

УДК 621.373.826

## ФОКУСИРОВКА МОД МЕТАЛЛИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА ТЕРАГЕРЦЕВОГО ЛАЗЕРА

**А.В. Дегтярев, Н.Н. Дубинин, В.А. Маслов***Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков, 61022, Украина  
e-mail: a.v.degtyarev@karazin.ua*

Поступила в редакцию 28 апреля 2017 г.

Теоретически на основе векторной теории Рэлея-Зоммерфельда с использованием излучения волноводного терагерцевого лазера ( $\lambda = 0,4326$  мм) проведено исследование физических особенностей умеренной и острой фокусировки пучков излучения, возбуждаемых модами лазерного резонатора на основе круглого металлического волновода при различной пространственной поляризации поля. Показано, что в фокальной области линзы в случае острой фокусировки пучка излучения, возбуждаемого радиально поляризованной  $TM_{01q}$  модой, наблюдается значительный рост его осевой интенсивности, обусловленный существенным возрастанием в этом случае интенсивности продольной компоненты поля данной моды. Полученные результаты расширяют знания об особенностях фокусировки лазерных пучков терагерцевого диапазона.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** фокусировка, поляризация, терагерцевый лазер, металлический резонатор, моды

Теоретично на основі векторної теорії Релея-Зоммерфельда з використанням випромінювання хвильовідного терагерцевого лазера ( $\lambda = 0,4326$  мм) проведено дослідження фізичних особливостей помірної і гострої фокусування пучків випромінювання, що збуджуються модами лазерного резонатора на основі круглого металевого хвильоводу при різній просторової поляризації поля. Показано, що в фокальній області лінзи в разі гострого фокусування пучка випромінювання, що збуджується радіально поляризованою  $TM_{01q}$  модою, спостерігається значне зростання його осової інтенсивності, обумовлене істотним зростанням в цьому випадку інтенсивності поздовжньої компоненти поля даної моди. Отримані результати розширюють знання про особливості фокусування лазерних пучків терагерцевого діапазону.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** фокусування, поляризація, терагерцевий лазер, металевий резонатор, моди

Theoretically, based on the Rayleigh-Sommerfeld vector theory using the radiation of a waveguide terahertz laser ( $\lambda = 0.4326$  mm), the physical features of the moderate and sharp focusing of radiation beams excited by the modes of a laser cavity based on a circular metal waveguide for various spatial polarization of the field were studied. It is shown that in the focal region of the lens, in the case of sharp focusing of the radiation beam excited by the radially polarized  $TM_{01q}$  mode, a significant increase in its axial intensity is observed, due to a significant increase in the intensity of the longitudinal component of the field of this mode in this case. The obtained results broaden the knowledge of the focusing features of the laser beams of the terahertz range.

**KEYWORDS:** focusing, polarization, terahertz laser, metal resonator, modes

### ВВЕДЕНИЕ

Поляризация двумерного когерентного светового излучения в каждой точке пространства представляет невидимое для глаза, но информативное полевое "изображение". Векторные пучки с различной пространственной поляризацией поля привлекают большой интерес в последнее время из-за их интересных физических особенностей и потенциальных применений [1, 2]. Активный интерес исследователей к пучкам с неоднородным аксиально симметричным распределением поляризации стал проявляться после ряда работ, в которых было теоретически показано, что такие сфокусированные пучки позволяют улучшать форму фокального пятна, уменьшить фокусное расстояние и получить более длинную глубину области фокусировки [3–6]. Наибольший практический интерес представляют моды с радиальным и азимутальным направлениями поляризации [7]. В оптическом диапазоне радиально поляризованные лазерные пучки используются при резке металлов, ускорении частиц, изготовлении фотонных кристаллов, ближнепольной микроскопии, захвате частиц, поверхностном плазмон-поляритонном возбуждении. Лазерные пучки с азимутальным типом поляризации излучения оказываются весьма полезными для таких применений как сверление, сварка, возбуждение кольцевых резонаторов метаматериалов, управление движением атомов. В терагерцевом (ТГц) диапазоне пучки с неоднородной пространственной поляризацией предлагается использовать для диагностики поверхности материалов, тонких пленок, биологических объектов, в системах передачи и обработки информации, системах связи, для достижения субволнового разрешения в томографии и т. д.

Ранее в [8] были изучены особенности фокусировки пучков излучения, возбуждаемых модами резонатора ТГц лазера на основе круглого полого диэлектрического волновода. Целью настоящей работы является изучение особенностей структуры поля лазерных пучков излучения, возбуждаемых модами резонатора ТГц лазера на основе круглого металлического волновода в области их фокусировки при различных видах пространственной поляризации данных мод.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Распространение лазерного излучения в свободном пространстве вдоль оси  $Oz$  описывается известными интегралами Рэлея-Зоммерфельда в непараксиальном приближении [9, 10]. В цилиндрической системе координат они имеют вид

$$\left\{ \begin{aligned} E_x(\rho, \varphi, z) &= -\frac{z(ikr-1)}{2\pi r^3} e^{ikr} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E_x^0(\rho_0, \varphi_0, 0) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \exp\left(-ik \frac{\rho\rho_0 \cos(\varphi_0 - \varphi)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi_0, \\ E_y(\rho, \varphi, z) &= -\frac{z(ikr-1)}{2\pi r^3} e^{ikr} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E_y^0(\rho_0, \varphi_0, 0) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \exp\left(-ik \frac{\rho\rho_0 \cos(\varphi_0 - \varphi)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi_0, \\ E_z(\rho, \varphi, z) &= \frac{(ikr-1)}{2\pi r^3} e^{ikr} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \left[ E_x^0(\rho_0, \varphi_0, 0)(\rho \cos \varphi - \rho_0 \cos \varphi_0) + E_y^0(\rho_0, \varphi_0, 0)(\rho \sin \varphi - \rho_0 \sin \varphi_0) \right] \\ &\quad \times \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \exp\left(-ik \frac{\rho\rho_0 \cos(\varphi_0 - \varphi)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi_0, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где  $k=2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны,  $\rho_0, \varphi_0$  – полярные координаты в области задания исходного поля и  $\rho, \varphi, z$  – цилиндрические координаты в плоскости наблюдения,  $r=\sqrt{\rho^2 + z^2}$ .

Моды исследуемого резонатора совпадают с модами круглого металлического волновода. Поэтому в начальной плоскости зададим излучение в виде симметричных азимутально и радиально поляризованных  $TE_{0n}$ ,  $TM_{0n}$  и несимметричной линейно поляризованной  $TE_{1n}$  мод круглого металлического волновода радиуса  $a$ , компоненты электромагнитных полей которых в плоскости источника  $z = 0$  имеют известный вид [11]. Используя для описания компонент вектора напряженности электрического поля в произвольной плоскости  $z = z_1$  в свободном пространстве формулы (1), получим выражения для поперечных и продольной компонент поля, например  $TE_{1n}$  мод:

$$\left\{ \begin{aligned} E_x(\rho, \phi, z_1) &= \frac{z_1(ikr-1)}{r^3} e^{ikr} A_{1n} \sin(2\phi) \int_0^a J_2\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) J_2\left(\frac{k\rho\rho_0}{r}\right) e^{\frac{ik\rho_0^2}{2r}} \rho_0 d\rho_0, \\ E_y(\rho, \phi, z_1) &= -\frac{z_1(ikr-1)}{2\pi r^3} e^{ikr} 2\pi \int_0^a \left[ J_0\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) J_0\left(\frac{k\rho_0\rho_0}{r}\right) - J_2\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) J_2\left(\frac{k\rho_0\rho_0}{r}\right) \cos(2\phi) \right] \\ &\quad \times e^{\frac{ik\rho_0^2}{2r}} \rho_0 d\rho_0, \\ E_z(\rho, \phi, z_1) &= \frac{ikr-1}{r^3} e^{ikr} A_{1n} \sin \phi \int_0^a \left\{ J_0\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) J_0\left(\frac{k\rho\rho_0}{r}\right) \rho - i\rho \left[ J_0\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) + J_2\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. \times J_1\left(\frac{k\rho\rho_0}{r}\right) - \rho J_2\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) J_2\left(\frac{k\rho\rho_0}{r}\right) \right\} e^{\frac{ik\rho_0^2}{2r}} \rho_0 d\rho_0, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где  $\chi_{1n}$  –  $n$ -й корень уравнения  $J_1(\chi)=0$ ,  $A_{1n} = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\chi_{1n}^2 - 1)} J_2(\chi_{1n}) a}$  – нормирующий множитель.

Поле на входе и выходе линзы радиуса  $a_l$  опишем с использованием функции фазовой коррекции [12]  $T(\rho)=\exp(-i\rho^2/\lambda F)$ , где  $F$  – фокусное расстояние линзы. Вновь применив к компонентам вектора напряженности электрического поля, найденным после фазовой коррекции, интегральные преобразования Рэлея-Зоммерфельда получим аналитические выражения для поперечных и продольной компонент поля  $TE_{1n}$  мод в свободном пространстве на расстоянии  $z_2$  от линзы:

$$\left. \begin{aligned}
 E_x(\tau, \Theta, z_2) &= \frac{z_1 z_2 (ik\gamma - 1)}{\gamma^3} e^{ik\gamma} A_{1n} \sin(2\Theta) \\
 &\times \int_0^{a_l} \int_0^a \frac{(ikr-1)}{r^3} J_2\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) J_2\left(\frac{k\rho_0\rho}{r}\right) \\
 &\times \exp\left(ik \frac{\rho^2}{2\gamma}\right) J_2\left(\frac{k\tau\rho}{\gamma}\right) T(\rho) \rho_0 d\rho_0 \rho d\rho, \\
 E_y(\tau, \Theta, z_2) &= \frac{z_1 z_2 (ik\gamma - 1)}{\gamma^3} e^{ik\gamma} A_{1n} \times \int_0^{a_l} \int_0^a \frac{(ikr-1)}{r^3} \\
 &\times \exp\left(ik \frac{\rho^2}{2\gamma}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \left[ J_0\left(\frac{k\tau\rho}{\gamma}\right) J_0\left(\frac{k\rho_0\rho}{r}\right) J_0\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) \right. \\
 &\left. - \cos(2\Theta) J_2\left(\frac{k\tau\rho}{\gamma}\right) J_2\left(\frac{k\rho_0\rho}{r}\right) J_2\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) \right] T(\rho) \rho_0 d\rho_0 \rho d\rho, \\
 E_z(\tau, \Theta, z_2) &= \frac{-(ik\gamma - 1)}{\gamma^3} e^{ik\gamma} A_{1n} \sin\Theta \int_0^{a_l} \int_0^a \left[ J_2\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) J_2\left(\frac{k\rho_0\rho}{r}\right) \right. \\
 &\left. + J_0\left(\chi_{1n} \frac{\rho_0}{a}\right) J_0\left(\frac{k\rho_0\rho}{r}\right) \right] \left[ \tau \left( J_2\left(\frac{k\tau\rho}{\gamma}\right) + J_0\left(\frac{k\tau\rho}{\gamma}\right) \right) + 2i\rho J_1\left(\frac{k\tau\rho}{\gamma}\right) \right] \\
 &\times \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) T(\rho) \rho_0 d\rho_0 \rho d\rho,
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\tau, \Theta, z_2$  – цилиндрические координаты в плоскости наблюдения за линзой,  $\gamma = \sqrt{\tau^2 + z_2^2}$ . Аналогично получены выражения для всех компонент вектора напряженности электрического поля  $TE_{0n}$  и  $TM_{0n}$  мод в свободном пространстве до линзы и в фокальной области линзы.

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Используя полученные выражения были изучены поперечные распределения суммарной интенсивности поля  $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$  и его отдельных компонент исследуемых резонаторных мод в области минимального размера фокального пятна сфокусированных пучков излучения. Фокусное расстояние линзы  $F$  выбиралось соответствующим условиям умеренной фокусировки (числовая апертура линзы [13]  $NA = a_l / F \leq 0,7$ ,  $a_l$  – радиус линзы) и острой фокусировки ( $NA = 1$ ). Длина волны излучения была выбрана в средней части терагерцового диапазона  $\lambda = 0,4326$  мм (линия генерации лазера с оптической накачкой на молекуле НСООН). Диаметр волновода выбран равным  $2a = 20$  мм.

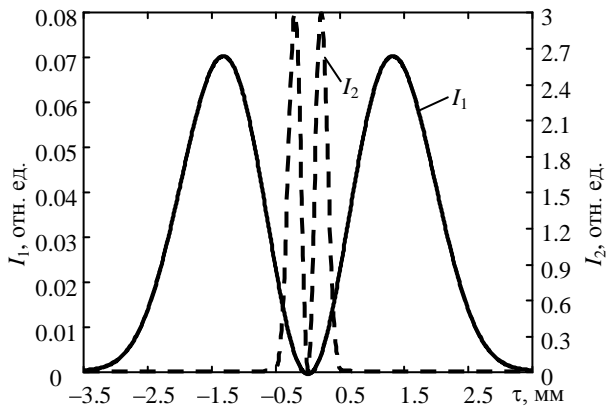


Рис. 1. Расчетные радиальные распределения суммарной интенсивности поля  $TE_{01q}$  моды при умеренной  $I_1$  и острой  $I_2$  фокусировках.

На рис. 1 – 3 приведены радиальные распределения интенсивности поля для трех мод с различной пространственной поляризацией резонатора ТГц лазера с круглым металлическим волноводом – симметричных азимутально поляризованной  $TE_{01q}$  и радиально поляризованной  $TM_{01q}$  мод, а также несимметричной  $TE_{11q}$  моды поляризация которой близка к линейной. Сплошные кривые соответствуют умеренной фокусировке излучения линзой радиусом  $a_l = 30$  мм с фокусным расстоянием  $F = 160$  мм ( $NA = 0,2$ ), пунктирные – острой фокусировке линзой того же радиуса с  $F = 30$  мм ( $NA = 1$ ).

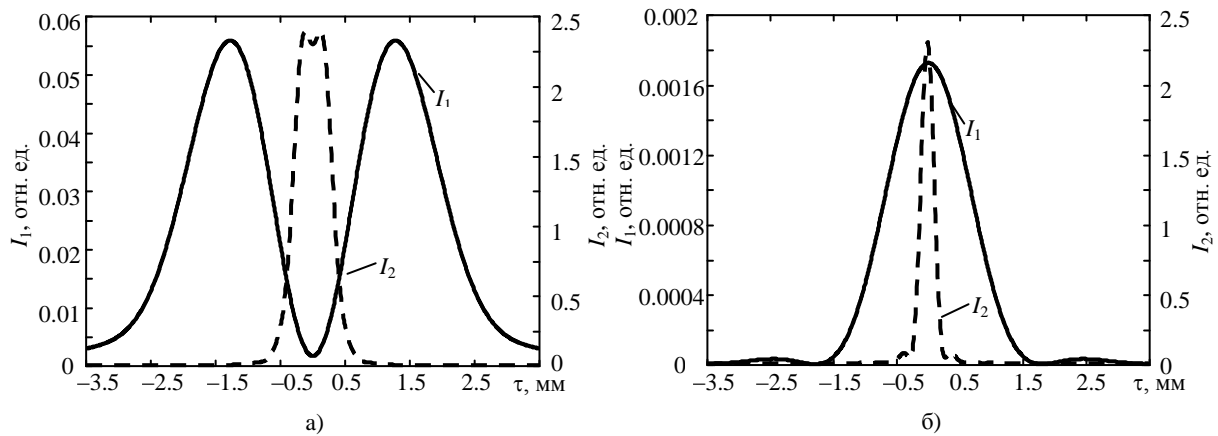


Рис. 2. Расчетные радиальные распределения суммарной интенсивности поля  $TM_{01q}$  моды (а) и интенсивности поля ее продольной компоненты (б) при умеренной  $I_1$  и острой  $I_2$  фокусировках.

Отметим некоторые характерные особенности. Поперечное распределение суммарной интенсивности поля азимутально поляризованной  $TE_{01q}$  моды металлического резонатора в области минимального размера сфокусированных пучков излучения сохраняет кольцеобразный вид (рис. 1) как при умеренной, так и при острой фокусировках. Эти результаты совпадают с результатами, полученными для моды  $TE_{01q}$  лазерного резонатора на основе круглого полого диэлектрического волновода [8].

Для радиально поляризованной  $TM_{01q}$  моды при острой фокусировке в поперечном распределении поля наблюдается значительный рост осевой интенсивности (рис. 2,а), который отсутствует при умеренной фокусировке. Это объясняется тем, что продольная компонента  $TM_{01q}$  моды имеет максимум поля на оси пучка (рис. 2,б). При этом, если при  $NA = 0,2$  ее величина составляет  $\sim 0,0018$ , то при  $NA = 1$  она возрастает до 2,2.

Существенный рост интенсивности продольной компоненты поля для несимметричной  $TE_{11q}$  моды наблюдается в области минимального размера фокального пятна – с 0,003 при  $NA = 0,19$  до 4,2 при  $NA = 1$  (рис. 3). Однако форма поперечного распределения суммарной интенсивности поля этой моды изменяется несущественно и максимум распределения поля находится на оси пучка. Лишь при острой фокусировке в поперечном распределении суммарной интенсивности поля появляется незначительный провал в центре пучка (рис. 3, а).

Для изучения влияния числовой апертуры линзы на относительный вклад продольной компоненты поля в суммарную интенсивность мод был проведен расчет при различных значениях параметра  $NA$  в фокальной области линзы по выражению:

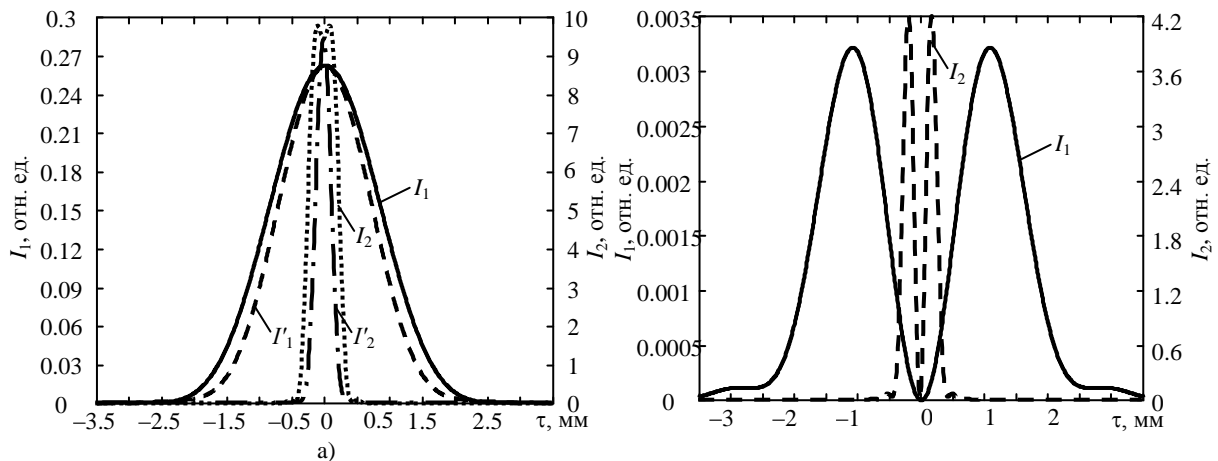


Рис. 3. Расчетные радиальные распределения суммарной интенсивности поля  $TE_{11q}$  моды (а) и интенсивности поля ее продольной компоненты (б) при умеренной  $I_1$  и острой  $I_2$  фокусировках.

$$\eta = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |E_z(\tau, \Theta, z)|^2 \tau d\tau d\Theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |E_x(\tau, \Theta, z)|^2 \tau d\tau d\Theta + \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |E_y(\tau, \Theta, z)|^2 \tau d\tau d\Theta + \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |E_z(\tau, \Theta, z)|^2 \tau d\tau d\Theta}. \quad (4)$$

Результаты расчетов представлены на рис. 4. Как видно из приведенных рисунков при увеличении числовой апертуры линзы ( $NA \sim 1$ ) существенно возрастает вклад продольной компоненты поля в суммарную интенсивность мод – для моды  $TM_{01q}$  до 18 % и для моды  $TM_{02q}$  до 34 % (рис. 4, а). Данный рост продольной компоненты и приводит к изменению радиального профиля  $TM_{0mq}$  мод при острой фокусировке. Более значительный рост продольной компоненты поля наблюдается для  $TE_{1mq}$  мод. В частности, для  $TE_{12q}$  моды при острой фокусировке он достигает 65 % (рис. 4. б).

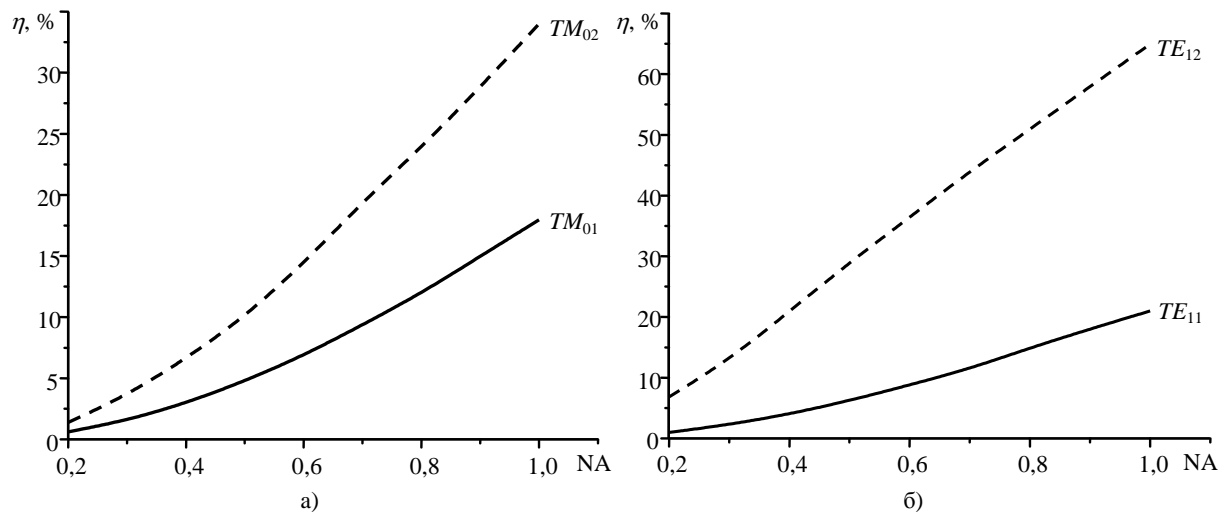


Рис. 4. Зависимости относительного вклада продольной компоненты поля  $TM_{0mq}$  (а) и  $TE_{1mq}$  (б) мод в их суммарную интенсивность при различных значениях числовой апертуры линзы.

### ВЫВОДЫ

В работе теоретически исследованы физические особенности умеренной и острой фокусировок в свободном пространстве пучков излучения, возбуждаемых модами резонатора ТГц лазера на основе круглого металлического волновода с различной пространственной поляризацией поля.

Показано, что в фокальной области линзы в случае острой фокусировки пучка излучения, возбуждаемого радиально поляризованной  $TM_{01q}$  модой, наблюдается значительный рост его осевой интенсивности, обусловленный существенным возрастанием в этом случае интенсивности продольной компоненты поля данной моды. Для моды  $TE_{11q}$ , с поляризацией близкой к линейной, также наблюдается рост интенсивности продольной компоненты поля, однако профиль поперечного распределения суммарной интенсивности данной моды в этом случае изменяется несущественно.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications / Q. Zhan // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – Vol. 1, No. 1. – P.1–57.
2. Brown T.G. Unconventional polarization states: beam propagation, focusing, and imaging / T. G. Brown // *Progress in Optics*. – 2011. – Vol. 56. – P.81–129.
3. Quabis S. Focusing light into a tighter spot / S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler et al. // *Opt. Commun.* – 2000. – Vol. 179. – No. 1–6. – P.1–7.
4. Kozawa Y. Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams / Y. Kozawa, S. Sato // *JOSA A*. – 2007. – Vol. 24, No. 6. – P.1793–1798.
5. Zhan Q. Focus shaping using cylindrical vector beams / Q. Zhan, J. Leger // *Opt. Express*. – 2002. – Vol 7. – P.324–331.
6. Chen Ziyang. Tight focusing of light beams: effect of polarization, phase, and coherence / Ziyang Chen, Limin Hua, Jixiong Pu // *Progress in Optics*. – 2012. – Vol. 57. – P. 219–260.

7. Drevinskas R. Laser material processing with tightly focused cylindrical vector beams / R. Drevinskas, J. Zhang, M. Beresna et al. // *Applied Physics Letters*. – 2016. – Vol. 108, No. 22. – P.221107.
8. Гурин О. В. Распространение и фокусировка мод диэлектрического резонатора терагерцевого лазера / О. В. Гурин, А. В. Дегтярев, В. А. Маслов и др. // *Радиофизика и электроника*. – 2014. – Т. 5 (19), № 3. – С. 84–91.
9. Luneburg R. K. *Mathematical theory of optics* / R. K. Luneburg. – University of California Press, Berkeley, Calif., 1996. – 448 p.
10. Zhang Y. Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon / Y. Zhang, L. Wang, C. Zheng // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2005. – Vol. 22, No. 11. – P. 2542–2546.
11. Справочник по волноводам : пер. с англ. / под ред. Я.Н. Фельда. – М. : Сов. Радио, 1952. – 432 с.
12. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику / Дж. Гудмен. Пер. с англ. / под ред. Г.И. Косоурова. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
13. Greivenkamp J. E. *Field guide to geometrical optics*. Vol. 1. / J. E. Greivenkamp. – Bellingham, WA : SPIE Press, 2004. – 128 p.