Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Фізика». Вип. 42, 53–57 (2025)
Journal of V. N. Karazin Kharkiv National University. Series Physics. Iss. 42, 53–57 (2025)
DOI: 10.26565/2222-5617-2025-42 ISSN 2222-5617 (Print)

Original article
In print article
https://doi.org/10.26565/2222-5617-2025-42-05
UDC 530.145, 530.12, 530.182
PACS numbers: 03.65.Yz, 03.67.Bg, 03.65.Ta

ДИСКРЕТНИЙ QND-ПРОТОКОЛ ЗАХИСТУ ЗАПЛУТАНОСТІ ДЛЯ БЕЛЛІВСЬКОЇ ПАРИ З ФАЗОВИМ ЗСУВОМ

О. М. Коноваленко[1], З. О. Майзеліс[1,2]

[1]Інститут радіофізики та електроніки імені О. Я. Усикова НАН України,
вулиця Академіка Проскури, 12, 61085 Харків, Україна
[2]Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, 61022 Харків, Україна
E-mail: maizelis.z.a@gmail.com

Надійшла до редакції 03 квітня 2025 р. Переглянуто 13 травня 2025 р.
Прийнято до друку 17 травня 2025 р.

Ми оцінюємо дискретний протокол захисту заплутаності для беллівської двокубітної пари, що зазнає унітарної еволюції з одноразовою зміною фази посеред послідовності. Тестова схема складається з підготовки стану, фазового зсуву, який не впливає на заплутаність і імітує корисний квантовий гейт, та фінального стандартного зчитування. Ми порівнюємо два варіанти протягом загального часу еволюції у 16 умовних інтервалів часу: у першому варіанті фазова операція обрамлена двома блоками з п'яти парних вимірювань без зчитування, а в еталонному варіанті ці вимірювання відсутні. Ефективність кількісно оцінюється надійністю F, що спирається на метрику конкаренсу; ми приймаємо $F \geq 0.9$ як мінімально прийнятну нижню межу, нижче якої апаратні шуми вже неможливо безпечно компенсувати наявними спеціалізованими засобами.

Моделювання показують, що захищена схема підтримує $F \geq 0.9$ упродовж усього інтервалу спостережень, тоді як незахищена схема, за умови вільної еволюції в реалістичних шумових режимах, що трапляються у експериментах, швидко опускається нижче цього порога ще до застосування гейта. Ці результати демонструють, що повторювані проективні вимірювання заплутаного стану в беллівському базисі, реалізовані як дискретні недеструктивні (QND) парні вимірювання без зчитування, суттєво уповільнюють втрату заплутаності попри наявність зв'язку із термостатом. Протокол потребує меншої кількості вимірювань, що відрізняє його від високочастотних схем з використанням ефекту Зено.

Підхід є безпосередньо релевантним для тонкого налаштування надпровідникових та іонних процесорів, для інженерії чистих станів і для оптимізації протоколів, що використовують змішані заплутані вхідні стани. Зокрема, у цих архітектурах протокол природньо інтегрується з наявними QND-процедурами та керуванням фазою, забезпечуючи можливість стримування декогеренції. Практично це означає періодичні робочі вимірювання у 1–2 умовні інтервали часу, а також можливість масштабування до багатокубітних модулів із поліпшенням надійності гейтів і спрощеним калібруванням.

Ключові слова: *квантова заплутаність; конкаренс; декогеренція; збереження заплутаності; надійність квантової схеми; беллівська двокубітна пара, QND-вимірювання.*

Як цитувати: *О. М. Коноваленко, З. О. Майзеліс. Дискретний QND-протокол захисту заплутаності для беллівської пари з фазовим зсувом.* Вісник ХНУ імені В. Н. Каразіна. Серія «Фізика». Вип. 42, 2025, 53–57. https://doi.org/10.26565/2222-5617-2025-42-05

In cites: *O. M. Konovalenko, Z. A. Maizelis. Discrete QND entanglement-protection protocol for a phase-shifted Bell pair.* Journal of V. N. Karazin Kharkiv National University. Series Physics. Iss. 42, 2025, 53–57. https://doi.org/10.26565/2222-5617-20250-42-05 (in Ukrainian).

ВСТУП

Захист заплутаності від апаратного шуму лишається центральним викликом для сучасних NISQ-платформ (шумних квантових пристроїв проміжного масштабу). Хоча заплутані стани забезпечують квантову перевагу в метрології, зв'язку та обчисленнях, вони водночас украй чутливі до дефазування, загасання амплітуди та перехресних завад [1]. Безперервна стабілізація через квантовий ефект Зено є ефективною, але вимагає дуже високочастотного вимірювання, що може заважати реалізації алгоритмів такого типу [2, 3]. У цій роботі ми розглядаємо комплементарний підхід: дискретні неруйнівні (QND) парні вимірювання без зчитування, що застосовуються навколо корисного гейту з більш оптимальною частотою, ніж у ефекті Зено. Обрамляючи одиничну зміну фази посеред послідовності компактними блоками вимірювань, ми прагнемо призупинити розпад заплутаності у фіксованому інтервалі еволюції, не отримуючі результати вимірювань і не вводячи зворотного зв'язку, тим самим зберігаючи квантові стани, з якими працюємо.

Зазвичай, неруйнівне (QND) вимірювання передбачає отримання інформації про спостережувану величину так, що населеності у власному базисі вимірюваного оператора не змінюються (вимірювання повторюване), тож стан лишається придатним для подальших обчислень. У більш строгому формулюванні QND вимірюваний оператор комутує з гамільтоніаном системи під час взаємодії з вимірювальним пристроєм,

$$\begin{aligned} &\left[\hat{A},\, \hat{H}_{\text{sys}}\right] = 0 \\ &\left[\hat{A},\, \hat{H}_{\text{meas}}(t)\right] = 0 \;\forall\, t \in [0, \tau]\,, \end{aligned} \tag{1}$$

що гарантує збереження власних станів (з точністю до відомих фаз). Ширше поняття вимірювання «без зчитування» в NISQ-пристроях охоплює когерентні протоколи, де анцили заплутуються для перенесення класичної інформації, яка далі обробляється фідфорвардним унітарним керуванням. Після цього анцили виконують «розобчислення» (uncompute), уникаючи дисипативного зчитування [4].

Обмеження, що накладаються при цьому на системи кубітів, залежать від платформи, на якій вони реалізовані, але мають спільні риси [5–7]. У надпровідних схемах дисперсивний зв'язок із резонатором забезпечує QND-вимірювання за оператором Z із ненульовою зворотною дією: індуковане дефазування, залишкові збудження та затримки електроніки обмежують внутрішньосхемний зворотний зв'язок. Іони в пастках забезпечують надзвичайно високу надійність детектування стану, однак під час флуоресценції розсіяні фотони можуть призводити до декогеренції сусідніх кубітів-«спостерігачів». Тому застосовують shelving (переведення в рівні, нечутливі до зчитування), а також просторове рознесення або швидке транспортування іонів. Для масивів нейтральних атомів критичними є перехресний оптичний вплив і скінченні часи життя рідберґівських станів. Тут перевірки парності методами на основі рідберґівської блокади дають змогу когерентно кодувати вектор результатів перевірок стабілізаторів на допоміжних кубітах без проміжних вимірювань.

У NISQ-режимі зазвичай розглядають дві базові архітектури. Перша з них – QND-вимірювання з мінімальною зворотною дією: дисперсійні або фазозберігальні схеми зчитують значення стабілізаторів (зокрема парності), майже не порушуючи обчислювальний підпростір [5, 8]. Якість оцінюють за повторюваністю (QND fidelity), точністю одноразового зчитування та картами оптичного перехресного впливу, щоб контролювати вплив на сусідні кубіти [9–11].

Друга архітектура – це когерентне витягування вектору результатів перевірок стабілізаторів без проміжних вимірювань: окремий допоміжний кубіт за допомогою заплутувальних гейтів набуває інформації про помилку (вектор результатів перевірок) і слугує керуючим квантовим сигналом для корекційних унітарних гейтів (наприклад, умовних фазових інверсій). Після цього анцила розобчислюється й скидається. Такий підхід обходить повільні та шумні детектори й зменшує час простою, що особливо важливо для алгоритмів малої глибини [4, 12, 13].

Такі архітектури відкривають внутрішньосхемну адаптивність (оцінка амплітуд/фаз, маршрутизація кубітів, телепортаційні гейти), забезпечують просте виявлення помилок із постселекцією (підвищуючи ефективні надійності) та підтримують повторне використання кубітів, коли виміряні кубіти швидко скидають і знову залучають для збільшення логічної глибини за фіксованого апаратного ресурсу. При контролі таких алгоритмів необхідно враховувати такі фактори, як збурення (зміну популяцій за повторних вимірювань), QND-міру (узгодженість послідовних результатів), співвідношення латентності до часу дефазування, помилки в кубітах-«спостерігачах» під час активного зчитування [5, 6, 14, 15].

У перспективі автономна стабілізація (інженерія дисипації, бозонні коди [16]) та швидкі FPGA-контролери для умовного керування в реальному часі (feed-forward) допоможуть краще узгодити неруйнівні (QND) вимірювання з ресурсними обмеженнями NISQ. Кінцевою метою є максимізування збереження

інформації, а сособливо її носія, заплутанності, оптимізація якої здатна перетворити сьогоднішнє шумні реалізації на справді ефективні квантові процесори.

СИМУЛЯЦІЯ ЕВОЛЮЦІЇ

Тестова симуляція відбувалася на двох квантових схемах, що відрізнялися лише застосуванням спеціального алгоритму захисту від декогеренції на одній з них. Цей алгоритм використовував неруйнуючі вимірювання без зчитування, що не дають інформації про стану квантової системи, але дозволяють впливати на неї без порушення квантового стану. П'ятициклові блоки обрано як такі, що мають оптимальну кількість вимірювань для демонстрації можливостей захисного алгоритму у поточному часовому інтервалі. Для оцінки ефективності обчислюється надійність F на базі метрики конкаренс протягом усієї симуляції.

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Розглядалася двокубітна система, до якої застосовувалася наступна квантова схема, зображена на рис. 1.

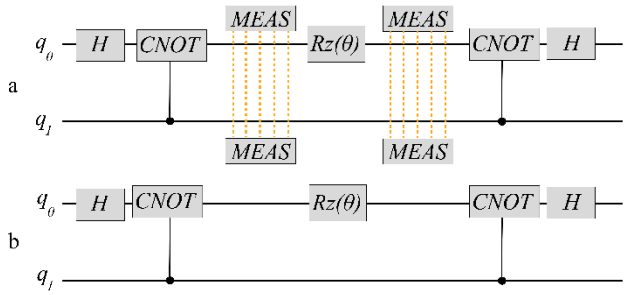

Рис. 1. Дві реалізації квантової схеми з керованою фазою: (a) Схема з використанням вимірювань для збереження заплутаності стану, де послідовність унітарних операцій переривається двома інтервалами використання неруйнуючих вимірювань, коли система проектується в обчислювальному базисі без зчитування стану. Пунктирні лінії позначають одночасну дію на обидва кубіти. (b) Аналогічна квантова схема без використання вимірювань для збереження заплутаності.

Fig. 1. Two implementations of a controlled-phase quantum circuit:
(a) A scheme that employs measurements to preserve state entanglement, where the sequence of unitary operations is interrupted by two intervals of non-destructive measurements, projecting the system onto the computational basis without reading out the state. Dashed lines denote simultaneous operations on both qubits.
(b) A similar quantum circuit that omits measurements and therefore does not preserve entanglement.

Еволюція відбувається на фіксованому інтервалі $T = 16$ одиниць $1/\omega$, де $\omega -$ міжрівнева відстань для кубіту. Захищений варіант складається з трьох сегментів: передзахисний блок із п'яти вимірювальних циклів, зміна фази посеред послідовності, та післязахисний блок із п'яти вимірювальних циклів. Кожен цикл має однаковий інтервал Δt. Незахищений еталонний алгоритм пропускає вимірювальні цикли, але загалом є часово ідентичним, включно з тим самим кроком Δt і тривалістю гейтів t_{gt}.

В якості тестового вхідного стану була обрана двокубітна беллівська пара:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}, \tag{2}$$

Згідно обраної схеми, система зазнає унітарної еволюції з одиничим гейтом зміни фази в середині послідовності. Її обрано так, щоб зберігати заплутаність між частинками, водночас змінюючи керовану фазу, яка імітує корисний елементарний гейт алгоритму. Ми порівнюємо два варіанти: еволюцію без захисних вимірювань та захищену еволюцію, у якій гейт зміни фази обрамляють два блоки по п'ять нечитаючих парних QND вимірювань кожен.

Парні QND вимірювання діють в обчислювальному базисі та описуються проекторами на підпростори парного й непарного станів,

$$\begin{aligned} M(\rho) &= A\rho A + B\rho B, \\ A &= |00\rangle\langle 00| + |11\rangle\langle 11|, \\ B &= |01\rangle\langle 01| + |10\rangle\langle 10|. \end{aligned} \tag{3}$$

Важливо, що результати не фіксуються (вимірювання без зчитування), тож не відбувається класичного зворотного зв'язку. Багаторазове застосування такої операції обмежує еволюцію підпросторами парної та непарної парності (узгодженими з Беллівським базисом), завдяки чому пригнічуються некогерентні переходи, які у присутності зв'язку з середовищем інакше руйнували б заплутаність. Фазову операцію всередині послідовності моделюємо так:

$$U_\phi = e^{-i\frac{\phi}{2}(Z\otimes I)}, \quad \phi = \pi/3, \tag{4}$$

що змінює відносну фазу, зберігаючи заплутаний характер стану та слугуючи прикладом корисного алгоритмічного гейту.

Для кількісної оцінки ми використовуємо показник надійності на основі конкаренсу. Нехай $C(\rho)$ конкаренс, обчислений із власних значень $\{\lambda_i\}$ (у спадаючому порядку) матриці $\rho\tilde{\rho}$, де

$$\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y),$$
$$C(\rho) = max\{0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4\}. \quad (5)$$

Тоді сама метрика надійності має вигляд:

$$F = \frac{1+C(\rho)}{2}. \quad (6)$$

Ми приймаємо $F \geq 0.9$ як мінімально прийнятну нижню межу для надійної роботи: падіння нижче цього ліміту означає, що апаратний шум більше не можна вважати безпечно контрольованим за наявних ресурсів планування та керування квантовою схемою. У цих рамках захищена схема зберігає високу заплутаність упродовж усього інтервалу, тоді як незахищена еволюція демонструє швидке падіння F ще до застосування гейту посеред послідовності.

На рис. 2 можно побачити, що введення дискретних, незчитуючих парних QND вимірювань навколо фазової операції забезпечує збереження необхідного рівня надійності F протягом усього часового інтервалу.

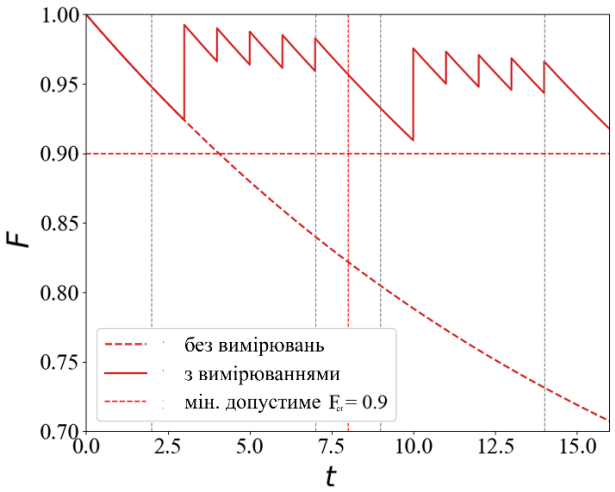

Рис. 2. Ефективність алгоритму збереження параметру надійності F як функція часу t для випадку з використанням вимірювань (верхня крива) і без використання вимірювань (нижня крива). Мінімальний загально-прийнятний рівень величини F позначений горизонтальною лінією на рівні $F_{\text{cr}} = 0.9$. Вертикальні лінії демонструють зони різних етапів алгоритму у часі.

Fig. 2. Efficiency of the fidelity-preserving algorithm, showing the fidelity parameter F as a function of time t for the case with measurements (upper curve) and without measurements (lower curve). The minimal generally accepted level of F is marked by a horizontal line at $F_{\text{cr}} = 0.9$. Vertical lines show the time intervals corresponding to different stages of the algorithm.

ВИСНОВКИ

У цій роботі ми оцінили ефективність дискретного протоколу захисту заплутаності на двокубітній тестовій схемі. Розглядалася пара заплутаних кубітів, що зазнає унітарної еволюції з одноразовою операцією інверсії фази посередині. Ми проаналізували два варіанти протягом загального часу еволюції у 16 умовних одиниць: перший із двома блоками з п’яти нечитаючих парних вимірювань, що обрамляють фазову операцію, та другий, який в якому не проводяться ці допоміжні вимірювання.

Параметр надійності F на основі конкаренсу використано як метрику якості роботи алгоритму, а умову $F \geq 0.9$ прийнято як мінімально допустиму нижню межу, до перетину якої вплив апаратних шумів на результати обчислень залишається обмеженим та може бути компенсований різними засобами без загрози критичної шкоди для цих результатів. В обох варіантах квантова схема включає підготовку стану, фазовий зсув у середині послідовності, що зберігає заплутаність та імітує роботу квантового гейта, і фінальне стандартне зчитування; відмінність між двома випадками полягає лише у наявності захисних блоків вимірювань перед гейтом та після нього.

Захищена схема підтримує значення параметру надійності F на рівні не нижче 0.9 упродовж усього періоду спостереження, тоді як у випадку незахищеної схеми під дією вільної еволюції, демонструється швидке падіння F нижче рівня 0.9 ще до часу застосування першого гейту.

Загалом, наші результати свідчать, що хоча навіть слабкий зв’язок із тепловими резервуарами може погіршувати роботу квантових алгоритмів через декогеренцію, повторювані проективні вимірювання заплутаного стану в белівському базисі суттєво зменшують швидкість втрати заплутаності. Ці висновки мають практичне значення для точного налаштування квантових процесорів за наявності лінійних і дисперсійних зв’язків із середовищем, для інженерії чистих станів, оптимізації протоколів зі змішаними заплутаними вхідними станами, і відкривають напрями для подальших досліджень термодинамічної поведінки низьковимірних відкритих квантових систем.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare that they have no conflict of interests.

REFERENCES

1. J. Preskill. Quantum, 2, 79 (2018). https://doi.org/10.22331/q-2018-08-06-79
2. W. P. Livingston, M. S. Blok, E. Flurin, J. Dressel, A. N. Jordan, and I. Siddiqi. Nat. Commun. 13, 2307 (2022). https://doi.org/10.1038/s41467-022-29906-0
3. T. Thorbeck et al. Phys. Rev. Lett. 132, 090602 (2024). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.132.090602
4. L. Postler et al. Nature 605, 675 (2022). https://doi.org/10.1038/s41586-022-04721-1
5. C. C. Bultink et al. Sci. Adv. 6, eaay3050 (2020). https://doi.org/10.1126/sciadv.aay3050
6. S. D. Erickson et al. Phys. Rev. Lett. 128, 160503 (2022). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.128.160503
7. F. Q. Guo, S. L. Su, W. Li, and X. Q. Shao. Phys. Rev. A 111, 022420 (2025) https://doi.org/10.1103/PhysRevA.111.022420
8. C. K. Andersen et al. npj Quantum Inf. 5, 69 (2019). https://doi.org/10.1038/s41534-019-0185-4
9. S. Hazra et al. Phys. Rev. Lett., 134, 100601 (2025). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.134.100601
10. T. Walter et al. Phys. Rev. Appl., 7, 054020 (2025). https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.7.054020
11. B. Lienhard et al. Phys. Rev. Appl., 17, 014024 (2022). https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.17.014024
12. S. Krinner et al. Nature, 605, 669 (2022). https://doi.org/10.1038/s41586-022-04566-8
13. R. Acharya et al. Nature, 614, 676 (2023). https://doi.org/10.1038/s41586-022-05434-1
14. M. A. Norcia et al. Phys. Rev. X, 13, 041034 (2023). https://doi.org/10.1103/PhysRevX.13.041034
15. M. Bakr et al. Phys. Rev. Appl., 23, 054089 (2025). https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.23.054089
16. A. Grimm et al. Nature, 584, 205 (2020). https://doi.org/10.1038/s41586-020-2587-z

DISCRETE QND ENTANGLEMENT-PROTECTION PROTOCOL FOR A PHASE-SHIFTED BELL PAIR

O. M. Konovalenko[1], Z. A. Maizelis[1,2]

[1]O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics NASU, 12 Akademika Proskury Str. 61085 Kharkiv, Ukraine
[2]V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., 61022 Kharkiv, Ukraine
E-mail: maizelis.z.a@gmail.com

Received on April 03, 2024. Reviewed on May 13, 2024.
Accepted for publication on May 17, 2024.

We evaluate a discrete entanglement-protection protocol for a Bell two-qubit pair undergoing unitary evolution with a single mid-sequence phase change. The test circuit consists of state preparation, a phase shift that does not affect entanglement and emulates a useful quantum gate, and a final standard readout. We compare two variants over a total evolution time of 16 arbitrary time intervals: in the first variant, the phase operation is bracketed by two blocks of five two-qubit QND measurements without readout, while in the baseline variant these measurements are absent. Performance is quantified by the fidelity F, based on the concurrence metric; we take $F \geq 0.9$ as the minimally acceptable lower bound, below which hardware noise can no longer be safely compensated by the available specialized tools.

Simulations show that the protected scheme maintains $F \geq 0.9$ throughout the entire observation window, whereas the unprotected scheme, under free evolution in realistic noise regimes encountered in experiments, quickly drops below this threshold even before the gate is applied. These results demonstrate that repeated projective measurements of the entangled state in the Bell basis, implemented as discrete quantum non-demolition (QND) two-qubit measurements without readout, substantially slow the loss of entanglement despite coupling to a thermal bath. The protocol requires fewer measurements, distinguishing it from high-frequency schemes that rely on the Zeno effect.

The approach is directly relevant for fine-tuning superconducting and trapped-ion processors, for pure-state engineering, and for optimizing protocols that use mixed entangled input states. In particular, in these architectures the protocol naturally integrates with existing QND procedures and phase control, providing a means to curb decoherence. Practically, this implies periodic in-operation measurements every 1–2 arbitrary time steps, as well as the possibility of scaling to multi-qubit modules with improved gate fidelities and simplified calibration.

Keywords: *quantum entanglement; concurrence; decoherence; entanglement preservation; fidelity of a quantum circuit; two-qubit Bell pair; QND measurements.*