

ISSN 2222-5617

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Вісник
Харківського
Національного
Університету
імені В. Н. Каразіна

Серія “Фізика”

Випуск 31

Серія започаткована 1998 р.

Харків 2019

УДК 530.1/539.8

Вісник містить статті, присвячені сучасному стану теоретичних та експериментальних досліджень у галузі фізики. Видання призначене для науковців, викладачів, аспірантів та студентів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів та наукових установ.

Видання є фаховим виданням у галузі фіз.-мат. наук (фізика) наказ МОН України №1328 від 21.12.2015.

Затверджено до друку рішенням Вченої ради Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна (протокол №10 від 28 жовтня 2019 р.)

Головний редактор

Вовк Р.В. - доктор фіз. - мат. наук, професор, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Заступник головного редактора

Пойда В.П. - доктор тех. наук, професор, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Відповідальний секретар

Коршак В.Ф. - канд. фіз. - мат. наук, доцент, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Технічний редактор

Лебедев С.В. - канд. фіз. - мат. наук, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Редакційна колегія

Бойко Ю.І. - доктор фіз. - мат. наук, професор, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Гуревич Ю.Г. - доктор фіз. - мат. наук, професор, Дослідницький центр, Мексика

Зиман З.З. - доктор фіз. - мат. наук, професор, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Кунцевич С.П. - доктор фіз. - мат. наук, професор, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Лазоренко О.В. - доктор фіз. - мат. наук, доцент, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Пархоменко О.О. - доктор фіз. - мат. наук, с.н.с., ННЦ ХФТІ НАНУ, Україна

Петченко О.М. - доктор фіз. - мат. наук, професор, ХНУ МГ ім. О.М. Бекетова МОН України

Портной М.Ю. - доктор фізики, професор, університет Ексетеру, Великобританія

Рошко С.М. - доктор фізики, професор, Лондонський центр нанотехнологій, Великобританія

Соколенко В.І. - доктор фіз. - мат. наук, с.н.с., ННЦ ХФТІ НАНУ, Україна

Хронеос Олександр - доктор фізики, професор, Імперіал коледж, Великобританія

Фегер Олександр - доктор фіз. - мат. наук, професор, інститут фізики університету імені

Шафарика, Кошице, Словачія

Федоров П.М. - доктор фіз. - мат. наук, професор, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Шкловський В.А. - доктор фіз. - мат. наук, професор, ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Шкуратов Ю.Г. - член-кор. НАН України, доктор фіз. - мат. наук, професор,

ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Ямпольський В.О. - член-кор. НАН України, доктор фіз. - мат. наук, професор, ХНУ імені

В.Н. Каразіна, Україна

Адреса редакції:

Україна, 61022, Харків, майдан Свободи, 4, Харківський національний університет імені

В.Н. Каразіна, фізичний факультет, 057-707-53-83, ruslan.v.vovk@univer.kharkov.ua

Статті пройшли внутрішнє та зовнішнє рецензування.

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ №21573-11473Р від 20.08.2015

© Харківський національний університет
імені В.Н. Каразіна, оформлення, 2019

ISSN 2222-5617

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

The journal of V.N. Karazin

Kharkiv

National

University

Series “Physics”

Volume 31

The series has started 1998 p.

Kharkiv 2019

UDC 530.1/539.8

The journal contains articles on the current state of theoretical and experimental research in the field of physics. The publication is intended for researchers, teachers and students of physical specialties of higher education and research institutions.

The publication is a professional Edition in the field of physics and mathematics science (Physics) ordered MES of Ukraine #1328 from 12.21.2015.

Approved for publication by the decision of the Academic Council of Kharkiv Karazin National University. (Minutes №10 dated October 28, 2019)

Editor-in-Chief

Vovk R.V. - Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Deputy Editor-in-Chief

Poida V.P. - Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Assistant Editor

Korshak V.F. – Ph.D., Assoc. Prof. , V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Technical Editor

Lebediev S.V. – Ph.D., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Editorial Board

Boko Y. - Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Gurevich Yu.G. - Dr. Sci., Prof., Center for Research and Advanced, Mexico

Zyman Z.Z. - Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Kuncevich S.P.- Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Lazorenko O.-Dr. Sci., Assoc. Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Parhomenko O.O. - Dr. Sci., Prof., NSC "Kharkov Institute of Physics & Technology", Ukraine

Petchenko O.M.-Dr. Sci., Prof., O.M.Beketov National University of Urban Economy, Ukraine

Portnoi M. Yu. - Dr. Sci., Prof., University of Exeter, UK

Rozhko S.M.- Dr. Sci., Prof., London Centre for Nanotechnology, UK

Chroneos A. - Dr. Sci., Prof., Imperial Colledge, UK

Feher A. - Dr. Sci., Prof., , Pavol Jozef Šafárik University in Košice, Kosice, Slovakia

Fedorov P.M. - Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Shklovskij V. A. - Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Shkuratov J.G.- Corresponding Member of the NAS of Ukraine, Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Sokolenko V.-Dr. Sci., Senior Researcher, NSC KIPT, Ukraine

Yampol'skiy V. A. - Corresponding Member of the NAS of Ukraine, Dr. Sci., Prof., V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Editorial address:

Svobody Sq. 4, 61022, Kharkiv, Ukraine, V.N. Karazin Kharkiv National University, Department of Physics, 057-707-53-83, ruslan.v.vovk@univer.kharkov.ua

All articles reviewed.

Certificate of registration KB number 21573-11473P on 20.08.2015

© V.N. Karazin Kharkiv National University,
design, 2019

ISSN 2222-5617

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

Вестник
Харьковского
Национального
Университета
имени В. Н. Каразина

Серия “Физика”

Выпуск 31

Серия основана 1998 г.

Харьков 2019

УДК 530.1/539.8

Вестник содержит статьи, посвященные современному состоянию теоретических и экспериментальных исследований в области физики. Издание предназначено для ученых, преподавателей, аспирантов и студентов физических специальностей высших учебных заведений и научных организаций.

Издание является профессиональным изданием в области физ.-мат. наук (физика) приказ МОН Украины №1328 от 21.12.2015.

Утверждено в печать решением Ученого совета Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина (протокол №10 от 28 октября 2019 г.)

Главный редактор

Вовк Р.В. - доктор физ. - мат. наук, профессор, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Заместитель главного редактора

Пойда В.П. - доктор тех. наук, профессор, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Ответственный секретарь

Коршак В.Ф. - канд. физ. - мат. наук, доцент, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Технический редактор

Лебедев С.В. - канд. физ. - мат. наук, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Редакционная коллегия

Бойко Ю.И. - доктор физ. - мат. наук, профессор, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Гуревич Ю.Г. - доктор физ. - мат. наук, профессор, Исследовательский центр, Мексика

Зыман З.З. - доктор физ. - мат. наук, профессор, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Кунцевич С.П. - доктор физ. - мат. наук, профессор, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Лазоренко О.В. - доктор физ. - мат. наук, доцент, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Пархоменко О.О. - доктор физ. - мат. наук, с.н.с., ННЦ ХФТИ НАНУ, Украина

Петченко О.М. - доктор физ. - мат. наук, профессор, ХНУ МГ им. О.М. Бекетова МОН Украины

Портной М.Ю. - доктор физики, профессор, университет Эксетера, Великобритания

Рошко С.М. - доктор физики, профессор, Лондонский центр нанотехнологий, Великобритания

Соколенко В.І. - доктор физ. - мат. наук, с.н.с., ННЦ ХФТИ НАНУ, Украина

Хронеос Александр - доктор физики, профессор, Империял колледж, Великобритания

Фегер Александр - доктор физ. - мат. наук, профессор, институт физики университета имени

Шафарика, Кошице, Словакия

Федоров П.М. - доктор физ. - мат. наук, профессор, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Шкловский В.А. - доктор физ. - мат. наук, профессор, ХНУ имени В.Н. Каразина, Украина

Шкуратов Ю.Г. - член-кор. НАН Украины, доктор физ. - мат. наук, профессор,

ХНУ імені В.Н. Каразіна, Україна

Ямпольский В.О. - член-кор. НАН Украины, доктор физ. - мат. наук, профессор, ХНУ имени

В.Н. Каразина, Украина

Адрес редакции:

Украина, 61022, Харьков, майдан Свободы, 4, Харьковский национальный университет имени

В.Н. Каразина, физический факультет, 057-707-53-83, ruslan.v.vovk@univer.kharkov.ua

Статьи прошли внутреннее и внешнее рецензирование.

Свидетельство о государственной регистрации КВ №21573-11473Р от 20.08.2015

© Харьковский национальный университет
имени В.Н. Каразина, оформление, 2019

Content

In memory of Moisey Isaacovich Kaganov	10
<i>A.S.Kovalev, Y.E.Prilepskii, K.A.Gradjushko.</i> Dynamics of coupled nonlinear systems	12
<i>V.A. Shklovskij.</i> Research on spinalorithronics at the Department of Low Temperature Physics of Kharkov National University in 2017-2019	22
<i>M. Tkachenko, Z. Zyman.</i> Peculiarities of synthesis of Ag-doped hydroxyapatite ceramics	28
<i>O.S. Dzhenzherov, E.V. Ezerskaya.</i> Low temperature thermodynamics of finite spin-1/2 XX Chain with some distorted links	33
<i>Yu.I. Boyko, V.V. Bogdanov, R.V. Vovk, V.F.Korshak.</i> Electroosmotic pressure in the process of a biocompatible coating applying on the inner surfaces of nanostructured ceramics	38
<i>N. Kvitka, T. Rokhmanova, S.S. Apostolov.</i> Modification of transfer-matrix method for electromagnetic waves in layered superconductor in presence of dc magnetic field	42
<i>S.D. Bronza, A.T. Kotvytskiy, Ye.M. Korostelov.</i> The N-point gravitational lens as cover and his the profile cover	48
<i>D.V. Chibisov.</i> Drift wave turbulence and anomalous plasma diffusion in lower hybrid cavities observed in the ionosphere	54
<i>O.M. Grib, O.L. Samsonik, R.V. Sukhov.</i> Coherent emission from the stack of Josephson junctions with the non-uniform inductive interaction	59
<i>Section: Physics seminar</i>	64

Зміст

Пам'яті Мойсея Ісааковича Каганова	10
<i>О.С. Ковальов, Я.Є. Прилепський, К.О. Градюшко.</i> Динаміка зв'язаних нелінійних систем	12
<i>В.А.Шкловський.</i> Дослідження по спінкалоритроніці на кафедрі фізики низьких температур Харківського національного університету в 2017-2019 роках	22
<i>М. Ткаченко, З. Зиман.</i> Особливості синтезу Ag-місткої гідроксиапатитної кераміки	28
<i>О.С. Дженджеров, О.В. Єзерська.</i> Низькотемпературна термодинаміка скінченного ХХ ланцюжка зі спіном $\frac{1}{2}$ з кількома деформованими взаємодіями	33
<i>Ю.І. Бойко, В.В. Богданов, Р.В. Вовк, В.Ф.Коршаєв.</i> Електроосмотичний тиск у процесі нанесення біосумісного покриття на внутрішні поверхні наноструктурованої кераміки	38
<i>Н. Квітка, Т. Рохманова, С.С. Апостолов.</i> Модифікація методу трансфер-матриць для електромагнітних хвиль у шаруватому надпровіднику за наявності постійного магнітного поля	42
<i>С.Д. Бронза, А.Т. Котвицький, Є.М. Коростельов.</i> N-точкова гравітаційна лінза як накриття і її профіль накриття	48
<i>Д.В. Чібісов.</i> Турбулентність дрейфових хвиль і аномальна дифузія плазми в ніжньогібридних порожнинах, що спостерігаються в земній іоносфері	54
<i>О.М. Гриб, О.Л. Самсонік, Р.В. Сухов.</i> Когерентна емісія пачок контактів Джозефсона з неоднорідною індуктивною взаємодією.	59
<i>Section: Physics seminar</i>	64

Содержание

Памяти Моисея Исааковича Каганова	10
<i>О.С. Ковалёв, Я.С. Прилепский, К.О. Градюшко.</i> Динамика связанных нелинейных систем	12
<i>В.А.Шкловский.</i> Исследования по спинкалоритронике на кафедре физики низких температур Харьковского национального университета в 2017-2019 годах	22
<i>Н. Ткаченко, З. Зыман.</i> Особенности синтеза Ag-содержащей гидроксипатитной керамики	28
<i>А.С. Дженджерев, Е.В. Езерская.</i> Низкотемпературная термодинамика конечной XX цепочки со спином $\frac{1}{2}$ с несколькими деформированными взаимодействиями	33
<i>Ю.И. Бойко, В.В. Богданов, Р.В. Вовк, В.Ф.Коршак.</i> Электроосмотическое давление в процессе нанесения биосовместимого покрытия на внутренние поверхности наноструктурированной керамики	38
<i>Н. Квитка, Т. Рохманова, С.С. Апостолов.</i> Модификация метода трансфер-матриц для электромагнитных волн в слоистых сверхпроводниках в присутствии постоянного магнитного поля	42
<i>С.Д. Бронза, А.Т. Котвицкий, Е.М. Коростелёв.</i> N-точечная гравитационная линза как покрытие и её профиль покрытия	48
<i>Д.В. Чибисов.</i> Турбулентность дрейфовых волн и аномальная диффузия плазмы в нижнегибридных пустотах наблюдающихся в земной ионосфере	54
<i>А.М. Гриб, О.Л. Самсоник, Р.В. Сухов.</i> Когерентная эмиссия пачек контактов Джозефсона с неоднородным индуктивным взаимодействием	59
<i>Section: Physics seminar</i>	64



Мойсей Ісаакович Каганов

1 вересня 2019 року пішов з життя видатний фізик-теоретик професор Мойсей Ісаакович Каганов. Це є непоправною втратою для всієї світової фізичної науки, української фізико-математичної спільноти.

Мойсей Ісаакович народився 4 червня 1921 року в Харкові в родині відомого філолога Каганова Ісаака Яковича, який багато років працював в Харківському університеті.

У 1939 році Мойсей Ісаакович вступив на фізико-математичний факультет Харківського університету, але в тому ж році був призваний до лав армії. Служив на Чорноморському флоті, брав участь у Великій Вітчизняній війні. М.І. Каганов нагороджений орденом «Червоної Зірки» та орденом «Вітчизняної війни» і медалями. У 1946 році демобілізувався і повернувся до нашого університету, який закінчив у 1949 році.

З 1949 по 1970 роки Мойсей Ісаакович працював в теоретичному відділі УФТІ (зараз – ННЦ ХФТІ) під керівництвом академіка І.М. Ліфшиця. З 1952 року по 1970 рік викладав на кафедрі статистичної фізики і термодинаміки (з 2014 р – кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця) Харківського університету. Багато років М.І. Каганов читав студентам курси «Квантова теорія металів», «Атомна і ядерна фізика». У 1970 році за пропозицією І.М. Ліфшиця і П.Л. Капіци він переїжджає до Москви і займає посаду старшого наукового співробітника теоретичного відділу Інституту фізичних проблем АН СРСР, керівником якого після смерті академіка Л.Д. Ландау став І.М. Ліфшиць. Паралельно Мойсей Ісаакович працював професором МДУ.

Основний напрямок наукової діяльності Мойсея Ісааковича – квантова теорія твердого тіла, зокрема теорія металів і теорія низькотемпературного магнетизму. Разом з І.М. Ліфшицем та його учнями Мойсей Ісаакович виконав ряд класичних робіт по електронній теорії металів. У цих роботах закладені основи сучасної теорії металів, в теорії твердого тіла створена ідеологія, яку

зараз називають «Ферміологією». Результати цих досліджень підсумовані в монографії І.М. Ліфшиця, М.Я. Азбеля, М.І. Каганова «Електронна теорія металів», яка протягом багатьох років є настільною книгою фізиків, що працюють у галузі фізики твердого тіла. М.І. Каганов – блискучий популяризатор фізики. Він автор кількох науково-популярних книг, безлічі популярних статей в журналі «Природа».

Мойсей Ісаакович виховав кілька поколінь учнів. За заслуги у науковій та педагогічній діяльності Вроцлавський технологічний університет (Польща) в 1998 році присвоїв йому звання почесного доктора (Doctor honoris causa).

У 1994 р. Мойсей Ісаакович вийшов на пенсію та переїхав у США. Однак пенсіонером його можна було вважати лише умовно. У цей час постійно з'являлись статті, огляди, книги Мойсея Ісааковича, присвячені різним розділам теоретичної фізики, спогади про фізиків. Ці роботи так само стимулюють і надихають фізиків, як і його праці, написані в молоді роки.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна висловлює глибоке співчуття рідним і близьким та розділяє гіркоту втрати. Світла пам'ять про Мойсея Ісааковича Каганова назавжди залишиться у наших серцях!

Редакційна колегія

PACS: 05.45.-a

UDC: 538.9

Dynamics of coupled nonlinear systems

A.S.Kovalev^{1,2}, Y.E.Prilepskii³, K.A.Gradjushko²

1. B.Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, 47

Nauky Ave., Kharkiv, 61103, Ukraine

2. V. N. Karazin Kharkiv National University, sq. Svobody 4, Kharkiv 61077, Ukraine

3. Triangle Birmingham University, Aston Triangle, Birmingham, B4 7ET, UK,

E-mail: kovalev@ilt.kharkov.ua

ORCID: 0000-0002-2465-3458

DOI:10.26565/2222-5617-2019-31-01

Two models were studied theoretically which describe the dynamics of two nonlinear elements with linear and nonlinear interaction between them. These models correspond to the commutators in nonlinear fiber optics and artificial lattices of magnetic nanodots or magnetic layers in quasi-two dimensional compounds. The models illustrate the common situation in the nonlinear systems with two degrees of freedom. Usually the absence of additional to the total energy integrals of motion leads to the appearance of a chaotic component of the dynamics. This chaotic behaviour masks the regular part of the total dynamics. In the studied in the paper two integrable systems the chaotic component is absent and the regular dynamics manifest itself per se. In the paper at first the dynamics of the systems was investigated qualitatively in the corresponding phase planes. Two integrals of motion correspond to the total energy E and the number N of elementary excitations in the system (photons and spin deviations). The phase analysis demonstrates the complicated its dynamics. The excitations of different types are classified in the plane of the integrals (N, E) . For the fix number of excitations N in the domain of small N the dynamics is close to the linear one and divides into two regions for quasi-inphase and quasi-antiphase oscillations. But for the large level of the excitation after the definite value of $N = N_b$ in the bifurcation way the region of another dynamics appears. For $N > N_b$ the minimum of the energy corresponds to the essentially nonlinear regime with nonuniform average distribution of the energy between two oscillators. At the same time the critical point which correspond to the in-phase oscillations transforms into saddle one and in-phase regime becomes unstable. As integrable the studied systems allow the solutions in the quadratures. The exact solution of the dynamical equations for nonlinear dynamics were obtained and analysed. The main result consists in the above prediction of the nonuniform states with different energies of subsystems, their stability and instability of inphase oscillations. The nonuniform states corresponds to the solitonic excitations in the systems with distributed parameters.

Keywords: dynamical systems, excitations, integrability, integrals of motion, phase portrait, critical points, bifurcation, Landau-Lifshits equation, magnerization.

Динаміка зв'язаних нелінійних систем

О.С. Ковальов^{1,2}, Я.Є. Прилепський³, К.О. Градюшко²

1. Фізико технічний інститут низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України, пр-т Науки 47, 61103 Харків, Україна

2. Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

3. Triangle Birmingham University, Aston Triangle, Birmingham, B4 7ET, UK,

Теоретично розглянуто дві моделі, що описують динаміку двох нелінійних елементів з лінійною і нелінійною взаємодією між ними. Ці моделі описують, наприклад, перемикачі в нелінійних оптичних світловодах, а також штучні решітки магнітних нанодотів і магнітні шари у квазідвовимірних магнітних сполуках. Запропоновані моделі ілюструють загальну ситуацію в нелінійних системах з двома ступенями вільності. Звичайно відсутність інтеграла руху, додаткового до повної енергії, призводить до появи хаотичної компоненті руху. Ця хаотична поведінка затемнює головні характеристики регулярного руху. В розглянутих в статті двох інтегрованих системах хаотична компонента відсутня і регулярна динаміка проявляється в чистому вигляді. Спочатку в роботі динаміку системи розглянуто якісно на відповідних фазових площинах. Два інтеграла руху відповідають повній енергії E і числу елементарних збуджень N (фотонів і спінових відхилень) системи. Фазовий аналіз демонструє складний характер динаміки. Збудження різного типу класифікуються на площині

інтегралів руху (N, E) . При фіксованому числі збуджень N в області малих значень N динаміка близька до динаміки лінійних систем і ця область поділяється на дві з квазі-синфазними і квазі-протифазними типами коливань. Але при великому рівні збудження після певного після значення $N = N_b$ біфуркаційним чином з'являється область параметрів з зовсім іншою динамікою. При $N > N_b$ мінімуму енергії відповідає суттєво нелінійний режим з неоднорідним середнім поділом енергії між окремими осциляторами. Одночасно особлива точка, що відповідає синфазним коливанням, перетворюється на сідлову і режим синфазних коливань стає нестійким. Як інтегровані, розглянуті системи допускають розв'язки в квадратурах. Було отримано і проаналізовано точні розв'язки рівнянь нелінійної динаміки. Головний результат полягає в передбаченні неоднорідних станів з різними енергіями підсистем. Ці стани відповідають солітонним збудженням в системах з розподіленими параметрами.

Ключові слова: динамічні системи, збудження, інтегрованість, інтеграли руху, фазовий портрет, особливі точки, біфуркація, рівняння Ландау-Ліфшиця, намагнічення.

Динамика связанных нелинейных систем А.С. Ковалёв^{1,2}, Я.Е. Прилепский³, К.А. Градюшко²

1. Физико-технический институт низких температур им. Б. Веркина НАН Украины, пр-т Науки 47, 61103 Харьков, Украина

2. Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина, пл. Свободы 4, Харьков 61022, Украина

3. Triangle Birmingham University, Aston Triangle, Birmingham, B4 7ET, UK,

Теоретически рассмотрены две модели, описывающие динамику двух нелинейных элементов с линейным и нелинейным взаимодействием между ними. Эти модели описывают, например, переключатели в нелинейных оптических световодах, а также искусственные решетки магнитных нанодотов и магнитные слои в квазидвумерных магнитных соединениях. Были получены и проанализированы точные решения уравнений нелинейной динамики. Основным результатом состоит в предсказании неоднородных состояний с различными энергиями подсистем. Эти состояния соответствуют солітонным возмущениям в системах с распределенными параметрами. Предложенные модели иллюстрируют общую ситуацию в нелинейных системах с двумя степенями свободы. Обычно отсутствие интеграла движения, дополнительного к полной энергии, приводит к появлению хаотической компоненты динамики. Это хаотическое поведение затеняет основные характеристики регулярного движения. В рассматриваемых в работе двух интегрируемых системах хаотическая компонента отсутствует и регулярная динамика проявляется в чистом виде. В работе вначале динамика систем рассматривается качественно на соответствующих фазовых плоскостях. Два интеграла движения соответствуют полной энергии E и числу N элементарных возмущений (фотонов и спиновых отклонений) системы. Фазовый анализ демонстрирует сложный характер динамики. Возмущения разного типа классифицируются на плоскости интегралов движения (N, E) . При фиксированном числе возмущений N в области малых значений N динамика близка к динамике линейных систем, и эта область разделяется на две с квазі-синфазным и квазі-противофазным видами колебаний. Но при большом уровне возмущения после определенного значения $N = N_b$ бифуркационным образом появляется область параметров с совершенной другой динамикой. При $N > N_b$ минимуму энергии соответствует существенно нелинейный режим с неоднородным средним распределением энергии между отдельными осцилляторами. Одновременно особая точка, соответствующая синфазным колебаниям превращается в седловую точку и режим синфазных колебаний становится неустойчивым. Будучи интегрируемыми, рассмотренные системы допускают решения в квадратурах. Были получены и проанализированы точные решения уравнений нелинейной динамики. Основным результатом состоит в предсказании неоднородных состояний с различными энергиями подсистем. Эти состояния соответствуют солітонным возмущениям в системах с распределенными параметрами.

Ключевые слова: динамические системы, возмущения, интегрируемость, интегралы движения, фазовый портрет, особые точки, бифуркация, уравнение Ландау-Лифшица, намагнитченность.

Although the non-linear dynamics of dynamical systems is a traditional field of physics, the last half-century exhibits its essential progress, related to the active study of soliton excitations and their manifestations in the physics of condensed matter. Recently a particular interest is connected with the study of non-linear discrete systems linking the areas of nonlinear oscillations and nonlinear waves. Under a weak localization of non-linear

excitations in discrete systems, the whole non-linear dynamics is localized on several elements of the lattice. Recently, this problem has become more actual due to the active research and application in nano-objects such as the coupled effective spin torque oscillators [1], the cavities containing SQUIDs with Josephson junctions connections as the equipment for the quantum computer [2], high-gain weakly nonlinear flux-modulated Josephson parametric

amplifier using a SQUID arrays [3,4], coupled micromechanical resonators [5], microelectromechanic (MEM) coupled cantilevers and nunolectromechanical (NEM) systems [6], magnetic bilayers with F/N/F structures [7], bicomponent magnonic crystals [8], arrays of optical waveguides, optical switch and coupled modes in nonlinear optical waveguides [9]. As it was first demonstrated in [10,11], many elements of solitary physics in systems with distributed parameters have their analogous in systems with the final number of degrees of freedom, particularly in systems with two elements [12]. Unfortunately, in hamiltonian systems with two degrees of freedom, in the absence of additional integral of motion, there appears a chaotic component of dynamics, which defaces such an important element of motion as the localization of excitations on one degree of freedom. In its evident form, this phenomenon manifests itself in integrable systems with two degrees of freedom. Some examples of such systems are discussed in this article. As a first example, consider two bounded elements of the so-called DSTM (discrete self trapping model). It describes, for example, a system of two closely connected optical fibers or two weak coupled magnetic nanodots.

I. DSTM for two coupled non-linear elements.

It is convenient to describe the dynamics of a linear oscillator in terms of complex quantity $\psi = (\omega_0 x + ip/m) / \sqrt{2\omega_0}$, which plays the role of a classic analogue of the annihilation operator for the quantum of the excitation of oscillator with frequency ω_0 . By taking into account the weak (Linear) interaction between oscillators and the simplest form of self non-linearity (of on-site potential), we get for the two oscillators in a resonant approximation the system of two equations:

$$i\dot{\psi}_n = \omega_0 \psi_n - \alpha |\psi_n|^2 \psi_n + \varepsilon (\psi_n - \psi_m) \quad (1)$$

where $n, m = 1, 2$. The system of equations (1) is the integrable one, with two integrals of motion: full energy

$$E = \sum \left(\omega_0 |\psi_n|^2 - \alpha |\psi_n|^4 / 2 \right) + \varepsilon |\psi_1 - \psi_2|^2 \quad (2)$$

and additional integral

$$N = \sum |\psi_n|^2, \quad (3)$$

coincided with the adiabatic invariant and represented the number of excitations under the quasi-classical interpretation of the dynamics of the coupled oscillators.

Whereas $N = const$, it's convenient to introduce the following new variables

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \sqrt{N} \cos \vartheta \exp(i\phi_1), \\ \psi_2 &= \sqrt{N} \sin \vartheta \exp(i\phi_2), \end{aligned} \quad (4)$$

in terms of which equations (1) will be rewritten as

$$\dot{u} = 2\varepsilon \sin \psi, \quad (5)$$

$$\dot{\psi} = 2\varepsilon \operatorname{ctg}(u) \cos \psi - \alpha N \cos(u), \quad (6)$$

where $u = 2\vartheta$ and $\psi = \phi_2 - \phi_1$. This closed system for the variables u and ψ is supplemented by the equation for the variable $\phi = \phi_2 + \phi_1$:

$$\dot{\phi} = -2(\omega_0 + \varepsilon - \alpha N / 2) + 2\varepsilon \cos \psi / \sin(u), \quad (7)$$

In new variables the energy reads as

$$\begin{aligned} E &= (\omega_0 + \varepsilon (1 - \sin(u) \cos \psi)) N - \\ &- \alpha (1 + \cos^2(u)) N^2 / 4 \end{aligned} \quad (8)$$

Equations (1) allow single-frequency solutions corresponding to stationary states with the following relation between the amplitudes of oscillators:

$$(a_1 - a_2)(a_1 + a_2)(a_1 a_2 - \varepsilon / \alpha) = 0.$$

Thus the in-phase (s), anti-phase (a) and nonuniform (n) stationary states with the following dependencies of frequency oscillations on the solution norm are possible

$$\omega_s = \omega_0 - \alpha N / 2, \quad \omega_s = \omega_0 - \alpha N / 2, \quad (9)$$

$$\omega_a = \omega_0 + 2\varepsilon - \alpha N / 2, \quad a_2 = -a_1 \quad a_2 = -a_1, \quad (10)$$

$$\omega_n = \omega_0 + \varepsilon - \alpha N, \quad a_2 = \varepsilon a_1 / \alpha. \quad (11)$$

These dependencies demonstrate two important properties of non-linear oscillations: the dependence of the frequency of oscillations on their energy (or, what is the same - on their norm), and the appearance in bifurcation way at the critical level of the excitation $N > N_b = 2\varepsilon / \alpha$ of the new type of motion with different amplitudes of oscillations for the different

elements of the system $a_1 \neq a_2$, i.e. the localization of energy on one of the oscillators. These features of the dynamics are illustrated in Fig. 1a. Unfortunately, only the single-frequency solutions can be depicted on the plane (ω, N) , while the vibrations of the general type are two-frequency with incommensurate frequencies. Their properties are convenient to discuss on the plane of the integrals of motion (E, N) .

The dependences of the energy of single-frequency oscillations on their norms (adiabatic invariants) is determined by the usual mechanical ratio $\omega = dE / dN$. Therefore, it is easy to get the relation between the motion integrals for single-frequency vibrations, corresponding to dependencies (9-11):

$$E_s = \omega_0 N - \alpha N^2 / 4, \quad (12)$$

$$E_a = (\omega_0 + 2\varepsilon) N - \alpha N^2 / 4, \quad (13)$$

$$E_n = (\omega_0 + \varepsilon) N - \alpha N^2 / 2 - \varepsilon^2 / \alpha, \quad (14)$$

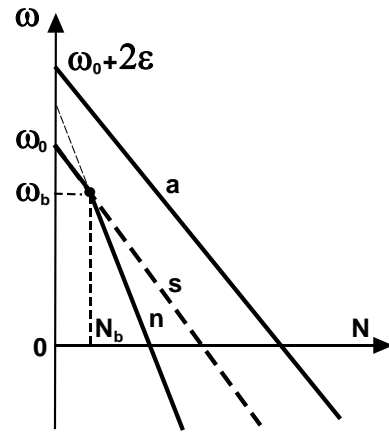
$$E_* = (\omega_0 + \varepsilon) N - \alpha N^2 / 2, \quad (15)$$

$$\tilde{E} = (\omega_0 + \varepsilon) N - \alpha N^2 / 4 - 2\varepsilon^2 / \alpha. \quad (16)$$

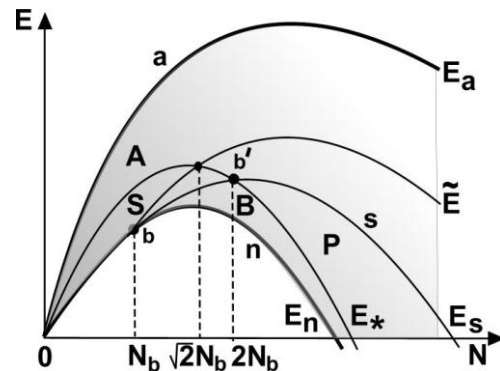
Here the important (as it will be seen below) dependences (15, 16) are given in which there appear the significant changes in the dynamics of the system). The dependencies (12-16) are depicted on Fig.1b.

On Fig. 1b, the line (a) corresponds to anti-phase oscillations (phases of which differ on π), line (s) – to in-phase oscillations, line (n) – to localized states with different levels of excitation of the oscillators (localization of energy on one element of the system), and line $(0b'E_*)$ corresponds to the dependency from Eq.(14). Equations (5, 6) correspond to the effective system with one degree of freedom and the integration of motion (7), which can be integrated in quadratures, and its dynamics is depicted on the "phase plane" (u, ψ) – Fig.2.

On Fig. 2a, the special points such as "center" (s) and (a) correspond to single-frequency in-phase and anti-phase oscillations and to the lines (0b) and (0a) in Fig.1b, while the detached separatrix (C) separates the oscillations close to the in-phase one from those close to the anti-phase oscillations. It corresponds to the dependence (14) and to the line $(0b')$ in Fig.1b.



(a)



(b)

Fig. 1. Dependences of the stationary state frequencies on the norms of the solutions (a) and (b) - the area of existence of solutions with different dynamics on the plane (E, N) of integrals of motion.

Special points of the type of "centers" are stable, which indicates the stability of in-phase and anti-phase excitations in this interval of the values of norm. At the point of bifurcation (b) there appear two new states with different values of oscillators excitations: two new centers in Fig.2b. They correspond to the line (n) in Fig.1a and the line (bnE_n) in Fig.1b. The saddle point $(u = \psi = 0)$ is now associated with in-phase oscillations. This denotes that the in-phase oscillations become unstable while $N > N_b$. They correspond to the dashed line (s) in Fig.1a and the line $(bb'sE_s)$ in Fig.1b. The last line simultaneously corresponds to the separate loops S in Fig/ 2b. The areas inside the separatrix S, between the separatrices S and C and outside of them, correspond respectively to the domains B, S and A in Fig.1b. The second bifurcation takes place at $N = 2N_b$, i.e. in the point of merging of separatrices S and C on the phase portrait (triangles in Fig.2c). Finally, at $N > 2N_b$ the two separatrices are separated again (Fig..2d), but the separatrix which going out of the saddle point of the in-

phase oscillations does not have a form of closed separation loop.

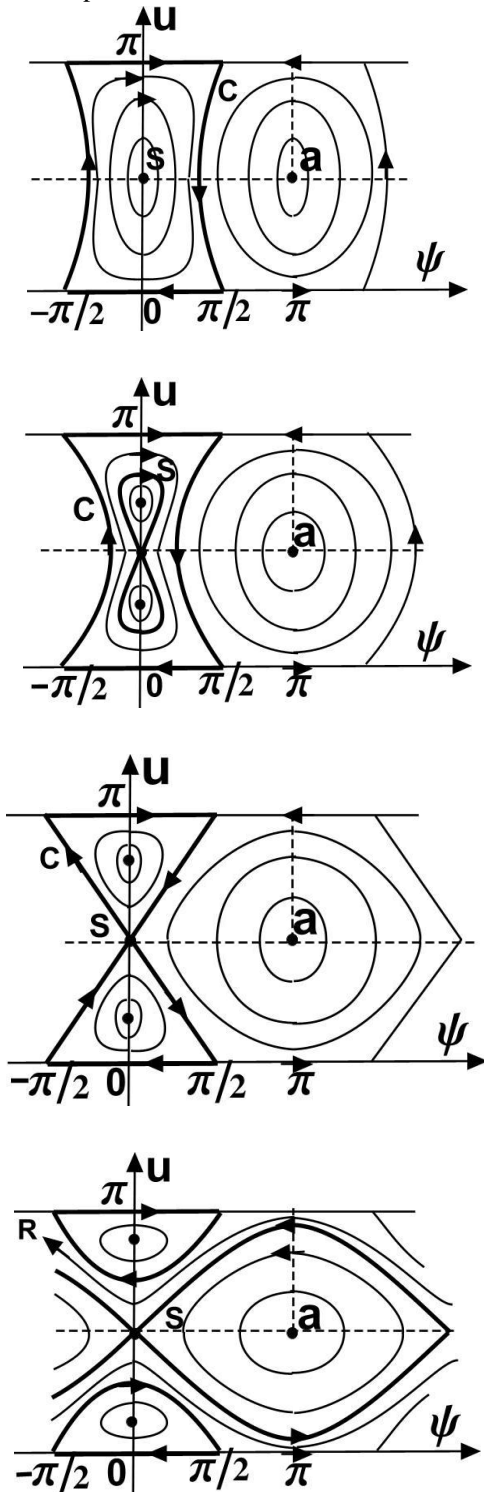


Fig. 2. Phase portraits of the system (5,6) on the plane of variables (u, ψ) at different values of the complete norm of the solution: $N < N_b$ (a), $N_b < N < 2N_b$ (b), $N = 2N_b$ (c) and $N > 2N_b$ (d).

The states studied in the phase plane allow exact analytical solutions. From Eq. (7) it results the relation $\psi = \psi(u, E, N)$:

$$\cos \psi = \frac{(E_s - E) + (\alpha N^2 / 4) \sin^2 u}{\varepsilon N \sin(u)}, \quad (17)$$

and for the new variable $f = (\sqrt{\alpha} N / 2) \cos(u)$ Eq. (5) can be reduced to a closed equation for the function f :

$$(a) \quad \dot{f}^2 / \alpha = (A_1 - f^2)(f^2 - A_2), \quad (18)$$

where

$$A_{1,2} = \left((\tilde{E} - E) \pm \frac{2\varepsilon}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{E - E_n} \right). \quad (19)$$

1. In the domain with small level of excitation with $N < N_b$, in which $\tilde{E} < E_n < E_s < E < E_a$ (Fig. 2a),

$$(b) \quad A_1 = -(E - \tilde{E}) + \frac{2\varepsilon}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{E - E_n} = a^2 < b^2, \quad (20)$$

$$A_2 = -(E - \tilde{E}) - \frac{2\varepsilon}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{E - E_n} = -b^2 \quad (21)$$

and the solution to the equation (18) reads

$$(c) \quad f = a \operatorname{cn}(\sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{\alpha} t, k), \quad k = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad (22)$$

where $\operatorname{cn}(z, k)$ denotes Jacobi's elliptical cosine. For $E = E_a$ we have: $a = 0$, $b^2 = 2\varepsilon(N + N_b)$ and $a = 0$, $b^2 = 2\varepsilon(N_b - N)$ for $E = E_s$. The frequency of the relative amplitude of oscillations of subsystems is equal to

$$\Omega(E, N) = \frac{\pi \sqrt{\alpha}}{2kK(k)} a, \quad (23)$$

where $K(k)$ is the complete elliptical integral of the first kind. On the boundaries for the area of the solution existing ((a) and (s) in Fig.1b) $k \rightarrow 0$, $a \rightarrow 0$ and $b_{s,a} \rightarrow \sqrt{\alpha N_b(N_b \mp N)}$. That is, the frequency of periodic energy transfer between the oscillators is equal to

$$\Omega_{s,a} = \alpha \sqrt{N_b(N_b \mp N)} = 2\varepsilon \sqrt{1 \mp N/N_b}. \quad (24)$$

In the linear limit, one gets the well-known result $\Omega = 2\varepsilon$. The elliptical integral module reaches the maximum value $k_m = N/2N_b$ on the line $E = E_*(N)$ (15) on which $a_m^2 = \alpha N^2/4$. This line corresponds to the separatrix C in the phase portrait in Fig.2a.

The formula (24) describes the relative oscillations of the amplitudes of the two oscillators and they are determined by the interaction of subsystems. In addition, the system demonstrates a common "rotation" (similar to the joint rotation of two related magnetic moments) with frequencies close to the oscillators' own frequency ω_0 . This movement resembles the oscillations of two bound linear oscillators, which vibrate with the frequencies of their own modes (in-phase and anti-phase) and simultaneously demonstrate the wobbling with the frequency of the order of the magnitude of the interaction between them. In this case, there is also the transfer of energy between oscillators with frequency (24), but now the principle of superposition and normal nodes do not exist. The complete dynamics of the system is described by the following formulas:

$$\psi_{1,2} = \sqrt{\frac{N}{2}} \sqrt{1 \pm \cos^2 u} \exp\left(\frac{i}{2} \int \dot{\phi} dt \mp \frac{i}{2} \int \dot{\psi} dt\right), \quad (25)$$

in which the values $\dot{\psi}$ and $\dot{\phi}$ are defined by Eq. (6,7). The azimuthal rotation of oscillators is determined by the exponential indicators and is expressed through the elliptical integrals of the third kind. This movement consists of average rotation with frequency $\nu = \langle \dot{\phi} \mp \dot{\psi} \rangle / 2$, where angular brackets mean the averaging over the period, and additional azimuthal oscillation with frequency Ω .

Integral in expression (25) also gives an additional linear in time contribution, and the total formula in the limits $E \rightarrow E_s$ and $E \rightarrow E_a$ leads to synchronous in-phase and anti-phase rotations with frequencies (9,10). The amplitude of modulation for the excitations of individual oscillators is equal to $\delta N = 4a^2 / \alpha N$, and on the line $E = E_*(N)$ we have $\delta N_{\max} = N$, i.e. the periodic full pumping of energy between oscillators is observed.

Thus, in the system of coupled anharmonic oscillators, the movement is two-frequency, but it does not represent the overlay of normal modes: the frequency of energy exchanging between oscillators (radial movement) does

not represent a difference between the frequencies of azimuth rotations (main non-linear oscillations).

2. In the domain of large excitations with $N_b < N < 2N_b$, where $E_n < E_s < \tilde{E} < E_a$ (Fig.2b), we have

$$A_1 = -(E - \tilde{E}) + \frac{2\varepsilon}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{E - E_n} = a^2, \quad E_n < E < E_a, \quad (26)$$

$$A_2 = -(E - \tilde{E}) - \frac{2\varepsilon}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{E - E_n} = -b^2, \quad E_s < E < E_a, \quad (27)$$

$$A_2 = -(E - \tilde{E}) - \frac{2\varepsilon}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{E - E_n} = c^2 < a^2, \\ E_n < E < E_s. \quad (28)$$

Thus, the area for the acceptable values of parameters N and E is divided into two parts with $E > E_s$ and $E < E_s$. (The domain (27) corresponds to (A) in Fig.1b). From the same picture one can see that now the dependence $\tilde{E}(N)$ is inside the domain (A), and while passing through over the parameters (E, N) the solution slightly changes: at $\tilde{E} < E < E_a$ as in previous case $a^2 < b^2$, and when $E_s < E < \tilde{E}$ we have $a^2 > b^2$. For $a^2 > b^2$ in this area at the border $E = E_s$ parameters $b = 0$ and $a^2 = 2\varepsilon(N - N_b)$. Thus, on the border $E = E_s$ corresponding to the separatrix S in Fig.2b, the module $k = 1$ and the solution is aperiodical:

$$\cos u = \frac{2\sqrt{N_b(N - N_b)}}{N} \operatorname{cosech} \left(\sqrt{\frac{N - N_b}{N_b}} 2\alpha t \right). \quad (29)$$

(The line $E = \tilde{E}$ still corresponds to the separatrix C in Fig.1b). In the region $E_n < E < E_s$ the solution is radically modified:

$$f = a \operatorname{dn}(a\sqrt{\alpha} t, k), \quad k = \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{a}. \quad (30)$$

At the border $E = E_s$ the parameters of the solution are equal to $a^2 = 2\varepsilon(N - N_b)$, $c = 0$ and $k = 1$. On the other border $E = E_n$ they take the values $a^2 = c^2 = \alpha(N^2 - N_b^2)/4$ and $k = 0$. Modulation of the

levels of excitations of two oscillators is determined by the expression

$$N_{1,2} = \frac{N}{2} \pm \frac{a}{\sqrt{\alpha}} dn(a\sqrt{\alpha}t, k). \quad (31)$$

It is important that although in this area of the system parameters $N > N_b$ and $E_n < E < E_s$, as above, there is the periodic exchange of energy between oscillators with the frequency

$$\Omega = \frac{\pi\sqrt{\alpha}}{K(k)} a(E, N), \quad (32)$$

but now the average level of the excitations of individual subsystems is not equal:

$$\langle N_{1,2} \rangle = N \left(1 \pm \pi a / \sqrt{\alpha} NK \right) / 2. \quad (33)$$

At the border of the area for the existence of solutions with the maximum difference of the excitations of oscillators we have $\langle N_{1,2} \rangle = N \left(1 \pm \sqrt{1 - N_b^2 / N^2} \right) / 2$. In the limit $N \rightarrow \infty$ the total energy is concentrated on one of the oscillators: $\langle N_1 \rangle \rightarrow N$, $\langle N_2 \rangle \rightarrow 0$. Such the spatial localization of energy in the system of identical oscillators is the nature of the solitary localization in non-linear systems with distributed parameters.

From Fig.2 it is clear that the purely in-phase oscillations correspond to a special point of the "saddle" point. Therefore the in-phase oscillations become unstable (see dotted line in Fig.1a). From this point separatrix loops "come out", which correspond to the aperiodic evolution for the amplitudes of oscillators. (But they are accompanied by periodic in-phase rotation of oscillators with a large frequency of order of ω_0). The specific type of separatrices depends on the norm of the solution N . While $N_b < N < 2N_b$ two separatrices S and C in Fig.2b (E_s and E_s in Fig.1b) separate quasi-in-phase and quasi-anti-phase oscillations and quasi-in-phase and heterogeneous oscillations, respectively. For $N = 2N_b$ (Fig.2c) these separatrices merge and the aperiodic component of the movement looks particularly simple: $u = \pi/2 \pm \psi$ and $N_1 = N/2ch^2(2\epsilon t)$. Oscillators rotate with frequency $\Omega = \omega_0 - \epsilon$ and with the total phase shift equal to π . This phase shift is also preserved at $N > 2N_b$ for one of the separatrices (E_s on Fig.1b).

II. The dynamics of the two interaction magnetic moments.

The linearly interacting anharmonic systems were considered above. Another object of study is non-linearly interacting dynamic systems. An the example is two bounded classical magnetic moments (interacting magnetic nanodots, magnetic layers or two interacting magnetic sublattices). In particular case, such a system describes the spatially homogeneous excitations in antiferromagnets. Let's restrict ourselves with the case of the easy-type magnetic anisotropy, in which the classical magnetic moments of the two subsystems \vec{M}_1 and \vec{M}_2 at ground state are oriented along the so-called "easy axis" (Z - axis). The total energy of such a system reads [13]:

$$E = -J\vec{m}_1\vec{m}_2 - (\beta/2) \sum m_{iz}^2 + J + \beta, \quad (34)$$

where $\vec{m}_i = \vec{M}_i / M_0$ - normalized magnetic moment, $\beta = \omega_0$ - the constant of single-ion anisotropy (frequency of homogeneous ferromagnetic resonance), J - the constant of exchange interaction (below $J = \epsilon$), which is positive for ferromagnetic case and negative for antiferromagnetic. (While choosing the energy in the form (34) the ground state of a "ferromagnetic" type has zero energy). In the classical approach, the dynamics of the magnetic system can be described in the framework of a discrete analogue of the Landau-Lifshitz equation [14]: $d\vec{m}_j / dt = [\vec{m}_j \times \partial E / \partial \vec{m}_j]$. In components $\psi_i = m_{ix} + i m_{iz}$ and $m_i = m_{iz}$ they have the form:

$$i d\psi_i / dt = \omega_0 \psi_i m_i + \epsilon (\psi_i m_j - \psi_j m_i), \quad (35)$$

have the same structure as the equations (1) and transform into them in linear limit.

For the description of the magnetic moments it is convenient to use the polar coordinate system in which $\psi_i = \sin \vartheta_i \exp(i\phi_i)$. Then the system of two complex equations (35) is reduced to a system of three first-order real equations for ϑ_i and $\psi = \phi_2 - \phi_1$:

$$d\vartheta_1 dt = 2\epsilon \sin \vartheta_2 \sin \psi, \quad (36)$$

$$d\vartheta_2 dt = -2\epsilon \sin \vartheta_1 \sin \psi, \quad (37)$$

$$d\psi / dt = (2\epsilon - \omega_0)(\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2) - 2\epsilon \cos \psi * (\sin^2 \vartheta_1 \cos \vartheta_2 - \sin^2 \vartheta_2 \cos \vartheta_1) / \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2. \quad (38)$$

In addition to the total energy (34), the system under consideration has the additional integral of motion – a complete projection of magnetization $M = \sum \cos \vartheta_i$ onto the easy axes. This integral is similar to the total norm in the previous example, and the total number of spin deviations $2-M=N$ plays the role of the number of elementary excitations while the quasi-classical quantization. Unlike the previous case, the number N is now limited by the value: $0 < N < 2$. (The value 2 corresponds to the configuration in which both the moments are perpendicular to the easy axis). The presence of two motion integrals leads to the complete integrability of the system under consideration and the possibility of obtaining its solution in the quadratures. The difficulty of the problem is connected with the choosing of the convenient variables which takes into account the presence of one of the motion integrals (N). Let us introduce instead of two variables ϑ_i , one variable P , such that $\cos \vartheta_i = M/2 \pm (1-M/2)P$, and the condition of the conserving for the total magnetization is fulfilled automatically. Finding from the expression for the energy

$$E = \omega_0 (\sin^2 \vartheta_1 + \sin^2 \vartheta_2) / 2 - \varepsilon (\cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2 + \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \cos \psi) + \varepsilon \quad (39)$$

the connection $\psi = \psi(\vartheta_i, E)$ and substituting it in (36), we obtain the closed equation for the value P :

$$(dP/dt)^2 = -A - BP^2 - CP^4, \quad (40)$$

where

$$A = 4(E - \omega_0(1 - M^2/4))^* * [E - (\omega_0 + 2\varepsilon)(1 - M^2/4)] / (1 - M/2)^2, \quad (41)$$

$$B = 8((\omega_0 - \varepsilon)E - \omega_0^2(1 - M^2/4) + 2\varepsilon^2), \quad (42)$$

$$C = 4\omega_0(\omega_0 - 2\varepsilon)(1 - M/2)^2. \quad (43)$$

Solutions of the equation (40-43) can be represented in terms of elliptical Jacobi functions, but at first we research the obtained system qualitatively. It allows the single-frequency states (stationary states) which describe the synchronous pure rotations of two magnetization vectors: $\psi_i = a_i \exp(-i\omega t)$. As in the previous example, rotations are accepted with phases which differ in π

(anti-phases–(a)) and with the same phases: with the same amplitudes (in-phase –(s)) and different amplitudes (nonuniform ones–(n)). Nonuniform states exist only when inequality $\varepsilon < \omega_0/2$ is valid. (In real magnets, the exchange interaction is essentially large then the energy of magnetic anisotropy ($J \gg \beta$), but in layered quasi-two-dimensional magnets and nanodots systems, the inequality we have used can be performed). The amplitudes of the rotations of the moments are linked by the relation:

$$(m_1 - m_2)((\omega_0 - \varepsilon)a_1a_2 - \varepsilon(1 + m_1m_2)) = 0. \quad (44)$$

In in-phase and anti-phase states $m_1 = m_2$ and $a_1 = \pm a_2$, in the nonuniform stationary states $m_1m_2 = -1 + M(1 - \kappa)/\sqrt{1 - 2\kappa}$, where $\kappa = \varepsilon/\omega_0$. In stationary states, the frequencies of these excitations dependence on the number of spin deviations N has the form of

$$\omega_s = \omega_0(1 - N/2), \quad a_2 = a_1, \quad (45)$$

$$\omega_a = (\omega_0 + 2\varepsilon)(1 - N/2), \quad a_2 = -a_1, \quad (46)$$

$$\omega_n = \omega_0(M - \sqrt{1 - 2\kappa}), \quad a_2 \neq a_1. \quad (47)$$

These dependences are shown in Fig. 3a. At the critical value of the level of excitation $N_b = 2(1 - \sqrt{1 - 2\kappa})$ two dependences for the nonuniform rotations (n) split from the line of in-phase rotations.

Corresponding dependencies of energy on the norm for the three types of stationary rotations of magnetic moments have the form:

$$E_s = \omega_0 N - \omega_0 N^2 / 4, \quad (48)$$

$$E_a = (\omega_0 + 2\varepsilon)(N - N^2 / 4), \quad (49)$$

$$E_n = (\omega_0 + 2\varepsilon) / 2 - \omega_0(M - \sqrt{1 - 2\kappa})^2 / 2, \quad (50)$$

$$E_q = (\omega_0^2(N - N^2 / 4) + 2\varepsilon^2) / (\omega_0 - \varepsilon). \quad (51)$$

These dependencies are represented in Fig.3b. (On the line $E_q = E_q(N)$ ((5) and (q) in Fig.3b) the value B in

(42) changes the signs). The domain $N > 2$ corresponds to the similar excitations above another ground state with $M = -2$. In the limit $N \rightarrow 2$ ($M \rightarrow 0$), the frequency of in-phase and anti-phase rotations of magnetization tends to zero and It appears the static configurations with collinear and anti-collinear configurations of magnetization vectors in the "heavy" plane.

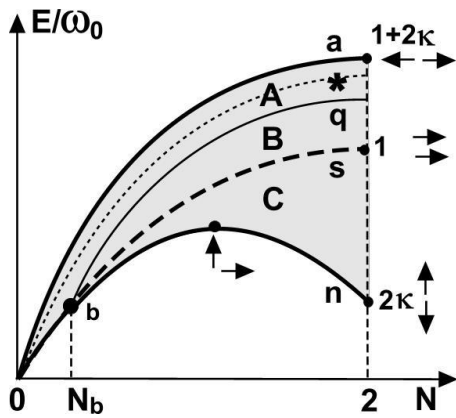
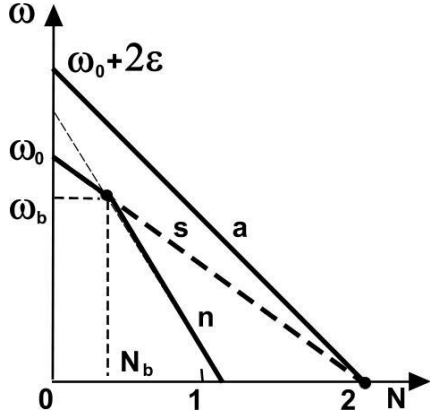


Fig. 3. The dependences of stationary state frequencies on the number of spin deviations (a) and (b) - the domains of the existence for the solutions with different dynamics subject to the values of motion integrals (E, N)

The nonuniform state in this limit represents the anti-collinear configuration with moments along the easy axis with precession frequency $\omega = \omega_0 \sqrt{1-2\kappa}$. The frequency of inhomogeneous excitations turns to zero at $N_* = 2 - \sqrt{1-2\kappa}$. In this case, the vectors of two moments are orthogonal as it shown in Fig.3b.

The expression (41) can be represented in the following form: $A = 4(E - E_s)(E - E_a) / (1 - M/2)^2$. Therefore the value A is negative in the area of the parameters between the lines (a) and (s) in Fig.3b and is positive in the area between (s) and (n) . Constant C

is positive in the whole domain of the acceptable parameters of the solutions. At last, $B > 0$ for $E_q < E < E_a$ and $B < 0$ for $E_n < E < E_q$. So the phase portrait of the system in the "phase plane" (P, \dot{P}) has different structure for $N > N_b$ and $N < N_b$, and for $E_q < E < E_a$ and $E_n < E < E_q$ in the domain $N > N_b$ (see Fig.4). In the previous model it was possible to draw all phase trajectories in the same figure. Now we are able to represent all trajectories only in two figures for the oscillations close to in-phase one and to anti-phase. These two types of orbits are separated by phase trajectory with the largest size which correspond to the line $E_*(N)$ in Fig.3b with

$$E_* = 2(\omega_0 + \varepsilon)(N - N^2/4). \quad (52)$$

(a)

The phase portrait of the system for $N < N_b$ is demonstrated in Fig.4a. It is similar to the portrait for linear system. The two maximal orbits in two parts of the figure are the same and correspond to the value $E = E_*$. This figure is the analogues to the Fig.2a and the line with $E = E_*$ is the same as separatrix C .

In the region $N > N_b$, the phase portrait is more complicated. The separatrix E_s "begins" and "ends" in unstable saddle point for in-phase oscillations $(P = 0, \dot{P} = 0)$ and separates the domain with the nonuniform rotations of two moments. Two stable "center"-type critical points with $E = E_n$ correspond to the states in which only one from two moments oscillate.

(b)

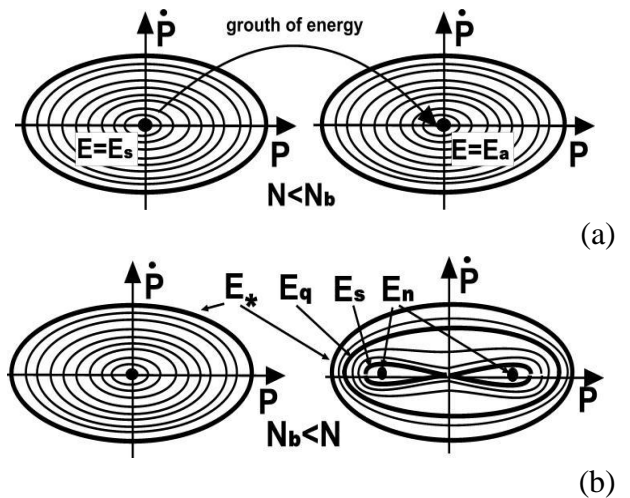


Fig. 4. Phase portraits of two coupled moments for $N < N_b$ (a) and $N > N_b$ (b).

In all the area on the outside of the separatrix E_s (upper in energy from the line (s) in Fig.3b) the exact solution of Eq.(40) has the form similar to the solution (22) in previous model:

$$P = acn\left(\sqrt{a^2 + b^2}\sqrt{C}t, k\right), \quad k = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad (53)$$

but with another definition of the parameters. For $N < N_b$ and for $N > N_b$ in the domain $E_q < E < E_a$ they are

$$a^2 = (B/2C)\left(\sqrt{4|A|C/B^2 + 1} - 1\right), \quad (54)$$

$$b^2 = (B/2C)\left(\sqrt{4|A|C/B^2 + 1} + 1\right). \quad (55)$$

For the small levels of excitations $N < N_b$ at the borders of area for the solutions $E = E_a, E_s$ parameter A tends to zero and $a \rightarrow 0$ with $k \rightarrow 0$. So the function (53) transforms into trigonometrical one. The solution (53-55) describes the relative oscillations of two magnetic moments with the frequency $\Omega = \pi a\sqrt{C}/2kK(k)$. As above these oscillations are accompanied by the common rotation of all the system with the frequency close to the resonant frequency ω_0 for small exchange interaction.

At $N > N_b$ the solution (53) preserves its form for energies $E_s < E < E_q$ but with another definition of the parameters:

$$a^2 = (|B|/2C)\left(\sqrt{4|A|C/B^2 + 1} + 1\right), \quad (56)$$

$$b^2 = (|B|/2C)\left(\sqrt{4|A|C/B^2 + 1} - 1\right). \quad (57)$$

Now at the line of in-phase oscillations E_s ((s) in Fig.3b) parameter $b \rightarrow 0$ and modulus $k \rightarrow 1$: the solution at the separatrix E_s becomes aperiodic and one spin deviates from another passing through the easy axis.

At last in the domain of the parameters $E_n < E < E_s$ as in the previous case nonuniform distribution of energy between the two moments takes place and correspondent solution of Eq.(40) has the form (30):

$$P = adn(at, k), \quad k = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, \quad (58)$$

with

$$a^2 = (|B|/2C)\left(1 + \sqrt{1 - 4AC/B^2}\right), \quad (59)$$

$$b^2 = (|B|/2C)\left(1 - \sqrt{1 - 4AC/B^2}\right). \quad (60)$$

In the limit $E \rightarrow E_n$ as it follows from (40) $B^2 = 4AC$ and modulus k is equal to zero. It follows from this that $P = a(N)$ does not depend on time and so $\mathcal{G}_i = const$: magnetic moments rotate around the direction of the easy axis as common object.

Conclusions.

We investigated the nonlinear dynamics for the integrable systems of two identical coupled nonlinear elements with linear and nonlinear interparticle interaction and pay attention to some common features of this dynamics. (1) Although the principle of the superposition is absent in nonlinear systems, nevertheless the spectrum for the integrable one contains the frequencies of two definite quasilinear modes with the periodical transfer of the energy between them. (2) The most interesting facts consists in the appearance of the additional states with at the average nonuniform distribution of the energy between the degrees of freedom. This nonuniform nonlinear mode appears in the bifurcation way at the critical value of the total energy. (3) These states can be treated as the soliton analogous in the system with the finite numbers of the degrees of freedom.

References

1. F.Johansen, J.Linder, arXiv:1606.02720v1 [cond-mat. mes-hall] (2016).
2. W.Wustmann, V.Shumeiko, Fizika Nizkih temperature, 45, 995(2019) [LTP, 45, 995 (2019)
3. X.Zhon, V.Schmitt, P.Bartet et al., Phys. Rev. B 89,21517 (2014).
4. M.A.Castellanos-Beltran, K.D.Irvin et al., Nature Phys., 4, 929 (2008).
5. D.K.Agrawal, J.Woodhouse, A.Sesha, Phys. Rev. Lett., 111, 084101 (2013).
6. Qingfes Chen, Liang Huang, Ying Chang Lai, Appl. Phys. Lett., 92, 241914 (2008).
7. Y.Tserkovnyak, A.Brataas, G.Bauer, B.Halpein, Rev. Mod. Phys., 77, 1375 (2005).
8. D.Giridharan, P.Sabariesan, M.Daniel, Phys. Rev. E, 94, 032222 (2016).
9. Y.Kivshar, G.Agrawal, Optical solitons, Academic Press, Amsterdam (2003), 540 pp.
10. A.A.Ovchinnikov, ZhE`TF, 57, 263 (1969).
11. G.S.Zaft, S.P.Rejfmán, Pis`ma v ZhE`TF, 15, 738 (1972).
12. A.M.Kosevich, A.S.Kovalev, Vvedenie v nelinejnyyu fizicheskuyu mekhaniku, Naukova dumka, Kiev (1989), 300str.
13. A.I.Akhiezer, V.G.Bar`yakhtar, S.V.Peletminskij, Spinovy`e volny`, Nauka, M. (1967), 367 str.
14. L.D.Landau, E.M.Lifshicz, Sovetskij zhurnal fiziki, 8, 153 (1935).

Исследования по спинкалоритронике на кафедре физики низких температур Харьковского национального университета в 2017-2019 годах

В.А. Шкловский

*Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразіна, пл. Свободы 4, Харьков 61022, Украина
shklovskij@univer.kharkov.ua*

ORCID: 0000-0001-9235-9309

DOI: 10.26565/2222-5617-2019-31-02

В этой статье представлен краткий обзор исследований по спинкалоритронике, проведенных на кафедре физики низких температур Харьковского национального университета в 2017-2019 годах. Во введении обсуждаются несколько новых направлений в магнитоэлектронике – спинтроники, спинкалоритроники и магноники, возникших с целью уменьшения величины диссипации, наблюдаемой в обычной полупроводниковой микроэлектронике. Спинтроника предлагает большие скорости переключения, меньшее потребление энергии, более высокую плотность устройств памяти и меньшую генерацию тепла на переключающий элемент. Это достигается путем использования спина электрона вместо (или в дополнение) его заряда, так как спин соответствует дополнительному квантовомеханическому свойству электрона, которым является его внутренний угловой момент. Реализация туннельного магнитосопротивления в спинтронике при комнатной температуре способствовала появлению твердотельной памяти нового типа, и быстро программирующихся логических схем. В спинкалоритронике, которая является дополнительной ветвью уже сформированных спинтроники и термоэлектричества, изучается спин – зависящий электронный и тепловой транспорт в веществе с помощью неравновесных электронов, магнонов и фононов. Магноника – область спинтроники, или в более общем смысле электроника, изучающая физические свойства магнитных микро- и наноструктур, свойства распространяющихся спиновых волн, а также возможностей применения последних для построения элементной базы приборов на наноуровне для обработки, передачи и хранения информации на основе новых физических принципов.

В следующем разделе статьи кратко обсуждены основные результаты, полученные в 4-х статьях кафедры и опубликованных в Physical Review B: 1) нелинейная релаксация между магнонами и фононами в ферродиэлектрике 2) роль магнонов и размерный эффект в передаче тепла через границу между диэлектриком и ферродиэлектриком 3) спин Зеебек эффект и передача тепла фононами в гетероструктурах, содержащих слои нормального металла и ферродиэлектрика 4) температурная зависимость времени магнон-фононной релаксации в ферродиэлектрике.

Ключевые слова: спинкалоритроника, спинтроника, магноника, ферродиэлектрик, фонон.

Research on spin caloritronics at the Department of Low Temperature Physics of Kharkov National University in 2017-2019

V.A. Shklovskij

V. N. Karazin Kharkiv National University, Faculty of Physics, 4 Svobody Sq., Kharkiv 61022, Ukraine

In this paper is presented a short review of results about spin caloritronics obtained on the low temperature physics chair of the Kharkiv National University from 2017 till 2019 years. In introduction several new directions in magnetoelectronics are discussed- spintronics, spin caloritronics and magnonics- which emerged with the aim to reduce the energy dissipation in devices of usual semiconductor microelectronics. Spintronic devices hold the promise of faster switching speeds, less total energy consumption, and higher density of circuit elements, lowering the heat production per switching element. This could be achieved by employing the spin of the electrons instead of (or in addition to) the charge. The spin corresponds to the additional quantum mechanical property of an electron that can be described as an intrinsic angular momentum. Realization of the existence of the tunneling magnetoresistance effect observed at room temperature is paving the way for the evolution of solid state memory devices, new type of the memory, and fast programmable logic circuits. In spin caloritronics, which is included as an additional complementary branch to the established

field of spintronics and thermoelectricity, the transport of charge, magnetization (spin), or heat, occurs when the corresponding particles (electrons, magnons, or phonons) are driven out of thermodynamic equilibrium. Magnonics is the part of spintronics, or in a more general sense is electronics, studying physical properties of magnetic micro- and nanostructures, properties of propagating spin waves and also the possibilities of their application for construction of the elemental base of devices at nanolevel for processing, transmission and memory of the information on the basis of new physical principles. In next section the main results of the four papers, published in Physical Review B are discussed: 1) nonlinear relaxation between magnons and phonons in insulating ferromagnets 2) role of magnons and the size effect in heat transport through an insulating ferromagnet-insulator interface 3) spin Seebeck effect and phonon energy transfer in heterostructures containing layers of normal metal and ferroinsulator 4) temperature dependence of the magnon-phonon energy relaxation time in a ferromagnet insulator.

Keywords: spinloritronics, spintronics, magnonics, ferroelectric, phonon.

Дослідження по спінкалоритроніці на кафедрі фізики низьких температур Харківського національного університету в 2017-2019 роках

В.А. Шкловський

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

У статті викладено стислий огляд досліджень у галузі спінкалоритроніки, виконаних на кафедрі фізики низьких температур Харківського національного університету у 2017-2019 роках. У вступі обговорюється кілька нових напрямків у магнітоелектроніці -спінтроніки, спінкалоритроніки та магнітоніки, які виникли із метою зменшення дисипації у звичайній напівпровідниковій мікроелектроніці. Спінтроніка пропонує великі швидкості перемикавання, менше енергоспоживання, більш високу густину пристроїв пам'яті, та меншу генерацію теплоти на перемикаючий елемент. Це досягається шляхом використання спіна електрона замість (або в доповнення) його заряду, тому що spin відповідає додатковій квантовомеханічній властивості електрона, якою є його внутрішній кутовий момент. Реалізація тунельного магнітоопору при кімнатній температурі сприяло появі нової твердотіЛЬНОЇ пам'яті та швидко програмуючих логічних схем. У спінкалоритроніці, яка є додатковою вже сформованою галуззю спінтроніки та термоелектрики, вивчається spin-залежний електронний та тепловий транспорт у речовинах із допомогою нерівноважних електронів, магнітонів та фононів. Магнітоніка є галузь спінтроніки, у більш загальному смислі електроніка, яка вивчає фізичні властивості магнітних мікро- та наноструктур, властивості поширюваних спінових хвиль, а також можливостей використання останніх для побудови елементної бази устаткування на нанорівні для обробки, передачі та зберігання інформації на основі нових фізичних принципів.

У наступному розділі статті стисло викладені головні результати чотирьох статей кафедри, які були опубліковані у Physical Review B: 1) нелінійна релаксація між магнітонами та фононами у ферродіелектрику 2) роль магнітонів та ефект розміру в теплопередачі через межу між діелектриком і ферродіелектриком 3) spin Зеебек ефект і фононна теплопередача у гетероструктурах які містять шари нормального металу та ферродіелектрика 4) температурна залежність часу магнітон-фононної релаксації у ферродіелектрику.

Ключові слова: спінкалоритроніка, спінтроніка, магнітоніка, ферродіелектрик, фонон

Введение

Наша современная повседневная жизнь является эпохой развитых информационных и социальных контактов. Они обеспечены появлением за последние десятилетия высокопроизводительных компьютеров и мобильных устройств, позволяющих генерировать, сохранять и передавать огромное количество информации. В 1980-х годах память компьютера была порядка сотен килобайт, тогда как в настоящее время большинство обычных компьютеров имеют память порядка 10 гигабайт. Цена хранения одного гигабайта на жестком диске уменьшилась с 2×10^5 \$ в 1982 г. до 0,06 \$ в 2012 г.

Фундаментальным вопросом сейчас является то, каким образом можно продолжать прогресс электронных устройств в их размерах, скорости

работы и уменьшения стоимости эффективности хранения при дальнейшем росте новой накопленной и непрерывно увеличивающейся информации. Непрерывное уменьшение размеров электронных устройств, связанные с увеличением плотностей тока, неизбежно связано с ростом диссипации в соединительных контактах, ограничивая улучшение устройств электроники. Поэтому разработка новых технологий для замены электроники на основе движения зарядов являются актуальными как для исследователей, так и для промышленности. Одной из таких новых технологий является спинтроника, которая предлагает большие скорости переключения, меньшее потребление энергии, более высокую плотность устройств памяти и меньшую генерацию тепла на переключающий элемент. Это может быть

достигнуто путем использования спина электрона вместо (или в дополнение) его заряда. Спин соответствует дополнительному квантовомеханическому свойству электрона, которым является его внутренний угловой момент.

Выдающийся прорыв в области спинтроники связан с открытием, так называемого, эффекта гигантского магнитосопротивления (GMR), который ввел спин – зависящий, транспорт как новое физическое приближение, сравнимое с известным ранее обычным магнетосопротивлением. GMR было исследовано независимо двумя нобелевскими лауреатами А. Fert и Р. Grünberg в 1988 г. с публикациями о спин – зависящем транспорте в слоистых структурах, состоящих из магнитных и немагнитных металлических слоев. Когда векторы намагниченности M двух ферромагнитных слоев параллельны, электроны со спинами параллельными намагниченности рассеиваются реже, приводя к меньшему поперечному электросопротивлению. При антипараллельной ориентации электроны обеих ориентаций спинов испытывают значительное рассеяние, что приводит к большому электросопротивлению. Реализация туннельного магнитосопротивления (TMR) при комнатной температуре в трехслойниках типа $M|I|M$ (где I – изолятор) способствовало появлению твердотельной памяти нового типа, и быстро программирующихся логических схем.

Несмотря, однако, на этот прогресс, энергопотребление устройств растет и, с прикладной точки зрения, представляет основное препятствие в развитии новых информационных технологий. Технологии взаимопревращения различных форм энергии обеспечивают превращение входящей энергии (например, тепла) в более желательную и употребительную форму (например, в электрическую), что может быть использовано для превращения отработанного тепла и контроля за температурой. Спин – зависящий электронный и тепловой транспорт в веществе изучается спинкалоритроникой, которая является дополнительной ветвью уже сформированных спинтроники и термоэлектричества. Транспорт заряда, намагниченности (спина) или тепла реализуется, когда соответствующие частицы или квазичастицы (электроны, магноны или фононы) становятся неравновесными. Электроны проводимости могут быть использованы для спинового транспорта различными способами, а так же для транспорта тепловой энергии за счет закона Видемана-Франца. Магноны являются бозевскими

квазичастицами и участвуют в транспорте тепла и спина путем возмущения локализованных в кристаллической решетке магнитных атомов. Фононы, с одной стороны, являясь похожими бозевскими квазичастицами, переносят тепло путем возмущения положений атомов решетки и магнитных включений в нее, а с другой стороны, способны рассеиваться и увлекать электроны проводимости и магноны, выводя эти квазичастицы из теплового равновесия под действием внешних сил, например, градиента температур.

В области спинтроники и спинкалоритроники большое количество работ сосредоточено на экспериментальном и теоретическом исследовании спинового транспорта в двухслойниках нормальный и ферромагнитный металл (NM/ФМ), где поведение спинового тока является основным объектом изучения. Генерация, передача и детектирование спин–поляризованных токов в таких системах является тем направлением, которое в перспективе приводит к реализации следующего поколения устройств спинтроники. Исследование основного эффекта в спинкалоритронике, которым является спин Зеебек эффект (SSE), не только в металлических бислоях, но и в ферромагнитных изоляторах (т.е. диэлектриках) позволяет генерировать электрическое напряжение без тепловых потерь, связанных с движущимися электрическими зарядами.

Итак, спинтроника – это, фактически, электроника, в которой, (в частности), используются процессы переноса магнитного момента или спина электрическим током в структурах, содержащих магнитные материалы. Перенос спина может осуществляться с помощью магнонов, или квантов спиновых волн в магнитных металлах и ферродиэлектриках.

В связи с этим возникло (еще одно) новое научное направление – магноника – область спинтроники, или в более общем смысле электроника, изучающая физические свойства магнитных микро- и наноструктур, свойства распространяющихся спиновых волн, а также возможностей применения последних для построения элементной базы приборов на наноуровне для обработки, передачи и хранения информации на основе новых физических принципов. В частности, в магнонике изучаются вопросы распространения спиновых волн в распределенных магнетонных периодических структурах, так называемых магонных кристаллах. В многих аспектах спиновые волны могут рассматриваться как магнитный аналог звуковых и электромагнитных волн. Однако, спиновые волны, в отличие от

последних, имеют более разнообразные дисперсионные характеристики. Они могут варьироваться в более широком диапазоне параметров, включая выбор магнитного материала (магнитные металлы, полупроводники и диэлектрики), форму образца, ориентацию и величину приложенного постоянного магнитного поля. Комбинация как разнообразных линейных спин – волновых эффектов, так и ярко выраженных нелинейных эффектов делают спин – волновые системы интересным объектом для изучения общих вопросов динамики волн в различных системах.

Результаты, опубликованные в *Physical Review B* (4 статьи)

За период 2017 – 2019 гг. на кафедре физики низких температур (КФНТ) в рамках участия в проекте MagIC (Magnonics, Interactions and Complexity: multifunctional aspects of spin wave dynamics) проф. Шкловским В.А. было начато выполнение теоретических работ в области спинкалоритроники и за последнее время было опубликовано 4 статьи в *Physical Review B* [1 - 4]. На основе двух из этих статей [1,2] две студентки группы ФО43 – Котвицкая Л.А. и Набойченко О.С. выполнили свои бакалаврские работы, которые планируется позднее опубликовать в Scopus изданиях. Подводя итог своей работы по анализу современной научной литературы по спинтронике и магноники, проф. Шкловский В.А. планирует в следующем учебном году подготовить к изданию новое методическое пособие «Спин – поляризованный транспорт» и начать преподавание нового специального курса на КФНТ по современным методам в магноники, спинтронике и спинкалоритронике. Перейдем теперь к краткому описанию основных результатов, полученных в работах [1 - 4].

В работе [1] теоретически исследована нелинейная релаксация между магнонами и фононами в ферромагнитном диэлектрике, которая раньше изучалась теоретически только в линейном приближении. В этом отношении работа [1] наиболее тесно связана по постановке задачи и схеме ее решения с хорошо известной задачей о нелинейной релаксации электронов на фононах, рассмотренной Кагановым, Лифшицем и Танатаровым (КЛТ) еще в 1956 г. [5]. В этой работе, которая до сих пор является основной моделью для анализа экспериментов по релаксации энергии возбужденных электронов в металлах (см., например, обзорную статью [6]), нелинейный тепловой поток Q_e от горячих электронов при температуре T_e к холодным фононам

при температуре T_r был вычислен в рамках двухтемпературной модели, когда T_e и T_r были много меньше дебаевской температуры металла θ_D . Нелинейное выражение для потока тепла в этом пределе имело вид $Q_e = A (T_e^5 - T_r^5)$, где A – постоянная, зависящая только от величины электрон – фононного взаимодействия в металле. Полученные в [5] результаты позволили в дальнейшем [6] проанализировать различные аспекты зависящей от времени теории горячих электронов в тонких металлических пленках при низких температурах ($T \ll \theta_D$).

В то же время ранее аналогичная проблема релаксации магнонов на фононах в ферромагнитных диэлектриках рассматривалась только в линейном приближении, когда $Q_m \sim (T_m - T_r)$, где Q_m – тепловой поток от магнонов с температурой T_m к фононам с температурой T_r . Здесь существенно отметить, что в настоящее время переход к изучению интенсивных спиновых токов в ферромагнетиках является одним из основных направлений в спинтронике и спинкалоритронике. Так, например, измерения спинового эффекта Зеебека (см. также [3]), выполняемые обычно на двуслойниках из YIG и Pt, предполагают наличие большой разницы между температурами T_m и T_e для регистрации потока тепла через границу. В этом случае тепловое сопротивление Капицы [7] интерфейса становится наибольшим при низких температурах, что изменяет проведенные в линейном приближении фононные, электронные и магнонные температурные профили, полученные в эксперименте при комнатной температуре. В частности, в линейном приближении по температуре T можно считать, что тепловой поток следует соотношению Ньютона $Q \approx [R^{-1}(T)]\Delta T$, где $\Delta T = T_m - T_e$ и $R(T)$ есть аналог сопротивления Капицы, которое пропорционально $1/T^3$. Таким образом $R(T)$ увеличивается на три порядка по величине, если температура изменяется от 300К до 30К, и его рост достигает шести порядков в низкотемпературном эксперименте при 3К. Отсюда ясно, что даже небольшая разница между T_m и T_e существенно влияет на величину потока Q_m при низких температурах, что обуславливает необходимость теоретического исследования нелинейных режимов. С учетом этого в работе [1] рассматривается случай нелинейной релаксации между магнонами с температурой T_m и фононами с температурой T_r и получены формулы для потока тепла Q_m от магнонов к фононам для ферродиэлектрика. Эта задача рассматривается для случая, когда $T_m \ll \theta_D$, что оправдано при низких температурах. В заключение по этой статье хотелось бы подчеркнуть, что выражение

для потока Q_M в статье [1] гораздо более сложное, чем для потока Q_e . Это физически связано с тем, что излучение фононов магнонами возможно лишь для таких магнонов, энергия которых больше, чем $\theta_D^2/4\theta_c$, где θ_c – температура Кюри ферродиелектрика. В металлах, по КЛТ, любой электрон вблизи поверхности Ферми может поглотить и излучить фонон, так как скорость звука в обычных металлах много меньше фермиевской скорости электрона.

Перейдем теперь к анализу результатов работы [2], которая посвящена выяснению роли магнонов в формировании размерного эффекта в переносе тепла через интерфейс между ферродиелектриком F толщиной d и массивными диэлектрическими обкладками D с высокой теплопроводностью. Здесь микроскопически получено выражение для теплового потока от магнонов в ферродиелектрике $Q(T_M)$, где T_M – температура магнонов, при произвольном значении параметра $\varepsilon \sim d/l(T_M)$ для эффективной акустической прозрачности границ F/D , где $l(T_M)$ – средняя длина свободного пробега фонона при рассеянии на магнонах с температурой T_M . Из полученных для $Q(T_M)$ формул следует, что в зависимости от соотношения между толщиной d для F образца и длиной $l(T_M)$ (т.е. от величины ε) существует два качественно различных режима теплоотода от F образца в диэлектрики D . Если $\varepsilon \gg 1$, то это обычный «джоулев» нагрев F образца, который ранее интенсивно исследовался во многих экспериментальных работах по изучению теплового сопротивления между двумя различными веществами. Теоретически величина теплового потока $Q(T_1, T_2)$ в этом случае была вычислена Литтлом [8], где он показал, что величина Q зависит только от акустической прозрачности интерфейса, которая зависит только от плотностей и скоростей звука граничащих сред. Если же $\varepsilon \ll 1$, то есть $d \ll l(T_S)$, то для таких толщин ферродиелектрика должен наблюдаться режим перегрева магнонов, при котором возможно баллистическое распространение фононов из ферродиелектрика через F/D интерфейсы. В этом режиме величина теплового потока Q и нелинейные по температуре T_M результаты определяются только свойствами магнитно – фононного взаимодействия в ферродиелектрике и совершенно не зависят от акустической прозрачности F/D интерфейса. Предсказанный при $\varepsilon \ll 1$ режим перегрева магнонов должен наблюдаться в гибридных структурах с тонкими ферромагнитными слоями и границами с хорошей акустической прозрачностью. В общем плане, рассмотренные в работе [2] результаты могут

быть использованы для анализа возможно новой постановки опытов по спин Зеебек эффекту в гибридных наноструктурах и созданию новых устройств спинкалоритроники.

Перейдем теперь к описанию основных результатов работ [3, 4], в которых были использованы полученные в предыдущих статьях результаты [1, 2] по анализу поведения теплового потока в нелинейных по температуре магнонов T_M режимах.

В работе [3] исследуется спин Зеебек эффект (SSE) и перенос тепла в гетероструктурах, содержащих слои нормального металла (N) и ферромагнитного диэлектрика (F). Подобно обычному Зеебек эффекту, в котором появляется электрический ток под действием градиента температуры, в случае SSE температурный градиент приводит к появлению спинового тока. Для детектирования последнего используется двуслойная (F/N) структура. В такой структуре спиновый ток из F -слоя интегрируется в N металл, где за счет сильной спин–орбитальной связи появляется экспериментально наблюдаемое напряжение, возникающее в результате обратного спин Холл эффекта (ISHE). Большинство SSE экспериментов выполняются в продольной геометрии (LSSE), когда ∇T и спиновый ток J_s параллельны и ориентированы перпендикулярно F/N границе.

В статье [3] рассматриваются два реализуемых экспериментально способа создания ∇T . Первый способ – нагрев N металла в F/N бислое электрическим током, и тогда N слой, используемый для детектирования LSSE одновременно используется и как резистивный нагреватель и как термометр. Другой способ создания ∇T – путем использования двух термостатов с разными температурами. В экспериментальных работах по LSSE было показано, что толщина F образца (YIG) и состояние границы бислоя F/N влияют на низкотемпературный рост электрического сигнала в N слое. При сравнении наших теоретических результатов с экспериментом надо иметь в виду, что существует два различных механизма генерации спинового тока потоком тепла. Первый из них связан с различием между температурами электронов T_e и магнонов T_M на N/F интерфейсе. Второй механизм связан с возможным наличием градиента температуры магнонов в F слое. Если температура диэлектрика T_D , на котором расположен бислой, значительно меньше дебаевской температуры θ_D , то первый механизм будет доминировать из-за двух причин: 1) роста теплового сопротивления N/F границы как $1/T_B^3$ и 2) значительного роста теплопроводности F слоя. Обе

эти причины обсуждались в статьях [1, 2]. Последняя причина позволяет рассматривать температуру магнов T_m постоянной, то есть пренебречь ∇T_m при $T_m \ll \theta_D$.

Итак, в работе [3] представлен теоретический расчет кинетики передачи тепла в N/F и $D_1|N|F|D_2$ гиперструктурах в LSSE режиме. Целью вычисления является определение разницы температур электронов T_e и магнов T_m на N/F границе, так как при низких температурах $\Delta T = T_e - T_m$ определяет напряжение V_{ISHE} в N слое. Проведенный расчет зависимостей ΔT и V_{ISHE} от T_m показал, что они различны для двух экспериментальных ситуаций. Если N/F слой расположен между двумя диэлектриками D_1 и D_2 с разными температурами, то V_{ISHE} (T_m) монотонно возрастает с увеличением T_m . Если же N/F|D гетероструктура нагревается током в N-слое, то V_{ISHE} (T_m) является убывающей функцией. Эти теоретические результаты статьи [3] соответствуют низкотемпературному эксперименту.

При высоких температурах теоретические предсказания статьи [3] отличаются от результатов экспериментов и это отличие можно связать с тем вкладом в спиновый ток, который создается градиентом температуры магнов и которым в нашей теории пренебрегалось. Анализ N/F|D гетероструктуры в случае джоулева нагрева также предполагает, что с ростом толщины F слоя напряжение V_{ISHE} уменьшается. В работе [3] показано, что такое поведение определяется отношением толщины F слоя к длине фонов – магнонных столкновений, так как в толстом F слое магны нагреваются благодаря взаимодействию с неравновесными фонами.

В работе [4] использовалось кинетическое уравнение Больцмана для анализа времен релаксации спиновой системы ферродиэлектрика F, расположенного на массивной подложке из диэлектрика с высокой теплопроводностью. При слабом периодическом нагреве системы спинов релаксация зависит от толщины F слоя и от частоты теплового нагрева ω . Если толщина F слоя много больше, чем длина свободного пробега рассеяния фононов на магнах l_{pm} , зависимость температуры магнов от частоты ω имеет две особенности, связанные с характерными временами системы спинов. Одна из них определяет среднее время релаксации фононов из F слоя в положку τ_{em} в низкочастотном режиме. В то же время, как в случае высоких частот оно определяется временем магнон – фононных столкновений τ_{mp} , с помощью которого по принципу детального равновесия можно определить время фонов–магнонных столкновений τ_{pm} . Напротив,

отклик эффективно тонких F слоев характеризуется только одной особенностью, которая определяется временем τ_{mp} . Таким образом, времена τ_{em} , τ_{mp} , τ_{pm} могут быть найдены из экспериментов по параметрическому возбуждению спиновых волн электромагнитным излучением, модулированным на частоте ω .

References

1. V. A. Shklovskij, V. V. Mezinova, and O. V. Dobrovolskiy, Phys. Rev. B 98, 104405–1-7 (2018)
2. V.A.Shklovskij, V. V. Kruglyak, V. V. Vovk, and O. V. Dobrovolskiy, Phys.Rev.B 98, 224403-1-10 (2018),
3. A.I.Bezuglyj, V.A.Shklovskij, V.V.Kruglyak, V.V.Vovk, Phys.Rev.B 99, 134428-1-10 (2018)
4. A.I.Bezuglyj, V.A.Shklovskij, V.V.Kruglyak, V.V.Vovk, Phys. Rev. B 100,1-8(2019)
5. M.I. Kaganov, I.M. Lifshitz, and L.V. Tanatarov, JETP 31, 232 (1956)
6. A.I.Bezuglyj and V.A.Shklovskij, Low Temp. Phys.42, 636 (2016)
7. P.L.Kapitza, J. Phys. 4,181(1941)
8. W.A. Little, Canad. J. Phys. 37, 334 (1959)

PACS: 81.35. +k

UDC: 576.3/7.002:531/534

Peculiarities of synthesis of Ag-doped hydroxyapatite ceramics

M. Tkachenko, Z. Zyman

*V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Square, Kharkiv 61077, Ukraine
mykola.v.tkachenko@univer.kharkov.ua*

ORCID: 0000-0003-3174-0290

DOI: 10.26565/2222-5617-2019-31-03

The study is devoted to the preparation of antimicrobial Ag-containing bioactive calcium phosphate ceramics based on carbonated hydroxyapatite and to the determination of the dependence of its phase composition and microstructure on the synthesis temperature. Composite ceramics was obtained by sintering powders of carbonated hydroxyapatite (CHA), synthesized as a result of a reaction between calcium carbonate and phosphoric acid, with the addition of silver nitrate. Ceramics were sintered at 900 and 1000 °C temperatures, i.e., temperatures below and above the melting point of silver. X-ray analysis, electron microscopy, and infrared spectroscopy showed that synthesis at a 900 °C temperature (below the melting point of metallic silver) produces a two-phase composite based on CHA with inclusions of silver nanoparticles smaller than 50 nm in size. From X-ray analysis, with an increase in silver concentration, the lattice constant a remains practically unchanged, while the constant c – increases. This behavior, due to the significant difference in the ionic radii of calcium and silver ($\text{Ca}^{2+} - 0.99 \text{ \AA}$, $\text{Ag}^+ - 1.28 \text{ \AA}$), usually leads to the preferential substitution of Ca(1) sites in the CHA and a linear increasing in the lattice parameters of the CHA with the Ag concentration. That is, even at relatively low temperatures, as a result of the solid-phase reaction in CHA, partial replacement of calcium ions by silver ions occurs and Ag-substituted ceramics are formed. At temperatures above 1000 °C, a single-phase silver-substituted product is synthesized where part of the Ca^{2+} ions is replaced by Ag^+ ions. At the same time, the lattice constant c continues to increase, and in the electron microscopic images only the apatite grain structure is visible without any inclusions. Sintering of composite ceramics at a temperature when silver is in the liquid phase and more easily dissociates into ions compared to the solid phase, results in a single-phase silver-substituted ceramic.

Keywords: carbonated hydroxyapatite, silver nanoparticles, bioactive calcium phosphate ceramics, antimicrobial ceramics.

Особливості синтезу Ag-місткої гідроксиапатитної кераміки

М. Ткаченко, З. Зиман

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

Робота присвячена одержанню антимікробної Ag-місткої біоактивної кальцій-фосфатної кераміки на основі карбонізованого гідроксиапатиту і з'ясування залежності її фазового складу і мікроструктури від температури синтезу. Композитна кераміка отримана шляхом спікання порошків карбонізованого гідроксиапатиту (КГА), синтезованих у результаті реакції між карбонатом кальцію і ортофосфорної кислотою, з добавками нітрату срібла. Спікання кераміки виконано при температурах 900 і 1000 °C, тобто температурах, які знаходяться нижче і вище за температуру плавлення срібла. Методами рентгенівського аналізу, електронної мікроскопії та інфрачервоної спектроскопії показано, що в результаті синтезу при температурі 900 °C (нижче температури плавлення металевого срібла) утворюється двофазний композит на основі КГА з включеннями наночастинок срібла розміром менше 50 нм. З даних рентгенівського аналізу при збільшенні концентрації срібла постійна ґратки a практично не змінюється а постійна c – збільшується. Така поведінка, через значне розходження іонних радіусів кальцію і срібла ($\text{Ca}^{2+} - 0,99 \text{ \AA}$, $\text{Ag}^+ - 1,28 \text{ \AA}$) зазвичай призводить до переважного заміщення С (1) місць у КГА і лінійному збільшенню параметрів ґратки КГА з концентрацією Ag. Тобто, навіть при відносно низьких температурах у результаті твердофазної реакції в КГА відбувається часткове заміщення іонів кальцію іонами срібла і формується Ag-заміщена кераміка. При температурах вище 1000 °C синтезується однофазний срібло-заміщений продукт, в якому частина іонів Ca^{2+} замінена іонами Ag^+ . При цьому зберігається тенденція до зростання постійної ґратки c , а на електронномікроскопічних знімках видно тільки зеренна структура апатиту без будь-яких включень. Спікання композитної кераміки при температурі, коли срібло знаходиться в рідкій фазі і легше дисоціює на іони в порівнянні з твердою фазою, призводить до отримання однофазної срібло-заміщеної кераміки.

Ключові слова: карбонізований гідроксиапатит, наночастинок срібла, біоактивна кальцій-фосфатна кераміка, антимікробна кераміка.

Особенности синтеза Ag-содержащей гидроксиапатитной керамики

Н. Ткаченко, З. Зыман

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, м. Свободы 4, 61022, Харьков, Украина

Работа посвящена получению антимикробной Ag-содержащей биоактивной кальций-фосфатной керамики на основе карбонизированного гидроксиапатита и выяснению зависимости ее фазового состава и микроструктуры от температуры синтеза. Композитная керамика получена путем спекания порошков карбонизированного гидроксиапатита (КГА), синтезированных в результате реакции между карбонатом кальция и ортофосфорной кислотой, с добавками нитрата серебра. Спекание керамики выполнено при температурах 900 и 1000 °С, т. е. температурах, лежащих ниже и выше температуры плавления серебра. Методами рентгеновского анализа, электронной микроскопии и инфракрасной спектроскопии показано, что в результате синтеза при температуре 900 °С (ниже температуры плавления металлического серебра) образуется двухфазный композит на основе КГА с включениями наночастиц серебра размером меньше 50 нм. Из данных рентгеновского анализа при увеличении концентрации серебра постоянная решетки a практически не изменяется а постоянная c – увеличивается. Такое поведение, из-за значительного различия ионных радиусов кальция и серебра ($\text{Ca}^{2+} - 0,99 \text{ \AA}$, $\text{Ag} - 1,28 \text{ \AA}$) обычно приводит к преимущественному замещению $\text{Ca}(1)$ мест в КГА и линейному увеличению параметров решетки КГА с концентрацией Ag. Т. е. даже при относительно низких температурах в результате твердофазной реакции в КГА происходит частичное замещение ионов кальция ионами серебра и формируется Ag-замещенная керамика. При температурах выше 1000 °С синтезируется однофазный серебро-замещенный продукт, в котором часть ионов Ca^{2+} замещена ионами Ag^+ . При этом сохраняется тенденция к возрастанию постоянной решетки c , а на электронномикроскопических снимках видна только зеренная структура апатита без каких-либо включений. Спекание композитной керамики при температуре, когда серебро находится в жидкой фазе и легче диссоциирует на ионы по сравнению с твердой фазой, приводит к получению однофазной серебро-замещенной керамики.

Ключевые слова: карбонизированный гидроксиапатит, наночастицы серебра, биоактивная кальций-фосфатная керамика, антимикробная керамика.

1. Introduction

Synthetic hydroxyapatite (HA) and other calcium phosphates are widely used in surgical orthopedics, due to their good bioactivity, biocompatibility, and osteoconductivity [1-3]. However, in the post-surgery period, the presence of implantable material in the body is often accompanied by infections. To prevent infection, antibiotics are often used, the effect of which is short-term due to their rapid washing out by body fluid from a bone defect and weak penetration into bone tissue. In addition, to increase the duration of the action of antibiotics, their content in the implant should be quite high, while the concentration of the released antibiotic into the space surrounding the implant should not exceed the threshold above which irreversible side effects are observed [4-6]. These problems may be avoided by using metal ions or nanoparticles such as silver, copper, zinc as an antimicrobial agent [7-10]. In terms of imparting antimicrobial properties to a bone implant, the effect of silver additives in HA [5, 6, 11–21] having a strong inhibitory effect on a wide range of bacteria, was studied in more detail. Literature suggests that regardless of the form in which silver is in the implant - either in the form of ions substituting calcium isomorphically, or in the form of nanoparticles located on the surface of HA particles, or in the intergranular space of silver-containing ceramics, to a concentration about 1.5-2 wt.%, the material exhibits excellent bactericidal properties [5, 6, 11, 12]. According

to some authors, the presence of Ag^+ ions in the HA lattice instead of Ca^{2+} ions results, on the one hand, in calcium-deficient HA, which negatively affects the structural stability of HA and its osteoconductive ability, and, on the other hand, in the rapid release of silver, depending on pH, into the surrounding tissue and cytotoxic effect [6]. Therefore, the presence of silver in the composite in the form of metal nanoparticles is considered more preferable, due to the poor solubility of which, the antimicrobial effect in the body fluid will be prolonged and will not have a significant toxic effect on surrounding tissues. Therefore, the question of what type of implants exhibits the best functional properties remains open and requires detailed biological research.

To date, it is known that the maximum concentration of Ag^+ substituting isomorphically the Ca^{2+} ions does not exceed 1.5 wt.% [11]. On the other hand, papers on silver-containing HA with a lower silver concentration are very often published, where silver does not substitute calcium, but is released as a separate phase [12, 13]. Therefore, there is a concern about the synthesis of ceramics with a predicted microstructure and phase composition.

In this paper, an attempt is made to synthesize HA ceramics with silver additives and to determine the conditions under which a single-phase synthetic silver-substituted ceramic and a two-phase composite consisting of HA and silver nanoparticles are realized.

2. Experiment

2.1. Preparation of materials

Earlier, we showed the possibility of obtaining dense carbonized ceramics in an atmosphere of carbon dioxide at temperatures much lower than the accepted sintering temperature of HA [14]. Therefore, to ensure high mechanical properties at relatively low synthesis temperatures, the initial components in the sintering of silver-containing ceramics were, on the one hand, carbonated HA (CHA) powders obtained as a result of the reaction between calcium carbonate and orthophosphoric acid, and on the other hand, water-soluble silver nitrate powder.

To obtain CHA, the required amount of fine CaCO_3 powder (Merck, Darmstadt, Germany, analytical purity) was mixed in distilled water. An H_3PO_4 solution (Merck, Darmstadt, Germany, analytical purity) was rapidly poured into the suspension with continuous mixing of the reaction medium at 45 °C. The precipitation was aged within 24 hours. Then it was centrifuged, dried in a drying cabinet at 90 °C, ground in an agate mortar, and sieved through a 100 μm sieve.

The obtained powder was mixed with a solution of AgNO_3 of a certain concentration providing silver-containing compositions with a silver concentration of 0.25 to 1.5 wt.% with a pitch of 0.25 wt.%.

Samples were prepared from powders in the form of tablets with a height of 3 mm and diameter of 8 mm by compacting the powder in a steel mold under the pressure of 120 MPa. Average porosity of the compacts was 51%. The compacts were annealed in a stream of dry CO_2 (4 ml/min) at 900 and 1000 °C for 2 hours at each temperature. Seven batches of annealed compacts were prepared (10 samples per a batch). The choice of sintering temperature is related to the melting point of metallic silver, which is 960 °C. That is, in the first case, silver additives were in solid form, in the second – in molten.

2.2. Research methods

Structural measurements were performed on a Philips APDW 40C diffractometer in copper K_α radiation ($\lambda = 0.154$ nm) with a nickel filter in the range of diffraction angles of 2θ 20–70°, with scanning pitch of 0.01 degrees and scanning time of 0.6 s.

IR spectra were recorded using BIO-RAD FFS 175 spectrometer (Germany) with a resolution of 2 cm^{-1} according to the KBr method, operating in the transmission mode of wave numbers between 400–4000 cm^{-1} with averaging over 200 scanings.

The morphology and microstructure of the samples were studied using an ESEM Quanta 400 scanning electron microscope (Germany).

Thermogravimetric (TG) studies were performed at up to 1200 °C in an air atmosphere (MVT Instrument, Ukraine) with a heating rate of 5 °/min; the absolute measurement error was 2%.

3. Results and discussion

The choice of temperature at which sintering of the silver-containing powder compacts was carried out is based on silver nitrate DTA, used as the silver source shown in Fig. 1. During heat treatment of AgNO_3 , all known transformations take place: at ~ 160 °C a polymorphic transformation from rhombic to rhombohedral modification occurs, then at ~ 210 °C the last modification is melted without decomposition, decomposition of silver nitrate begins at ~ 300 °C. This process is intensified at ~ 500 °C and in the range of 500 - 960 °C the crystalline silver is the product of decomposition of AgNO_3 . Its melting occurs at 960 °C. All observed effects are endothermic.

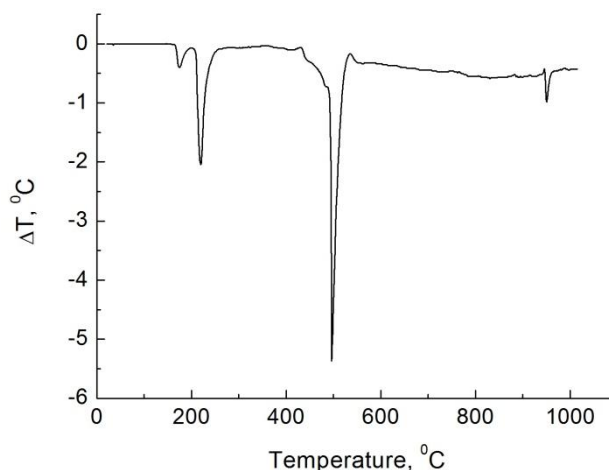


Fig. 1. DTA of silver nitrate

In this regard, when sintering compacts from a composite powder at 900 °C, the decomposition product of silver nitrate - silver particles - should be released as a separate phase. And ceramics formed during sintering will be biphasic.

X-ray diffraction patterns of Ag-containing ceramics shown in Fig. 2, confirm the assumption: Starting from the concentration of 0.5 wt.% at $2\theta = 38.116^\circ$, a line appears corresponding to the (111) reflection of metallic silver. In electron microscopy images made for ceramics with an Ag additive of 1.5 wt.% (Fig. 3), silver nanoparticles with a size of less than 50 nm are visible against apatite grains.

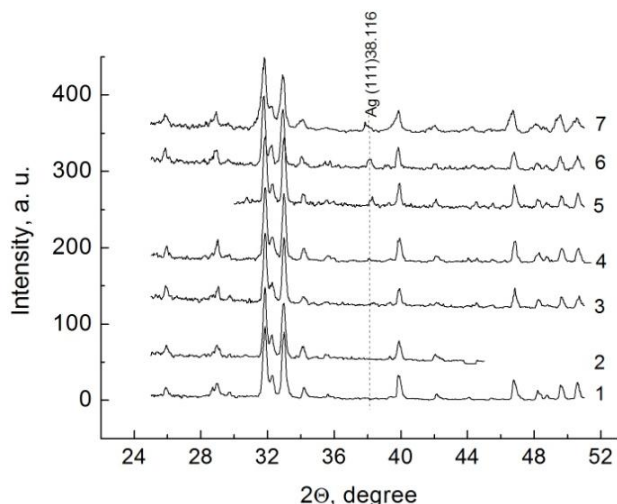


Fig. 2. X-ray diffraction patterns of Ag-containing ceramics with various silver concentrations synthesized at 900 °C: 1 – 0 wt % Ag⁺, 2 – 0.25 wt % Ag⁺, 3 – 0.5 wt % Ag⁺, 4 – 0.75 wt % Ag⁺, 5 – 1.0 wt % Ag⁺, 6 – 1.25 wt % Ag⁺, 7 – 1.5 wt % Ag⁺.

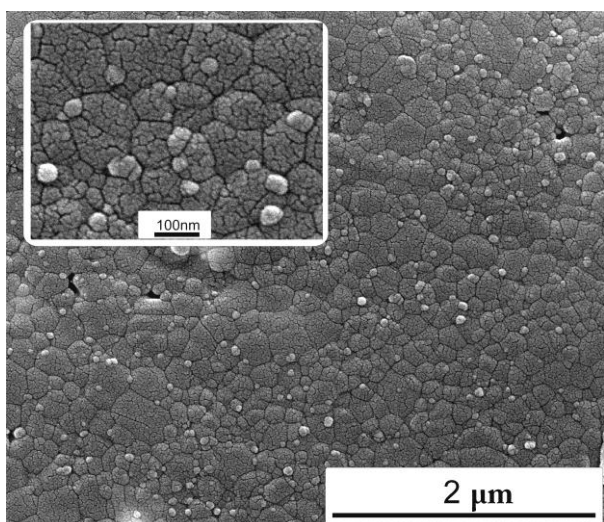


Fig. 3. SEM image of ceramic with 1.5 wt.% Ag⁺ synthesized at 900 °C. The inset shows a fragment with a large magnification

However, calculation of the lattice constants (Fig. 4) showed that, at almost constant value of *a* parameter, an increase in the concentration of silver in ceramics results in increase in *c* constant. This behaviour, due to the significant difference in the ionic radii of calcium and silver (Ca²⁺ – 0.99 Å, Ag – 1.28 Å), usually results in the preferential substitution of Ca(1) places in the HA and linear increase in the HA lattice parameters with Ag concentration.

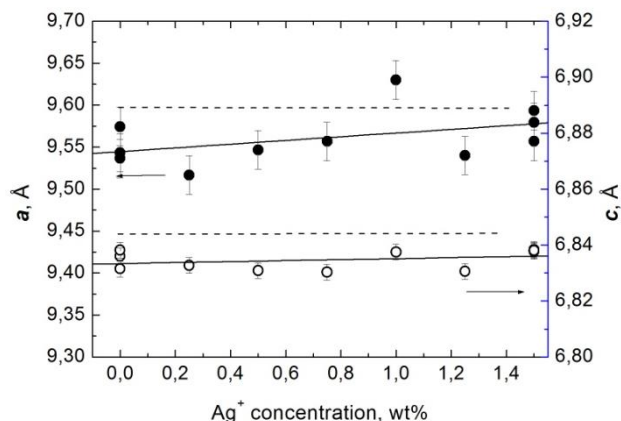


Fig. 4. Dependence of lattice constants of the composite ceramics synthesized at 900 °C vs silver concentrations

These data suggest that during composite sintering (even at relatively low temperatures) as a result of solid-phase reaction, partial substitution of calcium ions by silver ions takes place and Ag-substituted ceramics are formed. The resulting charge mismatch is compensated by the presence of carbonate ions in the apatite structure. Thus formed, the composite apatite matrix is a silver-substituted carbonized hydroxyapatite.

According to the IR spectra presented in Fig. 5, the concentration of carbonate groups in the material is almost independent of the concentration of additives. CO₃²⁻ groups in the apatite lattice are predominantly in the B positions (transmission bands of 873, 1410, and 1455 cm⁻¹ and lower values of *c* lattice constants compared to stoichiometric HA).

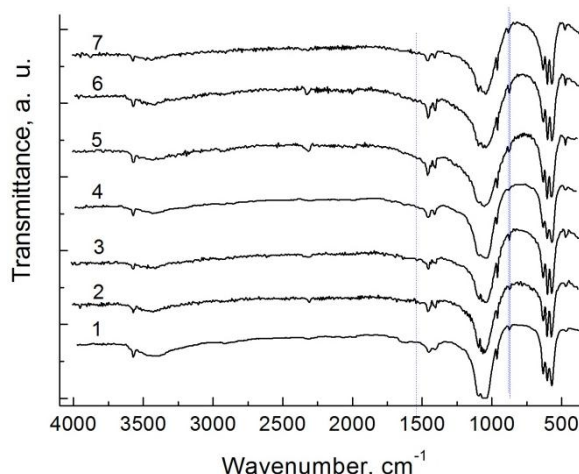


Fig. 5. IR spectra of ceramic samples synthesized at 900 °C with different silver contents: 1 – 0 wt % Ag⁺, 2 – 0.25 wt % Ag⁺, 3 – 0.5 wt % Ag⁺, 4 – 0.75 wt % Ag⁺, 5 – 1.0 wt % Ag⁺, 6 – 1.25 wt % Ag⁺, 7 – 1.5 wt % Ag⁺.

For ceramics synthesized at 1000 °C, the IR spectra are similar. Only diffractograms and microstructure differ. In the diffraction patterns over the entire range of

concentrations of silver additives, the synthesis at 1000 °C results in the disappearance of the most intense silver line (111). At the same time, the *c* lattice constant continues to increase, and in the electron micrographs only the apatite grain structure is visible without any inclusions (Fig. 6).

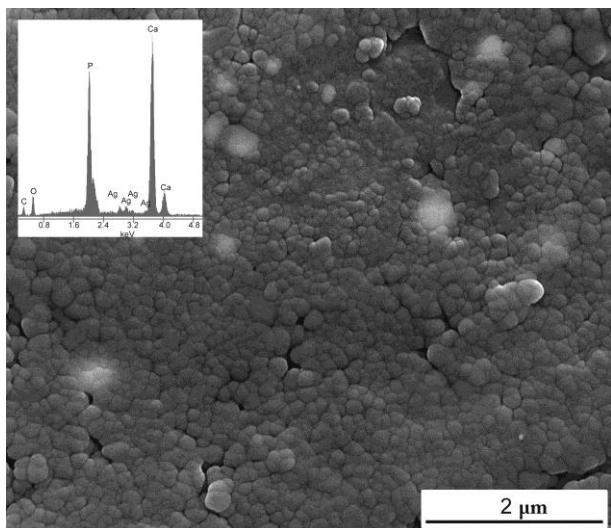


Fig. 6. SEM image of ceramics synthesized at 1000 °C with 1.5 wt.% Ag⁺. The inset shows the energy-dispersive spectrum indicating the presence of silver in the sample

The performed energy dispersive studies of such ceramics (inset in Fig. 6) indicate the presence of silver in the sample.

Thus, sintering of the compacts at a temperature higher than the melting point of silver, when it is in the liquid phase and dissociates into ions more easily compared to the solid phase, resulted in the synthesis of single-phase silver-substituted ceramics.

Conclusion

For the first time, the possibility of obtaining silver-containing ceramics with silver content not exceeding 1.5 wt.%, where silver is in different structural states — in the form of nanoparticles or ions substituting calcium ions in the CHA structure, is shown in the paper. At synthesis temperatures (in the paper it is 900 °C), when the added silver additives are in solid form, the ceramic is a two-phase composite based on CHA with inclusions of silver nanoparticles. At the synthesis at above 1000 °C, a single-phase product is synthesized where some Ca²⁺ ions are substituted by Ag⁺ ions.

Acknowledgements

The authors are grateful to prof. Epple (University of Duisburg-Essen, Germany) for the opportunity to take measurements in the laboratories of the university.

References

1. M. Epple and E. Baeuerlein (Eds.). *Biomaterialisation. Medical and Clinical Aspects*, Wiley-VCH, Weinheim. 2007.
2. S. V. Dorozhkin. *J Mater Sci.*, 42, 1061–1095 (2007). DOI 10.1007/s10853-006-1467-8
3. W. Suchanek and M. Yoshimura. *J. Mater. Res.*, 13, 94–117 (1998).
4. M. Itokazu, T. Sugiyama, T. Ohno, E. Wada and Y. Katagiri. *Journal of Biomed. Mat. Res.*, 39, 536–538 (1998).
5. V. Stanić, D. Janačković, S. Dimitrijević, S. B. Tanasković, M. Mitrić, M. S. Pavlović, A. Krstić, D. Jovanović, S. Raičević. *Applied Surface Science.*, 257, 4510–4518 (2011).
6. N. Rameshbabu, T.S. Sampath Kumar, T.G. Prabhakar, V.S. Sastry, K.V.G.K. Murty, K. Prasad Rao. *J. Biomed. Mater. Res.*, 80A, 581–591 (2007).
7. H. Yang, B. Xiao, Ke-Wei Xu. *J Mater. Sci.: Mater. Med.*, 20, 785–792 (2009). DOI 10.1007/s10856-008-3630-z
8. V. Stanić, S. Dimitrijević, J. Antić-Stanković, M. Mitrić, B. Jokić, I. B. Plečaš, S. Raičević. *Applied Surface Science.*, 256, 6083–6089 (2010).
9. N. J. Coleman. *J. Mater. Sci. Mater. Med.*, 20, 1347–1355 (2009). DOI 10.1007/s10856-009-3698-0
10. M. Li, X. Xiao, R. Liu, C. Chen, L. Huang. *J. Mater. Sci.: Mater. Med.*, 19, 797–803 (2008). DOI 10.1007/s10856-007-3213-4
11. W. Chen, S. Oh, A. P. Ong, N. Oh, Y. Liu, H. S. Courtney, M. Appleford, J. L. Ong. *J. Biomed. Mater. Res.*, 82A, 899–906 (2007).
12. Y. Chen, X. Zheng, Y. Xie, C. Ding. *J Mater Sci: Mater. Med.*, 19, 3603–3609 (2008). DOI 10.1007/s10856-008-3529-8
13. R. Nirmala, F. A. Sheikh, M. A. Kanjwal, J. H. Lee, S.-J. Park, R. Navamathavan, H. Y. Kim. *J. Nanopart. Res.*, 13, 1917–1927 (2011). DOI 10.1007/s11051-010-9944-z
14. Zyman Z, Tkachenko M. *J.Eur.Ceram.Soc.*, 31, 241–248 (2011). doi:10.1016/j.jeurceramsoc.2010.09.005
15. G. Lv, Y. Li, A. Yang, X. Zhang, W. Yang, J. Li. *Materials Science Forum.*, 510-511, 78-81 (2006).
16. T. Bera, P. Ramachandrarao. *J Mater. Sci.*, 44, 2264–2270 (2009). DOI 10.1007/s10853-008-2861-1
17. Ruan H. J., Fan C. Y., Zheng X. B., et al. *Chinese Sci. Bull.*, 54, 4438–4445 (2009). doi: 10.1007/s11434-009-0175-6.
18. M. Díaz, F. Barba, M. Miranda, F. Guitián, R. Torrecillas, and J. S. Moya. *Journal of Nanomaterials.*, 1-6, ID 498505, (2009). doi:10.1155/2009/498505
19. K. S. Oh, K. J. Kim, Y. K. Jeong, E. K. Park, S. Y. Kim, J. H. Kwon, H. M. Ryoo, and H. I. Shin. *Key Engineering Materials Vols.*, 264-268, 2107-2110 (2004).
20. M. Shirkhazadeh, M. Azadegan, G.Q. Liu. *Materials Letters.*, 24, 7-12 (1995).
21. X. Zheng, Y. Chen, Y. Xie, H. Ji, L. Huang, and C. Ding. *Journal of Thermal Spray Technology.*, 18(3), 463-463 (2009). DOI: 10.1007/s11666-009-9376-4

PACS: 75.10.Jm, 75.40.Cx

UDC: 538.22

Low temperature thermodynamics of finite spin-1/2 XX Chain with some distorted links

O.S. Dzhenzherov, E.V. Ezerskaya

*V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svoboda sq., Kharkiv, 61022, Ukraine
yezerska@karazin.ua*

ORCID: 0000-0002-6896-9550

DOI:10.26565/2222-5617-2019-31-04

We present the results of our analytical and numerical study of quantum stationary states and the thermodynamics of exactly solvable finite linear spin-1/2 XX chain with one or two distorted links. The exact dispersion equations for the stationary states with one inverted spin for both cases have been derived. The corresponding spectrum consists of one quasi-continuous band and some localized impurity levels. The analytical inequalities for the values of the critical model parameters describing the appearance of local energy impurity levels above and below quasi-continuous band are obtained and analyzed. The field and the temperature dependences of the main thermodynamic characteristics of these models are studied. It is shown, that the appearance of the localized levels near the distorted links may effect significantly on the thermodynamic properties at low temperatures, leading to the additional singularities in the field and the temperature dependences of the principal thermodynamic characteristics. For example, the field dependence of z-projection of average total spin and the field dependence of the magnetization at zero temperature have the finite jumps associated with the quasi-continuous spectrum, and the impurity levels. The remnants of these jumps at rather low temperature are clearly visible. The average z-projections of the spins of distorted link(s) may decrease with the increasing of the magnetic field for some values of model parameters. The temperature dependence of the specific heat may demonstrate additional maxima at very low temperatures. The complex oscillatory pattern of the time dependence of the dynamical longitudinal pair correlation function and the autocorrelation function is associated with the finiteness of the models and the appearance of associated localized energy levels.

Keywords: spin, Heisenberg Hamiltonian, spin-1/2 XX-chain, energy spectrum, thermodynamic characteristics, quantum phase transition.

Низькотемпературна термодинаміка скінченного XX ланцюжка зі спіном $\frac{1}{2}$ з кількома деформованими взаємодіями

О.С. Дженжеров, О.В. Єзерська

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

Проведено теоретичне дослідження квантових стаціонарних станів і термодинаміки точно розв'язуваної моделі скінченного лінійного XX ланцюжка зі спіном $1/2$ з однією або двома двохцентровими ланками з деформованими зв'язками. Отримано точні дисперсійні співвідношення для стаціонарних станів з одним переверненим спіном для обох випадків. Цей спектр складається з однієї квазібезперервної зони і декількох локалізованих домішкових рівнів. Отримано і проаналізовано аналітичні нерівності для значень критичних параметрів моделей, що описують появу локальних енергетичних домішкових рівнів вище і нижче квазібезперервної зони. Досліджено польові і температурні залежності основних термодинамічних характеристик моделей. Показано, що поява локалізованих рівнів поблизу спотворених ланок може мати суттєвий вплив на термодинамічні властивості при низьких температурах, приводячи до додаткових особливостей на польових і температурних залежностях основних термодинамічних характеристик. Наприклад, польова залежність z-проекції середнього повного спина і польова залежність намагніченості при нульовій температурі мають кінцеві скачки, пов'язані як з квазінеперервним спектром, так і домішковими рівнями. Залишки цих стрибків добре видно при дуже низьких температурах. Середні значення z-проекції спінів спотвореного зв'язку (зв'язків) можуть зменшуватися зі збільшенням магнітного поля для деяких значень параметрів моделі. Температурна залежність питомої теплоємності може демонструвати додаткові максимуми при дуже низьких температурах. Складний коливальний характер залежності від часу динамічної позовжньої парної кореляційної функції і автокореляційної функції пов'язані зі скінченністю моделей і з виникненням зв'язаних локалізованих рівнів енергії.

Ключові слова: спіні, гамільтоніан Гейзенберга, XX ланцюжок зі спіном $1/2$, енергетичний спектр, термодинамічні характеристики, квантовий фазовий перехід.

Низкотемпературная термодинамика конечной XX цепочки со спином $1/2$ с несколькими деформированными взаимодействиями

А.С. Дженжеров, Е.В.Езерская

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, м. Свободы 4, 61022, Харьков, Украина

Проведено теоретическое исследование квантовых стационарных состояний и термодинамики точно решаемой конечной линейной XX цепочки со спином $1/2$ с одним или двумя двухцентровыми звеньями с деформированными связями. Получены точные дисперсионные соотношения для стационарных состояний с одним перевернутым спином для обоих случаев. Этот спектр состоит из одной квазинепрерывной зоны и нескольких локализованных примесных уровней. Получены и проанализированы аналитические неравенства для значений критических параметров моделей, описывающих появление локальных энергетических примесных уровней выше и ниже квазинепрерывной зоны. Исследованы полевые и температурные зависимости основных термодинамических характеристик моделей. Показано, что появление локализованных уровней вблизи искажённых звеньев может оказывать существенное влияние на термодинамические свойства при низких температурах, приводя к дополнительным особенностям на полевых и температурных зависимостях основных термодинамических характеристик. Например, полевая зависимость z -проекции среднего полного спина и полевая зависимость намагниченности при нулевой температуре имеют конечные скачки, связанные как с квазинепрерывным спектром, так и примесными уровнями. Остатки этих скачков отчетливо видны при очень низких температурах. Средние значения z -проекции спинов искажённой связи (связей) могут уменьшаться с увеличением магнитного поля для некоторых значений параметров модели. Температурная зависимость удельной теплоёмкости может демонстрировать дополнительные максимумы при очень низких температурах. Сложный колебательный характер зависимости от времени динамической продольной парной корреляционной функции и автокорреляционной функции связаны с конечностью моделей и с возникновением связанных локализованных уровней энергии.

Ключевые слова: спин, гамильтониан Гейзенберга, XX цепочка со спином $1/2$, энергетический спектр, термодинамические характеристики, квантовый фазовый переход.

1. Introduction

Last decades the discovery of a big number of new compounds with quasi-one-dimensional and quasi-two-dimensional magnetic structures has given further impetus to the theoretical studies of low-dimensional systems [1-3]. In this context the exactly solvable models like spin-1/2 XX chain attract much attention of theoreticians [1-11]. For many years, above chain model was one of the theoretical instruments for checking the numerical results for more general spin systems, and also applied for adequate simulation of the magnetic properties of real compounds [12, 13]. Any real magnetic material has different types of structure defects. The theoretical study of the influence of these defects on the energy spectrum and the thermodynamics of spin chain structures is of interest.

2. The Hamiltonians

This work is devoted to the theoretical treatment of the low temperature thermodynamics of some exactly solvable quantum models based on spin-1/2 XX-chain. We study analytically and numerically the finite spin-1/2 XX chains with defects of different nature: finite linear XX-chain with one and two distorted XX bond.

The corresponding Hamiltonians for these models have the following form

$$\hat{H} = -g\mu_B H \sum_{n=1, n \neq n_1, n_1+1}^N S_n^z - J \sum_{n=1; n \neq n_1}^{N-1} (S_n^x S_{n+1}^x + S_n^y S_{n+1}^y) - \sum_i [g_i (S_{n_i}^z + S_{n_i+1}^z) - J_i (S_{n_i}^x S_{n_i+1}^x + S_{n_i}^y S_{n_i+1}^y)] \quad (1)$$

Here $J, J_i > 0$ are the exchange integrals for spin-1/2 XX chain and distorted link(s) respectively, μ_B is the Bohr magneton, g, g_i are g -factors for the chain link(s) respectively, H is the longitudinal uniform magnetic field, and $i=1$ or $i=1, 2$ for one or two distorted links respectively. Note, that the total "length" of the chain is $N = n_1 + n_2$ for the first case (one distorted link) and $N = n_1 + n_2 + n_3$ for the second one (two distorted links).

The spin-1/2 XX chain is a well-known example of an exactly solvable spin system (see, for example, [2-4]). Jordan-Wigner transformation [14] reduces (1) to the Hamiltonian of the ideal gas of spinless fermions, so both models are exactly solvable.

3. Stationary states with one inverted spin

We diagonalized the Hamiltonian (1) by solving the one particle Schrödinger equation in the lattice site representation and derived the following dispersion relations for the stationary states with one inverted spin

$$\varepsilon = g\mu_B H - \frac{J}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right) \quad (2)$$

for both models and

$$\left(\beta_1 - \frac{1-x^{2(n_1+1)}}{1-x^{2n_1}} \right) \left(\beta_1 - \frac{1-x^{2(n_2+1)}}{1-x^{2n_2}} \right) - \alpha_1^2 x^2 = 0 \quad (3)$$

for $i = 1$, and

$$\begin{aligned}
 & \left(\beta_1 x - \frac{1-x^{2(n_1+1)}}{1-x^{2n_1}} \right) \left(\beta_1 x - \frac{1-x^{2(n_3+1)}}{1-x^{2n_3}} \right) \times \\
 & \times \left[\left(\beta_1 x - \frac{1-x^{2n_2}}{1-x^{2(n_2-1)}} \right) \left(\beta_2 x - \frac{1-x^{2n_2}}{1-x^{2(n_2-1)}} \right) - \right. \\
 & \quad \left. - \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 \left(\frac{x^{n_2}}{1-x^{2(n_2-1)}} \right)^2 \right] - \alpha_1^2 x^2 \times \\
 & \times \left(\beta_2 x - \frac{1-x^{2(n_3+1)}}{1-x^{2n_3}} \right) \left(\beta_2 x - \frac{1-x^{2n_2}}{1-x^{2(n_2-1)}} \right) - \\
 & \quad - \alpha_2^2 x^2 \left(\beta_1 x - \frac{1-x^{2(n_1+1)}}{1-x^{2n_1}} \right) \times \\
 & \quad \times \left(\beta_1 x - \frac{1-x^{2n_2}}{1-x^{2(n_2-1)}} \right) - \alpha_1^2 \alpha_2^2 x^4 = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

for $i=1,2$. Here $\alpha_i = J_i/J$, $\beta_i = [2(g-g_i)\mu_B H]/J$.

The above spectra consist of one quasi-continuous band

$$\varepsilon = g\mu_B H - J \cos k, \tag{5}$$

where $x = \exp(ik)$ is the solutions of (2), (3) with $|x|=1$, and may have some localized impurity levels, if x is the real number with $|x|<1$. The total number of localized impurity levels is up to two levels and up to four levels for the models with one and two impurity links, respectively. The analytical inequalities for the values of the critical model parameters describing the appearance of the localized energy impurity levels were found for both models. The corresponding formulas for critical values of model parameters are presented below

$$\left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \mp \beta_c \right]^2 - \alpha_c^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right)^2 \tag{6}$$

for the chain with one distorted link, and

$$\begin{aligned}
 & (\alpha_{1c}^2 + \delta_1^2 - \gamma_{1c}^2)(\alpha_{2c}^2 + \delta_2^2 - \gamma_{2c}^2) = \\
 & = \frac{(\alpha_{1c} - \gamma_{1c})(\alpha_{2c} - \gamma_{2c})}{(n_2 - 1)^2}, \\
 & \gamma_{1,2c} = \pm \beta_{1,2c} - 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_{1,3}} + \frac{1}{n_2 - 1} \right); \\
 & \delta_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_{1,3}} - \frac{1}{n_2 - 1} \right).
 \end{aligned} \tag{7}$$

for the chain with two distorted links.

4. Thermodynamics

Using the dispersion relations (2-4), one can investigate the thermodynamic properties of the models

considered. We need only the total number of stationary states and the degeneracy rate of each state for the calculating of the partition function and a several thermodynamic quantities.

We derived the analytical formulas for some principal and local thermodynamic characteristics and studied numerically their field and temperature dependence as the functions of the model parameters.

In particular, we found a complex dependence of the heat capacity on the applied magnetic field with numerous minima and maxima (see fig. 1(a, b)).

We associate the maxima and minima in the weak fields with the quasi-continuous spectra, and the additional extrema in strong magnetic field with the localized levels.

The field dependence of the magnetization and the average value of z -projection $\langle S^z \rangle$ at zero temperature have the finite jumps, which are associated with the transitions of level's energies through zero value.

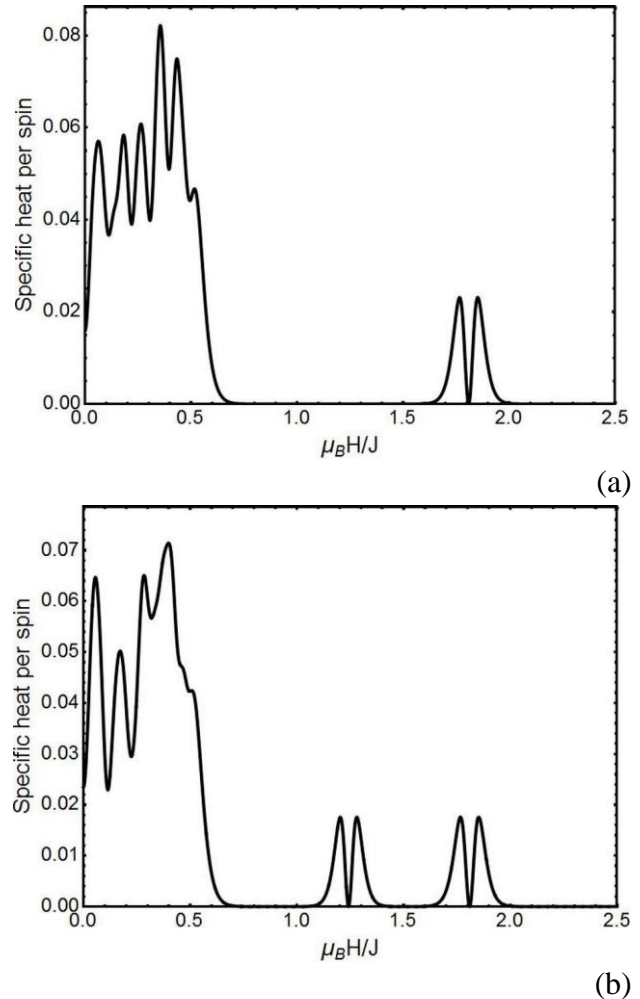


Fig. 1. Field dependence of specific heat per spin for model with (a) one and (b) two distorted links at $T = 0.04K$ with $n_1 = 14, n_2 = 5, n_3 = 6, g = 2, g_1 = 2.5, g_2 = 3, J = 1K, J_1 = 8K, J_2 = 6K$.

The remnants of these jumps at rather low temperature are clearly visible (see fig. 2). We associate the maxima and minima in weak fields with quasi-continuous spectra, and additional extrema in strong magnetic field correspond to the localized levels.

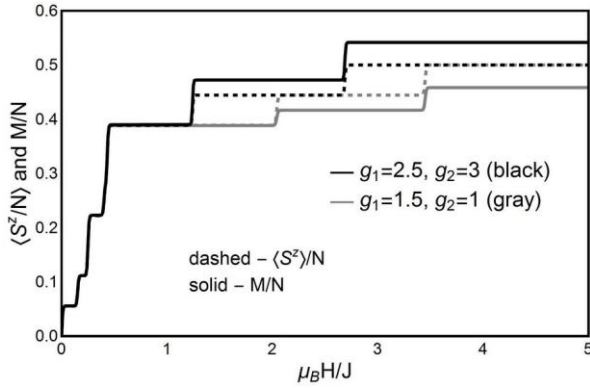


Fig. 2. Field dependence of magnetization and total $\langle S^z \rangle$ per spin for model with two distorted links at $T = 0.01K$ for $n_1 = n_2 = n_3 = 6$, $g = 2$, $J = 1K$, $J_1 = 12K$, $J_2 = 6K$, and different values of distorted links g-factors

In the case of weak interaction with the main XX chain the field dependence of average value of the spins of distorted link may be decreased and even becomes negative with the increasing of magnetic field, and jumps in the critical field along the direction of the magnetic field (see fig. 3a). Pair correlation function (fig. 3b) is negative for nearest neighbors at zero and weak fields. We associate this behavior with antiferromagnetic character of XX exchange interaction.

The temperature dependence of specific heat per spin for both models with the same number of lattice spins and the same parameters for the first “distortion” at $n_1, n_1 + 1$ positions in very weak magnetic field is presented at Fig. 4.

The temperature dependence of the specific heat per spin for the model with one distorted bond (dashed line at fig. 4) has no additional low temperature peaks of XX chains with two distorted links (solid line at fig. 4). The low temperature peaks for the model with two distorted links can be associated with the second “distortion” at $n_2, n_2 + 1$ for the model with two links.

The absolute values of longitudinal pair dynamical correlation function and autocorrelation function for the spins of distorted link are pictured at fig. 5. These characteristics also affected noticeably by the local levels, which leads to the complex oscillations pattern, including some kind of beats.

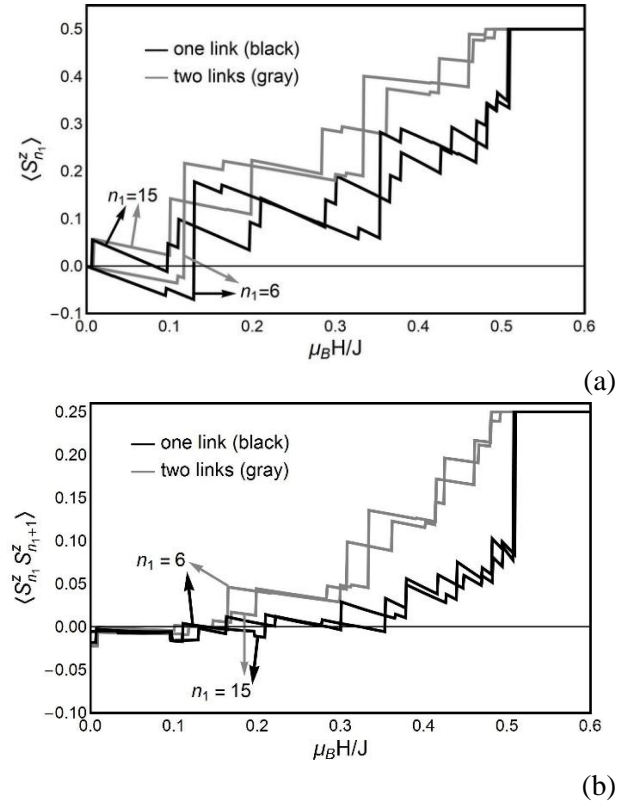


Fig. 3. Zero temperature field dependence of the average value of z-projection of spin (a) and pair correlation function (b) for both models at $J = 1K$, $J_1 = 0.2K$, $J_2 = 6K$, $g = 2$, $g_1 = 1$, $g_2 = 3$ for two different location of distorted bonds $n_1 = 6, 15$ for the chains with total number of spins $N = 30$. For the model with two distorted bonds $n_2 = 10, n_3 = 14$ or $n_3 = 5$, respectively.

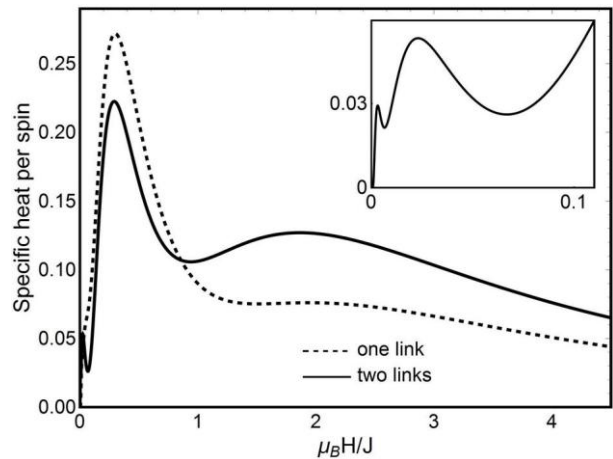


Fig. 4. The specific heat per one spin as a function of temperature for XX chain with one (dashed line) and two distorted links (solid line) for the same total number of spins $N = 15$ with $n_1 = 4, n_2 = 5, n_3 = 6$ in the weak magnetic field $\mu_B H = 0.02K$ $J = 1, J_1 = 12K, J_2 = 8$, $g = 2, g_1 = 0.5, g_2 = 3$.

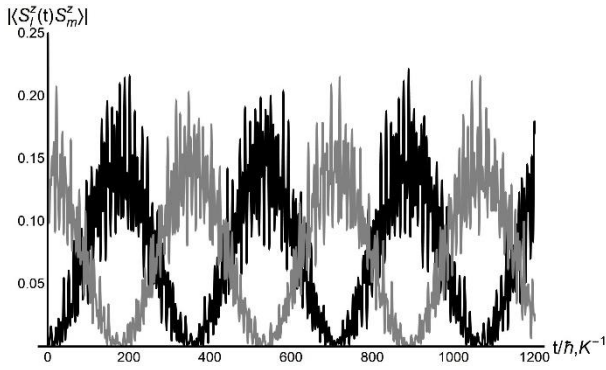


Fig. 5. Longitudinal dynamic pair correlation function $\langle S_i^z(t)S_m^z \rangle$ (black line) and autocorrelation function $\langle S_i^z(t)S_i^z \rangle$ (gray line) for the model with two distorted links for $n_1 = n_3 = 8, n_2 = 6, J = 1K, J_1 = J_2 = 2, H = 0$ at $l = n_1 = 8, m = n_1 + n_2 + 1 = 15$ and $l = m = 8$, respectively.

5. Summary and conclusions

Two exactly solvable spin-1/2 models with XX exchange interactions with one and two distorted links and finite total number of spins are investigated analytically and numerically.

In particular, we obtained the dispersion equations for the stationary states with one inverted spin are derived, and the analytical relations for the critical values of model parameters which correspond to the appearance of the localized impurity levels. The low temperature thermodynamics of above models are studied numerically.

We found a complex character of the dependence of the heat capacity on applied longitudinal magnetic field with numerous minima and maxima.

The field dependence of z-projection of the average total spin and the field dependence of magnetization at zero temperatures have the finite jumps associated with the quasi-continuous spectrum, and the impurity levels. At rather low temperatures the remnants of these jumps are clearly visible. The average z-projection of the spins of distorted link(s) may decrease with the increasing of the magnetic field for some values of model parameters.

The temperature dependence of specific heat may demonstrate additional maxima at very low temperatures.

The pair dynamical correlation function and autocorrelation function also affected noticeably by the local levels, which results to the complex oscillations patterns. So, the finite nature of the models, and the appearance of the localized levels may effect noticeably on the local thermodynamic characteristics.

References

1. H.J Mikeska, A.K. Kolezhuk, One-Dimensional Magnetism – in “Quantum Magnetism”, ed. by U.

- Schollwöck, J. Richter, D.J.J. Farnell and R.F. Bishop, Lecture Notes in Physics, 645, 1 (2004)
2. A.A. Zvyagin, Finite Size Effects in Correlated Electron Models: Exact Results, Imperial College Press, London (2005).
3. A.A. Zvyagin, Quantum Theory of One-Dimensional Spin Systems, Cambridge Scientific Publishers, Cambridge (2010).
4. E. Lieb, J. Schultz, and D. Mattis, Ann. Phys. 16, 407, (1961).
5. S.A. Pikin, V.M. Tsukernik, ZhETF, 50, 1377 (1966) [S.A. Pikin, V.M. Tsukernik, Soviet Physics JETP, 23, 915 (1966)]
6. V.Z. Kleyner, V.M. Tsukernik, FMM, 39, 947 (1975).
7. V.Z. Kleyner, V.M. Tsukernik, FMM, FNT 6, 332 (1980) [Low Temp. Phys. 6, 158 (1980)].
8. O. Derzhko, Condensed Matter Physics, 5, 729 (2002).
9. A.A. Zvyagin, Phys. Rev. B 97, 144412 (2018)
10. O. Derzhko and J. Richter, Phys. Rev. B 55, 14298 (1997).
11. E.V. Ezerskaya, A.A. Chovpan, FNT 32, 1213 (2006) [Low Temp. Phys. 32, 921 (2006)].
12. P.M. Duxbury, J. Oitmaa, M.N. Barber, A. van der Bilt, K.O. Joung, R.L. Carlin, Phys.Rev. B 24, 5149 (1981).
13. M. Kenzelmann, R. Coldea, D.A. Tennant, D. Visser, M. Hofmann, P. Smeibidl, Z. Tylczynski, Phys. Rev. B, 65, (2002).
14. P. Jordan and E. Wigner, Z. Phys. 47, 631 (1928).

PACS: 62.20.Dc

UDC: 539.3

Electroosmotic pressure in the process of a biocompatible coating applying on the inner surfaces of nanostructured ceramics

Yu.I. Boyko, V.V. Bogdanov, R.V. Vovk, V.F. Korshak

*V.N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svoboda sq., Kharkiv, 61022, Ukraine
rvvovk2017@gmail.com*

ORCID: 0000-0002-9008-6252

DOI:10.26565/2222-5617-2019-31-05

The role of the effect of electroosmosis in the process of electrochemical deposition of a biocompatible coating on the inner surfaces of porous nanostructured ceramics, a material used to make endoprostheses and implants in medicine, is discussed.

The biocompatibility of endoprostheses and implants with the human body is ensured by applying a special coating on the internal and external surfaces of the base material. The commonly accepted chemical compound used to form this coating is hydroxyapatite $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$. Multicomponent ceramic materials, from which the basis of endoprostheses and implants are made, are usually obtained by the traditional method of powder metallurgy - sintering, i.e., exposure of a mixture of powders at an elevated temperature under pressure. The material obtained in this way is a polycrystal. In addition, the structure of such a material contains a certain amount of voids in the form of individual pores or their associations (capillaries).

The paper shows that the use of nano-structured ceramic materials with a characteristic average size of structural elements (grains, pores and their aggregations) of the order $\approx(10^{-9}-10^{-7})\mu\text{m}$ as a material for the manufacture of implants may determine the greater efficiency of the process of electrochemical application of a biocompatible coating on them, since the resulting large electroosmotic pressure in the capillaries leads to a greater degree of filling of the porous system with electrolyte.

The magnitude of the electroosmotic pressure can be increased by increasing the strength of the acting electric field or by decreasing the dielectric constant of the electrolyte ϵ when additional chemical additives are introduced into the electrolyte.

The maximum degree of hollow channels (capillaries) filling with electrolyte, and, consequently, the efficiency of applying a biocompatible coating to the internal surfaces of ceramics using the electrochemical method, is achieved with the capillary system of the material being completely open.

Keywords: Sintering of powder compacts, nano-structured materials, biocompatible coating, electro-osmotic pressure.

Електроосмотичний тиск у процесі нанесення біосумісного покриття на внутрішні поверхні наноструктурованої кераміки

Ю.І. Бойко, В.В. Богданов, Р.В. Вовк, В.Ф. Коршак

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

Обговорюється роль ефекту електроосмосу в процесі електро-хімічного нанесення біосумісного покриття на внутрішні поверхні пористої нано-структурованої кераміки - матеріалу, що використовується для виготовлення ендопротезів і імплантів в медицині.

Біосумісність ендопротезів і імплантів з людським тілом забезпечується нанесенням спеціального покриття на внутрішні та зовнішні поверхні матеріалу-основи. Загальною хімічною сполукою, що використовується для формування зазначеного покриття, є гідроксиапатит $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$. Полікомпонентні керамічні матеріали, з яких виготовляють основу ендопротезів і імплантів, зазвичай отримують традиційним методом порошкової металургії - спіканням, тобто витримкою суміші порошків при підвищеній температурі в умовах дії всебічного тиску. Отриманий у такий спосіб матеріал, є полікристалом. Окрім цього, в структурі такого матеріалу є певна кількість пустот у вигляді окремих пор або їх об'єднань (капілярів).

В роботі показано, що використання як матеріалу для виготовлення імплантів нано-структурованих керамічних матеріалів з характерним середнім розміром структурних елементів (зерен, пор та їх скупчень) порядку $\approx(10^{-9}-10^{-7})\mu\text{m}$ може зумовити більшу ефективність процесу електрохімічного нанесення біосумісного покриття на них, оскільки великий електроосмотический тиск, що виникає в капілярах, призводить до більшого ступеня заповнення пористої системи електролітом.

Величину електроосмотичного тиску можна збільшити шляхом підвищення напруженості діючого електричного поля або шляхом зменшення значення діелектричної проникності електроліту ϵ при введенні в електроліт додаткових хімічних добавок.

Максимальний ступінь заповнення порожніх каналів (капілярів) електролітом, а, отже, і ефективність нанесення біосумісного покриття на внутрішні поверхні кераміки при використанні електрохімічного методу, досягається при повній відкритості капілярної системи матеріалу.

Ключові слова: Спікання порошкових пресовок, нано-структуровані матеріали, нанесення біосумісного покриття, електро-осмотичний тиск.

© Boyko Yu.I., Bogdanov V.V., Vovk R.V., Korshak V.F., 2019

Электроосмотическое давление в процессе нанесения биосовместимого покрытия на внутренние поверхности наноструктурированной керамики

Ю.И. Бойко, В.В. Богданов, Р.В. Вовк, В.Ф. Коршак

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, м. Свободы 4, 61022, Харьков, Украина

Обсуждается роль эффекта электроосмоса в процессе электро-химического нанесения биосовместимого покрытия на внутренние поверхности пористой нано-структурированной керамики – материала, используемого для изготовления эндопротезов и имплантов в медицине.

Биосовместимость эндопротезов и имплантов с человеческим телом обеспечивается путем нанесения специального покрытия на внутренние и внешние поверхности материала-основы. Общеизвестным химическим соединением, используемым для формирования указанного покрытия, является гидроксипатит $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$. Поликомпонентные керамические материалы, из которых изготавливают основу эндопротезов и имплантов, обычно получают традиционным методом порошковой металлургии – спеканием, т. е. выдержкой смеси порошков при повышенной температуре в условиях действия всестороннего давления. Полученный таким способом материал, является поликристаллом. Кроме этого, в структуре такого материала содержится определенное количество пустот в виде отдельных пор или их объединений (капилляров).

В работе показано, что использование в качестве материала для изготовления имплантов нано-структурированных керамических материалов с характерным средним размером структурных элементов (зерен, пор и их скоплений) порядка $\approx(10^{-9}-10^{-7})\text{м}$ может обусловить большую эффективность процесса электрохимического нанесения биосовместимого покрытия на них, поскольку возникающее большое электроосмотическое давление в капиллярах приводит к большей степени заполнения пористой системы электролитом.

Величину электроосмотического давления можно увеличить путем повышения напряженности действующего электрического поля или путем уменьшения значения диэлектрической проницаемости электролита ϵ при введении в электролит дополнительных химических добавок.

Максимальная степень заполнения полых каналов (капилляров) электролитом, а, следовательно, и эффективность нанесения биосовместимого покрытия на внутренние поверхности керамики при использовании электрохимического метода, достигается при полной открытости капиллярной системы материала.

Ключевые слова: спекание порошковых прессовок, нано-структурированные материалы, нанесение биосовместимого покрытия, электро-осмотическое давление.

1. Introduction

One of the important areas of modern materials science is the synthesis of mechanically durable and wear-resistant materials having biocompatibility with the human body (bone and fabric). The relevance of obtaining such materials and of their physical, chemical and biological properties study are due to the vital need for producing for medical purposes of orthopedic endoprotheses and various implants [1–5]. As the main material in the making of such products traditionally used metals Ti, Ni or their alloys [6]. However, in recent years, the possibility of using for this purpose other materials, in particular, various multicomponent ceramics, has been actively studied. Such materials include, for example, ceramics based on the so-called MAX phases; ceramics made of refractory oxides Al_2O_3 , Y_2O_3 (oxide ceramics); "Amorphous" ceramics (Si, B, N, C), obtained by polycondensation [7] and others. Biocompatibility of endoprotheses and implants with the human body provided by applying a special coating on the inner and outer surfaces of the base material. The generally accepted chemical compound used to form this coating is hydroxyapatite $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ [3–6].

The multicomponent ceramic materials of which are made the basis endoprotheses and implants are usually obtained by traditional powder metallurgy method –

sintering, i.e. by exposure of powder mixture at elevated temperature under the action of hydrostatic pressure [8]. The material obtained in this way is a polycrystal. In addition, the structure of such material contains a certain amount of voids in the form of individual pores or their associations (capillaries). At sufficient value of porosity of the material $\geq 30\%$, the capillaries, intersecting with each others, form a whole network of cavities that penetrate through it, i.e. open porosity is formed. In essence, such ceramic material is a specific membrane through which the liquid can penetrate through the hollow channels.

In recent years for the synthesis of ceramics began to use other methods that differ from the traditional method of the high-temperature sintering of powders under pressure. A distinctive feature of these methods is a short exposure time at elevated temperatures: sintering in the plasma discharge, sintering by passing high-current short-duration pulses of electric current (method of electroconsolidation), sintering by the method of pulsed heating and cooling etc. [9,10]. Herewith, powders with an average size of $\approx(10^{-9}-10^{-7})\text{м}$ (nano-sized powders) are used as the initial material for sintering by the listed methods. As a result of using these sintering methods, so-called nano-structured ceramics is obtained – material with average size of structural elements (grains, pores and

their clusters), which coincides with the average size of the initial powders.

Material with such a small size of structural elements is characterized by special mechanical properties. In particular, such a material has a high plasticity, which is a very important factor for the process of endoprostheses and implants producing from these materials, since these products usually have a complicated geometric shape.

The heightened plasticity of nano-structured ceramics is due to the fact that the main mechanism limiting the rate of material transport during deformation is not a classical dislocation mechanism, but a more efficient and energetically facilitated mechanism of grain-boundary sliding (Ashby–Ferral mechanism) [11]. In this case, the rate of plastic deformation is determined by the point defects reactions (by the generation and annihilation of vacancies) as the dislocations slip directly at the grain boundaries. The effectiveness of this material transport mechanism is due to the movement of grains as a whole in distinction to conventional coarse polycrystals, in which the rate of plastic deformation is controlled by the movement of dislocations or of their clusters in the volume of grains.

It should be noted that in addition to the increased plasticity of the ceramic material synthesized from nano-powders, this material is also characterized by high crack resistance. This is due to the fact that the grain boundary network development is a factor contributing to blocking of the formation of main cracks leading to the material destruction [12].

In addition to the special mechanical properties of nano-structured ceramics, the presence in it of a developed grid of nano-sized hollow channels (capillaries) is also a factor determining the preferential use of the material as compared to conventional micro-structured ceramics in the production of prostheses and implants. Indeed, the biocompatibility of the material used for these purposes is provided for coating the hydroxylapatite layer on its external and internal surfaces. In the case of nano-structured ceramics, hollow capillaries significantly increase its total internal surface compared to conventional coarse grained ceramic materials. This fact, as well as the very small average size of the capillaries cross-section, can significantly contribute to improving the quality of the applied hydroxyapatite layer. Let's ground this assumption.

One of the well-known and widely used methods of applying a coating of hydroxyapatite, is the method of electro-chemical deposition [13]. It lies in the fact that the original ceramic material is placed in an aqueous solution prepared from a mixture of compounds $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ and $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$. In fact, this solution is a liquid mixture of ions with opposite electric charges (electrolyte). Formation of the coating occurs under the action of a

constant electric field at a voltage on the electrodes of a few volts and exposure for some time. To maintain of a homogeneous distribution of ions Ca^{2+} and $(\text{H}_2\text{PO}_4)^{2-}$ used solution is mechanically mixed. At the final stage the samples are dried at the temperature of $\approx 100^\circ\text{C}$ what ultimately leads to the formation of an amorphous or crystalline hydroxyapatite layer on the inner and outer surfaces of the base material sample. Obviously, in the process of implementing the above-described method of applying a coating on the internal surfaces of porous ceramics, conditions arise for development of the so-called electrokinetic effects, in particular, of the electroosmosis effect [14]. This effect is due to the interaction of an external electric field with the double charged layer of thickness $\delta \approx 10^{-9}\text{m}$, formed at the interface of the liquid electrolyte and the solid phase. The electric field directed along the boundary interface causes the liquid flow relative to the solid phase with a velocity v . It is this effect is directly related to the process of a biocompatible coating applying on the internal surface of the ceramic material. In this case, the most interesting is the nano-structured porous material, i.e. the material containing a network of hollow channels (capillaries), the radius of which has the value of $r \approx (10^{-8} - 10^{-7})\text{m}$ and a network of crystal grains of the same size.

This paper is devoted to the consideration just of the electroosmosis effect role when using the electro-chemical method of a biocompatible coating applying on the internal surfaces of porous nano-structured ceramics.

2. Electroosmotic pressure in porous nano-structured ceramics

To simplify the analysis, all the consideration will be applied to a defect in the form of a hollow channel (capillary), having the shape of a cylinder of radius r , penetrating through the ceramic sample, placed in the liquid phase (electrolyte). We also suppose that a constant electric field of strength E acting along the axis of the capillary. The applied electric field, as already mentioned, causes the liquid to move relative to the capillary walls (electroosmotic effect). The direction of liquid flow is determined empirically by the rule, according to which a phase with a higher dielectric constant is characterized by an excess positive electric charge compared to another (neighboring) phase, which is negatively charged. This effect has been studied theoretically and experimentally and has been described in many papers (see, for example, [14–16]). Herewith, the studies carried out were done with materials containing capillaries, the radius of which r_0 was characterized by the size range of $\approx (10^{-6} - 10^{-5})\text{m}$ (micrometric systems).

According to the theory of electroosmosis, the movement of the electrolyte in the hollow capillary under the influence of the electric field occurs until the force

acting from the electric field is balanced by the friction force, which is determined by the viscosity of the liquid and by the liquid flow velocity gradient, directed perpendicular to the velocity vector. At steady state, the hydrodynamic flow of electrolyte, caused by the action of an electric field, is balanced by the liquid flow in the opposite direction, due to the emerging of the so-called electroosmotic pressure P_e .

Essentially, the P_e value characterizes the maximum possible degree of the capillary filling with electrolyte. The equation connecting the magnitude of the electroosmotic pressure P_e with the geometric parameters of the capillary and the voltage U is [14]

$$P_e = 8U\sigma\delta/r^2. \quad (1)$$

Here σ is the surface density of the electric charge directly at the "solid phase – electrolyte" interface, δ is the thickness of the double electric layer formed in the electrolyte, r is the radius of the capillary.

From relation (1) it follows that the magnitude of the electroosmotic pressure P_e , which determines the maximum possible degree of the capillary filling with electrolyte (on reaching of the stationary state), significantly depends on the capillary radius r_0 . Note that in such a record the value of P_e does not depend on the capillary length, which allows using (1) to describe the filling with liquid electrolyte not only of a single capillary, but also of a capillary system, i.e. of the porous material (membrane) as a whole.

From (1) it follows that by *ceteris paribus*, a decrease in the radius of capillaries from the value $\approx 10^{-6}$ m (micrometric system) to $\approx 10^{-8}$ m (nano-sized system) can lead to an increase in electroosmotic pressure by $\approx 10^4$ times. Thus, the use of nano-structured porous material can lead to greater efficiency of the process of electrochemical deposition of a biocompatible coating during the production of endoprostheses and implants, since the higher value of electroosmotic pressure corresponds to the higher degree of filling of the porous system with electrolyte. At the same time, it should be emphasized that the conclusion made is valid only when the required condition of the electroosmotic pressure theory is fulfilled: $r \gg \delta$.

In the case when the radius of the capillaries reaches the thickness of the double charged layer, i.e. $r \approx \delta \approx 10^{-9}$ m, the physical description of the discussed effect is completely changed. [18]. In addition, it should have in mind that the estimated change in the value of electroosmotic pressure during the transition from micro- to nano-structured ceramics has a maximum value. In real conditions in equation (1) it is necessary to take into account an additional coefficient (factor) characterizing the degree of capillary openness. Quantitatively, this

coefficient $\chi \leq 1$ is a complex function of the material porosity. As a rule, its value is measured experimentally.

3. Conclusions

The above discussion suggests that nano-structured ceramic materials are characterized by the much higher electroosmotic pressure P_e compared to micro-sized ceramics. The increased value of electroosmotic pressure contributes to a greater degree of filling of the internal surfaces of ceramics with electrolyte.

The maximum degree of hollow channels (capillaries) filling with electrolyte, and, consequently, the effectiveness of biocompatible coating applying on the inner ceramic surfaces using the electrochemical method achieved with full openness of the capillary system of the material.

For crystallization of hydroxyapatite from a liquid solution (electrolyte) in the pores of the ceramic material at the final stage of coating, it is necessary to carry through heat treatment (drying). The temperature and time of heat treatment must be selected experimentally.

References

1. C W. Barsoum, Prog. Solid St. Chem., **28**, 201 (2000).
2. I. Salama, T. El-Raghy, W. Barsoum, Journ. of Alloys and Comp., **347**, 1 – 2, 271 (2002).
3. A. A. Smetkin, Yu. K. Majorova, Vestnik PNIPU, **17**, 120 (2015).
4. M. A. Hadi, R. V. Vovk, A. Chroneos, J. Mater. Science: Mater. Elektron., **27**, 11925 (2016).
5. M. A. Hadi, M. Roknuzzaman, A. Chroneos, S. H. Naqib, A. K. Islam, R. V. Vovk,
6. K. Ostrikov, Comput. Mater. Science, **137**, 318 (2017).
7. J. Katic, M. Metikos – Hukovic, R. Babic, J. Appl. Electrochem., **44**, 87 (2014).
8. Ju. I. Boyko, Vestnik HNU, Physic, **15**, 54 (2011).
9. V. Skorohod, S. M. Solonin, Metall. Sintering, Moscow, (1984).
10. P. V. Istomin, A. V. Nadutkin, Ju. I. Riabkov, B. A. Goldin, Neorg. Materials, **42**, 292 (2006).
11. R. V. Vovk, N. M. Prokopiv, V. A. Chishkala, M. V. Kisliitsa, Functional Materials, **25**, 43 (2018).
12. M. Ashby, R. Verral, Acta Metall, **21**, 149 (1973).
13. V. M. Finkel, Fizika razrusheniya, Moskva, Metallurgiya (1970).
14. X. Lin, K. Groot, D. Wang, Q. Hu, D. Wismeijer, Y. Liu, The Open Biomedical Engineering Journal, **9**, 56 (2015).
15. M. Smoluchowski, Handbuch der Electricitat and Magnetismus, 2, Leipzig (1959).
16. J. Newman, Elektrohimicheskiye sistemy, «Mir», Moskva (1977).
17. L. I. Antropov, Teoreticheskaya elektrohimiya, «Vyshaya shkola», Moskva (1975).
18. Ya. I. Frenkel, Kineticheskaya teoriya zhidkoste, Leningrad, «Nauka» (1975).
19. Ju. I. Boyko, Vestnik HNU, Physics, **18**, 20 (2013).

PACS: 52.35.Mw, 73.20.Mf, 74.72.-h

UDC: 535.42, 537.8

Modification of transfer-matrix method for electromagnetic waves in layered superconductor in presence of dc magnetic field

N. Kvitka¹, T. Rokhmanova^{2,3}, S. S. Apostolov^{1,2}

1 V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., 61022 Kharkiv, Ukraine

2 O.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics NASU, 12 Ac. Proskura st., 61085 Kharkiv, Ukraine

3 Departamento de Fisica - CIOyN, Universidad de Murcia, Murcia 30.071, Spain

rokhmanova@ieee.org

ORCID: 0000-0002-9757-3731

DOI:10.26565/2222-5617-2019-31-06

In the present paper, we modify the transfer-matrix method to study the dissipation-free transition of electromagnetic waves of terahertz range through a plate of layered superconductor embedded in the dielectric environment in the presence of external direct current (dc) magnetic field.

In this work, we consider TM-polarized electromagnetic waves. The setup is arranged in such a way that the dielectric and superconducting layers in the plate are perpendicular to its interface, and the external magnetic field is directed along the plate and parallel to the layers. We consider the case of a weak external dc field at which magnetic vortices do not penetrate the plate.

Due to the nonlinearity of the Josephson plasma formed in the layered superconductor, the dc magnetic field penetrates non-uniformly into the plate and affects the electromagnetic wave. Hence, the magnitude of the external dc magnetic field can be used as a variable parameter to tune various phenomena associated with the propagation of an electromagnetic waves in layered superconductors.

In the presence of the external homogeneous dc magnetic field, linear electromagnetic waves in the layered superconductor turn out to be non-exponential. Therefore we cannot directly apply the transfer matrix method, in which the amplitudes of the corresponding exponents are compared. However, in the present paper, it is shown that for a sufficiently thick plate, the matrices describing the wave transfer through the plate can be introduced. The analytical expressions for these matrices are derived explicitly in terms of special Legendre functions. The obtained transfer-matrices can be used for the further study of the wave transfer through the layered superconductor in the presence of an external dc magnetic field.

Keywords: layered superconductor, transfer-matrix method, special Legendre functions.

Модифікація методу трансфер-матриць для електромагнітних хвиль у шаруватому надпровіднику за наявності постійного магнітного поля

Н. Квітка, Т. Рохманова, С.С. Апостолов

1 Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

2 Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, вул. Проскура 12, 61085 Харків, Україна

3 Departamento de Fisica - CIOyN, Universidad de Murcia, Murcia 30.071, Spain

У даній статті ми модифікуємо метод трансфер-матриць для вивчення бездисипативного проходження електромагнітних хвиль терагерцевого діапазону через пластину шаруватого надпровідника, поміщеного в діелектричну середу, в присутності зовнішнього магнітного поля постійного струму.

В роботі ми розглядаємо ТМ-поляризовані електромагнітні хвилі. Пластина розташована таким чином, що шари діелектрика і надпровідника перпендикулярні межі розділу, а зовнішнє магнітне поле направлено вздовж пластини, паралельно шарам. Ми розглядаємо випадок слабого зовнішнього магнітного поля, при якому магнітні вихори не проникають в пластину.

Внаслідок нелінійності джозефсонівської плазми, що формується в шаруватому надпровіднику, магнітне поле постійного струму нерівномірно проникає в пластину і впливає на електромагнітну хвилю. Тим чином, величина зовнішнього магнітного поля постійного струму може бути використана в якості змінного параметра для управління різними явищами, пов'язаними з поширенням електромагнітних хвиль в шаруватих надпровідниках.

За наявності зовнішнього постійного однорідного магнітного поля лінійні електромагнітні хвилі в шаруватому надпровіднику виявляються неекспоненціальними. Тому ми не можемо безпосередньо застосувати метод трансфер-матриць, в якому зв'язуються амплітуди при відповідних експонентах. Незважаючи на це, в даній теоретичній роботі показано, що для досить товстої пластини можна ввести матриці, які описують проходження хвиль через пластину. Аналітичні вирази для цих матриць отримані в явному вигляді в термінах спеціальних функцій Лежандра. Отримані трансфер-матриці можуть бути використані для подальшого вивчення проходження електромагнітних хвиль через шаруватий надпровідник за наявності зовнішнього магнітного поля постійного струму.

Ключові слова: шаруватий надпровідник, метод трансфер-матриць, спеціальні функції Лежандра.

Модификация метода трансфер-матриц для электромагнитных волн в слоистых сверхпроводниках в присутствии постоянного магнитного поля

Н. Квитка, Т. Рохманова, С.С. Апостолов

*1 Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, м. Свободы 4, 61022, Харьков, Украина
2 Институт радиофизики и электроники им. О.Я. Усикова НАН Украины, ул. Проскура 12, 61085 Харьков, Украина
3 Departamento de Fisica - CIOyN, Universidad de Murcia, Murcia 30.071, Spain*

В данной статье мы модифицируем метод трансфер-матриц для изучения бездиссипативного прохождения электромагнитных волн терагерцового диапазона через пластину слоистого сверхпроводника, помещенного в диэлектрическую среду, в присутствии внешнего магнитного поля постоянного тока.

В работе мы рассматриваем ТМ-поляризованные электромагнитные волны. Пластина расположена таким образом, что слои диэлектрика и сверхпроводника перпендикулярны границе раздела, а внешнее магнитное поле направлено вдоль пластины, параллельно слоям. Мы рассматриваем случай слабого внешнего магнитного поля, при котором магнитные вихри не проникают в пластину.

Вследствие нелинейности джозефсоновской плазмы, которая формируется в слоистом сверхпроводнике, магнитное поле постоянного тока неравномерно проникает в пластину и влияет на электромагнитную волну. Таким образом, величина внешнего магнитного поля постоянного тока может быть использована в качестве изменяемого параметра для управления различными явлениями, связанными с распространением электромагнитных волн в слоистых сверхпроводниках.

В присутствии внешнего постоянного однородного магнитного поля линейные электромагнитные волны в слоистом сверхпроводнике оказываются неэкспоненциальными. Поэтому мы не можем непосредственно применить метод трансфер-матриц, в котором связываются амплитуды при соответствующих экспонентах. Несмотря на это, в данной теоретической работе показано, что для достаточно толстой пластины можно ввести матрицы, описывающие прохождение волны через пластину. Аналитические выражения для этих матриц получены в явном виде в терминах специальных функций Лежандра. Полученные трансфер-матрицы могут быть использованы для дальнейшего изучения прохождения электромагнитных волн через слоистый сверхпроводник в присутствии внешнего магнитного поля постоянного тока.

Ключевые слова: слоистый сверхпроводник, метод трансфер-матриц, специальные функции Лежандра.

Introduction

Layered superconductors are periodic structures that consist of thin alternating superconducting and insulating layers. Natural crystals $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ or artificially grown compounds $\text{NbAl-AIO}_x/\text{Nb}$ are examples of such materials. The superconducting layers form array of intrinsic Josephson junctions [1,2] and determine unusual strong anisotropy and nonlinearity of current flow. Therefore, the various non-trivial electromagnetic phenomena are predicted for layered superconductors [3,4,5]. Also, these materials are of particular interest due to possibility of flexible tuning their electromagnetic properties by an external direct current (dc) magnetic field [6,7]. The additional interest is related to the operating frequencies of the Josephson plasma waves that are of terahertz (THz) range. By present, there is still a gap in controllable and high-power THz-devices, which are, meanwhile, considered to be promising for many areas starting from basic science to medicine or homeland security [8,9].

To study the transfer of electromagnetic waves it is convenient to use the transfer-matrix method (see, e.g., book [10]). In the absence of dc magnetic field, the electromagnetic properties of the layered superconductor can be described by the effective permittivity tensor [11], and, therefore, the transfer-matrix method can be directly applied (see, e.g., the recent paper [4]). However, in the presence of an external dc magnetic field, the problem becomes more complicated because the electromagnetic field inside the plate is described not by harmonic

(exponential) functions, but by special Legendre functions [6].

In this paper, we modify the transfer-matrix method for the electromagnetic wave propagation through a plate of layered superconductor in the presence of an external dc magnetic field and calculate the corresponding transfer-matrices.

Problem Formulation

We study a dissipation-free propagation of an electromagnetic wave through the system that consists of a layered superconductor plate of thickness s placed in the dielectric environment as shown in Fig.1. Dielectric and superconducting layers are considered perpendicular to the interface. The coordinate system is chosen in such a way that the x -axis is directed perpendicular to the plate, the z -axis is orthogonal to the superconducting layers. The external dc magnetic field \vec{H}_0 is supposed to be directed parallel to the plate and to the layers, i.e. along the y -axis.

We consider TM-polarized wave. In the chosen coordinate system, its electric $\vec{E}(x, y, z, t)$ and magnetic $\vec{H}(x, y, z, t)$ components can be written as follows:

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z, t) &= \{E_x(x), 0, E_z(x)\} \exp(-i\omega t + ik_z z), \\ \vec{H}(x, y, z, t) &= \{0, H_y(x), 0\} \exp(-i\omega t + ik_z z), \end{aligned} \quad (1)$$

where ω is the wave frequency, k_z is z -projection of the wave vector.

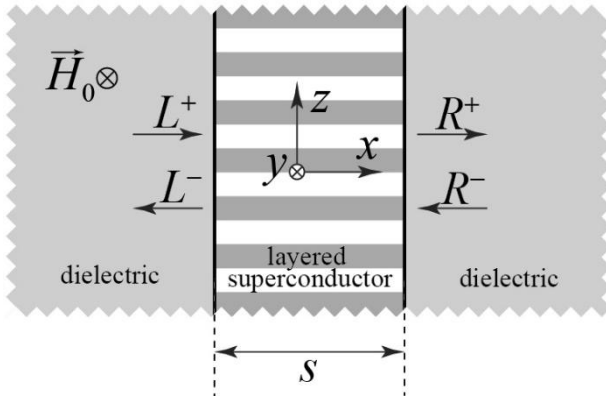


Fig. 1. Geometry of the problem, where L^+ and R^- are the amplitudes of the electromagnetic waves incident onto the plate from the left and right, respectively, while L^- and R^+ are the amplitudes of electromagnetic waves running away from the left and right, respectively.

It is worth noting that the plate is supposed to be sufficiently thick:

$$\exp(s/\lambda_c) \gg 1, \quad (2)$$

where λ_c is the London penetration depth along the layers of superconductor. On this assumption, the dc magnetic field deeply inside the layered superconductor is absent. Also, we assume that the external magnetic field magnitude is less than the critical value H_c :

$$H_0 < H_c = \frac{\Phi_0}{\pi d \lambda_c}, \quad (3)$$

where $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$ is the magnetic flux quantum, c is the speed of light, e is the elementary charge, \hbar is Planck's constant, and d is the thickness of the insulating layers.

Main Equations for the Electromagnetic Field

The expressions for the electromagnetic field components in a dielectric medium can be obtained from the system of Maxwell's equations. At the left and right interfaces, respectively, for magnetic components we have:

$$\begin{aligned} H_y^L(x) &= L^+ e^{ik_d(x+s/2)} + L^- e^{-ik_d(x+s/2)}, \\ H_y^R(x) &= R^+ e^{ik_d(x-s/2)} + R^- e^{-ik_d(x-s/2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

where k_d is the x -projection of the wave vector of the incident wave:

$$k_d = \sqrt{\varepsilon_d \omega^2 / c^2 - k_z^2},$$

where ε_d is the dielectric permittivity.

For the corresponding electric field components, we have:

$$\begin{aligned} E_z^L(x) &= -\frac{k_d c}{\varepsilon_d \omega} [L^+ e^{ik_d(x+s/2)} - L^- e^{-ik_d(x+s/2)}], \\ E_z^R(x) &= -\frac{k_d c}{\varepsilon_d \omega} [R^+ e^{ik_d(x-s/2)} - R^- e^{-ik_d(x-s/2)}]. \end{aligned} \quad (5)$$

The field inside the plate ($-s/2 < x < s/2$) is described by the interlayer phase difference $\varphi(x, z, t)$, which obeys the coupled sine-Gordon equations [3]. For the wavelengths that are greater than the thickness d (i.e. in the continuous limit), it can be represented as follows:

$$\left(1 - \lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \left[\frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \sin \varphi \right] - \lambda_c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \quad (6)$$

where λ_{ab} is the London penetration depth across the layers, $\omega_J = \sqrt{8\pi e d J_c / \hbar \varepsilon_s}$ is the Josephson plasma frequency, ε_s is the dielectric constant of the insulator layers in the plate, and J_c is the maximum density of the Josephson current.

On assumption (2), in the presence of the dc magnetic field and linear electromagnetic wave this phase difference can be presented as [6]:

$$\varphi(\xi, z, t) = \varphi_{st}^+(\xi) + \varphi_{st}^-(\xi) + \varphi_w(\xi, z, t), \quad (7)$$

where $\xi = x/\lambda_c$ is the normalized x -coordinate, and

$$\varphi_{st}^\pm(\xi) = \mp 4 \arctan[\exp(\xi_0 \pm \xi)] \quad (8)$$

are static solutions of the sine-Gordon equation (6) that can be considered as the two virtual magnetic vortices which partly penetrate into the plate from both sides, and

$$\varphi_w(\xi, z, t) = f(\xi) \exp(ik_z z - i\omega t) \quad (9)$$

is a small wave additive induced by the electromagnetic wave with amplitude $f(\xi)$. In expression (8) parameter ξ_0 determines the positions of the vortices,

$$\xi_0 = \delta + \operatorname{arccosh}(h_0^{-1}), \quad h_0 = \frac{H_0}{H_c}, \quad \delta = s/2\lambda_c.$$

The tangential electromagnetic field components in the layered superconductor plate [12]:

$$\begin{aligned} E_z^s(\xi) &= -H_c \frac{i\Omega}{\sqrt{\epsilon_s}} f(\xi), \\ H_y^s(\xi) &= \frac{H_c}{1 + \kappa_z^2 / (1 - \Omega^2 / \gamma^2)} f'(\xi), \end{aligned} \quad (10)$$

where $\Omega = \omega / \omega_j$ is the normalized frequency, $\kappa_z = k_z \lambda_{ab}$ is the normalized z -projection of the wave vector, and $\gamma = \lambda_c / \lambda_{ab}$ is the anisotropy parameter.

By substituting the expression (7) for the interlayer phase difference φ into (6), we can obtain the following equation for the amplitude $f(\xi)$ of the wave additive $\varphi_w(\xi, z, t)$:

$$\frac{f''(\xi)}{\kappa_s^2} + [1 - u(\xi)]f(\xi) = 0, \quad (11)$$

where

$$\begin{aligned} \kappa_s^2 &= (\Omega^2 - 1) \left(1 + \frac{\kappa_z^2}{1 - \Omega^2 / \gamma^2} \right), \\ u(\xi) &= \frac{1}{1 - \Omega^2} \left[\frac{2}{\cosh^2(\xi_0 - \xi)} + \frac{2}{\cosh^2(\xi_0 + \xi)} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

In Eq. (12) the first additive corresponds to $\varphi_{st}^+(\xi)$ and the second is related to $\varphi_{st}^-(\xi)$.

First, we construct the solution for the right and left part of the plate independently. The interaction between magnetic vortices from the opposite sides can be neglected due to the assumption (2), then we neglect the first or second component with \cosh in the expression (12). Then the solution of Eq. (11) can be found in terms of associated Legendre functions [13]. We present the solution in the form of superposition for the right half of the plate:

$$f_R(\xi) = C^+ f_+(\xi) + C^- f_-(\xi), \quad (13)$$

and for the left one:

$$f_L(\xi) = \tilde{C}^+ f_+(-\xi) + \tilde{C}^- f_-(-\xi), \quad (14)$$

where

$$\begin{aligned} f_{\pm}(\xi) &= \frac{P_v^{\mp\mu}[\tanh(\xi_0 - \xi)]}{\frac{\partial}{\partial \xi} P_v^{\mp\mu}[\tanh(\xi_0 - \xi)]|_{\xi=0}} \approx \\ &\approx \frac{P_v^{\mp\mu}[\tanh(\xi_0 - \xi)]}{\pm \mu K_{\pm} \exp(\mp \mu \delta)}, \end{aligned}$$

with $P_v^{\mu}[z]$ being the associated Legendre functions, and

$$\begin{aligned} 2\nu + 1 &= \sqrt{8(\Omega^2 - 1)^{-1} \kappa_s^2 + 1}, \quad \mu = i\kappa_s, \\ K_{\pm} &= \frac{\exp[\mp \mu \operatorname{arccosh}(h_0^{-1})]}{\Gamma(1 \pm \mu)}. \end{aligned}$$

The specific form of $f_{\pm}(\xi)$ allows us interpret these functions as non-exponential running waves inside layered superconductor. Indeed, for $1 - z \ll 1$ there is an asymptotic expression [13] for Legendre functions:

$$P_v^{\mu}[z] \approx \frac{2^{\mu/2}}{\Gamma(1 - \mu)} (1 - z)^{-\mu/2}. \quad (15)$$

The approximation (15) can be applied for $\tanh(\xi_0 + \xi) \approx 1$, i.e. for the external magnetic field that is close to zero ($H_0 \ll H_c$) or for the x -coordinate deeply inside the superconducting plate. Thus, in the center of the plate ($\xi \ll \delta$), the functions $f_{\pm}(\xi)$ take the exponential form,

$$f_{\pm}(\xi) \approx \exp(\pm i\kappa_s \xi),$$

and these functions correspond to the running waves.

Taking into account the obvious relation,

$$f_{\pm}(\xi) = -f_{\mp}(-\xi), \quad (16)$$

and matching $f_L(\xi = 0) = f_R(\xi = 0)$ in the center of the plate, we relate the constants of the superpositions (13) and (14):

$$\tilde{C}^{\pm} = -C^{\mp}.$$

Finally, we should normalize the constants C^{\pm} in order to get the expression for magnetic field similar to (4):

$$S^{\pm} = C^{\pm} \frac{H_0}{1 + \kappa_z^2 / (1 - \Omega^2 / \gamma^2)}.$$

Now, the electromagnetic field components are,

$$E_z^s(\xi) = \frac{\Omega + \frac{\kappa_z^2 \gamma^2 \Omega}{\gamma^2 - \Omega^2}}{i\sqrt{\varepsilon_s}} [\pm S^\pm f_+(\pm\xi) \pm S^\mp f_-(\pm\xi)], \quad (17)$$

$$H_y^s(\xi) = S^\pm f'_+(\pm\xi) + S^\mp f'_-(\pm\xi).$$

Here the upper sign corresponds to the right part ($\xi > 0$) of the plate and the lower one corresponds to the left part ($\xi < 0$).

If the external dc field tends to zero, the expressions (17) turn out to be harmonic, and the wave transfer through the investigated system could be described by the matrices of passing through the boundaries and free propagation in the medium [4] in a similar way to the dielectric case. Otherwise, the magnetic field $H_y(x)$ can be considered as a plane wave superposition only in the center of the plate.

Transfer matrices

The transfer-matrix \hat{T} that corresponds to the wave transfer through the plate connects the amplitudes of outgoing and incoming waves for the magnetic field $H_y(x)$. According to (4):

$$\begin{pmatrix} R^+ \\ R^- \end{pmatrix} = \hat{T} \begin{pmatrix} L^+ \\ L^- \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Since the field in the layered superconductor can be described by exponential functions only in the center, we can present the matrix \hat{T} as $\hat{T} = \hat{T}^{(R)} \hat{T}^{(L)}$, that correspond to the transition from the left boundary ($x = -s/2$) to the center ($x = 0$) and from the center ($x = 0$) to the right boundary ($x = s/2$), respectively,

$$\begin{pmatrix} R^+ \\ R^- \end{pmatrix} = \hat{T}^{(R)} \begin{pmatrix} S^+ \\ S^- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} S^+ \\ S^- \end{pmatrix} = \hat{T}^{(L)} \begin{pmatrix} L^+ \\ L^- \end{pmatrix}. \quad (19)$$

The boundary conditions are the matching of the tangential components of the electromagnetic field:

$$H_y^s(-s/2) = H_y^L(-s/2), \quad H_y^s(s/2) = H_y^R(s/2), \quad (20)$$

$$E_z^s(-s/2) = E_z^L(-s/2), \quad E_z^s(s/2) = E_z^R(s/2).$$

In accordance with the expressions for the electromagnetic field (4), (5), and (17), these conditions can be rewritten as:

$$\begin{cases} S^+ f'_+(\delta) + S^- f'_-(\delta) = R^+ + R^- \\ S^+ f_+(\delta) + S^- f_-(\delta) = \eta(R^+ - R^-) \end{cases}, \quad (21)$$

$$\begin{cases} S^+ f'_-(\delta) + S^- f'_+(\delta) = L^+ + L^- \\ S^+ f_-(\delta) + S^- f_+(\delta) = \eta(L^- - L^+) \end{cases}$$

where

$$\eta = \frac{-ik_d c \omega_j \sqrt{\varepsilon_s}}{\Omega^2 \varepsilon_d (1 + \frac{\kappa_z^2 \gamma^2}{\gamma^2 - \Omega^2})}. \quad (22)$$

Comparing the system of matrix equations (19) and the boundary conditions in form (21), we can obtain the exact expressions for the transfer-matrices $\hat{T}^{(R)}$ and $\hat{T}^{(L)}$:

$$\hat{T}^{(R)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} +\frac{f_+(\delta)}{\eta} + f'_+(\delta) & +\frac{f_-(\delta)}{\eta} + f'_-(\delta) \\ -\frac{f_+(\delta)}{\eta} + f'_+(\delta) & -\frac{f_-(\delta)}{\eta} + f'_-(\delta) \end{pmatrix},$$

$$\hat{T}^{(L)} = \frac{1}{2 \det \hat{T}^{(R)}} \begin{pmatrix} +\frac{f_+(\delta)}{\eta} + f'_+(\delta) & +\frac{f_+(\delta)}{\eta} - f'_+(\delta) \\ -\frac{f_-(\delta)}{\eta} - f'_-(\delta) & -\frac{f_-(\delta)}{\eta} + f'_-(\delta) \end{pmatrix}.$$

Here

$$f_\pm(\delta) \approx \frac{P_v^{\mp\mu}[h_1]}{\pm\mu K_\pm \exp(\mp\mu\delta)}, \quad f'_\pm(\delta) \approx \frac{h_0^2 \frac{\partial}{\partial h_1} P_v^{\mp\mu}[h_1]}{\mp 2\mu K_\pm \exp(\mp\mu\delta)},$$

with $h_1 = \sqrt{1 - h_0^2}$.

It can be seen, that the matrices $\hat{T}^{(L)}$ and $\hat{T}^{(R)}$ are not mutually inverse. Nevertheless, the product of their determinants is equal to 1, $\det[\hat{T}^{(L)}] \det[\hat{T}^{(R)}] = 1$, therefore, the symmetry of the problem is not broken.

Conclusions

In this theoretical work, we have modified the transfer-matrix method for TM-polarized electromagnetic waves propagating through a plate of layered superconductor taking into account the interaction of Josephson plasma with an external dc magnetic field. It was shown that although the electromagnetic field inside the plate cannot be described by harmonic (exponential) functions, far from the boundaries, it can be considered as a superposition of a running and reflected waves. Then, for sufficiently thick plate, the transfer-matrices can be obtained analytically in terms of special Legendre functions. The received matrices can be used in the further studies related to the transfer of electromagnetic waves through layered superconductors.

Acknowledgment

The publication contains the results of studies conducted by President's of Ukraine grant for competitive projects (Ф82/233-2019).

References

1. R. Kleiner, F. Steinmeyer, G. Kunkel, and P. Muller, Phys. Rev. Lett. 68, 2394 (1992).
2. R. Kleiner and P. Muller, Phys. Rev. B 49, 1327 (1994).
3. S. Savel'ev, V. A. Yampol'skii, A. L. Rakhmanov, F. Nori, Rep. Prog. Phys. 73, 026501 (2010).
4. S. S. Apostolov, N. M. Makarov, V. A. Yampol'skii, Phys. Rev. B 97, 075101 (2018).
5. T. N. Rokhmanova, S. S. Apostolov, Z. A. Maizelis, V. A. Yampol'skii, F. Nori, Phys. Rev. B 88, 014506 (2013).
6. T. Rokhmanova, S. S. Apostolov, N. Kvitka, and V. A. Yampol'skii, Low Temp. Phys. 44, No.6, 552 (2018).
7. S. S. Apostolov, Z. A. Maizelis, N. M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, T. N. Rokhmanova, V. A. Yampol'skii, Phys. Rev. B 94, 024513 (2016).
8. B. Ferguson, X-C. Zhang, Nature Mat. 1, 26 (2002).
9. M. Tonouchi, Nature Phot. 1, 97 (2007).
10. P. Markoš, C. M. Soukoulis. Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials. Princeton University Press, p. 376 (2008).
11. A. L. Rakhmanov, V. A. Yampolskii, J. A. Fan, F. Capasso, F. Nori, Phys. Rev. B 81, 075101 (2010).
12. V. A. Yampol'skii, D. R. Gulevich, S. Savel'ev, F. Nori, Phys. Rev. B 78, 054502 (2008).
13. H. Bateman, Higher Transcendental Functions [Volumes I-III]. Vol.I. McGraw-Hill Book Company, New York (1953).

PACS: 95.30.Sf, 98.62.Sb

UDC: 530.122, 514.823, 523.163

The N-point gravitational lens as cover and his the profile cover

S.D. Bronza¹, A.T. Kotvytskiy², Ye.M. Korostelov³

1 Department of Further Mathematics, Ukrainian State University of Railway Transport, Feuerbach sq 7, 61050 Kharkiv, Ukraine

2 Department of Theoretical Physics, V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody sq. 4, 61022 Kharkiv, Ukraine

*3 Department of Researches and Design of Means of Communication, Geodesy and Land Management,
Ukrainian State University of Railway Transport, Feuerbach sq 7, 61050 Kharkiv, Ukraine
bronza.sem@gmail.com, kotvytskiy@gmail.com, kostya_90_@ukr.net*

ORCID: 0000-0002-1981-5184

DOI: 10.26565/2222-5617-2019-31-07

The study of mathematical models of gravitational lenses are not direct observations. A special place in such studies is the visualization of the lens model. The image of the source and its images in the N-point gravitational lens, in the picture plane, visualizes the mathematical model - the algebraic equation of the lens. Recently, the number of studies of the equation of the N-point gravitational lens by algebraic methods has increased [6–8]. Such studies make it possible to consider the gravitational lens not only as an algebraic, but also as a topological object.

In the work, the equation of the N-point gravitational lens in the complex form is studied. A bundle above the source plane is assigned to it. We investigated one subfamily of lens equations. A critical set of equations of this subfamily is a closed Jordan curve. To the equations of this subfamily we put in correspondence not only a vector bundle, but also a covering.

A method for describing coverings is developed for equations whose caustic in the finite plane is a closed Jordan curve (Jordan caustic). A special case of such coverings is coverings for the equation of an N-point gravitational lens, the critical set of which is a closed Jordan curve. These equations, also, have Jordan caustics. The method is similar to the method for describing Riemann surfaces of algebraic functions, graphs – profiles.

The algorithm for constructing coverings and the developed method for describing these coverings illustrates an example of a cover given by a rational non-analytic function of a complex variable. The covering surface has not only a Jordan caustic, but also a second-order branch point at an infinitely distant point.

The methods of the theory of functions of a complex variable, algebraic geometry, algebraic topology and graph theory are used.

Keywords: gravitational lens, lens equation, critical curve, caustic, covering map, covering profile.

N-точкова гравітаційна лінза як накриття і її профіль накриття

С.Д. Бронза¹, А.Т. Котвицький², Є.М. Коростельов³

1 Кафедра вищої математики, Український державний університет залізничного транспорту, пл. Фейєрбаха, 7, Харків 61050, Україна

2 Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

3 Кафедра Вишукувань та проектування шляхів сполучення, геодезії та землеустрою, Український державний університет залізничного транспорту, пл. Фейєрбаха, 7, Харків 61050, Україна

Дослідження математичних моделей гравітаційних лінз відносяться до не прямих спостережень. Особливе місце в таких дослідженнях займає візуалізація моделі лінзи. Зображення джерела і його зображень в N-точковій гравітаційній лінзі, в картинній площині, візуалізує математичну модель – алгебраїчне рівняння лінзи. Останнім часом збільшилася кількість досліджень рівняння N-точкової гравітаційної лінзи алгебраїчними методами [6–8]. Такі дослідження дають можливість розглядати гравітаційну лінзу не тільки як алгебраїчний, але і як топологічний об'єкт.

В роботі досліджено рівняння N-точкової гравітаційної лінзи в комплексному вигляді. Йому поставлено у відповідність розшарування над площиною джерела. Ми досліджували одну підродину лінзових рівнянь.

Критична множина рівнянь цієї підродини є замкнутою жордановою кривою. Рівнянням цієї підродини ми поставили у відповідність не тільки векторне розшарування, а й накриття. Розроблено метод опису накриттів, для рівнянь, каустика яких в кінцевій площині є замкнутою жордановою кривою (жорданова каустика). Окремим випадком таких накриттів є накриття для рівняння N-точкової гравітаційної лінзи, критична множина якого є замкнута жорданова крива. Ці рівняння, також, мають жорданову каустіку. Метод є подібний до методу опису ріманових поверхонь алгебраїчних функцій, графами - профілями.

Алгоритм побудови накриттів і розроблений метод опису цих накриттів ілюструє приклад накриття, яке задано раціональною не аналітичною функцією комплексного змінного. Накриваюча поверхня має не тільки жорданову каустіку, а й точку розгалуження другого порядку в нескінченно віддаленій точці.

У роботі використані методи теорії функцій комплексного змінного, алгебраїчної геометрії, алгебраїчної топології та теорії графів.

Ключові слова: гравітаційна лінза, рівняння лінзи, критична крива, каустика, накриття, профіль накриття

N-точечная гравитационная линза как накрытие и её профиль накрытия

С.Д. Бронза¹, А.Т. Котвицкий², Е.М. Коростелев³

¹ Кафедра высшей математики, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, Фейербаха пл., 7, г. Харьков 61050, Украина

² Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, м. Свободы 4, 61022, Харьков, Украина

³ Кафедра изысканий и проектирования путей сообщения, геодезии и землеустройства, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, Фейербаха пл., 7, г. Харьков 61050, Украина

Исследование математических моделей гравитационных линз относятся к не прямым наблюдениям. Особое место в таких исследованиях занимает визуализация модели линзы. Изображение источника и его изображений в N-точечной гравитационной линзе, в картинной плоскости, визуализирует математическую модель - алгебраическое уравнение линзы. В последнее время увеличилось число исследований уравнения N-точечной гравитационной линзы алгебраическими методами [6-8]. Такие исследования дают возможность рассматривать гравитационную линзу не только как алгебраический, но и как топологический объект.

В работе исследовано уравнение N-точечной гравитационной линзы в комплексном виде. Ему поставлено в соответствие расслоение над плоскостью источника. Мы исследовали одно подсемейство линзовых уравнений. Критическое множество уравнений этого подсемейства является замкнутой жордановой кривой. Уравнениями этого подсемейства мы поставили в соответствие не только векторное расслоение, но и накрытие. Разработан метод описания накрытий, для уравнений, каустика которых в конечной плоскости является замкнутой жордановой кривой (жорданова каустика). Частным случаем таких накрытий являются накрытия для уравнения N-точечной гравитационной линзы, критическое множество которого есть замкнутая жорданова кривая. Эти уравнения, также, имеют жорданову каустик. Метод подобен методу описания римановых поверхностей алгебраических функций, графами - профилями.

Алгоритм построения накрытий и разработанный метод описания этих накрытий иллюстрирует пример накрытия, которое задано рациональной не аналитической функцией комплексного переменного. Накрывающая поверхность имеет не только жорданову каустик, но и точку ветвления второго порядка в бесконечно удаленной точке.

В работе использованы методы теории функций комплексного переменного, алгебраической геометрии, алгебраической топологии и теории графов.

Ключевые слова: гравитационная линза, уравнение линзы, критическая кривая, каустика, накрытие, профиль накрытия.

Introduction

In this paper, the plano N-point gravitational lens [1] is specified by the equation in a complex form and is studied as a vector bundle over the source plane.

We considered the N-point gravitational lens as a bundle above the source plane. Among other things, one subfamily of lens equations has been studied. Equations from this family are assigned not only to the vector bundle, but also to the covering map. For such equations, a method of describing covering maps has been developed.

The developed method is similar to the method of describing Riemann surfaces of algebraic functions by profiles.

1. Lens mapping and the equation that specifies it

The plano N-point gravitational lens determines an unequivocal complex mapping

$$L: (C_z \setminus A) \rightarrow C_c, \quad (1)$$

from the complex plane C_z – the lens plane to the complex plane C_c – the source plane, where c is the set of complex numbers $A = \{A_n \mid A_n = a_n + b_n i, n = 1, \dots, N\}$.

The mapping (1) is specified by the complex equation

$$\zeta = z - \overline{w(z)}, \quad (2)$$

wherein

$$w = \sum_{n=1}^N m_n \frac{1}{(z - A_n)}; \quad \sum_{n=1}^N m_n = 1, \quad (3)$$

where m_n are normalized point masses of the lens, A_n are their complex coordinates [9]. Function, $z - \overline{w(z)}$ is rational, but not analytical.

Denote a set of the form (2) by ζ_N and call it a set of N-point gravitational lens equations.

The mapping (1) can be extended to unequivocal complex map by continuity

$$L: (\overline{C_z}) \rightarrow \overline{C_c}, \quad (4)$$

Note that the mapping (4) is continuous in the entire extended complex plane $\overline{C_c}$. Mapping L^{-1} inverse to the mapping (4):

$$L^{-1} : (\bar{C}_\zeta) \rightarrow \bar{C}_z, \quad (5)$$

is obviously multivalued.

Consider next a wider family of equations (3). Let $\mathfrak{R} = \{R(z, \bar{z})\}$ be a set of rational functions $\zeta = R(z, \bar{z})$ from variables z and \bar{z} . Obviously, the inclusion of $\zeta_N \subset \mathfrak{R}$ holds. The following theorem holds.

Theorem 1. Let the function $f \in \mathfrak{R}$. The function $f \in \zeta_N$ if and only if the function f is conceived of as $f = z - \overline{r(z)}$, where $r(z) = \frac{a(z)}{b(z)}$ rational function z , degree $\deg a(z) = N - 1$ and degree $\deg b(z) = N$ of polynomials $a(z)$ and $b(z)$ have leading zero coefficients, the rational function $r(z)$ has N simple poles at the points $A_n, n = 1, \dots, N$, with residues $\text{res}_{A_n} r(z)$: $0 < \text{res}_{A_n} r(z) < 1$ and $\sum_{n=1}^N \text{res}_{A_n} r(z) = 1$.

Remark 1. The set \mathfrak{R} is the set of rational, in general, not analytical functions. The set \mathfrak{R} includes as a subset the set of rational analytical functions. These are functions of the form $R = R(z)$.

2. Solution and critical set of the $\zeta = R(z, \bar{z})$ equation

Let $R = R(z, \bar{z}) \in \mathfrak{R}$. Let make some remarks about the solution of the equation

$$\zeta = R(z, \bar{z}). \quad (7)$$

Equation (7) is equivalent to a system of equations:

$$\begin{cases} \zeta = R(z, \bar{z}) \\ \bar{\zeta} = \bar{R}(z, \bar{z}) \end{cases}. \quad (8)$$

Equation (8) is equivalent to a system of polynomial equations:

$$\begin{cases} F(z, \bar{z}, \zeta) = 0 \\ \bar{F}(z, \bar{z}, \bar{\zeta}) = 0 \end{cases}. \quad (9)$$

The system of equations (9) and therefore (8) can have one-dimensional zero-dimensional – point solutions, see [6]. There are algorithms that make it possible to determine a set of zero-dimensional solutions and a set of

one-dimensional solutions [6]. Equation (7) and the systems of equations (8) and (9) have no one-dimensional solutions, if none of the resultant

$$R_z(F(z, \bar{z}, \zeta), \bar{F}(z, \bar{z}, \bar{\zeta})) \quad \text{and}$$

$$R_{\bar{z}}(F(z, \bar{z}, \zeta), \bar{F}(z, \bar{z}, \bar{\zeta}))$$

is identically zero. It is known that the family of equations ζ_N has a single one-dimensional solution – the Einstein ring.

Based on this, in considering the \mathfrak{R} family, we can restrict ourselves to functions that do not have one-dimensional solutions.

Let the mapping (4) be specified by equation (7), then following theorem holds.

Theorem 2. Let J be the Jacobian of the transformation (8), then the critical mapping set (4) is the set of solutions of the equation $|\zeta'_z| - |\zeta'_{\bar{z}}| = 0$, for the equations of the gravitational lens - the equations $|w'_z| = 1$, and for the analytical - the equations $\zeta'_z = 0$.

Remark 2. The set of solutions of the equation $\zeta'_z = 0$ is a discrete finite set.

3. Bundles and covering maps

Definition. Let M and N be topological spaces, and f a continuous mapping of the first to the second, that is $f : M \rightarrow N$. A triple of the form (M, f, N) is called a bundle and denoted by Ω . The topological space M is called the total bundle space and is denoted by $tl\Omega$, the topological space N is the base of the bundle and is denoted by $bs\Omega$, and the f map by the design map and denoted by $pr\Omega$.

Definition. The layer, of the bundle AA over point P is called its inverse image of PP .

The regular point of a bundle of Ω is called a point $b \in tl\Omega$ if it has a neighborhood of U such that the reduction of the map of the $pr\xi$ onto it is a homeomorphism onto the projection of $pr\xi(U)$. An irregular point FF is called a singular bundle point $tl\Omega$.

Definition. The bundle $\Omega = (M, f, N)$, with a discrete layer at each point, is called a covering if the thickness of all layers is the same. The thickness of the layer is called the number of sheets. The cover may have a finite or countable number of sheets. If the number of sheets is finite and equal to n , then by covering we mean the four (M, f, N, n) .

Remark 3. A mapping of the form (4) can be associated with a triple $\Omega = ((\bar{C}_\xi \setminus \Theta), L, (\bar{C}_z \setminus L(\Theta)))$, where Θ is the set of solutions of the equation $J=0$ (critical set). This triple is two-dimensional bundles over the complex plane; see [2].

Remark 4. Let the mapping (4) be given by the equation $\zeta = R(z)$, where $R(z)$ is a rational analytic function and $n = \deg R(z)$. Then (4) we can associate the covering $\Omega = ((M \setminus \Theta), L, (\bar{C}_z \setminus L(\Theta)), n)$, where M is the Riemann surface of an algebraic function that is inverse to the rational function $R(z)$.

4. Construction coverings

The covering for an algebraic function can be defined by a graph of a special form - a profile of a Riemann surface, for more details see [4], or a complex of segments, see [5].

We consider another case where the vector bundle can be defined as a cover, and the cover is described by a graph similar to the profile of a Riemann surface.

Let the vector bundle Ω be defined by equation (7). Let, in addition, the critical set of equation (7) is a closed Jordan curve. Then the one-dimensional vector bundle over the caustic can be defined before covering. Such coverings will be called simple.

Let $J = J(L)$ is the Jacobean of the map L , Θ is the set of solutions of the $J=0$ equation (critical set), $K = L(\Theta)$ is the caustic, and $Q = L^{-1}(K) = L^{-1}(L(\Theta))$ is the image of the caustic for the inverse map (full inverse image). Let hereditary topologies be given on the sets K and Q , and let F be the restriction of the map L to Q . Then $\zeta = (Q, F, K)$ is a one-dimensional bundle. For any regular point $p \in K$, the thickness of the $n = pr\xi^{-1}(p)$ layer has the evenness of the number of N and the number of n satisfies the $N+1 < n < N^2 + 1$ inequality. If the critical set is a closed Jordan curve, then the caustic is also a closed Jordan curve. In this case, the thickness of the layer is the same at all regular points, and the one-dimensional bundle can be defined before covering.

Thus, in the above terms, the following theorem holds.

Theorem 3. A set of four $\xi = (pr\xi^{-1}(K), f, K, n)$ elements, where f is the restriction of the map of F to $pr\xi^{-1}(K)$, is an n -branched covering. Cover ξ is a simple cover.

A simple cover uniquely defines a gravitational lens.

Example 1. The complex mapping of $L: C_z \rightarrow C_\zeta$ is given by the $\zeta = z^2 + 2 \cdot \bar{z}$ equation. Build a caustic, its full prototype and cover.

Decision: Jacobean: $J = 4|z|^2 - 4$. The critical set is a circle of $|z|=1$. The equation of caustics $\zeta = e^{2\varphi i} + 2e^{-\varphi i}$, $\varphi \in [0, 2\pi)$ is a hypocycloid. Equation of the full prototype of caustics is $e^{2\varphi i} + 2e^{-\varphi i} = z^2 + 2 \cdot \bar{z}$, $\varphi \in [0, 2\pi]$.

The graphs of the caustic and its full prototype are shown in Fig. 1.

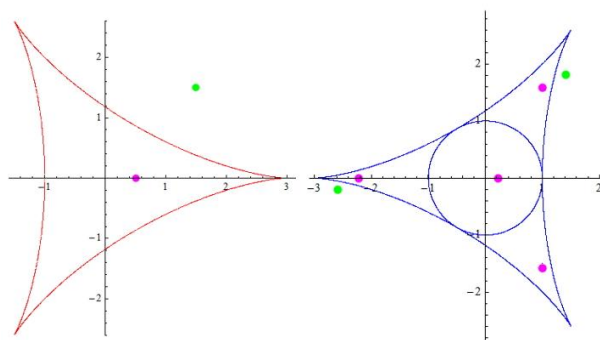


Fig. 1. Caustic graph (left). Graph of the full prototype (right). Gray dots are point sources and their images. A source located outside the caustic (light dot) has two images. The source inside the caustic (dark dot) has four images.

We construct a covering of $\xi = (M, f, N, n)$ over the caustic. The set of solutions of the $e^{2\varphi i} + 2e^{-\varphi i} = z^2 + 2 \cdot \bar{z}$, $\varphi \in [0, 2\pi]$ equation determines the covering space M . The set of solutions of the $\zeta = e^{2\varphi i} + 2e^{-\varphi i}$, $\varphi \in [0, 2\pi)$ equation determines the basis for covering the N . Design mapping $f: \zeta = z^2 + 2 \cdot \bar{z}$. The number of sheets is $n = 4$.

5. Description of coverings by graphs

The simple one-dimensional covering of $\xi = (pr\xi^{-1}(K), f, K, n)$, from Theorem 3, can be described by a graph - the covering profile.

We give the necessary definitions.

Definition. Let G_q be a flat contour with q vertices $a_j, j = 1, 2, \dots, q$, and $K_q = G_q \bigcup_{j=1}^q \pi_j$ is its union with q oriented loops of π_j (one loop at each vertex). Let π_j contour and π_j loops have a positive orientation (faces

with positive traversal remain on the left). Let the π_j loops be located outside the face of the G_q graph.

We will call the $F = K_q$ graph a wreath from q circles, and the G_q contour - the main contour of the wreath. The arcs of the main contour will be called strong arcs, and loops weak arcs.

Definition. Let K_q be a wreath from q circles. By the Π profile of the thickness of the n and the length q , we mean an n -sheet unbranched covering $\eta = (\Pi, \pi, K_q, n)$, if the restriction of the mapping of π onto the main contour of the wreath is a trivial covering.

The image of the total $tl \eta = \Pi$ space, when displaying $pr \eta = \pi$, is a wreath K_q .

This image can be considered as a directed graph.

The orientation of the arcs in the Π graph is induced by the orientation of the wreath arcs.

In the graph of Π we will distinguish two types of arcs.

Strong arcs are prototypes of arcs of the main contour.

Weak arcs are prototypes of loops.

We point out some properties of the profile. Strong arcs form n of disjoint (strong) contours, q arcs in each. Weak arcs are connected only vertices from one layer. Each vertex includes two arcs: one strong and one weak. Two arcs emanate from each vertex: one strong and one weak.

The profile has an accurate coverage of n by alternating contours of the $2q$ length, see [4].

We accept the agreement on the profile image.

We will depict a profile:

- in layers (vertices from one layer are projected into your image);

- by sheets (strong contours are depicted as n parallel segments);

- ends of parallel segments are identified.

Fig. 4 shows a profile of length 4 and thickness 3, the image of the basis loops are omitted.

6. The Building profiles

We construct the profile of the covering $\xi = (pr\xi^{-1}(K), f, K, n)$ over the caustic K .

We set a positive orientation on K . We associate the caustic K and its complete inverse image $M = pr\xi^{-1}(K)$ with the flat graphs grK and grM , respectively. The mapping associating is denoted by gr . Let caustic K have q caps. We assign the caps of the caustics and their

images to the vertices of the graphs. We assign the arcs of the graphs to the caustic arcs of their images.

The arcs of the graphs grK and grM are defined as strong. Incidence in columns is defined as hereditary. The graph grK has two faces. We will call the inner face of the graph grK that face whose boundary is positively oriented. Another facet will be called external.

We define in grM the external and internal faces.

We put in correspondence with the graph grK the wreath K_q . We supplement grK at the vertices with loops that lie in the outer face of the caustic. We set the loops to positive orientation.

We supplement the graph grM with weak arcs. The inner faces of the graph grM and their boundaries (strong contours) are left unchanged. We add weak arcs to the boundary of each outer face of the grM graph so that the boundary becomes an alternating contour of length $2q$.

The resulting graph is denoted by M_q . Let the

mapping $f_q : f_q = gr \cdot f \cdot (gr)^{-1}$. Then

$\eta = (M_q, f_q, K_q, n)$, by construction, is a covering, and this covering is a profile.

Example 2. The cover over the caustic of Example 1 can be associated with the profile of the one-dimensional cover, which is shown in Fig. 3. The construction of the profile is illustrated in Fig. 2. Profile in Fig. 3. is depicted by sheets and in layers.

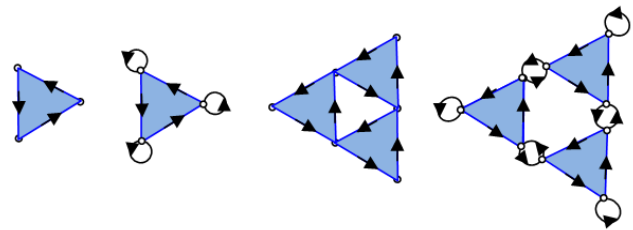


Fig. 2. From left to right, Count grK , Wreath K_q , Count grM and Count M_q . The inner edges are gray.

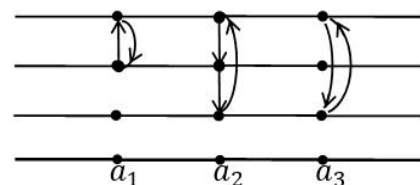


Fig. 3. The cover over the caustic of Example 1 can be associated with the profile of the one-dimensional cover, which is shown in figure.

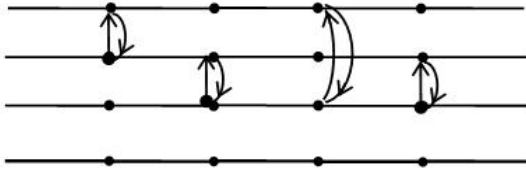


Fig. 4. The profile of length 4 and thickness 3, the image of the basis loops are omitted.

The two-dimensional covering, from Example 1, obviously, has a branch point of the first order at the point $\zeta = \infty$. The profile of this cover is shown in Fig. 4. The cover profile, in Fig. 4 has a precise coating with alternating contours.

References

1. P. Schneider, J. Ehlers, E.E. Falco. Gravitational lenses, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1999), p. 560.
2. V.A. Rokhlin, D.B. Fuks. Nachal'ny'j kurs topologii. Geometricheskie glavy, Nauka, M. (1977), 488 s.
3. R. Nevanlinna. Verhandl. Internat. Mathematiker-Kongr., Zurich, (1932), p. 221.
4. S.D. Bronza, V.G. Tairova. Teoriya funkczij, funk. analiz i ikh prilozheniya, 33, 12 (1980).
5. R. Nevanlinna, Odnoznachnye analiticheskie funkicii, GITTL, M. — L. (1941), 338 p. (in Russian)
6. S.D. Bronza, A.T. Kotvytskiy. Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University (Physics), 26, 1120, 6 (2017).
7. K. Danek, D. Heyrovsky. The Astrophysical Journal, 806, 63 (2015).
8. H.J. Witt. A&A, 236, 2, 311 (1990).
9. A.T. Kotvytskiy, V.Yu. Shablenko, E.S. Bronza. Odessa Astron. Publ., 31, 24 (2018).

PACS: 52.35.Qz, 52.35.Ra, 94.20.wf

UDC: 533.9

Drift wave turbulence and anomalous plasma diffusion in lower hybrid cavities observed in the ionosphere

D.V. Chibisov

*Physics Department, V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody sq. 4, 61022 Kharkiv, Ukraine
dmitriychibisov@karazin.ua*

ORCID: 0000-0002-6154-9772

DOI:10.26565/2222-5617-2019-31-08

In plasma of the Earth's upper ionosphere, regions with a depleted plasma density and an increased level of oscillations with a lower hybrid frequency compared to the environment were found. It was established that such plasma density cavities have cylindrical symmetry and are elongated along the geomagnetic field, so that the longitudinal dimensions significantly exceed the transverse ones. Such structures, called lower hybrid cavities, are quite stable, so that during the passage through them spacecraft do not observe significant changes in the parameters of the cavities. Thus, the nature of the change in cavities over time remains unclear. In this paper, we theoretically investigate the temporal evolution of a cavity in plasma of ionosphere. Since depletion of the plasma density is a cylindrically symmetric region, it creates a radial inhomogeneity in the plasma. In turn, the inhomogeneity of plasma leads to the development of low-frequency drift instability and a turbulent state of plasma. The anomalous plasma diffusion across the geomagnetic field resulting from the development of turbulence of drift waves of inhomogeneous plasma is considered as a mechanism for changing the cavity. In this paper the equation of plasma diffusion in cavity is solved, where the initial radial distribution of plasma density is the upside-down Gaussian. Plasma diffusion occurs radially towards the center, since the plasma density increases with increasing radial coordinate. Obtained solution of the diffusion equation gives the rate of decrease in the depth of cavity. In addition to reducing the depth of the cavity, its expansion also occurs, however, the expansion of the cavity is slower than the decrease in depth. The paper gives plots of the plasma density distribution over the radius for several time values, which show the temporal evolution of the cavity. These dependences show that in a time of the order of 1 second the cavity changes significantly, but does not completely disappear.

Keywords: ionosphere, lower hybrid cavities, drift instability, turbulence of plasma, anomalous plasma diffusion.

Турбулентність дрейфових хвиль і аномальна дифузія плазми в нижньогібридних порожнинах, що спостерігаються в земній іоносфері

Д.В. Чібісов

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

В плазмі верхньої іоносфери Землі були виявлені області з збідненою щільністю плазми і підвищеним рівнем в порівнянні з навколишнім середовищем коливань з нижньогібридною частотою. Встановлено, що такі порожнини щільності плазми мають циліндричну симетрію і витягнуті уздовж геомагнітного поля, так що поздовжні розміри значно перевищують поперечні. Такі структури названі нижньогібридними порожнинами, досить стійкі, так що при проходженні через них космічні апарати не спостерігають значних змін параметрів порожнин. Таким чином, характер зміни порожнин з плином часу залишається неясним. В цій статті ми теоретично досліджуємо часову еволюцію порожнини в плазмі іоносфери. Оскільки збіднення щільності плазми є циліндрично-симетричною областю, воно створює радіальну неоднорідність в плазмі. У свою чергу, неоднорідність плазми призводить до розвитку низькочастотної дрейфової нестійкості і турбулентного стану плазми. Аномальна дифузія плазми поперек геомагнітного поля в результаті розвитку турбулентності дрейфових хвиль неоднорідної плазми розглядається як механізм зміни порожнини. У даній роботі вирішується рівняння дифузії плазми в порожнині, де початкове радіальний розподіл щільності плазми є перевернутим гаусовим. Дифузія плазми відбувається радіально до центра, оскільки щільність плазми збільшується зі збільшенням радіальної координати. Отриманий розв'язок рівняння дифузії дає швидкість зменшення глибини порожнини. Крім зменшення глибини порожнини, також відбувається її розширення, однак розширення порожнини відбувається повільніше, ніж зменшення глибини. В роботі наведені графіки розподілу щільності плазми по радіусу для кількох значень часу, які показують часову еволюцію порожнини. Ці залежності показують, що за час порядку 1 секунди порожнина істотно змінюється, але не зникає повністю.

Ключові слова: іоносфера, нижньогібридні порожнини, дрейфова нестійкість, турбулентність плазми, аномальна дифузія плазми.

Турбулентность дрейфовых волн и аномальная диффузия плазмы в нижнегибридных пустотах наблюдающихся в земной ионосфере

Д.В.Чибисов

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, м. Свободы 4, 61022, Харьков, Украина

В плазме верхней ионосферы Земли были обнаружены области с обедненной плотностью плазмы и повышенным уровнем по сравнению с окружающей средой колебаний с нижнегибридной частотой. Установлено, что такие полости плотности плазмы имеют цилиндрическую симметрию и вытянуты вдоль геомагнитного поля, так что продольные размеры значительно превышают поперечные. Такие структуры, называемые нижнегибридными полостями, достаточно устойчивы, так что за время прохождения через них космические аппараты не наблюдают значительных изменений параметров полостей. Таким образом, характер изменения полостей с течением времени остается неясным. В этой статье мы теоретически исследуем временную эволюцию полости в плазме ионосферы. Поскольку обеднение плотности плазмы является цилиндрически симметричной областью, оно создает радиальную неоднородность в плазме. В свою очередь, неоднородность плазмы приводит к развитию низкочастотной дрейфовой неустойчивости и турбулентного состояния плазмы. Аномальная диффузия плазмы поперек геомагнитного поля в результате развития турбулентности дрейфовых волн неоднородной плазмы рассматривается как механизм изменения полости. В данной работе решается уравнение диффузии плазмы в полости, где начальное радиальное распределение плотности плазмы является перевернутым гауссовым. Диффузия плазмы происходит радиально к центру, поскольку плотность плазмы увеличивается с увеличением радиальной координаты. Полученное решение уравнения диффузии дает скорость уменьшения глубины полости. Помимо уменьшения глубины полости, также происходит ее расширение, однако расширение полости происходит медленнее, чем уменьшение глубины. В работе приведены графики распределения плотности плазмы по радиусу для нескольких значений времени, которые показывают временную эволюцию полости. Эти зависимости показывают, что за время порядка 1 секунды полость существенно меняется, но не исчезает полностью.

Ключевые слова: ионосфера, нижние гибридные полости, дрейфовая неустойчивость, турбулентность плазмы, аномальная диффузия плазмы.

Introduction

Studies of ionosphere by satellites and sounding rockets have established that in the plasma of the ionosphere there are regions with a higher level of lower hybrid oscillations compared to the surrounding plasma, which correlate with a depletion of plasma density. These regions are elongated along the geomagnetic field, so that the longitudinal dimensions much exceed the transverse ones were called lower hybrid solitary structures (LHSS), or lower hybrid cavities (LHC). Since of the high velocities of the spacecraft and small transverse dimensions of LHC, which are of the order of tens of meters, the measurement time is no more than tens of milliseconds. However, during this time, the structure has not changed much, that is the LHC is a relatively stable formation. Despite that there is a number of works to explain this phenomenon, the references to which are given in the review [1], the mechanisms of the appearance of cavities, as well as their stability, are not entirely clear. There are also no explanations for their disappearance and estimates of their lifetime.

This article discusses the problem of the time evolution and disappearance of LHC due to drift turbulence and anomalous transport of inhomogeneous plasma across the magnetic field. Drift turbulence develops due to the growth of unstable drift waves in inhomogeneous magnetized plasma, the frequency of which is much lower than the ion cyclotron frequency. This turbulence has long been a serious problem in plasma confinement in studies of controlled thermonuclear fusion, since it led to anomalous plasma

diffusion across the magnetic field. We consider the same turbulence as a candidate for the role of the mechanism leading to the diffusion of plasma in the cavity and filling it with plasma.

Measurements showed that the cavities have cylindrical symmetry, and therefore, an analysis of turbulence, as well as diffusion processes in the LHC plasma, should be carried out using the model of cylindrical waves. Such a model developed in our works [2-5] was used in [6] for LHC conditions in plasma. In [6], we considered both linear and nonlinear stages of drift instability for cavities, found the level of turbulence in the LHC, and previously investigated the temporal evolution of plasma density in the cavity due to anomalous transport through the magnetic field caused by drift turbulence.

In this work, the anomalous plasma diffusion caused by drift turbulence is studied in detail. We give here the procedure for solving the diffusion equation for the characteristic distribution of the plasma density over the radius and give a graphic illustration of the evolution of the distribution of the plasma density of the cavity.

Drift wave turbulence in lower hybrid cavities

We first briefly consider the conditions in LHC under which anomalous plasma diffusion across the magnetic field occurs. Observations showed that the plasma density distribution in LHC has the form of an upside-down Gaussian distribution [1], which can be described by the equation

$$n(r) = n_0 \left(1 - a \exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right) \right), \quad (1)$$

In (1) n_0 is the plasma density in the environment, a is the depth of the cavity, r_0 is the length of the plasma density inhomogeneity. The main plasma parameters in the cavity are [6]: electron temperature $T_e \sim 0.3eV$, non-uniformity parameter $r_0 / \rho_s \geq 3$, where $\rho_s^2 = \rho_{Ti}^2 (T_e / T_i)$ and ρ_{Ti} is the thermal Larmor radius of ions, $r_0 \geq 50m$, geomagnetic field magnetic induction $B_0 \sim 0.2Gs$. Inhomogeneity of the plasma along the radius in the cavity leads to the appearance of a low-frequency drift instability, the frequency and growth rate of which is [6]:

$$\begin{aligned} \omega_m(k) &= \frac{m\omega_{e*}}{1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2}, \\ \gamma_m(k) &= \omega_m(k) \frac{\sqrt{\pi} z_{e0} \exp(-z_{e0}^2)}{1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Evaluation shows [6] that at altitudes of up to 1000 km where the main ion component is the singly ionized oxygen, the frequency of the drift oscillations in LHC is of the order of 3-5 Hz, whereas at the altitudes of 1500-2000 km, where the main ion component is protons, the frequency is of the order of 7-9 Hz. The growth time of instability, which is equal to $\gamma_m^{-1}(k)$, is estimated as 0.5–1.5 s.

An analysis of the nonlinear stage of drift instability showed [6] that in LHC the short wavelength part of the drift oscillating spectrum with $k_{\perp}^2 \rho_s^2 > 1$ damped nonlinearly and disappears, whereas long wavelength part of the spectrum at $k_{\perp}^2 \rho_s^2 < 1$ grows nonlinearly. The saturation level of the drift turbulence was estimated as [6]

$$\frac{W}{n_0 T_i} \approx \frac{\rho_s^2}{r_0^2}. \quad (3)$$

Anomalous diffusion of plasma in lower hybrid cavities

Due to drift turbulence in the plasma of LHC, the distribution of the density of the plasma components along the radius changes, and is governed by the diffusion equation

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_{\perp} \frac{\partial n}{\partial r} \right), \quad (4)$$

where D_{\perp} is the diffusion coefficient across the magnetic field. Note that the diffusion coefficients of electrons and ions are equal, $D_{e\perp} = D_{i\perp} = D_{\perp}$, so that the diffusion is ambipolar. For the level of turbulence of (3) we have [6]

$$D_{\perp} = \frac{c T_e \rho_s}{e B_0 r_0}. \quad (5)$$

The equation (4) gives diffusion of plasma in the direction of axis of LHC, since the plasma density increases from the center.

To solve the equation (4) we introduce the notation $4D_{\perp} = D$ and rewrite them as

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r^2} \left(r^2 D \frac{\partial n}{\partial r^2} \right). \quad (6)$$

Take the Laplace transform of (6) by multiplying both sides by $\exp(-pr^2)$ and integrate over r^2

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_0^{\infty} n(r,t) e^{-pr^2} dr^2 \right) = \int_0^{\infty} e^{-pr^2} \frac{\partial}{\partial r^2} \left(r^2 D \frac{\partial (r,t)}{\partial r^2} \right) dr^2.$$

Denote

$$N = N(p,t) = \int_0^{\infty} n(r,t) e^{-pr^2} dr^2 \quad (7)$$

which is the Laplace transform for plasma density by the squared radial coordinate. Then we get the equation

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \int_0^{\infty} e^{-pr^2} \frac{\partial}{\partial r^2} \left(r^2 D \frac{\partial n}{\partial r^2} \right) dr^2. \quad (8)$$

Now we integrate the right side of (8) by parts twice and obtain:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -p \int_0^{\infty} n \left(-p e^{-pr^2} r^2 D + e^{-pr^2} \frac{\partial}{\partial r^2} (r^2 D) \right) dr^2.$$

Assume that the diffusion coefficient does not depend on the radius, and then this equation is simplified

$$\frac{\partial N}{\partial t} = p^2 D \int_0^{\infty} n e^{-pr^2} r^2 dr^2 - p D N. \quad (9)$$

For the first term in (9), we use differentiation by parameter

$$p^2 D \int_0^\infty n e^{-pr^2} r^2 dr^2 = -p^2 D \frac{\partial}{\partial p} \left(\int_0^\infty n e^{-pr^2} dr^2 \right) = -p^2 D \frac{\partial N}{\partial p} \quad (10)$$

$$N(p, t) = \frac{1}{p} g \left(t + \frac{1}{Dp} \right). \quad (17)$$

As a result, the eq. (9) for $N(p, t)$ becomes

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -p^2 D \frac{\partial N}{\partial p} - pDN,$$

or

$$\frac{\partial N}{\partial t} + p^2 D \frac{\partial N}{\partial p} = -pDN. \quad (11)$$

To solve the partial differential equation (11), we use the method of characteristics. First integral of the eq. (11) is found from the characteristic equation

$$\frac{dt}{1} = \frac{dp}{Dp^2}. \quad (12)$$

The solution of eq. (12), i.e. the first integral of eq. (11) is

$$u = t + \frac{1}{Dp}. \quad (13)$$

To obtain the second integral of (11) rewrite it as

$$\frac{\partial N}{\partial t} + p^2 D \frac{\partial N}{\partial p} = -pDN \frac{\partial N}{\partial N}.$$

Then the second characteristic equation for (11) is

$$\frac{dp}{p} = -\frac{dN}{N}. \quad (14)$$

Thus the second integral is

$$v = Np. \quad (15)$$

First and second integrals yield a general solution of (11):

$$v = g(u), \quad (16)$$

where g is an arbitrary function. Substituting (13) and (15) into (16) we obtain

$$Np = g \left(t + \frac{1}{Dp} \right),$$

or

Now we take into account the initial dependence (i. e. at $t = 0$) of plasma density on the radius (1). Solving the diffusion equation (11), we consider only second term in (1), since the first does not depend on either time or coordinate. Thus we study the evolution of the distribution

$$n(r) = n_0 a e^{-\frac{r^2}{2r_0^2}}. \quad (18)$$

Find the Laplace transform of (18)

$$N_0(p) = n_0 a \int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{2r_0^2}} e^{-pr^2} dr^2 = \frac{n_0 a}{p + \frac{1}{2r_0^2}}, \quad (19)$$

and substitute it into (17) where we assume $t = 0$. Thereby we find the function $N_0(p)$ for the initial moment of time

$$N_0(p) = \frac{n_0 a}{p + \frac{1}{2r_0^2}} = \frac{1}{p} g \left(\frac{1}{Dp} \right). \quad (20)$$

Thus we found the explicit form of the function g (16):

$$g(x) = \frac{n_0 a}{1 + \frac{D}{2r_0^2} x}. \quad (21)$$

Substitute into (21) instead of x the value

$$x = t + \frac{1}{Dp},$$

that yields time dependence of $N(p, t)$:

$$N(p, t) = \frac{1}{p} \frac{n_0 a}{1 + \frac{D}{2r_0^2} \left(t + \frac{1}{Dp} \right)},$$

or, otherwise

$$N(p, t) = \frac{n_0 a}{\left(1 + \frac{D}{2r_0^2} t \right)} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{2r_0^2 \left(1 + \frac{D}{2r_0^2} t \right)}}. \quad (22)$$

To obtain the dependency $n(r,t)$, we take the inverse Laplace transform for $N(p,t)$ (22):

$$n(r,t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{s-i\infty}^{s+i\infty} N(p,t) e^{pr^2} dp = \frac{n_0 a}{\left(1 + \frac{D}{2r_0^2} t\right)} e^{-\frac{r^2}{2r_0^2} \left(1 + \frac{D}{2r_0^2} t\right)^{-1}}. \quad (23)$$

Now in (23) we back to the original diffusion coefficient $D = 4D_{\perp}$ and obtain

$$n(r,t) = \frac{n_0 a}{\left(1 + \frac{2D_{\perp}}{r_0^2} t\right)} e^{-\frac{r^2}{2r_0^2} \left(1 + \frac{2D_{\perp}}{r_0^2} t\right)^{-1}}. \quad (24)$$

Finally, we get the dependence of plasma density in the cavity on the radius and on time as [6]

$$n(r,t) = n_0 \left(1 - \frac{a}{\left(1 + \frac{2D_{\perp}}{r_0^2} t\right)} e^{-\frac{r^2}{2r_0^2} \left(1 + \frac{2D_{\perp}}{r_0^2} t\right)^{-1}} \right). \quad (25)$$

Equation (25) determines the temporary change in the depth of the cavity

$$a(t) = \frac{a}{\left(1 + \frac{2D_{\perp}}{r_0^2} t\right)}, \quad (26)$$

as well as its root mean square radial size

$$\sigma(t) = r_0 \sqrt{1 + \frac{2D_{\perp}}{r_0^2} t}. \quad (27)$$

From equation (26) we obtain the time to decrease the depth of the cavity by a factor of $k = a/a(t)$ [6]:

$$t_k = \frac{(k-1)}{2D_{\perp}} r_0^2 \approx 0.25(k-1) \quad (28)$$

as well as from equation (27) the root mean square radial size of the cavity over the time t_k :

$$\sigma(t) = r_0 \sqrt{k} \quad (29)$$

Thus, if the depth of the cavity decreases by a factor of k , then its transverse dimension increases by a factor

of \sqrt{k} , so that anomalous diffusion leads not only to a decrease in the depth of the cavity, but also to its expansion, however at a lower rate.

Figure 1 shows the temporal evolution of the plasma density distribution over the radius, where dependence (25) is plotted for several time values: $t_0 = 0s, t_1 = 0.25s, t_2 = 0.5s, t_3 = 0.75s, t_4 = 1s$ at initial cavity depth $a = 0.6$. The diffusion coefficient for the plasma parameters given in the first section is $D_{\perp} = 5 \cdot 10^7 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Figure 1 shows that the cavity disappears in a time longer than 1 second.

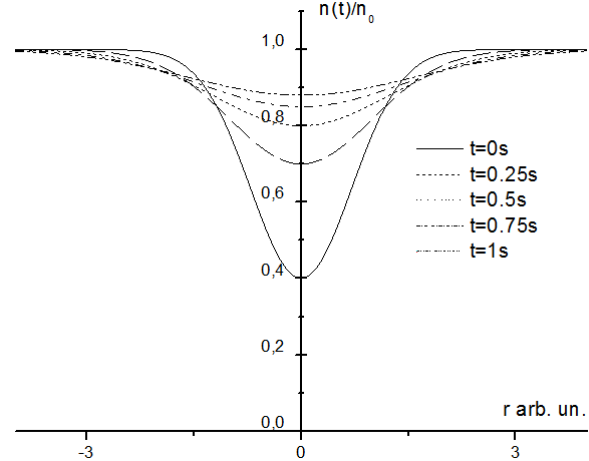


Fig. 1. The dependence of plasma density in cavity on the radius for several moments of time

Conclusions

Radial inhomogeneity of the plasma density and temperature in the plasma of LHC leads to the development of the drift instability and drift turbulence of plasma in the cavity. In turn, drift turbulence causes an anomalous diffusion of the plasma across the magnetic field, which leads to the disappearance of the cavity, and the cavity disappearance time exceeds 1 s.

References

1. P.W. Schuck J. W. Bonnell, P. M. Kintner IEEE Trans. Plasma Sci. 2003. vol. 31, №6, p. 1125-1177.
2. D.V. Chibisov, V.S. Mikhailenko, K.N. Stepanov. Phys. Lett. A. 1991. Vol.157. P.141-145.
3. V.S. Mikhailenko, K.N. Stepanov, D.V. Chibisov. Soviet Journal of Plasma Physics. 1991, vol.17. №10, p.710-716.
4. V.S. Mikhailenko, K.N. Stepanov, D.V. Chibisov. Plasma Phys. Control. Fusion. 1992, v.34, №1, p. 95-117.
5. V.S. Mikhailenko, K.N. Stepanov, D.V. Chibisov. Plasma Phys. Rep. 1995, vol.21. №12, p.141-150.
6. N.A. Azarenkov, D.V. Chibisov, Problems of Atomic Science and Technology. – 2018. – №6. Pp. 117-120

PACS: 05.45.Xt, 74.50.+r, 85.25.Cp

UDC: 537.312.62

Coherent emission from the stack of Josephson junctions with the non-uniform inductive interaction

O.M. Grib¹, O.L. Samsonik¹, R.V. Sukhov²

1 Physics Department, V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody sq. 4, 61022 Kharkiv, Ukraine

*2 Department of Physics and Energy, Kharkiv V. N. Karazin National University, Svobody sq. 6, 61022 Kharkiv, Ukraine
alexander.gryb@googlemail.com*

ORCID: 0000-0001-5772-9861, 0000-0002-3174-776X, 0000-0001-6952-6332

DOI:10.26565/2222-5617-2019-31-09

During last decade, considerable efforts were made to achieve coherent emission from stacks of many Josephson junctions. It is known that strong emission from a junction in the presence of external magnetic field appears at the so-called Fiske steps in the IV-characteristic at voltages which correspond to frequencies of geometrical resonances. However, it is possible to obtain resonant steps in long junctions without external magnetic field. The periodical movement of fluxons is excited due to some disorder in the distribution of critical currents along junctions. The so-called zero-field steps are formed in the IV-curve due to the interaction of fluxons with oscillations of voltage at Josephson frequencies. We investigated numerically IV-characteristics and the dependence of the average square of ac voltage at the end of the stack of two long Josephson junctions on the average voltage. Junctions interacted inductively with each other. We introduced not only the Gaussian distribution of critical currents along junctions but also the Gaussian distribution of coefficients of the interaction between junctions (mutual inductances). Zero-field steps in the IV-characteristic were found at voltages which corresponded to frequencies of in-phase collective modes in the stack as well as to frequencies of uncoupled junctions. Zero-field steps appeared in the hysteretic region of the IV-curve. There appeared also jumps of voltage from the resistive branch to the zero-field step. We showed that there existed distributions of mutual inductances along junctions which provided jumps to voltages at which the average square of ac voltage at the end of the stack (which is proportional to power of emission) was larger than that for the stack with the uniform distribution of mutual inductances.

Keywords: coherent emission, zero-field steps. Josephson junctions, inductive interaction.

Когерентна емісія пачок контактів Джозефсона з неоднорідною індуктивною взаємодією

О.М. Гриб, О.Л. Самсонік, Р.В. Сухов

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, м. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

Протягом останнього десятиліття значні зусилля були зроблені для досягнення когерентної емісії пачок багатьох контактів Джозефсона. Відомо, що сильна емісія від одного контакту в присутності зовнішнього магнітного поля досягається на так званих сходинках Фіске на вольт - амперній характеристиці при напругах, які відповідають частотам геометричних резонансів. Однак, можливо отримати резонансні сходинки в довгих контактах без зовнішнього магнітного поля. Періодичний рух флюксонів збуджується завдяки деякій неупорядкованості в розподілі критичних струмів вздовж контактів. Так звані сходинки нульового поля формуються на вольт - амперній характеристиці завдяки взаємодії флюксонів з осциляціями напруги на джозефсонівських частотах. Ми чисельно дослідили вольт-амперні характеристики та залежність усередненого квадрату змінної напруги на кінці пачки двох довгих контактів Джозефсона від усередненої напруги. Контакти взаємодіють індуктивно один з одним. Ми ввели не тільки гаусівський розподіл критичних струмів вздовж контактів, але також гаусівський розподіл коефіцієнтів взаємодії між контактами (взаємних індуктивностей). Сходинки нульового поля на вольт-амперній характеристиці були знайдені при напругах, які відповідають частотам як синфазних колективних мод у пачці, так і частотам відокремлених один від одного контактів. Сходинки нульового поля з'явилися у гістерезисному регіоні вольт-амперної характеристики. Стрибки напруги з резистивної гілки на сходинку нульового поля виникли на вольт-амперній характеристиці. Ми показали, що існують розподіли взаємних індуктивностей вздовж контактів, які забезпечують стрибки до напруг, при яких усереднений квадрат змінної напруги на кінці контакту (який пропорційний потужності емісії) є більшим, ніж для пачки з однорідним розподілом взаємних індуктивностей.

Ключові слова: когерентна емісія, сходинки нульового поля, контакти Джозефсона, індуктивна взаємодія.

Когерентная эмиссия пачек контактов Джозефсона с неоднородным индуктивным взаимодействием

А.Н. Гриб, А.Л. Самсоник, Р.В. Сухов

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, м. Свободы 4, 61022, Харьков, Украина

На протяжении последнего десятилетия были приложены значительные усилия для достижения когерентной эмиссии пачек многих джозефсоновских переходов. Известно, что сильная эмиссия от одного перехода в присутствии внешнего магнитного поля достигается на так называемых ступеньках Фиске на вольт - амперной характеристике при напряжениях, которые соответствуют частотам геометрических резонансов. Однако, возможно получить резонансные ступеньки в длинных контактах без внешнего магнитного поля. Периодическое движение флюксонов возбуждается благодаря некоторой неупорядоченности распределения критических токов вдоль переходов. Так называемые ступеньки нулевого поля формируются на вольт - амперной характеристике благодаря взаимодействию флюксонов с осцилляциями напряжения на переходах. Мы численно исследовали вольт - амперные характеристики и зависимость среднего квадрата переменного напряжения на конце пачки из двух длинных джозефсоновских переходов от усреднённого напряжения. Переходы индуктивно взаимодействуют друг с другом. Мы ввели не только гауссово распределение критических токов вдоль переходов, но также и гауссово распределение коэффициентов взаимодействия между переходами (взаимных индуктивностей). Ступеньки нулевого поля на вольт - амперной характеристике были найдены при напряжениях, которые соответствуют частотам как синфазных коллективных мод в пачке, так и частотам разъединённых переходов. Ступеньки нулевого поля появились в гистерезисном регионе вольт - амперной характеристики. Также на вольт - амперной характеристике возникли скачки напряжения с резистивной ветви на ступеньку нулевого поля. Мы показали, что существуют распределения взаимных индуктивностей вдоль переходов, которые обеспечивают прыжки к тем напряжениям, при которых средний квадрат переменного напряжения на конце перехода (он пропорционален мощности эмиссии) больше, чем для пачки с неоднородным распределением взаимных индуктивностей.

Ключевые слова: когерентная эмиссия, ступеньки нулевого поля, джозефсоновские переходы, индуктивное взаимодействие.

1. Introduction

One of the most important applications of the ac Josephson effect is the development of powerful emitters of high-frequency radiation from many Josephson junctions. To achieve this aim, special schemes of high-frequency connections between junctions were applied [1]. One of these schemes is based on the use of coherent modes in the stack of junctions placed in external magnetic field which is parallel to the interfaces of layers [2]. If the thickness of each of the superconducting layers q is larger than two London depths of penetration of magnetic field in these layers λ_L , junctions are separated and voltages over different junctions oscillate independently. However, if $q < 2\lambda_L$ then circulated currents of neighbor junctions in each of the superconducting layers are superposed and junctions interact with each other. Due to this interaction, oscillations of voltages on individual junctions are transformed to normal modes just like it appears in coupled pendula, coupled LC-circuits or vibrations of atoms in the solid [2]. Amongst these normal modes there always is the so-called in-phase mode, i.e. the mode in which all voltages over junctions oscillate in-phase. This in-phase mode interacts with standing waves which appear at frequencies of geometrical resonances of the system and as a result of this interaction resonant Fiske-like steps appear in IV-characteristic of the stack [2, 3]. There is strong coherent emission from the stack at these steps.

Further investigations of coupled junctions in a stack showed that magnetic field is not required for the formation of coherent modes as well as for the formation

of resonant steps [4, 5]. In junctions with inhomogeneous distribution of critical currents, interacting circulated currents appear due to different drops of voltages in neighbor parts of the same junctions, and normal modes are excited in the stack [5]. Resonant steps in the IV-characteristics in this case are called zero-field steps [6, 7]. There is also strong emission at zero-field steps which correspond to the coupling of the in-phase mode with standing waves [4].

In the present paper we investigate the formation of zero-field steps in IV-curves of the stack of two long junctions (i.e. junctions which have the length that is larger than the Josephson length of penetration of magnetic field) in the presence of the disorder of both critical currents and coefficients of the interaction between circulated currents in the stack. It was shown that these coefficients can be described as mutual inductances L_f between junctions [4]. We show that in such a system there are as collective modes of voltage oscillations as modes of non-coupled voltage oscillations. Jumps of voltage from the resistive branch to the zero-field step appear in the hysteretic region of IV-characteristic. We show that there exist some distributions of L_f along junctions which provide jumps to voltages at which coherent emission is stronger than that for the stack with the uniform distribution of L_f .

2. The model

For calculations we used the scheme of two inductively interacting long Josephson junctions which was described elsewhere [4, 5, 8], so here we give only its brief description. According to this scheme, each of long

junctions with indices $i=1, 2$ is divided to n segments. Junctions in segments are described by the capacitively and resistively shunted model, so each of these junctions has its own capacitance C_{ij} , the resistance R_j and the source of Josephson current $I_{cj} \cdot \sin \phi_{ij}$ (here $j=1 \dots n$ is the number of the segment and ϕ_{ij} is the difference of the phase of the order parameter across the junction with indices i and j). Junctions are connected by inductances L in such a way that the relation $c^2 LC_{av} = \xi^2$ is valid (here c' is the velocity of light in the long junction, C_{av} is the averaged capacitance and ξ is the linear size of the segment). Segments of different long junctions interact with each other by means of mutual inductances $L_{\bar{j},j-1,j}$, where indices $j-1$ and j relate to the segment between junctions with these indices. Then dynamic equations describing the behaviour of each of the phase difference ϕ_{ij} together with magnetic flux quantization conditions are as follows:

$$\alpha_{i,j} \frac{d^2 \phi_{i,j}}{dt^2} + \beta_{i,j} \frac{d \phi_{i,j}}{dt} + I_{ci,j} \sin \phi_{i,j} = I_b - I_{i,j-1,j} + I_{i,j,j+1}, \quad (1)$$

$$L I_{1,j-1,j} - L_{f2,j-1,j} I_{2,j-1,j} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} [\phi_{1,j-1} - \phi_{1,j}], \quad (2)$$

$$-L_{f1,j-1,j} I_{1,j-1,j} + L I_{2,j-1,j} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} [\phi_{2,j-1} - \phi_{2,j}], \quad (3)$$

where $I = 1, 2; j = 1 \dots n, \alpha = \Phi_0 C_{i,j} / (2\pi), \beta_{i,j} = \Phi_0 / (2\pi R_{i,j})$ with Φ_0 is the quantum of magnetic flux, $I_{i,j-1,j}$ are circulating currents flowing between junctions with indices $i,j-1$ and i,j . Equations (1)-(3) must be supplemented with two pairs of boundary conditions (one pair for each of the long junctions), so we added two more fictive segments with indices $j=0, n+1$ at edges of each of the long junctions and stated boundary conditions for the transmission line with open ends:

$$I_{i,0,1} = 0; I_{i,n,n+1} = 0, i=1, 2. \quad (4)$$

The system of equations (1)-(4) is different from that which we used in our previous calculations [4, 5, 8]. Due to inequality of coefficients $L_{\bar{j},j-1,j}$, phase differences ϕ_{ij} obtain additions besides additions due to inequality of critical currents and resistances of segments. It is precisely the influence of such additions on IV-

characteristic of the system and its emission that is investigated in the present paper.

We calculated values of averaged voltages over the system

$$V = \frac{1}{M \cdot n} \frac{\Phi_0}{2\pi} \left\langle \sum_{j=1}^n \left(\frac{d\phi_{1,j}}{dt} + \frac{d\phi_{2,j}}{dt} \right) \right\rangle \quad (5)$$

with $M=2$ is the quantity of long junctions and angle brackets mean averaging on time. The averaged square of voltage U^2_1 at the left end of the system (which is proportional to the power of emission from this end) is equal to

$$U^2_1 = \frac{\Phi_0}{2\pi} \left\langle \left[\left(\frac{d\phi_{1,1}}{dt} - \langle V_{1,1} \rangle \right) + \left(\frac{d\phi_{2,1}}{dt} - \langle V_{2,1} \rangle \right) \right]^2 \right\rangle, \quad (6)$$

where $\langle V_{1,1} \rangle = (\Phi_0 / 2\pi) \langle d\phi_{1,1} / dt \rangle$ is the average voltage over the junction with indices $i=1, j=1$. Note that for the averaged square of voltage at the right end of the system one should change indices 1,1 and 2,1 to 1,n and 2,n in the right part of Eq. (6).

We solved the system (1)-(4) by the method of Runge-Kutta. Values of $I_{ci,j}$ and $L_{fj,j-1,j}$ were set randomly with the use of Gaussian distribution with different values of the mean-square-root deviation $\sigma_I = \delta_r I_{c0}$ and $\sigma_L = \delta_L L_{f0}$ with I_{c0} and L_{f0} are averaged values of critical currents and mutual inductances, correspondingly, so Values of resistances $R_{i,j}$ were calculated from the expression $R_{i,j} = V_c / I_{ci,j}$, where V_c is the characteristic voltage set the same for all segments. In the following consideration we will use normalized units $u^2_1 = U^2_1 / V_c^2$ for the averaged square of voltage U^2_1 at the left end of the system, $v = \langle V \rangle / V_c$ for the averaged voltage over the junction and $i_b = I_b / I_{c0}$ for the bias current.

For calculations we set the length of the system $D = 6 \cdot 10^{-5}$ m, the fictive width of the system $W = 1 \cdot 10^{-4}$ m, the critical current density $J_c = 4 \cdot 10^6$ A/m² and the characteristic voltage $V_c = 2 \cdot 10^{-3}$ V. The obtained critical current of the system is equal to $I_{ctot} = n \cdot I_{c0} = 24$ mA. Then we set the capacitance per unit square $C_{us} = \epsilon_0 \cdot \epsilon / d$, where $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ F/m, $\epsilon = 2$ and the thickness of the barrier $d = 2 \cdot 10^{-9}$ m. The average value of the velocity of light in the long junction c' was obtained with the use of the expression $c' = c_0 \cdot [d / (\epsilon \cdot q)]^{1/2}$ [6], where c_0 is the velocity of light in vacuum and $q = 2 \cdot \text{cth}(z / \lambda_L) + d$ with z is the thickness of the superconducting layer λ_L is the London depth of penetration. We used $z = 2 \cdot 10^{-8}$ m and $\lambda_L = 4 \cdot 10^{-8}$ m and obtained $c' = 2.265 \cdot 10^7$ m/sec. Then we divided the long junction to n segments and obtained the set of parameters of segments such as ξ, L, I_{c0} etc. The averaged value of the mutual inductance was equal to $0.35 \cdot L$.

3. Results and Discussion

The IV-characteristic for the system with random distributions for critical currents $\delta_I = 10^{-6}$ and $\delta_L = 0.3$ for values of $L_{f,j}$ is shown in Fig. 1. It is seen that there are a set of zero-field steps in the IV-characteristic. Steps at $v_{p=1}=0.2$ and $v_{p=2}=0.4$ correspond to the first ($p=1$) and the second ($p=2$) geometrical resonances in the system $v_p=(\Phi_0 \cdot c' \cdot p)/(2 \cdot D)$, whereas steps at $v_{p=1,s}=0.24$, $v_{p=2,s}=0.49$ and $v_{p=3,s}=0.49$ correspond to in-phase resonances of normal modes at steps with $p=1$, $p=2$ and $p=3$, correspondingly. Positions of steps we marked by arrows in Fig. 1. Equations for positions of these zero-field steps are as follows: $v_{p,s}=v_p/[1-(L_{p0}/L)]^{1/2}$ [4]. Thus, collective modes as well as non-coupled modes exist in the system. It is interesting to note that instead of the step at $v_{p=2,s}=0.49$ there exists the long jump to smaller voltages. This jump appears because of the hysteretic behavior of the IV-curve in the region of the zero-field step at the backward movement of the bias current [8]. Jumps in the IV-curve as well as steps show the presence of resonance particularities.

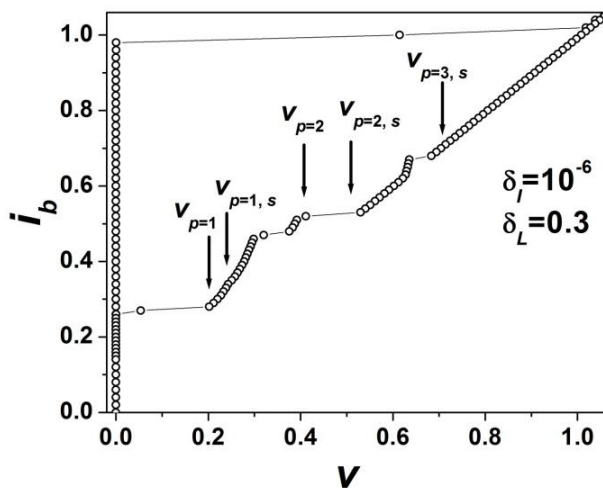


Fig. 1. The IV-characteristic of the stack of two Josephson junctions with the Gaussian distributions $\delta_I = 10^{-6}$ and $\delta_L = 0.3$. Arrows show positions of zero-field steps.

The averaged square of voltage at the left end of the system for $n=60$, $\delta_I = 10^{-6}$ and $\delta_L = 0$ is shown in Fig. 2 (triangles). We also showed data (circles in Fig. 2) obtained for fourteen different random realizations of the stack with $\delta_L = 0.3$ but with the same relief of the distribution of bias currents along junctions calculated only one time with $\delta_I = 10^{-6}$. Maxima in Fig. 2 correspond to $v_{p=1}=0.2$, $v_{p=2}=0.4$, $v_{p=1,s}=0.24$, $v_{2,s}=0.49$ and $v_{3,s}=0.72$ that is characteristic of the in-phase synchronization. It is important to note that for junctions in the stack the mean Josephson length of penetration of magnetic field λ_J is equal to $1.9 \cdot 10^{-5}$ m, so the condition $D > \lambda_J$ is valid. The so-called Fulton-Dynes mechanism of the movement of

fluxons appears at frequencies of geometrical resonances [9]. The coherent movement of fluxons in stack of junctions in magnetic field was considered in Ref. [10]. In our calculations maxima of u^2_1 at $v_{p,u}$ in Fig. 2 correspond to the interaction of fluxons with the collective modes without magnetic field.

It is seen from Fig. 2 that due to randomization of mutual inductances the large zero-field step at $v_{p=2,s}=0.49$ can be shown in full. Maxima of u^2_1 for some realizations of the random distribution of mutual inductances are higher than those for $\delta_L = 0$ (see Fig. 2). This does not mean that there exist random realizations of mutual inductances which provide stronger emission at this zero-field step than that for the case $\delta_L = 0$. Due to the hysteresis of the IV-curve in the range of the zero-field step, there is the jump of voltage from the resistive branch to some voltage of the zero-field step. The value of this voltage was up to now considered as arbitrary. However, our data showed that at some distributions of mutual inductances jumps of voltage appeared to the very top of the zero-field step. Objective laws of jumps of voltage at zero-field steps should be investigated in details in further investigations for obtaining of maximal emission from the stack.

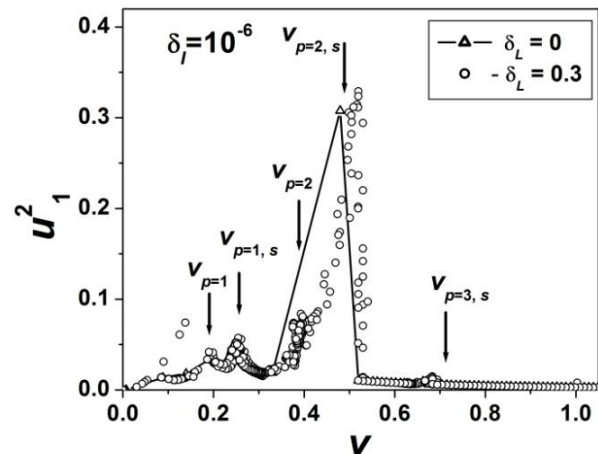


Fig. 2. The dependence u^2_1 on the normalized averaged voltage for the system with $\delta_I = 10^{-6}$ and $\delta_L = 0$ (triangles, solid line) and for fourteen realizations with $\delta_I = 10^{-6}$ and $\delta_L = 0.3$ (circles). Arrows show positions of zero-field steps.

Conclusions

In the present paper we investigated IV-characteristics and the averaged square of ac voltage at the edge of the stack u^2_1 of two long Josephson junctions with the random inductive interaction between junctions. Values of u^2_1 are proportional to power of emission. We found zero-field steps in the IV-characteristic of the stack. These zero-field steps correspond to the first, second and third geometrical resonances in the system. We calculated values of u^2_1 at different random distributions of the

parameter of the inductive interaction along junctions. We found that there are distributions of mutual inductances at which values of u^2_1 at zero-field steps are large than those for the homogeneous distribution of mutual inductances.

References

1. K. K. Likharev. Dynamics of Josephson junctions and circuits, Gordon and Breach, Philadelphia. (1991), 750 p.
2. S. Sakai, A. V. Ustinov and H. Kohlstedt, A. Petraglia and N. F. Pedersen, Phys. Rev. B, 50, 12905 (1994).
3. R. Kleiner, P. Müller, H. Kohlstedt. N. F. Pedersen, S. Sakai, Phys. Rev.B, 50, 3942 (1994).
4. Alexander Grib, Paul Seidel and Masayoshi Tonouchi, Supercond. Sci. Technol., 30, 014004 (2017).
5. Alexander Grib and Paul Seidel. IEEE Trans. Appl. Supercond. 26, №3, 1801004 (2016).
6. Antonio Barone, Gianfranco Paternò. Physics and applications of the Josephson effect, John Wiley and sons, New York. (1982), 529 pp.
7. C. Camerlingo, M. Russo, R. Vaglio, J. Appl. Phys., 53, 7609 (1982).
8. Alexander Grib, Sergiy Savich, Ruslan Vovk, Volodymyr Shaternik, Andrii Shapovalov, Paul Seidel. IEEE Trans. All. Supercond. 28, № 7, 1801106 (2018).
9. T. A. Fulton and R. C. Dynes. Solid State Commun., 12, 57 (1973).
10. N. F. Pedersen and S. Madsen. Supercond. Sci. Technol., 17, №5, pp.S117 (2004).



Physics faculty seminar

The purpose of the seminar is to inform colleagues about the research results, current scientific publications, recent achievements in physics; discussing the prospects for joint research, strengthening the interaction between the theoretical and experimental links of the faculty, and the possibilities of more efficient use of experimental equipment.

Colleagues from other universities and research institutes are invited to report.

Please send applications to the report at olena.m.savchenko@gmail.com. In the application it is necessary to specify the regalia of the speaker, the place of work, the contact phone number, the title of the report, the desired date. Reports are accompanied by a computer presentation. Simultaneously with the application, the speaker must submit abstracts (abstract) in English for publication in The Journal of V.N. Karazin Kharkiv National University "Physics series".

Below are abstracts of reports of 2019 year.

January 23

Традиційні і нетрадиційні магнетооптичні ефекти в фізичних експериментах

М.Ф. Харченко

*B.Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, 47 Nauky Ave.,
Kharkiv, 61103, Ukraine*

February 27

Photometry of asteroids

V.G. Shevchenko

V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody sq. 4, 61022 Kharkiv, Ukraine

Photometry is one of the most productive techniques of investigations of physical properties of small Solar system bodies. This technique is successfully used for asteroids for a long time. A big massive of various data for many thousand asteroids is obtained with this method and a correctness of these data is confirmed by space missions for some of asteroids. The primary information obtained from single photometric observations of an asteroid is the absolute magnitude that allows to make an estimation of the object size. This is widely applied first of all to the newly discovered

asteroids, particularly for potentially hazardous ones that may come into collision with the Earth. Long-term photometric observations allow obtaining a lightcurve of an asteroid to determine its rotational period, direction of rotational axis in the space, shape of the body, and optical properties of surface. At present the rotational periods for about seventeen thousand asteroids were determined and about three hundred of binary asteroid systems were found for last ten years. More than one thousand positions of rotational axes and reconstruction shapes of asteroids were obtained from an analysis of the lightcurves, occultation silhouettes and direct images. Also new effects in the light scattering by asteroid surfaces were discovered, and it was proposed some new functions for determination of an asteroid absolute magnitude and for the ephemerid computation of the apparent magnitude. The main directions of asteroid photometry for the nearest years can be summarized as following: study of the rotational characteristics of the asteroid groups and families (rotation periods, coordinates of poles, YORP-effect, etc.); observations of the lightcurves for the selected asteroids for modeling their shape; ground-base photometric observations in support of radar research and space missions; search for binary and multiple systems, especially in the outer part of the main-belt; obtaining high-precision magnitude-phase dependencies of main-belt asteroids and NEAs to study the optical properties of their surfaces and to verify approximation functions used for determination of absolute magnitude.

March 27

Vibration Effects in Electron Transport in Single Molecule Transistors

I.V. Krive

*B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering, NAS Ukraine, Kharkiv,
V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv*

Single molecule transistors (SMT) are promising candidates for basic elements in nanoelectronics. Current-voltage (I-V) characteristics of SMT demonstrate all main effects known for single electron transistors – Coulomb blockade and Coulomb blockade oscillations on gate voltage. Besides I-V curves of SMT show specific low energy features (steps) attributed to vibration degrees of freedom. A theory of vibration effects in molecular transistors predicts steps caused by inelastic channels of electron tunneling in I-V characteristics and Franck—Condon (polaronic) blockade of conductance at low temperatures. With the increase of temperature polaronic blockade is lifted and this behavior in the case of strong electron-vibron interaction results in anomalous (non-monotonic) dependence of conductance on temperature. Franck—Condon steps, Franck—Condon blockade and anomalous temperature dependence of conductance were observed in experiments with suspended single-wall nanotubes and carbon nano-peapods.

One more novel effect in electron transport in SMT is single electron shuttling. We consider shuttling of spin-polarized electrons in a spintronic molecular transistor with magnetic leads. In particular, the properties of thermally driven magnetic shuttle are discussed.

April 24

Determination of Characteristics of Substructure and Orientation Inhomogeneity in Polycrystalline Specimens

E.E. Badiyan

*V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, 61022, Kharkiv, Ukraine
E-mail: Evgeny.E.Badiyan@univer.kharkov.ua*

It is well known that the structure, substructure and orientation inhomogeneity affects the physical and more mechanical properties of a crystalline materials. Therefore, the problem of determining the orientation and structure inhomogeneity of crystalline specimens seems quite important and actual. As a rule, the inhomogeneity is determined by diffraction methods from a small area of the specimen as compared to its size. These methods do not allowed in situ study of structural and orientational changes in specimens during external action. The suggested opto-electronic technique for the study of orientation and structure inhomogeneity of the surface of a crystalline specimens allows to solve this problem.

The technique is based on the observed effect of diffraction of white light by quasiperiodic etching relief of the surface of a crystalline materials. The recording scheme includes a special lighting system and a digital photosensitive device connected to a computer. It allows to obtain the color orientation maps of the whole surface of a specimen in the RGB space, where the crystallographic orientation of individual segment of the specimen's surface and the color of her image is in one correspondence.

It should be noted that the RGB color space, where there is the ability to differentiate 16,7 million hues, was used for color orientation mapping of the surface of a Al polycrystal. The number of hues of each of the three primary colors is 256. Such a large number of hues of color in the RGB color space does not allow to visualize the area of the specimen's surface with a specific crystallographic orientation and clearly establish the connection between the color hue of the specific area of the specimen's surface and its crystallographic orientation.

May 22

Туннельно - термоактивационный механизм диффузии вакансий и примесных атомов в квантовых кристаллах

В.Д. Нацик

*V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, 61022, Kharkiv, Ukraine**B.Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, 47 Nauky Ave., Kharkiv, 61103, Ukraine*

Рассматривается новый механизм транспорта вещества в квантовых кристаллах - диффузию точечных дефектов как псевдочастиц с метастабильными квантовыми состояниями, способных к туннельному и термически активированному перемещению между узлами кристаллической решетки.

Данная работа существенно дополняет разработанную ранее теорию квантовой диффузии делокализованных квазичастиц (И. М. Лифшиц и др., УФН, т. 118, с. 251, 1976; УФН, т. 147, с. 541, 1983).

Выводы проведенного теоретического анализа сравниваются с результатами экспериментального исследования процесса ползучести кристаллов He в области температур: $0,1^\circ\text{K} \leq T \leq 2^\circ\text{K}$.

June 26

Lower hybrid cavities in the Earth ionosphere

D.V. Chibisov

V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, 61022, Kharkiv, Ukraine

In plasma of the Earth ionosphere the axially symmetric regions elongated along the geomagnetic field are observed, which are characterized by a depleted density of plasma in comparison with the environment as well as an increased level of oscillations in the range of the lower hybrid frequency. Such regions called the lower hybrid cavities (LHC) have transverse dimensions of several thermal ion gyroradii usually several tens of meters. The registration and measurements of the LHC are carried out by satellites as well as sounding rockets, and it occurs only when they pass through these structures. Although there are a number of works on the explanation of this phenomenon, the mechanisms for occurrence of LHC, as well as their stability, are not completely clear. There are also no estimates of the time of their existence and the explanations of their disappearance. In this report, we discussed the problems of the formation of cavities in ionosphere plasma as well as their disappearance.

As a possible mechanism for the formation of cavities in plasma, we consider the effect of the interaction of charged particles with the electrostatic turbulence of plasma. In the Earth's ionosphere upflowing and downflowing beams of charged particles are observed. It is known that the passage of charged particle beams through plasma leads to various instabilities and to the turbulent state of plasma. In turn, the turbulence of uniform plasma is the cause of the change in its distribution function, that is, the heating of plasma. However, in addition to heating, electrostatic turbulence can also lead to the diffusion of plasma particles. Such motion of charged particles is similar to the motion of Brownian particles, which is caused by collisions with molecules of a liquid. Charged plasma particles (ions or electrons) "collide" with chaotic pulsations of the electric field, which leads to diffusion motion. If the electrostatic turbulence is spatially nonuniform, then in addition to the diffusion process, the drift motion of the plasma particles induced by the ponderomotive force also occurs, which leads to transport of particles from region with an increased level of turbulence. As a result, a region with a depleted density of plasma is formed.

As a possible mechanism for the disappearance of LHC we consider the anomalous diffusion of inhomogeneous plasma across the geomagnetic field. It is known that in magnetized plasma the excitation of various instabilities due to the radial inhomogeneity of the plasma density is possible. One of them is the drift lower hybrid instability due to which an increased level of low hybrid oscillations in the LHC is believed to occur. In addition, it is possible the excitation of a drift instability with a frequency much less than the ion cyclotron frequency, which can lead to the lower frequency drift turbulence of plasma. In turn, due to the drift turbulence, an anomalous diffusion of plasma across the magnetic field occurs, which should lead to the filling of the LHC with plasma and its disappearance.

September 25

Гальванічні дослідження в Імператорському Харківському університеті. До 160 річниці з дня проведення та 210 річниці з дня народження професора Лапшина

В.І.

В.П. Пойда

V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, 61022, Kharkiv, Ukraine

Відбулося засідання наукового семінару фізичного факультету на якому професор Пойда В.П. зробив доповідь на тему «Гальванічні дослідження в Імператорському Харківському університеті», в якій розповів про

особливості проведення гальванічних дослідів у Імператорському Харківському університеті. Ці досліді, які були першими комплексним дослідженнями, проведеними у галузі експериментальної фізики у Російській Імперії. Вони здійснені в Імператорському Харківському університеті у серпні-вересні 1859 року з використанням потужного джерела електричного струму, яке складалося із 1000 гальванічних елементів Бунзена.

У ході гальванічних дослідів, які були проведені під керівництвом професора Лапшина В.І. та продемонстровані «освіченим» харків'янам, вивчені теплова дія електричного струму і особливості електролізу деяких неорганічних та органічних речовин. Було також отримано електричну дугу, вивчено її спектр та поляризацію її світла, проведено фотографування різних предметів у оптичному мікроскопі з використанням світла електричної дуги. Були також проведені досліді, спрямовані на проведення освітлення світлом електричної дуги фізичного кабінету, святкової зали університету, Лопанського мосту та Залопанської території. На прохання відомого німецького фізіолога професора Людвіга Будге були проведені дослідження, в яких вивчався вплив фізіологічної дії електричного струму на організм людини. Низку гальванічних дослідів було представлено Імператору Олександрові II 17 вересня 1859 р. під час відвідування ним Імператорського Харківського університету.

Результати гальванічних дослідів були опубліковані В.І. Лапшиним у 1859 р. у журналі «Вестник естественных наук», (№37-39). Про них також писали Харківські газети. Про результати досліджень було повідомлено і у журналі «Annalen der Physik und Chemie» за 1860 рік.

October 23

Физика в математике. О преподавании математики на физическом факультете

С.Н. Зиненко

V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, 61022, Kharkiv, Ukraine

Программы по математике на физическом факультете включают необходимый материал по важнейшим разделам широкого спектра математических дисциплин. Иногда изложение этих разделов носит относительно формальный характер. Это естественно, поскольку содержание математического аппарата наиболее полно может быть раскрыто в тех специальных дисциплинах, которые его используют.

Однако такое «разделение труда» при чтении математики на физическом факультете постоянно порождает у студентов немой вопрос «зачем это нужно». Представляется разумным получаемый математический аппарат иллюстрировать по мере возможности физическими приложениями.

В математическом анализе нахождение кратных интегралов формулируется, как нахождение массы/заряда, центра масс (тела, поверхности, кривой), работы силы (гравитации, упругости), потока (жидкости, заряда). В линейной алгебре проводится связь между самосопряженностью операторов и сохранением энергии замкнутой физической системой, что исподволь готовит студентов к восприятию «кошмара» квантовой механики. Многочисленные интегральные теоремы векторного анализа поясняются примерами из различных разделов физики, в частности, электродинамики при анализе электростатического и магнитостатического полей. Подробно исследуются тензоры угловой скорости, инерции, деформации, напряжений с выяснением их физического смысла.

Такое проникновение физики в математику плодотворно сказывается на понимании студентами-физиками абстрактного математического аппарата, воспринимая его чуть ли не как разделы физики.

November 27

Екзопланети: від відкриття до пошуку біомаркерів

І.Г. Слюсарев

V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, 61022, Kharkiv, Ukraine

С момента открытия первой планеты у солнцеподобной звезды в 1995 году до настоящего времени открыто более 4100 планет у других звезд. Среди них 670 систем с более чем двумя планетами.

Изучение свойств экзопланет - самая быстро развивающаяся область астрофизики. После измерения радиусов и масс на первом этапе исследований, удалось получить первые прямые изображения планет, теперь уже стало возможным определять наличие некоторых молекул в их атмосферах. В дальнейшем станет доступным измерение магнитных полей газовых гигантов и открытие спутников у экзопланет. Кроме того, значительное число планет открыто у относительно ярких звезд и уточнение периодов обращения планет вокруг этих звезд возможно из наблюдений на достаточно скромных телескопах.

В докладе планируется ознакомить с методами открытия и исследования планет и проанализировать основные свойства и состав атмосфер обнаруженных планет.

Также кратко будет рассказано о работах, за которые была присуждена Нобелевская премия по физике за 2019 год.

December 18

Nonlinear electromagnetic phenomena in layered superconductors

S.S. Apostolov*V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, 61022, Kharkiv, Ukraine**O.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics NASU, 12 Ac. Proskura st., 61085 Kharkiv, Ukraine*

The results of the research on the nonlinear electromagnetic phenomena in the structures containing the layered superconductors are reported. A special type of solid-state plasma, called the Josephson plasma, is formed in such superconductors. This plasma is strongly anisotropic and nonlinear, because of the nonlinear Josephson relation between the superconducting current and interlayer phase difference. In such a plasma, the so-called Josephson plasma waves can propagate at THz frequency range, which provide some non-trivial phenomena. Among them are the self-induced transparency, nonlinear transformation of polarizations, nonlinear impact of dc magnetic field on linear electromagnetic waves, and anomalous dispersion of localized waves. In particular, the nonlinear effect of the self-induced transparency of the layered superconductor slab irradiated by the terahertz wave is predicted. It is shown theoretically that the transparency changes widely from the almost opacity to the total transparency varying the amplitude of the incident wave. An analogue of the superposition principle for the nonlinear Josephson plasma waves has been formulated. The use of this principle allows to study theoretically the nonlinear transformation of polarization. The effect of dc magnetic field on the propagation of electromagnetic waves are investigated. The possibility to control the transport characteristics of the layered superconductors by means of such a magnetic field are discussed. The dispersion relations for the linear and nonlinear electromagnetic modes localized on a plate of a layered superconductor are obtained and analyzed. It is shown that such modes may have anomalous dispersion over a wide range of parameters. The reported results supplement and extend the existing conceptions of the electromagnetic transport in the layered superconductors, and can be used for the development of the terahertz electronic devices potentially important for the practical application.

Keywords: Josephson effect, layered superconductor, terahertz frequency range, polarization, localized waves.

ІНФОРМАЦІЯ ДЛЯ АВТОРІВ СТАТЕЙ

журналу «Вісник ХНУ імені В.Н. Каразіна». Серія «Фізика»

У журналі «Вісник ХНУ імені В.Н. Каразіна». Серія «Фізика» друкуються статті та стислі за змістом повідомлення, в яких наведені оригінальні результати теоретичних та експериментальних досліджень, а також аналітичні огляди літературних джерел з різноманітних актуальних проблем фізики за тематикою видання.

Мова статей – українська, англійська та російська.

ТЕМАТИКА ЖУРНАЛУ

1. Теоретична фізика.
2. Фізика твердого тіла.
3. Фізика низьких температур.
4. Фізика магнітних явищ.
5. Оптика та спектроскопія.
6. Загальні питання фізики і серед них: методологія та історія фізики, математичні методи фізичних досліджень, методика викладання фізики у вищій школі, техніка та методика фізичного експерименту тощо.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ РУКОПИСІВ СТАТЕЙ

Загальний обсяг тексту рукопису статті повинен займати не більше, ніж 15 сторінок.

Рукопис статті складається з титульної сторінки, на якій вказано: назва статті; ініціали, прізвища та ORCID всіх авторів, поштова адреса установи, в якій була виконана робота; класифікаційний індекс за системами PACS та УДК; анотації із ключовими словами на окремому аркуші з прізвищем та ініціалами авторів і назвою статті, викладені українською, російською та англійською мовами; основний текст статті; список літератури; підписи під рисунками; таблиці; рисунки: графіки, фотознімки.

Анотація українською мовою повинна бути за об'ємом не менш ніж 1800 символів. Стаття повинна бути структурована. Висновки потрібно пронумерувати та в них повинні бути висновки, а не переписана анотація.

Електронний варіант рукопису статті повинен відповідати таким вимогам: текст рукопису статті повинен бути набраний у форматі MicrosoftWord версії 2013, вирівнювання тексту повинне бути здійснене за лівим краєм, гарнітура TimesNewRoman, без прописних букв у назвах, букви звичайні рядкові, з полями ліворуч, праворуч, зверху і знизу по 2,5 см, формули повинні бути набрані в MathType (не нижче версії 6,5), у формулах кирилиця не допускається, символи з нижніми і верхніми індексами слід набирати в MicrosoftWord, ширина формули не більше 70 мм, графіки та фотографії необхідно подавати в графічному форматі, розрізнення не менше 300 dpi, поширення файлів повинно бути *.jpg, шириною в одну чи дві колонки, для однієї колонки розміри: завширшки 8 см, для двох колонок – 16 см. Масштаб на мікрофотографіях необхідно представляти у вигляді масштабної лінійки.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ГРАФІКІВ

Товщина ліній не більше 0,5 мм, але не менше 0,18 мм. Величина літер на підписах до рисунків не більш 14 pt, але не менше 10 pt, гарнітура Arial.

ПРИКЛАД ОФОРМЛЕННЯ СПИСКУ ЛІТЕРАТУРИ

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости, Наука, М. (1978), 730 с.
2. И.И. Иванов. ФТТ, 25, 7, 762 (1998).
3. A.D. Ashby. Phys.Rev., A19, 213 (1985).
4. D.V. Vert. In Progress in Metals, ed. by R. Speer, USA, New York (1976), v.4, p.17.

ДО РЕДАКЦІЇ НАДАЄТЬСЯ

1. Два роздруковані примірники рукопису статті, які підписані її авторами.
2. Електронна версія рукопису та дані щодо контактів для спілкування з її авторами. Для цього потрібно надіслати електронною поштою, тільки на адресу physics.journal@karazin.ua.
3. Направлення від установи, де була виконана робота, і акти експертизи у двох примірниках; адресу, прізвище, повне ім'я та батькові авторів; номери телефонів, E-mail, а також зазначити автора рукопису, відповідального за спілкування з редакцією журналу.

Матеріали рукопису статті потрібно направляти за адресою: Редакція журналу «Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: фізика», Лебедеву С.В., фізичний факультет, майдан Свободи, 4, Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна. тел. (057)-707-53-83.

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ СТАТЕЙ

журнала «Вестник ХНУ имени В.Н. Каразина». Серия «Физика»

В журнале «Вестник ХНУ имени В.Н. Каразина». Серия «Физика» печатаются статьи и короткие по содержанию сообщения, в которых приведены оригинальные результаты теоретических и экспериментальных исследований, а также аналитические обзоры литературных источников по различным актуальным проблемам физики по тематике издания.

Язык статей - украинский, английский и русский.

ТЕМАТИКА ЖУРНАЛА

1. Теоретическая физика.
2. Физика твердого тела.
3. Физика низких температур.
4. Физика магнитных явлений.
5. Оптика и спектроскопия.
6. Общие вопросы физики и среди них: методология и история физики, математические методы физических исследований, методика преподавания физики в высшей школе, техника и методика физического эксперимента.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РУКОПИСИ СТАТЬИ

Общий объем текста рукописи статьи должен занимать не более 15 страниц.

Рукопись статьи состоит из титульного листа, на котором указано: название статьи; инициалы, фамилии и ORCID всех авторов, почтовый адрес учреждения, в котором была выполнена работа; классификационный индекс по системам PACS и УДК; аннотации с ключевыми словами на отдельном листе с фамилией и инициалами авторов и названием статьи, изложенные на украинском, русском и английском языках; основной текст статьи; список литературы; подписи под рисунками; таблицы; рисунки: графики, фотоснимки.

Аннотация на украинском языке должна быть по объему не менее чем 1800 символов. Статья должна быть структурирована. Выводы нужно пронумеровать и в них должны быть выводы, а не переписанная аннотация.

Электронный вариант рукописи статьи должен соответствовать следующим требованиям: текст рукописи статьи должен быть набран в формате MicrosoftWord версии 2013, выравнивание текста должно быть осуществлено по левому краю, гарнитура TimesNewRoman, без прописных букв в названиях, буквы обычные строчные, с полями слева, справа, сверху и снизу по 2,5 см, формулы должны быть набраны в MathType (не ниже версии 6,5), в формулах кириллица не допускается, символы с нижними и верхними индексами следует набирать в MicrosoftWord, ширина формулы не более 70 мм, графики и фотографии необходимо подавать в графическом формате, разрешение не менее 300 dpi, расширение файлов должно быть *.jpg, шириной в одну или две колонки, для одной колонки размеры: ширина 8 см, для двух колонок - 16 см. Масштаб на микрофотографиях необходимо представлять в виде масштабной линейки.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ГРАФИКОВ

Толщина линий не более 0,5 мм, но не менее 0,18 мм. Размер букв на подписях к рисункам не больше 14 pt, но не менее 10 pt, гарнитура Arial.

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ СПИСКА ЛИТЕРАТУРЫ

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости, Наука, М. (1978), 730 с.
2. И.И. Иванов. ФТТ, 25, 7, 762 (1998).
3. A.D. Ashby. Phys.Rev., A19, 213 (1985).
4. D.V. Vert. In Progress in Metals, ed. by R. Speer, USA, New York (1976), v.4, p.17.

В РЕДАКЦИЮ ПРЕДОСТАВЛЯЕТСЯ

1. Два распечатанные экземпляра рукописи статьи, подписанные ее авторами.
2. Электронная версия рукописи и контактные данные для общения с ее авторами. Для этого необходимо отправить рукопись по электронной почте, на адрес physics.journal@karazin.ua.
3. Направление от учреждения, где была выполнена работа, и акты экспертизы в двух экземплярах; адрес, фамилия, полное имя и отчество авторов; номера телефонов, E-mail, а также указать автора рукописи, ответственного за общение с редакцией журнала.

Материалы рукописи статьи необходимо направлять по адресу: Редакция журнала «Вестник Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина. Серия «Физика», Лебедеву С.В., физический факультет, площадь Свободы, 4, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина. тел. (057)-707-53-83.

INFORMATION FOR THE AUTHORS OF THE ARTICLES

The Journal of V.N. Karazin Kharkiv National University Series Physics

The Journal of V.N. Karazin Kharkiv National University Series Physics publishes articles and concise messages that contain original results of theoretical and experimental studies, as well as analytical reviews of literary sources on various topical issues of physics on the subject of the publication.

The language of the articles is Ukrainian, English and Russian.

TOPIC OF THE JOURNAL

1. Theoretical physics.
2. Solid state physics.
3. Physics of low temperatures.
4. Physics of magnetic phenomena.
5. Optics and spectroscopy.
6. General issues of physics and among them: methodology and history of physics, mathematical methods of physical research, methods of teaching physics in high school, technique and methods of physical experiment, etc.

REQUIREMENTS FOR ARTICLES MANUSCRIPTS

The total volume of the manuscript should be no more than 15 pages.

The manuscript of the article consists of a cover page, which states: the title of the article; the initials, surnames and ORCID of all authors, the mailing address of the institution where the work was performed; classification index for PACS and UDC systems; annotations with keywords on a separate sheet with the author's surname and initials and article title, set out in Ukrainian, Russian and English; the main text of the article; list of references; captions under figures; tables; figures: graphics, photographs.

The abstract in Ukrainian should be at least 1800 characters in length. The article should be structured. The conclusions should be numbered and should contain the conclusions, not the rewritten abstract.

The electronic version of the manuscript should meet the following requirements: the text of the manuscript should be typed in MicrosoftWord 2013. The text should be left-aligned, the TimesNewRoman font, without uppercase letters, lowercase letters, left, right, right and 2.5 cm below, formulas must be typed in MathType (not lower than 6.5), Cyrillic not allowed, characters with lower and upper indexes should be typed in MicrosoftWord, formula width is not more than 70 mm, graphics and photos need n should be given in graphical format, with a resolution of at least 300 dpi, file distribution should be *.jpg, width of one or two columns, for one column the sizes: 8 cm wide, for two columns - 16 cm wide. The scale on the micrographs should be represented as a scale bar.

REQUIREMENTS FOR THE GRAPHS

The thickness of the lines is not more than 0.5 mm, but not less than 0.18 mm. The size of the letters on the captions to the drawings is not more than 14 pt, but not less than 10 pt, the Arial headset.

EXAMPLE OF THE REFERENCES

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости, Наука, М. (1978), 730 с.
2. И.И. Иванов. ФТТ, 25, 7, 762 (1998).
3. A.D. Ashby. Phys.Rev., A19, 213 (1985).
4. D.V. Vert. In Progress in Metals, ed. by R. Speer, USA, New York (1976), v.4, p.17.

PROVIDED TO THE EDITOR

1. Two printed copies of the manuscript signed by authors.
2. Electronic version of the manuscript and contact information for communication with authors. To do this, you need to send an email only to physics.journal@karazin.ua.
3. Directions from the institution where the work was performed and expert acts in two copies; the name, full name and patronymic of the author; telephone numbers, E-mail, and indicate the author of the manuscript responsible for communicating with the journal.

The materials of the manuscript should be sent to the following address: Editorial of The The Journal of V.N. Karazin Kharkiv National University Series Physics, S.V. Lebedev, Faculty of Physics, Svobody Square, 4, V.N. Karazin Kharkiv National University. tel. (057) -707-53-83.

Наукове видання

Вісник Харківського національного університету
імені В.Н. Каразіна

Серія “Фізика”
випуск 31

Збірник наукових праць

Англійською, українською та російською мовами.

Комп’ютерне верстання К.О.Мозуль

Підписано до друку 29.10.2019. Формат 60x84 1/8.Папір офсетний.

Друк цифровий.

Ум. друк. арк. 12. Обл.-вид. арк 15

Наклад 100 пр. Зам. № 98/19

61022, Харків, майдан Свободи, 4
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна
Видавництво

Надруковано: ХНУ імені В.Н. Каразіна

61022, Харків, майдан Свободи, 4. Тел.+38-057-705-24-32
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3367 від 13.01.09