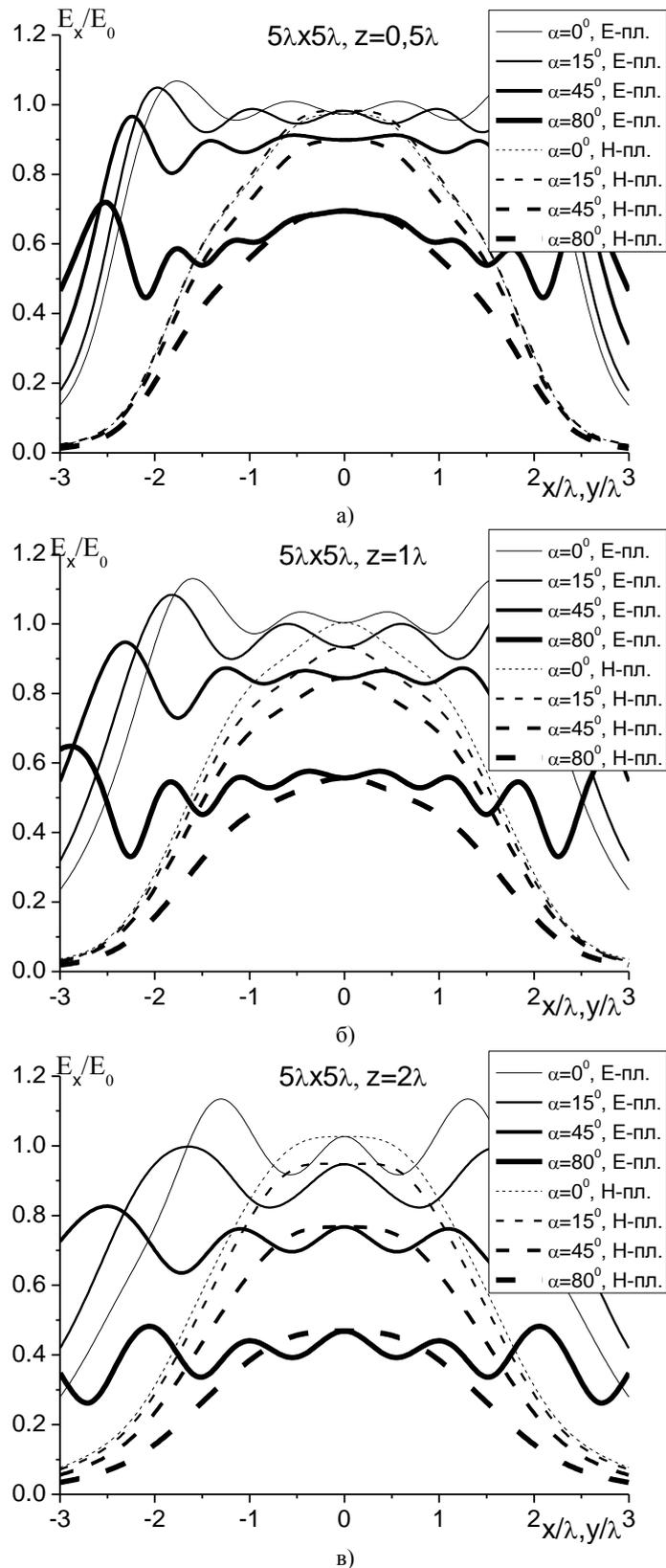


Рис. 5. Распределение  $E_x$  компоненты поля в  $E$ - и  $H$ -плоскостях для раскрыва  $5\lambda \times 5\lambda$  на расстоянии а)  $z=0.5\lambda$ , б)  $z=1\lambda$ , в)  $z=2\lambda$

излучении электромагнитных волн  $E$ -секториальными рупорными антеннами в их ближней, промежуточной и дальней зонах и пригодна для апертурных антенн других типов, в частности, пирамидальных рупорных, зеркальных, линзовых и их различных модификаций.

Показано, что принципиальным отличием волновых процессов при излучении апертурных антенн в ближней и промежуточной зоне от линейных антенн является формирование области «прожекторного луча», в которой амплитуды векторов напряженности электрического и магнитного полей и мощность излучаемой электромагнитной волны изменяются по мере удаления точки наблюдения от антенны по осциллирующим закономерностям.

В случае линейных антенн, как хорошо известно, амплитуда вектора  $\vec{E}$  просто убывает сначала по закону  $1/R^3$  (ближняя зона), далее как  $1/R^2$  (промежуточная зона) и еще дальше – как  $1/R$  (дальняя зона). Доказано, что прожекторный луч образуется не только в случае симметричных (круглых, квадратных) апертур, возбуждаемых полем однородной плоской волны, но и при несимметричной (прямоугольной) форме раскрыва, спадающем амплитудным распределением и произвольным квадратичным фазовым распределением поля в излучающем раскрыве.

Исследованы возможности уменьшения амплитуды осцилляций поля в области прожекторного луча в ближней и промежуточной зонах апертурных антенн как в направлении нормали к раскрыву, так и в плоскостях, параллельных раскрыву, на разных расстояниях от антенны. Показано, что увеличить объемы пространства или плоскости с близким к постоянному распределению поля можно прежде всего увеличением размеров излучающей апертуры антенны. Дополнительные возможности достижения этого эффекта увеличения области пространства с однородным полем достигается изменением формы излучающего раскрыва, использованием спадающих к краям апертуры амплитудных распределений полей и квадратичных фазовых распределений полей в раскрыве. При этом изменение формы раскрыва больше влияет на пространственное распределение поля на меньших расстояниях от антенны, а квадратичные фазовые распределения – на больших. Показано, что выбором отношения сторон излучающего раскрыва и глубины  $E$ -секториального рупора можно обеспечить весьма близкое к постоянному распределению поля на площади круга, перпендикулярного нормали к раскрыву, в ближней зоне рупорной антенны.

Таким образом, в результате проведенных исследований доказано, что разработанные физико-математические модели, алгоритмы и программы позволяют решить задачу конструктивного синтеза апертурной излучающей системы с близким к постоянному пространственным распределением амплитуды и мощности электромагнитного поля в ближней и промежуточной зонах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики // М.: Изд. «Наука», Главная редакция физико-математической литературы. 1973. – 720 с.
2. Горобец Н.Н. Амплитудные, фазовые и поляризационные диаграммы апертурных антенн в ближней, промежуточной и дальней зонах. Вестник Харьковского университета. №203. Радиофизика электроника. 1980. Вып. 9. – с.26-34.
3. Laybros S., Combed P. F., Mametsa H.J. The “Very-Near-Field” Region of Equiphase Radiating Apertures // IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol.47, No.4, August 2005, - p. 50-66.
4. Шубарин Ю.В. Антенны сверхвысоких частот. - Х.: Изд. Харьковского гос. университета. 1960. -283 с.
5. Драбкин А. Л., Зузенко В.Л., Кислов А.Г. Антенно-фидерные устройства. М.: Сов. радио, 1974. – 535 с.
6. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. шк., 1988. – 480 с.
7. Горобец Н.Н., Овсянникова Е.Е., Шишкова А.В. Расстояние дальней зоны волноводных излучателей. Вестник Харьковского университета. №834. Радиофизика электроника. 2008. Вып. 13. – с.67-76.
8. Овсянникова Е.Е., Шишкова А.В., Горобец Н.Н. Влияние вида амплитудного распределения на характеристики полей в ближней зоне апертурных антенн. Вестник Харьковского университета. №853. Радиофизика электроника. 2009. Вып. 14. –с.26-24.

УДК 621.372

## ДИФРАКЦИЯ ВОЛНОВОДНОЙ ВОЛНЫ НА ДИАФРАГМЕ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ, ЗАПОЛНЕННОЙ ГИРОМАГНИТНОЙ СРЕДОЙ

В. Н. Мизерник<sup>1, 2</sup>, А. А. Шматько<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Научный физико-технологический центр, 61077, Харьков, пл. Свободы, 2,

<sup>2</sup> Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, 61077, Харьков, пл. Свободы, 4,  
E-mail: alexandr.a.shmatko@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 15 ноября 2012 г.

Предложен новый подход для решения задачи дифракции волноводной волны на диафрагме конечной толщины с гиромагнитной средой. На первом этапе методом Фурье получена бесконечная система линейных уравнений относительно двух последовательностей неизвестных коэффициентов поля в ферритовом резонаторе. На втором этапе для ее решения применена интерполяционная формула Лагранжа со специальным видом базовой функции, что позволяет существенно упростить исходную систему уравнений, которая может быть решена аналитически в замкнутом виде для целочисленных значений отношения размера ширины волновода к ширине диафрагмы при произвольных материальных параметрах гиротропной среды. В предельном случае полного заполнения гиромагнитной средой решение переходит в известное.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** дифракция, диафрагма в волноводе, ферритовый резонатор, система линейных алгебраических уравнений.

Запропоновано новий підхід для розв'язання задачі дифракції хвилеводної хвилі на діафрагмі кінцевої товщини з гіромагнітним середовищем. На першому етапі методом Фур'є отримана нескінченна система лінійних рівнянь щодо двох послідовностей невідомих коефіцієнтів поля у феритовому резонаторі. На другому етапі для її розв'язку застосована інтерполяційна формула Лагранжа зі спеціальним видом базової функції, що дозволяє істотно спростити вихідну систему рівнянь, яка може бути розв'язана аналітично в замкнутому виді для цілочисельних значень відносно розміру ширини хвилеводу до ширини діафрагми при довільних матеріальних параметрах гиротропного середовища. У граничному випадку повного заповнення гіромагнітним середовищем рішення переходить у відоме.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** дифракція, діафрагма в хвилеводі, феритовий резонатор, система лінійних алгебраїчних рівнянь.

The new approach for the solution of a problem of diffraction waveguide waves on a diaphragm of final thickness with gyromagnetic medium is offered. At the first stage the method of the Fourier gains infinite system of the linear equations concerning two sequences of unknown field-form factors in the ferrite resonator. At the second stage interpolation formula Lagrange is applied to its solution with a special view of base function that allows to simplify essentially initial system of the equations which can be is solved analytically in the closed view for integral value of the relation of random widths of a waveguide to width of a diaphragm at any material parameters of a gyrotropic medium. In a limiting case of full filling with gyromagnetic medium the solution passes in known.

**KEYWORDS:** diffraction, the ferrite resonator, a diaphragm of waveguide, system of the linear algebraic equations.

### ВВЕДЕНИЕ

Резонаторные устройства антенно-фидерной и электронной техники, как правило, имеют согласующие устройства с выходным трактом, в которых могут использоваться различные волноводные неоднородности. К числу таких относятся и диафрагмы конечной толщины, которые могут быть заполнены материальной средой. В качестве такой среды чаще всего используется диэлектрик или магнитоэлектрик. Возникает необходимость управления резонансными свойствами такого элемента за счет изменения электрическим способом одного из материальных параметров среды. В качестве такой среды чаще других используют гиروهлектрические или гиромагнитные среды (полупроводниковая плазма или феррит), диэлектрическая или магнитная проницаемость которых может изменяться в зависимости от величины амплитуды приложенного магнитного поля и частоты сигнала. Наличие таких сред, заполняющих диафрагму, приводит к существенному усложнению нахождения амплитудно-частотных характеристик таких устройств, так как прямые и встречные волны в волноводе с гиروهлектрической или гиромагнитной средой имеют различные по виду в поперечном направлении

функции [1], [2]. Это приводит к тому, что даже в простейшем случае частично заполненного волновода такой средой для удовлетворения граничным условиям необходим весь спектр собственных волн. Наличие же еще и диафрагмы в волноводе приводит к дополнительным математическим трудностям при решении задачи. В данной работе такая задача решается методом Фурье в сочетании с интерполяционной формулой Лагранжа и кардинальными рядами Уиттекера [3], [4], что позволяет существенным образом упростить полученную систему алгебраических уравнений для произвольного случая и получить аналитическое решение задачи в замкнутом виде, когда размер волновода кратен размеру диафрагмы.

### ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассматривается двумерная задача дифракции волноводной  $H_{p0}$ -волны на диафрагме конечной толщины, заполненной гиромагнитной дисперсной средой (рис. 1).

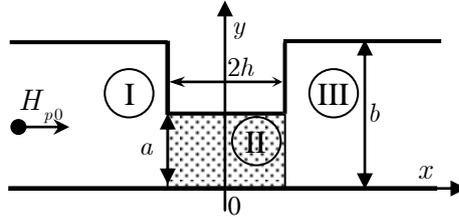


Рис.1. Диафрагма в волноводе

Магнитная проницаемость среды  $\vec{\mu}$  описывается тензором стандартного типа. Элементы тензора  $\mu$ ,  $\mu_a$  зависят от приложенного подмагничивающего поля  $\vec{H}_0 = \vec{z}_0 H_0$  и частоты сигнала  $\omega$  по известным формулам [2]:

$$\leftrightarrow \begin{pmatrix} \mu & -i\mu_a & 0 \\ i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ где } \mu = \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 + \omega^2}; \mu_a = \frac{\omega\omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}; \omega_M = \gamma 4\pi M_0; \omega_H = \gamma H_0. \quad (1)$$

Набегая на такую комбинированную неоднородность, волноводная волна возбуждает весь спектр собственных волн в каждой из областей. Наличие ферритовой среды приводит к дополнительной их связи ввиду того, что собственные функции поперечного оператора Лапласа в области, заполненной ферритовой средой, не ортогональны [5].

Для определения полей необходимо решить уравнение Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k^2 \varepsilon \mu_{\perp} E_z = 0. \quad (2)$$

Здесь  $\mu_{\perp} = \mu \left(1 - \frac{\mu_a^2}{\mu^2}\right)$ ,  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость гиромагнитной среды,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Запишем решение уравнения Гельмгольца (2) для трех областей:

$$E_z^1 = \sin \frac{\pi p}{b} y e^{+i\gamma_p x} + \sum_{n=1} R_n e^{-i\gamma_n x} \sin \frac{\pi n}{b} y, \quad (3)$$

$$H_y^1 = \left(\frac{i}{k}\right) \left[ (i\gamma_n) \sin \frac{\pi p}{b} y e^{+i\gamma_p x} + \sum_{n=1} R_n (-i\gamma_n) e^{-i\gamma_n x} \sin \frac{\pi n}{b} y \right]$$

$$E_z^2 = \sum_{n=1} (D_n^+ e^{i\zeta_{na} x} + D_n^- e^{-i\zeta_{na} x}) \sin \frac{\pi n}{a} y,$$

$$H_y^2 = \left(\frac{i}{k\mu_{\perp}}\right) \left\{ \left[ \sum_{n=1} (i\zeta_{na}) (D_n^+ e^{i\zeta_{na} x} - D_n^- e^{-i\zeta_{na} x}) \sin \frac{\pi n}{a} y \right] + \left[ +i \frac{\mu_a}{\mu} \sum_{n=1} \left(\frac{\pi n}{a}\right) (D_n^+ e^{i\zeta_{na} x} + D_n^- e^{-i\zeta_{na} x}) \cos \frac{\pi n}{a} y \right] \right\}. \quad (4)$$

$$E_z^3 = \sum_{n=1} T_n e^{i\gamma_n x} \sin \frac{\pi n}{b} y, \quad (5)$$

$$H_y^3 = \left( \frac{i}{k} \right) \left[ \sum_{n=1} T_n (i\gamma_n) e^{i\gamma_n x} \sin \frac{\pi n}{b} y \right].$$

Здесь  $\gamma_n^2 = k^2 - \left( \frac{\pi n}{b} \right)^2$ ,  $\zeta_{na}^2 = k^2 \varepsilon \mu_{\perp} - \left( \frac{\pi n}{a} \right)^2$ .

Определим неизвестные коэффициенты полей в выражениях (3) - (5), используя граничные условия и ортогональность функций. Электромагнитные компоненты полей удовлетворяют следующим граничным условиям: тангенциальная компонента электрического поля  $E_z$  на границах областей  $y = \pm h$  непрерывна, а на металлических поверхностях  $a < y < b$  тождественно равна нулю; тангенциальная компонента магнитного поля  $H_y$  непрерывна на границе с ферритовым резонатором  $0 < y < a$ ,  $x = \pm h$ , а именно:

$$E_z^1 = E_z^2, \quad x = -h, \quad E_z^2 = E_z^3, \quad x = h, \quad 0 < y < b, \quad (6)$$

$$H_y^1 = H_y^2, \quad x = -h, \quad H_y^1 = H_y^2, \quad x = h, \quad 0 < y < a.$$

Используя граничные условия (6), получим:

$$\sin \frac{\pi p}{b} y e^{-i\gamma_p h} + \sum_{n=1} R_n e^{i\gamma_n h} \sin \frac{\pi n}{b} y = \sum_{n=1} (D_n^+ e^{-i\zeta_{na} h} + D_n^- e^{i\zeta_{na} h}) \sin \frac{\pi n}{a} y \quad (7)$$

$$(i\gamma_n) \sin \frac{\pi p}{b} y e^{-i\gamma_p h} + \sum_{n=1} R_n (-i\gamma_n) e^{i\gamma_n h} \sin \frac{\pi n}{b} y =$$

$$= \left( \frac{1}{\mu_{\perp}} \right) \left\{ \sum_{n=1} D_n^+ e^{-i\zeta_{na} h} \left( i\zeta_{na} \sin \frac{\pi n}{a} y + i \frac{\mu_a}{\mu} \left( \frac{\pi n}{a} \right) \cos \frac{\pi n}{a} y \right) - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=1} D_n^- e^{i\zeta_{na} h} \left( i\zeta_{na} \sin \frac{\pi n}{a} y - i \frac{\mu_a}{\mu} \left( \frac{\pi n}{a} \right) \cos \frac{\pi n}{a} y \right) \right\} \quad (8)$$

$$\sum_{n=1} T_n e^{i\gamma_n h} \sin \frac{\pi n}{b} (y-b) = \sum_{n=1} (D_n^+ e^{i\zeta_{na} h} + D_n^- e^{-i\zeta_{na} h}) \sin \frac{\pi n}{a} (y-a). \quad (9)$$

$$\sum_{n=1} T_n (i\gamma_n) e^{i\gamma_n h} \sin \frac{\pi n}{b} y = \left( \frac{1}{\mu_{\perp}} \right) \left\{ \sum_{n=1} D_n^+ e^{i\zeta_{na} h} \left( i\zeta_{na} \sin \frac{\pi n}{a} y + i \frac{\mu_a}{\mu} \left( \frac{\pi n}{a} \right) \cos \frac{\pi n}{a} y \right) - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=1} D_n^- e^{-i\zeta_{na} h} \left( i\zeta_{na} \sin \frac{\pi n}{a} y - i \frac{\mu_a}{\mu} \left( \frac{\pi n}{a} \right) \cos \frac{\pi n}{a} y \right) \right\}. \quad (10)$$

Преобразуем систему функциональных уравнений (7) – (10) в систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Для этого сначала воспользуемся ортогональностью функций  $\sin \frac{\pi n}{a} y$  и  $\sin \frac{\pi n}{b} y$  на интервалах  $0 < y < a$  и  $0 < y < b$ , соответственно, а затем сложим и вычтем полученные соотношения на двух границах раздела для тангенциальных компонент электрического и магнитного поля. В результате находим:

$$\delta_n^p e^{-i\gamma_p h} + [R_n \mp T_n] e^{i\gamma_n h} = \theta \sum_{s=1} [X_s^{\mp} (e^{+i\zeta_{sa} h} \mp e^{-i\zeta_{sa} h})] L_{ns} \quad (11)$$

$$(i\gamma_p) L S_{np} \exp(-i\gamma_p h) - \sum_{m=1} (R_m \mp T_m) (i\gamma_m) e^{i\gamma_m h} L S_{nm} =$$

$$= - \left( \frac{1}{\mu_{\perp}} \right) (i\zeta_{na}) [X_n^{\mp} (e^{i\zeta_{na} h} \mp e^{-i\zeta_{na} h})] + \left( \frac{1}{\mu_{\perp}} \right) \left( \frac{i\mu_a}{\mu} \right) \sum_{s=1} \alpha_s [X_s^{\pm} (e^{i\zeta_{sa} h} \mp e^{-i\zeta_{sa} h})] L C_{ns} \quad (12)$$

Здесь:

$$X_n^{\pm} = D_n^- \pm D_n^+, \quad \alpha_n = \frac{\pi n}{a}, \quad \beta_n = \frac{\pi n}{b}, \quad \theta = \frac{a}{b}, \quad L_{ms} = \frac{2}{a} \int_0^a \sin \beta_m y \sin \alpha_s y dy,$$

$$L S_{nm} = \frac{2}{a} \int_0^a \sin \alpha_n y \sin \beta_m y dy, \quad L C_{ns} = \frac{2}{a} \int_0^a \sin \alpha_n y \cos \alpha_s y dy. \quad (13)$$

Используя (11), (12), получим СЛАУ 2-го рода относительно неизвестных коэффициентов  $X_n^\pm$

$$\begin{aligned} & 2e^{-i\gamma_p h} \gamma_n LS_{np} - \theta \sum_{s=1} X_s^\mp \left( e^{+i\zeta_{sa} h} \pm e^{-i\zeta_{sa} h} \right) \sum_{m=1} \gamma_m L_{ms} LS_{nm} = \\ & = - \left( \frac{1}{\mu_\perp} \right) X_n^\mp \zeta_{na} \left( e^{i\zeta_{na} h} \mp e^{-i\zeta_{na} h} \right) + \left( \frac{\mu_a}{\mu_\perp \mu} \right) \sum_{s=1} X_s^\mp \left( e^{i\zeta_{sa} h} \mp e^{-i\zeta_{sa} h} \right) \alpha_s LC_{ns} \end{aligned} \quad (14)$$

Как следует из (14), две связанные системы алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода имеют сложный вид и, как правило, до настоящего времени уравнения такого типа решались только численно, за исключением одноволнового случая ( $n = 1$ ) [5], для ферритового резонатора в волноводе ( $\theta = 1$ ) [6] или для пустотелой диафрагмы в волноводе [7], за исключением случая ( $\theta = 0,5$ ,  $\mu_a = 0$ ,  $\varepsilon = \mu = 1$ ). Если среда, заполняющая диафрагму – магнетодиэлектрик ( $\mu_a = 0$ ), то система уравнений упрощается и распадается на две независимые между собой СЛАУ относительно коэффициентов  $X_s^+$  и  $X_s^-$ . Каждая из этих СЛАУ определяет амплитуды симметричных или несимметричных колебаний по толщине диафрагмы в ферритовом резонаторе. Наличие гиромангнитной среды, заполняющей диафрагму ( $\mu_a \neq 0$ ), приводит как раз к появлению связи между коэффициентами  $X_s^+$  и  $X_s^-$  по той причине, что прямая и встречная волны в области гиромангнитной среды в диафрагме имеют разные собственные функции в поперечном направлении  $Oy$ , которые не ортогональны между собой. В работе [6] был впервые предложен новый метод аналитического решения СЛАУ для ферритового резонатора в волноводе ( $\theta = 1$ ) в (15)) на основе интерполяционной формулы Лагранжа и специального вида базиса функций. Воспользуемся этим методом для упрощения СЛАУ (14). Суть метода, использующего интерполяционную формулу Лагранжа, заключается в том, что любую функцию  $f(x)$  можно представить в виде

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \frac{G(x)}{G'(x_n)(x-x_n)}. \quad (15)$$

Здесь  $G(x)$  - целая функция, имеющая в точках  $\{x_n\}$  простые нули, которая не обращается в нуль при других значениях  $x$ , так что  $G(x_n) = 0$ ,  $G'(x_n) \neq 0$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). Доказательство этой интерполяционной формулы Лагранжа базируется на интеграле Коши для целых функций [8].

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{C_n} \frac{f(\zeta)}{\sin \alpha \zeta} \frac{d\zeta}{(\zeta - z)}. \quad (16)$$

Важным представляется то, что коэффициенты интерполяции  $a_n$  в (16) определяются в точности значениями функции  $f(x)$  в узловых точках интерполяции  $x = x_n$ , т. е.  $a_n = f(x_n)$ . Применительно к рассматриваемой СЛАУ рассмотрим в (14) слагаемое

$$\sum_{s=1} X_s^\mp \left( e^{i\zeta_{na} h} \mp e^{-i\zeta_{na} h} \right) \alpha_s LC_{ns} = \sum_{s=1} Y_s^\mp \left[ \frac{2n}{(n+s)} \right] \frac{\sin \frac{\pi}{2}(n-s)}{\frac{\pi}{2}(n-s)}. \quad (17)$$

Здесь введены следующие обозначения с учетом вычисления интеграла  $LC_{ns}$ :

$$LC_{ns} = \sin \frac{\pi}{2}(n-s) \left[ \frac{2n}{(n+s)} \right] \frac{\sin \frac{\pi}{2}(n-s)}{\frac{\pi}{2}(n-s)}, \quad Y_s^\mp = X_s^\mp \left( e^{i\zeta_{na} h} \mp e^{-i\zeta_{na} h} \right) \alpha_s \sin \frac{\pi}{2}(n-s). \quad (18)$$

Используя формулу (15), где  $G(x) = \sin \alpha x$ , можно получить аналитическое представление для ряда (17), а именно:

$$\sum_{s=1} X_s^\mp \left( e^{i\zeta_{na} h} \mp e^{-i\zeta_{na} h} \right) \alpha_s LC_{ns} = i\alpha_n X_n^\mp \left( e^{i\zeta_{na} h} \mp e^{-i\zeta_{na} h} \right). \quad (19)$$

Применяя эту аналитическую формулу Лагранжа, запишем СЛАУ (14) в другом виде:

$$2e^{-i\gamma_p h} \gamma_p LS_{np} - \theta \sum_{s=1} X_s^\mp \left( e^{+i\zeta_{sa} h} \pm e^{-i\zeta_{sa} h} \right) \sum_{m=1} \gamma_m L_{ms} LS_{nm} = \frac{1}{\mu_\perp} \left[ -\zeta_{na} X_n^\mp + \left( \frac{i\mu_a}{\mu} \right) \alpha_n X_n^\pm \right] \left( e^{i\zeta_{na} h} \mp e^{-i\zeta_{na} h} \right). \quad (14a)$$

Если ферритовый резонатор в диафрагме заполняет все поперечное сечение волновода ( $\theta = 1$ ), то СЛАУ (14) сводится к системе из двух линейных уравнений, аналитическое решение которых получено в [6]. СЛАУ (14а) можно еще более упростить, воспользовавшись формулой Лагранжа (15), в которой необходимо использовать в качестве интерполирующей функции  $G(x)$  функцию  $G(x) = \sin\left(\pi m \frac{a}{b}\right)$ . В результате формула Лагранжа принимает вид:

$$f\left(\pi \frac{m}{b}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\pi \frac{n}{a}\right) \frac{\sin \pi \left(n - m \frac{a}{b}\right)}{\pi \left(n - m \frac{a}{b}\right)}. \quad (20)$$

Отметим, что формула (20) широко используется в теории сигналов. Так по заданным на конечном интервале частот в точках отсчета значениям функции ее можно восстановить на всем непрерывном интервале изменения переменной – теоретико-информационное содержание этой известной теоремы в теории функций [3], [4] дано Котельниковым [9] и Шенноном [10] и называется теоремой Котельникова-Шеннона. Используя формулу Лагранжа (20), выражение  $\sum_{s=1} X_s^{\mp} (e^{+i\zeta_{sa}h} \pm e^{-i\zeta_{sa}h}) L_{ms}$  в СЛАУ (14а) преобразовывается к виду:

$$\sum_{s=1} X_s^{\mp} (e^{+i\zeta_{sa}h} \pm e^{-i\zeta_{sa}h}) L_{ms} = X_m^{\mp} (e^{+i\zeta_{mb}h} \pm e^{-i\zeta_{mb}h}). \quad (21)$$

Окончательно СЛАУ (14а) принимает вид:

$$2e^{-i\gamma_p h} \gamma_p LS_{np} - \theta \sum_{m=1} X_m^{\mp} (e^{+i\zeta_{mb}h} \pm e^{-i\zeta_{mb}h}) \gamma_m LS_{nm} = \frac{1}{\mu_{\perp}} \left[ -\zeta_{na} X_n^{\mp} + \left( \frac{i\mu_a}{\mu} \right) \alpha_n X_n^{\pm} \right] (e^{i\zeta_{na}h} \mp e^{-i\zeta_{na}h}). \quad (22)$$

Кроме этого, аналогичным образом можно упростить систему уравнений (12), которая после применения формулы (21) принимает вид:

$$s_n^p e^{-i\gamma_n h} + [R_n \mp T_n] e^{i\gamma_n h} = \theta X_n^{\mp} (e^{+i\zeta_{nb}h} \mp e^{-i\zeta_{nb}h}). \quad (23)$$

Это уравнение позволяет находить коэффициенты отражения  $R_n$  и прохождения  $T_n$  волны через диафрагму с ферритовым резонатором.

Полученная СЛАУ (22) существенно проще исходной (14) и позволяет применять к ней относительно простые численные алгоритмы для нахождения решения. Анализ матричных коэффициентов  $LS_{nm}$  в СЛАУ (22) показывает, что при целочисленных значениях величины  $\frac{1}{\theta} = \frac{b}{a}$ , система уравнений имеет аналитическое решение в замкнутом виде за счет применения к ней интерполяционной формулы Лагранжа.

### ВЫВОДЫ

Предложен новый подход для решения задач дифракции волноводной волны на кусочных неоднородностях с гиромагнитной дисперсной средой с использованием интерполяционной формулы Лагранжа. Данный подход позволяет решить в аналитическом замкнутом виде электродинамические задачи на собственные и вынужденные решения с анизотропными элементами, расположенными в волноводе. При наличии металлических диафрагм конечной толщины с гиромагнитным заполнением аналитическое решение находится в случае целочисленного отношения размера ширины волновода и ширины отверстия. Данный подход можно применять к решению внутренних и внешних задач электродинамики с кусочно-однородными неоднородностями в различных координатных системах со специальным видом базовой функции в формуле Лагранжа.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эпштейн П.. Теория распространения электромагнитных волн в гиромагнитной среде. УФН, Т. LXV, вып. 2, 1958. С.283 -311, (Rev. Mod. Phys. 28, 3, 1956).
2. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. – М.: Физматлит, 1994. - 464 с.
3. Whittaker E.T. On the functions which are represented by the expansions of the interpolation theory. Proc. Roy. Soc. Edinburg, Vol.35, 1915, pp.1927, p. 192.
4. Whitaker J.M. On the Fourier theory of the cardinal function. Proc. Edinburg Math. Soc., 2, 1927-1929, pp. 169 -176.

5. Мизерник В.Н., Шматько А.А. Собственные колебания волноводных разветвлений с ферритовым слоем и резонатором // Вісник СумДУ. Серія. Фізика, математика, механіка.- 2006.-№ 6 (90)'. -С.104-114.
6. Мизерник В.Н., Шматько А.А. Возбуждение волноводной волной ферритового резонатора (аналитическое решение). 22-я Международная Крымск. конф. "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии". КрыМиКо'2012. Материалы конференции. 10-14 сентября, Севастополь, Крым, Украина, 2012. – С.575-576.
7. Кириленко А.А., Масалов С.А., Шестопалов В.П. Дифракция волны на индуктивных диафрагмах конечной толщины в прямоугольных волноводах. Радиотехника, вып. 4. Изд-во ХГУ имени Горького, 1967, с. 61-68.
8. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике. – М.: Физматлит, 1962. - 220 с.
9. Котельников В.А. О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи. Всесоюзный энергетический комитет. Материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам техн. реконструкции связи и развития слаботочной промышленности. Изд-во Управления связи РКК, 1933 г.
10. Shannon C., Communication in the presence of noise, Pros. IRE, 37, 1 (1949), p.10 - 21. (Шеннон К. Статистическая теория передачи электрических сигналов. Сокращенный перевод в сб. «Теория передачи электрических сигналов при наличии помех», ИЛ, 1953 г.)

УДК 535.4 + 538.3

## ВОЛНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОСИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДВУХОСНОГО ЭЛЛИпсоИДА С ПОТЕРЯМИ

**Н. Н. Горобец, Н. Н. Стасюк**

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков, 61022, Украина*

*E-mail: Nikolay.N.Gorobets@univer.kharkov.ua*

*E-mail: SaturniaS@rambler.ru*

Поступила в редакцию 19 сентября 2012 г.

Методом геометрической оптики решена задача определения амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей на оси диэлектрического двухосного эллипсоида с потерями при облучении его плоской электромагнитной волной линейной поляризации. Показано, что в фокальной области электромагнитное поле изменяется по осциллирующим закономерностям. Расположение локальных максимумов зависит от электрофизических параметров и отношения осей эллипсоида. При определенном отношении полуосей двухосного эллипсоида электромагнитная волна фокусируется в точку внутри эллипсоида. Алгоритм расчета напряженностей полей в точках фокусировки электромагнитных волн внутри цилиндрических, шарообразных и эллипсоидальных диэлектрических тел может применяться для объяснения эффектов локального нагрева диэлектриков в поле электромагнитной волны

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** микроволны, диэлектрический двухосный эллипсоид, плоская волна, область фокусировки

Методом геометричної оптики розв'язано задачу визначення амплітуд напруженостей електричного та магнітного полів на осі діелектричного двохосового еліпсоїда з втратами, що опромінюється плоскою електромагнітною хвилею лінійної поляризації. Показано, що у фокальній області електромагнітне поле змінюється за осцилюючими закономірностями. Розташування локальних максимумів залежить від електрофізичних параметрів та відношення осей еліпсоїда. При визначених відношеннях півосей двохосового еліпсоїда електромагнітна хвиля фокусується у точку всередині еліпсоїда. Алгоритм розрахунку напруженостей полів у точках фокусування електромагнітних хвиль всередині циліндричних, кулеподібних та еліпсоїдальних діелектричних тіл може застосовуватися для пояснення ефектів локального нагріву діелектриків у полі електромагнітної хвилі

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** мікрохвилі, діелектричний двохосовий еліпсоїд, плоска хвиля, область фокусування

The problem of electrical and magnetic field intensities computation inside dissipative dielectric biaxial ellipsoid illuminated by plane linear polarized wave has been solved using geometrical optical methods. It has been shown that the electromagnetic field is distributed according to an oscillatory regularity in focusing range. Local maxima and minima location depends on the electrophysical parameters and axial ratio of ellipsoid. When semi-axes ratio is a certain value the electromagnetic field is focusing in a point inside biaxial ellipsoid. The calculation algorithm of field intensities in focusing points inside cylindrical, spherical and ellipsoidal dielectric objects can be used to clarify dielectric local heating in electromagnetic field

**KEY WORDS:** microwaves, dielectric biaxial ellipsoid, plane wave, focusing region

### ВВЕДЕНИЕ

Расчет и анализ распределения электромагнитного поля внутри диэлектрического эллипсоида при облучении его плоской электромагнитной волной важен для изучения явлений взаимодействия поля с веществом для многих приложений на практике – от медицины и биофизики до задач обеспечения надежности радиоэлектронной аппаратуры. Для того чтобы иметь достаточно полное представление о процессах, происходящих внутри облучаемых тел, и регулировкой внешнего электромагнитного поля влиять на результат, необходимо разработать физико-математическую модель этого воздействия.

Исследование волновых процессов при падении электромагнитной волны на диэлектрический круговой цилиндр [1] и диэлектрический шар [2] показало, что в зависимости от диэлектрической проницаемости облучаемого тела электромагнитные волны в большинстве случаев (при  $\epsilon > 4.1$ ) фокусируются внутри цилиндра и шара, за счет чего в реальных диэлектрических образованиях могут возникать локальные максимумы температуры. При наличии диэлектрических потерь распределение поля в области фокусировки существенно изменяется.

Из физических соображений очевидно, что волновые процессы и фокусировка электромагнитных волн эллипсоида вращения будут отличаться от таковых в исследованных случаях диэлектрического цилиндра и шара, так как эллипсоид относится к фокусирующим поверхностям.

Целью данной статьи является изучение эффектов фокусировки электромагнитного поля на оси двухосного диэлектрического эллипсоида с потерями при падении на него плоской электромагнитной волны линейной поляризации.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Диэлектрический двухосный эллипсоид с потерями облучается плоской линейнополяризованной электромагнитной волной. Плоскость равных фаз падающей волны перпендикулярна оси вращения эллипсоида. Допустим, что освещается поверхность эллипсоида в пределах углов падения волны  $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  относительно внешней нормали к поверхности эллипсоида в точке падения, а остальная часть поверхности находится в области геометрической тени.

Образованные при падении плоской электромагнитной волны на поверхность диэлектрического эллипсоида преломленные лучи будут фокусироваться в некоторой области вдоль фокальной оси внутри эллипсоида или вне его в зависимости от значения диэлектрической проницаемости и отношения полуосей эллипсоида (рис. 1).

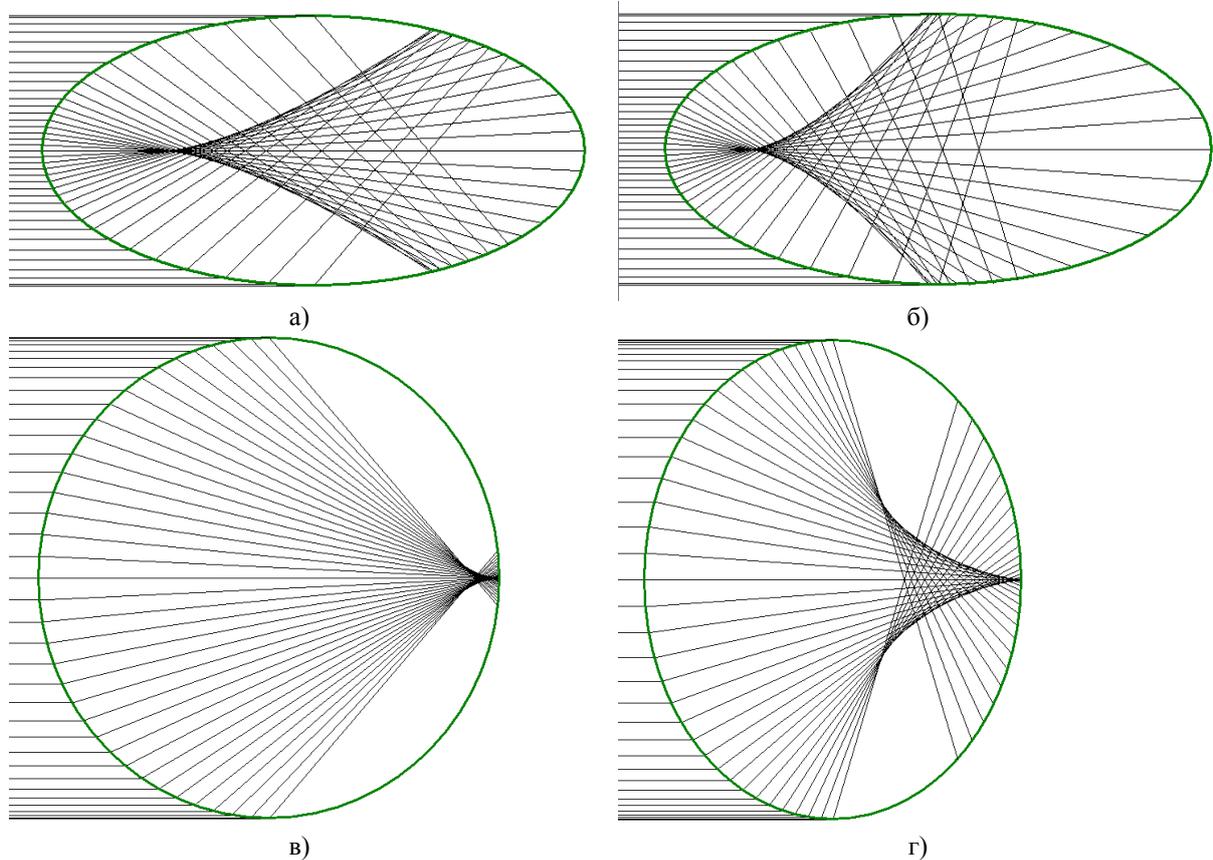


Рис. 1. Ход лучей и каустика поля в диэлектрическом эллипсоиде без потерь при а)  $\varepsilon = 5$ ,  $R_a = 20\lambda$ ,  $R_b = 10\lambda$ ,  $R_a/R_b = 2$ ; б)  $\varepsilon = 30$ ,  $R_a = 20\lambda$ ,  $R_b = 10\lambda$ ,  $R_a/R_b = 2$ ; в)  $\varepsilon = 5$ ,  $R_a = 10\lambda$ ,  $R_b = 10.5\lambda$ ,  $R_a/R_b = 0.95$ ; г)  $\varepsilon = 30$ ,  $R_a = 10\lambda$ ,  $R_b = 12.8\lambda$ ,  $R_a/R_b = 0.78$

Рассмотрим лучи, падающие на окружность, проведенную на поверхности эллипсоида с центром на фокальной оси (рис. 2). Нормали к точкам падения образуют конус с вершиной на оси эллипсоида. Фронт падающей плоской волны параллелен основанию конуса, а падающие лучи параллельны оси. Из этого следует, что углы между нормалью к поверхности в точке падения и рассматриваемыми лучами равны, а также равны фазы в точках падения волны на окружность. По закону Снелля падающий, отраженный и преломленный лучи, а также нормаль лежат в одной плоскости. Таким образом, в результате падения волны на рассматриваемую окружность прошедшие внутрь эллипсоида лучи лежат в

разных плоскостях, проходящих через фокальную ось и нормали к поверхности эллипсоида в этих точках.

В каждой точке области фокусировки пересекаются лучи, падающие на поверхность эллипсоида под углами  $\varphi$  и луч, падающий по нормали ( $\varphi = 0$ ). Поле в каждой точке оси определяется суммарным полем этих лучей. В зависимости от кривизны облучаемой поверхности эллипсоида (отношения полуосей  $R_a/R_b$ ) точки фокусировки лучей меняют свое расположение при одних и тех же значениях параметров  $\varepsilon$  и  $tg\delta$ . При  $R_a/R_b > \rho_\varepsilon$  с увеличением  $\varphi$  координата точек фокусировки на оси увеличивается (рис. 2а), при  $R_a/R_b < \rho_\varepsilon$  с увеличением  $\varphi$  координата точек фокусировки на оси уменьшается (рис. 2б). Здесь  $R_a$  – полуось эллипсоида, перпендикулярная фронту падающей волны,  $R_b$  – полуось эллипсоида, параллельная фронту падающей волны,  $\rho_\varepsilon$  – отношение полуосей эллипсоида, при котором преломленные лучи, падающие на поверхность под разными углами, пересекаются в одной точке на фокальной оси.

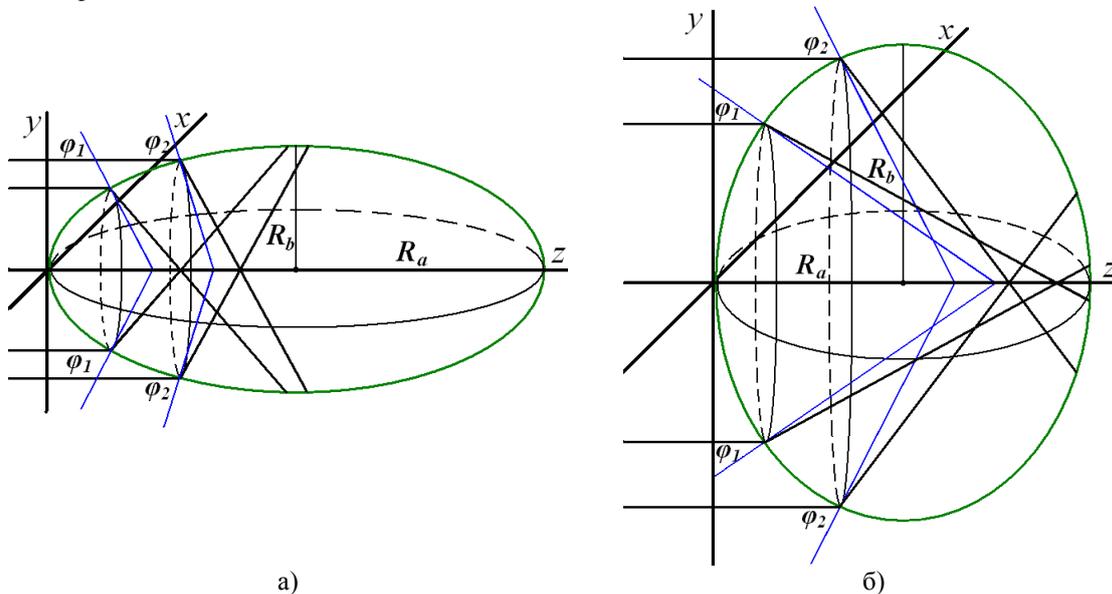


Рис. 2. Ход лучей и расположение точек фокусировки на оси диэлектрического эллипсоида без потерь при  $\varepsilon = 30$ , а)  $R_a/R_b = 2$ ; б)  $R_a/R_b = 0.78$

Задачу нахождения напряженностей электрического и магнитного полей в каждой точке фокальной оси диэлектрического эллипсоида будем решать в рамках геометрической оптики. Соответственно, формулы выведены с учетом нижеследующих допущений: электромагнитная волна представлена совокупностью лучей, число которых стремится к бесконечности; поверхность эллипсоида в точках падения лучей принимается локально плоской (поскольку  $R_a \gg \lambda$  и  $R_b \gg \lambda$ ), поэтому справедливы все законы геометрической оптики, а граничные условия электродинамики справедливы в виде, полученном для плоской границы раздела двух бесконечных сред с разными электрофизическими параметрами. Вкладом переотраженных лучей в поле в области фокусировки пренебрегаем. Траектории лучей определяем из законов Снелля.

#### АЛГОРИТМ РАСЧЕТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ НА ОСИ ЭЛЛИПСОИДА ВРАЩЕНИЯ

Диэлектрический эллипсоид, образованный вращением эллипса вокруг оси  $Oz$ , облучается плоской электромагнитной волной, вектор  $\vec{E}$  которой ориентирован по направлению оси  $Oy$  перпендикулярно оси вращения  $Oz$ . Для расчетов примем, что диэлектрическая проницаемость эллипсоида  $\varepsilon > 1$ , магнитная проницаемость  $\mu = 1$ , внешняя среда – воздух с параметрами  $\varepsilon = 1$ ,  $\mu = 1$  и  $tg\delta = 0$ . Таким образом, для продольного сечения, проходящего через ось  $Oy$  и  $Oz$ , падающая волна является параллельно поляризованной, а для продольного сечения, проходящего через ось  $Ox$  и  $Oz$ , – перпендикулярно поляризованной.

Рассмотрим продольное сечение, ориентированное под углом  $\gamma$  к оси  $Oy$ . Свяжем с плоскостью сечения новую систему координат  $x'y'z'$ . В этом случае напряженности электрического  $\vec{E}$  и магнитного

$\vec{H}$  поля падающей волны можно представить в виде суммы параллельной и перпендикулярной составляющих:

$$\vec{E} = \vec{y}'\dot{E}_0 \cos \gamma + \vec{x}'\dot{E}_0 \sin \gamma = \vec{y}'\dot{E}_{0p} + \vec{x}'\dot{E}_{0s}, \quad (1)$$

$$\vec{H} = \vec{y}'\dot{H}_0 \sin \gamma - \vec{x}'\dot{H}_0 \cos \gamma = \vec{y}'\dot{H}_{0s} + \vec{x}'\dot{H}_{0p}, \quad (2)$$

где  $\dot{E}_{0p}$  и  $\dot{H}_{0p}$  – параллельные составляющие падающей волны относительно плоскости сечения,  $\dot{E}_{0s}$  и  $\dot{H}_{0s}$  – перпендикулярные составляющие.

В каждой точке фокальной оси в области фокусировки будут пересекаться лучи, падающие под одинаковыми углами  $\varphi$  к поверхности эллипсоида (рис. 2) и нормально падающий луч с углом падения  $\varphi = 0$ . Каждому лучу  $\varphi$  соответствует координата  $z_a$  – точка пересечения его траектории с фокальной осью:

$$z_a(\varphi) = R_a - \frac{R_a^2}{\sqrt{R_b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + R_a^2}} + \frac{R_b^2 \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg}(\varphi - \theta) \sqrt{R_b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + R_a^2}}, \quad (3)$$

где  $\theta$  – угол между преломленным лучом и нормалью к точке падения луча. Вне области фокусировки  $z_a = z$ .

Напряженности полей каждого луча в точке пересечения с фокальной осью в координатах  $(x', y', z')$  продольных сечений с углом ориентации  $\gamma$  относительно оси  $Oy$  определяются выражениями:

$$\dot{E}_p(\varphi, \gamma) = (-\vec{z}'\beta_{y'} + \vec{y}'(\beta_{z'} - i\alpha)) \cdot \frac{\dot{E}_{0p}\dot{D}_p(\varphi)}{k_2} \cdot e^{-\alpha z_a} \cdot e^{-i\beta_{z'}z_a} = \cos \gamma \cdot (\vec{y}'\dot{E}_{p_y}(\varphi) + \vec{z}'\dot{E}_{p_z}(\varphi)), \quad (4)$$

$$\dot{E}_s(\varphi, \gamma) = \vec{x}' \cdot \dot{E}_{0s}\dot{D}_s(\varphi) \cdot e^{-\alpha z_a} \cdot e^{-i\beta_{z'}z_a} = \sin \gamma \cdot \vec{x}'\dot{E}_{s_x}(\varphi), \quad (5)$$

$$\dot{H}_p(\varphi, \gamma) = \vec{x}' \cdot \frac{\dot{E}_{0p}\dot{D}_p(\varphi)}{\dot{W}_2} \cdot e^{-\alpha z_a} \cdot e^{-i\beta_{z'}z_a} = \cos \gamma \cdot \dot{H}_{p_x}(\varphi), \quad (6)$$

$$\dot{H}_s(\varphi, \gamma) = (\vec{z}'\beta_{y'} + \vec{y}'(\beta_{z'} - i\alpha)) \cdot \frac{\dot{E}_{0s}\dot{D}_s(\varphi)}{\dot{W}_2 k_2} \cdot e^{-\alpha z_a} \cdot e^{-i\beta_{z'}z_a} = -\sin \gamma \cdot (\vec{y}'\dot{H}_{s_y}(\varphi) + \vec{z}'\dot{H}_{s_z}(\varphi)), \quad (7)$$

где  $\beta_{z'} = \operatorname{Re}(k_2 \cos \theta)$ ,  $\beta_{y'} = k_2 \sin \theta = k_1 \sin \varphi$ ,  $k_2 = \beta - i\alpha$ ,  $\alpha$  – коэффициент затухания,  $\beta$  – фазовая скорость распространения волны в среде,  $\dot{D}_p$  и  $\dot{D}_s$  – коэффициенты преломления параллельно и перпендикулярно поляризованной волны соответственно.

После преобразования координат для перехода в основную систему координат  $(x, y, z)$  получаем:

$$\dot{E}_y(\varphi, \gamma) = \cos^2 \gamma \cdot \dot{E}_{p_y}(\varphi) + \sin^2 \gamma \cdot \dot{E}_{s_x}(\varphi), \quad (8)$$

$$\dot{E}_x(\varphi, \gamma) = \sin \gamma \cos \gamma \cdot (-\dot{E}_{p_y}(\varphi) + \dot{E}_{s_x}(\varphi)), \quad (9)$$

$$\dot{E}_z(\varphi, \gamma) = \cos \gamma \cdot \dot{E}_{p_z}(\varphi), \quad (10)$$

$$\dot{H}_y(\varphi, \gamma) = \sin \gamma \cos \gamma \cdot (\dot{H}_{s_y}(\varphi) + \dot{H}_{p_x}(\varphi)), \quad (11)$$

$$\dot{H}_x(\varphi, \gamma) = -\sin^2 \gamma \cdot \dot{H}_{s_y}(\varphi) + \cos^2 \gamma \cdot \dot{H}_{p_x}(\varphi), \quad (12)$$

$$\dot{H}_z(\varphi, \gamma) = \sin \gamma \cdot \dot{H}_{s_z}(\varphi). \quad (13)$$

Просуммировав по  $\gamma$  от 0 до  $2\pi$ , получим выражения, описывающие вклад лучей, падающих под углами  $\varphi$ , в величину напряженности электрического и магнитного полей на фокальной оси диэлектрического двухосного эллипсоида в области фокусировки:

$$\dot{E}_y(\varphi) = \pi \cdot (\dot{E}_{p_y}(\varphi) + \dot{E}_{s_x}(\varphi)), \quad (14)$$

$$\dot{E}_x(\varphi) = 0, \quad (15)$$

$$\dot{E}_z(\varphi) = 0, \quad (16)$$

$$\dot{H}_y(\varphi) = 0, \quad (17)$$

$$\dot{H}_x(\varphi) = \pi \cdot \left( -\dot{H}_{s_y}(\varphi) + \dot{H}_{p_x}(\varphi) \right), \quad (18)$$

$$\dot{H}_z(\varphi, \gamma) = 0. \quad (19)$$

Результирующие напряженности электрического и магнитного полей в области фокусировки включают в себя напряженности нормально падающего луча:

$$\dot{E}_\Sigma(\varphi) = \vec{y} \cdot \pi \cdot \left( \dot{E}_{p_y}(\varphi) + \dot{E}_{s_x}(\varphi) \right) + \vec{y} \cdot \dot{E}_{0p} \dot{D}_{0p} \cdot e^{-\alpha z_a} \cdot e^{-i \operatorname{Re}(k_2) \cdot z_a}, \quad (20)$$

$$\dot{H}_\Sigma(\varphi) = \vec{x} \cdot \pi \cdot \left( -\dot{H}_{s_y}(\varphi) + \dot{H}_{p_x}(\varphi) \right) + \vec{x} \cdot \dot{H}_{0p} \dot{D}_{0p} \cdot e^{-\alpha z_a} \cdot e^{-i \operatorname{Re}(k_2) \cdot z_a}. \quad (21)$$

Вне области фокусировки напряженности полей определяются лучом, падающим под углом  $\varphi = 0$  на поверхность эллипсоида.

В случае, когда отношение полуосей диэлектрического эллипсоида равно эффективному отношению  $\rho_\varepsilon$ , все лучи, падающие под углами  $\varphi \in \left( -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$  и прошедшие под углами

$\theta \in \left( \arcsin\left(\frac{-1}{\sqrt{\varepsilon}}\right); \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right)$ , фокусируются в одной точке на оси эллипсоида. Результирующие напряженности электрического и магнитного полей в этом случае определяются выражениями:

$$\dot{E}_{\Sigma\varepsilon} = \pi \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \dot{E}_{p_y}(\varphi) + \dot{E}_{s_x}(\varphi) \right) d\varphi + \dot{E}_{0p} \dot{D}_{0p} \cdot e^{-\alpha z_a} \cdot e^{-i \operatorname{Re}(k_2) \cdot z_a}, \quad (22)$$

$$\dot{H}_{\Sigma\varepsilon} = \pi \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( -\dot{H}_{s_y}(\varphi) + \dot{H}_{p_x}(\varphi) \right) d\varphi + \dot{H}_{0p} \dot{D}_{0p} \cdot e^{-\alpha z_a} \cdot e^{-i \operatorname{Re}(k_2) \cdot z_a}. \quad (23)$$

Для того, чтобы определить зависимость  $\rho_\varepsilon$  от диэлектрической проницаемости эллипсоида, представим формулу (3) в следующем виде:

$$z_a(\varphi) = R_a \left[ 1 - \frac{\frac{R_a}{R_b}}{\sqrt{tg^2 \varphi + \frac{R_a^2}{R_b^2}}} + \frac{\frac{R_b^2}{R_a^2} tg \varphi}{tg(\varphi - \theta) \sqrt{tg^2 \varphi + \frac{R_a^2}{R_b^2}}} \right], \quad (24)$$

$$z_a(\varphi, \varepsilon, \rho_\varepsilon) = R_a \left[ 1 - \frac{\rho_\varepsilon}{\sqrt{tg^2 \varphi + \rho_\varepsilon^2}} + \frac{tg \varphi}{\rho_\varepsilon \cdot tg(\varphi - \theta(\varepsilon)) \sqrt{tg^2 \varphi + \rho_\varepsilon^2}} \right], \quad (25)$$

где  $\theta(\varepsilon) = \arcsin\left(\frac{\sin(\varphi)}{\sqrt{\varepsilon}}\right)$ .

Функция  $\rho_\varepsilon(\varepsilon)$  рассчитана численным методом как решение уравнения:

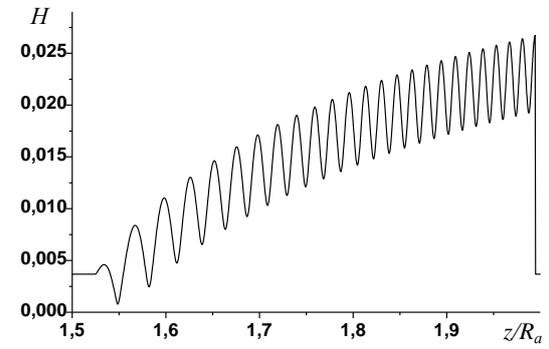
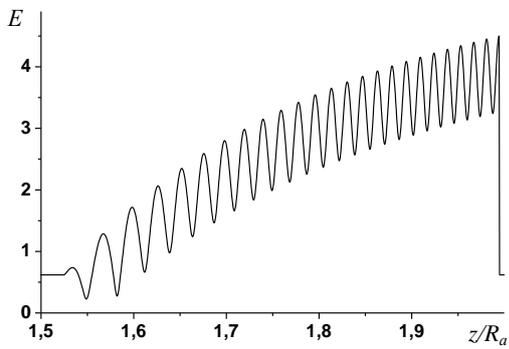
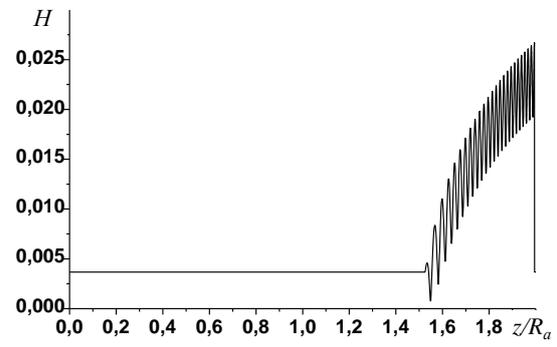
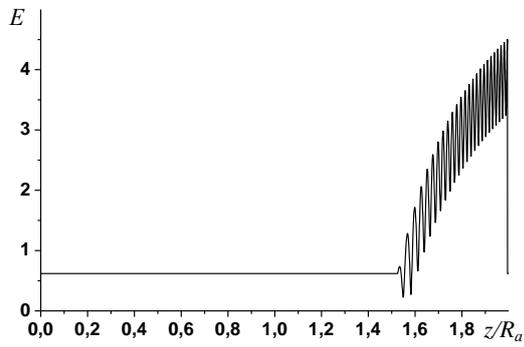
$$\frac{dz_a(\varphi, \varepsilon, \rho_\varepsilon)}{d\varphi} = 0. \quad (26)$$

### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Результаты расчетов показали, что при определенных параметрах диэлектрического эллипсоида электромагнитные волны фокусируются внутри него в некоторой области вокруг фокальной оси. Напряженности электрического и магнитного полей в области фокусировки меняются по осциллирующим закономерностям. Максимум напряженностей полей находится на фокальной оси эллипсоида.

Рассмотрим влияние параметров диэлектрического эллипсоида, вытянутого параллельно фронту падающей волны, на распределение напряженностей электрического и магнитного полей на фокальной оси в области фокусировки (рис. 3)

$$R_a=10\lambda, R_b=10.5\lambda, \varepsilon=5, \operatorname{tg}\delta=0$$



$$R_a=10\lambda, R_b=10.5\lambda, \varepsilon=5, \operatorname{tg}\delta=0.01$$

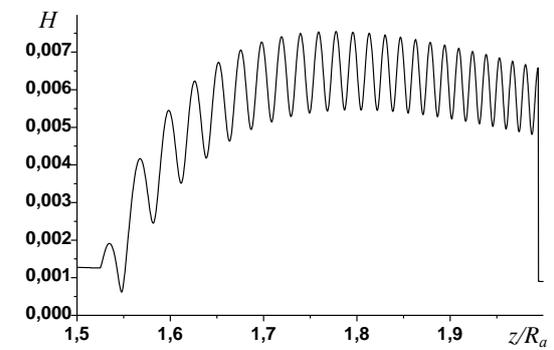
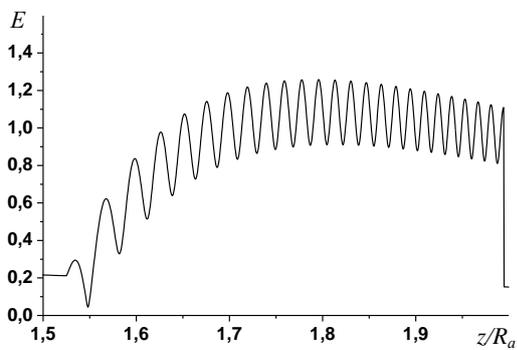
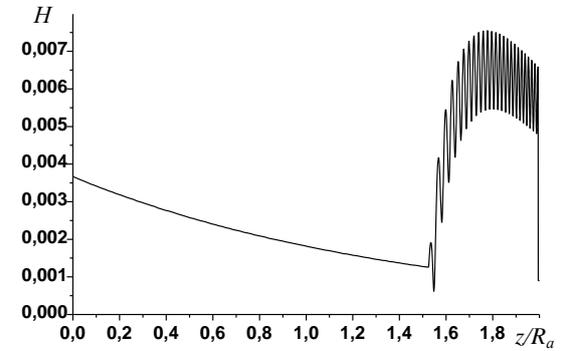
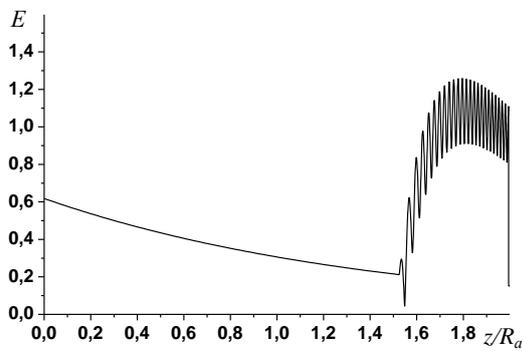
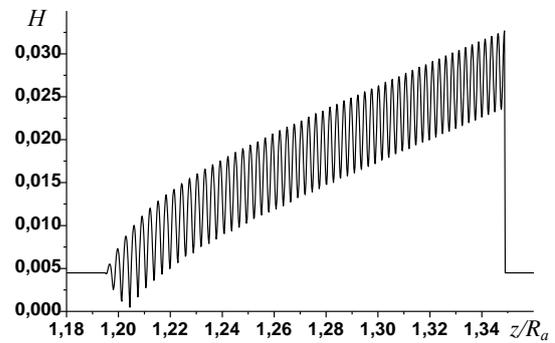
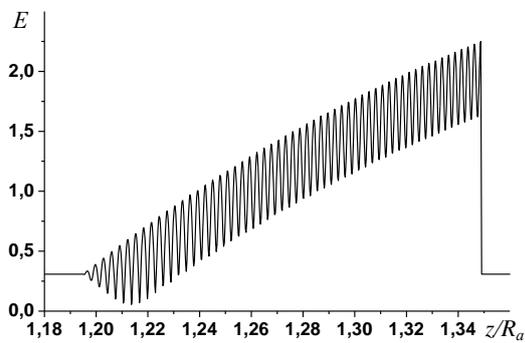
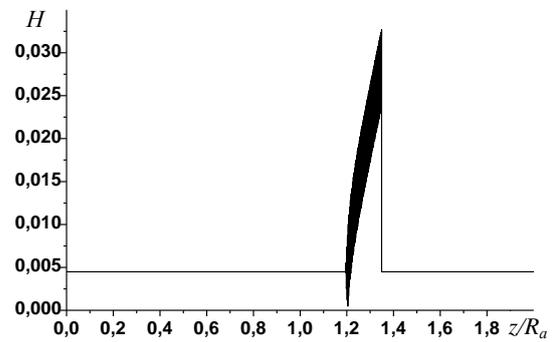
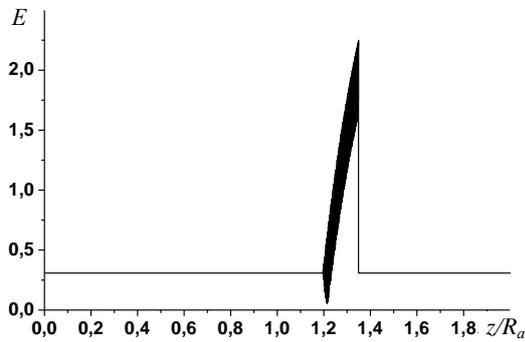


Рис. 3(а). Влияние параметров диэлектрического эллипсоида, вытянутого параллельно фронту падающей волны ( $R_a < R_b$ ), на распределение  $|E|$  и  $|H|$  на фокальной оси при  $\varepsilon=5$

$$R_a = 10\lambda, R_b = 10.5\lambda, \varepsilon = 30, \operatorname{tg} \delta = 0$$



$$R_a = 10\lambda, R_b = 10.5\lambda, \varepsilon = 30, \operatorname{tg} \delta = 0.01$$

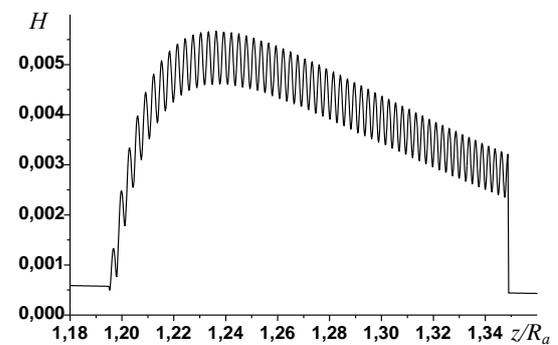
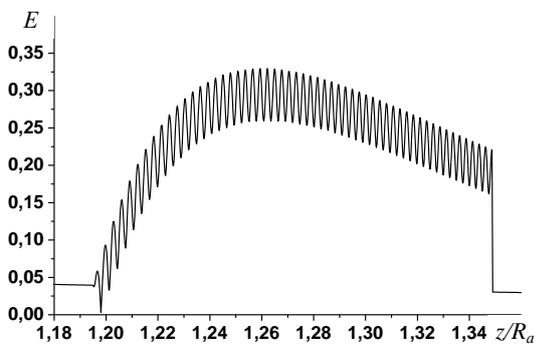
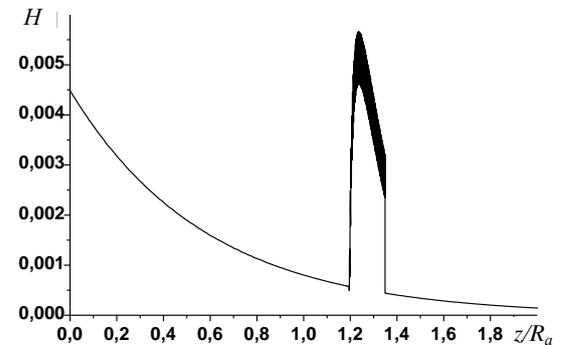
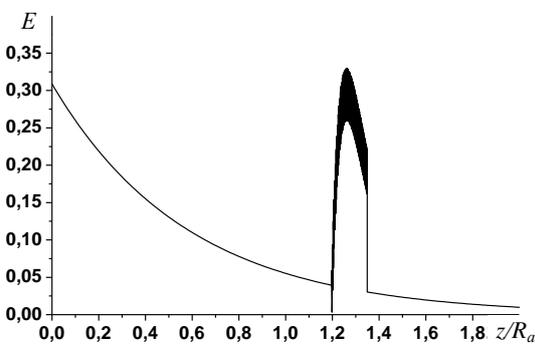
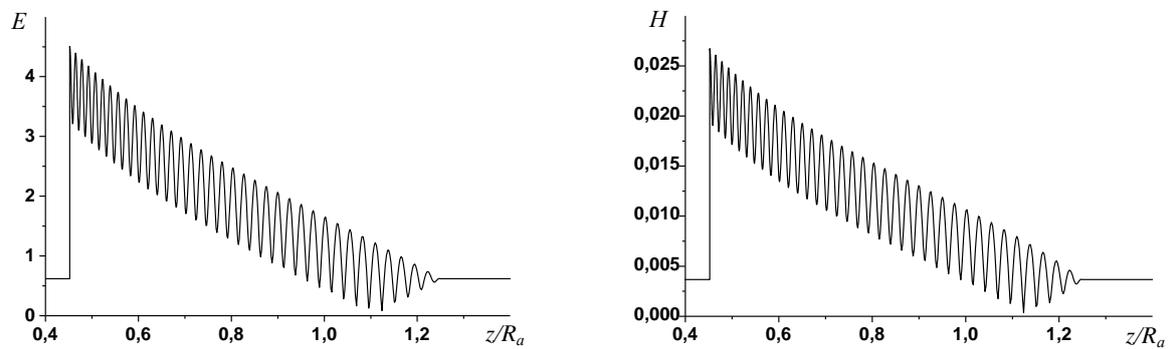
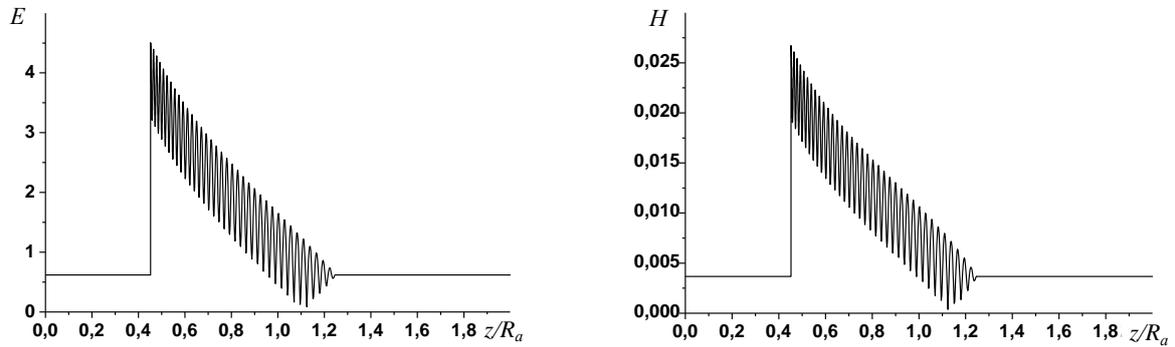


Рис. 3(б). Влияние параметров диэлектрического эллипсоида, вытянутого параллельно фронту падающей волны ( $R_a < R_b$ ), на распределение  $|E|$  и  $|H|$  на фокальной оси при  $\varepsilon = 30$

$$R_a=20\lambda, R_b=10\lambda, \varepsilon=5, \operatorname{tg}\delta=0$$



$$R_a=20\lambda, R_b=10\lambda, \varepsilon=5, \operatorname{tg}\delta=0.01$$

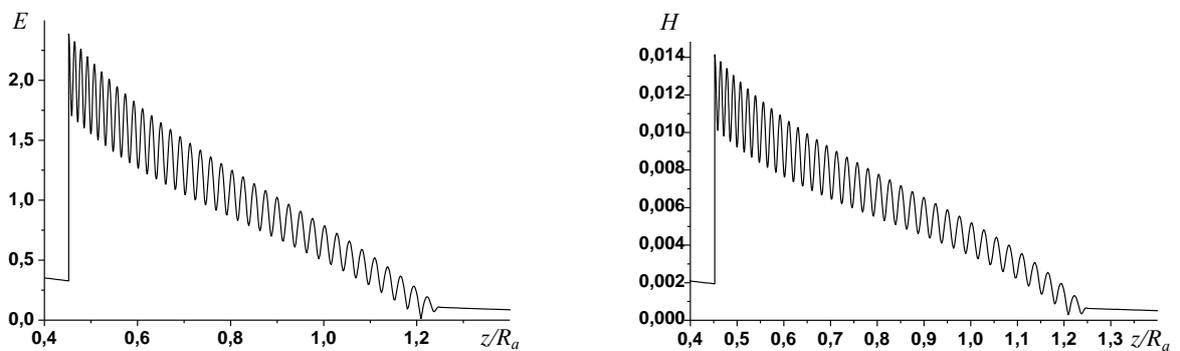
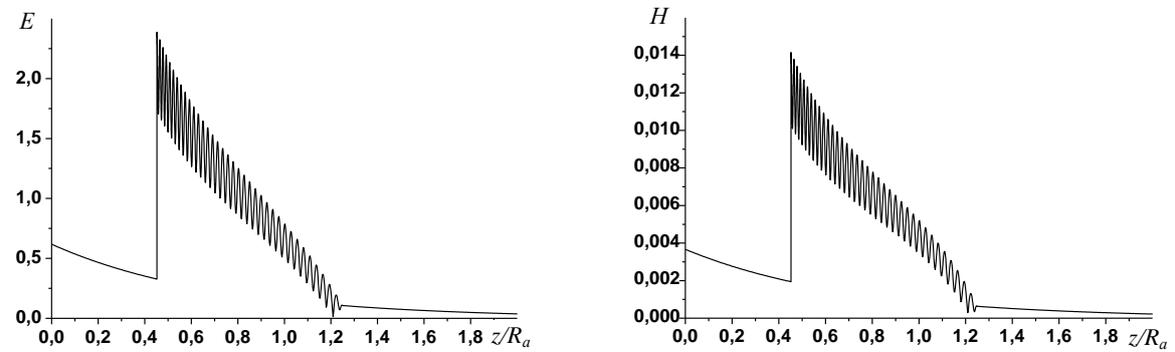
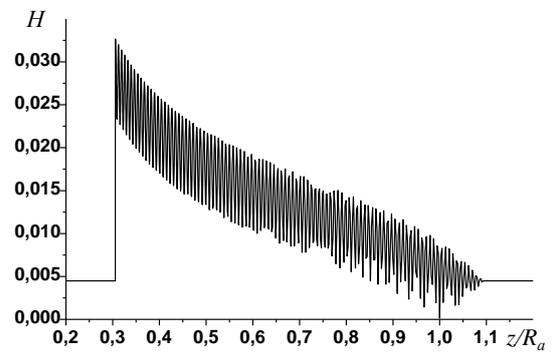
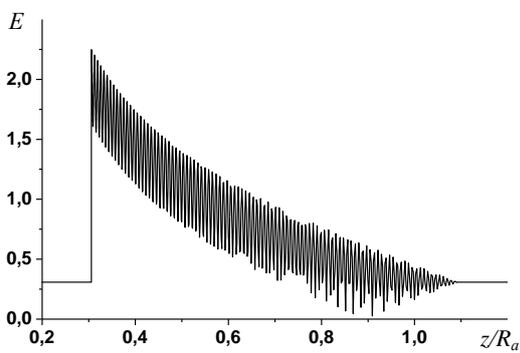
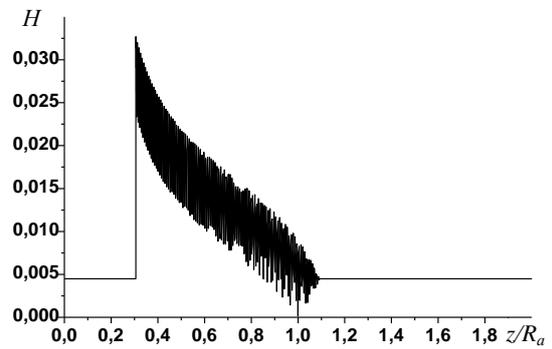
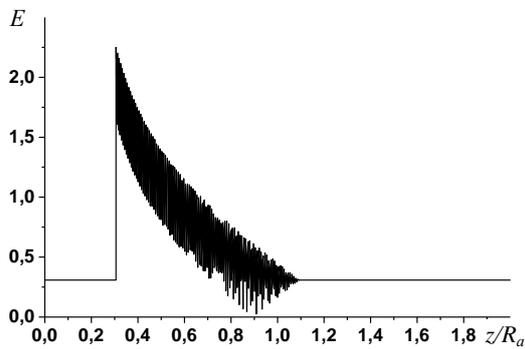


Рис. 4(а). Влияние параметров диэлектрического эллипсоида, вытянутого вдоль фокальной оси ( $R_a > R_b$ ), на распределение  $|E|$  и  $|H|$  на фокальной оси, при  $\varepsilon=5$ .

$$R_a=20\lambda, R_b=10\lambda, \varepsilon=30, \operatorname{tg}\delta=0$$



$$R_a=20\lambda, R_b=10\lambda, \varepsilon=30, \operatorname{tg}\delta=0.01$$

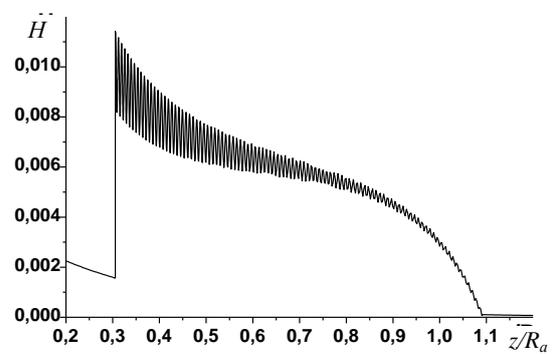
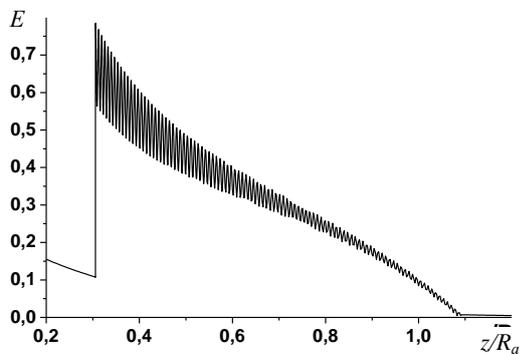
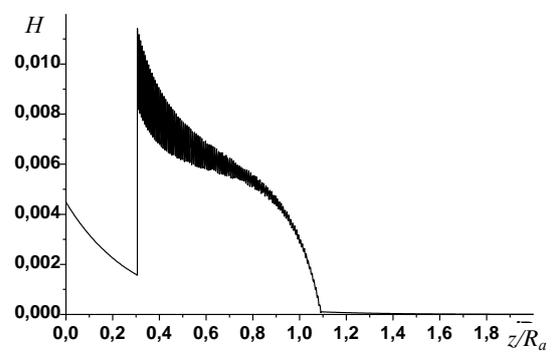
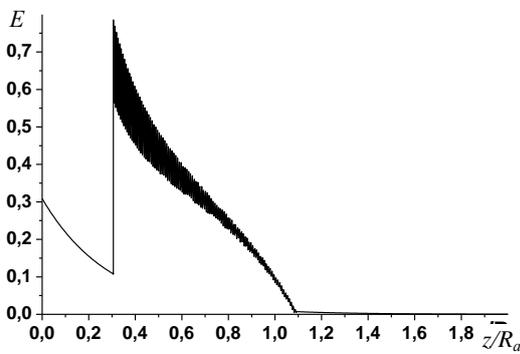


Рис. 4 (б). Влияние параметров диэлектрического эллипсоида, вытянутого вдоль фокальной оси ( $R_a > R_b$ ), на распределение  $|E|$  и  $|H|$  на фокальной оси при  $\varepsilon = 30$

Область фокусировки располагается внутри эллипсоида или за его пределами в зависимости от диэлектрической проницаемости. На фокальной оси локальные максимумы и минимумы напряженностей  $|E|$  и  $|H|$  возрастают по мере удаления от облучаемой поверхности.

С увеличением отношения  $R_a/R_b$  количество осцилляций поля незначительно уменьшается, область фокусировки сжимается и незначительно сдвигается к середине эллипсоида ( $z/R_a = 1$ ).

С увеличением диэлектрической проницаемости количество осцилляций существенно возрастает, область фокусировки сжимается и сдвигается к середине эллипсоида.

Потери в диэлектрике, как видно из рис. 3, приводят к уменьшению амплитуд напряженностей полей  $|E|$  и  $|H|$ , величина отношения максимальной амплитуды поля в фокальной оси к амплитуде прошедшего поля на поверхности эллипсоида уменьшается. При этом протяженность области фокусировки практически не изменяется при значениях  $tg\delta < 0.01$ .

Рассмотрим распределение напряженностей электрического и магнитного полей на фокальной оси в области фокусировки эллипсоида, вытянутого вдоль фокальной оси (рис. 4).

Область фокусировки располагается вблизи облучаемой поверхности внутри эллипсоида. На фокальной оси наблюдается резкий скачок амплитуды поля. По мере удаления от облучаемой поверхности локальные максимумы и минимумы напряженностей  $|E|$  и  $|H|$  уменьшаются.

С увеличением отношения  $R_a/R_b$  количество осцилляций поля возрастает, область фокусировки расширяется и сдвигается в сторону облучаемой поверхности.

С увеличением диэлектрической проницаемости количество осцилляций поля на единицу длины существенно возрастает, область фокусировки сжимается и незначительно сдвигается в сторону облучаемой поверхности. Огибающая осцилляций с возрастанием  $\varepsilon$  искривляется.

С увеличением  $tg\delta$  амплитуды напряженностей полей  $|E|$  и  $|H|$  уменьшаются, величина отношения максимальной амплитуды поля на фокальной оси к амплитуде прошедшего поля на поверхности эллипсоида уменьшается. Кривая зависимости нормированной максимальной амплитуды поля на оси от тангенса угла диэлектрических потерь при фиксированной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  является более пологой для случая эллипсоида, вытянутого вдоль фокальной оси. Это обусловлено тем, что максимум амплитуды расположен ближе к облучаемой поверхности и меньше зависит от потерь в диэлектрике.

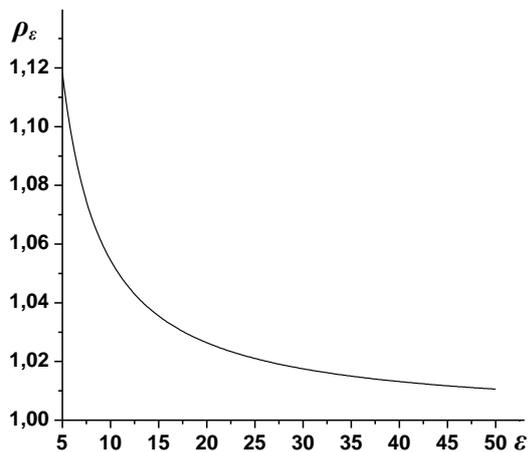


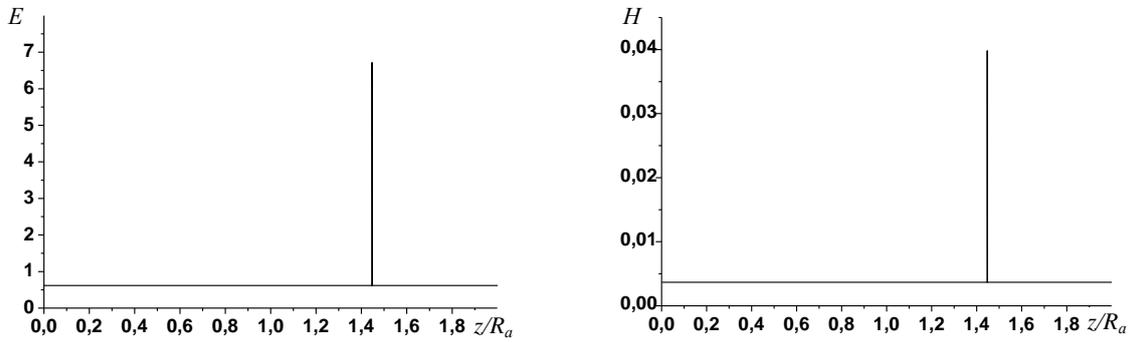
Рис. 5. Эффективное отношение  $\rho_\varepsilon = R_a/R_b$  в зависимости от  $\varepsilon$

Область фокусировки имеет наименьшую протяженность при определенном отношении полуосей эллипсоида  $\rho_\varepsilon = R_a/R_b$ , при котором все лучи, падающие на его поверхность, пересекаются в одной точке на фокальной оси. Эффективное отношение полуосей эллипсоида  $\rho_\varepsilon$  зависит от его диэлектрической проницаемости (рис. 5).

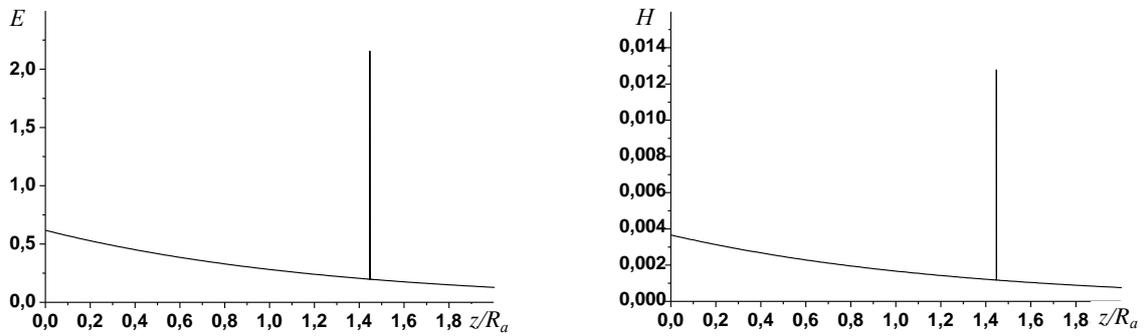
Анализируя зависимость  $\rho_\varepsilon(\varepsilon)$  видим, что  $\rho_\varepsilon > 1$ , а также  $\rho_\varepsilon \rightarrow 1$  при  $\varepsilon \rightarrow \infty$ . Таким образом, эффект фокусировки прошедшего поля в точку на оси можно наблюдать в диэлектрическом эллипсоиде, немного вытянутом вдоль направления распространения облучающей его плоской электромагнитной волны.

Распределение напряженностей электрического и магнитного полей на фокальной оси при эффективном отношении  $\rho_\varepsilon$  полуосей эллипсоида показано на рис. 6. Лучи, прошедшие под разными углами внутрь диэлектрического эллипсоида, пересекаются в одной точке на фокальной оси. В результате происходит скачок амплитуды поля. При отношении полуосей эллипсоида  $\rho_\varepsilon$  амплитуда поля в точке фокусировки существенно больше максимальной амплитуды поля в фокальной области диэлектрического эллипсоида с другим отношением полуосей и теми же  $\varepsilon$  и  $tg\delta$ . В точке фокусировки амплитуда поля на порядок больше амплитуды падающей волны при отсутствии потерь.

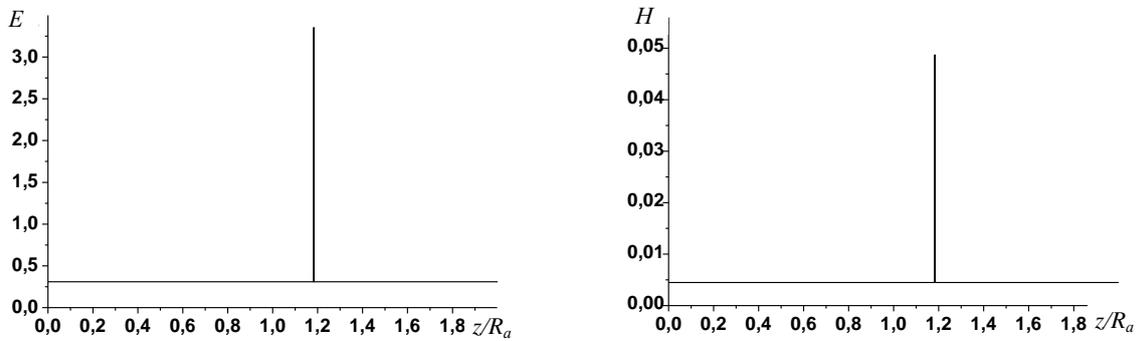
$$R_a = 11.181\lambda, R_b = 10\lambda, \varepsilon = 5, \operatorname{tg}\delta = 0$$



$$R_a = 11.181\lambda, R_b = 10\lambda, \varepsilon = 5, \operatorname{tg}\delta = 0.01$$



$$R_a = 10.171\lambda, R_b = 10\lambda, \varepsilon = 30, \operatorname{tg}\delta = 0$$



$$R_a = 10.171\lambda, R_b = 10\lambda, \varepsilon = 30, \operatorname{tg}\delta = 0.01$$

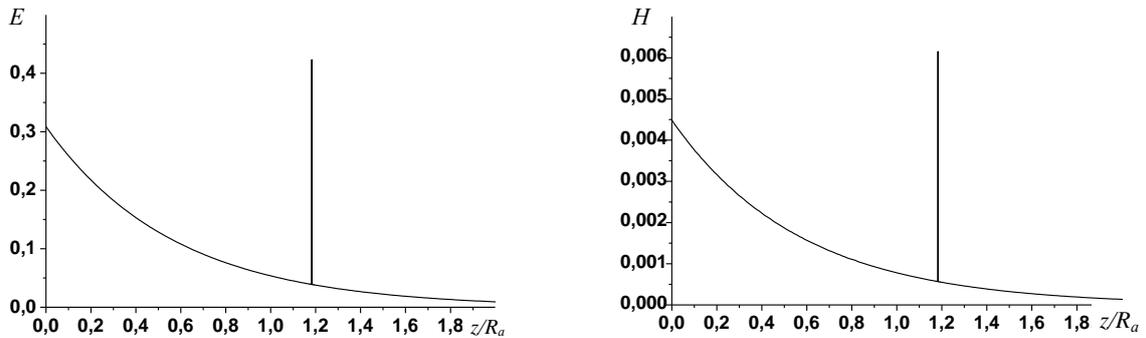


Рис. 6. Распределение  $|E|$  и  $|H|$  на фокальной оси, при эффективном отношении полуосей

$$R_a/R_b = \rho_\varepsilon, \varepsilon = 5 \text{ (вверху)} \text{ и } \varepsilon = 30 \text{ (внизу)}$$

Точка эффективной фокусировки располагается за серединой эллипсоида внутри него. С увеличением диэлектрической проницаемости и соответствующим уменьшением  $\rho_\varepsilon = R_a/R_b$  точка фокусировки сдвигается к середине. При этом амплитуда напряженности электрического поля уменьшается, а магнитного – незначительно возрастает (рис. 7). Отношения амплитуды напряженностей поля в точке фокусировки к амплитудам полей прошедшего по нормали луча является постоянной величиной.

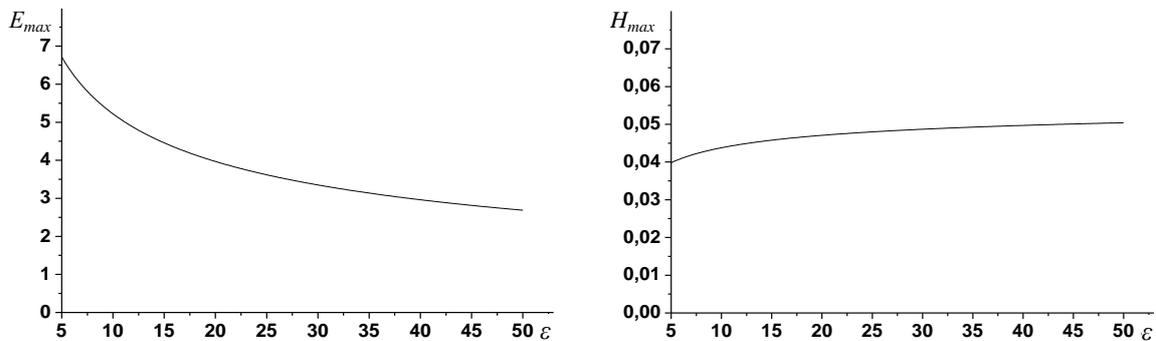


Рис. 7. Зависимость  $E_{max}$  и  $H_{max}$  в точке фокусировки при  $R_a/R_b = \rho_\varepsilon$  от диэлектрической проницаемости двухосного эллипсоида

Потери приводят к затуханию поля внутри диэлектрического эллипсоида (рис. 8). Но, тем не менее, величины амплитуд напряженностей полей  $|E|$  и  $|H|$  в точке эффективной фокусировки в несколько раз превосходят максимальные значения амплитуд полей в области фокусировки на оси эллипсоида с другим отношением полуосей.

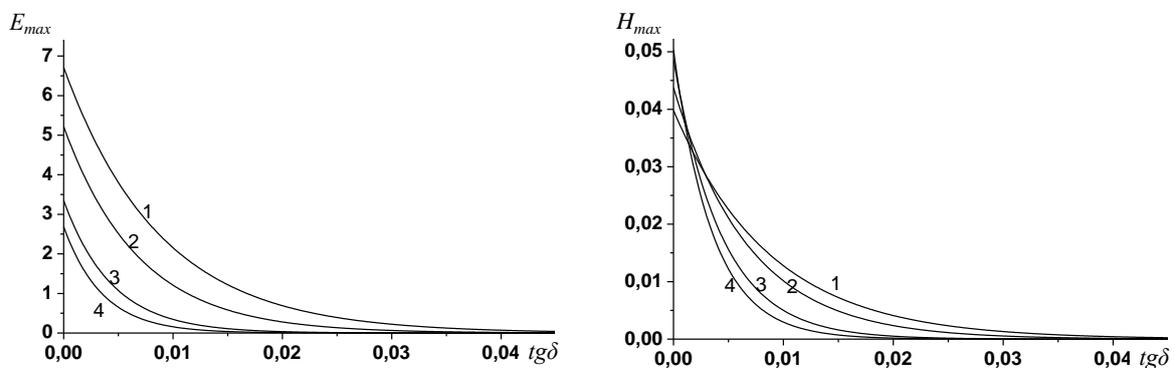


Рис. 8. Зависимость  $E_{max}$  и  $H_{max}$  в точке фокусировки при  $R_a/R_b = \rho_\varepsilon$  от тангенса угла диэлектрических потерь при 1)  $\varepsilon = 5$ ; 2)  $\varepsilon = 10$ ; 3)  $\varepsilon = 30$ ; 4)  $\varepsilon = 50$

С увеличением размеров эллипсоида при том же отношении полуосей  $R_a/R_b$  протяженность области фокусировки увеличивается пропорционально, количество осцилляций поля в области фокусировки также увеличивается. Расположение области фокусировки в нормированных координатах не изменяется.

Случай отношения полуосей эллипсоида, когда  $R_a = R_b$  не рассматривается в данной статье, поскольку результаты расчетов в точности совпадают с результатами исследования распределения поля на оси диэлектрического шара с потерями [2].

### ВЫВОДЫ

Методом геометрической оптики решена задача о фокусировке электромагнитной волны двухосным диэлектрическим эллипсоидом с произвольным отношением полуосей, произвольным значением диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь. По разработанному алгоритму создана компьютерная программа для расчёта распределения амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей внутри эллипсоида.

Показано, что диэлектрический эллипсоид, как и диэлектрический цилиндр и шар, фокусирует электромагнитные волны. Однако, в отличие от рассмотренных ранее явлений фокусировки электромагнитных волн в цилиндре и шаре, в случае диэлектрического двуосного эллипсоида выбором отношений его полуосей можно сфокусировать электромагнитную волну в точку, расположенную на оси эллипсоида. При этом амплитуды электрического и магнитного полей в точках фокуса значительно больше амплитуды падающей волны. Положение точки фокусировки волны определяется диэлектрической проницаемостью эллипсоида, причем чем больше диэлектрическая проницаемость, тем ближе точка фокусировки к освещаемой поверхности эллипсоида.

Диэлектрические потери в эллипсоиде, как в цилиндре и в шаре, приводят к уменьшению амплитуд электрического и магнитного полей в области фокусировки. Протяженность области фокусировки незначительно уменьшается, а распределение амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей в фокальной области в общем случае характеризуется их уменьшением при смещении точки наблюдения в сторону теневой поверхности эллипсоида.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gorobets N.N., Stasyuk N.N. Electromagnetic wave focusing in a dielectric cylinder. *Telecommunications and Radio Engineering*, 2010. vol. 69, issue 9, pp. 751–762.
2. Горобец Н.Н., Стасюк Н.Н. Волновые процессы и фокусировка электромагнитных волн внутри диэлектрического шара с потерями. *Вестник Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина №942 – Радиофизика и электроника*. 2010. выпуск 17, – с. 23–33
3. Пименов Ю. В., Вольман В. И., Муравцов А. Д. *Техническая электродинамика*: – М.: Радио и связь, 2002. – 536 с.
4. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. *Электромагнитные поля и волны*. – М.: Сов. радио, 1972. – 464 с.

УДК 537.86

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В РЕЗОНАТОРЕ, ЗАПОЛНЕННОМ СРЕДОЙ С ДИСПЕРСИЕЙ

**М. С. Антюфеева***Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, 61077, пл. Свободы, 4  
Поступила в редакцию 14 ноября 2012 г.*

В работе представлена общая аналитическая схема в рамках метода модового базиса для определения электромагнитных полей в резонаторе, заполненном произвольной диспергирующей средой. В качестве примера рассмотрен резонатор, заполненный средой, диэлектрическая и магнитная проницаемость которой моделируются полюсом Лоренца, а сторонние электрические токи имеют модовую амплитуду в виде импульса Лягерра. Определены модовые амплитуды напряженности электрического и магнитного поля в рассматриваемом случае. Подробно рассмотрены собственные характеристики резонатора с таким заполнением.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** резонатор, диспергирующая среда, среда с отрицательным показателем преломления, метод модового базиса, эволюционный подход во временной области.

В роботі представлено загальну аналітичну схему у рамках методу модового базису для визначення електромагнітних полів у резонаторі, який заповнено довільним диспергуючим середовищем. Як приклад розглянуто резонатор, заповнений середовищем, діелектрична і магнітна проникність якого моделюються полюсом Лоренца, а сторонні електричні струми мають модову амплітуду у вигляді імпульсу Лягерра. Визначено модові амплітуди напруженості електричного і магнітного поля в розглянутому випадку. Докладно розглянуті власні характеристики резонатора з таким заповненням.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** резонатор, диспергуюче середовище, середовище з негативним показником заломлення, метод модового базису, еволюційний підхід у часовій області.

In the paper the general analytical scheme in the frame of Modal Basis Method to determine the electromagnetic fields in a cavity filled with arbitrary dispersive media is presented. As an example it is considered the cavity filled with the medium that the permittivity and permeability are modeled by pole Lorentz and the external electric current has mode amplitude as pulse Laguerre. Modal amplitudes of the electric and magnetic fields in this case are defined. In detail the natural characteristics of the resonator with such filling are discussed.

**KEYWORDS:** cavity resonator, dispersive medium, medium with negative refractive index, Modal Basis Method, Evolutionary Approach in Time Domain.

### ВВЕДЕНИЕ

На основе резонаторных структур созданы различные приборы и устройства, которые используются для генерации, управления, формирования и накопления электромагнитной энергии. Современные требования к характеристикам резонансных элементов приводят к конструктивным изменениям уже существующих систем и разработке новых структур с заданными свойствами. В последнее время все большее применение находят сложные сигналы: короткие видеоимпульсы, сверхширокополосные сигналы и другие. Как следствие – множество теоретических и практических задач, связанных с расширением функциональности объемных резонаторов путем заполнения их средами с особенными электромагнитными свойствами, однородными и неоднородными, изотропными и анизотропными композитными материалами. Одно из значительных мест среди них занимают искусственные структуры, моделирующие материалы с отрицательным показателем преломления [1–3]. Изучая возможности использования таких структур в тех или иных практических задачах электродинамики, как правило, оперируют получившимися эффективными диэлектрическими параметрами [1,2]. В основном, при рассмотрении прикладных задач учитывается значение эффективного показателя преломления только на одной конкретной частоте или в узком диапазоне частот [1,7], что является недостаточным, если временная зависимость стороннего тока, возбуждающего резонатор, представляет собой, например широкополосный импульс. Необходимо так же отметить, что рассмотрение подобных электродинамических задач проводится обычно в частотной области, что так же создает проблемы при использовании негармонических полей.

В данной работе рассматривается электромагнитное поле в резонаторе, заполненном средой с произвольными электродинамическими параметрами. Использована схема аналитического решения эволюционных уравнений, полученных в рамках метода модового базиса, позволяющая конкретизировать электродинамические параметры материала на конечном этапе. В результате такого подхода определяются как комплексные частоты резонатора с таким заполнением, так и выражения для полей и других электродинамических величин.

Для реализации такого подхода удобно использовать представление эффективных электродинамических характеристик среды в частотной области в виде совокупности простых рациональных дробей

$$\chi_e(\omega) = \sum_{p_d=1}^{P_d} \frac{\chi_{p_d}^e}{1-i\omega\tau_{p_d}^e} + \sum_{p_{dr}=1}^{P_{dr}} \frac{\chi_{p_{dr}}^e (\omega_{p_{dr}}^e)^2}{i\omega(\omega+\gamma_{p_{dr}}^e)} + \sum_{p_l=1}^{P_l^e} \frac{\chi_{p_l}^e (\omega_{p_l}^e)^2}{(\omega_{p_l}^e)^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_{p_l}^e}, \quad \chi_m(\omega) = \sum_{p_l^m=1}^{P_l^m} \frac{\chi_{p_l^m}^m (\omega_{p_l^m}^m)^2}{(\omega_{p_l^m}^m)^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_{p_l^m}^m}. \quad (1)$$

где  $\chi_e(\omega)$  и  $\chi_m(\omega)$  – диэлектрическая и магнитная восприимчивости соответственно.  $P_d, P_{dr}, P_l^e, P_l^m$  – количество полюсов Дебая, Друде и Лоренца, соответственно, используемых в модели.

Необходимо отметить, что выражения (1) – суперпозиция классических (полюсных) моделей Дебая, Друде и Лоренца [9] для диэлектрической и магнитной проницаемостей сред, имеющих разные параметры. Такое представление позволяет с большой точностью в широком диапазоне частот аппроксимировать частотные зависимости электродинамических параметров среды, полученных, например, в результате измерений, включая как положительные, так и отрицательные значения показателя преломления. Полные вектора объемной плотности поляризации и намагниченности среды в таком случае имеют вид

$$\mathcal{P}(\mathbf{r}, \omega) = \chi_e(\omega)\mathcal{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad \mathcal{M}(\mathbf{r}, \omega) = \chi_m(\omega)\mathcal{H}(\mathbf{r}, \omega). \quad (2)$$

Во временной области выражениям (1) и (2) соответствует набор дифференциальных уравнений для каждого полюса

$$\partial_t \mathcal{P}_{p_d}^e + \gamma_{p_d}^e \mathcal{P}_{p_d}^e = \chi_{p_d}^e \gamma_{p_d}^e \mathcal{E}(\mathbf{r}, t), \quad \gamma_{p_d}^e = 1/\tau_{p_d}^e, \quad p_d = 1, \dots, P_d, \text{ всего } P_d \text{ уравнений,} \quad (3)$$

$$\partial_t^2 \mathcal{P}_{p_{dr}}^e + \gamma_{p_{dr}}^e \partial_t \mathcal{P}_{p_{dr}}^e = \chi_{p_{dr}}^e (\omega_{p_{dr}}^e)^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t), \quad p_{dr} = 1, \dots, P_{dr}, \text{ всего } P_{dr} \text{ уравнений,} \quad (4)$$

$$\partial_t^2 \mathcal{P}_{p_l^e} + \gamma_{p_l^e}^e \partial_t \mathcal{P}_{p_l^e} + (\omega_{p_l^e}^e)^2 \mathcal{P}_{p_l^e} = \chi_{p_l^e}^e (\omega_{p_l^e}^e)^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t), \quad p_l^e = 1, \dots, P_l^e, \text{ всего } P_l^e \text{ уравнений,} \quad (5)$$

$$\partial_t^2 \mathcal{M}_{p_l^m} + \gamma_{p_l^m}^m \partial_t \mathcal{M}_{p_l^m} + (\omega_{p_l^m}^m)^2 \mathcal{M}_{p_l^m} = \chi_{p_l^m}^m (\omega_{p_l^m}^m)^2 \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) \quad p_l^m = 1, \dots, P_l^m, \text{ всего } P_l^m \text{ уравнений,} \quad (6)$$

и полные вектора плотности поляризации и намагниченности среды суммируют вклад каждого полюса

$$\mathcal{P}(\mathbf{r}, t) = \sum_{p_d^e=1}^{P_d} \mathcal{P}_{p_d^e}(\mathbf{r}, t) + \sum_{p_{dr}^e=1}^{P_{dr}} \mathcal{P}_{p_{dr}^e}(\mathbf{r}, t) + \sum_{p_l^e=1}^{P_l^e} \mathcal{P}_{p_l^e}(\mathbf{r}, t), \quad \mathcal{M}(\mathbf{r}, t) = \sum_{p_l^m=1}^{P_l^m} \mathcal{M}_{p_l^m}(\mathbf{r}, t). \quad (7)$$

Именно в виде(3)–(6) удобно использовать материальные уравнения, рассматривая задачу во временной области в рамках метода модового базиса для рассмотрения произвольной дисперсии материала, заполняющего резонатор.

### ПОСТАНОВКА ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ И СХЕМА АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

Произвольной формы резонатор с идеально проводящими стенками заполнен средой с дисперсией. Вектора напряженности электрического и магнитного полей в таком резонаторе будем искать в рамках метода модового базиса [4 – 6], в виде следующих разложений

$$\mathcal{E} = \sum_{n=1}^{\infty} e_n(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) + \sum_{\alpha=1}^{\infty} a_{\alpha}(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}), \quad \mathcal{H} = \sum_{n=1}^{\infty} h_n(t) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}) + \sum_{\beta=1}^{\infty} b_{\beta}(t) \nabla \Psi_{\beta}(\mathbf{r}) \quad (8)$$

по полному набору ортогональных базисных векторов в пространстве решений внутренних электродинамических задач  $L_2(V)$ . В связи с этим, аналогично (8) можно записать и разложения для заданных сторонних токов и неизвестных векторов объемной плотности поляризации и намагниченности и их производных

$$\varepsilon_0^{-1} \mathcal{J}_e(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} j_n^e(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \sum_{\alpha=1}^{\infty} j_{\alpha}^e(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}), \quad \mu_0^{-1} \mathcal{J}_m(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} j_n^h(t) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}) - \sum_{\beta=1}^{\infty} j_{\beta}^h(t) \nabla \Psi_{\beta}(\mathbf{r}) \quad (9)$$

$\mathcal{P}(\mathbf{r}, t) =$

$$\begin{aligned} &= \sum_{p_d^e=1}^{P_d} \mathcal{P}_{p_d^e}(\mathbf{r}, t) + \sum_{p_{dr}^e=1}^{P_{dr}} \mathcal{P}_{p_{dr}^e}(\mathbf{r}, t) + \sum_{p_l^e=1}^{P_l^e} \mathcal{P}_{p_l^e}(\mathbf{r}, t) = \sum_{p_d^e=1}^{P_d} \left( \varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} p_{p_d^e, n}^e(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \varepsilon_0 \sum_{\alpha=1}^{\infty} d_{p_d^e, \alpha}^e(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}) \right) + \\ &+ \sum_{p_{dr}^e=1}^{P_{dr}} \left( \varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} p_{p_{dr}^e, n}^e(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \varepsilon_0 \sum_{\alpha=1}^{\infty} d_{p_{dr}^e, \alpha}^e(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}) \right) + \sum_{p_l^e=1}^{P_l^e} \left( \varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} p_{p_l^e, n}^e(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \varepsilon_0 \sum_{\alpha=1}^{\infty} d_{p_l^e, \alpha}^e(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = & \sum_{p_d^e=1}^{P_d} \frac{\partial \mathcal{P}_{p_d^e}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \sum_{p_{dr}^e=1}^{P_{dr}} \frac{\partial \mathcal{P}_{p_{dr}^e}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \sum_{p_l^e=1}^{P_l} \frac{\partial \mathcal{P}_{p_l^e}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \sum_{p_d^e=1}^{P_d} \left( \varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} p'_{p_d^e, n}(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \varepsilon_0 \sum_{\alpha=1}^{\infty} d'_{p_d^e, \alpha}(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}) \right) + \\ & + \sum_{p_{dr}^e=1}^{P_{dr}} \left( \varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} p'_{p_{dr}^e, n}(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \varepsilon_0 \sum_{\alpha=1}^{\infty} d'_{p_{dr}^e, \alpha}(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}) \right) + \sum_{p_l^e=1}^{P_l} \left( \varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} p'_{p_l^e, n}(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \varepsilon_0 \sum_{\alpha=1}^{\infty} d'_{p_l^e, \alpha}(t) \nabla \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}) \right), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathcal{M}(\mathbf{r}, t) = \sum_{p_l^m=1}^{P_l^m} \mathcal{M}_{p_l^m}(\mathbf{r}, t) = \sum_{p_l^m=1}^{P_l^m} \left( \sum_{n=1}^{\infty} m_{p_l^m, n}(t) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}) - \sum_{\beta=1}^{\infty} g_{p_l^m, \beta}(t) \nabla \Psi_{\beta}(\mathbf{r}) \right), \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{M}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \sum_{p_l^m=1}^{P_l^m} \frac{\partial \mathcal{M}_{p_l^m}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \sum_{p_l^m=1}^{P_l^m} \left( \sum_{n=1}^{\infty} m'_{p_l^m, n}(t) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}) - \sum_{\beta=1}^{\infty} g'_{p_l^m, \beta}(t) \nabla \Psi_{\beta}(\mathbf{r}) \right). \quad (13)$$

Базисные векторы удовлетворяют граничным задачам Дирихле и Неймана на собственные значения [4], решения которых хорошо известны для многих геометрий резонаторов. Проекция на базис уравнений Максвелла и материальных уравнений (3) – (6) даст систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с постоянными коэффициентами для временных модовых амплитуд искомого поля. Записанная в матричной форме система имеет вид

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X}(t) + \mathbf{Q}_{sol} \cdot \mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_{sol}(t), \quad \mathbf{X}(t)|_{t=0} = \mathbf{0}, \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Y}^e(t) + \mathbf{Q}_{irr}^e \cdot \mathbf{Y}^e(t) = \mathbf{F}_{irr}^e(t), \quad \mathbf{Y}^e(t)|_{t=0} = \mathbf{0}, \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Y}^h(t) + \mathbf{Q}_{irr}^h \cdot \mathbf{Y}^h(t) = \mathbf{F}_{irr}^h(t), \quad \mathbf{Y}^h(t)|_{t=0} = \mathbf{0}, \quad (16)$$

при нулевых начальных условиях.  $\mathbf{Q}_{sol}$ ,  $\mathbf{Q}_{irr}^e$ ,  $\mathbf{Q}_{irr}^h$  – матрицы постоянных коэффициентов, которые содержат параметры модели диэлектрической и магнитной проницаемости и информацию о геометрии резонатора, а именно собственные частоты пустого резонатора  $\omega_{0n}$  (собственные значения граничных задач Дирихле и Неймана).

$$\mathbf{Q}_{sol} = \begin{pmatrix} \sum_{p_d^e=1}^{P_d} \chi_{p_d^e}^e \gamma_{p_d^e}^e & \omega_{0n} & \vdots & -\gamma_{p_d^e}^e & \vdots & 1 & \vdots & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & \vdots \\ -\omega_{0n} & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & \vdots \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \\ -\chi_{p_d^e}^e \gamma_{p_d^e}^e & 0 & \vdots & \gamma_{p_d^e}^e & \vdots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \\ -\chi_{p_{dr}^e}^e (\omega_{p_{dr}^e}^e)^2 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & \gamma_{p_{dr}^e}^e & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & -1 & \vdots & 0 & 0 & \vdots \\ -\chi_{p_l^e}^e (\omega_{p_l^e}^e)^2 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & \vdots & (\omega_{p_l^e}^e)^2 & \gamma_{p_l^e}^e & \vdots & 0 & 0 & \vdots \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & -1 & \vdots \\ 0 & -\chi_{p_l^m}^m (\omega_{p_l^m}^m)^2 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & (\omega_{p_l^m}^m)^2 & \gamma_{p_l^m}^m & \vdots \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Q}_{irr}^e = \begin{pmatrix} \sum_{p_d^e=1}^{P_d} \gamma_{p_d^e}^e \chi_{p_d^e}^e & \vdots & -\gamma_{p_d^e}^e & \vdots & 1 & \vdots & 0 & 1 & \vdots \\ \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \\ -\gamma_{p_d^e}^e \chi_{p_d^e}^e & \vdots & \gamma_{p_d^e}^e & \vdots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots \\ \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \\ -\chi_{p_{dr}^e}^e (\omega_{p_{dr}^e}^e)^2 & \vdots & 0 & \vdots & \gamma_{p_{dr}^e}^e & \vdots & 0 & 0 & \vdots \\ \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & 0 & -1 & \vdots \\ -\chi_{p_i^e}^e (\omega_{p_i^e}^e)^2 & \vdots & 0 & \vdots & 0 & \vdots & (\omega_{p_i^e}^e)^2 & \gamma_{p_i^e}^e & \vdots \\ \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}, \mathbf{Q}_{irr}^h = \begin{pmatrix} 0 & \vdots & 0 & 1 & \vdots \\ \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \\ 0 & \vdots & 0 & -1 & \vdots \\ -\chi_{p_i^m}^m (\omega_{p_i^m}^m)^2 & \vdots & (\omega_{p_i^m}^m)^2 & \gamma_{p_i^m}^m & \vdots \\ \dots & \ddots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}$$

$\mathbf{X}(t)$  – вектор неизвестных вихревых модовых амплитуд из разложений (8) – (13),  $\mathbf{Y}^e(t)$ ,  $\mathbf{Y}^h(t)$  – вектора неизвестных невихревых модовых амплитуд. Невихревые моды соответствуют части поля обусловленной присутствием зарядов и токов в объеме резонатора – нестационарным полям Кулона и Ампера.  $\mathbf{F}_{sol}(t)$ ,  $\mathbf{F}_{irr}^e(t)$ ,  $\mathbf{F}_{irr}^h(t)$  – вектора известных модовых амплитуд сторонних токов из разложений(9). Размерность матрицы постоянных коэффициентов  $\mathbf{Q}_{sol}$  равна  $M_{sol}=2+P_d+P_{dr}+2P_l^e+2P_l^m$ ,  $\mathbf{Q}_{irr}^e - M_{irr}^e = 1+P_d+P_{dr}+2P_l^e$ , и  $\mathbf{Q}_{irr}^h - M_{irr}^h = 1+2P_l^m$ , где  $P_d, P_{dr}, P_l^e, P_l^m$  – как было указано выше количество полюсов Дебая, Друде и Лоренца, используемых в модели среды. Таким образом, мы получаем сложную резонансную систему с  $M_{sol}/2$  собственными резонансами. Пары комплексных собственных чисел матрицы  $\mathbf{Q}_{sol}$  описывают собственные комплексные частоты заполненного резонатора и характеризуют взаимодействие электромагнитного поля и среды с дисперсией в присутствии идеально проводящих стенок резонатора.

Решение систем(14) – (16)будет

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^{M_{sol}} \mathbf{K}(\lambda_k^{sol}) \int_0^t e^{-(t-t')\lambda_k^{sol}} \mathbf{F}_{sol}(t') dt', \mathbf{K}(\lambda_k) = \prod_{s \neq k}^{s=1..M} \frac{\lambda_s \mathbf{I} - \mathbf{Q}}{\lambda_s - \lambda_k} \quad (17)$$

$$\mathbf{Y}^e(t) = \sum_{k=1}^{M_{irr}^e} \mathbf{K}(\lambda_k^{irr(e)}) \int_0^t e^{-(t-t')\lambda_k^{irr(e)}} \mathbf{F}_{irr}^e(t') dt', \mathbf{Y}^h(t) = \sum_{k=1}^{M_{irr}^h} \mathbf{K}(\lambda_k^{irr(h)}) \int_0^t e^{-(t-t')\lambda_k^{irr(h)}} \mathbf{F}_{irr}^h(t') dt', \quad (18)$$

где  $\lambda_k^{sol}$ ,  $\lambda_k^{irr(e,h)}$  комплексные собственные числа соответствующих матриц.

Выражения для модовых амплитуд (17), (18)представляют собой общее аналитическое решение поставленной задачи. Далее необходимо:

- определить количество и тип полюсов, описывающих частотную зависимость диэлектрической и магнитной проницаемостей среды, задать их параметры и подставить эти значения в соответствующие строки и столбцы матриц  $\mathbf{Q}_{sol}$ ,  $\mathbf{Q}_{irr}^e$ ,  $\mathbf{Q}_{irr}^h$ ;
- численно найти собственные значения матриц  $\mathbf{Q}_{sol}$ ,  $\mathbf{Q}_{irr}^e$ ,  $\mathbf{Q}_{irr}^h$  в необходимом диапазоне частот, что дает возможность определить и проанализировать поведение собственных резонансов системы резонатор-среда;
- конкретизировать сторонние токи, их модовые амплитуды, численно или аналитически определить значения интегралов в(17) и (18).
- вычислить элементы матриц  $\mathbf{K}(\lambda_k)$  и найти искомые модовые амплитуды напряженностей электрического и магнитного поля, а так же объемной плотности поляризации и намагниченности среды.

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В РЕЗОНАТОРЕ СО СРЕДОЙ, ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ КОТОРОЙ ИМЕЮТ ПОЛЮС ЛОРЕНЦА

В качестве примера применения вышеизложенной схемы, найдем временные зависимости модовых амплитуд электромагнитного поля при заполнении резонатора средой, математические модели эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей которой содержат по одному полюсу Лоренца.

Искомые векторы и матрицы коэффициентов систем уравнений (14) – (16) в этом случае будут следующими

$$\mathbf{X}(t) = \text{col}\left(e_n, ih_n, p_{1l^e, n}, p'_{1l^e, n}, im_{1l^m, n}, im'_{1l^m, n}\right), \mathbf{F}_{sol}(t) = -j_n^e(t) \text{col}(1, 0, 0, 0, 0, 0) - ij_n^e(t) \text{col}(0, 1, 0, 0, 0, 0);$$

$$\mathbf{Y}^e(t) = \text{col}\left(a_\alpha, d'_{1l^e, \alpha}\right), \quad \mathbf{Y}^h(t) = \text{col}\left(b_\beta, g'_{1l^e, \beta}\right),$$

$$\mathbf{F}_{irr}^e(t) = \text{col}\left(-j_\alpha^e, \omega_{1l^e}^{e, 2} \int_0^t j_\alpha^e(t') dt'\right), \quad \mathbf{F}_{irr}^h(t) = \text{col}\left(-j_\beta^h, \omega_{1l^m}^{m, 2} \int_0^t j_\beta^h(t') dt'\right);$$

$$\mathbf{Q}_{sol} = \begin{pmatrix} 0 & k_n & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\chi_{1l^e}^e \omega_{1l^e}^{e, 2} & 0 & \omega_{1l^e}^{e, 2} & \gamma_{1l^e}^e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -\chi_{1l^m}^m \omega_{1l^m}^{m, 2} & 0 & 0 & \omega_{1l^m}^{m, 2} & \gamma_{1l^m}^m \end{pmatrix} \begin{matrix} \mathbf{Q}_{irr}^e = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\varepsilon_{1l^e}^e \omega_{1l^e}^{e, 2} & \gamma_{1l^e}^e \end{pmatrix}, \\ \mathbf{Q}_{irr}^h = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\mu_{1l^m}^m \omega_{1l^m}^{m, 2} & \gamma_{1l^m}^m \end{pmatrix}, \\ \varepsilon_{1l^e}^e = 1 + \chi_{1l^e}^e, \quad \mu_{1l^m}^m = 1 + \chi_{1l^m}^m. \end{matrix}$$

Собственные числа  $\lambda_{sol}$  матрицы постоянных коэффициентов  $\mathbf{Q}_{sol}$  являются решениями характеристического уравнения

$$\lambda^6 - (\gamma_{1l^m}^m + \gamma_{1l^e}^e) \lambda^5 + (\gamma_{1l^m}^m \gamma_{1l^e}^e + \varepsilon_{1l^e}^e \omega_{1l^e}^{e, 2} + \mu_{1l^m}^m \omega_{1l^m}^{m, 2} + k_n^2) \lambda^4 - \left( \varepsilon_{1l^e}^e \gamma_{1l^m}^m \omega_{1l^e}^{e, 2} + \mu_{1l^m}^m \gamma_{1l^e}^e \omega_{1l^m}^{m, 2} + k_n^2 (\gamma_{1l^m}^m + \gamma_{1l^e}^e) \right) \lambda^3 + \left( \varepsilon_{1l^e}^e \mu_{1l^m}^m \omega_{1l^e}^{e, 2} \omega_{1l^m}^{m, 2} + k_n^2 (\omega_{1l^m}^{m, 2} + \omega_{1l^e}^{e, 2} + \gamma_{1l^m}^m \gamma_{1l^e}^e) \right) \lambda^2 - k_n^2 (\gamma_{1l^e}^e \omega_{1l^m}^{m, 2} + \gamma_{1l^m}^m \omega_{1l^e}^{e, 2}) \lambda + k_n^2 \omega_{1l^m}^{m, 2} \omega_{1l^e}^{e, 2} = 0. \quad (19)$$

Временная зависимость сторонних токов задана в виде импульса Лягерра (линейной комбинации функций Лягерра)

$$j_n^e(t) = A_n \left(\frac{t}{T}\right)^2 \left(1 - \frac{t}{3T}\right) e^{-t/T} \times Heaviside(t), \quad j_\alpha^e(t) = 0, \quad j_{n, \beta}^h(t) = 0, \quad (20)$$

а решение (17) будет следующим

$$\mathbf{X}(t) = A_n \sum_{r=1}^6 I(\lambda_r^{sol}, t) \mathbf{K}_{sol}(\lambda_r^{sol}) \text{col}(1, 0, 0, 0, 0, 0), \quad \mathbf{K}_{sol}(\lambda_r^{sol}) = \prod_{s \neq r}^{s=1..6} \frac{\lambda_s^{sol} \mathbf{U} - \mathbf{Q}_{sol}}{\lambda_s^{sol} - \lambda_r^{sol}}, \quad (21)$$

$$I(\lambda, t) = \frac{-T e^{-t/T}}{\lambda T - 1} \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{t}{T}\right)^3 - \frac{\lambda T \left(\frac{t}{T}\right)^2}{\lambda T - 1} + \frac{2\lambda t}{(\lambda T - 1)^2} - \frac{2\lambda T}{(\lambda T - 1)^3} \right\} - \frac{2\lambda T^2 e^{-\lambda t}}{(\lambda T - 1)^4}.$$

Невихревые модовые амплитуды электрических и магнитных токов нулевые, таким образом, невихревая часть поля в резонаторе отсутствует. Следовательно, напряженности электрического и магнитного поля в таком резонаторе в случае одномодового режима колебаний

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \left[ A_n \sum_{r=1}^6 I(\lambda_r^{sol}, t) \mathbf{K}_{sol}(\lambda_r^{sol})_{1,1} \right] \mathbf{E}_n(\mathbf{r}), \quad \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) = \left[ A_n \sum_{r=1}^6 I(\lambda_r^{sol}, t) \mathbf{K}_{sol}(\lambda_r^{sol})_{2,1} \right] \mathbf{H}_n(\mathbf{r}), \quad (22)$$

где  $\lambda_r^{sol}$  решения алгебраического уравнения (19),  $\mathbf{K}_{sol}(\lambda_r^{sol})$  – соответствующие матрицы, заданные в **Ошибка! Залка не определена.** Пространственное распределение поля описывают модовые вектора  $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{H}_n(\mathbf{r})$  удовлетворяющие граничным задачам на собственные значения соответственно для конкретного номера моды  $n$ .

### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Модели частотных зависимостей диэлектрической и магнитной проницаемостей содержат по полюсу Лоренца со следующими параметрами  $\chi_{1l^e}^e = 15$ ,  $\gamma_{1l^e}^e = 4.5 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ ,  $f_{1l^e}^e = 7.0 \text{ ГГц}$ ,  $\chi_{1l^m}^m = 20$ ,  $\gamma_{1l^m}^m = 6 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ ,  $f_{1l^m}^m = 5.0 \text{ ГГц}$  (рис. 1). Необходимо отметить, что при таких параметрах модели, мы

получили отрицательные значения показателя преломления в диапазоне  $\sim 7.15 \div 20.0$  ГГц (заштрихованная область).



Рис. 1. Частотные зависимости показателя преломления среды.

Рассмотрим поведение собственных резонансов такой системы резонатор-среда, то есть поведение собственных чисел матрицы постоянных коэффициентов  $Q_{sol}$ . Характеристическое уравнение для нахождения собственных чисел этой матрицы является аналогом дисперсионного уравнения в частотной области, учитывая соответствующую дисперсионную зависимость показателя преломления. В данном случае матрица  $Q_{sol}$  имеет 6-й порядок, и решение уравнения **Ошибка! Закладка не определена.** дает три пары комплексно сопряженных чисел. На **Ошибка! Неизвестный аргумент ключа.2** представлено изменение собственных частот такого резонатора в зависимости от его размера (собственной частоты пустого резонатора). Кривая с черными квадратными символами, соответствующая собственной частоте «объемного» резонанса, обусловленного переотражением поля между стенками резонатора. В дальнейшем их удобно обозначать  $f_c$  ('cavity'). Кривые с серыми и белыми символами соответствуют собственным частотам резонанса, обусловленного резонансными свойствами среды. В дальнейшем их будем обозначать  $f_{d1}, f_{d2}$  ('dispersive'). Кривая 5 иллюстрирует рост собственной частоты пустого резонатора с уменьшением его размеров, кривая 1 ( $f_c$ ) ведет себя аналогично, возрастая с уменьшением размеров. Показатель преломления в соответствующем диапазоне частот практически соответствует пустому пространству. Кривая 2, соответствующая собственной частоте  $f_{d2}$  убывает с уменьшением размеров резонатора и лежит в диапазоне частот отрицательных значений показателя преломления. Это соответствует области аномальной дисперсии, когда групповая скорость электромагнитных волн в среде положительна при отрицательной фазовой скорости.

Кривая 4 иллюстрирует рост собственной частоты резонатора, заполненного средой без учета дисперсии, с постоянной диэлектрической восприимчивостью  $\chi_{1f}^e$  и магнитной восприимчивостью  $\chi_{1f}^m$ .

Кривая 3, соответствующая собственной частоте  $f_{d1}$ , возрастает с уменьшением размеров резонатора. Эта собственная частота характеризует поведение электромагнитных полей в резонаторе на низких частотах, соответствующих положительным значениям показателя преломления. На начальном частотном отрезке кривая 3 и кривая 4 совпадают, рис. 2. б, это соответствует диапазону частот, на котором дисперсией диэлектрика можно пренебречь.

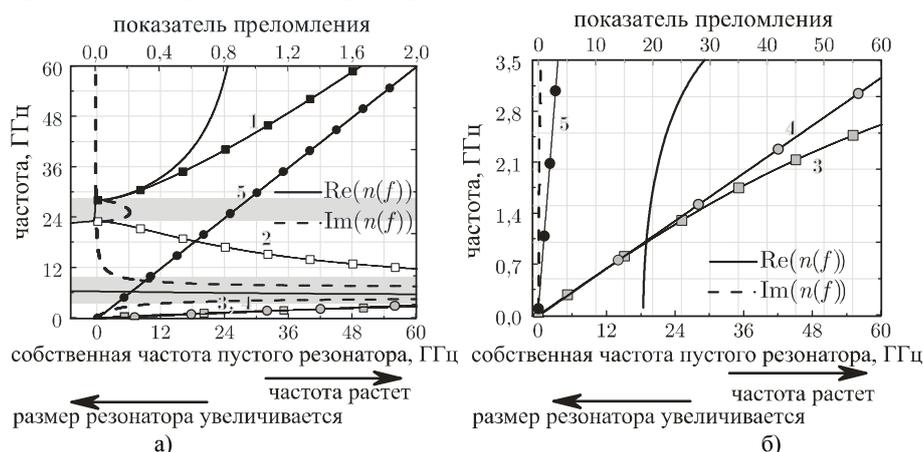


Рис. 2. Собственные частоты заполненного резонатора (кривые 1, 2, 3, 4). Собственная частота пустого резонатора (кривая 5).

На рис. 2. выделены две полосы частот (светло-серые полосы), возбуждение электромагнитного поля на которых невозможно. На этих частотах  $Re n(f) < Im n(f)$ , следовательно, электромагнитное поле имеет неосциллирующее пространственное распределение и не удовлетворяет нулевым граничным условиям на стенках резонатора.

Кроме собственных частот колебательная система нередко характеризуется своими частотными откликами, которые описывают амплитуду вынужденных колебаний, возбужденных на данной частоте единичной амплитудой. Частотный отклик показывает не только положение резонанса, но и его

интенсивность. Для того чтобы получить их, рассмотрим эволюционные уравнения для вихревых модовых амплитуд (14) в частотной области

$$(i\omega\mathbf{U} + \mathbf{Q}_{sol}) \cdot \tilde{\mathbf{X}}(\omega) = \tilde{\mathbf{F}}_{sol}(\omega), \quad \tilde{\mathbf{X}}(\omega) = \mathbf{R}(\omega)\tilde{\mathbf{F}}_{sol}(\omega), \quad (23)$$

$$\mathbf{R}(\omega) = (i\omega\mathbf{U} + \mathbf{Q}_{sol})^{-1},$$

где матрица частотного отклика  $\mathbf{R}(\omega)$  введена как связь между комплексными амплитудами гармонических колебаний полей  $\tilde{\mathbf{X}}(\omega)$  и их источниками  $\tilde{\mathbf{F}}(\omega)$ .

Первая строка этой матрицы представляет собой отклик на возбуждение электрическими токами. Некоторые из этих откликов представлены на рис 3, 4. На графиках выделяются три гребня, соответствующие собственным частотам заполненного резонатора. Максимальная величина гребней частотного отклика вихревой модовой амплитуды электрического поля представлена отдельно на рис. 4 а. Из графиков видно, что при больших размерах резонатора (т. е. при низких собственных частотах пустого резонатора) резонансы, обусловленные параметрами диэлектрика (т. е. первые два гребня), имеют большую амплитуду, чем резонанс обусловленный размерами и формой резонатора. Первый гребень соответствует собственной частоте  $f_{d1}$  и положительным значениям показателя преломления среды. Он имеет большую максимальную величину, чем второй, соответствующий собственной частоте  $f_{d2}$  и области аномальной дисперсии материала.

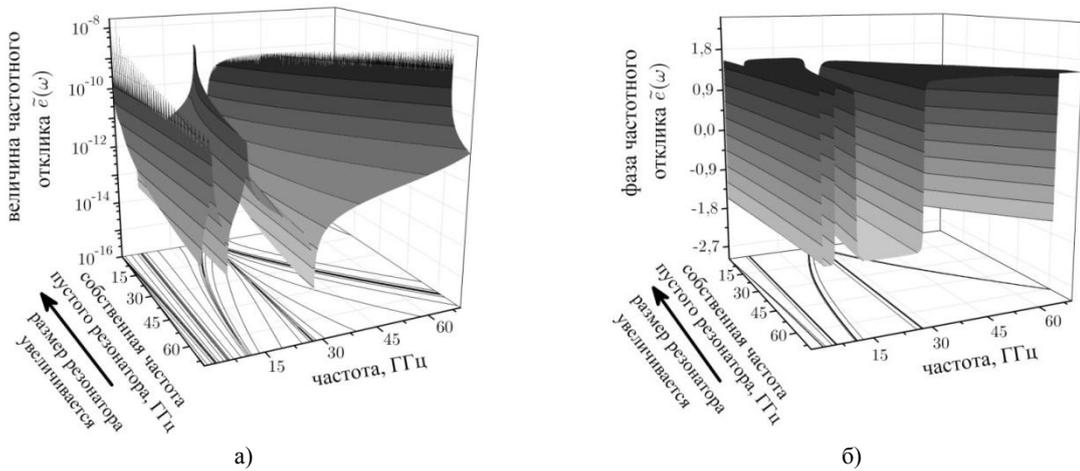


Рис. 3. Частотные отклики резонатора как функции его размера, при возбуждении электрическими токами  
а) Величина частотного отклика вихревой электрической модовой амплитуды  $\tilde{\epsilon}(\omega)$ .  
б) Фаза частотного отклика вихревой электрической модовой амплитуды  $\tilde{\epsilon}(\omega)$ .

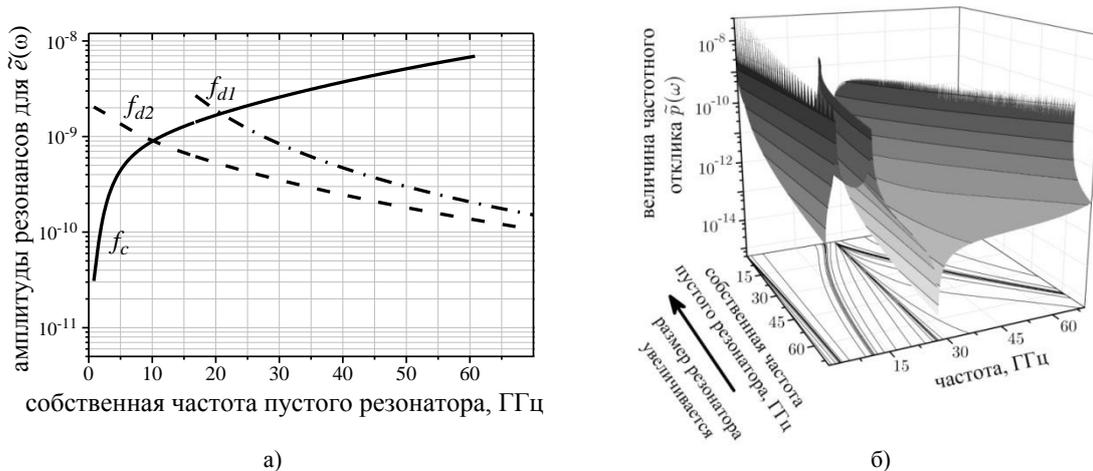


Рис. 4. Частотные отклики резонатора как функции его размера, при возбуждении электрическими токами  
а) Максимальные величины резонансов частотных откликов  $\tilde{\epsilon}(\omega)$  (соответствуют вершинам гребней на рис. 3. а).  
б) Величина частотного отклика для вихревой модовой амплитуды поляризации  $\tilde{p}(\omega)$ .

С уменьшением размеров резонатора ситуация меняется, и третий резонанс становится доминирующим. Интересный момент наблюдается на частоте  $\sim 27$  ГГц, где ни электрическое поле, ни

вектор объемной плотности поляризации не возбуждаются ни при каких размерах резонатора (см. минимум на рис 3 а, и рис 4 б), при этом магнитное поле и намагниченность на этой частоте имеют малые величины, но не нулевые. На этой частоте производная показателя преломления по частоте стремится к бесконечности (рис 1, 2). Второй минимум, наблюдающийся на частоте  $\sim 7$  ГГц, на частотных откликах фурье-образов электрической и магнитной модовых амплитуд, соответствует частотам полюсов Лоренца, моделирующих свойства диэлектрика.

Исследуем вынужденные колебания в резонаторе, возбужденные электрическими сторонними токами с модовыми амплитудами, заданными в виде импульса Лягерра(20).

Размер резонатора выбран так, что его собственная частота без заполнения  $k_n/2\pi = 18.56$  ГГц и такую же величину имеет частота  $f_{d2}$ , соответствующий ей коэффициент затухания  $\delta_{d2} = 3.29 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ . Другие собственные частоты резонатора и коэффициенты затухания получены следующими:  $f_{d1} = 0.99$  ГГц,  $f_c = 36.5$  ГГц,  $\delta_{d1} = 1.31 \times 10^7 \text{ c}^{-1}$ ,  $\delta_c = 1.32 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ .

Временная зависимость и спектральное распределение модовой амплитуды стороннего тока, представлены на рис. 5. Длительности импульса Лягерра подобраны так, чтобы частота максимума спектрального распределения была близка к определенной собственной частоте резонатора.

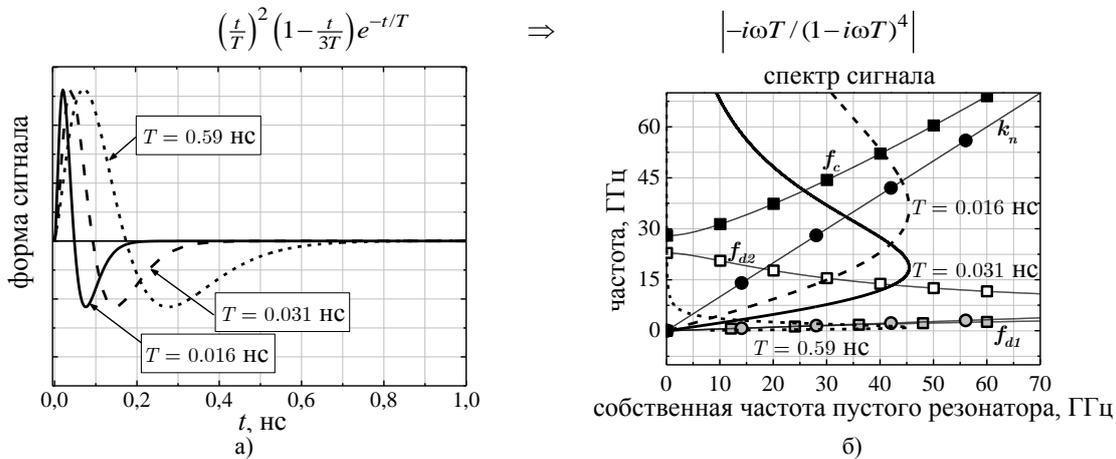


Рис. 5. Импульс Лягерра и его спектр.

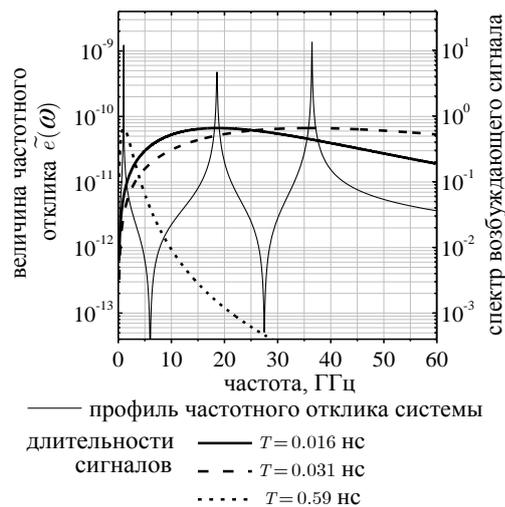


Рис. 6. Профиль частотного отклика для резонатора с собственной частотой без заполнения  $k_n/2\pi = 18.56$  ГГц.

зависимости модовых амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей, рис. 8.

На рис. 6 представлены профили частотных откликов для рассматриваемых размеров резонатора, а так же спектральные плотности импульсов. График дает возможность оценить амплитуду, с которой будет возбуждаться та или иная спектральная составляющая.

В данном случае необходимо отметить, что при возбуждении резонатора импульсом с самой большой длительностью, вклад составляющих с частотой  $f_c$  и  $f_{d2}$  должен быть очень мал (рис. 7). При возбуждении резонатора коротким импульсом составляющая с частотой  $f_{d2}$  должна вносить существенный вклад благодаря гораздо большей ширине спектра такого сигнала. При этом составляющая с частотой  $f_{d1}$  будет проявляться гораздо меньше (рис. 9). , Максимум спектрального распределения импульса со средней длительностью приходится на частоту  $f_{d2}$  но перекрывает так же и частоту  $f_c$ , причем амплитуда, с которой входит данная частотная составляющая в общее колебание даже выше чем для  $f_{d2}$ , что иллюстрируют также временные

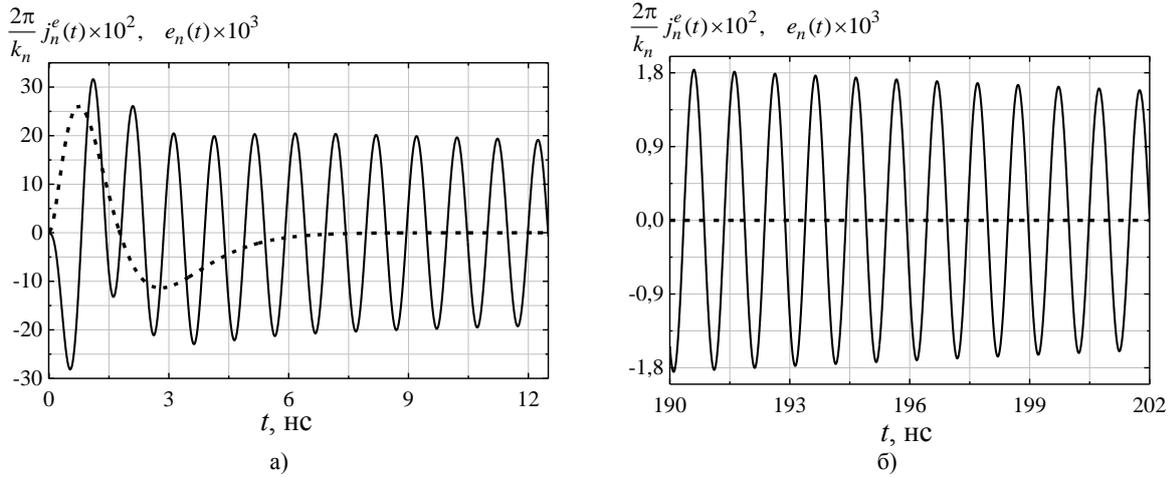


Рис. 7. Вихревая модовая амплитуда вектора напряженности электрического поля, возбужденного импульсом с длительностью  $T = 0.59$  нс.

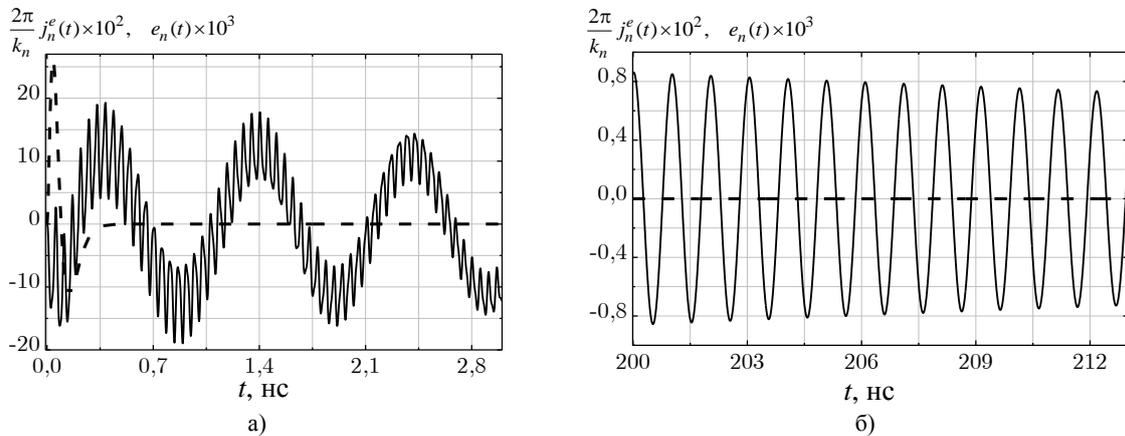


Рис. 8. Вихревая модовая амплитуда вектора напряженности электрического поля, возбужденного импульсом с длительностью  $T = 0.031$  нс.

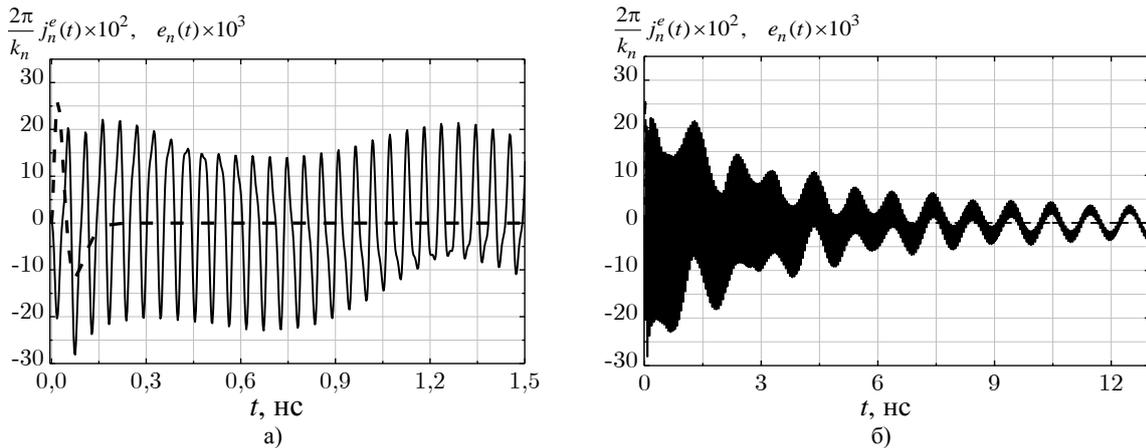


Рис. 9. Вихревая модовая амплитуда вектора напряженности электрического поля, возбужденного импульсом с длительностью  $T = 0.016$  нс.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье описана в рамках метода модового базиса общая схема нахождения нестационарных полей в резонаторе, заполненном произвольной средой с дисперсией. Представленный подход позволяет вычислять собственные характеристики резонаторов с такими средами, находить модовые амплитуды векторов напряженностей электрического и магнитного поля и векторов объемной плотности поляризации и намагнитченности, что дает полную характеристику электродинамических процессов, происходящих в резонаторе, и процессов, происходящих в среде заполняющей резонатор.

Получены аналитические выражения для модовых амплитуд электромагнитного поля при возбуждении резонатора нестационарным сторонним электрическим током, модовая амплитуда которого представляет собой импульс Лягерра. Подробно рассмотрены характеристики резонатора, при заполнении его средой с дисперсией, такой что диэлектрическая и магнитная проницаемости среды описываются полюсом Лоренца. В этом случае в системе наблюдается три резонанса – в области положительных значений показателя преломления, в области отрицательных значений показателя преломления, эти резонансы обусловлены параметрами заполнения, а так же резонанс, обусловленный переотражениями между стенками резонатора. Необходимо также отметить, что если частоты первого и последнего резонансов растут с уменьшением размеров резонатора, то частота второго резонанса уменьшается, что позволяет получить колебания с большей частотой и достаточной добротностью при больших размерах резонатора. Рассмотрена эволюция модовых амплитуд в таком резонаторе при возбуждении нестационарными токами, максимумы спектральной плотности модовой амплитуды которых приходятся на каждый из полученных резонансов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Grzegorzczak T. M. Review of left-handed metamaterials: Evolution from theoretical and numerical studies to potential applications / T. M. Grzegorzczak, and J. A. Kong // *J. Electromagn. Waves Appl.* – 2006. – Vol. 20, № 14. – P. 2053–2064.
2. Chen H. Review of electromagnetic theory in left-handed materials / H. Chen, B.-I. Wu, and J. A. Kong // *J. Electromagn. Waves Appl.* – 2006. – Vol. 20, № 15. – P. 2137–2151.
3. Ziolkowski R. W. Design, fabrication, and testing of double negative materials / R. W. Ziolkowski // *IEEE Trans. on Antennas and Propagation.* – 2003. – vol. 51, № 7. – p. 1516–1529.
4. Третьяков О. А. Метод модового базиса / О. А. Третьяков // *Радиотехника и электроника.* – 1986. – Т. 31, №6. – С. 1071–1082.
5. Tretyakov O. A. Essentials of non stationary and nonlinear electromagnetic field theory / O. A. Tretyakov // *Analytical and numerical methods in the Electromagnetic Wave Theory.* In ed. by M. Hashimoto, M. Idemen, O. A. Tretyakov. – Tokyo: Science House Co. Ltd., 1993.
6. Aksoy S. Time-Domain Cavity Oscillations Supported by a Temporally Dispersive Dielectric / S. Aksoy, M. Antyufeyeva, E. Basaran, A. A. Ergin, O. A. Tretyakov // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.* – 2005. – Vol. 53, № 8, P. 2465 – 2471.
7. Hand T. The measured electric field spatial distribution within a metamaterial subwavelength cavity resonator / T. Hand, S. Cummer, N. Engheta // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 2007. – Vol. 55, № 6. – P. 1781–1788.
8. Bozza G. Cavities involving metamaterials with an uncountable set of resonant frequencies / G. Bozza, G. Oliveri, M. Raffetto // *IEEE Microwave and Wireless Comp. Lett.* – 2007. – Vol. 17, № 8. – P. 565–567.
9. Bohren C.F. Absorption and scattering of light by small particles / C. F. Bohren, D. R. Huffman. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.

УДК 621.574.4

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ В ПЛОСКОСЛОИСТЫХ СРЕДАХ

**Д.О. Батраков<sup>1</sup>, Д.В. Головин<sup>1</sup>, А.Г. Батракова<sup>2</sup>, Г.П. Почанин<sup>3</sup>**<sup>1</sup>*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, радиофизический факультет,  
пл.Свободы 4, Харьков, 61077, Украина*<sup>2</sup>*Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет,  
ул.Петровского 25, Харьков, 61002, Украина*<sup>3</sup>*Институт радиофизики и электроники НАН Украины,  
ул. Ак. Проскуры 12, Харьков, 61085, Украина*

Поступила в редакцию 1 ноября 2012 г.

В работе рассмотрены проблемы численного моделирования процесса распространения сигналов импульсных георадаров при зондировании плоскостойких сред. Предполагается, что затуханием сигналов, связанным с наличием в материалах слоев поглощения, можно пренебречь. В качестве модели падающего сигнала рассмотрен импульс, форма которого максимально приближена к форме импульса георадара. Предложен алгоритм численной реализации, опирающийся на использование формул Френеля и однородного волнового уравнения для неоднородных сред. Представлены результаты численного моделирования.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** метод конечных разностей, сверхширокополосные импульсы, подповерхностное зондирование.

В роботі розглянуто проблеми чисельного моделювання процесу поширення сигналів імпульсних георадар при зондуванні плоскошаруватих середовищ. Передбачається, що загасання сигналів, пов'язане з наявністю в матеріалах шарів поглинання, можна не враховувати. В якості моделі падаючого сигналу розглянуто імпульс, форма якого максимально наближена до форми імпульсу георадара. Запропоновано алгоритм чисельної реалізації, який спирається на використання формул Френеля і однорідного хвильового рівняння для неоднорідних середовищ. Наведено результати чисельного моделювання.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** метод кінцевих різниць, надширокополосні імпульси, підповерхневе зондування.

The paper deals with the problem of numerical simulation of ground penetrating radar pulse propagation in probed plane-layered media. It is assumed that the attenuation of signals related to the presence of absorption in the layers of material can be neglected. As a model of the incident signal, we considered pulse signal the form of which is close to the shape of the ground penetrating radar pulse. In the algorithm for the numerical realization, use is made of Fresnel's equations and the wave equation for inhomogeneous media. The results of numerical modeling are presented.

**KEYWORDS:** finite difference time domain method, ultrawideband pulses, subsurface sensing.

### ВВЕДЕНИЕ

Во многих прикладных областях, связанных с интерпретацией данных зондирования и неразрушающего контроля природных сред и искусственных сооружений (например, строительных конструкций) возникает необходимость корректной интерпретации регистрируемых данных. В свою очередь, успех в данном случае возможен лишь при использовании в качестве основы (в явном или неявном виде) эффективных алгоритмов решения задач моделирования распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. Такие алгоритмы должны обеспечивать работу программного обеспечения, получение результатов и возможность их всестороннего анализа в режиме реального времени. Существующие пакеты универсальных прикладных программ имеют в таком случае недостатки, связанные именно с их универсальностью – значительное потребление машинных ресурсов и невозможность проведения полноценного анализа в режиме реального времени. Поэтому, для успешного решения данной задачи необходимо в первую очередь разработать эффективные специализированные алгоритмы, опирающиеся как на аналитические, так и на численно ориентированные методы решения соответствующих электродинамических задач.

При решении практических проблем во многих случаях (например, при георадарных обследованиях автомобильных дорог) в качестве модели исследуемой среды может выступать плоскостойкая среда (часть слоев которой могут состоять из материалов, обладающих проводимостью, т.е. потерями), а зондирование может проводиться сверхширокополосными (СШП) импульсными сигналами (так называемыми импульсами без несущей). В этой ситуации использование универсальных пакетов прикладных программ в силу указанных выше причин, не является оптимальным. Более предпочтительной представляется разработка комбинированных (гибридных) технологий, опирающихся с одной стороны на аналитические решения фундаментальных задач взаимодействия плоских

монохроматических волн с плоскими границами раздела, а с другой – на методы численного анализа распространения волн, как в однородных, так и в неоднородных средах.

Поэтому в данной работе рассмотрены и проанализированы достоинства и недостатки указанных методов и на этой основе предложена схема и алгоритм анализа взаимодействия импульсных сигналов с неоднородными (плоскостойкими) средами.

### СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПОСТАНОВКИ И МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ МОДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

В качестве базовой физической задачи рассмотрим зондирование плоскостойкой среды импульсным (СШП) сигналом. При анализе и моделировании работы георадаров могут использоваться как непосредственно уравнения Максвелла, так и одномерное волновое уравнение [1]. Поскольку при проведении георадарных обследований расстояние от антенны до поверхности исследуемой среды составляет около 20 см. (что меньше длины волны на центральной частоте 1ГГц и соизмеримо с размерами антенны), то в первом приближении можно рассматривать одномерную задачу. Иными словами, кривизной фронта волны на данном этапе можно пренебречь. В таком случае с вычислительной точки зрения использование одномерного волнового уравнения вполне оправдано. При решении практических задач можно включить в методику обработки результатов коэффициент, учитывающий ослабление сигнала за счет кривизны волнового фронта и определяемый эмпирическим путем. Геометрия рассматриваемой задачи представлена на Рис.1.

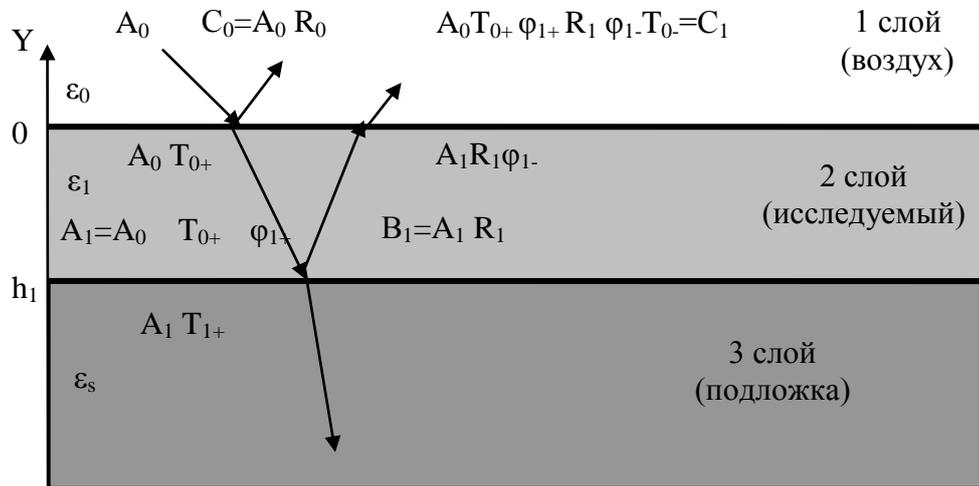


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой задачи и система обозначений.

В [1] предложено использовать для моделирования взаимодействия сигналов с плоскостойкими средами одномерное волновое уравнение следующего вида:

$$\nabla^2 \bar{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} - \sigma \mu_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

где:  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ ,  $\mu_0$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\sigma$  - магнитная и диэлектрическая проницаемости и проводимость соответственно, а также предполагается, что направление распространения зондирующей волны ортогонально поверхности исследуемой структуры. Прежде всего, рассмотрим наиболее простой случай отсутствия потерь ( $\sigma = 0$ ). Применение суммарно-разностной аппроксимации дифференциальных операторов позволяет записать это уравнение в следующем виде:

$$\frac{\bar{E}(y+h,t) - 2\bar{E}(y,t) + \bar{E}(y-h,t)}{h^2} - \frac{\bar{E}(y,t+\tau) - 2\bar{E}(y,t) + \bar{E}(y,t-\tau)}{(c^2/\varepsilon)\tau^2} = 0. \quad (2)$$

Очевидно, что при выполнении условия согласованности выбора временных и пространственных интервалов ( $h = (c/\sqrt{\varepsilon}) \cdot \tau$ ) уравнение примет вид:

$$\bar{E}(y,t+\tau) = \bar{E}(y-h,t) + \{ \bar{E}(y+h,t) - \bar{E}(y,t-\tau) \} \quad (3)$$

Последнее соотношение означает, что в момент времени  $t+\tau$  поле в точке с координатой  $y$  определяется значениями поля в точках  $y$  и  $y \pm h$ . При этом как видно из рис. 2 сигнал в точке  $(y+h,t)$  представляет собой сигнал, пришедший из точки  $(y,t-\tau)$ , т.е. выражение в фигурных скобках в правой части (3) равно нулю. При численных расчетах необходимо учитывать эффекты, связанные с ограниченностью памяти ЭВМ. Поэтому далее предположим, что массив значений  $y$  ограничен

элементом  $y+3h$ . Это будет означать, что в формуле (3), записанной для элемента  $\bar{E}(y+3h, t+4\tau)$  в сумме, стоящей в фигурных скобках будет отсутствовать элемент  $\bar{E}(y+4h, t+3\tau)$ . Полученное в итоге значение будет соответствовать сигналу, отраженному от идеально проводящей плоскости, которого на самом деле в данной задаче не существует. Для преодоления этой трудности предлагалось использовать метод поглощающих граничных условий (АВС) [2] либо метод идеально согласованного слоя (PML) [3].

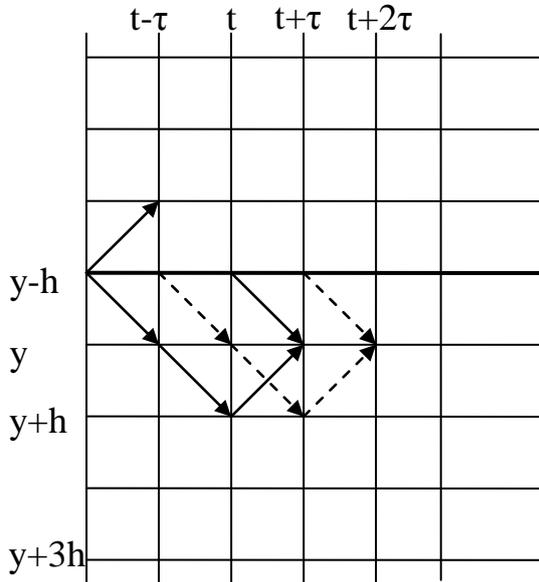


Рис. 2. Пространственно-временная диаграмма распространения сигнала.

округления. Поэтому для данной задачи предлагается моделировать распространение волн в однородных слоях не с помощью уравнения (3), а непосредственно записывая конечный результат – сигнал, прошедший сквозь слой без изменения как исходный сигнал, сдвинутый во времени на соответствующий промежуток. Отражение же от границ однородных слоев в таком случае следует учитывать с помощью известных формул Френеля [4]. В случае нормального падения эти формулы имеют достаточно простой вид.

$$R_{n-1,n} = \frac{A_{n,n-1}}{A_{n-1,n}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{n-1}} - \sqrt{\varepsilon_n}}{\sqrt{\varepsilon_{n-1}} + \sqrt{\varepsilon_n}} \quad (4)$$

$$T_{n\pm 1,n} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{\varepsilon_{n-1}}}{\sqrt{\varepsilon_{n-1}} + \sqrt{\varepsilon_n}} \\ \frac{2\sqrt{\varepsilon_n}}{\sqrt{\varepsilon_n} + \sqrt{\varepsilon_{n+1}}} \end{cases} \quad (5)$$

где:  $A_{n-1,n}$ ,  $A_{n,n-1}$  – амплитуды падающего на границу между средой с  $\varepsilon_{n-1}$  и средой с  $\varepsilon_n$  и отраженного в  $n-1$ -ю среду сигналов, для первой границы раздела сред  $A_{n-1,n} = A_0$ ;

$T_{n-1,n} = T_{n-1,+}$  – коэффициент прохождения из  $(n-1)$ -го слоя в  $n$ -й (верхняя строка);

$T_{n+1,n} = T_{n+1,-}$  – коэффициент прохождения из  $(n+1)$ -го слоя в  $n$ -й;

$R_{n,n-1}$  – коэффициент отражения от границы между  $(n-1)$ -м и  $n$ -м слоями в  $(n-1)$ -й слой. Многократное переотражение в рамках данной задачи не учитываем.

Для наглядности и сокращения записи обозначим коэффициенты отражения от нижней границы  $n$ -го слоя как  $R_n = R_{n,n+1}$ , а коэффициенты прохождения через нижнюю границу  $n$ -го слоя сверху вниз как  $T_{n,+} = T_{n,n+1}$ , и снизу вверх как  $T_{n,-} = T_{n+1,n}$  (Рис. 1). Дополнительные коэффициенты  $\varphi_{n+}$  и  $\varphi_{n-}$  соответственно отвечают за ослабление амплитуд сигналов при распространении вниз и обратно вверх вдоль слоя (в направлении оси  $OY$ ) при наличии поглощения. Несмотря на то, что в данной задаче эти коэффициенты равны между собой, в общей записи они сохранены для симметрии.

Такая схема больше соответствует реальному алгоритму обработки импульсных сигналов георадаров. Тогда алгоритм будет состоять в смещении начального импульса до ближайшей границы и последующем вычислении коэффициентов отражения и прохождения. Далее необходимо вычислить все ненулевые элементы массива данных и отобразить в интерфейсе программы получившийся сигнал. Для удобства проверки результатов удобно включить в программу виртуальный «зонд», который бы давал возможность отображения сигнала не только в сечении антенны, но и в произвольном (заданном с помощью интерфейса) сечении.

В некоторых случаях один или несколько слоев могут быть неоднородными по глубине. Поэтому теперь рассмотрим распространение импульсного сверхширокополосного сигнала в таком случае. Очевидно, что для моделирования распространения внутри слоя в данном случае уравнение (1) непригодно. Поэтому будем исходить из однородного волнового уравнения общего вида, описывающего распространение электромагнитных волн в неоднородных средах. [4]:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \text{grad}(\vec{E} \cdot \text{grad}(\ln \epsilon)) + (\text{grad}(\ln \mu) \times \text{rot} \vec{E}) = 0. \quad (6)$$

Данное уравнение содержит как члены, отвечающие за процесс распространения волн в любых материальных средах (первые два слагаемых), так и члены, определяемые пространственной неоднородностью электрических (третье слагаемое) и магнитных (четвертое слагаемое) свойств среды распространения сигнала.

При условии  $\mu = 1$  (что справедливо для большинства природных сред) уравнение (6) упрощается и может быть записано в виде:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \text{grad}(\vec{E} \cdot \frac{\text{grad}(\epsilon)}{\epsilon}) = 0. \quad (7)$$

Как видим, данное уравнение содержит слагаемое, одна из составляющих которого  $(\text{grad}(\epsilon)/\epsilon)$  на границах раздела сред будет обращаться в бесконечность. Поэтому использование данного уравнения для моделирования отражения от границ нецелесообразно и более предпочтительной является схема, рассмотренная выше. Напротив, при наличии плавного изменения свойств материала слоя по глубине необходимо использовать именно это уравнение, а не уравнение (1). Численная реализация в таком случае трудностей не вызывает.

### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для выполнения расчетов была разработана программа, представляющая собой модуль интерфейса на языке Турбо Паскаль (Делфи) и ядро на языке Фортран. Вид окна интерфейса приведен на Рис. 3.

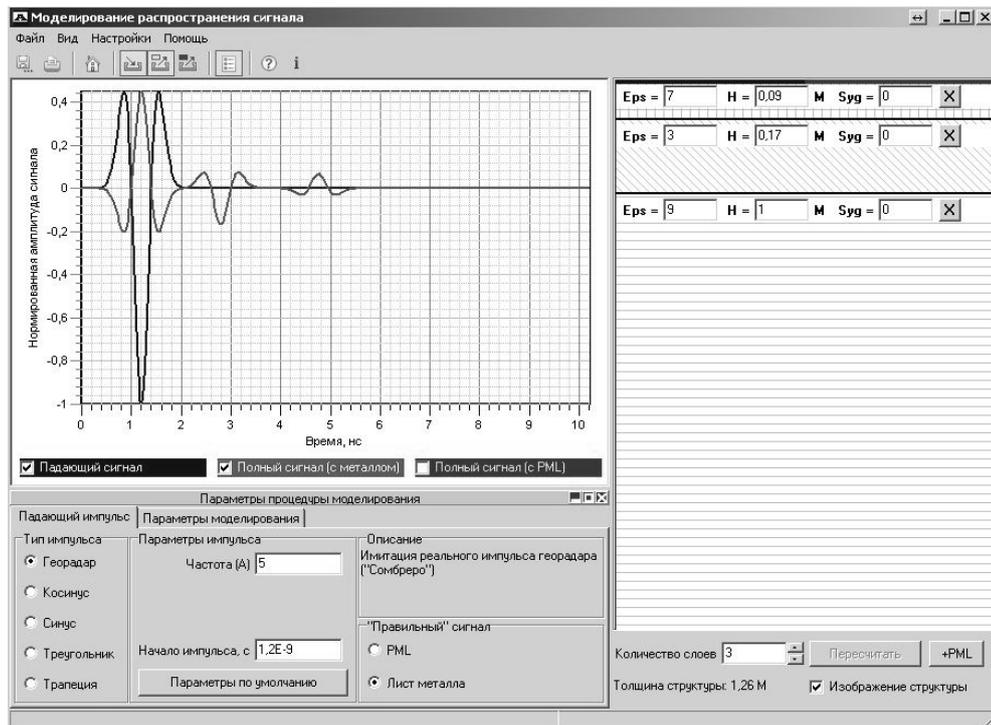


Рис. 3. Окно программы при моделировании трехслойной структуры.

В программе предусмотрено как задание различного вида и длительности зондирующих сигналов, так и возможность задания различного количества слоев с указанными значениями электрофизических параметров.

### ВЫВОДЫ

Предложенный вычислительный алгоритм и разработанное на его основе программное обеспечение являются эффективным средством решения задач анализа распространения волн в неоднородных плоскостойких средах. Важность разработки таких алгоритмов связана с одной стороны с необходимостью проведения тестирования более универсальных алгоритмов и программного обеспечения – для проверки корректности работы программных комплексов, обеспечения необходимой точности и определения диапазона погрешностей получаемых результатов. С другой стороны, при интерпретации реальных данных георадарных обследований, например, дорожных одежд на автомобильных дорогах, необходимо априори иметь в распоряжении типичные радарограммы (сигналы, отраженные от конструкций, предусмотренных проектами). В таком случае выполнение калибровки оборудования на заранее отобранных эталонных (не имеющих дефектов) участках позволит быстро (в режиме реального времени) оценить общее состояние конструкции при сканировании по степени отклонения текущих эхо – профилей от профилей, полученных на эталонных участках. В перспективе на основе предложенного подхода возможно построение полностью автоматизированной системы первичной диагностики, т.е. начального отбора участков по характерным отклонениям в их радарограммах для последующего более детального анализа соответствующих эхо-профилей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копейкин В.В. Распространение электромагнитных импульсов в подземной среде 20.11.2005, <http://radar-stv.narod.ru/order/fizika/kopeikin/kopeikin002/kopeikin002.html>
2. Bjorn Engquist and Andrew Majda, Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Evaluation of Waves, Math. of Comp., Volume 31, No. 139 (1977) pp. 629-651.
3. J.-P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves" J. Comput. Phys., vol. 114, no. 1, pp. 185–200, 1994.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973г.- 720с.

УДК 535.34+535.36

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ И ПОТОКИ ЭНЕРГИИ В ОКРЕСТНОСТИ ОЧЕНЬ ТОНКОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА ПРИ ПАДЕНИИ НА НЕГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

**М. В. Кайдаш**

*Национальный фармацевтический университет*  
Поступила в редакцию 14 ноября 2012 г.

Задача дифракции электромагнитного излучения на цилиндрических объектах обуславливается многими практическими применениями в электродинамике. В данной статье представлены результаты исследования неизвестного ранее эффекта аномально большого поглощения излучения при взаимодействии электромагнитной волны с очень тонким металлическим цилиндром. Как оказалось, при параллельности электрического вектора волны и оси цилиндра, фактор эффективности поглощения металлических цилиндров диаметром около 1 мкм может быть очень большим (около 1000). Наряду с аномальным поглощением, теоретический анализ параметров электромагнитного поля вблизи цилиндра и внутри него обнаружил искривление линий потока энергии в сторону цилиндра.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** электромагнитное излучение, дифракция, цилиндр, показатель преломления, поглощение, фактор эффективности рассеяния, фактор эффективности поглощения, фактор эффективности ослабления, линии потока энергии, напряженность электрического поля, поток электромагнитной энергии.

Задача дифракції електромагнітного випромінювання на циліндричних об'єктах обумовлюється багатьма практичними застосуваннями в електродинаміці. У даній статті представлені результати дослідження невідомого раніше ефекту аномально великого поглинання випромінювання при взаємодії електромагнітної хвилі з дуже тонким металевим циліндром. Як виявилось, при паралельності електричного вектора хвилі і осі циліндра, фактор ефективності поглинання металевих циліндрів діаметром близько 1 мкм може бути дуже великим (близько 1000). Поряд з аномальним поглинанням, теоретичний аналіз параметрів електромагнітного поля поблизу циліндра і всередині нього виявив викривлення ліній потоку енергії у сторону циліндра.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** електромагнітне випромінювання, дифракція, циліндр, показник заломлення, поглинання, фактор ефективності розсіювання, фактор ефективності поглинання, фактор ефективності ослаблення, лінії потоку енергії, напруженість електричного поля, потік електромагнітної енергії.

The diffraction of electromagnetic radiation on cylindrical objects is caused by many practical applications in electrodynamics. This paper reveals the study of a previously unknown effect of abnormally high absorption of radiation when electromagnetic waves interact with a very thin metal cylinder. As it turned out, when the electric vector of the wave is parallel to the axis of the cylinder, the absorption efficiency factor of metal cylinders with a diameter of 1  $\mu\text{m}$  can be very large (about 1000). Along with the abnormal absorption effect, the theoretical analysis of the parameters of the electromagnetic field near the cylinder and inside it has found out a bend in lines of energy flow towards the cylinder.

**KEYWORDS:** electromagnetic radiation, diffraction, cylinder, index of refraction, absorption, scattering efficiency factor, absorption efficiency factor, extinction efficiency factor, lines of energy flow, electric field intensity.

Задача дифракції електромагнітного випромінювання на циліндричних об'єктах – одна из самых известных в электродинамике. Внимание, уделяемое исследователями этой задаче, объясняется многими практическими применениями явления дифракции на цилиндре. Так, путем анализа дифракционной картины можно получить информацию о размере поперечного сечения цилиндра, его форме, показателе преломления вещества. Многочисленные методы измерения этих параметров изложены в различных статьях и систематизированы в монографиях, например, в [1]. Эффекты, возникающие при взаимодействии электромагнитного излучения с диэлектрическими или металлическими волокнами, используются для измерения параметров этого излучения. В работах [2, 3] описан метод, использующий давление лазерного излучения на решетку из стеклянных волокон. В работах [4, 5] показано, как для измерения мощности лазерного излучения или распределения интенсивности в пучке использовать нагрев этим излучением решеток из тонких металлических проволок. Давление излучения и поглощенную мощность можно найти только из решения задачи дифракции на цилиндре. Для кругового цилиндра задача решена полностью. Получено строгое аналитическое решение, и проведены численные расчеты для большого диапазона значений отношения диаметра цилиндра к длине волны излучения.

Однако, оказалось, что при взаимодействии электромагнитной волны с очень тонким металлическим цилиндром наблюдается неизвестный ранее эффект аномально большого поглощения излучения. В работе [6] описан эксперимент по подтверждению этого эффекта. В [7] проведено теоретическое исследование этого эффекта для случая тонкого двухслойного цилиндра. Экспериментальные исследования взаимодействия электромагнитной волны с тонкими металлическими проводниками в волноводе описаны в [8].

Так как эффективный поперечник поглощения тонкого металлического проводника во много раз превышает его геометрические размеры, линии потока энергии вблизи цилиндра должны искривляться. Это явление рассмотрено в данной работе.

### МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Геометрия задачи показана на рис. 1. Круговой цилиндр радиуса  $a$  расположен так, что координатная ось  $Oz$  проходит вдоль его оси. Вектор Умова-Пойнтинга  $S$  волны направлен вдоль координатной оси  $Oy$ . Возможны случаи, когда вектор  $E$  волны параллелен оси цилиндра (E-волна) и когда он перпендикулярен ей (H-волна). Случай произвольной поляризации можно рассматривать как комбинацию этих двух случаев.

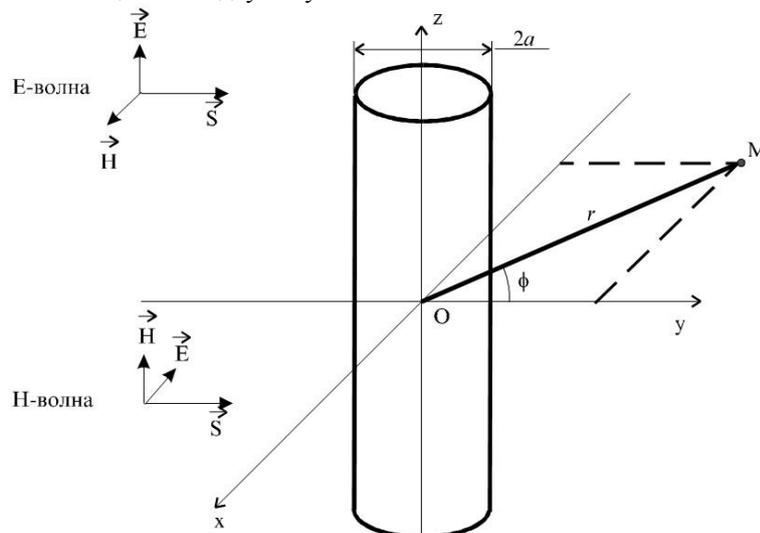


Рис. 1. Геометрия задачи о дифракции электромагнитной волны на цилиндре

Для стационарного режима и E-волны необходимо решить уравнение Гельмгольца

$$\Delta E_z + k^2 E_z = 0, \quad (1)$$

при следующих граничных условиях:

$$E_z^i \Big|_{r=a} = E_z^0 \Big|_{r=a} + E_z^a \Big|_{r=a}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_z^i}{\partial r} \Big|_{r=a} = \frac{\partial E_z^0}{\partial r} \Big|_{r=a} + \frac{\partial E_z^a}{\partial r} \Big|_{r=a}.$$

Здесь  $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$  - волновое число,

$\omega$  - круговая частота,  $c$  - скорость света во внешней среде (свободное пространство),  $\lambda$  - длина волны излучения.

Индексы  $0$ ,  $a$  и  $i$  соответствуют падающей волне, рассеянной волне и полю внутри цилиндра. Кроме компоненты  $E_z$  в данном случае существуют компоненты  $H_\phi$  и  $H_r$ , которые могут быть найдены по формулам, вытекающим из уравнений Максвелла:

$$H_\phi = -\frac{i}{\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r}, \quad H_r = \frac{i}{\omega\mu r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi}. \quad (3)$$

Решение уравнений (1) – (3) для E-волны имеет следующий вид.

Падающая волна:

$$E_z^0 = E_0 e^{-ikr \cos \phi} = E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l(kr) \cos l\phi,$$

$$H_\phi^0 = -\frac{kE_0}{\omega\mu} e^{-ikr \cos \phi} \cos \phi = -\frac{ikE_0}{\omega\mu} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l'(kr) \cos l\phi,$$

$$H_r^0 = -\frac{kE_0}{\omega\mu} e^{-ikr \cos \phi} \sin \phi = -\frac{iE_0}{\omega\mu r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l J_l(kr) \sin l\phi.$$

Поле внутри цилиндра:

$$H_z^i = H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l(k_1 r) \cos l\phi,$$

$$E_\phi^i = \frac{ik_1 H_0}{\omega \epsilon_1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l'(k_1 r) \cos l\phi,$$

$$E_r^i = \frac{iH_0}{\omega \epsilon_1 r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l c_l J_l(k_1 r) \sin l\phi.$$

Рассеянная волна:

$$\begin{aligned} H_z^a &= -H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)}(kr) \cos l\varphi \\ E_\varphi^a &= -\frac{ikH_0}{\omega \varepsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)'}(kr) \cos l\varphi, \\ E_r^0 &= -\frac{iH_0}{\omega \varepsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l a_l H_l^{(2)}(kr) \sin l\varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $J_l(z)$  – функция Бесселя,  $Y_l(z)$  – функция Неймана,  $H_l^{(2)}(z) = J_l(z) - i Y_l(z)$  – функция Ханкеля 2-го рода, штрих обозначает производную функции по всему аргументу,  $k_l = m k$  – волновое число для вещества цилиндра.

Коэффициенты  $b_l$  и  $d_l$  описываются следующими выражениями:

$$b_l = \frac{m J_l'(m\rho) J_l(\rho) - J_l(m\rho) J_l'(\rho)}{m J_l'(m\rho) H_l^{(2)}(\rho) - J_l(m\rho) H_l^{(2)'}(\rho)}, \quad d_l = \frac{2i}{\pi \rho} \frac{1}{m J_l'(m\rho) H_l^{(2)}(\rho) - J_l(m\rho) H_l^{(2)'}(\rho)}, \quad (5)$$

где  $\rho = \frac{2\pi a}{\lambda}$ . Показатель преломления  $m = n - i \kappa$  – комплексная величина. В нем действительная часть определяет изменение фазы волны, мнимая – ее амплитуды.

Решение уравнений (1) – (3) для Н-волны приведено ниже.

Падающая волна:

$$\begin{aligned} H_z^0 &= H_0 e^{-ikr \cos \varphi} = H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l(kr) \cos l\varphi, \\ E_\varphi^0 &= \frac{kH_0}{\omega \varepsilon} e^{-ikr \cos \varphi} \cos \varphi = \frac{ikH_0}{\omega \varepsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l'(kr) \cos l\varphi, \\ E_r^0 &= \frac{kH_0}{\omega \varepsilon} e^{-ikr \cos \varphi} \sin \varphi = \frac{iH_0}{\omega \varepsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l J_l(kr) \sin l\varphi. \end{aligned}$$

Поле внутри цилиндра:

$$\begin{aligned} H_z^i &= H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l(k_1 r) \cos l\varphi, \\ E_\varphi^i &= \frac{ik_1 H_0}{\omega \varepsilon_1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l'(k_1 r) \cos l\varphi, \\ E_r^i &= \frac{iH_0}{\omega \varepsilon_1 r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l c_l J_l(k_1 r) \sin l\varphi. \end{aligned}$$

Рассеянная волна:

$$\begin{aligned} H_z^a &= -H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)}(kr) \cos l\varphi, \\ E_\varphi^a &= -\frac{ikH_0}{\omega \varepsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)'}(kr) \cos l\varphi, \\ E_r^a &= -\frac{iH_0}{\omega \varepsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l a_l H_l^{(2)}(kr) \sin l\varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь коэффициенты  $a_l$  и  $c_l$  описываются следующими выражениями:

$$a_l = \frac{m J_l(m\rho) J_l'(\rho) - J_l'(m\rho) J_l(\rho)}{m J_l(m\rho) H_l^{(2)'}(\rho) - J_l'(m\rho) H_l^{(2)}(\rho)}, \quad c_l = -\frac{2im}{\pi \rho} \frac{1}{m J_l(m\rho) H_l^{(2)'}(\rho) - J_l'(m\rho) H_l^{(2)}(\rho)}. \quad (7)$$

Выражения (4) и (6) позволяют найти характеристики электромагнитного поля в любой точке пространства вне и внутри цилиндра.

Взаимодействие электромагнитной волны с объектом удобно характеризовать безразмерными факторами:

$$Q_{sca} = \frac{P_{sca}}{P} \text{ - фактор эффективности рассеяния,} \quad Q_{abs} = \frac{P_{abs}}{P} \text{ - фактор эффективности поглощения,}$$

$$Q = Q_{sca} + Q_{abs} \text{ - фактор эффективности ослабления.}$$

Здесь  $P$  - мощность излучения, попавшего на цилиндр,  $P_{sca}$  - мощность рассеянного излучения,  $P_{abs}$  - мощность поглощенного излучения.

Для Е-волны с помощью ранее приведенных формул можно получить [9]:

$$Q = \frac{2}{\rho} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}(b_l), \quad Q_{sca} = \frac{2}{\rho} \sum_{l=-\infty}^{\infty} |b_l|^2, \quad (8)$$

Фактор эффективности поглощения можно вычислить как разность факторов эффективности ослабления и рассеяния:

$$Q_{abs} = Q - Q_{sca}, \quad (9)$$

Для Н-волны формулы имеют тот же вид, но вместо коэффициентов  $b_l$  в них стоят коэффициенты  $a_l$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

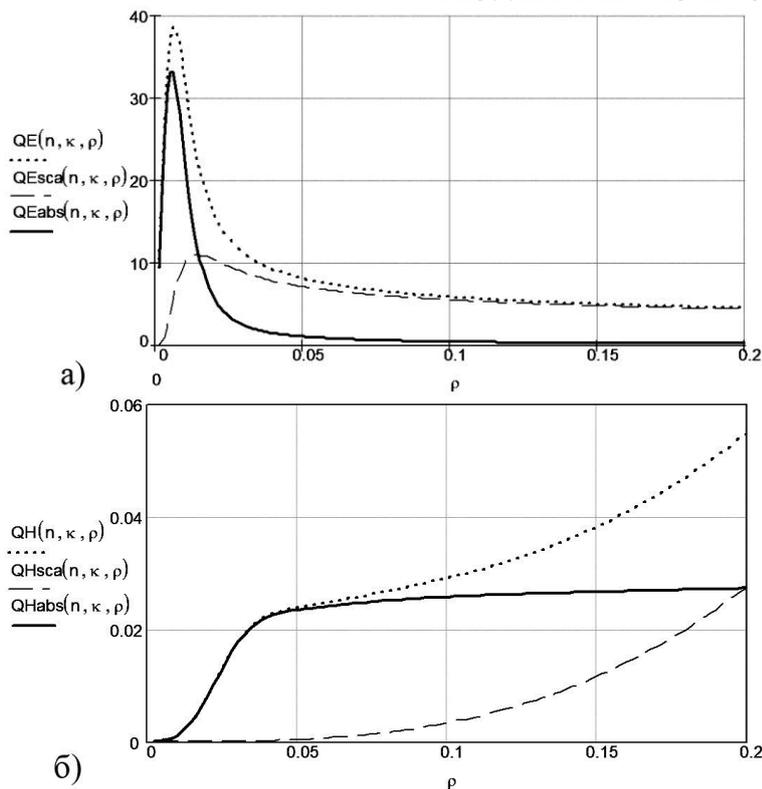


Рис. 2. Зависимость ослабления, рассеяния, и поглощения платиновой проволоки от ее диаметра (а – Е-волна, б – Н-волна).  
Длина волны излучения 10,6 мкм

Зависимости факторов  $Q$ ,  $Q_{sca}$ ,  $Q_{abs}$  от параметра  $\rho$ , характеризующего соотношение диаметра цилиндра и длины волны, показаны на рис. 2а для Е-волны и на рис. 2б для Н-волны. На этих и последующих рисунках приведены результаты расчетов для проволоки из платины. Комплексный показатель преломления платины определялся по известным электродинамическим формулам, справедливым для хорошо проводящих материалов:

$$n = \kappa = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\epsilon_0}}, \quad (9)$$

где  $\sigma = 9,52 \cdot 10^6 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}$  - удельная проводимость платины.

Для Е-волны характерно, что эти зависимости имеют максимум, после которого значения факторов эффективности уменьшаются и асимптотически приближаются к некоторым значениям.

При проявлении эффекта аномально большого поглощения излучения возникает «затягивание» энергии волны в цилиндр. На рис. 3 показаны линии потока энергии в окрестности цилиндра, рассчитанные с помощью программы MathCad. Размеры областей, показанных на рисунке, составляют примерно 1 x 1 мм, поэтому цилиндр изображен точкой в центре области. На рисунке хорошо видно, как линии потока энергии искривляются в сторону цилиндра. При диаметре цилиндра  $d = 0,765 \text{ мкм}$  («резонанс» на длине волны 3 см) линии направлены к цилиндру со всех сторон, даже с тыльной стороны (рис. 3а). Если диаметр цилиндра меньше (рис. 3б) или больше (рис. 3в), чем «резонансный» диаметр, искривление линий значительно меньше.

Также было рассчитано распределение напряженности электрического поля внутри цилиндра и в ближайшей его окрестности. Результаты расчетов показаны на рис. 4. Направление распространения волны – слева направо. Жирной линией обозначены границы цилиндра, тонкими линиями – уровни одинаковой напряженности поля. Цифры показывают значения квадрата модуля напряженности. За единицу принят уровень, соответствующий падающей волне. Из рисунка видно, что внутри цилиндра напряженность поля везде почти одинакова. Это объясняется малой толщиной цилиндра, сравнимой с толщиной скин-слоя (в платине на длине волны 3 см толщина скин-слоя составляет 1,6 мкм).



УДК 621.382.2

## ВЛИЯНИЕ ПРОТЯЖЕННОСТИ БОКОВОЙ ГРАНИЦЫ НА ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ ПЛАНАРНОГО ДИОДА

Э. Д. Прохоров, О. В. Боцула, О. А. Реутина

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,  
4, пл. Свободы, Харьков, 61077, Украина, Тел.(0572) 7051262  
E-mail: e.d.prokhorov@mail.ru

Поступила в редакцию 18 сентября 2012 г.

Исследованы вольтамперные характеристики и эффективность генерации диодов с боковыми границами, обладающими отрицательной дифференциальной проводимостью, в планарном варианте. Показано, как влияют расположение боковой границы и ее размеры в промежутке анод-катод на характеристики диода с боковыми границами. При размерах границы значительно меньших расстояния анод-катод перемещение границы к аноду ухудшает вольтамперные характеристики диода. Протяженная граница, сравнимая с расстоянием анод-катод, также ухудшает вольтамперные характеристики, отрицательную дифференциальную проводимость и эффективность генерации диодов с боковыми границами.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** боковая граница, вольтамперные характеристики, эффективность генерации, отрицательная дифференциальная проводимость.

Досліджено вольтамперні характеристики та ефективність генерації діодів з боковими межами, які мають негативну диференціальну провідність в планарному варіанті. Показано, як впливають розташування бічної межі і її розмір в проміжку анод-катод на характеристики діоду з боковими межами. При розмірах межі значно меншої, ніж відстань між анодом та катодом, переміщення межі до аноду погіршує вольтамперні характеристики діоду. Протяжна межа, порівнянна з відстанню анод-катод, також погіршує вольтамперні характеристики, негативну диференціальну провідність і ефективність генерації діодів з боковими межами.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** бічна межа, вольтамперні характеристики, ефективність генерації, негативна диференціальна провідність.

The current-voltage curve and the efficiency of the generation of diodes with a lateral boundary with a negative differential conductivity in a planar form are investigated. The lateral boundary location and its size in the anode-cathode are effect on the characteristics of the diode with lateral boundaries. Displacement of the boundary to the anode affects to the current-voltage curve of the diode, when condition that the border size is much less then the anode-cathode distance. Extended border, comparable with to distance of the anode-cathode, also affects the current-voltage curve, negative differential conductivity and efficiency of generation diodes with lateral boundaries.

**KEY WORDS:** the lateral boundary, the current-voltage curve, the efficiency of generation, a negative differential conductivity.

### ВВЕДЕНИЕ

Принципы работы диодов с боковыми границами, которые обладают отрицательной дифференциальной проводимостью (ОДП), описаны ранее [1-3]. Боковыми границами могут быть туннельная граница (ТГ), резонансно-туннельная граница (ТРГ) и др. Диоды с боковыми границами могут быть реализованы в виде «сэндвич»-структуры на основе полупроводника  $n$ -типа, выращенного на сильнолегированной  $n^+$ -подложке, или в планарной структуре на основе полупроводника  $n$ -типа, выращенного на полуизолирующей ( $i$ ) подложке[1].

Анализ «сэндвич»-структур был проведен в работах [2,3], в которых показано, что такие структуры могут быть эффективными в коротковолновой части мм-диапазона и терагерцовом диапазоне.

Более сложным оказывается рассмотрение электронных процессов в планарных структурах диодов с боковыми границами. Конфигурации планарных диодов довольно сложные, распределения электрических полей и токов в структурах двумерные. Это осложняет точное описание, как параметров диодов, так и их вольтамперных и частотных характеристик. В работе [4] показано, как влияет местоположение боковой границы ограниченных размеров (протяженность границы намного меньше длины канала) на вольтамперной характеристике (ВАХ) и эффективность генерации планарного диода. Оказывается, что ВАХ существенным образом изменяется при перемещении ограниченной по длине границы от катода к аноду, что приводит к уменьшению частотного диапазона работы диода и уменьшению эффективности генерации. В реальном диоде боковая граница имеет конечные размеры, которые могут быть сравнимы с размерами канала от катода к аноду.

Целью настоящей работы является исследование вольтамперных характеристик и эффективности генерации планарного диода с боковой границей конечных размеров.

### АНАЛИЗ ПЛАНАРНОГО ДИОДА С БОКОВОЙ ГРАНИЦЕЙ

Рассматриваемая структура диода показана на рис. 1. Внешнее напряжение  $U_0$  прикладывается между анодом и катодом (А-К). Боковая граница представляет собой туннельный диод, включенный в прямом направлении или резонансно-туннельный диод. При увеличении напряжения на структуре растут ток через А-К и ток через боковую границу. Когда ток через боковую границу достигает максимума и начинает уменьшаться, то уменьшается и ток через всю структуру. В результате ВАХ обладает участком ОДП и такая структура может быть использована для генерации и усиления.

В планарной структуре боковая граница по протяженности может быть сравнима с длиной канала А-К. В этом случае различные точки границы будут находится под разным потенциалом и через них будут протекать разные токи. Суммарная ВАХ будет определяться всеми точками боковой границы.

Рассмотрим отдельные случаи:

- 1 - протяженность границы намного меньше длины А-К;
- 2 - боковая граница представлена двумя участками границы (участок 1 близок к аноду и может перемещаться, участок 2 близок к катоду);
- 3 - боковая граница непрерывна от точки 1 до точки 2 и может быть представлена в виде суммы  $N$  боковых границ.

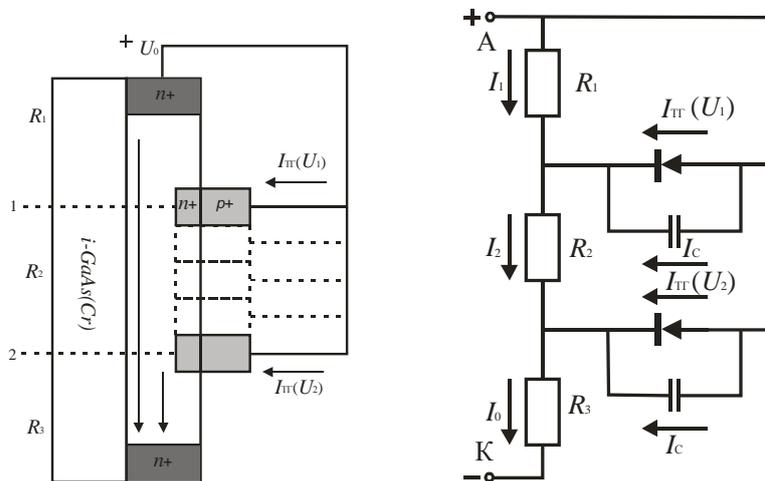


Рис.1. Планарная структура диода с двумя боковыми границами и ее эквивалентная схема. На высоких частотах учитывается емкость, включенная параллельно диодам ТГ

Случай границы, ограниченной протяженности значительно меньшей длины А-К ( $R_2 = 0$ ). Ток через структуру запишется в виде:

$$I_0(U_0) = \frac{U_0 - I_0 R_3}{R_1} + I_{ТГ}(U_0 - I_0 R_3) \quad (1)$$

где  $U_0$  - приложенное к диоду напряжение,  $I_{ТГ}$  - ВАХ боковой границы, которая записана ранее [4] в виде туннельной или резонансно-туннельной границы, сопротивления  $R_1, R_2, R_3$  определяются параметрами диода и материала GaAs, на основе которого сделана структура.

Случай, когда боковая граница представлена двумя участками (участок 1 близок к аноду, участок 2 близок к катоду) представлен на рис.1. При этом площадь этих частей в два раза меньше площади исходной границы.

Из эквивалентной схемы методом узловых напряжений находим ток всей структуры.

$$I_0(U_0) = I_1(U_1) + I_{ТГ}(U_1) + I_C(U_1) + I_{ТГ}(U_2) + I_C(U_2) \quad (2)$$

Из эквивалентной схемы находились падения напряжения  $U_1$  и  $U_2$  на каждом узле:

$$U_2 = U_0 - I_0 R_3 \quad (3)$$

$$U_1 = U_0 - I_0(R_2 + R_3) + I_{ТГ}(U_0 - I_0 R_3) \cdot R_2 \quad (4)$$

Сопротивления  $R_1, R_2$  и  $R_3$  меняются от сотых до единиц Ом в зависимости от места подключений границы и зависят от приложенной напряженности электрического поля к ним. ВАХ в зависимости от положения границы (1) показаны на рис.2.

Реальная ВАХ ТГ при прямом смещении построена при следующих параметрах: материал GaAs,  $n = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu_n = 7000 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ ,  $S_1 = 10^{-6} \text{ см}^2$ ,  $l = 10^{-4} \text{ см}$ ,  $R_1 \approx 10 \text{ Ом}$ ,  $I_{\max} = 0,2 \text{ А}$ ,  $U_{\max} = 0,1 \text{ В}$ ,  $I_S = 10^{-6} \text{ А}$ ,  $b = 0,3$ . Исходная площадь ТГ  $S_2 = 10^{-6} \text{ см}^2$ . Емкость  $C = 1 \text{ пФ}$  ( $C = \epsilon \epsilon_0 S / L$ , где  $L$  – толщина ТГ  $\sim 10^{-6} \text{ см}$ ).

Из анализа ВАХ диода следует, что смещение одной боковой границы к аноду, при условии, что вторая граница остается возле катода, приводит:

- 1) появлению на ВАХ диода двух участков ОДП, первый из которых обусловлен боковой границей вблизи катода (2), а второй обусловлен боковой границей вблизи анода (1),
- 2) к увеличению напряжения  $U_{\max}$  соответствующего  $I_{\max}$ ,
- 3) к увеличению напряжения  $U_{\min}$  соответствующего  $I_{\min}$  для обоих участков отрицательной дифференциальной проводимости;
- 4) к уменьшению  $I_{\max}$  и увеличению  $I_{\min}$  для обоих участков отрицательной дифференциальной проводимости;
- 5) к изменению отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП)
- 6) при соответствующем расположении границ (1) и (2) ВАХ диода может иметь два участка ОДП, на каждом из которых возможна генерация (рис.2).

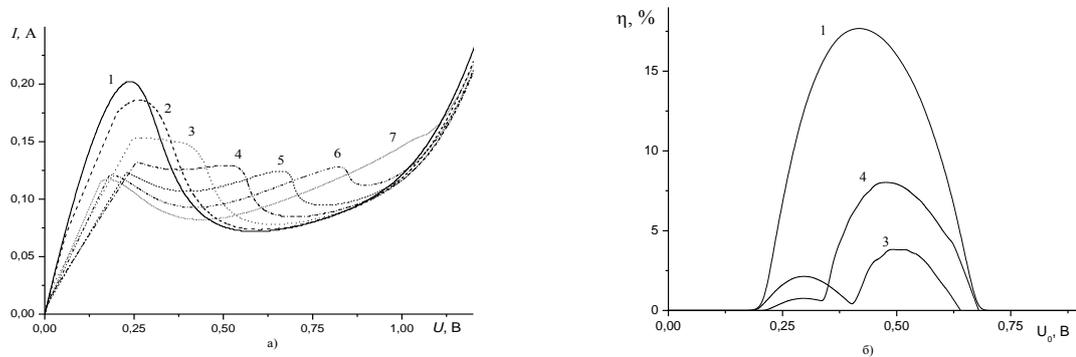


Рис. 2. ВАХ (а) и эффективность генерации (б) диода с двумя ТГ при  $R_3 = 0,5 \text{ Ом}$ : 1 -  $R_1 = 9 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,5 \text{ Ом}$ ; 2 -  $R_1 = 8,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1 \text{ Ом}$ ; 3 -  $R_1 = 7,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ; 4 -  $R_1 = 6,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ; 5 -  $R_1 = 5,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ; 6 -  $R_1 = 4,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ ; 7 -  $R_1 = 3,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$

Случай, когда боковая граница непрерывна от точки 1 до точки 2. Границу условно разбиваем на  $N$  частей. Каждая часть границы может быть соединена с любой точкой на длине канала (пунктир на рис.1). При этом площадь каждой из частей в  $N$  раз меньше площади исходной границы. В данной статье рассматриваем границу из пяти частей.

Ток через всю структуру определялся из эквивалентной схемы методом итерации. Подбиралось значение напряжения  $U_1$  на сопротивлении  $R_1$ . Далее рассчитывались ток  $I_1(U_1)$  и ток через первую ТГ  $I_{\text{ТГ}}(U_1)$ . Поскольку ток через сопротивление  $R_2$  равен сумме токов  $I_1(U_1)$  и  $I_{\text{ТГ}}(U_1)$ , то напряжение  $U_2$  равно:  $U_2 = [I_1(U_1) + I_{\text{ТГ}}(U_1)]R_2$ . Аналогичным образом определялись напряжения  $U_3$ ,  $U_4$ ,  $U_5$ .

В общем виде схема расчета имеет вид:

$$I_N(U_N) = I_{N-1}(U_{N-1}) + I_{\text{ТГ}}(U_{N-1}) \quad (5)$$

$$U_N = [I_{N-1}(U_{N-1}) + I_{\text{ТГ}}(U_{N-1})] \cdot R_N \quad (6)$$

При этом должно выполняться условие для напряжения, приложенного ко всей структуре:

$$U_0 = \sum_{k=1}^N U_k. \text{ Все расчеты методом итерации проводились с точностью } 10^{-4}.$$

На рис. 3. представлены ВАХ диода с пятью ТГ с разными вариантами подключения каждой границы. Увеличение протяженности границы от анода к катоду приводит к:

- уменьшению  $I_{\max}$  и увеличению  $I_{\min}$ ;
- к увеличению напряжений  $U_{\max}$  и  $U_{\min}$ ;
- уменьшению ОДП.

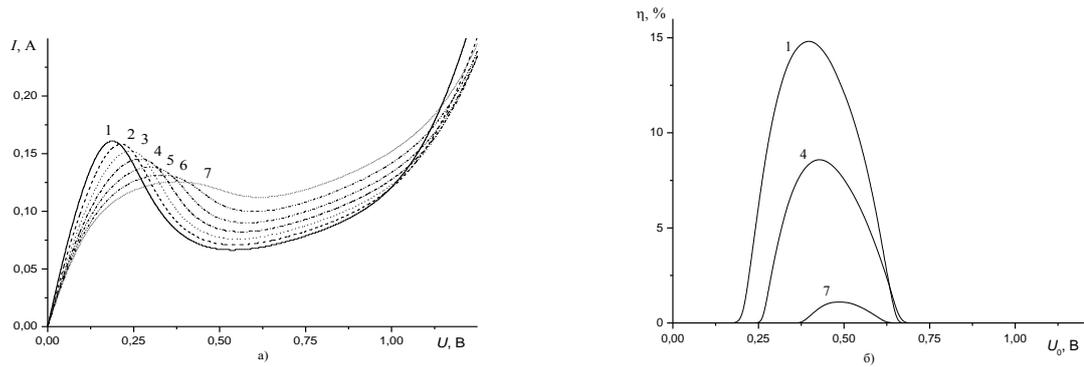


Рис.3. ВАХ (а) и эффективность генерации (б) диода с пятью ТГ при  $R_3 = 0,5 \text{ Ом}$ : 1 -  $R_1 = 9 \text{ Ом}$ ; 2 -  $R_1 = 8,5 \text{ Ом}$ ; 3 -  $R_1 = 7,5 \text{ Ом}$ ; 4 -  $R_1 = 6,5 \text{ Ом}$ ; 5 -  $R_1 = 5,5 \text{ Ом}$ ; 6 -  $R_1 = 4,5 \text{ Ом}$ ; 7 -  $R_1 = 3,5 \text{ Ом}$

На рис. 3. показано как такое изменение ОДП на ВАХ сказывается на максимальной эффективности генерации. Увеличение протяженности границы приводит к уменьшению максимального КПД с 15% до 2%.

Поскольку диод с ТГ выполнен на основе GaAs, то в промежутке А-К необходимо учитывать зависимость  $v(E)$ . На низких частотах (порядка 20 – 50 ГГц) можно воспользоваться аппроксимацией [5,6]:

$$v_N(E) = \frac{\mu(U / l_N) + v_s (U / U_p)^4}{1 + (U / U_p)^4} \tag{7}$$

где  $v_s$  - дрейфовая скорость насыщения в GaAs ( $\sim 10^7 \text{ см/с}$ ),  $U_p$  - пороговое напряжение.

Емкость А-К намного меньше емкости ТГ ( $l_1 \gg l_2$ ,  $l_1$  - расстояние между А-К,  $l_2$  - расстояние между ТГ и катодом). С увеличением частоты существенную роль будет играть емкостное сопротивление  $Z_C = 1 / \omega C$ , которое включено параллельно активной проводимости ТГ.

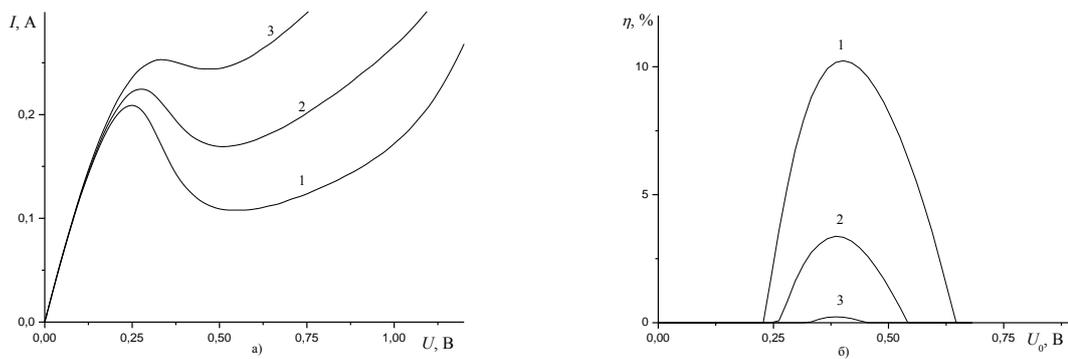


Рис. 4. ВАХ (а) и эффективность генерации диода с двумя ТГ при  $R_1 = 9 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,5 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 0,5 \text{ Ом}$  на частоте: 1 – 10 ГГц; 2 – 30 ГГц; 3 – 60 ГГц

С увеличением частоты область ОДП уменьшается. Если граница находится возле катода, то КПД уменьшается с 10 % при рабочей частоте 10 ГГц до 0,5 % при частоте 60 ГГц (рис.4). Во втором случае, когда граница разбита на две составные части и одна подключена близко к катоду, а вторая находится на некотором расстоянии от анода, как уже говорилось, появляется два участка ОДП. В этом случае, с увеличением частоты сначала исчезает участок ОДП, обусловленный ТГ возле анода. Первый же участок ОДП уменьшается медленнее и на частоте 60 ГГц КПД составляет меньше, чем 0,25% (рис.5).

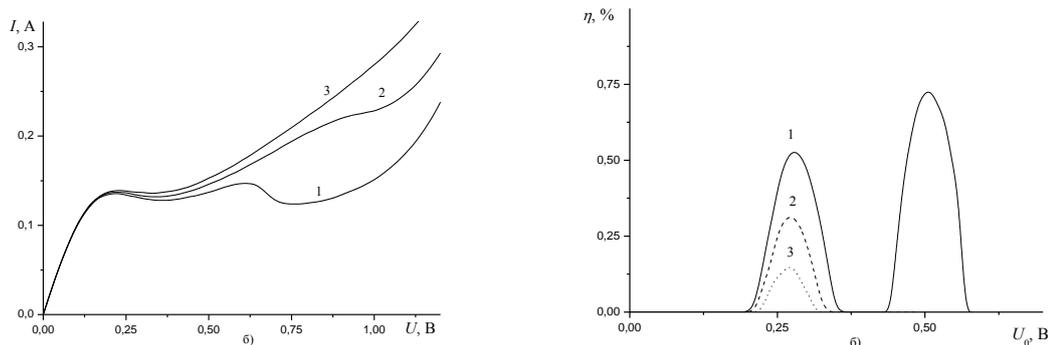


Рис. 5. ВАХ (а) и эффективность генерации диода с двумя ТГ при  $R_1 = 6,5$  Ом,  $R_2 = 3$  Ом,  $R_3 = 0,5$  Ом на частоте: 1 – 10 ГГц; 2 – 30 ГГц; 3 – 60 ГГц

### ВЫВОДЫ

В результате проведенных расчетов показано:

1. Диод с двумя боковыми границами (одна перемещающаяся к аноду, вторая у катода) может иметь два участка ОДП и две зоны генерации по напряжению.
2. Перемещение первой границы к аноду изменяет ВАХ диода и КПД.
3. Расширение боковой границы к аноду при ее электрическом соединении с анодом изменяет ВАХ диода и ухудшает КПД от 15% до 1-2%
4. Для эффективной работы диода с боковой границей необходимо выбирать место подключения и протяженность границы, позволяющей получать оптимальные КПД.
5. Диоды с ТГ способны работать на частотах до 60 ГГц, при этом их КПД составляет менее 1%.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прохоров Э. Д., Боцула О.В. Отрицательная дифференциальная проводимость полупроводникового диода с туннельными боковыми гранями // Радиофизика и электроника. – 2010. – Т.15. – № 2. – С. 109–113.  
*Prokhorov E.D., Botsula O.V., Negative differential conductivity of a tunnel side-boundary semiconductor device, // Telecommunication and Radio Engineering, -2011, -v.70, -iss 9, -pp.809-818*
2. Прохоров Э.Д., Боцула О.В., Клименко О.А., Генерация и умножение частоты диодами с туннельными границами на основе GaAs // Радиофизика и электроника, –2011. –Т. 16. – № 3, – с. 91-96. *E.D. Prokhorov, O.V. Botsula, and O.A. Klimenko Generation and Frequency Multiplication by GaAs-Diodes with Tunnel Boundaries. Telecommunication and Radio Engineering. –2012. – V.71.–№ 11, P. 1045-1055.*
3. Прохоров Э.Д., Боцула О.В., Клименко О.А. Эффективность генерации диодов с резонансно-туннельными границами в сэндвич варианте // Радиофизика и электроника, , ИРЭ НАНУ.–2012.– Т. 17. – № 3, – С. 72-78.
4. Прохоров Э.Д., Боцула О.В., Реутин О.А. Импеданс и эффективность генерации планарного диода с резонансно-туннельными границами на основе GaAs, // Радиофизика и электроника, ИРЭ НАНУ. – 2013. – Т. 18, – №1.
5. Зи С. Физика полупроводниковых приборов: в 2 т. Т. 2. – М.: Мир, 1984. – 456 с.
6. Прохоров Э.Д. Твердотельная электроника.-Х: ХНУ им. В.Н. Каразина, 2008. –544 с.

УДК 621.382.2

## ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ДИОДОВ ГАННА НА ОСНОВЕ ВАРИЗОННОГО СОЕДИНЕНИЯ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$

М. В. Кайдаш

Национальный фармацевтический университет  
Поступила в редакцию 24 ноября 2012 г.

Применение варизонных полупроводников в диодах Ганна позволяет повысить выходную мощность и эффективность генерации электромагнитных колебаний. Однако тройное соединение  $\text{InGaAs}$  не позволяет создать оптимальный профиль распределения бинарных полупроводниковых компонент. Этот недостаток устраняется в соединении  $\text{AlGaInAs}$ . В данном исследовании, во-первых, проведены численные эксперименты по генерации с помощью диодов Ганна на основе варизонного  $\text{AlGaInAs}$ , во-вторых, оптимизированы параметры и получены выходные характеристики диодов. Исследование показало, что варизонные  $\text{AlGaInAs}$  диоды Ганна превосходят однотипные  $\text{InGaAs}$  и  $\text{AlGaAs}$  диоды по эффективности генерации и выходной мощности. Результаты исследования расширяют знания о физических процессах переноса носителей заряда в сложных полупроводниковых структурах и могут быть использованы для технологических разработок новых быстродействующих приборов на основе варизонных полупроводниковых соединений.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** частота, эффективность, генерация, диод Ганна, варизонный полупроводник, междолинный перенос электронов, выходная мощность, электромагнитные колебания, перенос заряда, доменная неустойчивость, арсенид галлия, арсенид индия, арсенид алюминия.

Використання варизонних напівпровідників в діодах Ганна дозволяє збільшити вихідну потужність і ефективність генерації електромагнітних коливань. Однак потрібна сполука  $\text{InGaAs}$  не дозволяє створити оптимальний профіль розподілу бінарних напівпровідникових компонент. Цей недолік можна уникнути у сполуці  $\text{AlGaInAs}$ . У даному дослідженні, по-перше, проведені числові експерименти по генерації за допомогою діодів Ганна на основі варизонного  $\text{AlGaInAs}$ , по-друге, оптимізовані параметри і отримані вихідні характеристики діодів. Дослідження показало, що варизонні  $\text{AlGaInAs}$  діоди Ганна перевищують однотипні  $\text{InGaAs}$  і  $\text{AlGaAs}$  діоди по ефективності генерації і вихідній потужності. Результати дослідження розширюють знання про фізичні процеси перенесення носіїв заряду в складних напівпровідникових структурах і можуть бути використані для технологічних розробок нових швидкодіючих приладів на основі напівпровідникових нітридів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** частота, потужність, ефективність, генерація, діод Ганна, варизонний напівпровідник, міждолинний перенос електронів, вихідна, електромагнітні коливання, переніс носіїв заряду, доменна нестійкість, арсенид галію, арсенид індія, арсенид алюмінію.

The usage of graded-gap semiconductors in the Gunn diodes results in increasing the output power and efficiency of the electromagnetic waves generation. However, the ternary compound  $\text{InGaAs}$  does not create the optimal distribution profile of binary semiconductor components. This disadvantage can be eliminated in  $\text{AlGaInAs}$  compound. The paper presents the following results: firstly, the numerical experiments on the generation of oscillations by means of Gunn diodes based on graded-gap  $\text{AlGaInAs}$  has been carried out, secondly, the parameters has been optimized and, thirdly, diodes output characteristics has been obtained. The study showed that  $\text{AlGaInAs}$  graded-gap Gunn diodes outperform the  $\text{InGaAs}$  and  $\text{AlGaAs}$  diodes of same type on generation efficiency and output power. The results of the study extend the knowledge of the physical processes of carrier transport in complex semiconductor structures and can be useful for the development of new high-speed devices based on graded-gap semiconductor compounds.

**KEY WORDS:** frequency, efficiency, generation, Gunn diode, graded-gap semiconductor, intervalley electron transfer, output power, electromagnetic waves, carrier transfer, domain instability, gallium arsenide, indium arsenide, aluminum arsenide.

Приборы, работающие на эффекте междолинного переноса электронов (МПЭ) в миллиметровом диапазоне длин волн имеют ряд принципиальных проблем, ограничивающих сверху рабочую частоту. Одна из основных проблем связана с разогревом электронного газа вблизи катодного контакта. Для того чтобы сократить размеры "холодной" зоны, используют всевозможные катодные контакты, которые обеспечивают разогрев электронного газа у катода. Это, как правило, резкие гомо- или гетеропереходы,

создающие в окрестности катода короткую область с высоким значением электрического поля, где электроны без столкновений набирают энергию, достаточную для рассеяния в боковые долины.

На ограничение частотных возможностей субмикронных диодов оказывает отрицательное влияние также и анодный контакт. Область высокого поля анодного  $n-n^+$  контакта влияет на электроны, находящиеся в окрестности катодного контакта. Для развязки катода с анодом используют двухзонный  $n^+-n^- - n^+-n$  катод или гетеропереход на аноде. Создание приборов со сложными контактами является технологически дорогостоящей задачей. Поэтому для получения генерации электромагнитных колебаний в миллиметровом диапазоне, как правило, используют генерацию гармоник на диодах с омическим  $n^+-n$  или  $m-n$  катодом и анодом.

В варизонных полупроводниках  $A_3B_5$  разогрев электронного газа имеет ряд отличительных черт, которые позволяют принципиально по-другому решить названные выше проблемы. Теоретические исследования МПЭ в варизонных полупроводниках и приборах на их основе были предприняты в работах [1-3]. С помощью двухтемпературной модели МПЭ в варизонном полупроводнике, исследована работа InGaAs [1], AlGaAs [2], InPAs [3] варизонных диодов Ганна (ДГ) с  $n^+-n$  и  $n^+-n^- - n$  катодами. По

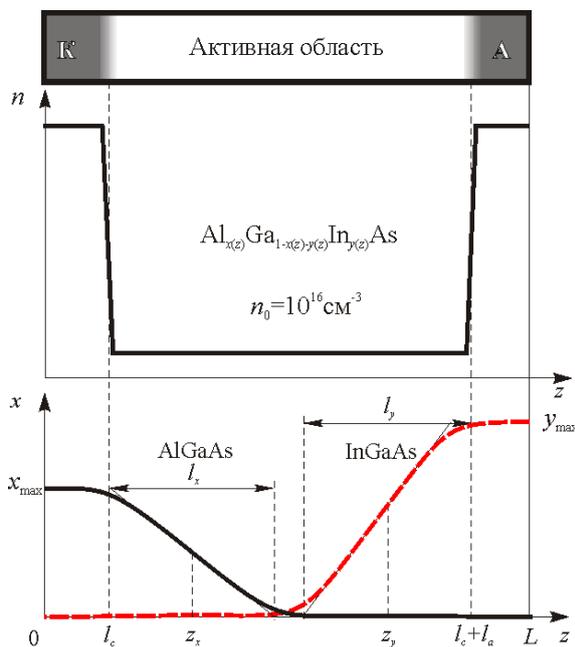


Рис. 1. Схема структуры, профиля легирования и распределение бинарных компонент InAs и AlAs в диоде Ганна на основе варизонного соединения  $Al_{x(z)}Ga_{1-x(z)-y(z)}In_{y(z)}As$

AlGaInAs, поиск оптимального распределения бинарных компонент AlAs, GaAs и InAs в диоде и получения выходных характеристик.

### МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассматриваются ДГ  $n^+-n-n^+$  структуры, представленной на рис. 1. Процентное содержание InAs и AlAs в  $Al_{x(z)}Ga_{1-x(z)-y(z)}In_{y(z)}As$  задаются однотипной зависимостью

$$x(z) = x_{\max} \left[ 1 + \exp \left\{ \frac{4(z - z_x)}{l_x} \right\} \right]^{-1}, \quad y(z) = y_{\max} \left( 1 - \left[ 1 + \exp \left\{ \frac{4(z - z_y)}{l_y} \right\} \right]^{-1} \right), \quad (1)$$

где  $x_{\max}$  — предельное содержание AlAs при  $z \rightarrow -\infty$  (в катоде);  $y_{\max} = 0,4$  — предельное содержание InAs при  $z \rightarrow +\infty$  (в аноде);  $l_x$  и  $l_y$  — характерные длины переходных слоев (варизонных) слоев для  $x$  и  $y$  компонент;  $z_x$  и  $z_y$  — координаты центров переходных слоев для  $x$  и  $y$  компонент. В данном исследовании  $l_x = l_y = 1,2$  мкм  $\approx l_a/2$ , где  $l_a$  — длина активной области диода. Параметры  $z_x$  и  $z_y$  подобраны таким образом, что в центре активной области  $x(z) \approx 0$  и  $y(z) \approx 0$  (рис. 1). Исследованы диоды с длиной активной области, равной 2,5 мкм и концентрацией электронов в ней  $n_0 = 10^{16}$  см $^{-3}$ . Таким образом, рассматривается  $Al_{x(z)}Ga_{1-x(z)}As - GaAs - In_{0,4}Ga_{0,6}As$  структура диода с омическими катодным  $n^+-n$  и анодным  $n-n^+$  контактами. Температура кристаллической решетки считалась постоянной равной 300 К.

выходной мощности и предельной рабочей частоте такие диоды могут превосходить аналогичные диоды с другими известными типами катодными контактами.

Анализ работы ДГ на основе разных варизонных полупроводников показал, что основной причиной повышения эффективности работы ДГ является локальное понижение энергетического зазора между неэквивалентными долинами в варизонном полупроводнике в области катодного контакта. Оптимальная величина энергетического зазора между долинами в катодном контакте при температуре кристаллической решетки 300 К, составляет 0,1÷0,2 эВ. Однако, в некоторых тройных варизонных соединениях, таких как InGaAs и InPAs, оптимума энергетического зазора добиться не удастся из-за ограничения нижней его границы в GaAs (0,36 эВ) и InP (0,6 эВ). Более сложные полупроводниковые соединения AlGaInAs и InGaPAs позволяют варьировать энергетическим зазором между долинами в большем интервале, чем AlGaAs, InPAs, GaPAs и InGaAs. Работа диодов Ганна на основе названных соединений не исследована. Цель работы — изучение особенностей работы ДГ на основе варизонного

Исследования проводились с помощью трехуровневой модели МПЭ в варизонных полупроводниках, основанной на решении кинетического уравнения Больцмана для случая, смещенного максвелловского распределения электронов [5]. Данная модель представляет собой систему уравнений, состоящую из уравнений непрерывности (2), плотности тока (3) и баланса энергии (4) для каждой из трех неэквивалентных долин зоны проводимости полупроводника, а также уравнения Пуассона (5):

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\frac{1}{e} \frac{\partial j_i}{\partial z} - \frac{n_i}{\tau_{n,ij}} - \frac{n_i}{\tau_{n,ik}} + \frac{n_j}{\tau'_{n,ji}} + \frac{n_k}{\tau'_{n,ki}}; \quad (2)$$

$$j_i = n_i \mu_i \left( eE + \frac{\partial \chi_i}{\partial z} \right) + \kappa_b \mu_i \left( \frac{3n_i T_i}{2m_i} \frac{\partial m_i}{\partial z} - \frac{\partial(n_i T_i)}{\partial z} \right); \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \kappa_b \frac{\partial n_i T_i}{\partial t} = j_i E + \frac{j_i}{e} \frac{\partial \chi_i}{\partial z} - \frac{5}{2} \kappa_b \frac{1}{e} \frac{\partial(j_i T_i)}{\partial z} - \frac{3}{2} \kappa_b \left( \frac{n_j T_j}{\tau'_{\varepsilon,ji}} + \frac{n_k T_k}{\tau'_{\varepsilon,ki}} - \frac{n_i T_i}{\tau_{\varepsilon,i}} \right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\varepsilon E)}{\partial z} = 4\pi e(n_i + n_j + n_k - n_0), \quad (5)$$

где индексы  $i, j, k$  определяют три неэквивалентные долины. Уравнения (2)–(4) записаны для  $i$ -долины. Здесь  $n_i, \mu_i, m_i, j_i, T_i$  – соответственно концентрация, подвижность, эффективная масса, плотность тока и температура электронов в  $i$ -долине,  $\tau_{n,ij}, \tau_{\varepsilon,ij}$  – время релаксации концентрации и энергии электронов при междолинном переходе из  $i$ - в  $j$ -долину,  $\tau_{\varepsilon,i}$  – время релаксации энергии электронов в  $i$ -долине,  $\chi_i$  – энергия, необходимая, чтобы перевести электроны с энергетического минимума  $i$ -й долины до локального уровня вакуума,  $E$  – напряженность электрического поля,  $n_0$  – концентрация ионизированных доноров,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость,  $e$  – модуль заряда электрона,  $\kappa_b$  – постоянная Больцмана,  $t$  – время,  $z$  – координата. Средняя плотность тока в диоде определяется как сумма средних в трех долинах. Система уравнений (2) – (5) решалась численными методами. Моделируется ситуация, когда на диод прикладывается синусоидальное напряжение с постоянной составляющей, что соответствует помещению диода в одноконтурный резонатор. Выходные характеристики оптимизировались для разных частот по напряжению смещения и амплитуде первой гармонике. Вычисления эффективности генерации диодов проводилось для второго и третьего периодов колебаний.

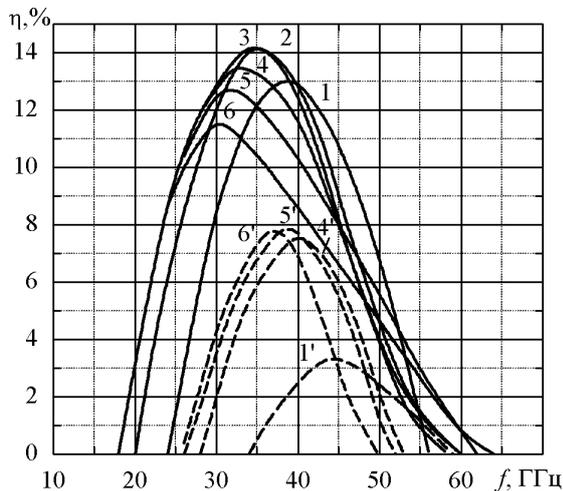


Рис. 2. Зависимость эффективности генерации от частоты  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$ - (непрерывные линии) и  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-ДГ}$  (пунктирные линии): 1, 1' –  $x_{\max} = 0$ ; 2 – 0,5 мкм; 3 – 0,10; 4, 4' – 0,15; 5, 5' – 0,20; 6, 6' – 0,25.

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

В диодах с  $\text{Al}_{x(z)}\text{Ga}_{1-x(z)}\text{As}$  ( $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs}$ ) варизонным слоем в зависимости от значения  $x_{\max}$  может возникать режимы, связанные с дрейфом дипольных доменов или обогащенных слоев. Доменный режим неустойчивости возникает при небольшом значении  $x_{\max} = 0,03 \dots 0,04$  ( $\Delta_{\min} \approx 0,33 \text{ эВ}$ ). При возрастании  $x_{\max}$  энергетический зазор между центральной долиной и ближайшей по энергии боковой долиной уменьшается, что приводит к увеличению заселенностью электронами боковых долин локализованного вблизи катодного контакта. Тем самым улучшаются условия формирования доменов. Электроны, которые находятся у катода, быстрее и при меньших уровнях энергии переходят в боковые долины. Длина области разогрева электронов у катода уменьшается. Этот процесс сопровождается ростом пиковых значений эффективности генерации и выходной мощности (рис. 2). Однако высокая заселенность электронами боковых долин у катода приводит к уменьшению средней дрейфовой скорости распространения

доменов, из-за чего оптимальная частота генерации (частота, соответствующая максимуму эффективности) падает. Оптимальное значение  $x_{\max} = 0,20$ , что соответствует  $\Delta_{\min} \approx 0,19 \text{ эВ}$  (рис. 3). Данный оптимум обусловлен влиянием, во-первых, зависимости энергии электронного сродства от координаты, которая приводит к потоку электронов, направленных от анода к катоду, во-вторых,

увеличение заселенности боковых долин у катода влечет за собой повышение потребляемой диодом мощности.

В диодах с  $\text{In}_{y(z)}\text{Ga}_{1-y(z)}\text{As}$  ( $\text{GaAs-In}_{0,4}\text{Ga}_{0,6}\text{As}$ ) варизонным слоем физические процессы такие же, что в  $\text{Al}_{x(z)}\text{Ga}_{1-x(z)}\text{As}$  диодах. Для такого диода максимальное значение эффективности генерации имеет место, когда  $y_{\min}=0$  ( $\Delta_{\min} \approx 0,36$  эВ). Совмещение двух соединений в одном диоде – соединение  $\text{Al}_{x(z)}\text{Ga}_{1-x(z)}\text{As}$  в окрестности катодного контакта, а  $\text{In}_{y(z)}\text{Ga}_{1-y(z)}\text{As}$  вблизи анодного контакта позволяет уменьшать энергетический зазор  $\Delta_{\min}$  путем увеличения  $x_{\max}$ . Как видно из зависимостей на рис. 2, 3 в диодах с  $\text{Al}_{x(z)}\text{Ga}_{1-x(z)-y(z)}\text{In}_{y(z)}\text{As}$  ( $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$ ) варизонным слоем достигается экстремум эффективности генерации при оптимальном значении  $x_{\max} = 0,10$  ( $\Delta_{\min} \approx 0,28$  эВ). Сравнительный анализ показывает, что эффективность генерации  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$  и  $\text{GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$  диодов с длиной активной области, равной 2,5 мкм отличаются незначительно. Можно предположить, что при меньшей длине активной области, это различие будет существеннее.

### ВЫВОДЫ

1. В диодах Ганна на основе варизонного соединения  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$  при любом содержании AlAs реализуется режим с доменной неустойчивостью.

2. Оптимальное содержания бинарной компоненты AlAs в варизонном соединении  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$  в катодном контакте составляет 0,1, что соответствует минимальному зазору между неэквивалентными долинами 0,28 эВ. При этом пиковое значение эффективности генерации составляет 14,3% на частоте 35 ГГц с выходной мощностью 10,3 кВт/см<sup>2</sup>. Для сравнения пиковое значение эффективности генерации  $\text{GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$  диодов составляет 13% на частоте 38,7 ГГц с выходной мощностью 9,8 кВт/см<sup>2</sup>.

3. Диоды Ганна на основе варизонного соединения  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs-Ga}_{0,6}\text{In}_{0,4}\text{As}$  при оптимальном содержании AlAs в катодном контакте почти вдвое превосходят по эффективности генерации и выходной мощности ДГ на основе  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs}$ . Оптимальное содержания бинарной компоненты AlAs в варизонном соединении  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs}$  в катодном контакте составляет 0,2, что соответствует минимальному зазору между неэквивалентными долинами 0,19 эВ. При этом пиковое значение эффективности генерации составляет 7,9% на частоте 37 ГГц с выходной мощностью 5,4 кВт/см<sup>2</sup>.

Таким образом, варизонные AlGaInAs диоды Ганна превосходят однотипные InGaAs и AlGaAs диоды по эффективности генерации и выходной мощности. Результаты исследования расширяют знания о физических процессах переноса носителей заряда в сложных полупроводниковых структурах и могут быть использованы для технологических разработок новых быстродействующих приборов на основе варизонных полупроводниковых соединений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стороженко И.П. Частотные возможности диодов с междолинным переносом электронов на основе варизонного  $\text{In}_{x(z)}\text{Ga}_{1-x(z)}\text{As}$  с различными катодными контактами / И.П. Стороженко // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52, № 10. – С. 1253 – 1259
2. Стороженко И.П. Диоды Ганна на основе варизонного  $\text{Al}_{x(z)}\text{Ga}_{1-x(z)}\text{As}$  с различными катодными контактами / И.П. Стороженко // Радиофизика и радиоастрономия. – 2006. – Т. 11, № 2. – С.186 – 197
3. Стороженко И.П. Варизонные  $\text{InP}_{1-x(z)}\text{As}_{x(z)}$  диоды Ганна с различными катодными контактами / И.П. Стороженко // Радиофизика и электроника. – 2006. – Т. 11, № 3 –С. 421 – 429

УДК 535.621.373.826

## ПРОФИЛЬНЫЙ БОЛОМЕТР ПАРАМЕТРОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

С.В. Погорелов<sup>1</sup>, Б.В. Сафронов<sup>2</sup>, В.П. Балкашин<sup>2</sup>, И.А. Приз<sup>2</sup>, И.В. Красовский<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Національний фармацевтичний університет

53, ул. Пушкинская, г. Харьков, 61002, Украина

<sup>2</sup>Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

4, пл. Свободы, г. Харьков, 61022, Украина

Поступила в редакцию 19 ноября 2012 г.

Данная работа содержит результаты решения задачи об измерении энергетических и пространственных параметров интенсивного и широкоапертурного лазерного излучения. Создан и исследован профильный болометрический преобразователь, состоящий из двух идентичных решеток с тонкопроволочными болометрическими элементами, который с успехом может быть использован для абсолютных измерений непрерывной мощности интенсивного лазерного излучения в широком спектральном диапазоне, поскольку для него нет ограничений на максимальный размер входной апертуры.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** сопротивление элемента решетки, импульс лазера, тонкопроволочный болометрический элемент, погонная масса болометра, интенсивность лазерного излучения, мощность лазерного излучения, температурный коэффициент сопротивления, фактор эффективности поглощения.

Дана робота містить результати розв'язання задачі про вимірювання енергетичних і просторових параметрів інтенсивного лазерного випромінювання з великою апертурою. Створено та досліджено профільний болометричний перетворювач, що складається з двох ідентичних ґрат з тонкодротовими болометричними елементами, який з успіхом може бути використаний для абсолютних вимірювань безперервної потужності інтенсивного лазерного випромінювання в широкому спектральному діапазоні, оскільки для нього немає обмежень на максимальний розмір вхідної апертури.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** опір елемента ґрати, імпульс лазера, тонкодротовий болометричний елемент, погонна маса болометра, інтенсивність лазерного випромінювання, потужність лазерного випромінювання, температурний коефіцієнт опору, фактор ефективності поглинання.

The paper deals with the problem of measuring the energy and spatial parameters of the intense and wide-aperture laser radiation. Profile bolometric converter consisted of two identical gratings of fine-wire bolometric elements has been created and studied. We show that it can be successfully used for absolute measurements of the continuous power of intense laser radiation in a wide spectral range, since it has no limit on the maximum size of the entrance aperture.

**KEY WORDS:** resistance of the grating element, laser pulse, fine bolometric element, mass per unit length of the bolometer, the intensity of the laser radiation, the power of the laser radiation, the temperature coefficient of resistance, the efficiency factor of absorption.

Измерение энергетических и пространственных параметров интенсивного и широкоапертурного лазерного излучения представляет важную задачу для науки и народного хозяйства. Цель данной работы решить поставленную задачу с использованием предложенного, обоснованного и исследованного профильного болометрического преобразователя, состоящего из двух идентичных решеток с тонкопроволочными болометрическими элементами, сигналы с которых регистрируются индивидуально и практически одновременно.

### МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Профильный болометрический преобразователь состоит из двух идентичных решеток с постоянным периодом тонкопроволочных платиновых элементов (рис.1). Элементы решеток взаимно перпендикулярны друг к другу и располагаются в близких сечениях оптического пучка. Длина элементов составляет 80 мм, а их период – 4 мм. Каждая решетка содержит по 16 болометрических элементов. Диаметр входной апертуры преобразователя для оптического пучка равен 65 мм. Диаметр болометрических элементов составляет около 10 мкм, а их сопротивления составляют около 100 Ом. Каждый болометрический элемент подключается к источнику постоянного напряжения 1,5 В через дополнительное сопротивление 3 кОм. Сигналы с болометрических элементов регистрируются быстродействующим 32-х канальным аналого-цифровым преобразователем ЛА-3USB, выход которого подключается к электронно-вычислительной машине. Время измерения напряжения одного канала составляет 2,5 мкс, а опрос 32 каналов происходит за 80 мкс. Затем все повторяется. Результаты измерений запоминаются в ЭВМ. В АЦП можно изменять коэффициент усиления измеряемого

напряжения от 1 до 64 и оно измеряется с 14 двоичными знаками, а минимальный уровень квантования составляет около 20 мкВ. На ЭВМ можно просмотреть сигнал с каждого болометра, и он регистрируется в цифровой форме (рис. 2).

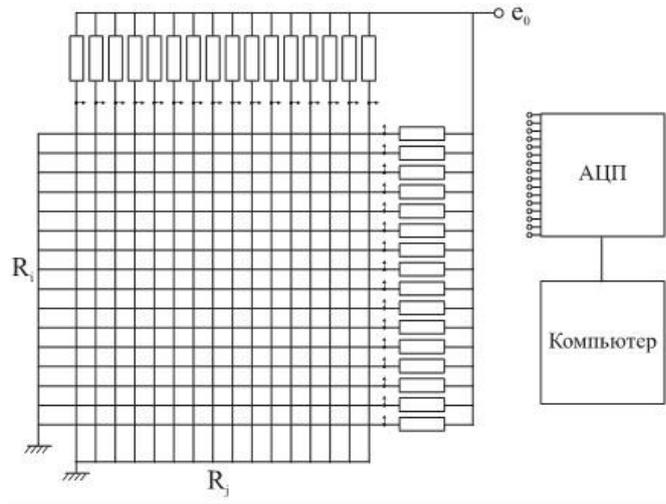


Рис. 1. Структурная схема измерительной установки

выше диаметром  $\sim 10$  мс, поэтому болометр работает в баллистическом режиме и его максимальный выходной сигнал пропорционален поглощенной им оптической энергии.

Сумма относительных приращений сопротивлений решеток не зависит от состояния поляризации воздействующего лазерного излучения [1], и уравнение измерения данного преобразователя записывается в виде

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta R_i}{\sum_{i=1}^n \Delta R_{0i}} + \frac{\sum_{j=1}^n \Delta R_j}{\sum_{j=1}^n \Delta R_{0j}} = \eta_0 (1 + K_D) \frac{\bar{E}}{m}, \quad (1)$$

где  $R_0$  и  $\Delta R$  – начальное суммарное сопротивление обеих решеток и их приращение;  $R_{0i}$  и  $\Delta R_j$  – начальные сопротивления элементов решеток и их приращения;  $\eta_0 = \frac{\alpha_0 q_0}{c_0}$  – коэффициент

преобразования болометра,  $\alpha_0$ ,  $q_0$  и  $c_0$  – температурный коэффициент сопротивления, фактор эффективности поглощения (ФЭП) и удельная теплоёмкость болометра соответственно;  $K_D$  – коэффициент дихроизма болометра, равный отношению его ФЭП с линейной поляризацией излучения, перпендикулярной оси болометра  $q_0^H$  к ФЭП с поляризацией, параллельной оси болометра  $q_0^E$ ;  $m$  – погонная масса болометра;  $\bar{E}$  – средняя погонная падающая энергия на болометр.

Уравнение (1) получено путём усреднения уравнения теплового баланса по всей длине болометров решеток. На длине волны излучения 1,06 мкм коэффициент преобразования болометра [2] составляет  $\eta_0 = 7,84$  г/кДж при температуре окружающей среды 20°C, а коэффициент дихроизма  $K_D = 1,57$  с относительными средними квадратическими отклонениями  $\sigma_{\eta_0} = 1,6$  % и  $\sigma_{K_D} = 2,1$  %. По результатам измерений находится относительное приращение сопротивлений решеток  $\Delta R / R_0$  и среднее значение удельной падающей энергии на болометрические элементы  $\bar{E} / m$ . По ее значению, среднему диаметру и погонной массе болометра  $m$  находится средняя удельная падающая энергия на болометр и полная энергия импульса лазерного излучения

$$E = 2S \frac{\bar{E}}{d} = 2 \left( \frac{\bar{E}}{m} \right) \frac{\rho \pi \bar{d}}{4} S = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\bar{E}}{m} \right) \rho \bar{d} S, \quad (2)$$

где  $\bar{d}$  – средний диаметр болометрических элементов;  $\rho$  – удельная плотность платины;  $S$  – площадь одной решетки. Поскольку определяется сумма энергий излучения, падающих на обе решетки, то в выражении (2) появляется коэффициент, равный двум.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис.2 приведен зарегистрированный выходной сигнал, пропорциональный напряжению на одном болометрическом элементе. Нижний уровень  $U_{i0}$  соответствует падению напряжения на сопротивлении элемента от питающего источника при температуре окружающей среды и пропорционально начальному сопротивлению данного элемента  $R_{0i}$ . Максимум сигнала  $U_{imax}$  определяется поглощенной оптической энергией данным элементом. Разность сигналов  $(U_{imax} - U_{i0})$  пропорциональна абсолютному приращению сопротивления  $\Delta R_{0i}$  этого элемента. Отношение  $\Delta R_i / R_{0i}$  дает относительное приращение сопротивления данного элемента. Оно не зависит от погрешностей измерения дополнительного сопротивления, напряжения источника смещения, коэффициента усиления усилителя, так как дополнительное сопротивление намного больше сопротивления элемента. Погрешность величины  $\Delta R_i / R_{0i}$  определяется только погрешностями измерения  $U_{i0}$  и  $U_{imax}$ .

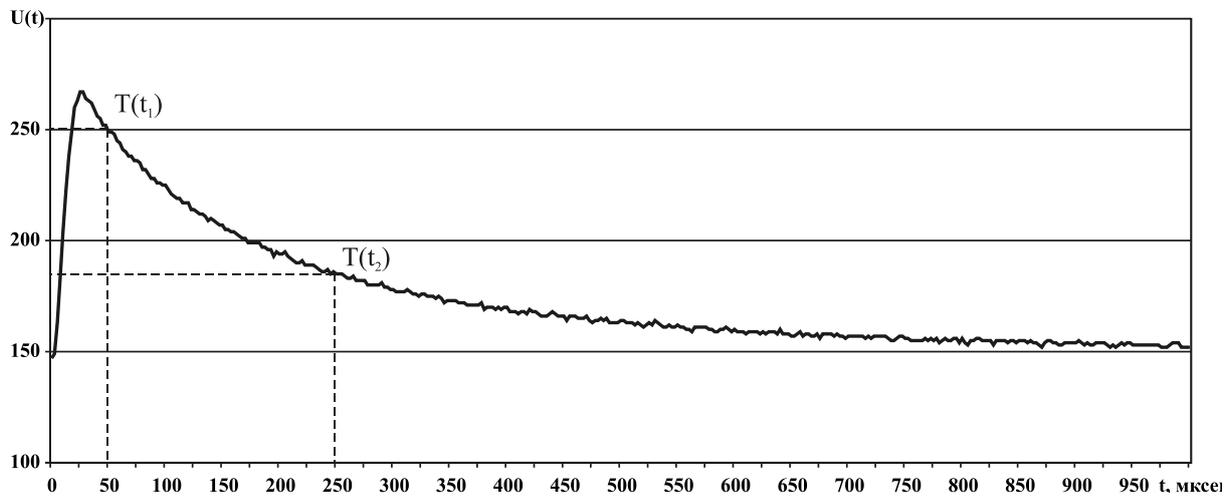


Рис.2. Сигнал с одного болометрического элемента

Предварительно были измерены прибором Щ-68003 начальные сопротивления элементов  $R_{0i}$  и  $R_{0j}$  и их относительные средние квадратические отклонения  $\sim 10^{-4}$ . При этих измерениях ток через элементы составлял 1 мА и дополнительный подогрев практически не наблюдался. Зная абсолютные значения сопротивлений  $R_{0i}$  и  $R_{0j}$  и их относительных приращений под действием излучения, находятся абсолютные приращения сопротивлений  $\Delta R_i$  и  $\Delta R_j$ . Зная абсолютные значения начальных сопротивлений элементов и их абсолютных приращений, находятся относительные приращения сопротивлений решеток и их сумму в соответствии с выражением (1).

При воздействующем импульсе энергии лазера отношения  $\Delta R_i / R_{0i}$  не превышали единицы и можно считать, что решетки работали в линейном режиме. Относительное приращение сопротивления первой

решетки составило  $\frac{\sum_{i=1}^{16} \Delta R_i}{\sum_{i=1}^{16} \Delta R_{0i}} = 0,4375$ , второй решетки  $\frac{\sum_{j=1}^{16} \Delta R_j}{\sum_{j=1}^{16} \Delta R_{0j}} = 0,4502$ , а их сумма  $\frac{\Delta R}{R_0} = 0,8877$ .

Диаметр элементов определялся по удельному сопротивлению платины, длине и их сопротивлению. Средний диаметр элементов решеток составил  $d = 9,72$  мкм. Относительное среднее квадратическое отклонение диаметров болометров  $d_i$  получилось  $\sigma_d = 1,8\%$ , а относительное среднее квадратическое отклонение для  $\bar{d}$  получилось  $\sigma_{\bar{d}} = 0,32\%$ .

Разброс диаметров болометрических элементов не приводит к дополнительным погрешностям регистрации суммарного сигнала решеток поскольку при  $d_i > \bar{d}$ , поглощение оптической энергии будет

больше, так как она пропорциональна диаметру, а нагрев болометра будет меньше, так как теплоемкость данного элемента болометра будет пропорциональна квадрату диаметра. Приращение сопротивления будет меньше. Картина полностью меняется на противоположную при  $d_i < \bar{d}$ . Возникающие систематические погрешности за счет разброса диаметров элементов будут практически полностью компенсироваться.

Используя результаты измеренного значения суммарного относительного приращения сопротивления решеток и приведенные выше параметры  $\eta_0$  и  $K_D$  из формулы (1) получаем значение удельной падающей энергии  $\bar{E}/m = 44,06$  Дж/г. В соответствии с выражением (2) и учетом систематической погрешности за счет отношения длительности оптического импульса  $t \approx 0,8$  мс к тепловой постоянной времени болометра  $\tau = 21,07$  мс и равной  $-0,5 \cdot t/\tau = -0,019$  получаем значение энергии импульса лазера  $E = 0,836$  Дж.

Оценим случайную погрешность измерения энергии импульса лазера. Исходя из формулы (1), относительная дисперсия измеренной средней удельной энергии  $\bar{E}/m$  будет определяться выражением

$$\sigma_{\bar{E}/m}^2 = \sigma_{\Delta R/R_0}^2 + \sigma_{\eta_0}^2 + \left[ -\frac{K_D}{\bar{E}/m} \cdot \frac{\Delta R/R_0}{\eta_0(1+K_D)^2} \right]^2 \sigma_{K_D}^2, \quad (3)$$

где  $\sigma_{\bar{E}/m}$  и  $\sigma_{\Delta R/R_0} \approx 10^{-3}$  – относительные средние квадратические отклонения величин  $\bar{E}/m$  и  $\Delta R/R_0$ . Подставляя значения величин, входящих в выражение (3), получаем относительное среднее квадратическое отклонение измеряемой удельной энергии  $\sigma_{\bar{E}/m} = 2,1$  %. Относительное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_E$  измерения энергии импульса лазера  $E$  определяется формулой

$$\sigma_E^2 = \sigma_{\bar{E}/m}^2 + \sigma_\rho^2 + \sigma_d^2 + \sigma_S^2, \quad (4)$$

где  $\sigma_\rho = 0,1$  % и  $\sigma_S = 0,15$  % – относительные средние квадратические отклонения величин  $\rho$  и  $S$ .

Вычисления дают значения  $\sigma_E = 2,2$  %.

Погрешность измерения энергии импульса лазера, в первую очередь, определяется погрешностью измерения фактора эффективности поглощения болометра, которая входит в значения величин  $\eta_0$  и  $K_D$ .

Параметры оптического пучка [1] (поляризационные коэффициенты взаимодействия излучения с болометрами, коэффициенты неравномерности распределения интенсивности по площади входной апертуры решетки, профильные распределения интенсивности вдоль координатных осей, координаты энергетического центра пучка излучения, среднего квадратичного радиуса пучка и диаметра пучка с заданной долей интенсивности излучения) определяются только профильными сигналами решеток, которые измеряются с довольно малой погрешностью. Поэтому перечисленные параметры определяются также с довольно малой погрешностью.

## ВЫВОДЫ

Таким образом, создан профильный двухрешеточный тонкопроволочный платиновый болометр, позволяющий в линейном режиме проводить абсолютные измерения энергии импульса лазерного излучения на длине волны 1,06 мкм с относительным средним квадратическим отклонением 2,2%, а пространственные параметры пучка излучения со значительно меньшей погрешностью. Данный тип болометра с успехом может быть использован для абсолютных измерений непрерывной мощности, поскольку для него нет ограничений на максимальный размер входной апертуры; также он может быть использован для интенсивного лазерного излучения и в широком спектральном диапазоне.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузьмичёв В.И., Соловьёв В.А., Лапко А.В. Измерение энергетических параметров интенсивного лазерного излучения профильным тонкопроволочным болометром // Радиофизика и радиоастрономия. – 1999. – Т.4. – №3. – С.278 – 295.
2. Kuzmichev V.M., Priz I.A., Safronov B.V., Balkashin V.P., Pogorelov S.V., Kohns P. // Proc. of CAOL-2005 – Vol.2. – P.313-315.

УДК 621.385.6

## ТРАНСПОРТИРОВКА НЕРЕЛЯТИВИСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ В СЛАБОНЕОДНОРОДНЫХ МАГНИТНЫХ ФОКУСИРУЮЩИХ ПОЛЯХ ДЛЯ КЛИНОТРОНОВ СУБМИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

С.С. Пономаренко, С.А. Кишко, А.Н. Кулешов, Э.М. Хуторян, В.В. Завертанный,  
Л.А. Кириченко, А.С. Тищенко и Б.П. Ефимов

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [sergyponomarenko@gmail.com](mailto:sergyponomarenko@gmail.com)

Поступила в редакцию 12 ноября 2012 г.

В работе проводится анализ процесса транспортировки интенсивных электронных потоков (ЭП) в слабонеоднородном фокусирующем магнитном поле. При помощи численного моделирования проведен расчет распределения магнитного поля в зазоре магнитной фокусирующей системы (МФС). На основе результатов моделирования рассчитана траектория граничного электрона ЭП при заданном магнитном поле и оценена величина пульсаций. Показано, что искривление траектории движения ЭП зависит от значения поперечной компоненты индукции магнитного поля, которая резко изменяется при смещении от оси магнитной системы.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** клинотрон, неоднородное фокусирующее магнитное поле, пульсации электронного потока.

У роботі наведено аналіз процесу транспортування інтенсивних електронних потоків у слабонеоднорідному магнітному полі, що фокусує електронний потік (ЕП). За допомогою чисельного моделювання проведено розрахунок розподілу магнітного поля в зазорі магнітної системи. На основі результатів моделювання розрахована траекторія граничного електрона електронного потоку при заданому магнітному полі та проведена оцінка величини пульсацій. Показано, що викривлення траекторії руху ЕП залежить від значення поперечної компоненти індукції магнітного поля, яка різко змінюється при зміщенні від осі магнітної системи.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** клинотрон, неоднорідне магнітне поле, що фокусує електронний потік, пульсації електронного потоку.

The analysis of the electron beam transporting in weak inhomogeneous magnetic focusing field is presented in this paper. The distribution of the magnetic field in magnetic focusing system gap was calculated. The calculation of the trajectory for boundary electron of the electron beam in defined magnetic field was performed. The pulsation value of the electron beam was estimated. It is shown, that electron beam inclination angle to the slow-wave structure depends on transverse component of magnetic field. This component changes rapidly in transverse direction to the magnet system axis.

**KEY WORDS:** clinotron, weak inhomogeneous magnetic field, electron beam pulsation.

Субмиллиметровый диапазон интересен для многих практических применений, таких как сфера безопасности, медицина, изучение веществ и материалов и др., и требует мощных источников электромагнитных колебаний [1]. Однако, большинство «настолевых» генераторов ограничиваются миллиметровым диапазоном рабочих длин волн. Наибольшее распространение среди генераторов с широкой электронной перестройкой по частоте получили ЛОВ серии ОВ. Данные генераторы способны работать в диапазоне длин волн вплоть до 0,2 мм, однако выходная мощность не превышает нескольких милливатт [2].

Одной из причин падения выходной мощности при укорочении рабочей длины волны ЛОВ генераторов является уменьшение толщины эффективного слоя над гребенкой, в котором сосредоточено высокочастотное поле замедленной волны. Традиционно, эффект уменьшения локализации ВЧ поля стараются компенсировать повышением плотности тока электронного пучка. Поэтому при разработке электронно-вакуумных приборов коротковолнового диапазона большое внимание уделяется проблеме формирования и транспортировки интенсивных электронных потоков с допустимой величиной пульсаций. Данная задача решается путем оптимизации электронно-оптической системы (ЭОС) и созданием достаточно высоких магнитных полей. Требования к величине магнитного поля значительно возрастают по мере укорочения длины волны генерируемых колебаний. Для реализации рабочих параметров ЛОВ-клинотронов субмиллиметрового диапазона требуется обеспечить постоянное магнитное поле величиной порядка 1 Т. Традиционно, поля такой величины создавались с помощью электромагнитов. Однако громоздкость, дороговизна, дополнительные источники питания и расход воды

для охлаждения соленоида ограничивают возможности применения таких устройств. В настоящее время применение редкоземельных металлов позволяет создавать компактные МФС на постоянных магнитах, обеспечивающие в зазоре 30 – 35 мм магнитное поле более 1 Т [3].

В данной работе проводится анализ процесса транспортировки нерелятивистского ЭП в клинотроне 400 ГГц диапазона при наличии слабо неоднородного фокусирующего магнитного поля. Магнитное поле создается многосегментной МФС на постоянных магнитах с минимальной индукцией поля 1,05 Т в зазоре величиной 32 мм [4,5].

### ПУЛЬСАЦИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

С целью обеспечения эффективного взаимодействия интенсивного электронного потока с замедленными волнами в ЛОВ генераторах, электроны должны находиться в высокочастотном поле электродинамической системы генератора. Сложность выполнения данной задачи заключается в уменьшении толщины эффективного слоя ВЧ поля, при укорочении рабочей длины волны генератора.

Для оценки толщины эффективного слоя ВЧ поля для замедляющей системы ЛОВ-клинотрона 400 ГГц диапазона частот используем выражения для продольной компоненты электрического поля:

$$E_z(x) = A_0 \exp[-\alpha x], \quad \text{где} \quad \alpha = \sqrt{k_z^2 - (\omega/c)^2}$$

По оценочным данным, толщина эффективного слоя ВЧ поля в рабочем диапазоне частот исследуемого ЛОВ-клинотрона (340 – 410 ГГц) составляет порядка 0,015 мм.

Одной из важных характеристик электронных потоков, удерживаемых в пространстве взаимодействия однородным магнитным полем является величина пульсаций его границы. В миллиметровом и субмиллиметровом диапазоне статические неоднородности пучка могут быть сравнимы с величиной эффективного слоя ВЧ поля. В таком случае при рассмотрении процессов взаимодействия ЭП с ВЧ полем вводят понятие обедненного слоя. В ЛОВ наличие обедненного слоя приводит к увеличению пусковых токов и тем самым снижает КПД генератора. В ЛОВ-клинотронах наклон ЭП к плоскости замедляющей системы в некоторой степени снижает влияние обедненного слоя на выходные его характеристики [6].

Для оценки величины пульсации ЭП в магнитном зазоре МФС определим траекторию движения граничного электрона пучка. Если толщина ЭП намного больше его ширины, то для упрощения задачи, влиянием пространственного заряда у краев электронного пучка можно пренебречь [7,8]. Размеры эмитирующей поверхности реального катода составляют 2,5 x 0,18 мм<sup>2</sup>, поэтому в наших расчетах  $E_y = 0$ . Также считается, что поперечная компонента магнитного поля  $B_y$  в плоскости, перпендикулярной оси  $Y$ , при  $y = 0$ , пренебрежимо мала. Контур ЭП в двумерном приближении схематически показан на рис. 1, где  $X_k$  – полутолщина катода, а  $E_x$  отвечает за расталкивающую силу пространственного заряда.

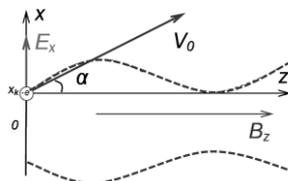


Рис. 1. Профиль пульсирующего ленточного потока

Движения граничного электрона в этом случае описывается следующей системой дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= -\eta E_x - \eta B_z \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Согласно теореме Буша, для случая двумерного магнитного поля и параксиальных траекторий,  $y$  компонента скорости электронов непосредственно не зависит от характера изменения магнитного поля в области неоднородного магнитного поля [8].  $Y$  компонента может быть выражена в виде:

$$\frac{dy}{dt} = \eta B_z \left( x - \frac{B_k}{B_z} x_k \right) \quad (2)$$

Для решения системы (1) необходимо определить закон изменения индукции магнитного поля в зазоре МФС. В процессе разработки фокусирующей системы проводилось численное моделирование при помощи кода SuperFish [9].

Для расчета магнитостатических полей в программе SuperFish был использован Pandira solver. Pandira solver использует прямой метод обращения матрицы и может работать с материалом постоянного магнита. В качестве магнитного материала используется Nd-Fe-B с остаточной намагниченностью 11300 Гс и коэрцитивной силой 836 кА/м. Магнитная система состоит из 4 секций. Каждая секция состоит из восьми магнитных сегментов, закрепленных в железной обойме. Для удержания магнитных полюсов на нужном расстоянии применяются восемь ограничителей из технического чистого железа, которые также являются элементами магнитопровода. По результатам расчетов была создана МФС.

На рис. 2 приводятся распределения продольной компоненты вектора индукции магнитного поля вдоль оси Z (а), а также вдоль оси X (б) при трех различных фиксированных положениях вдоль оси Z.

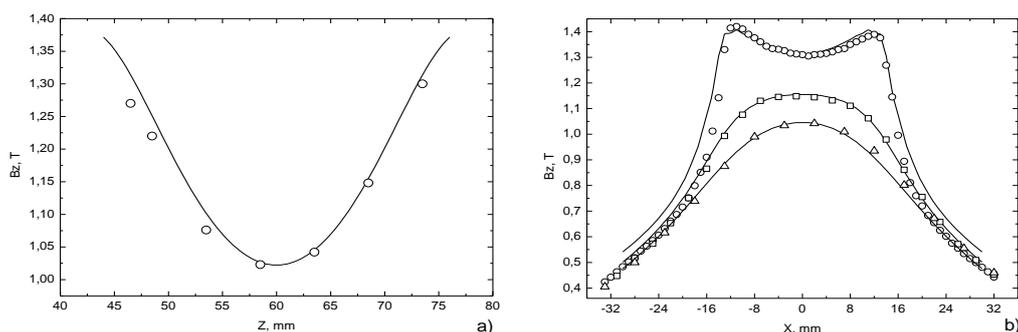


Рис. 2. Распределение  $B_z$  компоненты индукции магнитного поля в зазоре МФС (результаты численного моделирования (линии) и экспериментальные данные (точки)).

Из приведенных графиков видно, что при небольшом смещении от оси МФС по оси X, продольная компонента вектора индукции магнитного поля обладает слабой неоднородностью. По оценочным данным она составляет не более 0,45 % в области диаметром 4 мм. Таким образом, величина пульсаций граничного электрона ЭП будет слабо меняться, при условии смещения оси ЭП в пределах слабо неоднородной области по компоненте. Приведенные результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Поэтому для дальнейшего анализа процессов формирования и транспортировки электронного потока в магнитном зазоре МФС использовались данные, полученные в результате численного моделирования.

Система дифференциальных уравнений движения второго порядка для граничного электрона (1) решается численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка с фиксированным шагом по оси Z. При расчетах считается, что начальный угол влета электрона в магнитное поле  $\alpha$  приблизительно равен  $1^\circ$ , а степень экранировки катода  $B_k/B_z$  равна 1. Расчет траектории граничного электрона производился при максимальных рабочих значениях ускоряющего напряжения и плотности тока ЭП для клинотрона 400 ГГц диапазона.

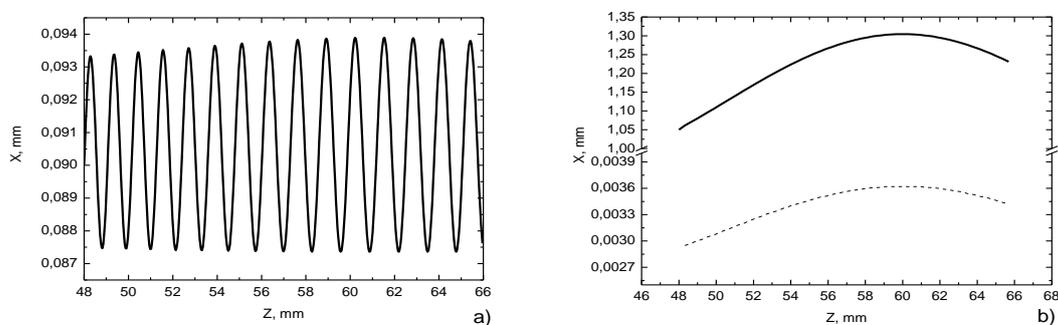


Рис. 3. Траектория граничного электрона (а); Зависимость радиуса (пунктир) и длины (сплошная линия) пульсаций граничного электрона (б) вдоль системы.

На рис. 3 (а) приведена расчетная траектория граничного электрона при ускоряющем напряжении 4 кВ и плотности тока пучка  $40 \text{ А/см}^2$ . По оси абсцисс отложена длина всего пролетного пространства в

ЛОВ-клинотроне от катода до коллектора. Рядом, на рис. 3 (б) показано изменение радиуса и длины пульсаций граничного электрона, при его движении вдоль пространства взаимодействия.

Исходя из полученных данных, следует, что магнитное поле, создаваемое в зазоре МФС, обеспечивает транспортировку интенсивного ЭП (плотность тока до  $40 \text{ А/см}^2$ ) с пульсациями, максимальная величина которых в 4 раза меньше толщины эффективного слоя ВЧ поля замедляющей системы. Данная величина пульсаций ЭП сохраняется при юстировке ЛОВ-клинотрона в области диаметром 4 мм вокруг оси МФС.

### ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ КОМПОНЕНТЫ ИНДУКЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ВЫХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛОВ-КЛИНОТРОНОВ

Известно, что для клинотронов коротковолновой части миллиметрового диапазона максимум выходной мощности наблюдается при смещении генератора от оси МФС в область неоднородного фокусирующего магнитного поля [6,10,11]. В таком положении силовые линии магнитного поля представляются выгнутыми к поверхности замедляющей системы. Длина пролета электрона вдоль таких силовых линий увеличивается, что в свою очередь снижает стартовые токи и ведет к повышению эффективности взаимодействия ЭП с полем замедленной волны.

Очевидно, что характер кривизны силовых линий, а в месте с этим и искривление траектории движения электронного пучка, будет зависеть от величины  $B_z$  и  $B_x$  компонент индукции магнитного поля. В силу того, что неоднородность магнитного поля определялась косвенно – по величине смещения прибора от оси магнита [6,10,11]. Использование современных программных кодов по расчету статических магнитных полей позволяет достаточно точно определить распределение компонент вектора индукции магнитного поля. Основываясь на достоверности расчета  $B_z$  компоненты индукции магнитного поля, в коде SuperFish был проведен расчет  $B_x$  компоненты.

На рис.4 приведен характер изменения распределения  $B_x$  компоненты вдоль оси системы при различном смещении вдоль оси  $X$ .

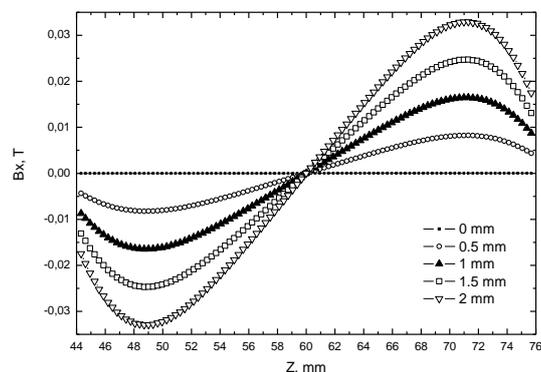


Рис. 4. Распределение  $B_x$  компоненты индукции магнитного поля в зазоре МФС.

В отличие от  $B_z$ , компонента  $B_x$  быстрее изменяется при удалении от оси МФС. В области диаметром 4 мм вокруг оси МФС, неоднородность магнитного поля составляет  $B_x/B_z = 0,028$ . Следовательно, характер кривизны силовых линий магнитного поля в зазоре МФС будет существенно изменяться даже небольшое смещение от оси системы.

Для оценки влияния поперечной компоненты индукции магнитного поля на транспортировку ЭП проведено численное моделирование профиля пучка при различном смещении генератора от оси МФС. Моделирование производилось в коде CST Particle Studio. При расчете профиля пучка учитывалось влияние пространственного заряда и электростатического поля ЭОС. Плотность тока пучка принимается равной  $40 \text{ А/см}^2$ . На рис. 5 приведены результаты численного моделирования для четырех позиций генератора в области неоднородного магнитного поля (предполагается отсутствие угла между осью генератора и МФС). Видно, что при смещении генератора в область неоднородного поля, происходит искривление траектории ЭП и, тем самым, изменяется угол наклона ЭП к плоскости гребенки. Зависимость величины среднего угла наклона ЭП к плоскости замедляющей системы носит линейный характер, и изменяется от  $0^\circ$  до  $1^\circ$  при смещении от оси МФС вплоть до 1,5 мм.

Для оценки эффективности взаимодействия ЭП с ВЧ полем определяется величина электронного тока попадающего в эффективный слой толщиной  $d$  при различных положениях генератора в зазоре МФС.

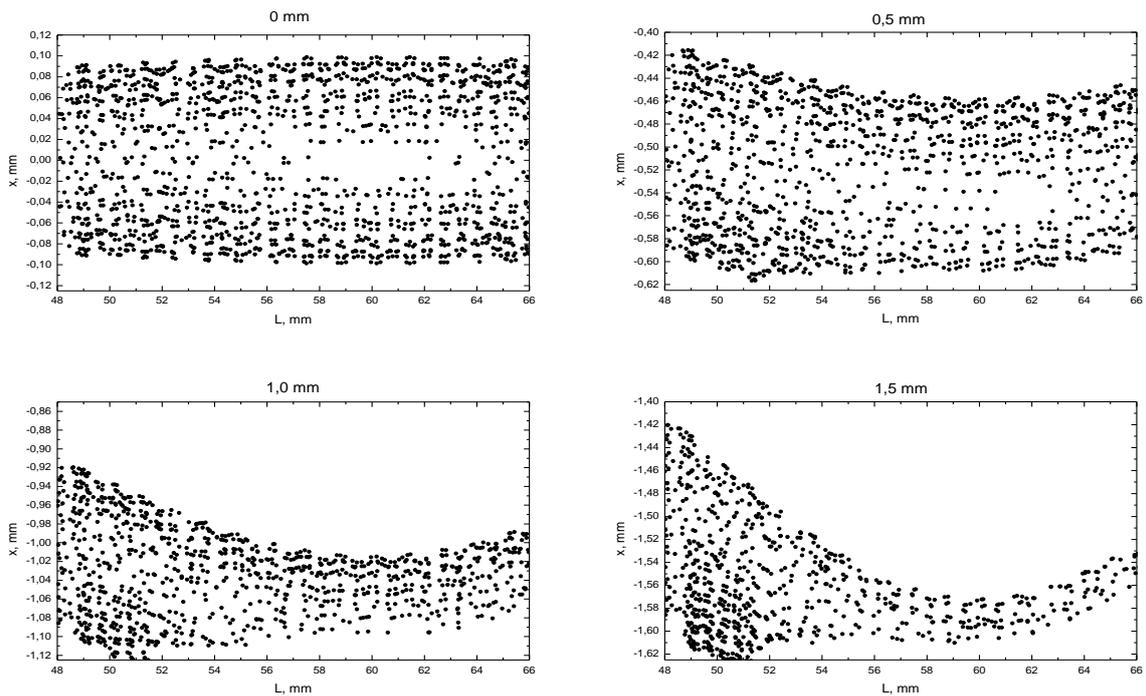


Рис. 5. Изменение профиля ЭП при различном смещении в область неоднородного магнитного поля.

Толщина слоя  $d$  предполагается равной 0,014 мм. Также определяется эффективная длина пролета пространства взаимодействия электронным потоком. Общая схема численного эксперимента показана на рис. 6.

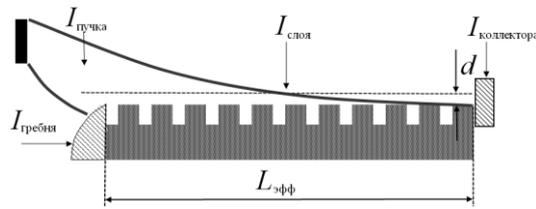


Рис. 6. Схема модели ЛОВ-клиноотрона для траекторного анализа

Полученные результаты сравниваются с расчетами, проведенными для этой же геометрии, но при условии однородного магнитного поля величиной 1,1 Т. На рис. 7 (а) приведены зависимости изменения тока эффективного слоя от угла наклона оси генератор к оси МФС при различных смещениях в область неоднородного магнитного поля.

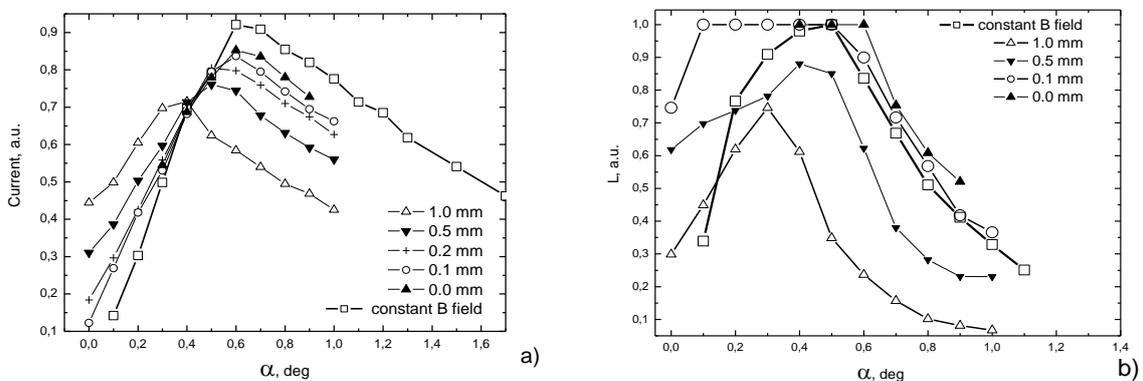


Рис. 7. Зависимость электронного тока пучка попадающего в слой толщиной  $d$  от угла наклона генератора к оси МФС (а); изменение длины пролета пространства взаимодействия, в котором сосредоточено поле поверхностной волны электронным пучком (б).

Максимум тока, участвующего во взаимодействии с полем электродинамической системы наблюдается при нулевом смещении генератора и угле наклона к оси МФС равном  $0,6^\circ$ . При смещении в область неоднородного магнитного поля, максимум тока пучка смещается в сторону меньших углов.

Изменение длины пролета электронным пучком пространства взаимодействия, в котором сосредоточено поле поверхностной волны приводится на рис. 7 (б). Неоднородность поперечной компоненты индукции магнитного поля вдоль пространства взаимодействия обеспечивает увеличение рабочей длины замедляющей системы, по сравнению с работой в однородном поле. Также увеличивается средняя длина пролета для единичного электронного слоя. Это приводит к снижению стартовых токов и возрастанию генерируемой мощности. По оценочным данным оптимальная неоднородность магнитного поля в области эмиттера равна 0,026.

Если учитывать, что стартовый ток пропорционален  $1/L^3$ , то при условии оптимальной неоднородности магнитного поля, выходная мощность клинотрона, работающего в данном поле, увеличиться на порядок, по сравнению с работой в однородном поле. Выходная мощность клинотрона 400 ГГц диапазона, работающего в описанном неоднородном магнитном поле составила 43 мВт [4,5].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ процесса транспортировки ЭП в условиях неоднородного магнитного поля МФС показал, что при смещении генератора от оси системы происходит увеличение средней длины пролета электронов в эффективном слое ВЧ поля электродинамической системы. В результате повышается выходная мощность генератора. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии с результатами экспериментальных исследований клинотрона 400 ГГц диапазона частот, работающего в слабонеоднородном магнитном поле разработанной МФС. Система обладает компактными размерами при весе всего 10 кг и создает в зазоре 32 мм магнитное поле величиной в 1,1 Тесла. Магнитная система предназначена для фокусировки интенсивных электронных пучков субмиллиметровых клинотронов с плотность тока выше 40 А/см<sup>2</sup>.

МФС обеспечивает генерацию электромагнитных колебаний в клинотроне 400 ГГц диапазона частот с выходной мощностью 43 мВт и перестройкой по частоте более 20%.

Полученные в данной работе результаты могут быть использованы при разработке пакетированных приборов субмиллиметрового диапазона, а также при обосновании оптимального места положения клинотрона в зазоре МФС.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 12-02-90910)

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. H. Booske, "Plasma physics and related challenges of millimeter-wave-to-terahertz and high power microwave generation," Phys. Plasmas, vol. 15, no. 5, 055502, Jan 2008;
2. Гершензон Е.М., Голант М.Б., Негирев А.А., Савельев В.С. *Лампы обратной волны миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн*. Под. Ред. Н.Д. Девяткова. Москва: Радио и Связь, 1985. с.136;
3. [www.magn-ms.ru/products/microwave/bwt.html](http://www.magn-ms.ru/products/microwave/bwt.html);
4. В.В. Завертанный, С.С. Пономаренко, С.А. Кишко, Б.П. Ефимов, А.Ф. Забродский, Л.А. Кириченко, Т.В. Кудинова, А.Н. Кулешов, «Магнитная фокусирующая система интенсивных электронных пучков для клинотронов субмиллиметрового диапазона», Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика, т. 20, № 5, 2012;
5. Ponomarenko S. et. al, 400 GHz Continuous-Wave Clinotron Oscillator, IEEE Transactions on Plasma Science, vol.pp, no.99, Nov. 2012, pp. 1 – 5;
6. Левин Г.Я., Бородкин А.И., Кириченко А.Я., Усиков А.Я., Чурилова С.А. *Клинотрон*. Под. ред. А.Я. Усикова. Киев: Наук.думка, 1992. с. 200;
7. Альтшулер Ю.Г., Татаренко А.С. *Лампы малой мощности с обратной волной*. Под. ред. М. Ф. Стельмаха. Москва: Советское радио, 1963. с. 295;
8. Алямовский И.В. *Электронные пучки и электронные пушки*. Москва: Советское радио, 1966. с. 455;
9. <http://laacg1.lanl.gov/laacg/c-on-line/descriptions/superfpc.html>;
10. Бородкин А.И., Кириченко А.Я., Левин Г.Я. / Об улучшении условий взаимодействия электронного потока с полем поверхностной волны в клинотроне при работе в слабонеоднородном магнитном поле // Тр. ИРЭ АН УССР, 1961, т.9, с. 273-277;
11. Ефимов Б.П. / Многоволновый резонансный клинотрон миллиметрового диапазона // Радиопизика и Электроника, т.12, спец. вып., 2007. с. 71-80.

УДК 621.385.6

## МАГНЕТРОННО-ИНЖЕКТОРНАЯ ПУШКА ДЛЯ ПЛАНАРНОГО МАЗЕРА НА ЦИКЛОТРОННОМ РЕЗОНАНСЕ

**С.А. Кишко, А.Н. Кулешов, С.С. Пономаренко, Б.П. Ефимов**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [sergeykishko@gmail.com](mailto:sergeykishko@gmail.com)

Поступила в редакцию 22 октября 2012 г.

В статье рассматривается конструкция магнетронно-инжекторной пушки для формирования ленточного поливинтового пучка с высокой величиной питч - фактора. Приведены основные конструктивные особенности МИП и результаты траекторного анализа для различных режимов работы пушки. Показано влияние рабочих параметров МИП на характеристики пучка. С помощью компьютерного моделирования получена зависимость разбросов электронов по скоростям в пучке и величины питч - фактора от приложенного ускоряющего напряжения и тока пучка. Также получена зависимость деформации профиля пучка в поперечном сечении от рабочих параметров МИП.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** магнетронно-инжекторная пушка (МИП), ленточный поливинтовой пучок, питч-фактор, разброс электронов по скоростям.

У статті розглядається конструкція магнетрон-інжекторної гармати для формування стрічкового полігвинтового пучка з високою величиною пітч - фактора. Наведено основні конструктивні особливості МІГ та результати траекторного аналізу для різних режимів роботи пушки. Показано вплив робочих параметрів МІГ на характеристики пучка. За допомогою комп'ютерного моделювання отримано залежність розкидів електронів за швидкостями в пучку та величини пітч - фактора від прикладеної напруги що прискорює і струму пучка. Також отримана залежність деформації профілю пучка в поперечному перерізі від робочих параметрів МІГ.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** магнетронно-інжекторна гармата (МІГ), стрічковий полігвинтовий пучок, пітч-фактор, розкид електронів по швидкостям.

The design of a magnetron-injection gun that forms a ribbon electron beam with high value of the pitch - factor is discussed in this paper. The major design features of the MIG and the results of the trajectory analysis for different operating modes of the gun are listed. The influence of operating parameters of the MIG on the characteristics of the beam was shown. The dependence of the electron velocity spreads in the beam and the magnitude of the pitch - factor of the applied accelerating voltage and beam current was obtained using the computer simulations. Also, the deformation dependence of the beam cross section profile of the working parameters of the MIG was obtained.

**KEY WORDS:** magnetron injection gun (MIG), the sheet electron beam, pitch-factor, velocity spread of the electrons.

Ленточные электронные пучки нашли широкое применение в приборах СВЧ с планарными элементами электродинамических структур, такими как лестничные замедляющие системы и плоские гребенки в ЛОВ и клинотронах, дифракционные решетки на зеркалах открытых резонаторов в оротронах и ГДИ, а также в ускорительной технике и др. Ленточные пучки в низковольтных приборах обычно формируются электронными пушками типа диодов в магнитном поле, где сформированный на выходе из анодной линзы электронный пучок с шириной намного превышающей толщину пучка транспортируется в пространстве взаимодействия вдоль силовых линий магнитного поля. Одним из важных требований, предъявляемых к ленточным пучкам в перечисленных приборах СВЧ О-типа, наряду с плоской геометрией является обеспечение минимального уровня пульсаций границ пучка, связанных с ненулевым углом влета электронов в фокусирующее магнитное поле из-за расталкивающих сил пространственного заряда и краевых эффектов анодной линзы [1].

Для приборов типа МЦР с планарной геометрией возникает необходимость формирования ленточного электронного потока с величиной питч-фактора превышающей единицу [2-4]. Для этих целей может быть использована конфигурация магнетронно-инжекторной пушки с плоскими электродами в адиабатически нарастающем магнитном поле [5, 6]. Основными факторами, влияющими на формирование винтового электронного пучка, являются: угол наклона эмитирующей поверхности относительно линий магнитного поля, напряженность магнитного поля в области эмиттера и распределение напряженности электрического поля в области эмиттера [7, 8].

Следует отметить, что при формировании ленточных электронных пучков в скрещенных полях возможно развитие диокотронной неустойчивости, связанной с поперечными волнами в пучке, что в случае большой протяженности пучков приводит к существенным искажениям их геометрии. Уменьшить влияние указанной неустойчивости возможно путем оптимизации геометрии МИП.

### ГЕОМЕТРИЯ МИП

МИП, представленная в данной работе, позволяет получить ленточный поливинтовой пучок с большой величиной питч-фактора при низких ускоряющих напряжениях. Геометрия МИП показана на рис. 1 слева, справа показано распределение напряженности электрического поля в такой пушке (все расчеты проведены в кодах CST Studio [9] и EGUN [10]).

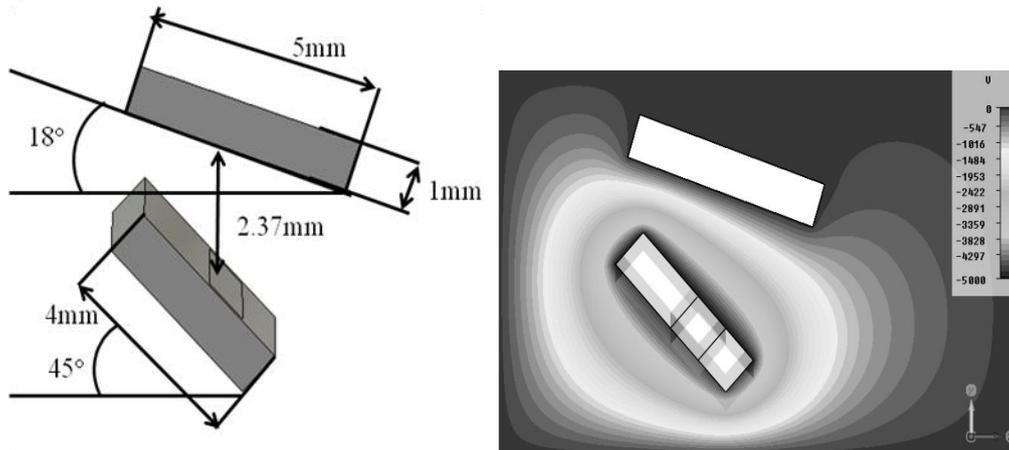


Рис. 1. Геометрия МИП и распределение напряженности электрического поля.

В формирование пучка большую роль вносит отступ величиной 2,5 мм между эмитирующей поверхностью и краями катода по ширине. Этот отступ сглаживает резкое изменение напряженности электрического поля на краях катода. Угол наклона катода по отношению к аноду в поперечной плоскости составляет  $1^\circ$ , что обеспечивает более равномерное увеличение вращательной скорости электронов по ширине пучка. Так как в магнитном поле момент сил действующих на пучок изначально направлен так, что профиль пучка поворачивается против часовой стрелки, то получается ситуация в которой один край пучка имеет большую вращательную энергию электронов чем другой. Такой разброс энергии при формировании пучка приводит к образованию магнитных пробок и ухудшению качества пучка в дальнейшем. Положение эмиттера выбрано для получения пучка с минимальными деформациями профиля.

При расчете электронной оптики граничные условия выбирались таким образом, чтобы корпус в реальной системе не вносил искажений в распределение напряженности электрического поля.

Пушка рассчитана для работы в диапазоне ускоряющих напряжений от 4 кВ до 5,5 кВ при токе пучка 0,3 А, но данная конструкция предполагает увеличение тока вплоть до 0,5 А. Траекторный анализ МИП проводился с использованием магнитного поля распределение которого показанного на рис. 2.

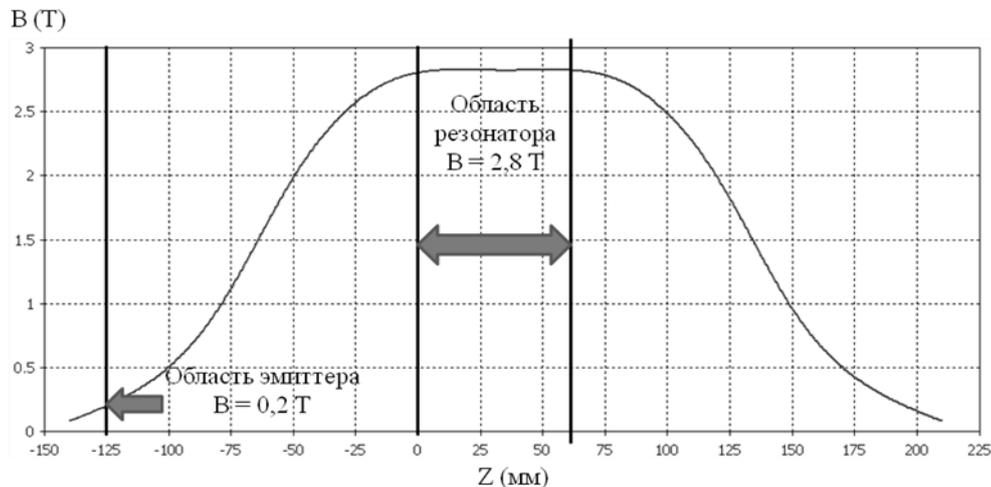


Рис. 2. Распределение магнитного поля.

Данное распределение магнитного поля обеспечивается импульсной магнитной системой, разработанной в ИПФ РАН в Нижнем Новгороде.

### РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЕ МИП ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЛЕНТОЧНОГО ПУЧКА С ВЫСОКИМ ПИТЧ ФАКТОРОМ

Расчет МИП проводился для различных величин ускоряющего напряжения от 4 до 5,5 кВ и общем токе пучка 0,3 А. Рассчитывалась величина разброса электронов по скоростям для продольной и вращательной компоненты скорости, питч-фактор и изменение профиля пучка для различных ускоряющих напряжений.

Повышение ускоряющего напряжения приводит к росту продольной компоненты скорости электронов и увеличивает разброс по скоростям. Также повышение ускоряющего напряжения способствует улучшению трансформации продольной энергии во вращательную энергию электронов в области адиабатически нарастающего магнитного поля. Однако при напряжения больше 5,5 кВ рост вращательной энергии электронов приводит к попаданию пучка в условия магнитной ловушки и негативно влияет на формирование пучка.

Зависимость разброса электронов по скоростям от изменения ускоряющего напряжения для продольной и вращательной компоненты скорости электронов показана на рис. 3 (слева для продольной компоненты скорости электронов, а справа для вращательной компоненты скорости электронов).

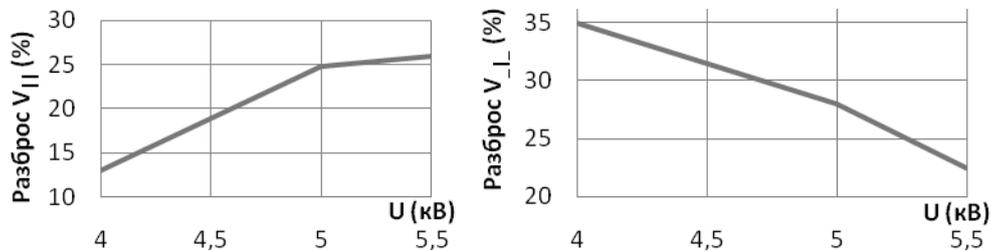


Рис. 3. Зависимость разброса электронов по скоростям от ускоряющего напряжения.

Увеличение ускоряющего напряжения приводит к росту вращательной компоненты скорости электронов и, как видно из рис. 3, к уменьшению разброса вращательной компоненты. Также при изменении ускоряющего напряжения наблюдались деформации профиля пучка в поперечном сечении в области коллектора, которые показаны на рис. 4.

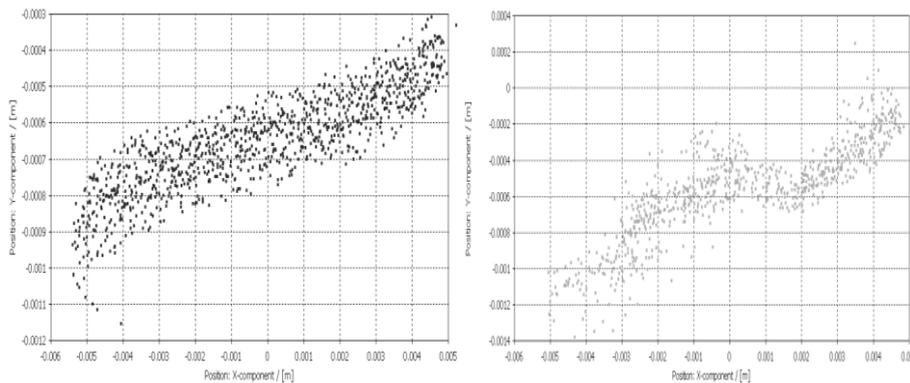


Рис. 4. Профиль пучка для ускоряющих напряжений 4 и 5,5 кВ.

Из рис. 4 видно, что повышение ускоряющего напряжения увеличивает угол поворота пучка в магнитном поле. Изначально пучок находится под углом в  $1^\circ$  из-за особенностей конструкции МИП, однако повышение ускоряющего напряжения увеличивает начальную вращательную энергию электронов, которая в дальнейшем приведет к повороту всего пучка.

Измерения толщины и ширины пучка для различных ускоряющих напряжений показали, что при повышении ускоряющего напряжения увеличивается деформация пучка. Так как при повышении ускоряющего напряжения вращательная энергия электронов увеличивается, то профиль пучка расширяется и закручивается. Больше всего закручивание пучка происходит по его краям, из-за сил пространственного заряда в пучке. Профиль пучка в поперечном сечении измерялся в области коллектора. Измерены были: общая ширина пучка, ширина пучка с минимальными деформациями, общая толщина пучка и толщина пучка без деформаций.

Результаты измерений размеров профиля пучка в зависимости от ускоряющего напряжения показаны на рис. 5.

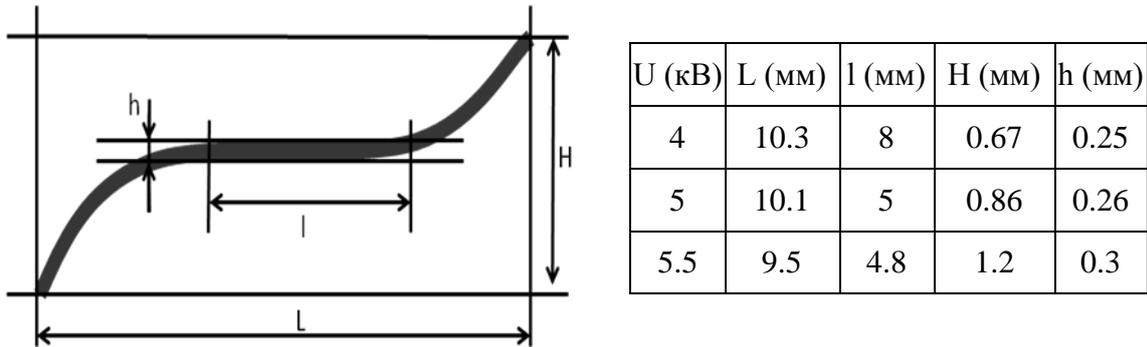


Рис. 5. Зависимость изменения размеров профиля пучка от ускоряющего напряжения.

Также для различных величин ускоряющего напряжения была посчитана величина питч-фактора пучка. График зависимости питч-фактора от величины ускоряющего напряжения показан на рис. 6.

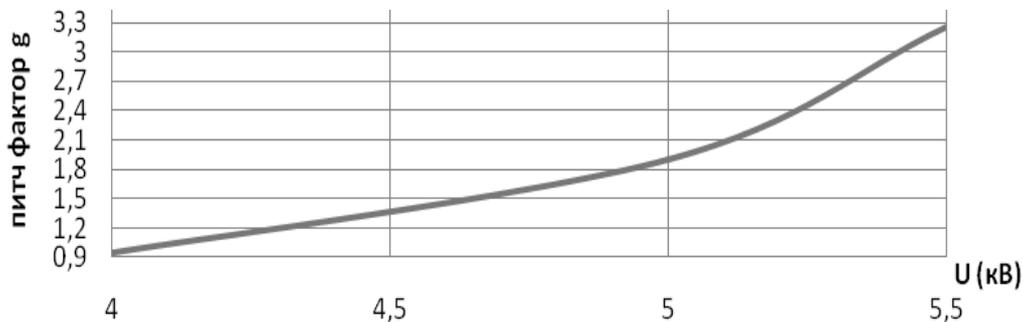


Рис. 6. Зависимость питч-фактора от ускоряющего напряжения.

Из рис. 6 видно, что повышение ускоряющего напряжения приводит к росту питч-фактора, однако из результатов показанных ранее видно, что оптимальное соотношение питч-фактора и величины разбросов электронов по скоростям достигается при ускоряющих напряжениях около 5 кВ.

Траекторный анализ пучка для различных ускоряющих напряжений показывает, что при 5,5 кВ часть электронов попадает в магнитную ловушку и увеличивает разброс электронов по скоростям в пучке. Но поскольку при 4 и 5 кВ питч-фактор значительно меньше, то пучок проходит до коллектора с минимальными деформациями, а разброс электронов по скоростям не превышает 30%.

Из проведенных расчетов можно сделать вывод, что диапазон ускоряющих напряжений, при которых пучок остается пригодным для использования в планарном МЦР, напрямую зависит от величины магнитного поля в области эмиттера. Для работы МИП в диапазоне более высоких напряжений нужно увеличить магнитное поле в области эмиттера, а для работы при более низких напряжениях магнитное поле необходимо уменьшить.

Поскольку актуальной задачей является повышение тока пучка, то были проведены расчеты для различных токах пучка при ускоряющем напряжении 5 кВ. Так как для материала эмиттера МИП (оксидный термокатод) максимальная плотность тока составляет  $15 \text{ A/cm}^2$ , а площадь эмиттера в разрабатываемой пушке  $0,4 \text{ cm}^2$ , то максимально возможный ток составляет 6А. Чтобы проверить зависимость питч-фактора пучка от его тока были проведены расчеты для токов пучка 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 и 1 А в режиме температурного ограничения эмиссии. При токе в 1 А деформации вызванные пространственным зарядом делают пучок непригодным для использования в планарном МЦР.

В ходе расчетов было обнаружено, что увеличение тока пучка приводит к росту разброса продольной компоненты скорости электронов и пучок в адиабатически нарастающем магнитном поле испытывает сильные деформации, так как часть электронов попадает в магнитную ловушку и ухудшает характеристики пучка.

Деформации, которые наблюдались в профиле пучка при изменении его тока, показаны на рис. 7.

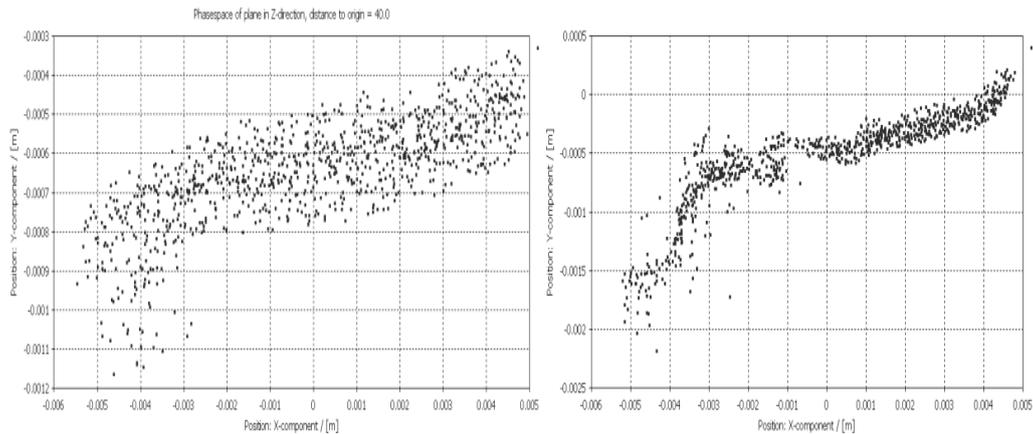


Рис. 7. Деформации профиля пучка для тока 0,1 и 1 А.

При токах пучка выше 1 А в пучке наблюдались диокотронные колебания. Эти колебания вызваны увеличенным пространственным зарядом и приводят к расфокусировке пучка.

Результаты траекторного анализа для различных токов пучка показали, что при токе пучка в 1 А количество электронов находящихся в магнитной ловушке намного больше чем при меньших токах. Электроны, захваченные в ловушку, увеличивают разброс электронов по скоростям в пучке и могут препятствовать дальнейшему формированию пучка.

Повышение тока пучка приводит к росту разброса вращательной компоненты скорости электронов. При увеличении тока пучка до 1 А эффективность преобразования поступательной энергии во вращательную растет, а после 1 А, начинает снижаться, из-за растущего разброса электронов по скоростям. Вследствие этого питч-фактор с увеличением тока пучка до 1 А увеличивается, а после начинает уменьшаться, так как разброс вращательной компоненты скорости электронов превышает 50% и пучок разрушается. Графики зависимости разброса электронов по скоростям и питч-фактора пучка от его тока показаны на рис. 8.

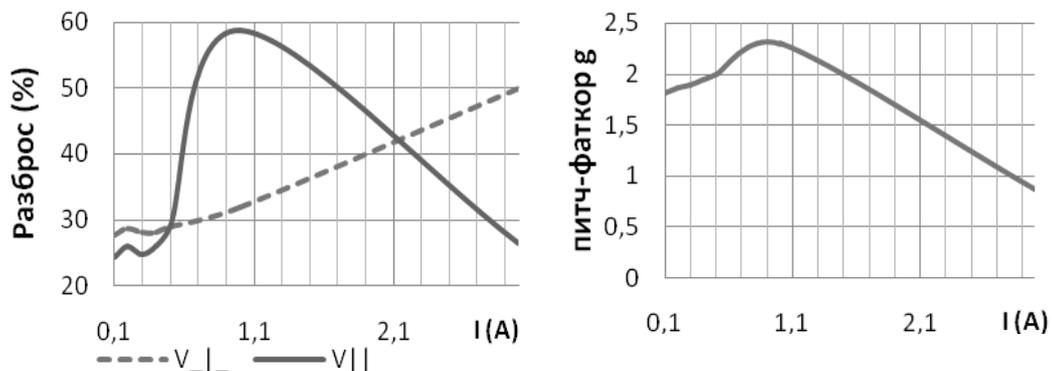


Рис. 8. Графики зависимости разброса электронов по скоростям и питч-фактора пучка от его тока.

Для проверки чувствительности МИП к изменению магнитного поля были проведены расчеты для магнитного поля величиной 2,5 Т при токе пучка 0,3 А. В ходе моделирования было выяснено, что при снижении величины магнитной индукции в соленоиде до 2,5 Т необходимо снизить ускоряющее напряжение в МИП с 5 кВ до 4 – 4,5 кВ, чтобы избежать появления магнитной ловушки и предотвратить деформацию пучка. В таблице 1 представлены данные расчета.

Табл. 1. Результаты расчета для магнитного поля 2,5 Т.

V(кВ)	$\Delta V_{\perp}$ (%)	$\Delta V_{\parallel}$ (%)	g
4	32.8	15.4	1,28
4.5	26.6	27.6	2.15

Из табл. 1. видно, что при уменьшенном магнитном поле снижение ускоряющего напряжения предотвращает увеличение разбросов электронов по скоростям и сохраняет питч-фактор пучка.

### ВЫВОДЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ТРАЕКТОРНОГО АНАЛИЗА

По результатам проведенного компьютерного моделирования можно заключить, что для формирования ленточных поливинтовых электронных пучков с большой величиной питч-фактора наиболее подходит геометрия МИП с топологией пучка без пересечений.

В результате проведенной оптимизации, а именно: выбор угла наклона катода с эмиттером относительно силовых линий магнитного поля, выбор угла наклона анода относительно катода, выбор положения эмиттера в катоде и размеры самого катода, выбор расстояния анод - катод, выбор величины магнитной индукции в области эмиттера, получена геометрия МИП которая формирует пучок с большой величиной питч-фактора пригодный для использования в планарном МЦР.

Повышение ускоряющего напряжения увеличивает питч-фактор и разброс продольной компоненты скорости электронов, но уменьшает разброс вращательной компоненты скорости электронов. Оптимальное соотношение разбросов электронов по скоростям и величины питч-фактора наблюдается для ускоряющего напряжения величиной 5 кВ.

Увеличение тока пучка до 1А приводит к росту разбросов электронов по скоростям в пучке и росту питч-фактора пучка. Также рост тока пучка приводит к его деформации вызванной диокотронным эффектом. Рост разброса электронов по скоростям выше 30% приводит к образованию магнитной пробки и электроны, отразившиеся от нее, ухудшают характеристики пучка.

Оптимальная работа МИП наблюдается в диапазоне ускоряющих напряжений 4-5,5 кВ и токах до 1А при величине магнитной индукции в области эмиттера 0,2 Т.

В настоящее время в ИРЭ НАН Украины им. А.Я. Усикова ведутся работы по созданию МИП описанной конфигурации. Данная МИП будет использована в проведении экспериментов по запуску планарного гиротрона совместно с ИПФ РАН [11].

В заключение авторы выражают особую благодарность А.С. Тищенко за критические замечания и плодотворное обсуждение результатов при рецензировании этой работы.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 12-02-90910).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цимринг Ш. Е. *Введение в ВЧ вакуумную электронику и физику электронных пучков*. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2012. 576 с.
2. P. Sprangle, J. L. Vomvoridis, and W. M. Manheimer "Theory of the quasioptical electron cyclotron maser" / *Phys. Rev. A*, vol. 23, no 6, p.3126-3138, June 1981
3. Wen Hu, M. A. Shapiro, K. E. Kreicher, and R. J. Temkin "140-GHz Gyrotron Experiments Based on a Confocal Cavity" / *IEEE Trans. Pla. Sci.*, vol. 26, no. 3, p.p. 366-374, June 1998.
4. N. S. Ginsburg, I. V. Zotova, A. S. Sergeev et al. "High-Power Terahertz-Range Planar Gyrotrons with Transverse Energy Extraction" / *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, no. 105101, p.p. 1-4, March 2012.
5. Гольденберг А. Л., Петелин М. И. "Формирование винтовых электронных пучков в адиабатической пушке" / *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, т. 16, № 1, 1973, с. 141-149.
6. Авдошин Е. Г., Гольденберг А. Л. "Экспериментальное исследование адиабатических электронных пушек МЦР" / *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, т. 16, № 10, 1973, с. 1605-1611.
7. A. N. Kuftin, V. K. Lygin, V. N. Manuilov et al. "Theory of helical electron beams in gyrotrons" / *Int. J. Infrared and Millimeter waves*, vol. 14, no.4, 1993, p. 783-816.
8. Б.П. Ефимов, А. Н. Кулешов "Формирование электронных потоков с криволинейным движением для приборов типа ЛСЭ и МЦР" / *Радиофизика и электроника*, т. 13, спец. вып., 2008, с. 301-314.
9. [www.cst.com](http://www.cst.com)
10. W. Herrmannsfeldt, "EGUN: An electron optics and gun design program", Stanford Linear Accelerator Center, Stanford, CA, Tech. Rep. SLAC-0331 UC-28, 1988.
11. Гинзбург Н. С., Глявин М. Ю., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Сергеев А. С., Кишко С. А., Кулешов А. Н. "Моделирование и разработка планарного гиротрона с ленточным электронным пучком" / *Сб. трудов 22 межд. конференции КрыМиКо2012*, 10-14 сентября 2012, Севастополь, с. 781-782.

УДК 537.87

## ANALYSIS OF PARAMETERS OF BIOLOGICAL OBJECTS BY NEURAL NETWORK PROCESSING OF REFLECTED IMPULSE ELECTROMAGNETIC FIELD

**D. Shyrokorad<sup>1</sup>, O. Dumin<sup>2</sup>, O. Dumina<sup>2</sup>, V. Katrich<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Zaporizhzhja National Technical University, 64, Zhukovskogo St., Zaporizhzhja, 69063 Ukraine  
E-mail: hoveringphoenix@gmail.com

<sup>2</sup>V. N. Karazin Kharkiv National University, 4, Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine,  
E-mail: dumin@karazin.ua

Accepted for publication: October, 16, 2012

The approximating properties of artificial neural network for the problem of determination of thickness of layer of layered medium by means of the analysis of reflected impulse electromagnetic fields are considered. The impulse fields are reflected from the model of human body surface, but it can be applied to the analysis of other medium parameters. The normal incidence of plane wave with Gaussian time form on the layered medium with losses is considered. The reflected electromagnetic field is obtained by FDTD method. Initial data for neural network analysis are the values of amplitude of electrical component of reflected field in different moments of time. As an example, the network is trained to determine the thickness of one of the layers of the medium. The stability of the determination in presence of interferences, experimental errors and instabilities of medium parameters is investigated. The approximating properties of the artificial neural network are considered for the smooth change of the second layer thickness.

**KEY WORDS:** artificial neural network, convolutional neural network, impulse fields, layered medium

Исследуются аппроксимационные свойства искусственной нейронной сети для задачи определения такого параметра как толщина слоя слоистой среды посредством анализа отраженных импульсных электромагнитных полей. Импульсные поля отражаются от модели поверхности тела человека, но предложенный подход применим и для анализа других параметров среды. Рассматривается нормальное падение плоской волны в гауссовой форме по времени на слоистую среду с потерями. Отраженное электромагнитное поле вычисляется с помощью метода конечных разностей во временном пространстве (FDTD). Исходными данными для нейронной сети является значения амплитуды электрической компоненты отраженного поля в разные моменты времени. В качестве примера сеть была натренирована на определение толщины одного из слоев среды. Исследуется устойчивость работы сети в присутствии помех, экспериментальных ошибок и нестабильности параметров среды. Аппроксимационные свойства искусственной нейронной сети рассматриваются для постепенного изменения толщины второго слоя.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** искусственная нейронная сеть, сверточная нейронная сеть, импульсные поля, слоистая среда

Досліджуються апроксимаційні властивості штучної нейронної мережі для задачі визначення такого параметру як товщина шару шаруватого середовища за допомогою аналізу відбитих імпульсних електромагнітних полів. Імпульсні поля відбиваються від моделі поверхні тіла людини, але запропонований підхід можливо застосувати і для аналізу інших параметрів середовища. Розглядається нормальне падіння плоскої хвилі у гаусовій формі за часом на шарувате середовище з утратами. Відбите електромагнітне поле обчислюється за допомогою метода кінцевих різниць у часовому просторі (FDTD). Вихідними даними для нейронної мережі є значення амплітуди електричної компоненти відбитого поля у різні моменти часу. У якості прикладу мережа була натренована на визначення товщини одного з шарів середовища. Досліджується стійкість роботи мережі у присутності перешкод, експериментальних помилок та нестабільності параметрів середовища. Апроксимаційні властивості штучної нейронної мережі розглядаються для поступової зміни товщини другого шару.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** штучна нейронна мережа, згортокова нейронна мережа, імпульсні поля, шарувате середовище

### INTRODUCTION

The finding of characteristics of different media with losses by impulse irradiation is the one of the most important directions of utilization of impulse signals. Owing to the significant width of frequency spectrum ultra wide band signals can penetrate into the depths of the media because of low frequency part of the signal spectrum and provide the good precision of position determination because of high frequency part of the spectrum [1]. But the time domain analysis of the pulse signal reflected from the media to determine their characteristics becomes enough complicated when the spatial duration of used signal in medium is comparable or bigger than typical sizes of layers of studied structure. Nonlinear dependence of amplitude of reflected field on electrical parameters and other characteristics of medium but definite and appropriate change of pulse form

naturally permit to use the artificial neural network for the analysis of such a system. Although the change of frequency spectrum of the reflected signal can provide necessary information about layered structure, it is estimated to use only time parameters for the analysis. The assumption, that the analysis is possible, is based on the well-known structure and principles of work of artificial neural network [2]. So, it is surmised that a neural network can find a method and provide necessary time and frequency analysis of the signals owing to training on known results [3]. It was shown that the analysis by means of neural network provides stability in case of variations of electrical parameters of media and good noise immunity [4] as well as the steadiness concerning variations of observation distance and time shift errors [5]. The normal incidence of impulse plane wave on layered medium with losses is considered in the presented report, but the presented approach is applicable for a number of variations of the problem due to universality of the principles of work of artificial neural networks. For example, the training on pure experimental data is used in [6] but to investigate almost similar layered structure there was used the higher frequencies in ten times than in the presented work. It is affirmed in the work [6] that the represented approach has some advantages in comparison with correlation method.

### STATEMENT OF THE PROBLEM

The purpose of the report is to study the approximating properties of artificial neural network for the determination of sizes of layered medium with known electrical parameters and to investigate the stability of the determination in presence of interferences, experimental errors and instabilities of the medium parameters.

The plane electromagnetic wave with time dependence in the form of Gaussian pulse with duration 0.5 ns falling normally into layered medium shown in Fig. 1. Time form of incident pulse is an arbitrary one because of the process of the training of an artificial neural network on data for the chosen time dependence of the impulse. The layered structure is consisted of three layers with different electric permittivity and conductivity. It is supposed that these parameters are frequency independent. The structure is a model of human body surface. So the first layer has electrical parameters of skin; the second one has parameters of adipose tissue; the third one has parameters of muscular tissue. The initial thicknesses of the layers are 2, 20, 30 mm correspondingly. There is no need to use preliminary transformations or processing of the amplitude of reflected field for the chosen method of analysis. Initial data for the neural network are the set of values of amplitude of electrical field near layered medium with constant time step. The data for training and verification of the network are received by direct numerical simulation with the use of FDTD method. The electromagnetic wave that passes through the last layer is absorbed. Due to significant losses and thickness of the last layer the absorbing cannot influence on the time form of reflected field noticeably. Data for training are the time dependences of amplitude of electric component of field reflected from the structure in the remote point where the reflected field cannot superimpose on the incident one but the restriction is not mandatory. The second layer thickness is changed from 10 to 30 mm with the step 2 mm for the numerical simulations.

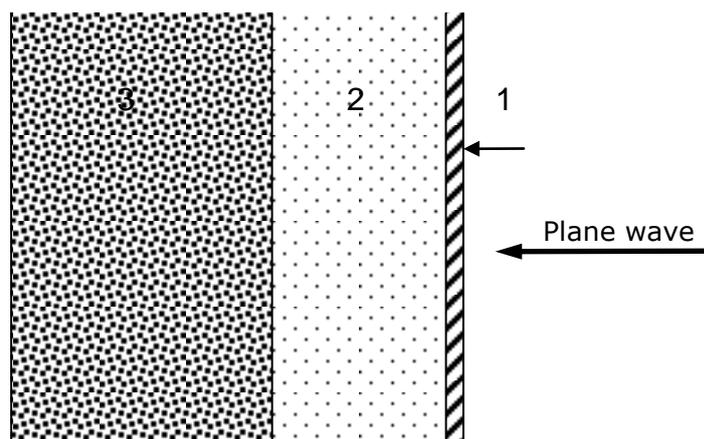


Fig. 1. Investigated structure (1-skin, 2- adipose tissue, 3- muscular tissue).

### THE SOLUTION OF THE PROBLEM

Since the time form of the incident field and parameters of layered medium can be arbitrary, it is convenient to apply universal numerical technique. So, the numerical simulation by means of FDTD method gives the set of data for the training and checking of the neural network. As an example of the simulation the time dependences of amplitude of reflected field are depicted on the Fig. 2.

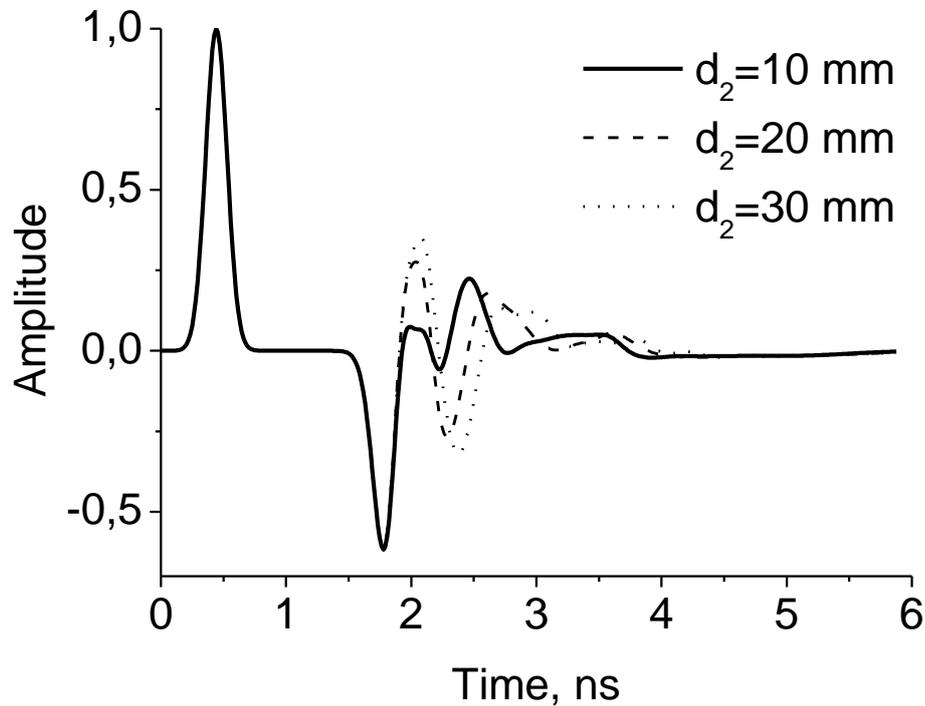


Fig. 2. Time dependence of the amplitude of electrical field under the layered structure for different thicknesses of the second layer  $d_2$ .

Time form of electrical component of incident field and reflected field are represented on the Fig. 2. As for the part of the graph where fields reflected from second and third layer are depicted it is seen that they have no noticeable differences. Moreover, we can't define the thickness  $d_2$  from the curves easily but can try to entrust with the task to our neural network. Presented here case is interesting because of the peaks of signal reflected from different layers are not resolved by sight. It is affirmed in [7] that analytical Newton-Kantorovich method does not work in this case because of strong dependence on position of reflected impulses. The Gel'fand-Levitan method is better in case of appearance of inseparable peaks, but it cannot provide good results in the case of low-contrast media.

To obtain data for neural network starting from the moment of time when the curves become different to the moment when they tend to zero we extract the values of amplitude with time step 15 ps. So, a set of 200 values of amplitude for each electrodynamic problem is obtained. We must solve 11 problems for neural network training for different thicknesses of second layer  $d_2$  chosen with step 2 mm. Other parameters of the problems are the same. Hence our neural network can identify the thickness  $d_2$  with less than 2 mm deflection under ideal conditions of an experiment. For this purpose the artificial neural network is realized on the base of network with one hidden layer and sigmoid excitation functions.

Initial data for network  $x_i$  are normalized amplitude of electrical component of incident plane wave. Sought weight coefficients  $W$  are found from Widrow-Hoff learning rule ( $W^{(2)}$ ) and backpropagation learning rule ( $W^{(1)}$ ). Each output function  $y_i$  takes on values from range 0.99-1 for corresponding value of thickness of second layer  $d_i$  but for other values of  $d_i$  it takes on values from range 0-0.01. Initially the network contains 200 elements in the input layer ( $N=200$ ), 20 neurons in hidden layer ( $K=20$ ) and 11 neurons in output layer ( $M=11$ ). Algorithm of training is realized on C++. The process of training lasts no more than several minutes.

### NUMERICAL SIMULATION

It appears that the network is unstable concerning influence of first layer thickness  $d_1$  that provides big errors in identification of second layer thickness with the use of training on 11 samples only. The drawback is corrected by subsidiary training on the different values of parameter  $d_1$ , i.e. by training on 56 different samples. As a result we obtained the stable distinguishing of thickness of second layer not only in presence of variation of  $d_1$ , which is provided by corresponding learning, but in presence of variation of real part of dielectric permittivity and conductivity of medium of first layer [4], experimental errors and noise [5].

To examine thoroughly the regularity of the artificial neural network processing we check the network on a number of data for intermediate thicknesses of second layer  $d_2$ . Fig. 3 illustrates approximating properties of the network for two mentioned above types of training. It is seen that the approximation is satisfactory but not ideal for the cases of training. Also, it is verified in depth a work of the network to search points of error output, as it depicted in Fig. 4. There is no wrong point in the graph but the approximation will be ideal if the bottom row of triangular marks reaches  $d_2 = 17$ .

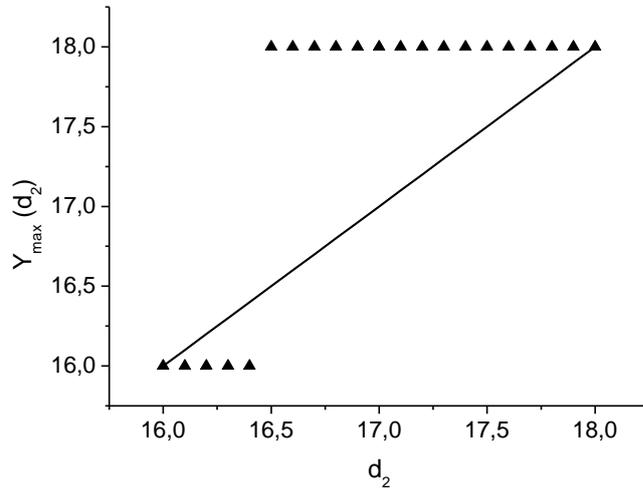
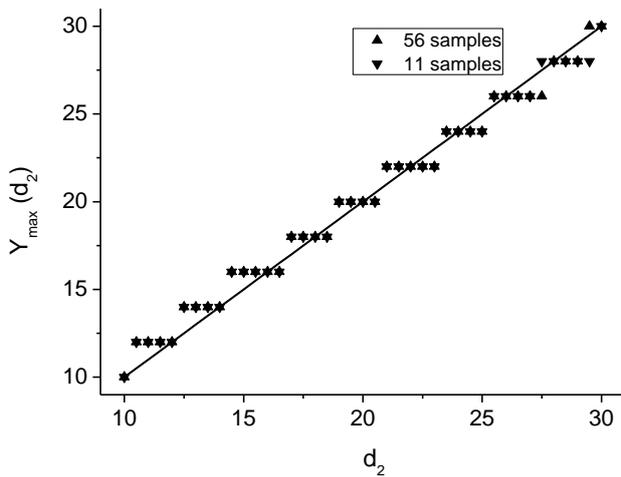


Figure 3. Output values of network for the case of intermediate thicknesses of second layer  $d_2$  for the two types of training .

Figure 4. Output values of network for the case of intermediate thicknesses of second layer  $d_2$  .

### ANALYSIS OF PULSE FIELDS USING CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK

Investigation of cat's brain activity [8] led Le Cun et al [9] to create ANN with the same structure as visual cortex. The ANN of this type was called convolutional neural network (CNN) because of the utilization of local identical processing of data from input layer that is mathematical operation of convolution in discrete form:

$$Y_{output} = X_{input} * W$$

where  $W$  is given weights that equal zero out of range of receptive field. Usually, CNN provides better stability of processing of visual information in presence of noise, scale, rotating distortions in comparison with other ANN [10].

In our opinion, the application of CNN for recognition of parameters of layered medium by impulse signal irradiation is natural because of the incident pulse  $S(t)$  is one-dimensional analog of two-dimensional receptive field  $W(x,y)$  in visual processing. But the change of the problem dimension must entail the corresponding change of CNN structure.

The purpose of this section is to study the advantages of using CNN for determination of sizes of layered medium with known electrical parameters in comparison with other simple ANN like two-layered neural network (TLNN).

For an example, we consider the same problem of obtaining the thickness of the layer of layered medium (fig. 1). The artificial neural networks are realized on the base of network with one hidden layer and sigmoid excitation functions (TLNN) and the neural network with the same structure but initial data previously processed by convolution with the incident Gaussian pulse in discrete form (CNN) as depicted in Fig. 5.  $W_i^{(0)}$  are the amplitudes of the incident Gaussian pulse represented by  $L$  points. The network contains 200 elements in input layer ( $N=200$ ), 168 neurons in the first hidden layer ( $S=168$ ), 20 neurons in the second hidden layer ( $K=20$ ) and 11 neurons in output layer ( $M=11$ ).

After the training, i.e. the determination of weight coefficients  $W$ , one should check the network on new initial data. Also the stability of results is investigated for the errors to observation point (Fig.6-8).

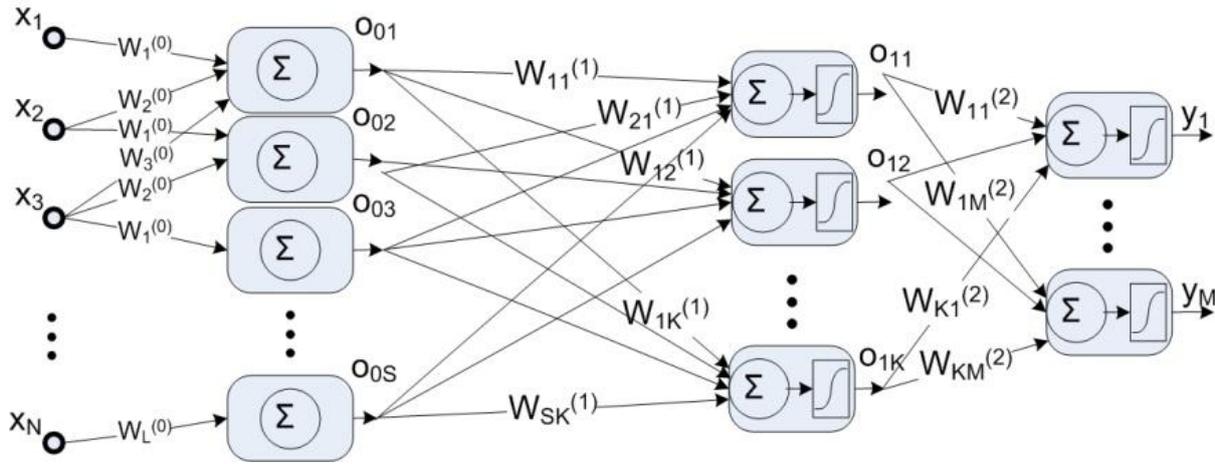


Fig. 5. Convolutional neural network.

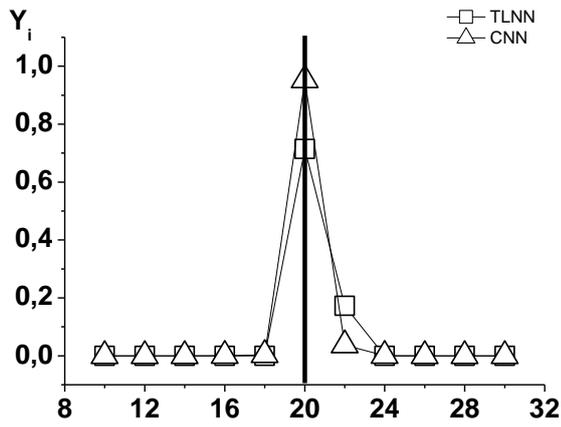


Fig. 6. Output values of networks for the case of simulation of experimental errors for distance to observation point  $s=197$  mm.

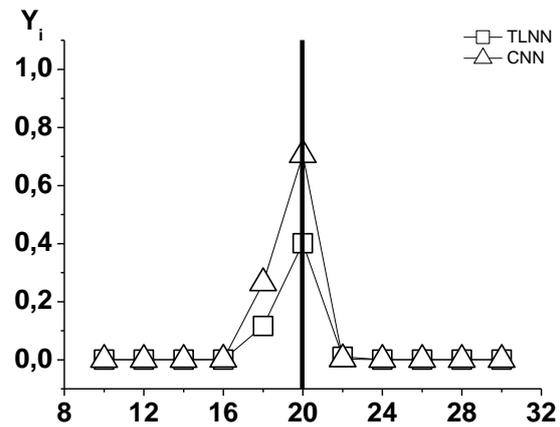


Fig. 7. Output values of networks for the case of simulation of experimental errors for distance to observation point  $s=203$  mm.

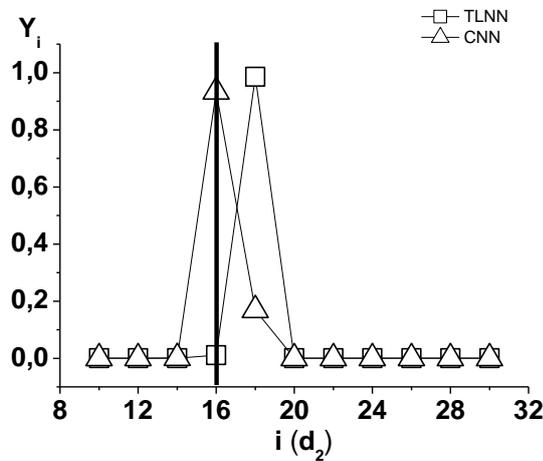


Fig. 8. Output values of networks for the case of simulation of experimental errors for distance to observation point  $s=197$  mm.

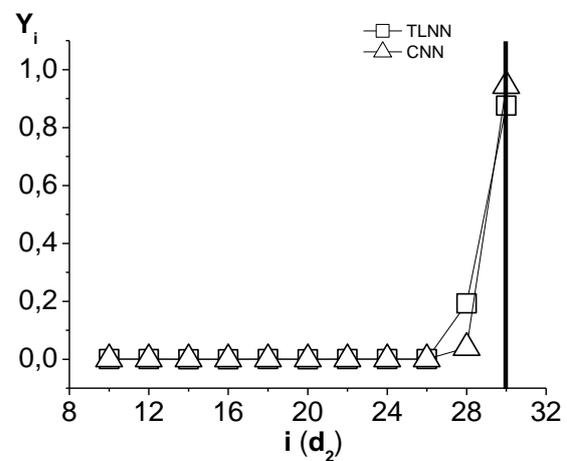


Fig. 9. Output values of networks for the case of simulation of experimental errors for observation time  $\Delta t=0.02$  ns.

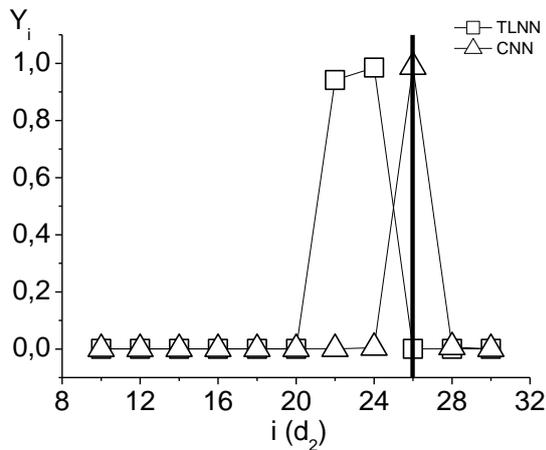


Fig. 10. Output values of networks for the case of simulation of experimental errors for observation time  $\Delta t=0.05$  ns.

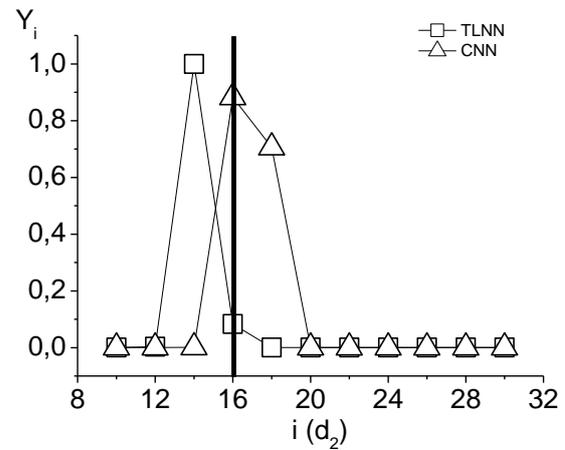


Fig. 11. Output values of networks for the case of simulation of experimental errors for observation time  $\Delta t=0.1$  ns.

It is seen, that the CNN determines the thickness of the second layer more precisely than TLNN. The advantage of the CNN is also shown on Fig. 9-11 for the case of experimental errors for observation time. TLNN determines the thickness of second layer precisely in presence of white noise only when the ratio of corresponding mean powers  $P_{\text{signal}} / P_{\text{noise}}$  equals to 1 (0 dB), where  $P_{\text{signal}}$  is averaged on time interval analyzed by neural network. But CNN gives right results for  $\text{SNR} = -12$  dB (Fig. 12).

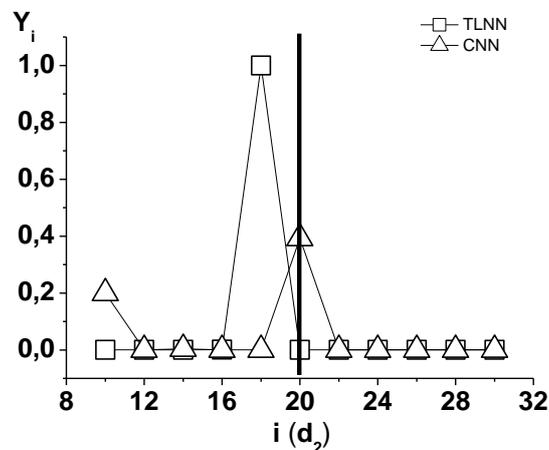


Fig. 12. Output values of networks for the case of white noise influence ( $\text{SNR} = -12$  dB).

## CONCLUSIONS

The possibility of effective application of artificial neural networks for analysis of pulse electromagnetic fields reflected from dielectric structures including biological ones for obtaining their geometrical parameters is shown. The processing of the artificial neural network for determination of parameters of layered medium is checked for electromagnetic simulation data. The verification shows satisfactory approximating properties of the network. The investigation of convolutional neural networks that replicate the structure of visual neurons shows that they are more stable in presence of interferences and observation errors comparing with common two-layered neural networks. Notably, the convolutional neural network appears to be able for precise recognition of the thickness of dielectric layer when the interference of noise power becomes 12 dB greater than the power of useful signal in working ultrawideband impulse. The advantages of using CNN for determination of sizes of layered medium with known electrical parameters in comparison with TLNN are shown.

**REFERENCES**

1. Harmuth H. Nonsinusoidal waves for radar and radiocommunications / H. Harmuth. – Academic Press, New York. – 1981.
2. Callan R. The essence of neural networks / R. Callan. – Prentice Hall Europe, New York. – 1999.
3. Shyrokorad D. Time domain analysis of reflected impulse fields by artificial neural network / D. Shyrokorad, O. Dumin, O. Dumina // Proc. IV Conf. on UWBUSIS, Sevastopol'. – 2008. – P. 124-126.
4. Dumin O. Time domain analysis of fields reflected from model of human body surface using artificial neural network / O. Dumin, O. Dumina, D. Shyrokorad // Proc. EuCAP, Berlin. – 2009. – P. 235-238.
5. Shyrokorad D. Analysis of fields reflected from model of human body surface using artificial neural network in time domain / D. Shyrokorad, O. Dumin, O. Dumina, V. Katrich // Proc. ICATT, Lviv. – 2009. – P. 351–353.
6. Drobakhin O. Estimation of thickness of subsurface air layer by neuron network technology application to reflected microwave signal / O. Drobakhin, A. Doronin // Proc. XII Int. Conf. on MMET, Odesa. – 2008. – P. 150-152.
7. Alexin S. Reconstruction of permittivity profile for stratified dielectric material: Gel'fand-Levitan and Newton-Kantorovich methods / S. Alexin, O. Drobakhin, V. Tkachenko // Proc. XII Int. Conf. on MMET, Odesa. – 2008. – P. 141-143.
8. Hubel D. H. Receptive fields, binocular interaction, and functional architecture in the cat's visual cortex / D. H. Hubel, T. N. Wiesel // Journal of Physiology, London. – 1962. – Vol. 160. – P. 106–154.
9. Le Cun Y. Convolutional networks for images, speech, and time series. In Michael A. Arbib, editor / Y. Le Cun, Y. Bengio in The Handbook of Brain Theory and Neural Networks, Cambridge. – 1995. – P. 255–258.
10. Alexin S. Reconstruction of permittivity profile for stratified dielectric material: Gel'fand- Levitan and Newton-Kantorovich methods / S. Alexin, O. Drobakhin, V. Tkachenko // Proc. XII Int. Conf. on Math. Meth. in Electrom. Theory (MMET), Odesa. – 2008. – P. 141-143.

УДК 517.9:535.4

## РАССЕЯНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ДВУХ ЖЁСТКИХ СФЕРИЧЕСКИХ СЕГМЕНТАХ

**В.А. Резуненко**

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина,  
пл. Свободы, 4, Харьков, 61077, Украина  
e-mail: rezunenko@univer.kharkov.ua*  
Поступила в редакцию 15 ноября 2012 г.

Анализируется потенциал скоростей плоской акустической волны, рассеянной на двух жёстких сферических сегментах, экранирующих друг друга. Для решения задачи в строгой постановке использованы метод регуляризации четырёх функциональных сумматорных уравнений, метод интегральных преобразований, выделения и обращения главных частей сумматорных уравнений. Получены эффективно разрешимые две связанные бесконечные системы линейных алгебраических уравнений второго рода с компактным оператором в гильбертовом пространстве числовых последовательностей. Подтверждена эффективность построенного алгоритма. Рассмотрены некоторые резонансные частоты структуры.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** акустика, два жёстких сферических сегмента, интегральные уравнения, две связанные системы алгебраических уравнений II рода с компактным оператором, резонансные частоты.

Аналізується потенціал швидкостей плоскої акустичної хвилі, розсіяної на двох жорстких сферичних сегментах, які екранують один одного. Для розв'язку задачі у строгій постановці використано метод регуляризації чотирьох функціональних сумматорних рівнянь, метод інтегральних перетворень, виділення і обертання головних частин сумматорних рівнянь. Одержано ефективно досліджувані дві зв'язані нескінченні системи лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду з компактним оператором у Гільбертовому просторі числових послідовностей. Підтверджено ефективність побудованого алгоритму. Розглянуті деякі резонансні частоти структури.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** акустика, два жорстких сферичних сегмента, інтегральні рівняння, дві зв'язані системи алгебраїчних рівнянь другого роду з компактним оператором, резонансні частоти.

The acoustic potentials of the velocity of the plane wave, scattered on the two hard spherical segments, which shielded one other is analysed. The method of regularization in the strict formulation for four functional summarized equations is used. The method of the integral transformations is applied. The principal parts of the summarized equations are isolated and inverted. The effectively solvability of the two connected systems of the linear algebraic equations of the second kind with the compact operator in the Hilbert space of the numerical sequences are obtained. The effectiveness of the constructed algorithm is confirmed. Some resonance frequencies of the structures are examined.

**KEY WORDS:** acoustics, two hard spherical segments, integral equations, two connected systems algebraic equations of the second kind with compact operator, resonance frequencies.

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время интенсивно развиваются численно – аналитические методы решения и анализа задач радиофизики и электроники, в том числе акустоэлектроники. Они используют наиболее эффективные методы математической физики, теоретической радиофизики, механики, моделирования. Большую роль в этом направлении играет исследование задач на классических, например, сферических поверхностях. Сфера с круговым отверстием имеет широкое применение, она может рассматриваться прототипом многих устройств, в том числе и резонатора Гельмгольца. Жёсткая сферическая поверхность может рассматриваться, например, как модель пьезокерамического электроакустического преобразователя [1–5]. Электроакустика применяется в широком наборе приложений – от микро - и радиоакустики в мобильной связи, от гидроакустики до гелио – и астроакустики. Жёсткие сферические сегменты в некотором приближении могут рассматриваться моделью звёзд. Акустические и механические процессы играют важную роль при конструировании антенной техники. Для решения задач рассеяния и дифракции волн на различных, в том числе и на сферических поверхностях, известны эффективные методы решения прямых и обратных задач. К таким методам относится, в частности, метод полуобращения матричных и интегральных операторов задачи [6–12]. Метод полуобращения сравнительно хорошо себя зарекомендовал при исследовании резонансных эффектов, когда характерные размеры рассеивающих структур сравнимы с длинами падающих волн. Для задач акустики метод регуляризации, к сожалению, применяется не достаточно активно. В данной работе применяется метод полуобращения матричного и интегрального операторов задачи рассеяния плоской акустической волны на двух жёстких сферических сегментах с круговыми отверстиями (на сферических сегментах), экранирующих друг друга [6-12]. Получена и исследована система двух связанных

бесконечных систем линейных алгебраических уравнений второго рода с компактным матричным оператором в Гильбертовом пространстве числовых последовательностей. Рассмотрены варианты постановки задачи. Рассмотрены некоторые резонансные частоты структуры и обобщение задачи.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе целью является построение решения задачи рассеяния плоской звуковой волны на двух жёстких концентрических круговых сферических сегментах (на двух сферах с круговыми отверстиями), которые экранируют друг друга. Полные акустические потенциалы скоростей исходной и вторичных акустических волн  $U$  должны всюду вне поверхностей сферических сегментов удовлетворять уравнению Гельмгольца

$$\Delta U + k^2 U = 0 \quad (1)$$

и удовлетворять граничным условиям; здесь  $k = \omega/c$  – волновое число,  $\omega$  – круговая частота,  $c$  – скорость звука. На границах – на поверхностях  $S_0, S_1$  сферических сегментов нормальные

производные полных потенциалов должны обращаться в нуль  $\frac{\partial}{\partial n_i}(U)|_{S_i} = 0, i = 0, 1$ ; на

дополнении сферических сегментов до замкнутых сфер (то есть на отверстиях  $CS_1, CS_2$  в сферах)

полные потенциалы должны быть непрерывными  $U|(CS_i - \beta_i) = U|(CS_i + \beta_i)$ ;

$\beta_i > 0, \beta_i \rightarrow 0, i = 0, 1$ . Полные потенциалы должны удовлетворять условию конечности интеграла акустической энергии в любом ограниченном объёме пространства  $R^3$ , в том числе объёме, содержащем ребра сферических сегментов, а также удовлетворять условию затухания звука на бесконечности. В такой постановке задача Неймана для уравнения Гельмгольца (1) имеет единственное решение.

### СИСТЕМЫ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Разместим общее начало сферической и декартовой систем координат в общий геометрический центр двух концентрических сферических сегментов радиуса  $a_0$  и радиуса  $a_1$ , полагая  $a_0 < a_1$ . Пусть ось  $OZ$  является осью симметрии структуры. Пусть на отверстии “внешней” сферы (сегмента) полярный угол  $\theta$  меняется на отрезке  $[0, \theta_1]$ , т.е. отверстие “смотрит вверх”. Пусть на отверстии “внутренней” сферы (сегмента) полярный угол  $\theta$  меняется на отрезке  $(\theta_0, \pi]$ , т.е. отверстие “смотрит вниз”. Для использования метода частичных областей разбиваем пространство  $R^3$  на три области:  $0 \leq r < a_0, a_0 < r < a_1, r > a_1$ . Отыскиваем полные потенциалы скоростей во всех трёх областях. Зависимость потенциалов от времени полагаем гармонической  $\exp(-i\omega t)$ . Пусть плоская звуковая волна распространяется вдоль оси  $OZ$ . Используя метод разделения переменных в сферической системе координат для уравнения (1), потенциал скоростей заданной плоской волны  $U_0 = U_0(r, \theta)$  представим следующим рядом Фурье:

$$U_0 = \sum_{n=0}^{\infty} F_n j_n(kr) P_n(\cos \theta), \quad r \in [0, \infty), \quad \theta \in [0, \pi], \quad (2)$$

где

$$F_n = (-i)^n (2n+1), \quad z < 0, \quad F_n = (i)^n (2n+1), \quad z > 0. \quad (2a)$$

В (2)  $j_n(kr)$  – сферические функции Бесселя первого рода в обозначениях Дебая аргумента  $kr$ ,  $P_n(\cos \theta)$  – полиномы Лежандра первого рода порядка  $n$  нулевой степени аргумента  $\cos \theta$ . В (2), (2a) коэффициенты  $F_n$  определяют направление распространения плоской волны: из нижнего полупространства – при  $z < 0$ , или из верхнего полупространства – при  $z > 0$ . Потенциалы  $U_1, U_2, U_3, U_4$  вторичных полей представим в виде ряда (2):

$$U_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n F_n j_n(kr) P_n(\cos \theta), \quad 0 \leq r < a_0, \quad (3a)$$

$$U_2 = \sum_{n=0}^{\infty} B_n F_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta), \quad U_3 = \sum_{n=0}^{\infty} C_n F_n j_n(kr) P_n(\cos \theta), \quad a_0 < r < a_1, \quad (3b)$$

$$U_4 = \sum_{n=0}^{\infty} D_n F_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta), \quad r > a_1, \quad (3c)$$

где искомые коэффициенты  $A_n, B_n, C_n, D_n$  (3) должны принадлежать различным гильбертовым пространствам числовых последовательностей  $\tilde{l}^2$  с некоторыми весами, обеспечивающим выполнение условия конечности интеграла акустической энергии. Полиномы Лежандра образуют полную ортогональную с весом  $\sin \theta$  систему функций в гильбертовом пространстве  $L_2^{(1)}(0, \pi)$ , при этом для всех  $\theta$  на сегменте  $[0, \pi]$  полиномы равномерно ограничены  $|P_n(\cos \theta)| \leq 1$  и квадрат нормы полиномов убывает до нуля с ростом  $n$  и равен  $2/(2n+1)$ ,  $n \geq 0$ . Функции Бесселя первого рода  $j_n(kr)$  обеспечивают ограниченность полных потенциалов в окрестности начала системы координат, а функции Ханкеля первого рода  $h_n^{(1)}(kr)$  обеспечивают выполнение условия требуемого затухания звука на бесконечности. Функции Бесселя (Ханкеля) ортогональны с весом  $r$  в гильбертовом пространстве  $L_2(0, \infty)$ .

С целью отыскания коэффициентов  $A_n, D_n$  для (3) используем граничные условия. Из них сначала получаем систему четырёх вспомогательных функциональных уравнений, которые содержат все коэффициенты рядов из (3). Исключим из этой системы коэффициенты  $B_n, C_n$ ,  $n \geq 0$ , потенциалов  $U_2, U_3$  (3). Для этого выразим коэффициенты  $B_n, C_n$  через коэффициенты  $A_n, D_n$  и подставим эти коэффициенты во вспомогательные функциональные уравнения. После некоторых преобразований и, используя значения определителей Вронского для функций  $j_n(ka_i)$  и  $h_n^{(1)}(ka_i)$ ,  $i = 0, 1$ , решения вспомогательных систем из двух уравнений с четырьмя неизвестными (с определителями  $g_n$  (8)), получаем в результате требуемую систему четырёх связанных функциональных уравнений относительно искомых коэффициентов  $A_n, D_n$  потенциалов  $U_1, U_4$  (3):

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n F_n [h_n^{(1)}(ka_0)]' P_n(\cos \theta) = 0, \quad 0 \leq \theta < \theta_0, \quad (4)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_n}{g_n} \{ (A_n - 1) [j_n(ka_1)]' - D_n [h_n^{(1)}(ka_1)]' \} P_n(\cos \theta) = 0, \quad \theta_0 < \theta \leq \pi, \quad (5)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} F_n \{ D_n [h_n^{(1)}(ka_1)]' + j_n(ka_1) \} P_n(\cos \theta) = 0, \quad \theta_1 < \theta \leq \pi, \quad (6)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_n}{g_n} \{ (A_n + 1) [j_n(ka_0)]' + D_n [h_n^{(1)}(ka_0)]' \} P_n(\cos \theta) = 0, \quad 0 \leq \theta < \theta_1, \quad (7)$$

где

$$g_n = [h_n^{(1)}(ka_0)]' [j_n(ka_1)]' - [j_n(ka_0)]' [h_n^{(1)}(ka_1)]'. \quad (8)$$

В (8) величины  $g_n$  для всех  $n \geq 0$  отличны от нуля, так как по определению  $a_0 \neq a_1$ ; штрих в формулах вида  $[h_n^{(1)}(ka_0)]'$  обозначает дифференцирование по аргументу  $ka_0$ . Система (4) – (8) имеет единственное решение. Уравнения системы имеют сравнительно сложные ядра, содержащие полиномы Лежандра и производные функций Бесселя и Ханкеля. Для решения системы (4) – (8) не эффективны прямые численные методы, так как ряды в функциональных уравнениях системы имеют существенно разную скорость сходимости при  $n \rightarrow \infty$  на частичных полуинтервалах из сегмента  $[0, \pi]$ . В окрестности рёбер сферических сегментов

$[r = a_0, \theta = \theta_0], [r = a_1, \theta = \theta_1], \varphi \in [0, 2\pi]$  соответствующие им ряды в системе функциональных уравнениях плохо сшиваются. Общего эффективного метода решения таких систем пока нет. Однако системы допускают эффективную регуляризацию методом полуобращения (частичного обращения) матричных операторов рассматриваемой задачи [6–12]. При этом применяем различные варианты метода регуляризации для системы (4), (5) и для системы (6), (7). Ключевым моментом метода является получение и решение вспомогательных интегральных уравнений. В результате получим эффективно разрешимую систему двух бесконечных связанных линейных алгебраических уравнений второго рода Фредгольмового типа. Система разрешима численно для любых геометрических и волновых параметров задачи и аналитически для предельных значений параметров задачи.

**СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО РОДА**

Преобразуем систему четырёх функциональных уравнений (4) – (7) сначала к виду, удобному для применения метода частичного обращения матричного оператора задачи. Операторные уравнения, соответствующие системе (4) – (8), являются набором двух линейных операторных уравнений первого рода вида  $AX + BY = C, DX + FY = G$  в пространстве  $L_2(0, \pi)$ . Здесь  $X, Y$  – отыскиваемые вектор-столбцы,  $A, B, D, F$  – известные матрицы,  $C, G$  – заданные вектор-столбцы. В  $L_2(0, \pi)$  сначала в первом уравнении  $AX + BY = C$  представим оператор  $A$  как сумму двух операторов  $A = A^{(1)} + A^{(2)}$ , из которых оператор  $A^{(1)}$  имеет обратный  $(A^{(1)})^{-1}$ , произведение операторов  $(A^{(1)})^{-1} * A^{(2)}$  есть компактный оператор, и произведение операторов  $(A^{(1)})^{-1} * B, (A^{(1)})^{-1} * C$  является ограниченным в  $L_2(0, \pi)$ . Также в  $L_2(0, \pi)$  во втором уравнении системы  $DX + FY = G$  выполним такого же вида преобразования с оператором  $F$  и представляем его в виде суммы операторов  $F = F^{(1)} + F^{(2)}$ . Операторы  $F^{(1)}, F^{(2)}$  имеют такие же свойства, как и операторы  $A^{(1)}, A^{(2)}$ , т.е.  $\exists (F^{(1)})^{-1}$  и  $(F^{(1)})^{-1} * F^{(2)}$  – компактный оператор, и операторы  $(F^{(1)})^{-1} * D, (F^{(1)})^{-1} * G$  – ограниченные в  $L_2(0, \pi)$ . Отметим, что система полученных 4-х функциональных уравнений (4) – (7) в рамках применяемого ниже метода полуобращения может быть регуляризована по крайней мере двумя вариантами. При этом существенным требованием является получение в итоге наиболее алгоритмичного решения с наименьшими по норме в  $L_2(0, \pi)$  матричными операторами  $(A^{(1)})^{-1} * A^{(2)}, (A^{(1)})^{-1} * B, (F^{(1)})^{-1} * F^{(2)}, (F^{(1)})^{-1} * D$ . В данной работе выбран именно требуемый вариант. В этом варианте не использована методика интегрирования одного из функциональных уравнений и поиска в связи с этим ненулевой константы.

Рассмотрим сначала систему (4), (5) и последовательно её преобразуем в новую систему функциональных уравнений второго рода. На первом шаге преобразования системы вводим новое обозначение  $D_n^{(1)}$  вместо искоемых коэффициентов  $D_n$  из (3):

$$D_n^{(1)} = D_n \frac{F_n}{g_n} [h_n^{(1)}(ka_0)]', \tag{9}$$

где величины  $g_n$  введены в (8). Теперь применим для полиномов Лежандра интегральные представления Мелера – Дирихле [13]

$$P_n(\cos \theta) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\theta}^{\pi} \frac{\sin(n + 0.5)x}{(\cos \theta - \cos x)^{0.5}} dx, \theta \in (\theta_1, \pi] \tag{10}$$

для одного уравнения, а для другого уравнения применим интегральную композицию с ядром вида

$$\frac{\sin \theta}{\sqrt{\cos x - \cos \theta}}. \tag{11}$$

Так как ряды принадлежат пространству  $L_2(0, \pi)$ , то, изменив порядки суммирования и интегрирования в обоих функциональных уравнениях, приходим к однородным интегральным уравнениям Вольтерра I рода (типа Абея, в связи с применением (10), (11)) следующего вида:

$$\int_0^z \frac{f(x)}{(\cos x - \cos z)^{1/2}} dx = 0, \quad z \in [0, \theta_0]. \quad (12)$$

Интегральные уравнения (12) имеют единственное тривиальное решение  $f(z) = 0, z \in [0, \theta_0]$ ; которое является тригонометрическим рядом для функции  $f(z)$  из  $L_2(0, \pi)$ . Спектр интегрального оператора, соответствующего (12), имеет единственную предельную точку. Решение уравнений (12) отыскивается с помощью обратного интегрального преобразования типа Абея [5-13]. Этим переходим от функциональных уравнений первого рода по полиномам Лежандра  $P_n(\cos \theta)$  к уравнениям (и к рядам) по тригонометрическим функциям  $\cos[(n + \frac{1}{2})\theta]$ . Для получения функциональных уравнений второго рода, вводим параметр малости  $\varepsilon_{1,n}$ , используя асимптотику коэффициентов в соответствующих тригонометрических рядах при  $n \rightarrow \infty$ :

$$\varepsilon_{1,n} = 1 + 4i(ka_1)^3 \frac{g_n [h_n^{(1)}(ka_1)]'}{(2n+1) [h_n^{(1)}(ka_0)]'}. \quad (13)$$

При этом, например, функциональное уравнение на полуинтервале  $y \in (\theta_1, \pi]$  таково:

$$\sum_{n=0}^{\infty} D_n^{(1)} \cos(n + \frac{1}{2})y = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_m^{(1)} \varepsilon_{1,m} + 4i(ka_1)^3 F_m \frac{[j_m(ka_1)]'}{2m+1} \right\} \cos(m + \frac{1}{2})y.$$

Этим с помощью введения в функциональные уравнения параметра малости (13) выделена главная часть оператора  $A^{(1)}$  этих уравнений, а с помощью интегральных преобразований полуобращена эта главная часть, соответствующая оператору  $A^{(1)}$ . Затем выполним полное обращение главной части уравнений  $A^{(1)}$ , т.е. выполним обращение тригонометрических рядов методом, близким к методу задачи Римана-Гильберта [6-15], используя при этом полноту и ортогональность функций  $\cos[(n + \frac{1}{2})\theta], n = 0, 1, 2, \dots$  на сегменте  $\theta \in [0, \pi]$ . В результате получаем первую из двух связанную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно коэффициентов  $D_n^{(1)}$  и  $A_n$  из (9) и (3) соответственно:

$$D_n^{(1)} = \sum_{m=0}^{\infty} D_m^{(1)} \varepsilon_{1,m} \alpha_{nm}^{(1)}(\theta_1) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m F_m [j_m(ka_0)]'(g_m)^{-1} \alpha_{nm}(\theta_1) + \\ + 4i(ka_0)^3 \sum_{m=0}^{\infty} F_m \frac{[j_m(ka_0)]'}{2m+1} \alpha_{nm}^{(1)}(\theta_1) + \sum_{m=0}^{\infty} F_m [j_m(ka_0)]'(g_m)^{-1} \alpha_{nm}(\theta_1), \quad (14)$$

где

$$\alpha_{nm}(\theta_1) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\sin[(m-n)\theta_1]}{m-n} + \frac{\sin[(m+n+1)\theta_1]}{m+n+1} \right\}, \quad n \neq m, \quad (15)$$

$$\alpha_{mm}(\theta_1) = \frac{1}{\pi} \left\{ \theta_1 + \frac{\sin[(2m+1)\theta_1]}{2m+1} \right\}, \quad \alpha_{nm}^{(1)}(\theta_1) = \delta_{nm} - \alpha_{nm}(\theta_1), \quad (16)$$

где  $\delta_{nm}$  – символ Кронекера,  $n = m = 0, 1, 2, \dots$

Теперь регуляризуем систему функциональных уравнений (6), (7). Система (6), (7) отличается от системы (4), (5) прежде всего улучшенной скоростью сходимости её рядов. Поэтому её преобразовываем другим способом, также за несколько шагов. Сначала выполним замену коэффициентов  $A_n$  на новые коэффициенты  $A_n^{(1)}$  :

$$A_n^{(1)} = A_n \frac{F_n}{g_n} [j_n(ka_1)]' \quad (17)$$

Исследуя асимптотику новых коэффициентов при полиномах Лежандра в функциональных уравнениях (6), (7), вводим новый параметр малости

$$\varepsilon_{2,n} = 1 + 4i(ka_0)^3 \frac{g_n}{2n+1} \frac{[j_n(ka_0)]'}{[j_n(ka_1)]'} \quad (18)$$

Затем используем интегральные представления для полиномов Лежандра (10) на полуинтервале  $(\theta_0, \pi]$ , а на полуинтервале  $[0, \theta_0)$  другие представления

$$P_n(\cos \theta) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^\theta \frac{\cos(n+0.5)x}{(\cos \theta - \cos x)^{0.5}} dx.$$

Учтя, что ряды в функциональных уравнениях (6), (7) представляют собой функции из  $L_2(0, \pi)$ , поменяем порядки суммирования и интегрирования. Этим получаем два однородных интегральных уравнения типа Абея, одно из которых имеет вид (12). Решения этих уравнений, как и уравнения (12) находим, используя композицию с каждым ядром уравнения. Решения этих уравнений единственно и обращается в нуль соответственно на  $(\theta_0, \pi]$  и на  $[0, \theta_0)$ . Затем интегрируем уравнение на  $[0, \theta_0)$  и показываем, что константа интегрирования равна нулю. Этим переходим к функциональным уравнениям - тригонометрическим рядам по функциям  $\sin[(n + \frac{1}{2})\theta]$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  на сегменте  $\theta \in [0, \pi]$ .

Затем, используя полноту, ортогональность и ограниченность в  $L_2(0, \pi)$  функций  $\sin[(n + \frac{1}{2})\theta]$ ,  $n \geq 0$ , на  $[0, \pi]$ , заканчиваем полуобращение функциональных уравнений (6), (7) методом, близким к работам [6-15].

В итоге получаем вторую связанную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода:

$$A_n^{(1)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} \varepsilon_{2,m} \beta_{nm}(\theta_0) - \sum_{m=0}^{\infty} D_m^{(1)} \frac{[h_m^{(1)}(ka_1)]'}{[h_m^{(1)}(ka_0)]'} \beta_{nm}^{(1)}(\theta_0) - \sum_{m=0}^{\infty} F_m \frac{[j_m(ka_1)]'}{g_m} \beta_{nm}^{(1)}(\theta_0), \quad (19)$$

где

$$\beta_{nm}(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\sin[(m-n)\theta_0]}{m-n} - \frac{\sin[(m+n+1)\theta_0]}{m+n+1} \right\}, \quad n \neq m, \\ \beta_{nm}(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \left\{ \theta_0 - \frac{\sin[(2m+1)\theta_0]}{2m+1} \right\}, \quad \beta_{nm}^{(1)}(\theta_0) = \delta_{nm} - \beta_{nm}(\theta_0), \quad n = m = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

В системе (19) отыскиваемые коэффициенты  $A_n^{(1)}$  введены в (17), параметр малости  $\varepsilon_{2,m}$  - в (18), отыскиваемые коэффициенты  $D_n^{(1)}$  - в (9), величины  $F_m$  - в (2а), определитель  $g_m$  - в (8),  $\delta_{nm}$  - символ Кронекера. Отметим, что матричные элементы системы и элементы правого столбца - комплекснозначные величины.

Отметим, что в СЛАУ (14) необходимо заменить коэффициенты  $A_n$  на  $A_n^{(1)}$  по пересчётным формулам, введёнными в (17).

### ВЫВОДЫ

1. Получена связанная система двух бесконечных СЛАУ второго рода (14) и (19), которую представим так

$$X^{(1)} = M^{(1)} X^{(1)} + S^{(1)}, \quad (21)$$

где столбец  $X^{(1)}$  отыскиваемых коэффициентов в рядах Фурье состоит из наборов двух столбцов относительно  $D_n^{(1)}$  и  $A_n^{(1)}$  (с точностью до переобозначений), размещённых сверху вниз так:

$$X^{(1)} = [D_0^{(1)}, D_1^{(1)}, D_2^{(1)}, \dots, D_n^{(1)}, \dots, A_0^{(1)}, A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, \dots, A_n^{(1)}, \dots]^T, \quad (22)$$

Здесь  $T$  - транспонирование строки в столбец, поэтому в столбце  $X^{(1)}$  компоненты  $D_n^{(1)}$ ,  $n \geq 0$ , расположены сверху вниз над компонентами  $A_0^{(1)}, A_1^{(1)}, \dots$ . Матрица  $M^{(1)}$  составлена из четырёх блоков:

$$M^{(1)} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}. \quad (23)$$

В (23) блок  $M_{11}$  составлен из множителей при коэффициентах  $D_n^{(1)}$  системы (14), а блок  $M_{21}$  составлен из множителей при коэффициентах  $D_n^{(1)}$  системы (19). Аналогично блок  $M_{12}$  составлен из множителей при коэффициентах  $A_n^{(1)}$  системы (14) (с учётом переобозначений (17)), и блок  $M_{22}$  составлен из множителей при коэффициентах  $A_n^{(1)}$  системы (19). В СЛАУ (21) правый столбец  $S^{(1)}$  составлен сначала из правого столбца систем (14), а его продолжением будет являться правый столбец системы (19). Матричный оператор  $M^{(1)}$  системы (21) является вполне непрерывным в гильбертовом пространстве комплекснозначных числовых последовательностей  $l^2$ . Это следует, в частности, из асимптотических оценок для параметров малости

$$\varepsilon_{1,m} = O_1(m^{-2}), \quad \varepsilon_{2,m} = O_2(m^{-2}), \quad m \rightarrow \infty,$$

а также с учётом равномерной ограниченности по  $\theta_1, \theta_0 \in [0, \pi]$  при  $n, m \rightarrow \infty$  следующих четырёх величин

$$\alpha_{nm}(\theta_1), \alpha_{nm}^{(1)}(\theta_1), \beta_{nm}(\theta_0), \beta_{nm}^{(1)}(\theta_0).$$

Правый столбец  $S^{(1)}$  в (21) также принадлежит  $l^2$ . Единица не является собственным значением оператора  $M^{(1)}$ . Решение СЛАУ (21) существует и единственно. Система разрешима численно для любых параметров задачи и аналитически для (одновременно) малых углов (близких к нулю) или больших углов (близких к  $\pi$ ).

Отметим, что система полученных 4 – х функциональных уравнений (4) – (7), в рамках примененного в работе метода полуобращения, может быть регуляризована по крайней мере двумя вариантами. При этом важным требованием является получение в итоге наиболее алгоритмичного решения с наименьшими по норме в  $l^2$  матричными операторами  $(A^{(1)})^{-1} * A^{(2)}$ ,  $(A^{(1)})^{-1} * B$ ,  $(F^{(1)})^{-1} * F^{(2)}$ ,  $(F^{(1)})^{-1} * D$ . В данной работе выбран именно требуемый вариант. В этом варианте не использована методика интегрирования одного из функциональных уравнений, которая приводит к поиску ненулевой константы. Учёт этой константы неизбежно усложнил бы алгоритм решения задачи и уменьшил бы диапазон параметров его эффективного применения.

Отметим, что рассматриваемая здесь задача, на первый взгляд мало отличается от ранее решённой задачи [17]. Однако, здесь задача является обобщением задачи [17], так как известно, что в задачах волнового анализа, исследуемых численно–аналитическими методами регуляризации, характерной чертой является их исчерпывание максимальной информации о конкретном классе задач и выборе наиболее эффективного подхода к их решению. В связи с этим приходим к выводу, что даже кажущееся незначительное изменение постановки задачи акустики – например рассмотрение жёсткого или мягкого

сегмента, наличие или отсутствие дополнительных отверстий в рассеивателях (и даже “поворот” отверстия в сфере на 180 градусов) приводит к необходимости модификациям метода решения задачи.

2. Предельным тестовым вариантом при  $\theta_1 \rightarrow 0$ , который следует из анализа двух связанных СЛАУ (14), (19) и (21) является вариант рассеяния плоской волны на внешней замкнутой сфере (радиуса  $a_1$ ). В этом случае коэффициенты  $D_n$  (обозначим их  $D_n^{(2)}$ ) потенциалов  $U_4^{(3)}$  и потенциалов  $U_1, U_2, U_3^{(3)}$  вычисляются в явном виде:

$$D_n^{(2)} = [j_n(ka_1)]' / [h_n^{(1)}(ka_1)]', n = 0, 1, 2, 3, \dots; A_n^{(2)} = B_n^{(2)} = C_n^{(2)} = 0.$$

3. Отдельным важным вариантом, который является и тестовым, есть вариант отсутствия внутренней сферы (радиуса  $a_0$ ), т.е рассматривается рассеяние плоской акустической волны на одной жесткой сфере, отверстие в которой “смотрит вверх”. Выполняя регуляризацию задачи разработанным в работе подходом, получаем СЛАУ второго рода Фредгольмового типа:

$$D_n^{(3)} = \sum_{m=0}^{\infty} D_m^{(3)} \varepsilon_{3,m} \alpha_{nm}^{(1)}(\theta_1) + 4i(ka_1)^3 \sum_{m=0}^{\infty} F_m (2m+1)^{-1} [j_m(ka_1)]' \alpha_{nm}^{(1)}(\theta_1), \quad (24)$$

где  $D_n^{(3)}$  связаны с коэффициентами  $D_n$  ряда Фурье вида (3с) для потенциала  $U_4^{(3)}$  вне сферы ( для  $r > a_1$ ) так:  $D_n^{(3)} = D_n F_n \{ [j_n(ka_1)]' \}^{-1}$ . При этом коэффициенты  $C_n^{(3)}$  ряда Фурье вида (3в) (по функциям Бесселя) для потенциала  $U_3^{(3)}$  внутри сферы ( для  $r < a_1$ ) и параметр малости  $\varepsilon_{3,n}$  таковы:

$$C_n^{(3)} = D_n^{(3)} \frac{[h_n^{(1)}(ka_1)]'}{[j_n(ka_1)]'} + 1, \quad \varepsilon_{3,n} = 1 + 4i(ka_1)^3 \frac{[j_n(ka_1)]' [h_n^{(1)}(ka_1)]'}{2n+1}.$$

Система (24) имеет все преимущества систем (14), (19) и столь же эффективна для поиска решения для любых параметров задачи акустики.

4. Для исследования резонансных частот рассматриваемых задач рассеяния важны резонансные частоты вынужденных колебаний замкнутой жёсткой сферы. Некоторые приведённые резонансные частоты  $(ka)_{n,m}$  – корни уравнения  $[j_n(ka)]' = 0$  даны в таблице 1.

Таблица 1. Резонансные частоты  $(ka)_{n,m}$  замкнутой жёсткой сферы. Асимптотика.

	n=30	n=50	n=90	n=140	n=160
m=15	115.1868	178.3920	304.3368	461.5519	524.4152
m=20	122.3643	185.7879	311.9117	469.2183	532.1034
m=30	136.3692	200.3016	326.8697	484.4138	547.3563

Отметим, что для двух рассматриваемых жёстких сегментов (сфер с отверстиями) комплексные добавки к величинам  $ka$  при увеличении отверстий в сферах (начиная с нулевых отверстий) немонотонно возрастают. При этом во внешней сфере добавки к приведенным резонансным частотам  $ka_1$  пропорциональны  $\theta_1$ , а во внутренней сферы добавки к  $ka_0$  пропорциональны  $(\theta_1)^3$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. – Л.: – Судостроение. – 1989. – 302 с.
2. Гладкий А.В., Сергиенко И.В., Скопецкий В.В. Численно – аналитические методы исследования волновых процессов. – Киев: – Наукова Думка. –2001. – 452 с.
3. Скучик Е. Основы акустики. Т.2. – М.: – Мир, – 1976. – 542 с.
4. Thomas D.P. Diffraction by a spherical cap. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1963, 59, с.197 – 209.
5. Конторович М.И., Лебедев Н.Н. Об одном методе решения некоторых задач дифракции и родственных ей проблем. // Журнал Технической Физики – 1938. – Т.8, в.10 – 11. – С. 1193 – 1206.

6. Шестопапов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. – Харьков: – Изд. ХГУ, – 1973. – 288 с.
7. Шестопапов В.П., Тучкин Ю.А., Поединчук А.Е., Сиренко Ю.К. Новые методы решения прямых и обратных задач теории дифракции. – Харьков: – Основа, – 1997. – 284 с.
8. Кравченко В.Ф., Сиренко Ю.К., Сиренко К. Ю. Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. – Москва: – Физматлит, 2011. – 318 С.
9. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Возбуждение незамкнутых конических и биконических структур//Электромагнитные волны и электронные системы. – 2003. – Т.8, выпуск 10 – 11. – С. 4 – 78.
10. Свищёв Ю.В., Тучкин Ю.А. Векторная задача дифракции электромагнитных волн на двух сферических сегментах. // ДАН УССР, сер. А. – 1987. – Т.12. – С. 56 – 60.
11. Вязьмитинов И.А., Вязьмитинова С.С., Резуненко В.А. Расчёт потенциалов электронно – оптических систем с разгруженным сферическим катодом. // Радиотехника. – Изд. ХГУ – 1990. – Т.89. – С. 130 – 134.
12. Резуненко В.А. Рассеяние плоской волны сферой с круговым отверстием. // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2005. – Т.10, в.8. – С. 3 – 15.
13. Бейтмен Г., Эрдеи А. Высшие трансцендентные функции. Т.2. – М.: – Наука, – 1974. – 295 с.
14. Марченко В.А. Операторы Штурма – Лиувилля и их приложения. – Киев: – Наукова Думка, – 1977. – 362 с.
15. Садовничий В.А. Теория операторов. – М.: – Высшая школа, – 1999. – 368 с.
16. Справочник по специальным функциям. Под ред. Абрамовиц М., Стиган И. – М.: – ФМЛ, – 1979. – 832 с.
17. Резуненко В.А. Дифракция плоской акустической волны на жестком сферическом сегменте, экранирующем мягкий шар// Вісник ХНУ імені В.Н. Каразіна, серія “Радіофізика та електроніка”. – 2009. – № 853. – випуск 14. – С. 54 – 60.

## ЗМІСТ

<i>Атрошенко Л.М., Горобец Н.Н., Красногорский М.Г., Лебедев А.С., Малюков В.М.</i> Внешняя калибровка РСА космического базирования: 1. Метод оценки пространственной разрешающей способности радиолокаторов высокого разрешения	3
<i>Атрошенко Л.М., Горобец Н.Н., Горобец А.Н., Красногорский М.Г., Малюков В.М.</i> Внешняя калибровка РСА космического базирования: 2. Метод радиометрической калибровки радиолокаторов высокого разрешения	7
<i>Медведев Н. В.</i> Излучение в материальную среду системы щелей в экране коаксиальной линии	11
<i>Горобец Н.Н., Овсянникова Е.Е., Шишкова А.В.</i> Формирование равномерного распределения электромагнитного поля в ближней зоне Е-секториальных рупорных антенн	17
<i>Мизерник В. Н., Шматько А. А.</i> Дифракция волноводной волны на диафрагме конечной толщины, заполненной гиромангнитной средой	25
<i>Горобец Н. Н., Стасюк Н. Н.</i> Волновые эффекты и распределение электромагнитного поля на оси диэлектрического двухосного эллипсоида с потерями	31
<i>Антюфеева М. С.</i> Электромагнитное поле в резонаторе, заполненном средой с дисперсией	44
<i>Батраков Д.О., Головин Д.В., Батракова А.Г., Почанин Г.П.</i> Численное моделирование распространения электромагнитных импульсных сигналов в плоскостойких средах	54
<i>Кайдаш М. В.</i> Распределение поля и потоки энергии в окрестности очень тонкого металлического цилиндра при падении на него электромагнитной волны	59
<i>Прохоров Э. Д., Боцула О. В., Реутин О. А.</i> Влияние протяженности боковой границы на вольт-амперные характеристики и эффективность генерации планарного диода	64
<i>Кайдаш М. В.</i> Особенности работы диодов Ганна на основе варизонного соединения $Al_xGa_{1-x}As-GaAs-Ga_{0,6}In_{0,4}As$	69
<i>Погорелов С.В., Сафронов Б.В., Балкашин В.П., Приз И.А., Красовский И.В.</i> Профильный болометр параметров лазерного излучения	73
<i>Пономаренко С.С., Кишко С.А., Кулешов А.Н., Хуторян Э.М., Завертанный В.В., Кириченко Л.А., Тищенко А.С., Ефимов Б.П.</i> Транспортировка нерелятивистских электронных потоков в слабонеоднородных магнитных фокусирующих полях для клинотронов субмиллиметрового диапазона	77
<i>Кишко С.А., Кулешов А.Н., Пономаренко С.С., Ефимов Б.П.</i> Магнетронно-инжекторная пушка для планарного мазера на циклотронном резонансе	83
<i>D. Shyrokorad, O. Dumin, O. Dumina, V. Katrich.</i> Analysis of parameters of biological objects by neural network processing of reflected impulse electromagnetic field	89
<i>Резуненко В.А.</i> Рассеяние акустической плоской волны на двух жёстких сферических сегментах	96

## CONTENT

<i>L.M.Atroshenko, N.N.Gorobets, M.G.Krasnogorsky, A.S. Lebedev, V.M.Malyukov.</i> External calibration of space-based SAR: 1. Method of the spatial resolution estimation of high-resolution radar	3
<i>L.M.Atroshenko, N.N.Gorobets, A.N.Gorobets, M.G.Krasnogorsky, V.M.Malyukov.</i> External calibration of space-based SAR: 2. Method of high-resolution radiometric calibration	7
<i>N. V. Medvedev.</i> Radiation in the material medium from the slot system in the coaxial line shield	11
<i>N.N.Gorobets, Ye.Ye.Ovsyannikova, A.V. Shishkova.</i> Formation uniform distribution of the electromagnetic field in the near zone E-sectoral horn antenna	17
<i>V.N. Mizernik, A.A. Shmat'ko.</i> About spurious resonances in problems of diffraction waves on waveguide discontinuity	25
<i>N.N.Gorobets, N.N. Stasiuk.</i> The wave effects and the electromagnetic field distribution on axis of the dissipative dielectric biaxial ellipsoid	31
<i>M.S. Antyufeyeva.</i> Electromagnetic field in a cavity with dispersive medium	44
<i>D.O. Batrakov, D.V. Golovin, A.G. Batrakova, G.P. Pochanin.</i> Numerical simulation of electromagnetic pulse signals propagation in plane-layered media	54
<i>M.V. Kaydash.</i> Field distribution and energy flow in the vicinity of thin metal cylinder during its irradiation by electromagnetic wave	59
<i>E. D. Prokhorov, O. V. Botsula, O. A. Reutyna.</i> Influence of extent of lateral border on the current voltage curve and efficiency of generation of the planar diode	64
<i>M.V. Kaydash.</i> Features of Gunn diodes based on graded-gap compounds $Al_xGa_{1-x}As-GaAs-Ga_{0,6}In_{0,4}As$	69
<i>S.V. Pogorelov, B.V. Safronov, V.P. Balkashin, I.A. Priz, I.V. Krasovskyy.</i> Profile bolometer of the laser radiation parameters	73
<i>S.S. Ponomarenko, S.A. Kishko, A.N. Kuleshov, E.M. Khutoryan, V.V. Zavertanniy, L.A. Kirichenko, A.S. Tishchenko, B.P. Efimov</i> Transporting of the nonrelativistic electron beams in weak inhomogeneous magnetic focusing fields for submillimeter clinotrons	77
<i>S.A. Kishko, A.N. Kuleshov, S.S. Ponomarenko, B.P. Efimov.</i> Magnetron injection gun for planar cyclotron resonance maser	83
<i>D. Shyrokorad, O.M. Dumin, O.O. Dumina, V.A. Katrich.</i> Analysis of parameters of biological objects by neural network processing of reflected impulse electromagnetic field	89
<i>V. A. Rezunenko.</i> The scattering of the acoustic plane wave on two hard spherical segments	96

Наукове видання

ВІСНИК ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
імені В.Н. Каразіна  
№ 1038

Серія  
“Радіофізика та електроніка”  
Випуск 21

Збірник наукових праць

Українською, російською та англійською мовами

Підписано до друку 21.12.2012. Формат 60×84/8.  
Папір офсетний.  
Друк ризографічний.  
Ум. друк. арк. 11,8. Обл.-вид. арк. 14,3. Тираж 100 пр.  
Ціна договірна. Зам. №

---

61022, Харків, майдан Свободи, 4, Харківський національний університет  
імені В.Н. Каразіна  
Видавництво

---

Надруковано з готового оригінал-макету у друкарні ФОП Петров В.В.  
Єдиний державний реєстр юридичних осіб та фізичних осіб-підприємців.  
Запис №2480000000106167 від 08.01.2009.  
61144, м. Харків, вул. Гв. Широнінців, 79в, к. 137, тел. (057) 778-60-34  
e-mail: bookfabrik@ Rambler.ru