

УДК 537.87

## БЛИЖНЕЕ НЕСТАЦИОНАРНОЕ ПОЛЕ ДИПОЛЯ ГЕРЦА

А. Н. Думин<sup>1</sup>, В. А. Плахтий<sup>1</sup>, Я. С. Вольвач<sup>2</sup>, О. А. Думина<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, 61022, г. Харьков, пл. Свободы,4  
E-mail: Alexander.N.Dumin@univer.kharkov.ua

<sup>2</sup>Material Science & Engineering Department, University of California, San Diego (UCSD), 9500 Gilman Drive,  
La Jolla, CA 92093-0418, USA

<sup>3</sup>Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, 61050, г. Харьков, пл. Фейербаха,7  
Поступила в редакцию 4 апреля 2014 г.

Методом векторного потенциала во временной области получены уточненные выражения для всех компонент ближнего поля диполя Герца, возбуждаемого током с произвольной временной зависимостью. Проводится сравнение полученных выражений с классическими. Для случая скачкообразного возбуждающего тока построены временные зависимости векторного потенциала от координат точки наблюдения вблизи излучателя для классических, уточненных и точных выражений в виде квадратур, рассчитанных численно.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** диполь Герца, временная область, нестационарные поля, излучение

Методом векторного потенціалу у часовому просторі одержані уточнені вирази для усіх компонентів ближнього поля диполя Герца, що збуджується струмом із довільною часовою залежністю. Проводиться порівняння отриманих виразів із класичними. Для випадку скачкоподібного збуджуючого струму побудовані часові залежності векторного потенціалу від координат точки спостереження поблизу випромінювача для класичних, уточнених і точних виразів у вигляді квадратур, що розраховані чисельно.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** диполь Герца, часовий простір, нестационарні поля, випромінювання

More accurate expressions for all components of near field of Hertzian dipole are received by vector potential method in time domain. The comparison of the obtained expressions with classical ones is carried out. The time dependences of vector potential on observation point coordinates nearby the radiator are depicted for the classical, more accurate, and precise expressions calculated numerically for the case of stepwise exciting current.

**KEYWORDS:** Hertzian dipole, time domain, transient fields, radiation

### ВВЕДЕНИЕ

Главные особенности процесса излучения и преобразования энергии излучателей наиболее ясно представляются во временной области. В работе [1] получены и проанализированы выражения для излученного поля одного из элементарных излучателей – электрического диполя Герца – с целью исследования процесса преобразования энергии поля вблизи этого излучателя [2]. Данный вопрос является актуальным в связи с необходимостью построения антенн с высокой эффективностью излучения импульсных полей [3]. Общая физическая картина процесса формирования свободного электромагнитного поля была описана еще Г. Герцем [4], но в случае импульсных полей в излучающих системах нельзя использовать резонансные явления для повышения эффективности излучения. В связи с этим возрос интерес к анализу физических процессов вблизи излучателя, возбуждаемого нестационарными токами. В работе [5] во временной области описано формирование электромагнитной волны в окрестности излучателя как трансформация энергии быстро убывающих с расстоянием составляющих электромагнитного поля в медленно убывающие. Тем не менее, этот процесс невозможно проследить аналитически в классических выражениях для поля диполя Герца, так как из них следует, что электромагнитная волна существует на любых сколь угодно близких расстояниях от излучателя, что противоречит описанной выше физической картине.

С целью получения аналитических выражений, в которых бы отражался механизм формирования волны, в данной работе проводится уточнение классических выражений для поля диполя Герца, возбуждаемого током с произвольной зависимостью от времени, с учетом конечности размеров излучателя [6]. Проводится численный анализ поведения решений данной задачи излучения, полученных в различных приближениях.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Источником нестационарного поля является проводник с поперечным сечением  $S$  и радиусом  $r_d$ , через который в направлении оси  $OZ$  протекает ток с произвольной временной зависимостью. Рассмотрим поле, излучаемое небольшим сегментом этого проводника  $l$ ,  $l \ll ct$ , где  $\tau$  – минимальное время, за который ток заметно меняет свое значение,  $c$  – скорость света. Распределение тока по всей длине  $l$  будем считать равномерным.

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Расчет излучаемого поля проведем при помощи метода векторного потенциала, для которого известно аналитическое решение:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - R/c)}{R} dV'. \quad (1)$$

При этом выражения для напряженностей полей имеют вид

$$\begin{cases} \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \vec{A}(\vec{r}, t); \\ \vec{E}(\vec{r}, t) = -\text{grad} \varphi - \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t}. \end{cases} \quad (2)$$

В отличие от классического решения этой задачи будем принимать во внимание толщину излучателя. Рассмотрим подынтегральное выражение в (1) при больших расстояниях наблюдения по сравнению с размерами излучающей системы  $-r'/r \ll 1$ , где  $\vec{r}$  – координата точки наблюдения,  $\vec{r}'$  – координата точечного источника тока, принимая во внимание, что  $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$ ,  $R = \sqrt{r^2 - 2\vec{r}\vec{r}' + r'^2}$ ,

Используя известное выражение для разложения функции в ряд Тейлора

$$F(x_0 + x) \approx F(x_0) + \frac{x}{1!} F'(x_0) + \frac{x^2}{2!} F''(x_0), \quad (3)$$

можем разложить подынтегральное выражение (1) в окрестности точки  $r$ , ограничиваясь первыми слагаемыми ряда

$$r \left( 1 - \left( 2 \frac{(\vec{r}, \vec{r}')}{r^2} - \frac{r'^2}{r^2} \right) \right)^{1/2} \approx r \left( 1 - \left( \frac{2 \frac{(\vec{r}, \vec{r}')}{r^2} - \frac{r'^2}{r^2}}{2} - \left( \frac{2 \frac{(\vec{r}, \vec{r}')}{r^2} - \frac{r'^2}{r^2}}{8} \right) \right) \right) \approx r - \frac{(\vec{r}, \vec{r}')}{r} + \frac{r'^2}{2r} - \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^2}{2r^3} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}') r'^2}{2r^3} - \frac{r'^4}{8r^3}. \quad (4)$$

Принимая во внимание, что подынтегральное выражение является дробью

$$F(x_0 + x) = \frac{f(x_0 + x)}{x_0 + x}, \quad (5)$$

его разложение принимает вид

$$\frac{f(x_0 + x)}{x_0 + x} \approx \frac{f(x_0)}{x_0} + \frac{x}{1!} \frac{d}{dx_0} \left( \frac{f(x_0)}{x_0} \right) + \frac{x^2}{2!} \frac{d^2}{dx_0^2} \left( \frac{f(x_0)}{x_0} \right), \quad (6)$$

где  $x_0 = r$ ,  $x = -\left( \frac{(\vec{r}, \vec{r}')}{r} - \frac{r'^2}{2r} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^2}{2r^3} - \frac{(\vec{r}, \vec{r}') r'^2}{2r^3} + \frac{r'^4}{8r^3} \right)$  – малая величина.

В классическом решении [1] для поля, излучаемого диполем Герца, было использовано первое слагаемое в этом выражении. Легко показать, что слагаемые, которые содержат скалярное произведение  $\vec{r}, \vec{r}'$ , после интегрирования по объему дают нулевой вклад в это выражение. Поэтому будем учитывать последующие слагаемые с одинаковым порядком малости по отношению к размерам диполя. Выражение для векторного потенциала принимает форму:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{dV'}{r} \left( \vec{j} - u_0 \left( \frac{1}{rc} \dot{\vec{j}} + \frac{\ddot{\vec{j}}}{r^2} \right) + (u_1 + u_2 + u_3) \left( \frac{1}{c^2 r} \ddot{\vec{j}} + \frac{2}{cr^2} \dot{\vec{j}} + 2 \frac{\ddot{\vec{j}}}{r^3} \right) \right), \quad (7)$$

где  $u_0 = -\left( \frac{(\vec{r}, \vec{r}')}{r} - \frac{r'^2}{2r} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^2}{2r^3} - \frac{(\vec{r}, \vec{r}') r'^2}{2r^3} + \frac{r'^4}{8r^3} \right)$ ;

$$u_1 = \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^2}{2r^2} + \frac{r'^4}{8r^2} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^4}{8r^6} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^2 r'^4}{8r^6} + \frac{r'^8}{128r^6} - \frac{(\vec{r}, \vec{r}') r'^2}{2r^2} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^3}{2r^4};$$

$$u_2 = -\frac{(\vec{r}, \vec{r}')^2 r'^2}{2r^4} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}') r'^4}{8r^4} - \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^2 r'^2}{4r^4} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}') r'^4}{4r^4};$$

$$u_3 = -\frac{r'^6}{16r^4} - \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^3 r'^2}{4r^6} + \frac{(\vec{r}, \vec{r}')^2 r'^4}{16r^6} - \frac{(\vec{r}, \vec{r}') r'^6}{16r^6}.$$

После перехода от плотности тока к полному току через проводник и некоторых других упрощений мы получаем

$$\vec{A} \vec{r}, t = \frac{\vec{z}_0 \mu_0 l}{4\pi} \left( a_0 \frac{I}{r} + a_1 \frac{\dot{I}}{4r^2 c} + a_2 \frac{\ddot{I}}{8rc^2} \right), \quad (8)$$

$$\text{где } a_0 = 1 - \frac{l^2}{24r^2} + \frac{l^2}{8r^2} (\cos^2 \theta) - \frac{r_d^2}{4r^2} + \frac{3r_d^2}{8r^2} (\sin^2 \theta);$$

$$a_1 = -\frac{l^2}{6} + \frac{l^2}{2} (\cos^2 \theta) - r_d^2 + \frac{3r_d^2}{2} (\sin^2 \theta);$$

$$a_2 = \frac{l^2}{3} (\cos^2 \theta) + r_d^2 (\sin^2 \theta).$$

Легко увидеть, что данное выражение при устремлении длины диполя и его толщины к нулю превращается в классическое выражение [1]. Очевидно, что влияние новых слагаемых проявится на небольших расстояниях наблюдения поля от центра излучателя.

### АНАЛИЗ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ БЛИЖНИХ ПОЛЕЙ ДИПОЛЯ ГЕРЦА

Замена полного тока через проводник в (8) на заряд, а также использование хорошо известных формул для векторных операций в сферической системе координат приводят к выражениям для всех компонент поля вблизи электрического диполя Герца:

$$E_\theta = \frac{l \sin \theta}{4\pi \epsilon_0} \times \left( e_{\theta 0} \frac{Q}{r^3} + e_{\theta 1} \frac{\dot{Q}}{cr^2} + e_{\theta 2} \frac{\ddot{Q}}{rc^2} + e_{\theta 3} \frac{\ddot{Q}}{r^2 c^3} + e_{\theta 4} \frac{\ddot{Q}}{rc^4} \right), \quad (9)$$

$$\text{где } e_{\theta 0} = 1 - \frac{6r_d^2 + l^2}{8r^2} + \left( \frac{13l^2}{8r^2} - \frac{15r_d^2}{4r^2} \right) \cos^2 \theta + \left( \frac{15r_d^2}{8r^2} - \frac{l^2}{4r^2} \right) \sin^2 \theta;$$

$$e_{\theta 1} = 1 - \frac{3r_d^2}{4r^2} - \frac{l^2}{8r^2} + \left( \frac{13l^2}{8r^2} - \frac{7r_d^2}{4r^2} \right) \cos^2 \theta + \left( \frac{7r_d^2}{8r^2} - \frac{l^2}{4r^2} \right) \sin^2 \theta;$$

$$e_{\theta 2} = 1 - \frac{r_d^2}{2r^2} - \frac{l^2}{12r^2} + \left( \frac{19l^2}{24r^2} - \frac{3r_d^2}{2r^2} \right) \cos^2 \theta + \left( \frac{9r_d^2}{8r^2} - \frac{l^2}{12r^2} \right) \sin^2 \theta;$$

$$e_{\theta 3} = \frac{l^2 - r_d^2}{4} \cos^2 \theta + \frac{5r_d^2 \sin^2 \theta}{8} - \frac{r_d^2}{4} - \frac{l^2}{24};$$

$$e_{\theta 4} = \frac{l^2}{24} \cos^2 \theta + \frac{r_d^2}{8} \sin^2 \theta.$$

$$E_r = \frac{l \cos \theta}{2\pi \epsilon_0} \left( e_{r0} \frac{Q}{r^3} + e_{r1} \frac{\dot{Q}}{cr^2} + e_{r2} \frac{\ddot{Q}}{c^2 r^3} + e_{r3} \frac{\ddot{Q}}{r^2 c^3} \right), \quad (10)$$

$$\text{где } e_{r0} = 1 - \frac{3r_d^2}{2r^2} + \frac{l^2}{4r^2} (3 \cos^2 \theta - 1) + \left( \frac{15r_d^2}{4r^2} - \frac{l^2}{2r^2} \right) \sin^2 \theta;$$

$$e_{r1} = 1 - \frac{3r_d^2}{4r^2} + \frac{15l^2}{16cr^2} \cos^2 \theta + \left( \frac{r_d^2}{cr^2} - \frac{l^2}{4r^2 c} \right) \sin^2 \theta;$$

$$e_{r2} = -\frac{r_d^2}{2} - \frac{l^2}{12} + \frac{7l^2}{24} \cos^2 \theta + \left( \frac{l^2}{12} + \frac{r_d^2}{8} \right) \sin^2 \theta;$$

$$e_{r3} = \frac{r_d^2}{4} + \frac{l^2}{24} \cos^2 \theta + \left( \frac{r_d^2}{4} - \frac{l^2}{24} \right) \sin^2 \theta.$$

$$H_{\varphi}(r, \theta, t) = \frac{l \sin \theta}{4\pi} \left( h_1 \frac{\dot{Q}(t - r/c)}{r^2} + h_2 \frac{\ddot{Q}}{cr} + h_3 \frac{\ddot{Q}}{r^2 c^2} + h_4 \frac{\ddot{Q}}{rc^3} \right); \quad (11)$$

$$\text{где } h_1 = 1 - \frac{3l^2}{8r^2} + \frac{3r_d^2}{4r^2} \left( \frac{3}{2} \sin^2 \theta - 1 \right) + \left( \frac{5l^2}{8r^2} - \frac{3r_d^2}{4r^2} \right) \cos^2 \theta;$$

$$h_2 = 1 - \frac{l^2}{8r^2} + \frac{3r_d^2}{4r^2} (3 \sin^2 \theta - 1) + \left( \frac{5l^2}{8r^2} - \frac{3r_d^2}{4r^2} \right) \cos^2 \theta;$$

$$h_3 = -\frac{l^2}{24} + \left( \frac{l^2}{4} - \frac{r_d^2}{4} \right) \cos^2 \theta + \frac{r_d^2}{2} \left( \sin^2 \theta - \frac{1}{2} \right);$$

$$h_4 = \frac{l^2}{24} \cos^2 \theta + \frac{r_d^2}{8} \sin^2 \theta.$$

Здесь угловая зависимость от координаты  $\varphi$  отсутствует из-за симметрии задачи, и также нетрудно увидеть, что полученные выражения (9)–(11) совпадают с классическими [1], если длина диполя и его радиус бесконечно малы. Для графической иллюстрации временной зависимости излучаемых полей в ближней зоне полученное выражение для векторного потенциала (8) исследуется на примере следующей временной зависимости

$$Q(t) = (1 - \tanh(t/\tau))/2, \quad (12)$$

где  $\tau = 10^{-9}$  с, длина излучателя  $l$  равна 0,01 м, его радиус  $r_d = 0,001$  м, амплитуда тока  $I_0 = 1$  А.

На Рис. 1-3 изображены временные зависимости амплитуды поперечной компоненты векторного потенциала для расстояний наблюдения  $r = 5, 10, 20$  мм при фиксированном угле наблюдения  $\theta = \pi/2$ , рассчитанные по классическим формулам [1], по полученной выше уточненной (8) и по точному решению (1), рассчитанному численно. Легко увидеть, что уже на расстоянии 20 мм (Рис. 3) все три кривые практически совпадают. При малых расстояниях наблюдения разница заметна, причем наше уточненное решение ближе к точному. Также нужно отметить, что уменьшение значения потенциала в более точных решениях по сравнению с классическим, особенно заметное на Рис. 1, и отражает тот факт, что на таких малых расстояниях волна еще не сформирована, она не получила достаточно энергии от квазистатических компонент поля из окружающего излучателя объема [4].

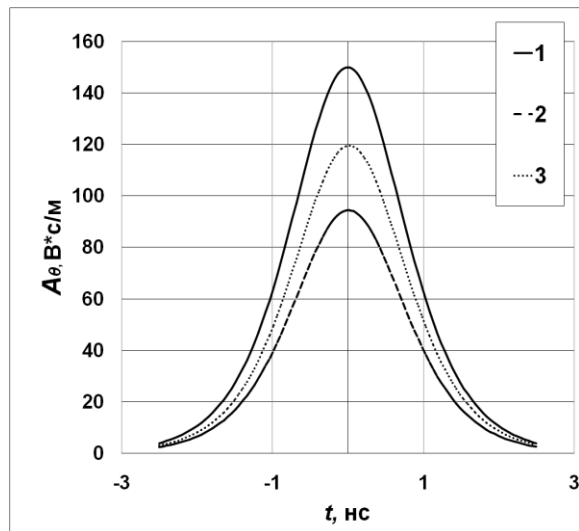


Рис. 1. Временная зависимость амплитуды поперечной компоненты векторного потенциала на расстоянии 5 мм от диполя,  $\theta = \pi/2$ , 1 — классическое решение, 2 — уточненное решение, 3 — точное решение.

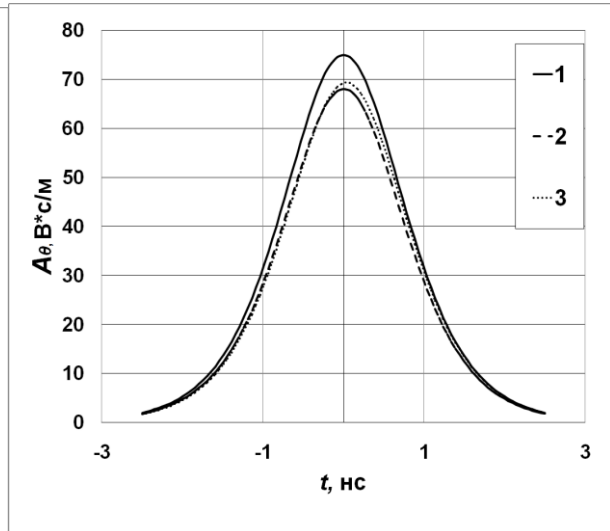


Рис. 2. Временная зависимость амплитуды поперечной компоненты векторного потенциала на расстоянии 10 мм от диполя,  $\theta = \pi/2$ , 1 — классическое решение, 2 — уточненное решение, 3 — точное решение.

Для иллюстрации поведения поля в ближней зоне при разных углах на Рис. 4-6 построены временные зависимости поперечной компоненты, а на Рис. 7-9 — продольной компоненты векторного потенциала при углах наблюдения  $\theta = \pi/16, \pi/4, 7\pi/16$ .

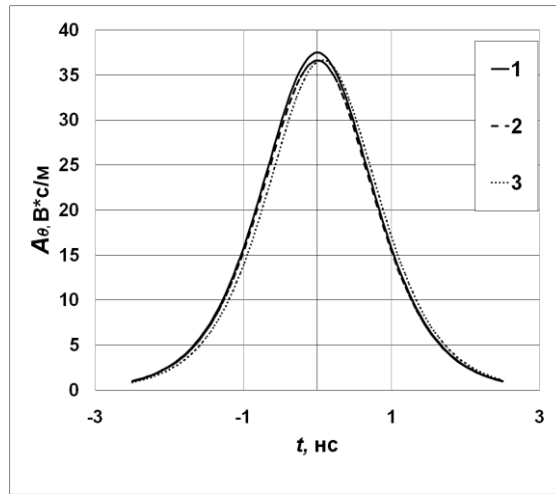


Рис. 3. Временная зависимость амплитуды поперечной компоненты векторного потенциала на расстоянии 20 мм от диполя,  $\theta = \pi/2$ , 1 – классическое решение, 2 – уточненное решение, 3 – точное решение.

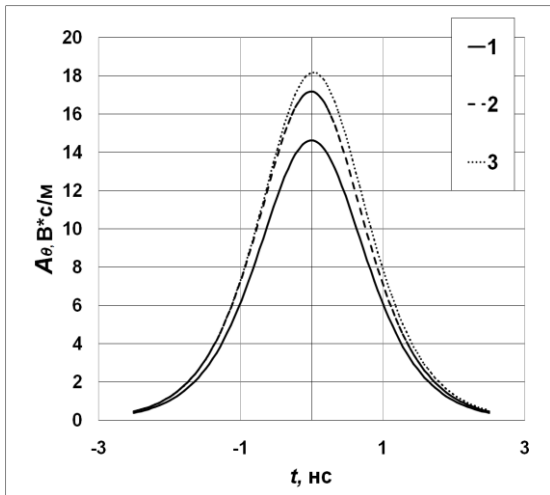


Рис. 4. Временная зависимость поперечной компоненты векторного потенциала на расстоянии 10 мм от диполя,  $\theta = \pi/16$ , 1 – классическое решение, 2 – уточненное решение, 3 – точное решение.

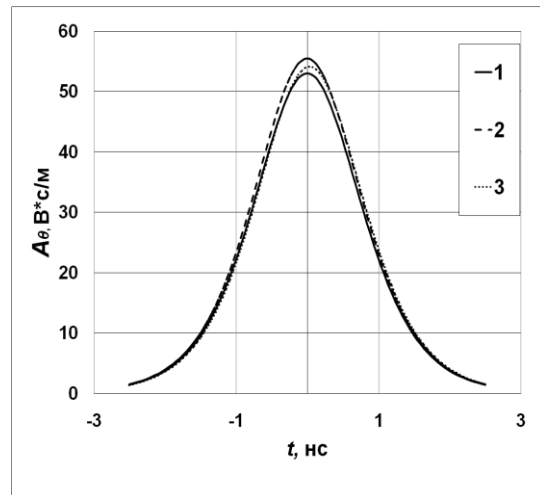


Рис. 5. Временная зависимость поперечной компоненты векторного потенциала на расстоянии 10 мм от диполя,  $\theta = \pi/4$ , 1 – классическое решение, 2 – уточненное решение, 3 – точное решение.

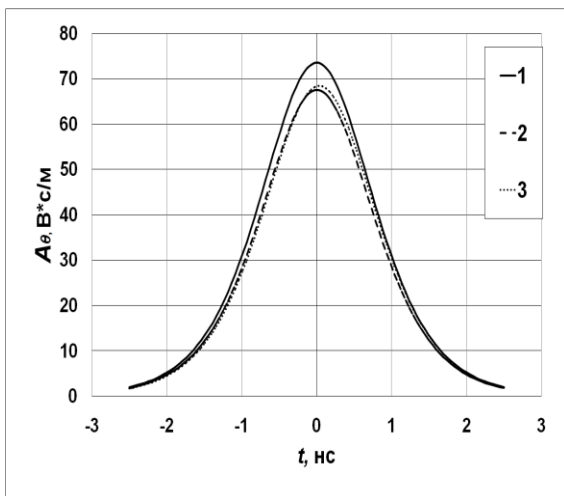


Рис. 6. Временная зависимость поперечной компоненты векторного потенциала на расстоянии 10 мм от диполя,  $\theta = 7\pi/16$ , 1 – классическое решение, 2 – уточненное решение, 3 – точное решение.

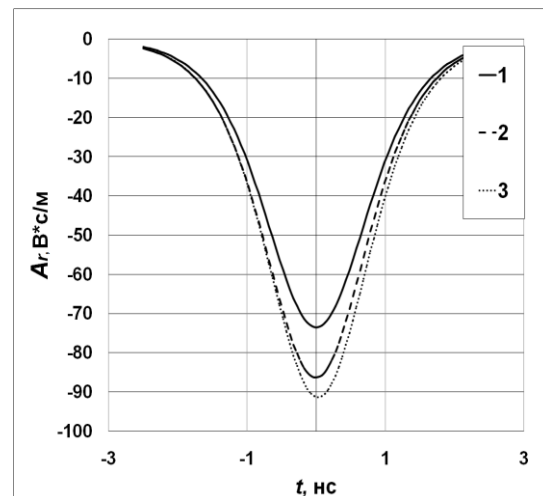


Рис. 7. Временная зависимость продольной компоненты векторного потенциала на расстоянии 10 мм от диполя,  $\theta = \pi/16$ , 1 – классическое решение, 2 – уточненное решение, 3 – точное решение.

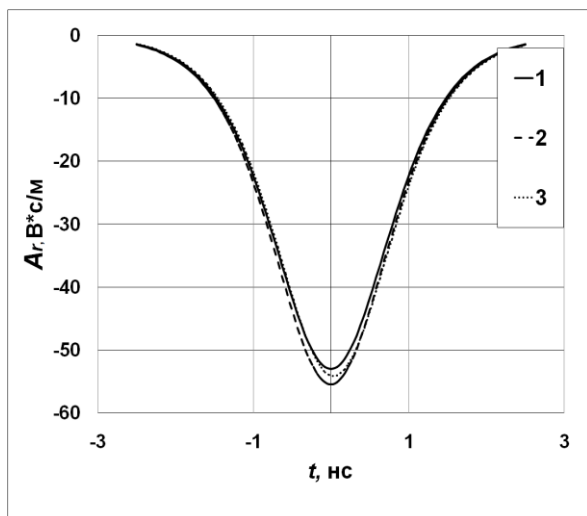


Рис. 8. Временная зависимость продольной компоненты векторного потенциала на расстоянии 10 мм от диполя,  $\theta = \pi/4$ , 1 – классическое решение, 2 – уточненное решение, 3 – точное решение.

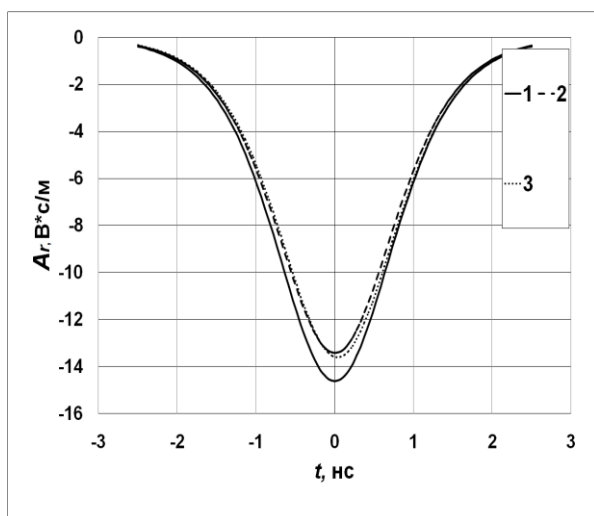


Рис. 9. Временная зависимость продольной компоненты векторного потенциала на расстоянии 10 мм от диполя,  $\theta = 7\pi/16$ , 1 – классическое решение, 2 – уточненное решение, 3 – точное решение.

На всех рисунках видно, что полученное здесь уточненное решение (8) при любых углах для всех компонент поля лучше описывает реальное поведение электромагнитного поля в сравнении с классическим решением. Несмотря на то, что оно содержит не только составляющие электромагнитной волны, но и квазистатические составляющие [2], при малых углах  $\theta$  классическое решение приводит к заниженным значениям амплитуды полей, так как оно хуже учитывает процесс формирования диаграммы направленности вблизи излучателя (Рис. 4, 5, 7, 8), угловая зависимость полей для всех составляющих в классических выражениях одинаковая [2], что, как видно, не соответствует действительности. А при углах, близких к прямому, классическое решение приводит к завышению амплитуды полей (Рис. 6, 9), так как оно хуже отражает процесс формирования волны из квазистатических компонент полей, ведь, как было отмечено, по классическим выражениям выходит, что волна существует на любых, сколь угодно малых расстояниях от излучателя [2], что противоречит утверждениям Г. Герца [4]. Полученные уточненные выражения (9) – (11) избавлены от этого недостатка, хотя они также не адекватно описывают поля при очень малых расстояниях от излучателя, так как представляют собой пусть и более точные, но все же асимптотические выражения, где малым параметром все также является размер самого излучателя по отношению к расстоянию от центра излучателя до точки наблюдения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены уточненные аналитические выражения для всех компонент нестационарного поля электрического диполя Герца во временной области. Проведено сравнение данного решения с классическим и точным решением, полученным прямым численным расчетом, для разных расстояний наблюдения и углов. Показано, что полученное уточненное решение по сравнению с классическим лучше описывает поле вблизи излучателя и адекватно отражает явление формирования электромагнитной волны из квазистатических компонент поля в окрестности диполя.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Volvach Y.S., Dumin O.M., Dumina O.O. The energy of the field radiated by Hertz dipole // Proc. VII International Conf. on Antenna Theory and Techniques (ICATT–2011). – Kyiv (Ukraine). – 2011. – P.86–88.
2. Вольвач Я.С., Думин А.Н., Думина О.А. Энергия нестационарного поля, излученного диполем Герца // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Радіофізика та електроніка. – 2010. – Вип. 17. – №942. – С.43–48.
3. Pochanin G.P. Pochanina I.Ye. Proper mode of excitation for large current radiators // 5th International Conference on “Ultra Wideband and Ultra Short Impulse Signals” September 6-10, 2010, Sevastopol, Ukraine, P.218-220.
4. Герц Г. Силы электрических колебаний, рассматриваемые с точки зрения теории Максвелла / 50 лет волн Герца - М.: Академия Наук СССР, 1938. С. 92 – 119
5. Schantz H.G. The art and science of ultrawideband antennas. - London: Artech House, 2005. – 153 p.
6. Dumin O., Volvach I.S., Dumina O. Transient Near Field of Hertzian dipole // Proc. 6<sup>th</sup> International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS–2012). – Sevastopol (Ukraine). – 2012. – P. 69–71.