

Оригінальна стаття

<https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-05>

УДК 537.874

М.Є.КАЛІБЕРДА, к. ф.-м. наук, доц.

e-mail: [KaliberdaME@gmail.com](mailto:KaliberdaME@gmail.com)

ORCIDL: <https://orcid.org/0000-0002-8169-4360>

С.О. ПОГАРСЬКИЙ, д. ф.-м. наук, проф.

e-mail: [SPogarsky@gmail.com](mailto:SPogarsky@gmail.com)

ORCIDL: <https://orcid.org/0000-0003-0833-1421>

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

## ДИФРАКЦІЯ Н-ПОЛЯРИЗОВАНОЇ ХВИЛІ НА СКІНЧЕННІЙ ГРАФЕНОВІЙ СТРІЧКОВІЙ РЕШІТЦІ, РОЗТАШОВАНІЙ НА ДІЕЛЕКТРИЧНІЙ ПІДКЛАДЦІ

**Актуальність.** Графен є досить новим двовимірним матеріалом, властивості якого можна динамічно налаштувати під зовнішнім впливом шляхом застосування електростатичного або магнітостатичного поля. До того ж графен здатен поглинати електромагнітне поле. Графенові стрічкові решітки з підкладкою можуть знайти своє застосування у динамічно настроєних пристроях антенної техніки, у якості частотно-селективних поверхонь, фільтрів, поглиначів, тощо.

**Мета роботи.** Метою роботи є розв'язання строгих чисельно-аналітичних методів на базі методу сингулярних інтегральних рівнянь на графенові стрічкові решітки на діелектричній підкладці, дослідження електродинамічних властивостей такої структури.

**Матеріали та методи.** Для розв'язання задачі дифракції плоскої хвилі на скінченній системі графенових стрічок, розміщених на діелектричній підкладці, використовується метод сингулярних інтегральних рівнянь. Розсіяне структурою поле виражається через одну невідому функцію, яка є амплітудою Фур'є. З граничних умов на графенових стрічках та на границі розділу вакуум-діелектрик отримані парні інтегральні рівняння, які зведено до сингулярного інтегрального рівняння з додатковими умовами на системі відрізків відносно невідомої похідної густини струмів на стрічках. Розв'язок отримано з використанням алгоритму типу Найстрема. Ядро сингулярного інтегрального рівняння може мати особливості у вигляді полюсів у точках, які відповідають постійним поширення власних хвиль діелектричного хвилеводу. Для виключення цих особливостей проведено процедуру регуляризації.

**Результати.** Отримано сингулярне інтегральне рівняння з додатковими умовами. Показано, що досліджувана структура підтримує цілу низку резонансів: плазмонні резонанси, резонанси на решіткових модах, резонанси поблизу аномалій Релея. Положенням плазмонних резонансів на частотній осі можливо керувати динамічно, за рахунок прикладення електростатичного поля. Найбільш вираженим є перший плазмонний резонанс.

**Висновки.** У роботі з використанням методу сингулярних інтегральних рівнянь отримано строгий розв'язок задачі про дифракцію Н-поляризованих плоских хвиль на решітці з графенових стрічок, які розташовані на верхній частині діелектричної підкладки. Максимуми частотних залежностей перерізів розсіяння та поглинання відповідають плазмонним резонансам. Поблизу резонансів на решітковій моді спостерігається збільшення енергії власних хвиль відповідного діелектричного хвилеводу. Проте їх збудження стає помітним лише для відносно товстої підкладки.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** графенова стрічка, діелектричний хвилевід, сингулярне інтегральне рівняння, антена витікаючої хвилі.

**Як цитувати:** Каліберда МЄ, Погарський СО. Дифракція Н-поляризованої хвилі на скінченній графеновій стрічковій решітці, розташованій на діелектричній підкладці. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2022;36:66-73. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-05>

**In cites:** Kaliberda M, Pogarsky S. H-polarized plane wave scattering by graphene strip grating on top of a dielectric substrate. Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University, series "Radio Physics and Electronics". 2022;36:66-73. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-05> (In Ukrainian).

### ВСТУП

Стрічкові решітки з підкладкою є поширеними розсіючими об'єктами, які знаходять своє застосування у антенній техніці, у якості частотно-селективних поверхонь, фільтрів, тощо [1]. Властивості таких конструкцій здебільшого залежать від геометричних параметрів, які, як правило, є фіксованими і практично не змінюються. Однак використання графену дозволяє динамічно керувати розсіяними полями. Графен є досить новим двовимірним матеріалом, властивості якого можна динамічно налаштувати під зовнішнім впливом шляхом застосування електростатичного або магнітостатичного поля [2, 3]. До того ж,

графен здатен поглинати електромагнітне поле. Ці особливості відкривають великі перспективи для використання графену в настроюваних пристроях [4-9].

У випадку лише електростатичного поля, якщо ширина графенових смужок перевищує 100 нм, провідність графену є скалярною функцією частоти, хімічного потенціалу, часу релаксації електронів і температури. Її можна отримати з формули Кубо [3]. Оскільки шар графену має товщину всього в один атом, його можна розглядати як імпедансну поверхню нульової товщини. Тоді можна застосувати наступні граничні умови

$$E_y^{\pm} = \sigma^{-1} (H_x^+ - H_x^-). \quad (1)$$

де знаки « $\pm$ » означають граничні значення компонентів поля зверху (знизу) відносно межі розділу середовищ.

У [4-7] за допомогою методу сіток у часовій області (FDTD) моделюються різні настроювані пристрої, такі як поглиначі, метаматеріали, датчики. Однак проблеми, пов'язані з наближеними умовами випромінювання, сіткою та великими матрицями заважають досягненню високої точності та контролю похибки. Товщина графену, яка становить лише один атом, вимагає щільної сітки.

У [8-10] запропоновано методи інтегральних рівнянь для аналізу графенових стрічок. У порівнянні з такими чисельними методами, як FDTD або метод скінченних елементів, вони розглядають границю, а не об'єм, як область, у якій шукається розв'язок. Це приводить до меншої кількості невідомих. До того ж такі методи аналітично враховують умову випромінювання та умову на ребрі, що дозволяє отримати результати з контрольованою точністю протягом розумного часу.

У [10] автори цієї статті розглядали графенову стрічкову решітку, розташовану строго всередині діелектричної пластини. При цьому особливий і більш практичний випадок, коли стрічки розташовані на верхній поверхні підкладки, не розглядається. Остання структура потребує модифікації методу та додаткових аналітичних викладок.

У цій роботі розглядається розсіяння  $H$ -поляризованої плоскої хвилі на скінченній системі графенових стрічок, розташованих на верхній частині діелектричної підкладки. Розглянута конструкція може бути використана у якості антени витікаючої хвилі [1]. Графенові стрічки можуть підтримувати поверхневі плазмон-поляритонні хвилі та плазмонні резонанси, які виникають лише у випадку  $H$ -поляризації. Поблизу цих резонансів спостерігається значне зростання розсіяння та поглинання. Провідність графену демонструє сильну залежність від хімічного потенціалу. В результаті частотою плазмонного резонансу можна динамічно керувати. Діелектрична підкладка є хвилеводною системою та може підтримувати поширення власних хвиль. Ці хвилі не можуть бути збуджені падаючої плоскою хвилею. Проте, якщо діелектрична плита містить всередині чи на поверхні скінченну кількість стрічок, вони збуджуються в результаті розсіяння. Мета статті – вивчити ці ефекти з використанням строгих методів. У цій роботі отримано сингулярне інтегральне рівняння, яке дискретизовано за допомогою алгоритму типу Найстрема [11], [12]. Розв'язок є математично строгим, збіжність заснована на теоремах.

### РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ РОЗСІЯННЯ

Припустимо, що плоска  $H$ -поляризована хвиля падає з вакууму на графенову стрічкову решітку з діелектричною підкладкою товщиною  $h$  і відносною діелектричною проникністю  $\varepsilon$ . Стрічки передбачаються нескінченними вздовж осі  $Ox$  і розташовані так, як показано на Рис.1,  $y$ -координати стрічок визначаються множиною  $L$ . Залежність від часу у вигляді  $\exp(-i\omega t)$  опускається, де  $\omega$  – кругова частота.

У строгій постановці, крім граничної умови (1), поля повинні задовольняти граничним умовам на границях розділу вакуум-діелектрик:

$$H_x^+ = H_x^-, \quad z=0, \quad y \notin L, \quad (2)$$

$$E_y^+ = E_y^-, \quad z=0, \quad (3)$$

$$H_x^+ = H_x^-, \quad E_y^+ = E_y^-, \quad z=-h. \quad (4)$$

Також поля повинні задовольняти умовам випромінювання та на ребрі. При виконанні зазначених умов розв'язок граничної задачі для рівняння Гельмгольца – єдиний.

Для подальшого розгляду введемо функцію

$$\mu(y) = (H_x^+(y,0) - H_x^-(y,0)) / 2,$$

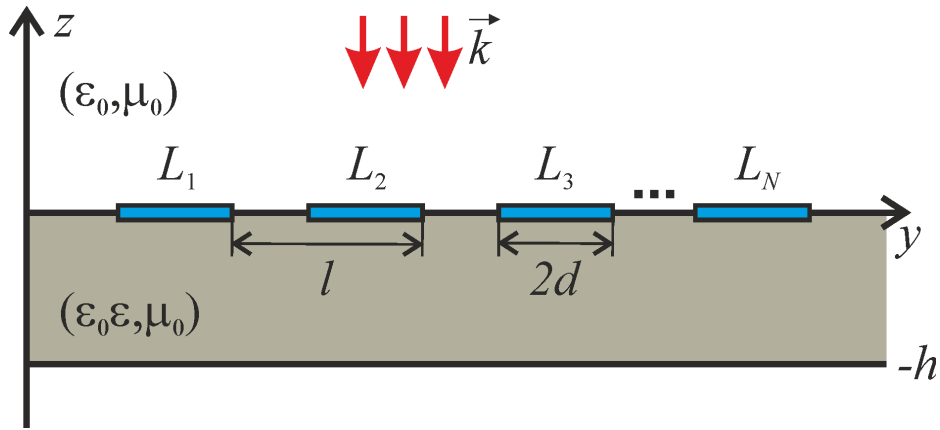


Рис. 1. Геометрія досліджуваної структури  
Fig. 1. Structure geometry

яка пропорційна густині струму на стрічках, та функцію

$$F(y) = \mu'(y).$$

У випадку, якщо функція  $\mu(y)$  відома, то можуть бути обчислені будь які величини, які можуть цікавити, наприклад розсіяна, випромінена або поглинена енергія. Розв'язок задачі розглядається у спектральній області, тобто в області перетворення Фур'є.

Введемо функцію, яка має сенс амплітуди Фур'є розсіяного поля,

$$c(\xi) = \frac{1}{2\pi k_1} \int_L \mu(y) \exp(-ik_1 \xi y) dy. \quad (5)$$

У виразі (5) також використано умову, що густина струмів дорівнює нулю поза стрічками. У результаті інтегрування відбувається по скінченній множині  $L$ .

З використанням стандартних методів гранична задача (1)-(4) для рівняння Гельмгольца може бути зведена до подвійних інтегральних рівнянь відносно амплітуди  $c(\xi)$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} c(\xi) \exp(ik_1 \xi y) d\xi = 0, \quad y \notin L, \quad (6)$$

$$ik_1 \sqrt{\varepsilon} \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} c(\xi) \exp(ik_1 \xi y) d\xi + ik_1 \int_{-\infty}^{\infty} c(\xi) \Gamma(\xi) \exp(ik_1 \xi y) d\xi = f(y) \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon}, \quad y \in L, \quad (7)$$

де  $f(y) = -\partial H^p(y, z) / \partial z$ ,  $H^p(y, z)$  так зване первинне поле. Воно є сумою поля падаючої плоскої хвилі та поля діелектричної пластини у відсутності стрічок. Функція  $\Gamma(\xi)$  – відома. Вона задовольняє наступному асимптотичному виразу

$$\Gamma(\xi) = i|\xi| - \frac{i}{\varepsilon + 1} \frac{1}{|\xi|} + O(\xi^{-3}), \quad \xi \rightarrow \infty. \quad (8)$$

Як можна бачити з (8), підінтегральна функція у другому інтегралі в (7) – зростаюча на нескінченності,  $\xi \rightarrow \infty$ . Використовується псевдо-диференціальний оператор Гільберта, який дозволяє перетворити другий інтеграл у (7) в інтеграл в сенсі головного значення за Коші. Далі з використанням (5) амплітуда  $c(\xi)$  виражається через  $\mu(y)$  і після перетворень може бути отримане сингулярне інтегральне рівняння з додатковими умовами:

$$\frac{1}{\pi} PV \int_L \frac{F(\psi)}{\psi - y} d\psi + \frac{1}{\pi} \int_L K(y, \psi) F(\psi) d\psi = f(y), \quad (9)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_n} F(\psi) d\psi = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad y \in L, \quad (10)$$

де  $L_n$  – множина  $n$ -ї стрічки,  $N$  – кількість стрічок,  $PV$  означає головне значення за Коші. Ядро інтегрального рівняння має вигляд

$$K(y, \psi) = k_1 \int_0^{\infty} i(\Gamma(\xi) - i|\xi|) \frac{\sin(k_1 \xi (y - \psi))}{\xi} d\xi + \begin{cases} ik\pi(\varepsilon + 1)(\sigma Z_0)^{-1}, & \psi \leq y, \\ 0, & \psi > y. \end{cases} \quad (11)$$

Підінтегральна функція у (11) має особливості у вигляді полюсів, які з'являються в результаті збудження власних хвиль діелектричного хвилеводу всередині діелектричної підкладки. Після проведення процедури регуляризації, яка пов'язана з виключенням особливостей за рахунок переходу до інтегрування у комплексній площині [10], інтеграл у (11) може бути обчислено чисельно з використанням числових методів. Числовий розв'язок (9), (10) може бути отримано з використанням методу типу Найстрема [12].

### ЧИСЛОВІ РЕЗУЛЬТАТИ

Розглядаються графенові стрічки, які мають наступні параметри: час релаксації електронів  $\tau = 1$  пс, температура  $T = 300$  К, ширина стрічок  $d = 25$  мкм. Відстань між сусідніми стрічками дорівнює 25 мкм. Таким чином період дорівнює  $l = 50$  мкм. Хімічний потенціал вимірюється у позасистемних одиницях електрон-вольт (eV). Представлений метод дозволяє проводити дослідження при довільному куті падіння плоскої хвилі. Проте числові результати наведені лише для випадка нормального падіння.

Для перевірки достовірності отриманих результатів на Рис. 2 проведено їх порівняння з результатами, отриманими в комерційному пакеті HFSS. Наведено розподіл магнітного поля у просторі над решіткою при  $z = h$  для  $N = 5$  еквідистантно розташованих стрічок. Значення частоти обрано поблизу першого плазмонного резонансу. Спостерігається співпадіння результатів з графічною точністю, що дозволяє судити про їх достовірність.

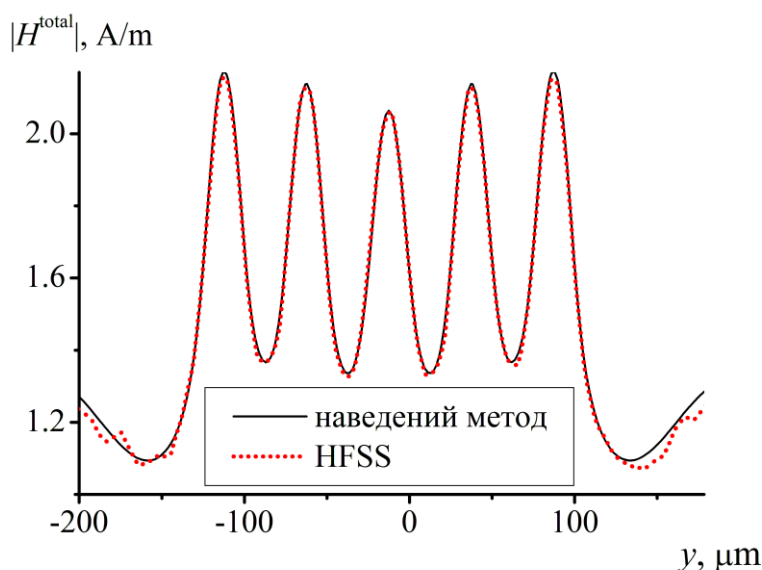


Рис. 2. Розподіл поля при  $z = h$ ,  $N = 5$ ,  $\mu_c = 1$  eV,  $h = l/7$ ,  $\varepsilon = 2.25$ . Порівняння результатів з HFSS.

Fig. 2. Field distribution at  $z = h$ ,  $N = 5$ ,  $\mu_c = 1$  eV,  $h = l/7$ ,  $\varepsilon = 2.25$ . Comparison of our results with HFSS.

Електродинамічні властивості, як зазвичай робиться при дослідженні скінченноелементних решіток, будемо описувати за допомогою перетинів розсіяння. Введемо поперечний перетин розсіяння циліндричних хвиль (CW-SCS) і поперечний перетин поглинання (ACS), які відповідають енергії розсіяних циліндричних хвиль, які поширюються поза діелектричною підкладкою,  $z > 0$ ,  $z < -h$ , і енергії, яку поглинули графенові стрічки. У зв'язку з тим, що всередині діелектричної підкладки можуть збуджуватися власні хвилі плоского діелектричного хвилеводу також вводиться поперечний перетин розсіяння власних хвиль (GW-SCS), який відповідає енергії, яку переносять ці хвилі. На відміну від циліндричних хвиль, вони переносять енергію вздовж осі  $Oy$ .

На Рис.3 представлені залежності CW-SCS, ACS і GW-SCS від частоти. Товщина підкладки обрана такою, щоб могла поширюватися лише одна основна  $H$ -поляризована власна хвиля діелектричного хвилеводу. Значення відносної проникності  $\varepsilon = 2.25$  відповідає тefлону або поліетилену.

Максимуми залежностей CW-SCS та ACS спостерігаються поблизу плазмонних резонансів. При збільшенні хімічного потенціалу плазмонні резонанси зміщуються до більш великих значень частоти. Найбільш вираженим є перший плазмонний резонанс

У випадку, якщо плоска хвиля падає на діелектричну пластину (без неоднорідностей), власні хвилі відповідного діелектричного хвилеводу не збуджуються. Якщо періодичну решітку розташувати всередині або поверх діелектричної пластини, власні хвилі можуть бути збуджені в результаті розсіяння. У цьому випадку можуть виникати так звані резонанси на решіткових модах або решіткові резонанси (позначені  $G$  на Рис.3 в). Ці резонанси пов'язані з періодичністю і переважно залежать від періоду та параметрів пластини. Поблизу цих резонансів спостерігається зростання енергії власних хвиль. Помітимо, що у випадку решітки у вакуумі ці резонанси не можуть збуджуватися. У випадку решіток у вакуумі аналогом цих резонансів, які пов'язані з періодичністю, є резонанси поблизу аномалій Релея.

Розглянута в цій роботі структура з графеновими стрічками на верхній частині пластини підтримує обидва ці типи резонансів: решіткові резонанси і резонанси поблизу аномалій Релея. Для ідеально провідних решіток вони досліджуються, наприклад, у [13]. На Рис.3 проведено ідентифікацію резонансів на решітковій моді в тій самій частотній точці, що й у [13] (з тими ж параметрами решітки), тоді як частота аномалії Релея задовольняє співвідношенню  $kl = 2\pi n$ ,  $m = 1, 2, \dots$ .

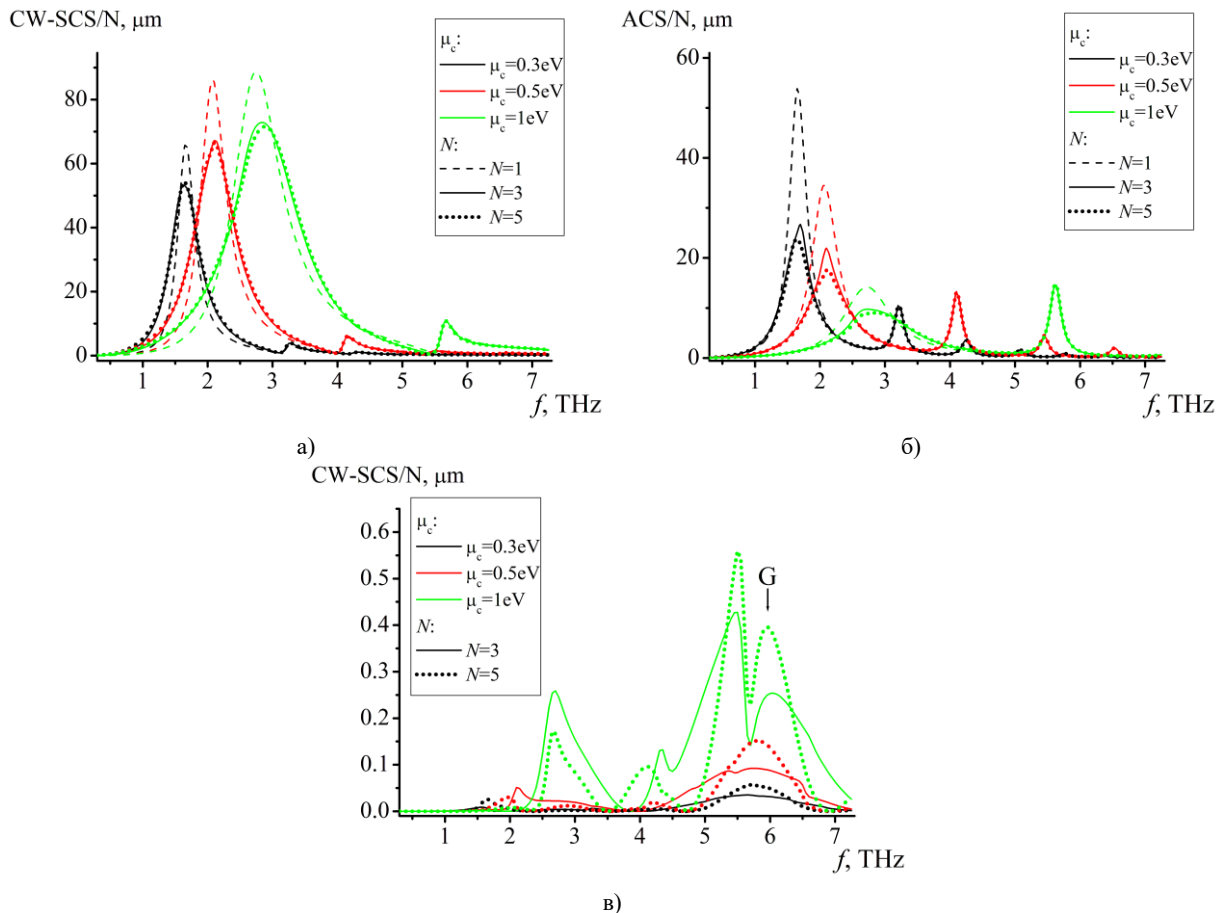


Рис. 3. Залежності CW-SCS, ACS, GW-SCS на одну стрічку від частоти для різних значень хімічного потенціалу  $\mu_c$  і кількості стрічок  $N$  при  $h = 1/7$ ,  $\varepsilon = 2.25$ .

Fig. 3. Dependences of CW-SCS, ACS, GW-SCS per strip vs. the frequency for different values of chemical potential  $\mu_c$  and number of strips  $N$ ,  $h = 1/7$ ,  $\varepsilon = 2.25$ .

Слід зазначити, що на Рис.3 резонансна частота першої решіткової моди майже співпадає з частотою аномалії Релея,  $f = 6$  ТГц. Для ілюстрації резонансного збудження поблизу аномалії Релея обрано інше значення ширини плити,  $h = 20$  мкм. На Рис. 4 представлена частотна залежність CW-SCS для відносно

вузької смуги частот поблизу аномалії Релея (позначена як RA) для  $N = 5$ ,  $N = 20$ , і  $N = 40$  стрічок. У випадку  $H$  – поляризації резонанси, пов'язані з аномаліями Релея, не дуже виражені. Для ілюстрації їх збудження необхідно розглянути решітку з  $N = 40$  стрічок. Резонанси на решіткових модах добре видно навіть для декількох стрічок.

CW-SCS/N,  $\mu\text{m}$

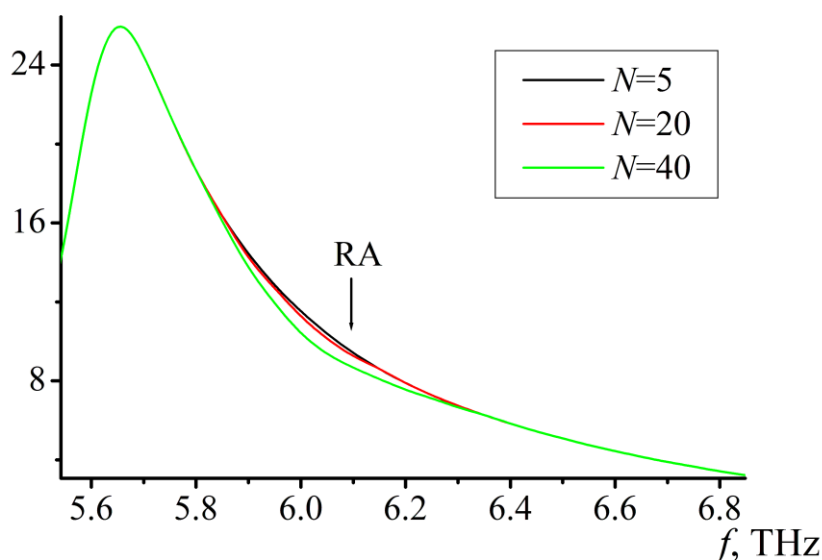


Рис. 4. Залежності CW-SCS на стрічку від частоти поблизу аномалії Релея для  $N = 5$ ,  $N = 20$  і  $N = 40$  стрічок при  $h = 20 \mu\text{m}$ ,  $\mu_c = 1 \text{ eV}$ ,  $\varepsilon = 2.25$ .

Fig. 4. Dependences of CW-SCS per strip vs. the frequency near the Rayleigh anomaly for  $N = 5$ ,  $N = 20$ , and  $N = 40$  strips,  $h = 20 \mu\text{m}$ ,  $\mu_c = 1 \text{ eV}$ ,  $\varepsilon = 2.25$ .

На Рис.5 наведено залежності CW-SCS, ACS і GW-SCS від частоти при  $h = 20 \mu\text{m}$ . При збільшенні ширини діелектричної підкладки спостерігається зростання енергії власних хвиль діелектричного хвилеводу поблизу резонансу на решіткових модах (див. також Рис.3 с).

Scattering cross sections,  $\mu\text{m}$

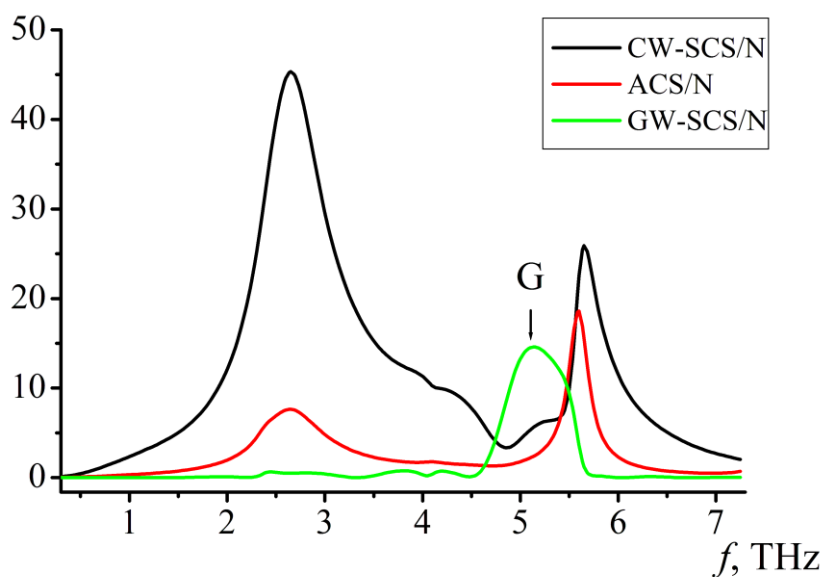


Рис. 5. Залежності CW-SCS, ACS, GW-SCS на стрічку від частоти при  $\mu_c = 1 \text{ eV}$ ,  $N = 5$ ,  $h = 20 \mu\text{m}$ ,  $\varepsilon = 2.25$ .

Fig. 5. Dependences of CW-SCS, ACS, GW-SCS per strip vs. the frequency for  $\mu_c = 1 \text{ eV}$ ,  $N = 5$ ,  $h = 20 \mu\text{m}$ ,  $\varepsilon = 2.25$ .

## ВИСНОВКИ

У роботі з використанням методу сингулярних інтегральних рівнянь отримано строгий розв'язок задачі про дифракцію плоских хвиль на решітці з графенових стрічок, які розташовані на верхній частині діелектричної підкладки. Максимуми частотних залежностей перерізів розсіяння та поглинання відповідають плазмонним резонансам. Поблизу резонансів на решітковій моді спостерігається збільшення енергії власних хвиль відповідного діелектричного хвилеводу. Проте їх збудження стає помітним лише для відносно товстої підкладки.

## КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

## REFERENCES

1. Kalinichev VI. Radiation behavior of planar double-layer dielectric waveguides combined with a finite metal-strip grating. *Microw Opt Technol Lett.* 1996; 11(2): 69–73. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-2760\(19960205\)11:2<69::AID-MOP6>3.0.CO;2-M](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2760(19960205)11:2<69::AID-MOP6>3.0.CO;2-M)
2. Depine RA. *Graphene optics: Electromagnetic solution of canonical problems.* IOP Publishing. 2016.
3. Hanson GW. Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene. *Journal of Applied Physics.* 2008; 103: 064302. <https://doi.org/10.1063/1.2891452>
4. Asgari S, Granpayeh N. Tunable mid-infrared refractive index sensor composed of asymmetric double graphene layers. *IEEE Sensors J.* 2019; 19(14,15): 5686–5691. <https://10.1109/JSEN.2019.2906759>
5. Xu N, Chen J, Wang J, Qin X, Shi J. Dispersion HIE-FDTD method for simulating graphene-based absorber. *IET Microwaves, Antennas & Propagation.* 2017; 11(1): 92–97. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2015.0707>
6. Guo Y, Zhang T, Yin WY, Wang XH. Improved hybrid FDTD method for studying tunable graphene frequency-selective surfaces (GFSS) for THz-wave applications. *IEEE Trans THz Sci Technol.* 2015; 5: 358–367.
7. Moharrami F, Atlasbaf Z. Simulation of multilayer graphene–dielectric metamaterial by implementing sbc model of graphene in the HIE-FDTD method. *IEEE Trans Antennas Propagat.* 2020; 68(3): 2238–2245. <https://10.1109/TAP.2019.2948505>
8. Dukhopelnykov SV, Lucido M, Sauleau R, Nosich AI. Circular dielectric rod with conformal strip of graphene as tunable terahertz antenna: interplay of inverse electromagnetic jet, whispering gallery and plasmon effects. *IEEE J of Sel Topics in Quantum Electron.* 2021; 27(1): 4600908. <https://10.1109/JSTQE.2020.3022420>
9. Shapoval OV, Nosich AI. Bulk refractive-index sensitivities of the THz-range plasmon resonances on a micro-size graphene strip. *J Phys D: Appl Phys.* 2016; 49(5): 055105. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/49/5/055105>
10. Kaliberda ME, Lytvynenko LM, Pogarsky SA. THz waves scattering by finite graphene strip grating embedded into dielectric slab. *IEEE J of Quantum Electron.* 2020; 56(1): 8500107. <https://10.1109/JQE.2019.2950679>
11. Lifanov IK. *Singular Integral Equations and Discrete Vortices.* Utrecht: VSP, 1996.
12. Gandel' YuV, Polyanskaya TS. Systems of singular integral equations of certain mixed boundary-value problems of mathematical physics. *J Math Sci.* 1990; 48: 144–152.
13. Yevtushenko FO, Dukhopelnykov SV, Nosich AI. H-polarized plane-wave scattering by a PEC strip grating on top of a dielectric substrate: analytical regularization based on the Riemann-Hilbert problem solution. *J of Electromag Waves Applic.* 2020; 34(4): 483–499. <https://doi.org/10.1080/09205071.2020.1722258>

Стаття надійшла до редакції: 14 березня 2022 р.

Рекомендовано до друку: 6 червня 2022 р.

**H-POLARIZED PLANE WAVE SCATTERING BY GRAPHENE STRIP GRATING ON TOP OF A DIELECTRIC SUBSTRATE****M.E.Kaliberda, S.A.Pogarsky***V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody sq., Kharkiv, 61022, Ukraine*

**Relevance.** Graphene is relatively new material which properties can be controlled dynamically under external influence by applying electrostatic or magnetostatic field. Also graphene can absorb electromagnetic field. Graphene strips with substrate can be applied in tunable devices such as antennas, frequency-selective surfaces, filters, absorbers, etc.

**The purpose of the work** is the development of rigorous methods based on the method of singular integral equations on graphene strip gratings with dielectric substrate, study of electrodynamic properties of the structure.

**Materials and methods.** To solve the diffraction problem of plane wave by the finite system of graphene strips placed on top of dielectric substrate we use the method of singular integral equations. The field scattered by the structure is expressed in terms of an unknown function, which has sense of Fourier amplitude. From boundary conditions on graphene strips and at the vacuum-dielectric interface the dual integral equations are obtained, which are reduced to the singular integral equation with additional conditions on the system of segments relatively unknown derivative of the currents density on the strips. The solution is obtained by the Nystrom-type algorithm. The kernel-function of the singular integral equations can have singularities in the form of poles at the points, which correspond to the propagation constants of the natural waves of dielectric waveguide. To eliminate the singularities we use the regularization procedure.

**Results.** The singular integral equation with additional conditions is obtained. It is shown that the structure under study can support various resonances: plasmon resonances, grating-mode resonances, and resonances near the Rayleigh anomaly. The position of plasmon resonances on the frequency axis can be controlled dynamically by applying electrostatic field. The first plasmon resonance is the most pronounced.

**Conclusion.** The rigorous solution of the H-polarized plane wave scattering by the graphene strip grating placed on top of the dielectric substrate is obtained with the use of the method of singular integral equations. The maxima of frequency dependences of the total scattering and absorption cross sections correspond to plasmon resonances. Near the grating-mode resonance, growth in the power of the natural waves of the dielectric waveguide is observed. However their excitation is noticeable for relatively thick substrate.

**KEYWORDS:** *graphene strip, dielectric waveguide, singular integral equation, leaky-wave antenna.*

The article was received by the editors: March 14 2022

The article is recommended for printing: June 6 2022