Оригінальна стаття
https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-02
УДК 535.361:535.555:535.573+577.3.0

ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РЕДУКЦІЇ ПРИ ЗАСТОСУВАННІ МЕТОДУ НУЛЬОВОГО ПОЛЯ

Д.О. БАТРАКОВ, д.ф.-м. наук, проф.
e-mail: batrakov@karazin.ua ORCID: http://orcid.org/0000-0002-6726-8162
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

Актуальність. Актуальність сформульованого завдання обумовлена, насамперед, прогресом у галузі обчислювальної техніки та зростанням потужності сучасних персональних комп'ютерів. Це значно поширює клас чисельно-аналітичних методів, які можна використовувати в процессі побудови алгоритмів обробки даних в режимі реального часу. Для підвищення ефективності використання сучасного діагностичного обладнання необхідні подальші дослідження таких фундаментальних явищ природи як дифракція та розсіювання монохроматичних електромагнітних хвиль та імпульсних сигналів на об'єктах різної форми та з різними електрофізичними властивостями, а також сигналів різного поляризаційного стану.

Мета роботи – дослідження фізичних закономірностей дифракції та розсіювання монохроматичних електромагнітних хвиль та імпульсних сигналів на об'єктах різної форми та з різними електрофізичними властивостями, розташованих у тому числі й у плоскослоїстих середовищах, розвиток методів вирішення відповідних електродинамічних завдань.

Матеріали та методи. Для моделювання та дослідження поширення та дифракції гармонійних та надширокосмугових електродинамічних сигналів у даній роботі застосовується суворий метод нульового поля, який ґрунтується на зведенні граничного завдання для рівнянь Максвелла до набору інтегро-диференціальних рівнянь та подальшої побудови алгоритму розв'язання задачі за допомогою проекційної схеми.

Результати - отримано узагальнення способу нульового поля на вирішення завдань поширення полів точкових джерел (нитка електричного чи магнітного струму) в плоскослоистых середовищах з двовимірними неоднорідностями; – запропоновано розвиток алгоритмів моделювання поширення надширокосмугових імпульсних сигналів у плоскошарових середовищах з циліндричними включеннями, що спираються на розкладання вихідних сигналів до рядів Фур'є. Результати роботи знайшли відображення у двох нормативних документах: – Р В. 2.3-218-02071168-781:2011 Рекомендації щодо визначення товщини конструктивних шарів існуючого дорожнього одягу; – М 218-02071168-705:2012 Методика дефектоскопії шарів дорожнього одягу методами підповерхневого зондування.

Висновки. Отримані результати свідчать, що чисельно-аналітичні методи сучасної електродинаміки є ефективним інструментом вирішення ряду важливих прикладних завдань, у тому числі задач неруйнівного контролю. У достатній мірі апробовані методи розв'язання двовимірних задач розсіювання електромагнітних хвиль можуть знайти застосування не тільки для вирішення проблем дефектоскопії, але й скласти основу для метрологічного забезпечення процесу вимірювань за допомогою дефектометричних комплексів та тим самим підвищення надійності вимірювань.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: *Метод нульового поля, системи лінійних рівнянь алгебри, комп'ютерні програми обробки даних.*

Як цитувати: Батраков ДО. Обгрунтування методу редукції при застосуванні методу нульового поля. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка». 2022;36:21-29. doi: https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-02

In cites: Batrakov DO. Justification of the reduction method using the zero field method. Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University, series “Radio Physics and Electronics”. 2022;36:21-29. (In Ukrainian). doi: https://doi.org/10.26565/2311-0872-2022-36-02 (In Ukrainian)

ВСТУП

У статті на прикладі методу нульового поля розглянуті питання неруйнівного контролю та дистанційного зондування за допомогою дистанційних радіохвильових методів. Метод нульового поля відноситься до групи чисельно-аналітичних методів теорії дифракції, характерною рисою яких є використання граничних умов на контурі, який є відмінним від контуру розсіювача (звідси і інша назва цього методу - метод продовжених граничних умов). Застосування аналогічних методів останнім часом досить поширене і відбито у багатьох публікаціях, як сучасних [1-9], а також таких, які вже фактично стали класичними [10-13].

У статті автора [5] основну увагу приділено одному з можливих варіантів вирішення проблеми моделювання поширення та дифракції надширокосмугових (НШС) імпульсних сигналів на двовимірних вкрапленнях, насамперед у плоскошаруватих середовищах. Ключовим етапом при такому підході є безпосереднє вирішення задачі, що базується на методі нульового поля. В результаті функціональні рівняння зводяться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду, які мають ефективне чисельне рішення. Також у роботі представлені та обговорюються деякі практичні результати.

У роботі [7] основна увага приділена питанням, які пов'язані з ефективністю практичного застосування обчислювального алгоритму, що дозволяє виявляти та ідентифікувати неоднорідні діелектричні вкраплення в плоскошаруватих середовищах. Наведено результати обчислювальних експериментів щодо визначення як фізичних, так і геометричних параметрів неоднорідностей та впливу похибки вимірювання на якість процедури контролю. Підкреслюється, що цей метод може бути використаний при неруйнівному контролі якості промислових діелектричних виробів.

В інших роботах також обговорюються багато аспектів, пов'язаних із застосуванням методу нульового поля. Однак, незважаючи на значну кількість публікацій, що присвячено даному методу, багато питань поки що не мають відповідей. До них в першу чергу слід віднести питання обгрунтування збіжності методу. Це важливе питання і буде основним предметом обговорення у запропонованій статті. Також в статті будуть обговорені деякі інші особливості методу нульового поля.

Таким чином, метою даної статті є обґрунтування застосування методу редукції до систем лінійних алгебраїчних рівнянь і також застосування традиційного алгоритму методу моментів.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ Й МЕТОД РІШЕННЯ

Розв'язання задачі розсіювання у межах методу нульового поля призводить до системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) 1-го роду. Для обґрунтування застосування до таких СЛАР методу редукції перетворимо вихідну СЛАР на систему 2-го роду.

Вираз для матричного елемента СЛАР 1-го роду (лівий верхній блок матриці) має вигляд:

$$Q_{mn}^{cc} = \int_L \left\{ \begin{array}{l} dL' \left[\dfrac{1}{\eta_p} \dfrac{\partial}{\partial N} \left(J_n\left(Sk_p\right)\cos(n\eta)\right) - \dfrac{1}{\eta_S}\left(J_n\left(Sk_p\right)\cos(n\eta)\right)\dfrac{\partial}{\partial N'} \right] \times \\ \times \left[2\tilde{G}_S^0 H_m^{(1)}(k_S S')\cos(m\eta') + i^m g_S^{\cos}(m, y', z') \right] \end{array} \right\}. \tag{1}$$

Представимо тепер інтеграл за контуром включення у вигляді суми інтегралів. Тоді кожен матричний елемент матриці СЛАР-І можна подати у вигляді суми:

$$Q_{mn}^{cc} = Q_{mn}^{H} + Q_{mn}^{g} \tag{3}$$

$$\begin{gathered} Q_{mn}^{H} = 2\tilde{G}_S^0 \int_L \left\{ dL' \left[\frac{1}{\eta_p} \frac{\partial}{\partial N} \left(J_n\left(Sk_p\right)\cos(n\eta)\right) - \frac{1}{\eta_s} J_n\left(Sk_p\right)\cos(n\eta) \frac{\partial}{\partial N'} \right] H_m^{(1)}(k_S S')\cos(m\eta') \right\} \\ Q_{mn}^{g} = i^m \int_L \left\{ dL' \left[\frac{1}{\eta_p} \frac{\partial}{\partial N} \left(J_n\left(Sk_p\right)\cos(n\eta)\right) - \frac{1}{\eta_s} J_n\left(Sk_p\right)\cos(n\eta) \frac{\partial}{\partial N'} \right] g_S^{\cos}(m, y', z') \right\} \end{gathered} \tag{4}$$

Далі будемо називати Q_{mn}^{H} - однорідною складовою матричного елемента (оскільки це доданок матричного елемента є інтегралом, що містить функцію Гріна однорідного простору); а Q_{mn}^{g} - неоднорідною складовою (оскільки $g_S^{\cos}(m, y', z')$ - компонента функції Гріна, що враховує внесок межі шарів).

Потім віднімемо з кожного матричного елемента вихідної матриці СЛАР-І значення Q_{mm}^{H}. Тоді матриця Q може бути представлена у вигляді суми матриць:

$$Q = Q^H + Q^g , \tag{5}$$

де матриця Q^H являє собою діагональну матрицю, з елементами Q^H :

$$Q^H = \begin{pmatrix} Q_{11}^H & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & Q_{M,M}^H \end{pmatrix}, \qquad (6)$$

елементи матриці Q^g мають вигляд $Q_{mn}^g = Q_{mn} - Q_{mm}^H$:

$$Q^g = \begin{pmatrix} Q_{1,1} - Q_{1,1}^H & \dots & Q_{N,1} - Q_{11}^H \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_{1,M} - Q_{M,M}^H & \dots & Q_{M,M}^H \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Далі розділимо кожен рядок системи $Q^H X + Q^g X = B$ на відповідний діагональний елемент матриці Q^H. Тоді СЛАР набуде вигляду:

$$Q^I X + \tilde{Q} X = \tilde{B}. \qquad (8)$$

Матриця Q^I – одинична матриця.

Елементи матриці $\tilde{Q}$ мають вигляд:

$$\tilde{Q}_{mn} = \left(Q_{mn} - Q_{mm}^H\right) / Q_{mm}^H = Q_{mn} / Q_{mm}^H - 1 = \left(Q_{mn}^H + Q_{mn}^g\right) / Q_{mm}^H - 1 = Q_{mn}^H / Q_{mm}^H + Q_{mn}^g / Q_{mm}^H - 1. \qquad (9)$$

Елементи вектора правої частини $\tilde{B}$:

$$\tilde{B}_m = B_m / Q_{mm}^H. \qquad (10)$$

Далі потрібно показати, яким чином елементи матриці $\tilde{Q}$ зменшуються зі зростанням індексу. Запишемо вираз матричного елемента $\tilde{Q}_{mn}$:

$$\tilde{Q}_{mn} = Q_{mn}^H / Q_{mm}^H + Q_{mn}^g / Q_{mm}^H - 1. \qquad (11)$$

Потрібно показати, що значення матричного елемента $\tilde{Q}_{mn} = Q_{mn}^H / Q_{mm}^H + Q_{mn}^g / Q_{mm}^H - 1$ прагне нуля зі зростанням індекєів m і n. З огляду на вигляд виразу для $\tilde{Q}_{mn}$ задачу можна переформулювати наступним чином: покажемо, що $\tilde{Q}_{mn}$ прагне до нуля. Розглянемо випадок $m = n$:

$$\left(Q_{mn}^H + Q_{mn}^g\right) / Q_{mm}^H = \left(Q_{mm}^H + Q_{mm}^g\right) / Q_{mm}^H = 1 + Q_{mm}^g / Q_{mm}^H. \qquad (12)$$

Далі будемо розглядати поведінку відношення Q_{mm}^g / Q_{mm}^H. Скористаємося властивістю певного інтегралу. Якщо *f(x)* и *g(x)*$\in \Re[a,b]$, $f(x) \ge g(x)\ \forall x \in [a,b]$ та b>a, то виконується нерівність: $\int_a^b f(x)dx \ge \int_a^b g(x)dx$. Запишемо вираз для $g_s^{\cos}(m, y', z')$:

$$g_s^{\cos}(m, y', z') = \int_0^\infty \cos(m\eta_0) g_s(\kappa, y', z') d\kappa \qquad (13)$$

Розглянемо інтегральне рівняння, з якого формуються матричні елементи СЛАР:

$$\int_L \frac{dL'}{\eta(\vec{r}_L')} \left[G(\vec{r}, \vec{r}_L') \frac{\partial U_e(\vec{r}_L')}{\partial N'} - U_e(\vec{r}_L') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_L')}{\partial N'} \right] = -U_{in}(\vec{r}); \ \left(\vec{r} \in L_p\right) \qquad (14)$$

$G(\vec{r}, \vec{r}_L')$ - функція Гріна середовища. В даному випадку, ми не будемо уточнювати вигляд функції Гріна для конкретного середовища.

$U_{in}(\vec{r},\vec{r}')=\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^m J_m(sk_S)\left[\cos(m\eta)u_S^{\cos}(m,y',z')+\sin(m\eta)u_S^{\sin}(m,y',z')\right]$ - первинне поле - середовище без вкраплення. Для вкраплення з довільною формою поперечного перерізу вираз для нормальної похідної має вигляд: $\frac{\partial}{\partial N}=N_\eta\frac{\partial}{\partial\eta}+N_s\frac{1}{S}\frac{\partial}{\partial S}$.

Далі маємо:

$$\int_L \frac{dL'}{\eta(\vec{r}_L')}\left[G(\vec{r},\vec{r}_L')\frac{\partial U_e(\vec{r}_L')}{\partial N'}-N_\eta U_e(\vec{r}_L')\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}_L')}{\partial\eta'}-N_s\frac{1}{S'}U_e(\vec{r}_L')\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}_L')}{\partial S'}\right]=-U_{in}(\vec{r}) \quad (15)$$

Уявимо невідомі функції $U_e(\vec{r}_L)$ та $\frac{\partial U_e(\vec{r}_L)}{\partial N}$ у вигляді розкладу по базових функціях:

$$U_e(\vec{r}_L)=\sum_n \alpha_n^{\cos}J_n(Sk_p)\cos(n\eta)+\sum_n \alpha_n^{\sin}J_n(Sk_p)\sin(n\eta). \quad (16)$$

$$\frac{\partial U_e(\vec{r}_L)}{\partial N}=\frac{\eta_s}{\eta_p}\left[\begin{array}{l}\sum_n \alpha_n^{\cos}\frac{\partial\left(J_n(Sk_p)\cos(n\eta)\right)}{\partial N}+\\ +\sum_n \alpha_n^{\sin}\frac{\partial\left(J_n(Sk_p)\sin(n\eta)\right)}{\partial N}\end{array}\right]. \quad (17)$$

Скористаємося рекурентним співвідношенням для похідної від функції Беселя:

$$.= J_n'(Sk_p)=\frac{n}{Sk_p}J_n(Sk_p)-J_{n+1}(Sk_p). \quad (18)$$

Підставимо перетворені розкладання функцій $U_e(\vec{r}_L)$ и $\frac{\partial U_e(\vec{r}_L)}{\partial N}$ в інтегральне співвідношення методу нульового поля:

$$\sum_n \alpha_n^{\cos}\left\{\begin{array}{l}\int_L \frac{dL'}{\eta(\vec{r}_L')}G(\vec{r},\vec{r}_L')\frac{\eta_s}{\eta_p}\left[\begin{array}{l}-N_\eta nJ_n(Sk_p)\sin(n\eta)+\\ +N_s\frac{1}{S}J_n'(Sk_p)\cos(n\eta)\end{array}\right]-\\ -\int_L \frac{dL'}{\eta(\vec{r}_L')}\left[\begin{array}{l}N_\eta\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}_L')}{\partial\eta'}+\\ +N_s\frac{1}{S'}\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}_L')}{\partial S'}\end{array}\right]J_n(Sk_p)\cos(n\eta)\end{array}\right\}+ \quad (19)$$

$$
+\sum_n \alpha_n^{\sin} \left\{ \begin{array}{l} \int\limits_L \dfrac{dL'}{\eta(\vec{r}_L')} G(\vec{r},\vec{r}_L') \dfrac{\eta_s}{\eta_p} \left[\begin{array}{l} N_\eta n J_n(Sk_p)\cos(n\eta)+ \\ + N_s \dfrac{1}{S} J_n'(Sk_p)\sin(n\eta) \end{array} \right] + \\ + \int\limits_L \dfrac{dL'}{\eta(\vec{r}_L')} \left[\begin{array}{l} N_\eta \dfrac{\partial G(\vec{r},\vec{r}_L')}{\partial \eta'} + \\ + N_s \dfrac{1}{S'} \dfrac{\partial G(\vec{r},\vec{r}_L')}{\partial S'} \end{array} \right] J_n(Sk_p)\sin(n\eta) \end{array} \right\} = -U_{in}(\vec{r})
$$

Після деяких перетворень та нових позначень інтегральне співвідношення може бути записане у наступному вигляді:

$$
\sum_n \alpha_n^{\cos} I_n^{\cos}(\vec{r}) + \sum_n \alpha_n^{\sin} I_n^{\sin}(\vec{r}) = -U_{in}(\vec{r}). \tag{20}
$$

Раніше на цьому етапі використовувалося розкладання функції Гріна по циліндричних хвилях. Однак тепер (для обґрунтування застосування методу редукції) застосуємо традиційний алгоритм методу моментів. Введемо у розгляд набір так званих пробних (тестових) функцій:

$$
\varphi_m(S,\eta) = \begin{cases} J_m(k_S S)\cos(m\eta) \\ J_m(k_S S)\sin(m\eta) \end{cases}. \tag{21}
$$

Помножимо скалярно $\varphi_m(S,\eta)$ на обидві частини останнього виразу МНП. Скалярний добуток визначимо наступним чином:

$$
\langle I_n(\vec{r}), \varphi_m(\vec{r}) \rangle = \int\limits_L I_n(\vec{r}) \varphi_m(\vec{r}) dL. \tag{22}
$$

Тоді:

$$
\begin{array}{l} \sum\limits_n \alpha_n^{\cos} \int\limits_L I_n^{\cos}(\vec{r}) \varphi_m(\vec{r}) dL + \\ + \sum\limits_n \alpha_n^{\sin} \int\limits_L I_n^{\sin}(\vec{r}) \varphi_m(\vec{r}) dL = -\int\limits_L U_{in}(\vec{r}) \varphi_m(\vec{r}) dL \end{array}. \tag{23}
$$

$m = 0...2M-1$

$$
\varphi_m(S,\eta) = \begin{cases} J_p(k_S S)\cos(p\eta), \quad p = m, m = 0,1,...M-1 \\ J_p(k_S S)\sin(p\eta), \quad p = m - M, m = M+1, \\ M+2,...2M-1 \end{cases}. \tag{24}
$$

Перший індекс – це індекс за номером рядка, тобто за пробними функціями. Другий індекс – за номером стовпця, за базовими функціями. Матричні елементи та елементи вектора правої частини представлені виразами:

$$Q_{m,n}^{\cos,\cos} = \int\limits_L \varphi_m^{\cos}(\vec{r}) I_n^{\cos}(\vec{r}) dL$$

$$Q_{m,n}^{\cos,\sin} = \int\limits_L \varphi_m^{\cos}(\vec{r}) I_n^{\sin}(\vec{r}) dL \tag{25}$$

$$Q_{m,n}^{\sin,\cos} = \int\limits_L \varphi_m^{\sin}(\vec{r}) I_n^{\cos}(\vec{r}) dL$$

$$Q_{m,n}^{\sin,\sin} = \int\limits_L \varphi_m^{\sin}(\vec{r}) I_n^{\sin}(\vec{r}) dL$$

$$B_m = -\int\limits_L U_{in}(\vec{r}) \varphi_m(\vec{r}) dL \tag{26}$$

Розглянемо залежність матричних елементів від індексів m та n на прикладі блоку $Q_{m,n}^{\cos,\cos}$:

$$Q_{m,n}^{\cos,\cos} = \int\limits_L \varphi_m^{\cos}(\vec{r}) I_n^{\cos}(\vec{r}) dL \ . \tag{27}$$

Для випадку, коли $0 < x << \sqrt{n+1}$ та $n > 0$, скористаємося асимптотикою для функцій Бесселя та Ханкеля:

$$J_n(x) \sim \frac{1}{(n+1)n!}\left(\frac{x}{2}\right)^n . \tag{28}$$

$$H_n^{(1)}(x) \sim \frac{1}{(n+1)n!}\left(\frac{x}{2}\right)^n + i\frac{n!}{\pi}\left(\frac{2}{x}\right)^n . \tag{29}$$

Розглянемо складові підінтегральних виразів інтегралів щодо L':

1. Функція Гріна $G(\vec{r}, \vec{r}_L')$ - контур L' обран таким чином, що для всіх $\vec{r}_L'$ виконується: $|\vec{r}| \neq |\vec{r}_L'|$. Звідси, $G(\vec{r}, \vec{r}_L')\big|_{\vec{r}' \in L'} < \infty$

2. Радіальна координата точки на контурі L': $0 < r_L' < A$, де A - максимальна відстань від центру вкраплення до точки на контурі (у випадку эліптичного вкраплення - $A = a$ - великої півосі еліпса).

3. Кутова та радіальна компоненти вектора нормалі до контуру вкраплення (N_η и N_S). $N_\eta^2 + N_S^2 = 1 \Rightarrow 0 \le N_\eta \le 1, \ 0 \le N_S \le 1$

4. Добуток $r_L' k_p$. Для таких вкраплень, що мають обмежені розміри завжди вірна наступна нерівність $0 < r_L' k_p < \infty$.

5. Ррозглянемо похідні від фукнції Гріна за угловою ($\dfrac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_L')}{\partial \eta'}$) та радіальною ($\dfrac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}_L')}{\partial r_L'}$) координатами.

Для випадку, коли вкраплення розташоване в плоскошаровому середовищі, функцію Гріна $G(\vec{r}, \vec{r}_L')$ зручно подати у вигляді інтеграла Фур'є:

$$G(\vec{r},\vec{r}')=\frac{1}{8\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\kappa(y-y')}G(\kappa,x,x')d\kappa. \qquad (30)$$

Спектральна амплітуда функції Гріна $G(\kappa,x,x')$ всередині шару з номером j може бути визначена як сума двох плоских хвиль (внаслідок відбиття від верхньої та нижньої межі шару)

$$G(\kappa,x,x')=T_j e^{-i\gamma_i(x-x')}+R_j e^{i\gamma_i(x-x')}$$

$$G(\vec{r},\vec{r}')=\frac{1}{8\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\kappa(y-y')}\left[T_j e^{-i\gamma_i(x-x')}+R_j e^{i\gamma_i(x-x')}\right]d\kappa. \qquad (31)$$

Щоб перейти до системи координат $\{r,\eta\}$, прийнятої в підінтегральному виразі інтеграла за контуром вкраплення, можна скористатися співвідношеннями:

$$x=x_p+r\sin\eta \quad y=y_p+r\cos\eta. \qquad (32)$$

Де точка $\{x_p, y_p\}$ - центр вкраплення:

$$G(\vec{r},\vec{r}')=\frac{1}{8\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\begin{bmatrix} T_j \exp\begin{bmatrix}-i\gamma_i\left(x-x_p-r'\sin\eta'\right)+\\ +i\kappa\left(y-y_p-r'\cos\eta'\right)\end{bmatrix}+\\ +R_j \exp\begin{bmatrix}i\gamma_i\left(x-x_p-r'\sin\eta'\right)+\\ +i\kappa\left(y-y_p-r'\cos\eta'\right)\end{bmatrix}\end{bmatrix}d\kappa. \qquad (33)$$

$$\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}')}{\partial r'}=$$

$$=\frac{1}{8\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\begin{bmatrix} T_j\left[i\gamma_i\sin\eta'-i\kappa\cos\eta'\right]\times\\ \sum\times\exp\begin{bmatrix}-i\gamma_i x+i\gamma_i x_p+i\kappa y-i\kappa y_p+\\ +i\gamma_i r'\sin\eta'-i\kappa r'\cos\eta'\end{bmatrix}+\\ +R_j\left[-i\kappa\cos\eta'-i\gamma_i\sin\eta'\right]\times\\ \times\exp\begin{bmatrix}i\gamma_i x-i\gamma_i x_p+i\kappa y-\\ -i\kappa y_p-i\kappa r'\cos\eta'-i\gamma_i r'\sin\eta'\end{bmatrix}\end{bmatrix}d\kappa. \qquad (34)$$

$$\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}')}{\partial \eta'} =$$

$$= \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\begin{array}{l} T_j \left[i\kappa r' \sin\eta' + i\gamma_i r' \cos\eta' \right] \times \\ \times \exp\left[\begin{array}{l} -i\gamma_i x + i\gamma_i x_p + i\kappa y - i\kappa y_p - \\ -i\kappa r' \cos\eta' + i\gamma_i r' \sin\eta' \end{array} \right] + \\ + R_j \left[i\kappa r' \sin\eta' - i\gamma_i r' \cos\eta' \right] \times \\ \times \exp\left[\begin{array}{l} i\gamma_i x - i\gamma_i x_p + i\kappa y - i\kappa y_p - \\ -i\kappa r' \cos\eta' - i\gamma_i r' \sin\eta' \end{array} \right] \end{array} \right] d\kappa \qquad (35)$$

Отже вирази для спектральних коефіцієнтів $T_j(\kappa)$ і $R_j(\kappa)$, що спадають при $\kappa \to \infty$ швидше, ніж $\frac{1}{\kappa}$ та похідної функції Гріна, як по радіальній координаті, так і по кутовий координаті точки джерела $\{\eta', r'\}$, являють собою обмежені функції. Це і є основним результатом роботи.

ВИСНОВКИ

На прикладі методу нульового поля розглянуто важливі питання дистанційного зондування та неруйнівного контролю за допомогою радіохвильових методів. Метод нульового поля є одним з достатньо відомих методів та відноситься до групи так званих чисельно-аналітичних методів теорії дифракції. Характерною рисою таких методів є використання граничних умов на контурі, що відрізняється від контуру розсіювача.

Головним результом роботи є суворе обгрунтування того факту, що як спектральні коефіцієнти, так і похідні функції Гріна по радіальній координаті і по кутовий координаті точки джерела є обмеженими функціями.

В якості перспективи подальших досліджень в даному напрямку можливо запропонувати ідеї щодо подальшого вдосконалення методу нульового поля.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автор повідомляє про відсутність конфлікту інтересів.

REFERENCES

1. Doicu A, Mishchenko MI. An overview of the null-field method. I: Formulation and basic results. Physics Open. 2020 Dec;5:100020. doi: https://doi.org/10.1016/j.physo.2020.100020 . (https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2666032620300077)
2. Doicu A, Mishchenko MI. An overview of the null-field method. II: Convergence and numerical stability. Physics Open. 2020 Jun;3:100019. doi: https://doi.org/10.1016/j.physo.2020.100019 https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2666032620300065?via%3Dihub
3. Huang H-T, Lee M-G, Li Z-C, Chiang JY. Null Field and Interior Field Methods for Laplace's Equation in Actually Punctured Disks. Abstract and Applied Analysis. 2013;2013:1–15. doi: http://dx.doi.org/10.1155/2013/927873
4. Petrov D, Shkuratov Y, Videen G. Application of theSh-matrices method to light scattering by spheroids. Journal of Optics. 2010 Aug 23;12(9):095701. doi: https://doi.org/10.1088/2040-8978/12/9/095701
5. Batrakov DO, Batrakova AG, Golovin DV. Numerical simulation of UWB impulse response of plane layered media with 2D inclusion. 2012 6th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals. 2012 Sep; p. 153-155, doi: https://doi.org/10.1109/UWBUSIS.2012.6379763.
6. Petrov D, Shkuratov Y, Videen G. Electromagnetic wave scattering from particles of arbitrary shapes. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 2011 Jul;112(11):1636–45. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.jqsrt.2011.01.036

7. Batrakov D, Golovin D. Null-Field Method Enhancement Technique for the Investigation of Scattering from Inclusions in Plane-Layered Media. 2006 International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. p. 507-509, doi: https://doi.org/10.1109/MMET.2006.1689837.
8. Somerville WRC, Auguié B, Le Ru EC. Simplified expressions of the T-matrix integrals for electromagnetic scattering. Optics Letters. 2011 Sep 1;36(17):3482-3484. doi: https://doi.org/10.1364/OL.36.003482
9. Moroz A. Improvement of Mishchenko's T-matrix code for absorbing particles. Applied Optics. 2005 Jun 10;44(17):3604-3609. doi: https://doi.org/10.1364/AO.44.003604
10. Petrov D, Shkuratov Y, Videen G. Optimized matrix inversion technique for the T-matrix method. Optics Letters. 2007 Apr 3;32(9):1168-1170. doi: https://doi.org/10.1364/OL.32.001168
11. Kahnert M, Rother T. Modeling optical properties of particles with small-scale surface roughness: combination of group theory with a perturbation approach. Optics Express. 2011 May 23;19(12):11138-11151. doi: http://dx.doi.org/10.1364/OE.19.011138
12. Null field approach to scalar diffraction I. General method. Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1977 Sep 20;287(1339):45–78. doi: https://doi.org/10.1098/rsta.1977.0139
13. Doicu A, Wriedt T. Null-field method with discrete sources to electromagnetic scattering from layered scatterers. Computer Physics Communications. 2001 Aug;138(2):136–42. doi: https://doi.org/10.1016/S0010-4655(01)00202-8
14. Mishchenko MI, Travis LD. T-matrix computations of light scattering by large spheroidal particles. Optics Communications. 1994 Jun;109(1-2):16–21. doi: https://doi.org/10.1016/0030-4018(94)90731-5
15. Kyurkchan AG, Sternin BY, Shatalov VE. Singularities of continuation of wave fields. Physics-Uspekhi. 1996 Dec 31;39(12):1221–42. doi: https://doi.org/10.1070/PU1996v039n12ABEH000184

Стаття надійшла до редакції: 25 березня 2022 р.
Рекомендовано до друку: 18 травня 2022 р.

JUSTIFICATION OF THE REDUCTION METHOD USING THE ZERO FIELD METHOD

D.O. BATRAKOV
V. N. Karazin Kharkiv National University, 4, Svobody Square, Kharkiv, 61022, Ukraine

Relevance. The urgency of the task is due primarily to progress in the field of computer technology and the growth in the power of modern personal computers. This significantly expands the class of numerical-analytical methods that can be used to build real-time data processing algorithms. To increase the efficiency of using modern diagnostic equipment, further research is needed on such fundamental natural phenomena as diffraction and scattering of monochromatic electromagnetic waves and pulsed signals on objects of various shapes and with various electrical properties.
The purpose of the work is to study the physical laws of diffraction and scattering of monochromatic electromagnetic waves and pulsed signals on objects of various shapes and with different electrophysical properties, located including in flat-layered media, to develop methods for solving the corresponding electrodynamic problems.
Materials and methods. To model and study the propagation and diffraction of harmonic and ultra-wideband electrodynamic signals, this paper uses a strict zero-field method, which is based on reducing the boundary value problem for Maxwell's equations to a set of integro-differential equations and further constructing an algorithm for solving the problem using a projection scheme.
Results. - A generalization of the zero field method has been obtained for solving problems of the propagation of fields of point sources (filament of electric or magnetic current) in plane-layered media with two-dimensional inhomogeneities; – the development of algorithms for modeling the propagation of ultra-wideband pulsed signals in flat-layered media with cylindrical inclusions, based on the expansion of the original signals in Fourier series, is proposed. The results of the work are reflected in two regulatory documents: - R V. 2.3-218-02071168-781: 2011 Recommendations for the designation of structural balls for essential road clothing; – M 218-02071168-705:2012 Method of flaw detection of road balls by surface sounding methods.
Findings. The results obtained indicate that the numerical-analytical methods of modern electrodynamics are an effective tool for solving a number of important applied problems, including non-destructive testing problems. Sufficiently proven methods for solving two-dimensional problems of scattering of electromagnetic waves can be used not only to solve the problems of flaw detection, but also form the basis for metrological support of the measurement process using defectometric complexes and thereby increase the reliability of measurements.

KEY WORDS: *Zero field method, systems of linear algebraic equations, computer programs for data processing.*

The article was received by the editors: March 25 2022.
The article is recommended for printing: May 18 2022.