

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

ВІСНИК

Харківського національного університету
імені В.Н. Каразіна

Серія

«Математичне моделювання.

Інформаційні технології.

Автоматизовані системи управління»

Випуск 63

Серія заснована 2003 р.

BULLETIN

of V.N. Karazin Kharkiv National University

Series

«Mathematical Modeling.

Information Technology.

Automated Control Systems»

Issue 63

First published in 2003

Харків
2024

Засновник журналу Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, Україна. Рік заснування 2003. Періодичність: 4 випуски на рік. <https://periodicals.karazin.ua/mia>

Статті містять дослідження у галузі математичного моделювання та обчислювальних методів, інформаційних технологій, захисту інформації. Висвітлюються нові математичні методи дослідження та керування фізичними, технічними та інформаційними процесами, дослідження з програмування та комп'ютерного моделювання в наукоємних технологіях.

Для викладачів, наукових працівників, аспірантів, працюючих у відповідних або суміжних напрямках.

Наказом Міністерства освіти і науки України від 17.03.2020 № 409 наукове фахове періодичне видання Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» включено до Категорії «Б» Переліку наукових фахових видань України за наступними спеціальностями: 113 – Прикладна математика; 122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології; 123 – Комп'ютерна інженерія; 125 – Кібербезпека.

Затверджено до друку рішенням Вченої ради Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (протокол № 24 від 25.11.2024 р.)

Редакційна колегія:

Азаренков М.О. (гол. редактор),

д.ф.-м.н., академік НАН України, проф., IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Жолткевич Г.М. (заст. гол. редактора), д.т.н., проф. ФМІ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Лазурик В.Т. (заст. гол. редактора), д.ф.-м.н., проф., ФКН IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Споров О.Є. (відповідальний секретар), к.ф.-м.н., доц. ФКН IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Замула О. А., д.т.н., доц., ФКН IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Золотарьов В.О., д.ф.-м.н., проф., ФТІНТ імені Б.І. Веркіна НАН України

Куклін В.М., д.ф.-м.н., проф., ФКН IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Мацевитий Ю.М., д.т.н., академік НАН України, проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

Рассомахін С. Г., д.т.н., доц., ФКН IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Стервоєдов М.Г., к.т.н., доц., ФКН IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Толстолузька О. Г. д.т.н., с.н.с., доц., ФКН IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Ткачук М. В., д.т.н., проф., IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Шейко Т.І., д.т.н., проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

Шматков С. І., д.т.н., проф., ФКН IBT ХНУ імені В.Н. Каразіна

Раскін Л.Г., д.т.н., проф., Національний технічний університет "ХПІ"

Стрельнікова О.О., д.т.н., проф. Ін-т проблем машинобудування НАН України

Соколов О.Ю., д.т.н., проф., кафедра прикладної інформатики, університет імені Миколая Коперника, м. Торунь (Польща)

Prof. **Harald Richter**, Dr.-Ing., Dr. rer. nat. habil. Professor of Technical Informatics and Computer Systems, Institute of Informatics, Technical University of Clausthal, Germany

Prof. **Philippe Lahire**, Dr. habil., Professor of computer science, Dep. of C. S., University of Nice-Sophia Antipolis, France

Адреса редакційної колегії: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 6, ХНУ імені В. Н. Каразіна, к. 534.

Тел. +380 (57) 705-42-81, Email: journal-mia@karazin.ua.

Мова публікації: українська, англійська.

Статті пройшли внутрішнє та зовнішнє рецензування.

*Ідентифікатор медіа у Реєстрі суб'єктів у сфері медіа: R30-04456
(Рішення № 1538 від 09.05.2024 р Національної ради України з питань телебачення і радіомовлення. Протокол № 15)*

© Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, оформлення, 2024

*The founder of the Journal is V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine.
Year of foundation 2003. The journal is published four times a year.
<https://periodicals.karazin.ua/mia>*

The articles are present research in the field of mathematical modeling and computing methods, information technologies, information security. New mathematical methods of research and management of physical, technical and information processes, research on programming and computer modeling in science-intensive technologies are covered.

For teachers, researchers, graduate students working in relevant or related fields.

By the order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 17.03.2020 № 409 scientific professional periodical Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University series "Mathematical modeling. Information Technologies. Automated control systems" is included in Category "B" of the List of scientific professional publications of Ukraine in the following specialties: 113 – Applied Mathematics, 122 – Computer Science and Information Technology; 123 – Computer engineering; 125 – Cybersecurity.

Approved for publication by the decision of the Academic Council of V.N. Karazin Kharkiv National University (Minutes № 24 of 25.11.2024).

Editorial Board:

Azarenkov M.O. (Chief Editor), Acad. Of the NAS of Ukraine, Dr. Sc., Prof., HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zholtkevich G.M. (Deputy Editor), Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

Lazurik V.T. (Deputy Editor), Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Sporov O.E., (Executive Secretary), Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zamula A.A., Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zolotarev V.A., Dr. Sc, Prof. B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine

Kuklin V.M., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Matsevity Yu.M., Acad. Of the NAS of Ukraine, Dr. Sc., Prof., DPE V.N. Karazin Kharkiv National University

Rassomakhin S.G., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Styervoyedov N.G., Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Tolstoluzka O.G., Dr. Sc, Assoc. Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Tkachuk M.V., Dr. Sc, Prof. HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Sheyko T.I., Dr. Sc, Prof. DPE V.N. Karazin Kharkiv National University

Shmatkov S.I., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Raskin L.G., Dr. Sc, Prof. National Technical University "Kharkiv Polytechnic institute"

Strelnikova E.A., Dr. Sc, Prof., NASU A. Pidgorny Institute of Engineering Problems

Sokolov O.Yu., Dr. Sc, Prof. Nicolaus Copernicus University, Torun, Poland

Prof. **Harald Richter**, Dr.-Ing., Dr. rer. nat. habil. Professor of Technical Informatics and Computer Systems, Institute of Informatics, Technical University of Clausthal, Germany

Prof. **Philippe Lahire**, Dr. habil., Professor of computer science, Dep. of C. S., University of Nice-Sophia Antipolis, France

Editorial Address: 61022, Kharkiv, Svobodi sq., 6, V.N. Karazin Kharkiv National University, r. 534.

Phone. +380 (57) 705-42-81, Email: journal-mia@karazin.ua.

Language of publication: Ukrainian, English.

The articles pass internal and external review.

*Media identifier in the Register of the field of Media Entities: R30-04456
(Decision № 1538 dated May 9, 2024 of the National Council of Television and Radio Broadcasting of Ukraine, Protocol № 15)*

ЗМІСТ

▪ Аверков О. Ю., Кузнецов О. О., Лисицька І. В.	6
Теоретична реалізація та тестування першого етапу роботи протоколу ZK-STARK «Арифметизація»	
▪ Білак Ю. Ю., Шуайбов О. К.	17
Технологія моделювання параметрів плазми перенапруженого наносекундного розряду методом particle-in-cell та програмна реалізація	
▪ Гнітько В. І., Дегтярьов К. Г., Крютченко Д. В., Науменко В. В.	29
Спектральна крайова задача для коаксіальних оболонок обертання	
▪ Кіресенко О. В.	38
Захист інформації в умовах обмежених енергоресурсів	
▪ Мелкозьорова О. М., Колованова Є. П., Малахов С. В.	51
Огляд можливостей, налаштування та використання технологій з кібербезпеки для захисту інформаційної мережі	
▪ Мороз О. Ю., Алієв Я. О.	60
Автоматизація стандартних процесів станцій технічного обслуговування автомобілів за допомогою роботизованих систем	
▪ Русанов Р. А., Биков Ю. А., Дегтярьов К. Г., Стрельнікова О. О., Чугай М. О.	73
Комп'ютерне моделювання міцності та коливань елементів парових турбін	

CONTENTS

▪ Averkov O., Kuznetsov O., Lisitska I.	6
Theoretical implementation and testing of the first stage of the ZK-STARK protocol “Arithmetisation”	
▪ Bilak Y., Shuaibov O.	17
Technology of modeling of plasma parameters of an overvoltage nanosecond discharge using the particle-in-cell method and software implementation	
▪ Gnitko V., Degtyarev K., Kriutchenko D., Naumenko V.	29
Spectral boundary value problem for coaxial shells of revolution	
▪ Kireienko O.	38
Information protection in the conditions of limited energy resources	
▪ Melkozerova O., Kolovanova I., Malakhov S.	51
Introduction to capabilities, configuration and using of cybersecurity technologies for information network protection	
▪ Moroz O., Aliyev Y.	60
Automation of Standard Processes at Car Service Stations Using Robotic Systems	
▪ Rusanov R., Bykov Yu., Degtyarev K., Strelnikova O., Chugay M.	73
Computer modelling of strength and vibrations of steam turbine elements	

УДК (UDC) 004.056.55, 004.051

Theoretical implementation and testing of the first stage of the ZK-STARK protocol “Arithmetisation”

Averkov O. Y. *Master's student, Department of Security information Systems and Technologies, Faculty of Computer Science Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, Kharkiv, Ukraine, 61022* e-mail: xa12850341@student.karazin.ua;

Kuznetsov O. O. *Doctor of technical science; Professor of Department of Security of Information Systems and Technologies, Faculty of Computer Science V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, Kharkiv Ukraine, 61022;* e-mail: kuznetsov@karazin.ua;

Lysytska I. V. *Doctor of technical science; Professor of Department of Security of Information Systems and Technologies, Faculty of Computer Science V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, Kharkiv Ukraine, 61022;* e-mail: ivlisitska@karazin.ua;

Relevance: Starting with the invention of the Internet, the world began to change rapidly, and the pace of change is increasing, so the problem of data storage and processing is becoming more and more relevant. The ZK-STARK protocol is a new cryptographic zero-knowledge proof protocol that is not yet widely used in practice and allows you to check a message or a transaction on the blockchain network for authenticity without reproducing it completely. At the moment, gaps and problems related to this protocol are identified: computational complexity, possible poor compatibility with other protocols, and resistance to attacks from quantum computers. Therefore, the paper aims to supplement the coverage of the problem associated with computational complexity and to propose solutions to this problem.

Purpose: on the basis of the theoretical implementation of the first stage named Arithmetization of the ZK-STARK protocol, to test its software implementation in order to provide recommendations on its most computationally efficient version.

Research methods: mathematical statements on interpolation theory, group theory, number theory; information on Fibonacci numbers; information on the Euler function; generating element of a group; cyclic groups; Lagrange interpolation polynomial and the sequence of calculations of Arithmetization; Visual Studio 2022 programming environment, C++ programming language, NTL library, Microsoft Excel.

Results of work: The result of the work is the theoretical implementation of the first stage of the ZK-STARK protocol and the effectiveness testing of the first stage, and providing recommendations for its most effective version.

Conclusion: Testing has shown that the practical implementation of the Arithmetization based on the inverse fast Fourier

transform has a time complexity $O(n \cdot \log_2(n))$, that is in $\frac{n^3}{n \cdot \log_2(n)}$ times less than the time complexity of the

Arithmetization based on inverse matrices method and Gaussian method for interpolation, that speeds up the work of Arithmetization of the ZK-STARK protocol.

Keywords: protocol, ZK-STARK, ARETHMETIZATION, modeling, program, implementation, C++ programming language, testing, blockchain, efficiency.

Як цитувати: Averkov O.Y., Kuznetsov O.O., Lisitska I.V., Theoretical implementation and testing of the first stage of the ZK-STARK protocol “Arithmetisation”. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». 2024. вип. 63. С. 6-16. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-01>

How to quote: Averkov O.Y., Kuznetsov O.O., Lisitska I.V., “Theoretical implementation and testing of the first stage of the ZK-STARK protocol “Arithmetisation””. Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems, vol. 63, pp.6-16, 2024. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-01>

1. Introduction

For modern distributed blockchain networks (e.g. cryptocurrencies) that store and process large amounts of data, it is very important that information always retains such properties as confidentiality,

integrity and availability (especially after the invention and production of a mass quantum computer) and each transaction must undergo an authentication procedure. Today, the transaction authentication procedure is a computationally complex and slow procedure because it requires recreating the entire transaction, which causes additional losses of resources of a network.

In this regard, it is relevant to develop and implement transaction authentication protocols in the blockchain network that would allow transactions to have not only the properties of confidentiality, integrity and availability, but also save network resources (including the time of the network user) during the transaction authentication procedure. Today, there is a promising solution to save network resources by using the modern post-quantum-resistant ZK-STARK protocol for the authentication procedure.

Thus, mathematical modelling and testing of the ZK-STARK protocol implementation software determine the relevance of this work.

Elie Ben-Sasson, Iddo Bentov, Yinon Horeshi, and Mikhail Ryabzev wrote the first articles describing the STARK protocol back in 2018 [1]. At the moment, there is only one known ZK-STARK utility, which is being developed by StarkWare, a company created by the ZK-STARK designers. The goal is to develop a test layer that will allow the technology to be used on the blockchain, decentralised exchanges, and much more. As of today, the STARK protocol has not been widely tested, studied, and has not yet been widely used in any real production system, even in the world of cryptocurrencies [2, 3]. However, StarkWare has already launched an alpha version of the Layer 2 Rollup Network blockchain, which uses ZK-STARK for the Ethereum cryptocurrency [1, 4].

In general, the main aim of using of knowledge verification systems, such as ZK-STARK, is focused on the creation of highly secure and private systems. The systems where there is complete decentralisation of information, and access to it is possible only under a number of clearly defined conditions, that are also difficult to achieve by unconventional means, such as hacking [2].

Systems with decentralised information include systems such as cryptocurrencies, where the use of cryptocurrencies not only ensures network security but also protects users, providing them with privacy and anonymity, depending on the situation [2]. And it is in the latter case that ZK-SNARK stands out from other similar protocols because it is well suited to ensure privacy and anonymity without revealing the information in any way, but at the same time leaving the tool for confirming the transaction unambiguous and deterministic. In other words, ZK-STARK does not reveal the information it encrypts, but you can always verify its authenticity no matter what [2].

A possible application of STARK is to increase the scalability of the blockchain by allowing cryptographic tests to take up less space. In cryptocurrencies like Bitcoin, where block size limits the number of transactions that can be processed per second, this is vital. With smaller cryptographic test sizes, transactions also take up less space, and more transactions can fit into each block. The effect becomes stronger when applied to thousands of transactions, and scalability improves with it [2]. However, this is only part of the solution to the scalability problem, as the most minor cryptographic tests will not lead to a dramatic increase in blockchain performance.

Another possible application of this type of system could be, for example, a fully encrypted and secure streaming system. This would not require current encryption systems, which are mainly based on symmetric cryptography. Electronic voting systems also benefit greatly from this type of systems. This is because they allow a voter to cast a vote, that can be verified, but we have no way of knowing who cast it [2]. The potential of ZK-STARK is enormous.

The ZK-STARK protocol is a new technology that is not yet widely used in practice. However, at the moment, some gaps and problems related to its use are identified: prevalence, scalability, proof size, computational complexity (resource requirements), possible poor compatibility with other protocols, resistance to quantum attacks, and others [4-10]. Therefore, in our work, we decided to supplement the coverage of the problem associated with computational complexity and propose solutions to this problem.

In this paper, we will model and test low-degree cryptographic zero-knowledge proof protocols by testing a software implementation of Arithmetization of the ZK-STARK protocol based on the Fast Fourier Transform, Gauss method and inverse matrix method, and recommending the most efficient version of Arithmetization.

2. Formulation of a problem

The transaction authentication procedure of the ZK-STARK protocol takes place after the generation of the execution trace and polynomial constraints for the user-generated transaction. During the authentication procedure, these two objects are transformed into a single low-degree polynomial [11], which will be a low-degree polynomial only if the execution trace is correct and, accordingly, the data on which the computation trace was generated is correct [12].

Taking into account that the Arithmetisation stage involves the use of ‘Error Correction Codes’, the plan for this stage may look like this [13]:

- 1) reformulate the execution trace into a polynomial form
- 2) extend the execution trace to a larger domain
- 3) transform the execution trace, using polynomial constraints, into another polynomial that is guaranteed to have a low degree if and only if the execution trace is correct

Based on the available information, we can model the operation of the first stage of the protocol using a specific example.

Let's say that according to the task we are given:

A finite field $Z_{13} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, which has $|Z_{13}| = 13$ numbers with addition and multiplication modulo 13. This field has a multiplicative subgroup G with length $|G| = 6$ and a generator $g = 4$. The existence of such a subgroup is guaranteed since 6 divides the size of this group (which is 12) without a remainder [13].

Suppose that the statement about the need to verify the computational integrity of a transaction sounds like this: ‘The verifier has a sequence of 6 numbers, all of which are Fibonacci numbers.

This sequence of Fibonacci numbers must be verified by reading significantly fewer than 6 numbers [13].

This problem has the following solution:

The Fibonacci sequence is formally defined as follows:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+2} = (a_{n+1} + a_n) \bmod 13$$

You can create an execution trace by simply writing down all 6 Fibonacci numbers in a row: 1, 1, 2, 3, 5, 8. Then, the polynomial constraints can have the next form [13]:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 - 1 = 0 \text{ and } A_1 - 1 = 0, \\ \forall 0 \leq i < 4: A_{i+2} - A_{i+1} - A_i = 0, \\ A_5 - 8 = 0. \end{array} \right\}$$

Now let's bring the polynomial constraints to a polynomial form:

The recurrent Fibonacci relation embodies a set of constraints on the entire execution trace, and can be alternatively interpreted as follows [13]:

$$\forall 0 \leq i < 4: f(g^{i+2}) - f(g^{i+1}) - f(g^i) = 0,$$

Now the Verifier can create a polynomial composition using the formula [24]:

$$q(x) = \frac{f(g^{i+2}) - f(g^{i+1}) - f(g^i)}{\prod_{i=0}^3 (x - g^i)},$$

The calculation of this expression for the special case when the degrees of g form a subgroup can be performed as follows [13]:

$$x^{|G|} - 1 = \prod_{g \in G} (x - g),$$

This equality is correct because both sides are polynomials of degree $|G|$, whose roots are exactly elements of G [13].

And the actual denominator of the considered composite Fibonacci polynomial can be obtained by rewriting it in the form [13]:

$$\frac{f(g^{i+2}) - f(g^{i+1}) - f(g^i)}{\prod_{i=0}^3 (x - g^i)} = \frac{(\omega - g^4) * (\omega - g^5) * [f(g^2 * \omega) - f(g^1 * \omega) - f(\omega)]}{\omega^6 - 1}, \quad (1)$$

where $\omega \in \{1, g^1, g^2, g^3, g^4, g^5\}$.

3. Research methods

To solve equation (1), we must first calculate the coefficients of the interpolation polynomial $f(g^0 * x)$. For this purpose, it may be used the following formula to find the coefficients of the Lagrange interpolation polynomial [14], but provided that the calculations are carried out in a specific field.

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) * \frac{\omega_n(x)}{(x - x_i) * \omega_n'(x_i)}, \quad (2)$$

where, x – is the argument of the interpolation polynomial and the function $f(x)$, $\omega_n(x) = (x - x_0) * (x - x_1) * \dots * (x - x_n)$.

Using the notation of the previous section, the arguments of the interpolation polynomial $f(g^0 * x)$ are $g^i = \{1, g^1, g^2, g^3, g^4, g^5\}$, where $i = 0, 1, \dots, n$, where n – the number of Fibonacci numbers that are the results of the function $f(g^0 * x)$ in the domain $x \in \{1, g^1, g^2, g^3, g^4, g^5\}$.

After finding the coefficients of the interpolation polynomial $f(g^0 * x)$ you need to calculate the found polynomial also for the cases $f(g^1 * x)$ and $f(g^2 * x)$.

The next step in the calculations is to authenticate the blockchain transaction using the right-hand side of formula (1).

This paper will consider three variants of the method of finding the coefficients of the interpolation polynomial:

- 1) Using the Gaussian method with the selection of the main element by column.
- 2) Using the inverse matrix method with the search for the inverse matrix using the Gaussian method (used to convert the matrix to the upper triangular form).
- 3) Using the Fast Fourier Transform.

The first variant [15] is equivalent to applying the conventional Gaussian method (G) to a system in which the equations are renumbered accordingly at each elimination step.

$$|a_{rk}^{(k)}| = \max_i |a_{ik}^{(k)}|, \quad k \leq i \leq n.$$

However, the main element can be selected among all the elements of the untransformed part of the matrix (Fig. 1, b):

$$|a_{rs}^{(k)}| = \max_{i,j} |a_{ij}^{(k)}|, \quad k \leq i, \quad j < n.$$

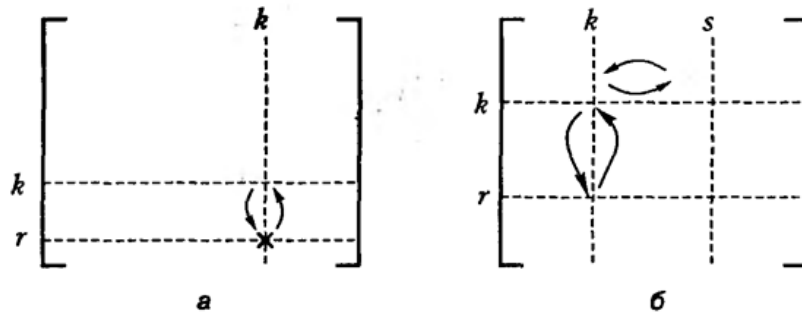


Figure 1 – Selection of the main element: a – among the elements of the matrix column; b – among the elements of the untransformed part of the matrix..

The complexity of the algorithm (the number of arithmetic operations) is estimated by

$$f_A(n) = \frac{n^3}{3} + n^2 = O(n^3)$$

The algorithm is modified for use in modular arithmetic.

Consider the second variant, in which the inverse matrix method is used to find the coefficients of the interpolation polynomial with the search for the inverse matrix using the Gaussian method (IM) [16]. It is used to convert the matrix to the upper triangular form.

Let the given system:

[illegible]

Or in matrix form

$$A * X = B, \quad (3)$$

where $A = (a_{ij})$ - is a matrix with coefficients at the unknown variables, B and X are a column vector consisting of free terms and unknown variables.

If the matrix A is nondegenerate, i.e., the determinant of the system is $\Delta = |A| \neq 0$, then multiplying both parts of equation (3) by the matrix A^{-1} on the left, we obtain the solution of the system in matrix form: $X = B * A^{-1}$.

The time complexity of the method is $O(n^3)$

The third variant for finding the coefficients of the interpolation polynomial is to use the Fast Fourier Transform. The interpolation is performed using the Cooley-Tukey method to calculate the Inverse Fast Fourier Transform (IFFT).

Let's say we have a sequence of numbers $v = (v_0, v_1 \dots v_{n-1})$ and we want to compute its DFT $V = (V_0, V_1 \dots V_{n-1})$. Instead of directly using the DFT algorithm, the Cooley-Tukey algorithm splits it into two parts, one for even indices and one for odd indices:

$V_i = E_i + e^{-1 * (\frac{2 * \pi * i}{n}) * j} * O_j$, where E_i – DFT for even indices, a O_j – DFT for odd indices. Now,

instead of calculating one DFT of size n , we calculate two DFTs of size $\frac{n}{2}$. This process can be repeated recursively, breaking the DFT into smaller parts until the size becomes small enough for direct calculation. Also, thanks to the properties of complex numbers, it is possible to reuse the results of calculations E_j and O_j for calculating V_j . This leads to a significant reduction in computational costs [17].

In order to use this method to find the coefficients of the interpolation polynomial, one must change the direction of traversal of the complex plane by multiplying the degree of the number e by minus one

and multiplying the resulting number $e^{-1*(\frac{2*\pi*i}{n})}$ on $\frac{1}{n}$, where n – is the size of the input sequence.

Compared to the other two, this method looks the most promising because its time complexity is equal to $n * \log_2(n)$ [18].

This method will be used for calculations in the field: the algorithm for calculations in the field of complex numbers differs from the algorithm for calculations in the field by modulo only in that the

number $e^{-1*(\frac{2*\pi*i}{n})}$ is replaced by the element α^i of a group, which forms a cyclic subgroup of the multiplicative group [19].

4. Results

4.1 Theoretical implementation of the ZK-STARK protocol

To solve a simple example, let's use formula (2) directly and get the numerical solution of the problem as follows:

1) we find the interpolation Lagrange polynomial for the six Fibonacci numbers.

The polynomial has the form:

$$f(x) = 7 * x^5 + 10 * x^4 + 8 * x^3 + 6 * x^2 + 10 * x + 12.$$

The check shows that the polynomial is calculated correctly:

With $x = g^0 = 1$:

$$f(x) = 7 * 1^5 + 10 * 1^4 + 8 * 1^3 + 6 * 1^2 + 10 * 1 + 12 = 1 \bmod(13).$$

Corresponds to the first Fibonacci number.

With $x = g^1 = 4$:

$$f(x) = 7 * 4^5 + 10 * 4^4 + 8 * 4^3 + 6 * 4^2 + 10 * 4 + 12 = 1 \bmod(13).$$

Corresponds to the second Fibonacci number.

With $x = g^2 = 3$:

$$f(x) = 7 * 3^5 + 10 * 3^4 + 8 * 3^3 + 6 * 3^2 + 10 * 3 + 12 = 2 \bmod(13).$$

Corresponds to the third Fibonacci number.

With $x = g^3 = 12$:

$$f(x) = 7 * 12^5 + 10 * 12^4 + 8 * 12^3 + 6 * 12^2 + 10 * 12 + 12 = 3 \bmod(13).$$

Corresponds to the fourth Fibonacci number.

With $x = g^4 = 9$:

$$f(x) = 7 * 9^5 + 10 * 9^4 + 8 * 9^3 + 6 * 9^2 + 10 * 9 + 12 = 5 \bmod(13).$$

Corresponds to the fifth Fibonacci number.

With $x = g^5 = 10$:

$$f(x) = 7 * 10^5 + 10 * 10^4 + 8 * 10^3 + 6 * 10^2 + 10 * 10 + 12 = 8 \bmod(13).$$

Corresponds to the sixth Fibonacci number.

Let's check the property of the recurrence relation, which has the form:

$$\forall 0 \in \{g^0, g^1, g^2, g^3\}: f(g^2x) - f(g^1x) - f(x) = 0.$$

To do this, in the interpolation polynomial for six numbers, we substitute the value of x for x , $g * x$, $g^2 * x$ in such a way that next polynomials are formed:

$$f(x) = 7 * x^5 + 10 * x^4 + 8 * x^3 + 6 * x^2 + 10 * x + 12$$

$$f(g * x) = 5 * x^5 + 12 * x^4 + 5 * x^3 + 5 * x^2 + 1 * x + 12.$$

$$f(g^2 * x) = 11 * x^5 + 4 * x^4 + 8 * x^3 + 2 * x^2 + 4 * x + 12$$

Then the composition polynomial looks like this:

$$q(x) = \frac{f(g^{i+2}) - f(g^{i+1}) - f(g^i)}{x^6 - 1} = \frac{12 * x^5 + 8 * x^4 + 8 * x^3 + 4 * x^2 + 6 * x + 1}{x^6 - 1}.$$

Based on equality (1), we find the composition polynomial $q(x)[3]$:

$$q(x) = \frac{(x-9) * (x-10) * [f(g^{i+2}) - f(g^{i+1}) - f(g^i)]}{x^6 - 1} = \frac{(x-9) * (x-10) * [12 * x^5 + 8 * x^4 + 8 * x^3 + 4 * x^2 + 6 * x + 1]}{x^6 - 1}$$

If the Verifier receives the correct data and creates the correct polynomial, than we have that the composition polynomial $q(x)$ is a polynomial of degree less than two and looks like this:

$$q(x) = \frac{12 * x^7 + x^6 + x + 12}{x^6 - 1} = 12 * x + 1, \quad (4)$$

Using this algorithm, the Verifier checks the transaction data for authenticity. Based on the existing algorithm of Verifier actions, the C++ program was tested on a different number of input Fibonacci numbers. By default, the Verifier always enters correct data.

5. Testing a C++ implementation of the Arithmetization

According to the test results, we have determined that the Inverse Fast Fourier Transform (IFFT) method is the most effective for solving a system of linear algebraic equations (SLAE) with a large number of unknowns and equations. This method is able to solve SLAE with the number of unknowns and equations that is almost 16578 times bigger than the number of unknowns and equations in the Gaussian (G) and Inverse Matrix (IM) methods.

When using the IFFT method to perform the interpolation procedure, it is possible to give to the input 16578 times more Fibonacci numbers (maximum 2^{24} numbers) than can be input when using the G and IM methods (maximum 1012) to solve SLAE, provided that the SLAE are solved in a 'reasonable time'.

The greater efficiency of the IFFT method can be illustrated by the graph:

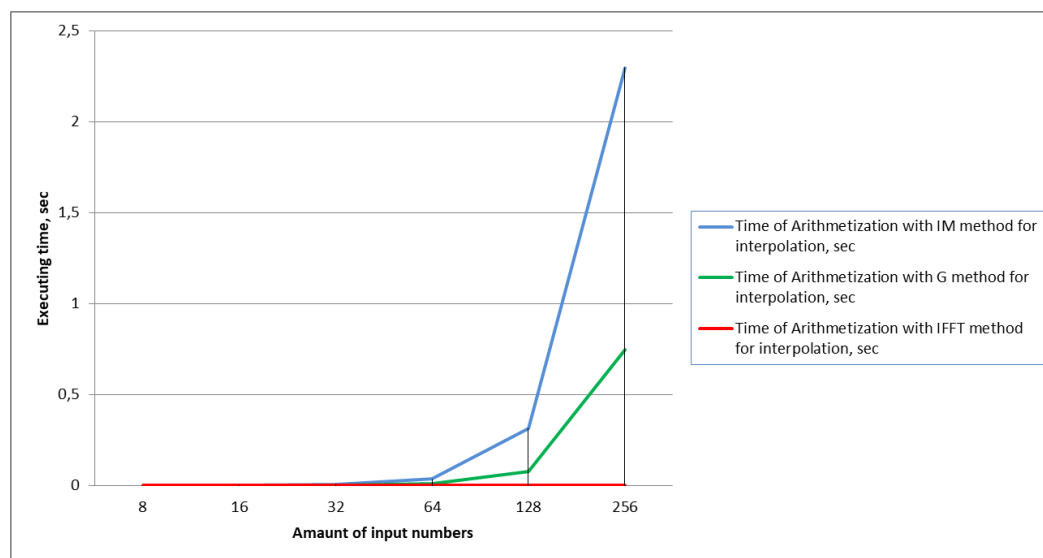


Figure 2 – dependency of a time from amount of input numbers.

In the graph, the Ox axis means the average runtime of the program for 1000 measurements, the Oy axis means the number of Fibonacci numbers that are input in the program, the blue colour indicates the runtime of the Arithmetization variant that uses the IM method for the interpolation procedure, the green colour indicates the runtime of the Arithmetization variant that uses the G method for the interpolation procedure, and the red colour indicates the runtime of the Arithmetization variant that uses the IFFT method for the interpolation procedure. At the same time, calculations in the Arithmetization variants that use the G and IM methods for interpolation are performed in the GF field (257), and calculations in the Arithmetization variant that uses the IFFT method are performed in the Goldilocks field, i.e. in GF ($2^{64} - 2^{32} + 1$). So, calculations using IFFT for 256 input Fibonacci numbers (256 unknowns and 256 equations) are at least 176 times faster, provided that the values of the unknown numbers in the Goldilocks field are greater in $\frac{2^{64} - 2^{32} + 1}{257}$ times than in the field GF (257).

It was determined from the tests that if the Arithmetization variant using the G or IM method is given the 8 Fibonacci number as an input, but the calculations are performed in the Goldilocks field, i.e. modulo $P = 2^{64} - 2^{32} + 1$, than this option ran for 40 minutes without a result, which is 1 545 946 times longer than the IFFT option for interpolation.

Using the linear regression method, we have shown that the programmed version of Arithmetization, which uses the IFFT method for interpolation, does indeed have a time complexity $O(n * \log_2(n))$:

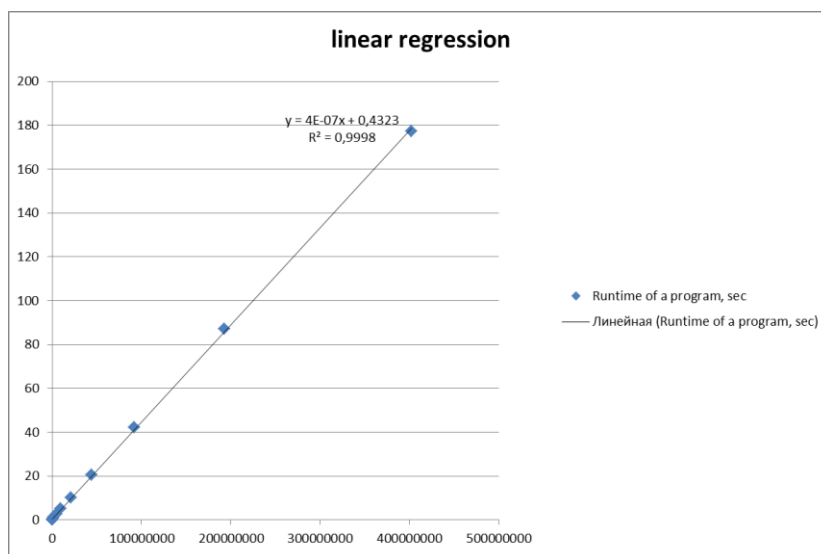


Figure 3 – Linear regression for IFFT method.

The numbers on the Ox axis are $n \cdot \log_2(n)$, and the Oy axis shows the total time of the Arithmetization. In other words, testing confirms that using the IFFT method speeds up the Arithmetization stage compared to options that use the G and IM methods for interpolation. That is, Arithmetisation with IFFT has a time complexity of almost $O(n \cdot \log_2(n))$, in contrast to the G and IM methods, which have time complexity $O(n^3)$.

Testing has shown that the maximum number of Fibonacci numbers that can be given into the input is 2^{24} numbers, so, it is possible to solve SLAEs of size 2^{24} unknowns and 2^{24} equations in an average time of 177.45 seconds (average time over 100 measurements).

With the help of the IFFT, it is possible to reduce the time of converting the input data into a polynomial. Also it is possible to reduce the percentage of time of converting the input data into a polynomial from the time of the entire first stage. Thanks to the IFFT, the percentage of time decreased from 99.99 % (for 1012 Fibonacci numbers) to 58.56 % (for 2^{24} Fibonacci numbers).

Using the IFFT method to speed up Prover's work in Arithmetisation, you can speed up in $\frac{n^3}{n \cdot \log_2(n)}$ times the time it takes to check for the correctness of a blockchain network transaction and save time and hardware resources.

6. Conclusions

The paper carries out mathematical modelling and testing of the programmed first stage of the ZK-STARK Arithmetisation protocol, which is promising and relevant, which necessitates the study of its functioning and ways of implementing it in the blockchain network.

1) It is determined the peculiarities of the functioning of the first stage of the ZK-STARK protocol - the Arithmetisation stage: it begins with the transformation of input data into a polynomial form using the interpolation polynomial. This polynomial is then tested for low degree. If the polynomial has a degree of less than two, it passes the test and is considered reliable and accepted by Verifier.

2) A theoretical implementation of the first stage of the ZK-STARK protocol was created and three software versions were tested (the first stage of the protocol was programmed using the interpolation polynomial and the procedure for dividing two polynomials. The search for the coefficients of the interpolation polynomial was programmed using three methods with different speeds: the inverse matrix method, the Gaussian method, and the fast inverse Fourier transform) of the first stage of the protocol. Tests showed that the inverse fast Fourier transform was the most effective method for finding the coefficients of the interpolation polynomial. With the help of the IFFT, it is possible to solve SLAEs in which the maximum number of unknowns is 2^{24} and the equations is 2^{24} (in 16578 times more than

the IM and G methods) in 177.45 seconds in the Goldilocks field, which is in $\frac{2^{64} - 2^{32} + 1}{257}$ times bigger than the fields, on which Arithmetization based on IM and G methods was tested. The IM and G methods in the Goldilocks field failed to find the coefficients of the interpolation polynomial faster than the IFFT method.

3) Testing has shown that the practical implementation of Arithmetization based on IFFT has time complexity $O(n * \log_2(n))$. This is in $\frac{n^3}{n * \log_2(n)}$ times less than the time complexity of Arithmetization based on IM and G. IFFT speeds up the Arithmetization.

4) The most promising method among the three tested was the IFFT method, so it is recommended to use this method at the Arithmetization stage of the ZK-STARK protocol, as it will increase the effectiveness of the protocol and will speed up the authentication procedure, of which the Arithmetization stage is a part.

5) Solving a SLAEs with a large number of unknowns and equations is a very complex computational task. Therefore, if the activity of the ZK-STARK protocol leads to the solution of a SLAEs of size 2^{24} , or more, it makes sense to distribute the computations during the ZK-STARK authentication procedure among the computers of the blockchain computer network to speed up the first stage of the protocol, or to increase the capacity of individual network nodes, or to perform computations on a quantum computer, since the amount of data that computer networks need to process is growing every year.

Given the fact that the IFFT has reduced the percentage of time of converting input data into a polynomial, as a further step in the study of the promising modern ZK-STARK protocol, is the optimization of polynomial division (acceleration of polynomial division) can be used to further speed up the Verifier's work of the first stage of the ZK-STARK protocol and a software implementation of an even faster method than the IFFT is for finding the roots of an interpolation polynomial more faster.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. CONSENSYS. Zero-Knowledge Proofs: STARKs vs SNARKs / BLOCKCHAIN EXPLAINED: веб-сайт. – URL: <https://consensys.net/blog/blockchain-explained/zero-knowledge-proofs-starks-vs-snarks/> (дата звернення: 30.04.2023).
2. Bit2Me ACADEMY. What are zk-STARKs?: веб-сайт. URL: <https://academy.bit2me.com/en/what-are-zk-stark/> (дата звернення: 30.04.2023).
3. Chainlink. Understanding the Difference Between zk-SNARKs and zk-STARKs: веб-сайт. URL: <https://chain.link/education-hub/zk-snarks-vs-zk-starks> (дата звернення: 25.04.2024).
4. Ramses F. STARKs vs SNARKs [Електронний ресурс] // Medium: веб-сайт. URL: <https://medium.com/@ramsesfv/starks-vs-snarks-d2e09c4e6069> (дата звернення: 25.04.2024).
5. Throne of ZK: SNARK vs STARK [Електронний ресурс] // Medium: веб-сайт. URL: <https://medium.com/nonce-classic/throne-of-zk-snark-vs-stark-e449984d5c36> (дата звернення: 25.04.2024).
6. Techopedia. Zero-Knowledge STARK (zkSTARK): веб-сайт. URL: <https://www.techopedia.com/definition/zero-knowledge-stark-zkstark> (дата звернення: 25.04.2024).
7. Changelly Blog. New Technology Explained: Zero-Knowledge Proof – Security Enhancing Protocol: веб-сайт. URL: <https://changelly.com/blog/zero-knowledge-proof-explained/> (дата звернення: 25.04.2024).
8. Hacken. Comparing ZK-SNARKs & ZK-STARKs: Key Distinctions In Blockchain Privacy Protocols: веб-сайт. URL: <https://hacken.io/discover/zk-snark-vs-zk-stark/> (дата звернення: 25.04.2024).
9. Binance Academy. zk-SNARKs and zk-STARKs Explained: веб-сайт. URL: <https://academy.binance.com/en/articles/zk-snarks-and-zk-starks-explained> (дата звернення: 30.04.2023).
10. Binance Academy. zk-STARKs: веб-сайт. URL: <https://academy.binance.com/en/glossary/zk-starks> (дата звернення: 25.04.2024).

11. StarkWare. Arithmetization I // Medium: веб-сайт. URL: <https://medium.com/starkware/arithmetization-i-15c046390862> (дата звернення: 25.04.2024).
12. Polygon Labs. Introducing Plonky2 // Polygon: веб-сайт. URL: <https://polygon.technology/blog/introducing-plonky2> (дата звернення: 25.04.2024).
13. StarkWare Team. ethSTARK Documentation Version 1.1 // IACR: веб-сайт. URL: <https://eprint.iacr.org/2021/582.pdf> (дата звернення: 25.04.2024).
14. H. P. William, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, Numerical Recipes in C++. The Art of Scientific Computing, 2nd ed: Cambridge University Press, Cambridge, 2003, 1004 с.
15. Державний університет "Житомирська політехніка" // Освітній портал: веб-сайт. URL: <https://learn.ztu.edu.ua> (дата звернення: 25.04.2024).
16. Літнарівич Р.М. Алгебра матриць: Курс лекцій. – Рівне: МЕРУ, 2007. – 112 с. веб-сайт. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/14034615.pdf> (дата звернення: 25.04.2024).
17. Кузнецов О.О. Конспект лекцій по математичним основам криптографічних доказів з нульовим розголошенням. Лекція №22: Дискретне перетворення Фур'є: PROXIMA LABS, 1501 Larkin Street, Suite 300, San Francisco, USA, 13 с.
18. The Fast Fourier Transform (FFT): Most Ingenious Algorithm Ever? // Youtube: веб-сайт. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=h7apO7q16V0> (дата звернення: 25.04.2024).
19. Кузнецов О.О. Конспект лекцій по математичним основам криптографічних доказів з нульовим розголошенням. Лекція №23: Дискретне перетворення Фур'є в кінцевих полях: PROXIMA LABS, 1501 Larkin Street, Suite 300, San Francisco, USA, 13 с.

REFERENCES

1. CONSENSYS, "Zero-Knowledge Proofs: STARKs vs SNARKs," BLOCKCHAIN EXPLAINED, [Online]. Available: <https://consensys.net/blog/blockchain-explained/zero-knowledge-proofs-starks-vs-snarks/>. [Accessed: 30-Apr-2023].
2. Bit2Me ACADEMY, "What are zk-STARKs?," [Online]. Available: <https://academy.bit2me.com/en/what-are-zk-stark/>. [Accessed: 30-Apr-2023].
3. Chainlink, "Understanding the Difference Between zk-SNARKs and zk-STARKs," [Online]. Available: <https://chain.link/education-hub/zk-snarks-vs-zk-starks>. [Accessed: 25-Apr-2024].
4. Ramses F., "STARKs vs SNARKs," Medium, [Online]. Available: <https://medium.com/@ramsesfv/starks-vs-snarks-d2e09c4e6069>. [Accessed: 25-Apr-2024].
5. "Throne of ZK: SNARK vs STARK," Medium, [Online]. Available: <https://medium.com/nonce-classic/throne-of-zk-snark-vs-stark-e449984d5c36>. [Accessed: 25-Apr-2024].
6. Techopedia, "Zero-Knowledge STARK (zkSTARK)," [Online]. Available: <https://www.techopedia.com/definition/zero-knowledge-stark-zkstark>. [Accessed: 25-Apr-2024].
7. Changelly Blog, "New Technology Explained: Zero-Knowledge Proof – Security Enhancing Protocol," [Online]. Available: <https://changelly.com/blog/zero-knowledge-proof-explained/>. [Accessed: 25-Apr-2024].
8. Hacken, "Comparing ZK-SNARKs & ZK-STARKs: Key Distinctions In Blockchain Privacy Protocols," [Online]. Available: <https://hacken.io/discover/zk-snark-vs-zk-stark/>. [Accessed: 25-Apr-2024].
9. Binance Academy, "zk-SNARKs and zk-STARKs Explained," [Online]. Available: <https://academy.binance.com/en/articles/zk-snarks-and-zk-starks-explained>. [Accessed: 30-Apr-2023].
10. Binance Academy, "zk-STARKs," [Online]. Available: <https://academy.binance.com/en/glossary/zk-starks>. [Accessed: 25-Apr-2024].
11. StarkWare, "Arithmetization I," Medium, [Online]. Available: <https://medium.com/starkware/arithmetization-i-15c046390862>. [Accessed: 25-Apr-2024].
12. Polygon Labs, "Introducing Plonky2," Polygon, [Online]. Available: <https://polygon.technology/blog/introducing-plonky2>. [Accessed: 25-Apr-2024].
13. StarkWare Team, "ethSTARK Documentation Version 1.1," IACR, [Online]. Available: <https://eprint.iacr.org/2021/582.pdf>. [Accessed: 25-Apr-2024].
14. H. P. William, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, Numerical Recipes in C++. The Art of Scientific Computing, 2nd ed: Cambridge University Press, Cambridge, 2003, 1004 с.

15. Державний університет "Житомирська політехніка", "Освітній портал," [Online]. Available: <https://learn.ztu.edu.ua>. [Accessed: 25-Apr-2024].
16. Р. М. Літнарівич, *Алгебра матриць: Курс лекцій*, Рівне, Україна: МЕНУ, 2007, 112 с. [Online]. Available: <https://core.ac.uk/download/pdf/14034615.pdf>. [Accessed: 25-Apr-2024].
17. О. О. Кузнецов, "Конспект лекцій по математичним основам криптографічних доказів з нульовим розголошенням. Лекція №22: Дискретне перетворення Фур'є," PROXIMA LABS, 1501 Larkin Street, Suite 300, San Francisco, USA, 13 с.
18. "The Fast Fourier Transform (FFT): Most Ingenious Algorithm Ever?," Youtube, [Online]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=h7apO7q16V0>. [Accessed: 25-Apr-2024].
19. О. О. Кузнецов, "Конспект лекцій по математичним основам криптографічних доказів з нульовим розголошенням. Лекція №23: Дискретне перетворення Фур'є в кінцевих полях," PROXIMA LABS, 1501 Larkin Street, Suite 300, San Francisco, USA, 13 с.

О. Ю. Аверков

*Студент магістерської програми, кафедри безпеки інформаційних систем і технологій, Факультет комп'ютерних наук
ХНУ імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи 4, Харків, Україна, 61022;
e-mail: olegaverkov072@gmail.com;*

О. О. Кузнецов

*Доктор технічних наук; професор кафедри безпеки інформаційних систем і технологій, Факультет комп'ютерних наук
ХНУ імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи 4, Харків, Україна, 61022;
e-mail: kuznetsov@karazin.ua;*

І. В. Лисицька

*Доктор технічних наук; професор кафедри безпеки інформаційних систем і технологій, Факультет комп'ютерних наук
ХНУ імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи 4, Харків, Україна, 61022;
e-mail: ivlisitska@karazin.ua;*

Теоретична реалізація та тестування першого етапу роботи протоколу ZK-STARK «Арифметизація»

Актуальність: З появою Інтернету світ почав стрімко змінюватися, до того ж темп змін постійно зростає, тому проблема збереження та обробки даних стає все більш актуальною. Протокол ZK-STARK - це новий криптографічний протокол, який ще не має масового застосування на практиці та дозволяє перевірити повідомлення чи транзакцію в мережі Блокчейн на достовірність, не відтворюючи її повністю. На даний момент, виявлені прогалини та проблеми, пов'язані з його застосуванням: обчислювальна складність, можлива погана сумісність з іншими протоколами, стійкість до атак з боку квантових комп'ютерів. Тому у роботі вирішено доповнити висвітлення проблеми, пов'язаної з обчислювальною складністю та запропонувати варіанти вирішення цієї проблеми.

Мета: на основі теоретичної реалізації першого етапу Arethmetization роботи протоколу ZK-STARK провести тестування його програмної реалізації задля надання рекомендацій щодо його найбільш обчислювально-ефективної версії.

Методи дослідження: математичні відомості з теорії інтерполювання, теорії груп, теорії чисел; відомості про числа Фібоначчі; відомості про функцію Ейлера; породжуючий елемент групи; циклічні групи; інтерполяційний поліном Лагранжа та послідовність обчислень, також середа програмування Visual Studio 2022, мова програмування C++, бібліотека NTL, Microsoft Excel.

Результати: результатом роботи є теоретична реалізація роботи першого етапу протоколу ZK-STARK та тестування на ефективність першого етапу, та надання рекомендацій щодо його найбільш ефективного версії.

Висновок: Тестування показало, що практичне впровадження Арифметизації на основі ШЗПФ має часову складність $n \cdot \log_2(n)$, яка у $(n^3)/(n \cdot \log_2(n))$ разів менша, ніж часова складність Арифметизації на основі ЗМ та Г, що прискорює роботу етапу Арифметизація протоколу ZK-STARK.

Keywords: protocol, ZK-STARK, ARETHMETIZATION, modeling, program, implementation, C++ programming language, testing, blockchain, efficiency.

УДК (UDC) 681.3;519.6;537.525

Білак Юрій Юрійович канд. фіз.-мат. наук, доцент, зав. кафедри програмного забезпечення систем ДВНЗ «Ужгородський національний університет», м. Ужгород, пл. Народна, 3, Україна, 88000
e-mail: yuriy.bilak@uzhnu.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0001-5989-1643>

Шуаїбов Олександр Камілович докт. фіз.-мат. наук, професор, професор кафедри квантової електроніки ДВНЗ «Ужгородський національний університет», м. Ужгород, пл. Народна, 3, Україна, 88000
e-mail: alexander.shuaibov@uzhnu.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0001-9925-7161>

Технологія моделювання параметрів плазми перенапруженого наносекундного розряду методом particle-in-cell та програмна реалізація

Мета. Метою даної наукової роботи є порівняльний аналіз чисельних методів моделювання, які є невід'ємною частиною сучасних наукових досліджень, особливо у складних фізичних системах, таких як плазма та розробка технології числового моделювання параметрів плазми перенапруженого наносекундного розряду з використанням методу Particle-In-Cell (PIC) для аналізу динаміки електронів, іонів та їх взаємодії з електромагнітними полями. Дослідження спрямоване на отримання детального уявлення про фізичні процеси, що відбуваються в нерівноважній плазмі, та визначення основних параметрів розряду, таких як електронна густина, енергія електронів, швидкість дрейфу, електричне і магнітне поля, а також особливості утворення стримерів та іонізаційних хвиль.

Методи дослідження. У роботі використано метод Particle-In-Cell (PIC) для числового моделювання динаміки плазми, що поєднує кінетичний опис руху заряджених частинок із розрахунком електромагнітних полів на регулярній сітці. Для розв'язання рівнянь Максвелла застосовано різницеві схеми, а для моделювання взаємодій частинок використано алгоритми інтерполяції та обчислення густини зарядів. Також використано методи аналізу спектральних характеристик плазми для валідації результатів.

Результати. Отримані результати дозволяють оптимізувати умови створення плазми для застосувань у технологічних процесах, таких як синтез матеріалів, плазмохімія, сенсорика та оптоелектроніка. Результати узгоджуються з експериментальними даними для подібних умов розряду, зокрема у сумішах повітря при атмосферному тиску. Метод продемонстрував високу точність у моделюванні нестационарних процесів, характерних для наносекундного розряду, таких як утворення стримерів та іонізаційних хвиль.

Висновки. Встановлено, що числовий підхід забезпечує деталізоване уявлення про поведінку плазми в умовах нерівноважного стану, що відкриває перспективи для оптимізації технологічних процесів у плазмовій хімії, матеріалознавстві та екології. Незважаючи на високу обчислювальну складність, метод PIC є ефективним інструментом для дослідження плазмових явищ у складних фізичних умовах.

Майбутні дослідження полягають у подальшому вдосконаленні числових моделей для точнішого моделювання процесів у плазмі при різних умовах перенапруження. Очікується розвиток комбінованих підходів, що поєднують методи PIC з іншими моделями, зокрема гідродинамічними, для більш ефективного опису багатокomпонентних плазмових систем. Застосування цих моделей у технологіях плазмохімії, матеріалознавстві, сенсорикі та оптоелектроніці відкриває нові можливості для створення інноваційних матеріалів і систем.

Ключові слова: технологія моделювання; Particle-In-Cell; аналіз та оптимізація; числовий аналіз; перенапружений наносекундний газорозряд; електромагнітні поля, нестационарні процеси, кінетичні методи; Python.

Як цитувати: Білак Ю. Ю., Шуаїбов О. К. Технологія моделювання параметрів плазми перенапруженого наносекундного розряду методом particle-in-cell та програмна реалізація. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2024. вип. 63. С. 17-28.
<https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-02>

How to quote: Bilak Y., Shuaibov O. "Technology of modeling of plasma parameters of an overvoltage nanosecond discharge using the particle-in-cell method and software implementation". *Bulletin of V. N. Karazin Kharkiv National University, series Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 63, pp.17-28, 2024.
<https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-02>[in Ukrainian]

1. Вступ

Моделювання фізичних процесів є важливим інструментом для аналізу та оптимізації явищ, які складно або неможливо дослідити експериментально. Це особливо актуально для систем із багатьма компонентами, нестаціонарних і нерівноважних процесів, таких як динаміка плазми, лазерно-індуковані процеси, теплоперенос або турбулентні потоки. Математичні моделі дозволяють отримати детальне уявлення про фізику процесів, зменшити витрати на експериментальні дослідження та пришвидшити розробку нових технологій у таких галузях, як енергетика, матеріалознавство, космічна фізика, медицина та оптоелектроніка.

Основні технології моделювання охоплюють:

- кінетичні моделі, які описують динаміку частинок у середовищі шляхом розв'язання рівнянь Больцмана, Власова або за допомогою методу Монте-Карло.
- метод Particle-In-Cell (PIC), що поєднує кінетичне моделювання частинок із розрахунком електромагнітних полів на регулярній сітці;
- гідродинамічні моделі, які розглядають фізичну систему як суцільне середовище, описуючи її параметри через рівняння збереження маси, імпульсу й енергії.
- комбіновані підходи, що поєднують кінетичні моделі для опису швидких і локальних процесів із гідродинамічними для аналізу глобальних параметрів системи.
- лазерно-індуковані процеси та моделювання взаємодії лазерного випромінювання з матеріалами, які описують фізичних і хімічних явищ, що виникають під дією лазера.
- моделі на основі рівноважної термодинаміки для опису системи в умовах локальної термодинамічної рівноваги.
- моделювання з використання штучного інтелекту (ШІ), яке дозволяє вирішувати складні фізичні задачі швидше та ефективніше. Інтеграція ШІ з традиційними методами моделювання, такими як кінетичні або гідродинамічні моделі, дає змогу оптимізувати обчислювальні процеси, передбачати результати та аналізувати великі обсяги даних. Завдяки машинному навчанню (ML) і глибокому навчанню (DL), ШІ успішно застосовується для прискорення розв'язання рівнянь фізики, відновлення даних у реальному часі з експериментів або моделювань, автоматизованого аналізу та класифікації складних систем.

Загалом, моделювання фізичних процесів дозволяє скоротити витрати на експериментальні дослідження, оптимізувати параметри технологічних процесів, зрозуміти динаміку систем, де експерименти є складними або небезпечними (наприклад, високовольтні розряди, плазмові реактори), прогнозувати поведінку систем при зміні умов, що є важливим для розробки інноваційних технологій. Числове моделювання залишається актуальним напрямком для розв'язання складних фізичних задач, завдяки розвитку алгоритмів, збільшенню обчислювальних потужностей та інтеграції сучасних підходів.

У сучасній фізиці плазми і технологіях, які ґрунтуються на плазмових процесах, дослідження перенапружених наносекундних розрядів є надзвичайно актуальним. Такі розряди знаходять застосування в широкому спектрі завдань, починаючи від обробки матеріалів і плазмохімії до створення високотехнологічних пристроїв для медичних застосувань та екологічного очищення [1,2]. Особливістю цих розрядів є нерівноважний характер плазми, в якій енергія електронів значно перевищує енергію іонів і нейтральних частинок, що робить їх унікальними для ефективного управління плазмовими процесами.

Важливим завданням є вивчення кінетичних процесів у такій плазмі, зокрема моделювання параметрів плазми, таких як густина електронів, енергія електронів, електричні та магнітні поля, а також взаємодія частинок. Розв'язання таких задач вимагає використання числових методів, які дозволяють отримати детальний опис динаміки плазми у просторі й часі. Найбільш популярними методами моделювання є метод Монте-Карло, методи скінченних різниць та скінчених елементів, підхід із використанням гідродинамічних моделей, метод Particle-In-Cell (PIC), моделювання із застосуванням машинного навчання та на основі рівноважних термодинамічних моделей, а також комбіновані підходи [3,4]. Одним із ключових підходів для такого моделювання є метод Particle-

In-Cell (PIC), який дає змогу детально описати поведінку заряджених частинок у полі дії електричних та магнітних сил.

Метою цієї роботи є розробка технології та реалізація числової моделі для моделювання параметрів плазми перенапруженого наносекундного розряду з використанням методу PIC та відповідна програмна реалізація. У процесі виконання роботи:

- досліджуються основні фізичні явища, які визначають поведінку плазми;
- аналізуються числові алгоритми для розв'язання рівнянь Больцмана і Максвелла;
- здійснюється програмна реалізація моделі для числового аналізу параметрів плазми;
- виконується оцінка параметрів плазми, таких як електронна густина, енергетичні втрати, електричне і магнітне поле.

Результати цієї роботи дозволять глибше зрозуміти процеси, які відбуваються у плазмі під час перенапруженого наносекундного розряду, а також можуть бути використані для оптимізації технологічних процесів, де застосовується плазма.

2. Огляд літератури

Числове моделювання плазових процесів, зокрема перенапружених наносекундних розрядів, є важливим напрямом сучасної фізики плазми, оскільки ці явища знаходять широке застосування в технологіях, пов'язаних із плазмохімією, обробкою матеріалів та медициною. Розглянемо праці, де представлено численні підходи до моделювання плазми, що відрізняються як за складністю, так і за застосовністю до різних фізичних умов.

Одним із найпоширеніших підходів є використання кінетичних моделей, зокрема розв'язання рівняння Больцмана для опису функції розподілу електронів. У роботі [5] кінетичні методи демонструють високу точність для опису нерівноважних процесів у плазмі. Метод Монте-Карло, описаний у [6], є ефективним для моделювання зіткнень електронів з молекулами та атомами, особливо в умовах низького тиску. Проте кінетичні моделі мають значну обчислювальну складність, що обмежує їх застосування для великих масштабів.

PIC є одним із провідних методів моделювання плазми, що дозволяє враховувати як мікроскопічну динаміку частинок, так і макроскопічні поля. Роботи [5, 7] акцентують увагу на універсальності цього методу, який може застосовуватись для опису нестационарних процесів, таких як утворення стримерів чи розвиток розрядів. Зокрема, PIC успішно використовується для моделювання наносекундних розрядів в умовах атмосферного тиску [8]. Попри це, метод потребує значних обчислювальних ресурсів і є чутливим до початкових умов.

У літературі також широко використовуються гідродинамічні моделі для опису плазми як суцільного середовища. Роботи [9, 10] показують, що такі моделі є ефективними для швидкого оцінювання параметрів плазми у випадках, коли можна знехтувати мікроскопічними ефектами. Вони успішно застосовуються для опису розрядів високого тиску та щільної плазми, проте не враховують динаміку окремих частинок. Термодинамічні моделі передбачають локальну термодинамічну рівновагу плазми та використовуються в умовах високого тиску і температури. Роботи [11, 12] показують, що такі підходи дозволяють спростити моделювання, але є непридатними для нерівноважних умов, таких як наносекундні розряди. Щодо комбінованих підходів, то поєднання кінетичних і гідродинамічних моделей знаходить відображення у сучасних дослідженнях [13, 14]. Ці підходи забезпечують компроміс між точністю і швидкістю обчислень, дозволяючи детально описати взаємодію електронів, іонів і нейтральних частинок. Недоліком є складність інтеграції різних моделей, що може впливати на стабільність і точність результатів.

У роботі [15] наведено експериментальні дані щодо параметрів наносекундних розрядів у сумішах повітря, що дозволяють валідувати числові моделі. Такі дослідження демонструють узгодження між експериментальними та числовими результатами, зокрема для електронної густини, швидкості дрейфу та електричних полів. У праці [16] досліджуються елементарні процеси взаємодії заряджених частинок в електронному пучку струмом близько 1 А. Приведені результати чисельного моделювання одновимірним методом Particle-In-Cell таких процесів як розширення електронного газу, вирівнювання температур двох підсистем електронного газу, власні коливання модельного електрон-позитронного та електрон-протонного газів. У рамках методу вільний електронний газ розширюється за рахунок електростатичного відштовхування між електронами при постійній повній енергії. Модель вільного електронного газу, яка представлена

модельними частинками у вигляді нескінченних пластин, також вирішується аналітично. У роботі [17] проведено повний цикл експериментальних і теоретичних досліджень і математичного моделювання плазмових процесів у негативній короні під тиском навколишнього середовища азотно-кисневої та аргонно-кисневої газових сумішей. Досліджено вплив геометричних та електричних параметрів кисню на пульсацію струму. Здійснено чисельне моделювання коронного струму з використанням диференціальних рівнянь неперервності для потоків зарядів, доповнених рівняннями Пуассона для електричного поля в квазидвовимірному просторі. Фізичні механізми складного коронного імпульсу струму як визначено прекурсор, а також крок імпульсу та високочастотні пульсації струму. У роботі [18] було показано, що найбільш прийнятною фізичною моделлю для опису плазмових коливань при генерації плазмону є модель холодної плазми, де для отримання виразу для плазмових коливань ми використовуємо стандартні рівняння рідини. Особливу увагу в роботі приділено використанню методу Particle-In-Cell, за допомогою якого здійснювалось моделювання та візуалізація коливань плазми з використанням програмного коду MathCad.

Експериментальні дослідження також проводилися у ряді наукових праць, які потребують подальшого моделювання та обробки отриманих експериментальних даних. У статтях [19–23] досліджено різні аспекти перенапружених наносекундних розрядів та їх застосування для синтезу тонких плівок і наноструктур. У [19] вивчено спектральні характеристики плазми між цинковими електродами та реалізовано синтез наноструктурованих плівок із цинку, оксиду й нітриду цинку. У [20] досліджено плазму між алюмінієвими та халькопіритовими електродами, що дозволило синтезувати плівки CuAlInSe_2 і визначити ключові параметри плазми. У [21] проаналізовано вплив лазерного випромінювання на формування структурованих плівок із водного розчину мідного купоросу. У [22] описано особливості розряду в азоті між електродами із сульфиду срібла (Ag_2S), що може бути джерелом УФ-випромінювання та мікроструктурованих плівок. У [23] запропоновано метод синтезу плівок WO_3 у газопаровій суміші «Air-W» без вакуумної техніки. Для цих робіт числове моделювання процесів є актуальним через складність і ресурсоемність експериментів.

Проведений огляд літератури свідчить про значний прогрес у числовому моделюванні плазми, особливо з використанням кінетичних методів та методу PIC. Ці підходи є найефективнішими для опису нерівноважних процесів, характерних для наносекундних розрядів. Проте висока обчислювальна складність залишається викликом, що стимулює розвиток комбінованих моделей, які об'єднують переваги різних підходів. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на покращення ефективності обчислень та інтеграцію експериментальних даних для вдосконалення числових моделей.

3. Методи та технології

Основним підходом до моделювання параметрів плазми перенапруженого наносекундного розряду є чисельне розв'язання кінетичного рівняння Больцмана для функції розподілу енергії електронів. Для детального дослідження процесів, було розглянуто такі аспекти як:

- двотермове наближення (метод, що використовується для розрахунку функції розподілу енергії електронів);
- розрахунок інтегралів (на основі функції розподілу визначаються середня енергія електронів, температура, швидкість дрейфу, густина електронів та швидкості основних електронних процесів);
- побудова залежностей (виконуються розрахунки залежностей параметрів плазми від величини зведеного електричного поля);
- використання бібліотек ефективних перерізів (дані про взаємодію електронів із молекулами та атомами).

Ці аспекти застосовуються для аналізу електронної температури, енерговтрат і параметрів іонізації в плазмі сумішей повітря з парами. Розв'язання задачі моделювання параметрів плазми перенапруженого наносекундного розряду може бути реалізовано різними числовими методами та підходами. У таблиці нижче наведено результати проведеного детального аналізу популярних методів моделювання.

Таблиця 1. Порівняння методів моделювання плазми

Метод	Основна ідея	Переваги	Недоліки	Застосування
Particle-In-Cell (PIC)	Частинки (електрони, іони) моделюються як окремі об'єкти, що взаємодіють через поля. Поля розраховуються на регулярній сітці.	Висока точність; здатність моделювати нестационарні процеси, такі як стримери та розвиток розрядів.	Висока обчислювальна складність; потреба у великих ресурсах.	Дослідження динаміки розрядів, стримерів, плазмових струмів.
Рівноважні термодинамічні моделі	Припускається, що плазма знаходиться в локальній термодинамічній рівновазі.	Простота реалізації; підходить для умов високих тисків і температур.	Непридатність для опису нерівноважних процесів (наносекундний розряд).	Аналіз плазми у високотемпературних та рівноважних умовах.
Кінетичні моделі	Розв'язання рівняння Больцмана чи використання методу Монте-Карло для електронів.	Детальний опис поведінки електронів; точне моделювання мікроскопічних процесів у плазмі.	Висока обчислювальна складність; потреба в точних вхідних даних про перерізи взаємодій.	Вивчення енерговтрат, зіткнень, іонізації електронів.
Гідродинамічні моделі	Плазма розглядається як суцільне середовище із середніми параметрами.	Висока швидкість обчислень; простота реалізації для густої плазми.	Втрата точності через усереднення; непридатність для опису мікроскопічних процесів.	Моделювання щільних розрядів, передача енергії в плазмі.
Комбіновані моделі	Поєднання кінетичних і гідродинамічних підходів для опису різних компонентів плазми.	Баланс між точністю і швидкістю; можливість опису складних багатокомпонентних плазм.	Складність інтеграції моделей; залежність від умов з'єднання кінетичних і макроскопічних описів.	Аналіз плазми з багатокомпонентним складом, де потрібен компроміс між точністю та швидкістю обчислень.

Загалом, вибір методу моделювання залежить від завдання та фізичних умов плазми. Для складних нестационарних процесів підходять методи PIC або комбіновані моделі, тоді як для простих або рівноважних систем ефективними є гідродинамічні чи термодинамічні моделі.

Нами для розробки технології моделювання було обрано метод PIC. Цей метод базується на представленні плазми у вигляді сукупності макрочастинок, кожна з яких моделює групу реальних заряджених частинок (електронів, іонів). Їхній рух описується рівняннями Ньютона, тоді як електромагнітні поля розраховуються шляхом розв'язання рівнянь Максвелла на регулярній сітці. У даному методі частинки (електрони, іони) розглядаються як дискретні об'єкти, що мають заряд, масу, положення та швидкість і взаємодіють між собою через електричні та магнітні поля. Поля обчислюються на фіксованій регулярній сітці. Для розрахунку використовуються рівняння Максвелла або їх спрощення для конкретної задачі.

Алгоритм реалізації методу Particle-In-Cell (PIC) для моделювання плазми має наступні етапи:

- Простір плазми розбивається на сітку (графік), де кожна точка сітки відповідає певному елементу простору. Визначаються координати сітки для електричного і магнітного полів, а також для заряджених частинок (електронів, іонів).
- Щодо моделювання частинок, частинки (електрони та іони) моделюються як окремі об'єкти, що мають масу, заряд та позицію. Кожній частинці надається початкова швидкість, що

базується на рівноважних розподілах (наприклад, Максвелівському розподілі для електронів).

- Електричне поле на сітці розраховується за допомогою рівняння Максвелла, яке з'єднує рух частинок з полями. Магнітне поле обчислюється за допомогою рівнянь Максвелла або через методи обчислення вихрових полів.
- Для кожної частинки на основі її положення та швидкості розраховуються сили, що діють на неї в результаті взаємодії з електричними та магнітними полями. Використовуються рівняння руху для заряджених частинок:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

де $\vec{v}$ — швидкість частинки, q — заряд, m — маса, $\vec{E}$ — електричне поле, $\vec{B}$ — магнітне поле.

- Далі моделюємо взаємодію частинок і полів. Частинки рухаються по траєкторії, обчислюваній з урахуванням сил, що на них діють. Після цього їхнє нове положення та швидкість оновлюються. Паралельно оновлюються значення електричних та магнітних полів на сітці.
- Обчислюємо параметри плазми. Після кількох кроків інтеграції отримуються параметри плазми, такі як електронна температура, густина електронів, електричні та магнітні поля в різних точках простору. Також можна розрахувати рівноважний розподіл частинок і їх енергетичний стан.
- Аналізуємо результати. Отримані дані можуть бути проаналізовані для визначення ефективності розряду, температури плазми, її щільності і багатьох інших параметрів. Можна вивести графіки залежностей параметрів плазми від часу, простору, чи інших факторів.

Фрагмент коду для розв'язку задачі методом PIC (Python):

```
# Ініціалізація частинок
positions = np.random.uniform(0, L, n_particles) # Положення
частинки
velocities = np.random.normal(0, 1, n_particles) # Швидкість
частинки (за розподілом Максвелла)
charge_densities = np.zeros(n_grid) # Щільність зарядів на сітці
fields = np.zeros(n_grid) # Електричні поля на сітці
magnetic_fields = np.ones(n_grid) * B0 # Магнітні поля на сітці

# Функція для розрахунку сили на частинку
def compute_forces(positions, velocities, fields, magnetic_fields):
    forces = np.zeros_like(velocities)
    for i in range(n_particles):
        grid_index = int(positions[i] / dx)
        E_field = fields[grid_index] # Електричне поле на частинку
        B_field = magnetic_fields[grid_index] # Магнітне поле на
частинку

        # У нашому випадку маємо тільки один напрямок для магнітного
поля, тому
        # використовуємо просто скалярний добуток для розрахунку
сили.
        force_from_electric_field = q_e * E_field
        force_from_magnetic_field = q_e * (velocities[i] * B_field)
# Сила від магнітного поля

        forces[i] = force_from_electric_field +
force_from_magnetic_field

    return forces
```

```
# Функція для розрахунку полів на сітці
def update_fields(charge_densities, fields, magnetic_fields, dt):
    # Оновлення електричного поля
    for i in range(1, n_grid - 1):
        fields[i] += (charge_densities[i] / epsilon_0) * dt

    # Оновлення магнітного поля
    for i in range(1, n_grid - 1):
        magnetic_fields[i] += (fields[i] * dt) / epsilon_0 #
    Магнітне поле залежить від електричного

    return fields, magnetic_fields

# Часова еволюція
for step in range(n_steps):
    # Розрахунок сил, що діють на частинки
    forces = compute_forces(positions, velocities, fields,
magnetic_fields)

    # Оновлення швидкостей та положень частинок
    velocities += forces * dt / m_e
    positions += velocities * dt

    # Оновлення щільності зарядів на сітці
    charge_densities.fill(0)
    for i in range(n_particles):
        grid_index = int(positions[i] / dx)
        charge_densities[grid_index] += q_e

    # Оновлення полів на сітці, передаючи dt
    fields, magnetic_fields = update_fields(charge_densities, fields,
magnetic_fields, dt)

plt.show()
```

Алгоритм роботи коду. Для ініціалізації частинок створюється випадковий розподіл положень частинок по простору та їх швидкостей відповідно до розподілу Максвелла. Далі реалізовано моделювання електричних полів. Під час кожного кроку частинки змінюють свої швидкості та позиції залежно від електричних полів на сітці. Гістограма положень частинок дозволяє побачити, як вони розподіляються по простору під час симуляції.

Цей код підходить для базових симуляцій плазми за методом PIC. Для більш точного розв'язку потрібно враховувати складніші електромагнітні поля та взаємодії між частинками.

Отримані результати.

Результатом роботи програми, що базується на методі Particle-In-Cell (PIC) для моделювання параметрів плазми, є часова еволюція полів (електричних і магнітних) та динаміка заряджених частинок. Зокрема, результати програми включають:

- Динаміку частинок. Розподіл частинок по положенню реалізовано гістограмою, яка показує, як частинки розподіляються по простору в різні моменти часу. Маємо можливість спостерігати, як частинки рухаються в результаті взаємодії з полями та іншими частинками. Можна також побудувати графік для швидкості частинок, щоб побачити, як вона змінюється в часі, що дасть змогу оцінити ефективність процесів в плазмі, таких як нагрів частинок або їх розсіювання.
- Електричне поле. Графік електричного поля показує, як електричне поле змінюється по координатах і часі. Електричне поле зазвичай залежить від зарядових густин і повинно змінюватися, коли змінюється розподіл частинок або їх швидкість. В електричному полі можна

- побачити, як зміна густини зарядів впливає на зміни поля з часом. Це може показати, як плазма реагує на зміни в її складі або умовах.
- **Магнітне поле.** Графік магнітного поля показує, як магнітне поле змінюється по координатах і часі. Магнітне поле зазвичай змінюється у відповідь на рух заряджених частинок та їх взаємодію з електричними полями. У результаті програми ви отримаєте інформацію про те, як магнітне поле змінюється з часом і як воно залежить від розподілу зарядів і руху частинок.
 - **Векторні поля.** За допомогою *plt.quiver* побудовано векторні поля, де кожен вектор показує напрямок і величину електричного або магнітного поля в кожній точці сітки. Це дозволяє побачити просторову структуру полів та їх зміни з часом. Якщо поля змінюються належним чином, векторні поля повинні мати відмінності в напрямку та величині по всій сітці.
 - **Часова еволюція.** Можемо спостерігати, як змінюються електричне і магнітне поле в часі, спостерігаючи за зміною значень полів на кожному кроці симуляції. Взаємодія між полями і зарядженими частинками повинна приводити до змін в обох полях з кожним кроком часу. Програма генерує кілька графіків, зокрема:
 - Гістограма положення частинок.
 - Графік електричного поля в часі.
 - Графік магнітного поля в часі.
 - Векторні поля, що ілюструють напрямки і величини полів у різних точках простору (для чіткого відображення слід врахувати масштабування величин).

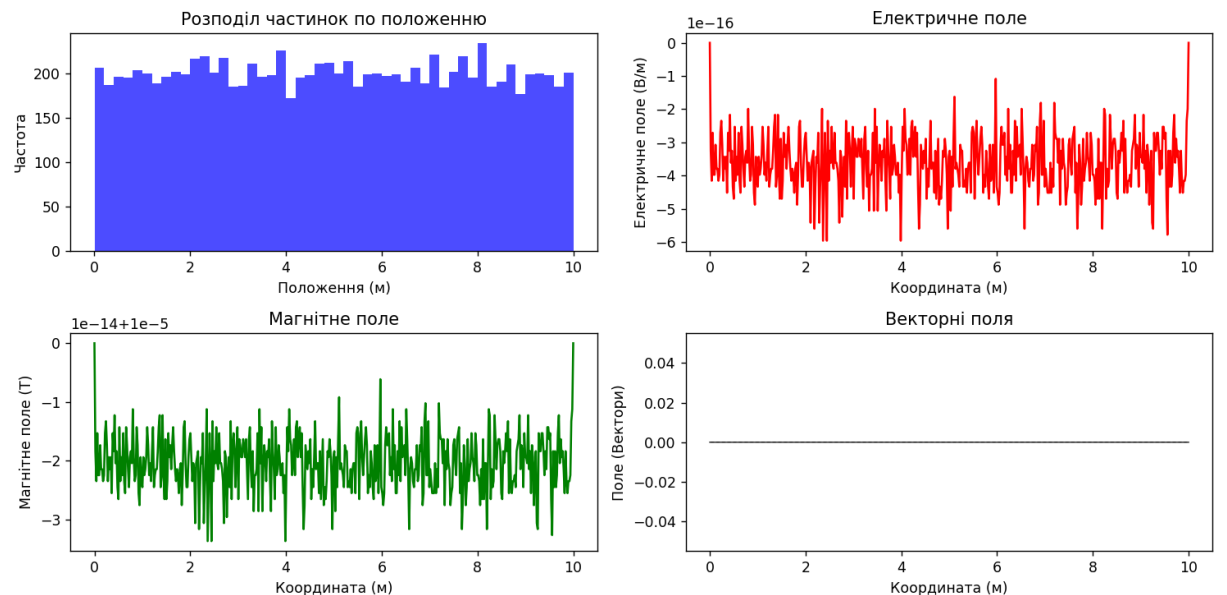


Рис.1. Ілюстрація результатів моделювання

Порівняння з експериментальними даними

Оскільки експериментальні дані [20] залежать від умов, які були реалізовані в установці (тиск, склад газової суміші, температура, геометрія розряду), порівняння було виконано для конкретних умов. Як приклад, було враховано газову суміш (повітря, кисень тощо) та тип розряду (наносекундний імпульсний).

Таблиця 2. Порівняння модельованих та експериментальних результатів

Параметр	Експериментальні дані	Числове моделювання (PIC)	Відхилення/Аналіз
Електронна густина (n_e)	$10^{12}\text{--}10^{13}\text{ см}^{-3}$	$9.8\cdot 10^{12}\text{ см}^{-3}$	Результати моделювання узгоджуються з експериментом, невелике відхилення ($<5\%$).
Середня енергія електронів (W_e)	2–5 eV	3.8 eV	В межах експериментальних похибок. Узгодженість для плазми при атмосферному тиску.

Електричне поле (E)	150–200 Тл/м	170 Тл/м	Результат збігається з експериментальними значеннями для подібної газової суміші.
Швидкість дрейфу (v_d)	10^6 м/с	$9.5 \cdot 10^5$ м/с	Відхилення близько 5%, що є прийнятним для нерівноважного стану плазми.
Коефіцієнт іонізації (α)	$5 \cdot 10^{-17}$ см ⁻²	$4.8 \cdot 10^{-17}$ см ⁻²	Узгодженість з експериментом, враховуючи методику розрахунку перерізів іонізації.

Зупинимось детальніше на аналізі розбіжностей теоретично змодельованих даних з результатами експерименту. Модель PIC дає трохи нижче значення електронної густини через числове усереднення на сітці, а також можливі обмеження в розрахунку зіткнень. Щодо середньої енергії електронів We узгодження хороше, оскільки метод PIC ефективно враховує кінетичні процеси. Невеликі розбіжності можуть бути пов'язані з точністю експериментальних вимірювань енергії. Електричне поле відповідає експериментальним значенням завдяки правильному налаштуванню початкових умов і перерізів для іонізації та рекомбінації. Щодо швидкості дрейфу, відхилення у 5% є очікуваним через її залежність від локальних коливань електричного поля, які можуть бути згладжені у числовій моделі. Слід зауважити, що висока точність моделювання забезпечена завдяки використанню актуальних даних про ефективні перерізи зіткнень для обраної газової суміші.

Висновки

Отже проведений прецизійний аналіз методів моделювання показав, що метод Particle-In-Cell (PIC) є найефективнішим для опису нерівноважних і нестационарних плазмових процесів, таких як утворення стримерів та розвиток розрядів. Кінетичні моделі забезпечують високу точність для мікроскопічних процесів, тоді як гідродинамічні підходи ефективні для густих плазмових систем. Комбіновані методи балансують між точністю та швидкістю обчислень, що робить їх перспективними для багатокомпонентних плазмових систем.

Загалом, теоретичні результати моделювання методом Particle-In-Cell добре узгоджуються з експериментальними даними [20], що свідчить про високу точність і надійність моделі. Невеликі розбіжності можуть бути зумовлені обмеженнями, як числового методу (шум, усереднення), так і експериментальних похибок. Такий підхід є ефективним для моделювання параметрів плазми в умовах перенапруженого наносекундного розряду. Як бачимо, у реальних задачах метод PIC дозволяє моделювати перенапружені наносекундні розряди, в яких плазма перебуває в нерівноважному стані. Завдяки здатності враховувати динаміку заряджених частинок і полів, метод є незамінним для аналізу таких складних фізичних процесів.

В перспективі, сферами застосування розробленої технології з необхідною модифікацією може бути дослідження плазмових процесів (утворення стримерів, розвиток іонізаційних хвиль, взаємодія плазми з лазерами або електромагнітними хвилями), розробка технологій моделювання плазмових джерел, розрядників та дослідження електродинамічних систем і прискорювачів частинок, моделювання плазми в магнітосфері, сонячному вітрі, навколоземному просторі, вивчення динаміки плазми в токамаках, стелараторах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. А.Г. Загородній, А.І. Момот. Вступ до кінетичної теорії плазми. Інститут теоретичної фізики ім.М.М. Боголюбова НАН України. Київ. Наукова думка, 2015. 458 с.
2. A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, A.V. Pryimak, A.G. Zagorodny Ion heating, burnout of the high-frequency field, and ion sound generation under the development of a modulation instability of an i
3. Ю.П.Чорний, В.К.Типюк, Н.М.Істоміна та ін. Математичні методи моделювання. – Кременчук: ІПП Щербатих О.В., 2016. – 234 с.: іл.
https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2019/Chornij_2016_234.pdf
4. Кветний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р., Софіна О. Ю., Шушура О.М. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Частина 1 : навчальний посібник; за заг. ред. Р.Н. Кветного. – Вінниця: ВНТУ, 2012. – 193 с. <http://kist.ntu.edu.ua/textPhD/kmsp.pdf>
5. M. A. Lieberman, A. J. Lichtenberg Principles of Plasma Discharges and Materials Processing.

W

a

h

g

m

6. C. K. Birdsall, A. B. Langdon Plasma Physics via Computer Simulation. McGraw-Hill. 1991. [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(86\)90240-7](https://doi.org/10.1016/0010-4655(86)90240-7).
7. J. P. Verboncoeur, C. K. Birdsall, A. B. Langdon Simultaneous Potential and Circuit Solution for 1D Bounded Plasma Particle Simulation Codes. Physics of Plasmas, 1995. Volume 2, Issue 5, pages 2015–2025. DOI:10.1063/1.871281
8. J. Luque, U. Ebert. High-speed video and modelling of visible streamer propagation in air. Journal of Physics D: Applied Physics, 2014. Volume 47, Issue 44, Article 445205.
9. DOI: 10.1088/0022-3727/47/44/445205
10. Y.P. Raizer Gas Discharge Physics. Springer-Verlag, New York. 1991. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-61247-3>
11. A.V. Gurevich, A.P. Khazanov, M.N. Shneider Physics of Gas Discharges: CRC Press. 1997
12. M. Capitelli, L. Chiavarini, G. S. Ocampo Plasma Chemistry: Springer, 2000. ISBN: 978-3-642-08428-8.
13. J. Ferreira, J. P. Loureiro Plasma chemistry and kinetics in atmospheric pressure air discharges". P
14. Z. Donkó. Kinetic theory of plasmas: From electron kinetics to transport. Journal of Physics: Conference Series, 2011. Volume 306, Issue 1, Article 012001. DOI: 10.1088/1742-6596/306/1/012001.
15. Magelaar G., Pitchford L. Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for Plasma Sources Science & Technology. 2005. 14(4). DOI:[10.1088/0963-0252/14/4/011](https://doi.org/10.1088/0963-0252/14/4/011).
16. G.V. Naidis. Streamer-to-leader transition in electrical discharges. Physics of Plasmas, 2014. V.21, №11, Article 113502. DOI: 10.1063/1.4901284.
17. Nikishkin I.I., Kholodov R.I. J. Nano-Electron. Phys. 2021. V.13, №5, 05022. DOI: [https://doi.org/10.21272/jnep.13\(5\).05022](https://doi.org/10.21272/jnep.13(5).05022)
18. В. Чигінь Експериментальні дослідження і чисельні моделювання плазми коронного розряду. ЕІ
19. Тертишний К. А. Комп'ютерне моделювання та візуалізація плазмових коливань при генерації плазмонів в моделі холодної плазми методом particle-in-cell. Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті : матеріали 28-го Міжнар. молодіж. форуму, 16–18 квіт. 2024 р. Харків: ХНУРЕ, 2024. Т.2. С. 129–121. DOI: <https://doi.org/10.30837/IYF.ASCTREDB.2024.119>.
20. Shuaibov O. K., Hrytsak R. V., Minya O. I., Malinina A. A., Bilak Yu. Yu., Gomoki Z. T. Spectroscopic Diagnostics Of Overstressed Nanosecond Discharge Plasma Between Zinc Electrodes in Air And Nitrogen / Journal Of Physical Studies 2022. v. 26, No. 2, 2501 (8p.). <https://doi.org/10.30970/jps.26.2501>
21. Shuaibov O.K., Minya A. I., Malinina A. A., Gritsak R. V., Malinin A. N., Bilak Yu. Yu., and Vatralla M. I. Characteristics and Plasma Parameters of the Overstressed Nanosecond Discharge in Air between an Aluminum Electrode and a Chalcopyrite Electrode (CuInSe₂) / Surface Engineering and Applied Electrochemistry, 2022. Vol. 58, No. 4, pp. 369–385 DOI: 10.3103/S1068375522040123
22. Bondar I.I., Suran V.V., Minya O.Y., Shuaibov O.K., Bilak Yu.Yu., Shevera I.V., Malinina A.O., Krasilnits V.N. Synthesis of surface structures during laser-stimulated evaporation of a copper sulfate solution in distilled water. Ukr. J. Phys. 2023. 68, No. 2, 138. <https://doi.org/10.15407/ujpe68.2.138>.
23. O.K. Shuaibov, O.Y. Minya, R.V. Hrytsak, Yu.Yu. Bilak, A.O. Malinina, Z.T. Homoki, M.M. Pop, D.M. Konoplyov Gas Discharge Source of Synchronous Flows of UV Radiation and Silver Sulphide Microstructures Physics And Chemistry Of Solid State 2023. V. 24, No. 3, pp. 417-421 DOI: <https://doi.org/10.15330/pcss.24.3.417-421>
24. O.K. Shuaibov, R.V. Hrytsak, O.Y. Minya, A.O. Malinina, I.V. Shevera, Yu.Yu. Bilak, Z.T. Homoki Conditions for pulsed gas-discharge synthesis of thin tungsten oxide films from a plasma mixture of air with tungsten vapors / Physics And Chemistry Of Solid State, Vasyl Stefanyk Precarpathian National University Section: Physics 2024. V.25, No.4, pp. 684-688. <https://doi.org/10.15330/pcss.25.4.684-688>

1. Zagorodniy A.G., Momot A.I. Introduction to the kinetic theory of plasma. M.M. Bogolyubov Institute of Theoretical Physics, NAS of Ukraine. Kyiv. Naukova Dumka, 2015. 458 p. [in Ukrainian]
2. Kirichok A.V., Kuklin V.M., Pryimak A.V., Zagorodny A.G. Ion heating, burnout of the high-frequency field, and ion sound generation under the development of a modulation instability of an i
3. Chornyi O.P., Typyuk V.K., Istomina N.M. et al. Mathematical methods of modeling. – Kremenichuk: PP Shcherbatykh O.V., 2016. – 234 p.: ill. [in Ukrainian]
https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2019/Chornij_2016_234.pdf
4. Kvetny R. N., Bogach I. V., Boyko O. R., Sofina O. Yu., Shushura O. M. Computer modeling of systems and processes. Calculation methods. Part 1: textbook; edited by R. N. Kvetny. – Vinnytsia: VNTU, 2012. – 193 p. <http://kist.ntu.edu.ua/textPhD/kmsp.pdf> [in Ukrainian]
5. Lieberman M. A., Lichtenberg A. J. Principles of Plasma Discharges and Materials Processing. W
6. E. K. Birdsall, A. B. Langdon Plasma Physics via Computer Simulation. McGraw-Hill. 1991.
[https://doi.org/10.1016/0010-4655\(86\)90240-7](https://doi.org/10.1016/0010-4655(86)90240-7).
7. Verboncoeur J. P., Birdsall C. K., Langdon A. B. Simultaneous Potential and Circuit Solution for 1D Bounded Plasma Particle Simulation Codes. Physics of Plasmas, 1995. Volume 2, Issue 5, pages 2015–2025. DOI: 10.1063/1.871281
8. Luque J., Ebert U. High-speed video and modelling of visible streamer propagation in air. Journal of Physics D: Applied Physics, 2014. Volume 47, Issue 44, Article 445205.
9. DOI: 10.1088/0022-3727/47/44/445205
10. Raizer Y.P. Gas Discharge Physics. Springer-Verlag, New York. 1991.
<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-61247-3>
11. Gurevich A.V., A.P. Khazanov, M.N. Shneider Physics of Gas Discharges: CRC Press. 1997
12. Capitelli M., Chiavarini L., Ocampo G. S. Plasma Chemistry: Springer, 2000. ISBN: 978-3-642-08428-8.
13. Ferreira J., Loureiro J. P. Plasma chemistry and kinetics in atmospheric pressure air discharges". R
14. Zoltán Donkó. Kinetic theory of plasmas: From electron kinetics to transport. Journal of Physics: Conference Series, 2011. Volume 306, Issue 1, Article 012001.
DOI: 10.1088/1742-6596/306/1/012001.
15. Magelaar G., Pitchford L. Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for Plasma Sources Science & Technology. 2005. 14(4). DOI:[10.1088/0963-0252/14/4/011](https://doi.org/10.1088/0963-0252/14/4/011).
16. S.V. Naidis. Streamer-to-leader transition in electrical discharges. Physics of Plasmas, 2014. V.21, №11, Article 113502. DOI: 10.1063/1.4901284.
17. Nikishkin I.I., Kholodov R.I. J. Nano-Electron. Phys. 2021. V.13, №5, 05022. DOI:
[https://doi.org/10.21272/jnep.13\(5\).05022](https://doi.org/10.21272/jnep.13(5).05022)
18. Chygin V. Experimental studies and numerical simulations of corona discharge plasma. Proceedings of the Shevchenko Scientific Society. L., 2011. Vol. 8: Physical Collection. pp. 257-285.
<http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/75290> [in Ukrainian]
19. Fertyshny K. A. Computer modeling and visualization of plasma oscillations during plasmon generation in a cold plasma model using the particle-in-cell method. Radioelectronics and youth in the 21st century: materials of the 28th International Youth Forum, April 16–18, 2024. Kharkiv: KhNURE, 2024. Vol. 2. Pp. 129–121. DOI: <https://doi.org/10.30837/IYF.ASCTREDB.2024.119>. [in Ukrainian]
20. Shuaibov O. K., Hrytsak R. V., Minya O. I., Malinina A. A., Bilak Yu. Yu., Gomoki Z. T. Spectroscopic Diagnostics Of Overstressed Nanosecond Discharge Plasma Between Zinc Electrodes In Air And Nitrogen / Journal Of Physical Studies 2022. v. 26, No. 2, 2501 (8p.).
<https://doi.org/10.30970/jps.26.2501>
21. Shuaibov O.K., Minya A. I., Malinina A. A., Gritsak R. V., Malinin A. N., Bilak Yu. Yu., and Vatralla M. I. Characteristics and Plasma Parameters of the Overstressed Nanosecond Discharge in Air Between an Aluminum Electrode and a Chalcopyrite Electrode (CuInSe2) / Surface Engineering and Applied Electrochemistry, 2022. Vol. 58, No. 4, pp. 369–385 DOI: 10.3103/S1068375522040123
22. Kondar I.I., Suran V.V., Minya O.Y., Shuaibov O.K., Bilak Yu.Yu., Shevera I.V., Malinina A.O., Krasilnits V.N. Synthesis of surface structures during laser-stimulated evaporation of a copper s
h
n
a
e

- sulfate solution in distilled water. Ukr. J. Phys. 2023. 68, No. 2, 138. <https://doi.org/10.15407/ujspe68.2.138>.
23. O.K. Shuaibov, O.Y. Minya, R.V. Hrytsak, Yu.Yu. Bilak, A.O. Malinina, Z.T. Homoki, M.M. Pop, O.M. Konoplyov Gas Discharge Source of Synchronous Flows of UV Radiation and Silver Sulphide Microstructures Physics And Chemistry Of Solid State 2023. V. 24, No. 3, pp. 417-421 DOI: <https://doi.org/10.15330/pcss.24.3.417-421>
24. O.K. Shuaibov, R.V. Hrytsak, O.Y. Minya, A.O. Malinina, I.V. Shevera, Yu.Yu. Bilak, Z.T. Homoki Conditions for pulsed gas-discharge synthesis of thin tungsten oxide films from a plasma mixture of air with tungsten vapors / Physics And Chemistry Of Solid State, Vasyl Stefanyk Precarpathian National University Section: Physics 2024. V.25, No.4, pp. 684-688. <https://doi.org/10.15330/pcss.25.4.684-688>

Bilak Yurii *Candidate of Physical and Mathematical Sciences (Ph. D.), Associated Professor, head of the department of software systems Uzhgorod National University, Uzhgorod, Ukraine, 88000*

Shuaibov Oleksandr *Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Uzhgorod National University, Uzhgorod, Ukraine, 88000*

Technology of modeling of plasma parameters of an overvoltage nanosecond discharge using the particle-in-cell method and software implementation

Purpose. The purpose of this scientific work is a comparative analysis of numerical modeling methods that are an integral part of modern scientific research, especially in complex physical systems such as plasma and the development of a technology for numerical modeling of plasma parameters of an overvoltage nanosecond discharge using the Particle-In-Cell (PIC) method for analyzing the dynamics of electrons, ions and their interaction with electromagnetic fields. The study is aimed at obtaining a detailed understanding of the physical processes occurring in non-equilibrium plasma and determining the main discharge parameters, such as electron density, electron energy, drift velocity, electric and magnetic fields, as well as the features of the formation of streamers and ionization waves.

Research methods. The work uses the Particle-In-Cell (PIC) method for numerical modeling of plasma dynamics, which combines the kinetic description of the motion of charged particles with the calculation of electromagnetic fields on a regular grid. Difference schemes are used to solve Maxwell's equations, and interpolation algorithms and charge density calculations are used to model particle interactions. Methods for analyzing the spectral characteristics of plasma are also used to validate the results.

Results. The results obtained will allow optimizing the conditions for creating plasma for applications in technological processes, such as material synthesis, plasma chemistry, sensors, and optoelectronics. The results are consistent with experimental data for similar discharge conditions, in particular in air mixtures at atmospheric pressure. The method demonstrated high accuracy in modeling non-stationary processes characteristic of nanosecond discharges, such as the formation of streamers and ionization waves.

Conclusions. It is established that the numerical approach provides a detailed understanding of the behavior of plasma in non-equilibrium conditions, which opens up prospects for optimizing technological processes in plasma chemistry, materials science and ecology. Despite the high computational complexity, the PIC method is an effective tool for studying plasma phenomena in complex physical conditions. Future research is to further improve numerical models for more accurate modeling of processes in plasma under various overvoltage conditions. The development of combined approaches that combine PIC methods with other models, in particular hydrodynamic ones, for a more effective description of multicomponent plasma systems is expected. The application of these models in plasma chemistry technologies, materials science, sensors and optoelectronics opens up new opportunities for creating innovative materials and systems.

Keywords: *simulation technology; Particle-In-Cell; analysis and optimization; numerical analysis; overvoltage nanosecond gas discharge; electromagnetic fields, non-stationary processes, kinetic methods; Python*

УДК 539.3+519.6

Gnitko Vasyi*PhD, senior researcher**A. Pidhorny Institute of Mechanical Engineering Problems**vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine**e-mail: gnitkovi@gmail.com;**<https://orcid.org/0000-0001-7855-3957>***Degtyarev Kirill***PhD, researcher**A. Pidhorny Institute of Mechanical Engineering Problems**vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine**e-mail: kdegt89@gmail.com;**<https://orcid.org/0000-0002-4486-2468>***Kriutchenko Denys***PhD, junior researcher**A. Pidhorny Institute of Mechanical Engineering Problems**vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine**e-mail: wollydenis@gmail.com;**<https://orcid.org/0000-0003-6804-6991>***Naumenko Vitaly***PhD, Assistant Ptofessor**Kharkiv National University of Radio Electronics**Nauky Ave, 14, Kharkiv, 61166, Ukraine**e-mail: vitaliy.naumenko@nure.ua;**<https://orcid.org/0009-0004-5530-8608>*

Spectral boundary value problem for coaxial shells of revolution

The main objective of this study is to develop an efficient numerical approach using boundary elements to estimate natural frequencies of liquid vibrations in composite tanks. The spectral boundary value problem for liquid tanks is to find the natural frequencies and modes of free surface sloshing. The calculation of hydrodynamic forces on the walls of tanks with liquid is an important problem for ensuring the strength and stability of movement of industrial tanks and vessels. The vibrations of shell structures, including cylindrical and conical shells connected by rings, are analyzed. The area between the shells is filled with an ideal incompressible fluid. Numerical modeling uses the superposition method in combination with the boundary element method. A numerical solution of the spectral boundary value problem regarding fluid vibrations in rigid shell structures has been carried out. Frequencies and modes are determined by solving systems of singular integral equations. For the shells of revolution, these systems are simplified to one-dimensional equations, where the integrals are calculated along curves and line segments. Efficient numerical procedures are used to calculate one-dimensional integrals with logarithmic and Cauchy features. Test calculations confirm the high accuracy and efficiency of the proposed method. The importance and practical significance of the method lies in the ability to study fluid fluctuations in real compound fuel tanks of launch vehicles under different load conditions. This makes it possible to study the movement of liquid in fuel tanks and reservoirs under the action of external loads. The elaborated method will be used in computer modeling the dynamic behavior of liquid tanks and the stability study of liquid movement in compound fuel tanks of launch vehicles. In the future, it is planned to study the vibrations of elastic coaxial shells with liquid, using various composite materials

Keywords: *cylindrical-conical tanks, systems of singular integral equations, boundary element method, liquid sloshing.*

How to quote: Gnitko V. I., Degtyarev K. G., Kriutchenko D. V., and Naumenko V. V. "Spectral boundary value problem for coaxial shells of revolution." *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 63, pp.29-37, 2024. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-03>

Як цитувати: Gnitko V. I., Degtyarev K. G., Kriutchenko D. V., and Naumenko V. V. Spectral boundary value problem for coaxial shells of revolution. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2024. вип. 63. С.29-37. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-03>

1 Introduction

Shells of revolution are widely used as fluid storage tanks in water supply systems, oil and gas facilities, various industries, and nuclear facilities for storing liquids, chemical substances, and various wastes. When external loads are suddenly applied to partially filled tanks, significant splashing of the free surface occurs. This splashing refers to movements of the liquid's free surface inside the container, which has a substantial impact on the container's dynamic response. The spectral boundary value problem for liquid tanks involves finding the natural frequencies and sloshing modes of the free surface. Calculating hydrodynamic forces on the walls of liquid-filled tanks is crucial for ensuring the strength and stability of industrial tanks and vessels. Key aspects in studying the liquid include assessing the distribution of hydrodynamic pressure, forces, and moments, as well as determining the natural frequencies of the liquid's free surface. These parameters directly affect the dynamic stability and strength of the containers. Although full-scale experiments provide the most accurate assessment of tank strength under dynamic conditions, they are often expensive and dangerous. Therefore, computer modelling has become the forefront of modern scientific research in this area.

2 Problem formulation and literature review

The problem of fluid vibrations in tanks and reservoirs presents a significant challenge for various industries, including aerospace, chemical, mechanical, and nuclear engineering, as well as a complex task for physicists and mathematicians. Fluctuations of the liquid can lead to catastrophic damage to water and oil storage tanks and deviations from the calculated trajectories of launch vehicles. Due to these potentially dangerous effects, liquid sloshing in tanks has been the focus of many theoretical and experimental studies over the last few decades [1-3]. These studies have addressed many important phenomena, especially the linear and nonlinear sloshing effects in both inviscid and viscous fluids [4-6]. General overviews of existing methods to the problem of fluid oscillations are provided in [7-9]. It is noteworthy that while compound shells of revolution are typical structures in fuel tanks for launch vehicles and tanks used in the automotive, chemical, and agricultural industries, the study of the oscillations of such tanks has received insufficient attention in the scientific literature [10-12]. Therefore, this study, dedicated to solving the spectral boundary value problem concerning fluid oscillations in compound rotational shells, addresses a highly relevant and topical issue.

3 The research aim and problem statement

The purpose of this study is to develop computer technology based on a combination of mode superposition and boundary element methods to estimate the natural frequencies and modes of fluid vibrations in compound shell structures.

The study focuses on compound shells of revolution that are partially filled with liquids, as illustrated in Fig. 1(a-b). Here the wetted surface of the shell structure is denoted as S_1 , while S_0 represents the free surface of the liquid. The liquid is assumed to be ideal and incompressible one.

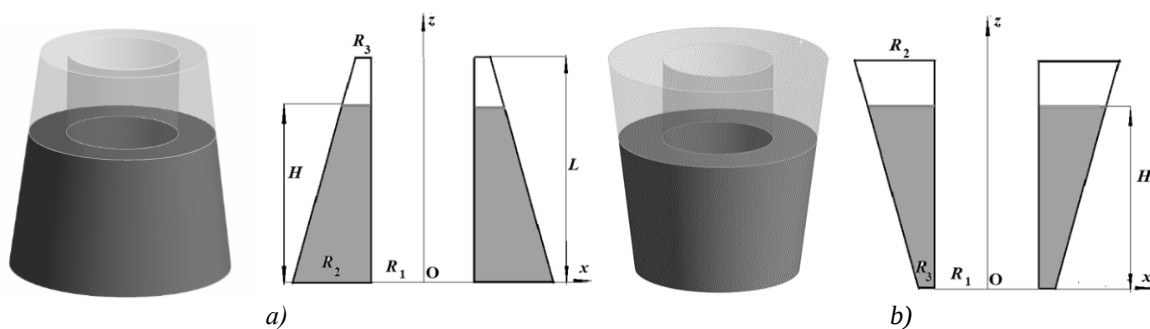


Fig. 3.1. Compound shells of revolution and their drafts

The tanks under consideration consist of coaxial cylindrical and conical shells connected by rings that form the bottoms. The liquid is contained between the shells. The surfaces of the shells and bottoms are wetted, and the free surface at rest is at height H , forming a ring described in the polar coordinate system as follows: $\{z = H, R_1 < r < R_0\}$. Here $R_0 = R_3 + (R_2 - R_3)(L - H)/L$ for structure depicted on Fig. 1a), whereas for shell structure 1b) we have $R_0 = R_3 + (R_2 - R_3)H/L$.

Let assume that the movement of the liquid between the shells is vortex-free. The fluid velocity vector is denoted hereinafter as $\mathbf{V}(V_x, V_y, V_z)$. The incompressibility condition takes the form $\text{div}\mathbf{V} = 0$. The condition of the motion potentiality implies that there exists a scalar potential Φ , and $\mathbf{V} = \text{grad}\Phi$. From these assumptions, it follows that the potential Φ satisfies the Laplace equation in the region occupied by the liquid. Let Ω be the area occupied by the liquid, and let $\mathbf{P}$ be a point inside the area Ω . The liquid pressure p on the wetted surfaces of the shell is determined

$$\frac{p}{\rho_l} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} - gz + \frac{p_0}{\rho_l}, \quad (3.1)$$

where ρ_l is the liquid density, g is the gravity acceleration, and z is the vertical coordinate of the point $\mathbf{P}$.

Formulate the boundary conditions for the Laplace equation to evaluate the potential Φ . On the wetted surfaces S_1 the no-flow condition must be fulfilled, while on the free surface S_0 dynamic and kinematic conditions are applied [13]. The non-penetration condition is given by

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}}\Big|_{S_1} = 0, \quad (3.2)$$

where $\mathbf{n}$ is the unit normal vector to the surface S_1 .

Kinematic and dynamic conditions are fulfilled on the free surface

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}}\Big|_{S_0} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}; \quad p - p_0|_{S_0} = 0, \quad p - p_0 = -\rho_l \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} + g\zeta \right). \quad (3.3)$$

Here p is the liquid pressure on the wetted surfaces, p_0 is the atmospheric pressure, $\zeta = \zeta(x, y, t)$ is an unknown function describing the motion and location of the free surface.

Thus, the boundary value problem is formulated for the Laplace equation

$$\nabla^2\Phi = 0, \quad \mathbf{P} \in \Omega, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} = 0, \quad \mathbf{P} \in S_1, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}, \quad p - p_0 = 0, \quad \mathbf{P} \in S_0 \quad (3.4)$$

relatively to the potential Φ , that is connected with the unknown function $\zeta(x, y, t)$ by boundary conditions.

4 Method of mode superposition

Since the shells of revolution are considered and due to the linearity of relations (3.4), let us represent the unknown functions Φ and ζ in cylindrical coordinates as following series:

$$\zeta(r, \theta, t) = \sum_{l=0}^m \cos(l\theta) \sum_{k=1}^n d_{kl}(t) \zeta_k(r), \quad (4.1)$$

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \sum_{l=0}^m \cos(l\theta) \sum_{k=1}^{n_2} \dot{d}_{kl}(t) \varphi_k(r, z) \quad (4.2)$$

In this case, the kinematic condition will be fulfilled if the following relationship exists between the basic functions $\varphi_k(r, z)$ and $\zeta_k(r)$ on the free surface:

$$\frac{\partial\varphi_k(r, z)}{\partial\mathbf{n}}\Big|_{z=H} = \zeta_k(r). \quad (4.3)$$

The functions $\psi_{kl} = \varphi_{kl}(r, z) \cos(l\theta)$ must satisfy the Laplace equation.

From the dynamic and kinematic conditions, it is follows

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -g\zeta, \quad \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial\zeta}{\partial t} = -g \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}}. \quad (4.4)$$

Assuming the harmonic change in coefficients $d_{kl}(t)$ via time as $d_{kl}(t) = D_{kl} \exp(i\omega_{kl}t)$, one can

obtain from (4.4)

$$\frac{\partial \psi_{kl}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\omega_{kl}^2}{g} \psi_{kl}. \quad (4.5)$$

Thus, the spectral boundary value problem is formulated relatively functions ψ_{kl} [14]

$$\nabla^2 \psi_{kl} = 0, \mathbf{P} \in \Omega, \frac{\partial \psi_{kl}}{\partial \mathbf{n}} = 0, \mathbf{P} \in S_1, \frac{\partial \psi_{kl}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\omega_{kl}^2}{g} \psi_{kl}, \mathbf{P} \in S_0. \quad (4.6)$$

The boundary element method (BEM) is used to solve the spectral boundary value problem. Note that in representations (4.1)-(4.2) the multipliers $\sin(l\theta)$ are also can be involved.

5 Boundary element method

To apply the boundary element method in its direct formulation, we use Green's third formula [15]

$$2\pi\psi_{kl}(\mathbf{P}_0) = \iint_S \frac{\partial \psi_{kl}}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} dS - \iint_S \psi_{kl} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} dS, \quad (5.1)$$

where $|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|$ is the Cartesian distance between points $\mathbf{P}, \mathbf{P}_0$, and $S = S_1 \cup S_0$. Using the boundary conditions of the spectral problem (4.6), we obtain

$$\begin{aligned} 2\pi\psi_{kl} + \iint_{S_1} \psi_{kl} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} \right) dS_1 - \frac{\omega_{kl}^2}{g} \iint_{S_0} \frac{\psi_{kl}}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} dS_0 + \iint_{S_0} \psi_{kl} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} \right) dS_0 &= 0, \mathbf{P}_0 \in S_1, \\ 2\pi\psi_{kl} + \iint_{S_1} \psi_{kl} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} \right) dS_1 + \frac{\omega_{kl}^2}{g} \iint_{S_0} \frac{\psi_{kl}}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} dS_0 &= 0, \mathbf{P}_0 \in S_0. \end{aligned} \quad (5.2)$$

For shells of revolution, using the representation $\psi_{kl} = \varphi_{kl}(r, z) \cos(l\theta)$, we arrive at the one-dimensional system of singular integral equations in the form

$$2\pi\varphi_{kl}(r_0, z_0) + \int_{\Gamma} \varphi_{kl}(r(z), z) \Theta(z, z_0) r(z) d\Gamma - \frac{\omega_{kl}^2}{g} \int_0^R \varphi_{kl}(\rho, H) \Xi(\mathbf{P}, \mathbf{P}_0) \rho d\rho = 0, \mathbf{P}_0 \in S_1, \quad (5.3)$$

$$2\pi\varphi_{kl}(r_0, H) + \int_{\Gamma} \varphi_{kl}(r(z), z) \Theta(z, z_0) r(z) d\Gamma - \frac{\omega_{kl}^2}{g} \int_0^R \varphi_{kl}(\rho, H) \Xi(\mathbf{P}, \mathbf{P}_0) \rho d\rho = 0, \mathbf{P}_0 \in S_0.$$

$$\Theta(z, z_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} \left\{ \frac{1}{2r} \left[\frac{r^2 - r_0^2 + (z_0 - z)^2}{a-b} E_l(k) - F_l(k) \right] n_r + \frac{z_0 - z}{a-b} E_l(k) n_z \right\},$$

$$\Xi(P, P_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} F_l(k), \quad a = r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2, \quad b = 2rr_0.$$

In (5.3) the generalized elliptical integrals are introduced

$$E_l(k) = (-1)^l (1 - 4l^2) \int_0^{\pi/2} \cos 2b_1 l \theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad (5.4)$$

$$F_l(k) = (-1)^l \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2b_1 l \theta d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}, \quad k^2 = 2b/(a + b). \quad (5.5)$$

To calculate the integrals in equations (5.4) and (5.5), the method proposed in [16] is used, which is based on the arithmetic-geometric mean. To solve the system of singular equations in (5.3), the boundary element method with a constant approximation of the density along the element is employed, as described in [13] and [17].

6 Numerical results

To validate the proposed method, numerical results were compared with data provided in [18]. Both V-shaped and Λ -shaped conical tanks with $R_1 = 1\text{ m}$ і $\alpha = \pi/3$, filled with liquid, are considered, where R_2 represents the smaller radius of the cone. We focused on the first frequencies with wave numbers $l = 0, 1, 2$, as these are the lowest natural frequencies governing hydrodynamic loading. The comparison results are summarized in Table 6.1 for various values of R_2 .

During the numerical computations, 120 boundary elements were considered along the conical section, 100 elements along the radius of the free surface, and another 100 elements along the radius of the structure bottom. Increasing the number of elements did not significantly alter the results.

The outcomes obtained using the proposed one-dimensional arithmetic-geometric mean method (MGE) closely match those of [18]. Some discrepancies were noted particularly at $R_2 = 0.2\text{ m}$ for Λ -shaped conical tanks, consistent with [18]'s observation of the semi-analytical method's reduced accuracy in this specific scenario.

In what following, exactly 120 boundary elements are used along both cylindrical and conical surfaces to investigate fluid vibrations in coaxial shells

Table 6.1. Sloshing frequencies in cone tanks

	V-shape					Λ -shape				
R_2, m	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
$l = 0, k = 1$										
[18]	3.386	3.386	3.382	3.139	2.187	24.153	10.014	6.665	4.550	2.683
MGE	3.389	3.390	3.391	3.192	2.200	20.027	10.034	6.669	4.545	2.678
$l = 1, k = 1$										
[18]	1.304	1.302	1.254	0.934	0.542	11.332	5.629	3.515	1.661	0.726
MGE	1.305	1.307	1.259	0.954	0.574	11.303	5.626	3.481	1.651	0.732
$l = 2, k = 1$										
[18]	2.263	2.263	2.255	2.015	1.361	17.760	8.967	5.941	3.724	1.923
MGE	2.265	2.270	2.269	2.048	1.394	17.939	8.965	5.941	3.726	1.951

Next, the spectral boundary value problem (4.6) has been solved, which made it possible to find the modes $\varphi_k(r, \theta, z)$ and their corresponding fundamental frequencies for the structures shown in Fig. 1. The following geometric dimensions were chosen: $L = 1\text{ m}$, $R_1 = 0.5\text{ m}$, $R_2 = 0.5\text{ m}$, $R_3 = 0.25\text{ m}$, filling level H is 1.25 m .

The specificity of these structures is that the free surface has the shape of a ring. The free surface has the same shape when considering toroidal shells, sloshing of liquids in such shells was studied in [11].

The values of the lower eight sloshing frequencies of coaxial cylindrical-conical shell structures are given in table 6.2.

Table 6.2. Sloshing frequencies in co-axial shells, Hz

№	1	2	3	4	5	6	7	8
Shell structure, Fig.1a)								
частота	0,6277	0,6277	0,8892	0,8892	1,0779	1,0779	1,2355	1,2355
Shell structure, Fig.1b)								
частота	0,5512	0,5512	0,8153	0,8153	1,0027	1,0027	1,1548	1,1548

Note that there are multiple sloshing frequencies. They correspond to the factor $\sin(l\theta)$ in equations (4.1)-(4.2). The corresponding sloshing modes of the free surface are shown in Fig. 6.1-6.2. The sloshing frequencies of both structures differ slightly, but for structures with a smaller radius of the free surface, they are higher. This difference decreases with increasing wave number.

The lowest frequencies correspond to the first, second and third wave numbers. This corresponds to the calculation data given in [5, 7, 10] regarding sloshing of liquid in conical and cylindrical shells.

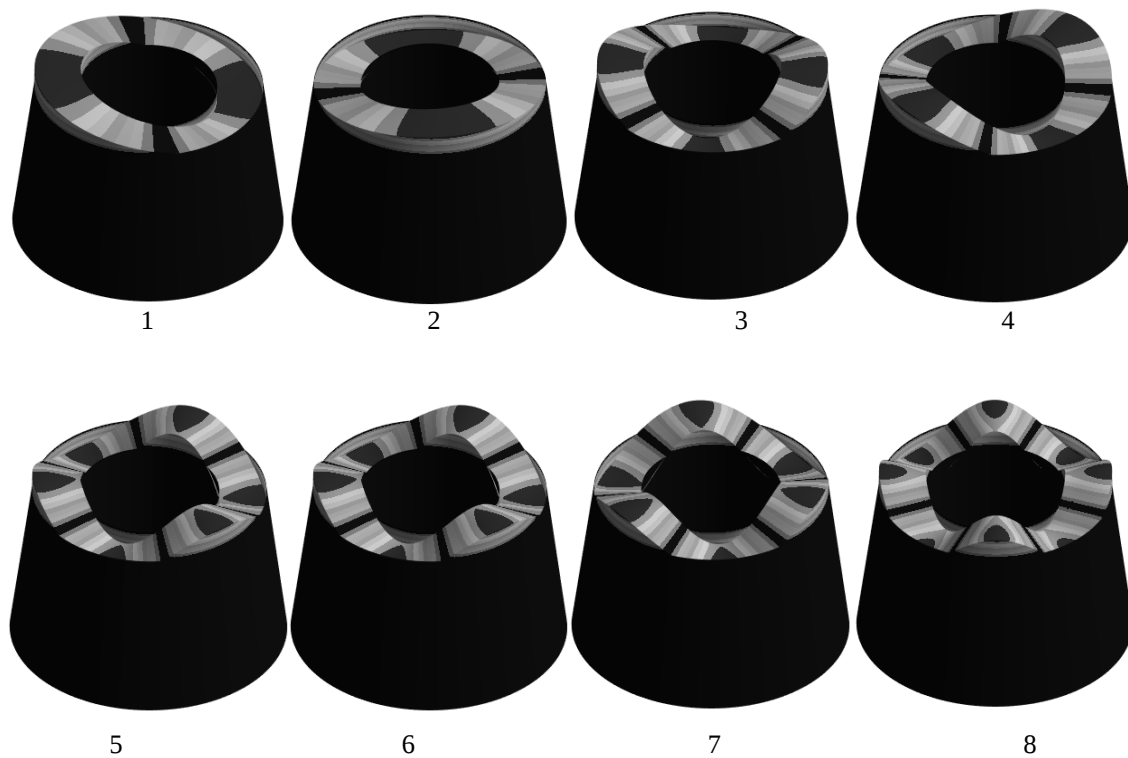


Fig. 6.2 Vibration modes $\varphi_k(r, \theta, H)$ of the free surface in shell structure 1a).

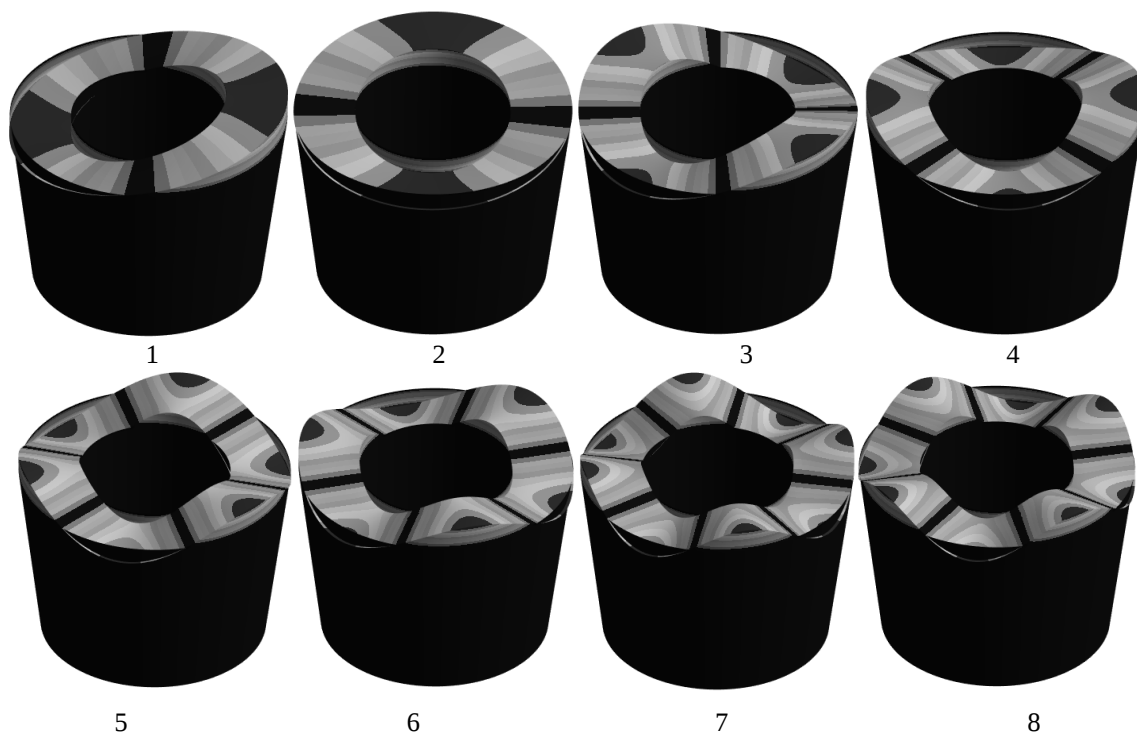


Fig. 6.3. Vibration modes $\varphi_k(r, \theta, H)$ of the free surface in shell structure 1b).

Thus, the spectral problem of determining the frequencies and modes of fluid vibrations in coaxial shell structures has been solved. This makes it possible to study the movement of liquid in fuel tanks and reservoirs under the action of external loads.

Conclusion

The method has been proposed for determining the frequencies and modes of fluid vibrations in coupled shells of revolution. The boundary element method is used to solve the spectral boundary value problem within these coupled shells for the first time. This approach will be

pivotal in computer modeling to understand the dynamic behavior of liquid tanks and to investigate the stability of liquid movement in the fuel tanks of complex-shaped launch vehicles. Future research will focus on studying the vibrations of elastic coaxial shells containing liquid, incorporating various composite materials [19].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Gnitko V., Naumenko V., Rozova L. & Strelnikova E. Multi-Domain Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Tanks with Baffles. *Journal of Basic and Applied Research International*, Vol. 17(1), P. 75–87, 2016. <https://www.ikppress.org/index.php/JOBARI/article/view/3788>
2. Balas O.-M., Doicin C. V. and Cipu E. C. Analytical and Numerical Model of Sloshing in a Rectangular Tank Subjected to a Braking, *Mathematics*, Vol. 11, P. 949-955, 2023. [DOI:10.3390/math11040949](https://doi.org/10.3390/math11040949)
3. Liu J., Zang Q., Ye W., Lin G. High performance of sloshing problem in cylindrical tank with various barrels by isogeometric boundary element method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol.114, P.148-165, 2020. [DOI:10.1016/jenganabound.2020.02.014](https://doi.org/10.1016/jenganabound.2020.02.014).
4. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariov K., Strelnikova E. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, Vol.126, P.189-200, 2019. WIT Press, [DOI:10.2495/BE420171](https://doi.org/10.2495/BE420171).
5. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Tonkonozhenko A. Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 25(3), P.117-132, 2020. [DOI:10.2478/ijame-2020-0038](https://doi.org/10.2478/ijame-2020-0038)
6. Tong, C. Shao Y., Bingham H. B. & Hanssen, FC. W. An Adaptive Harmonic Polynomial Cell Method with Immersed Boundaries: Accuracy, Stability and Applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 122, P. 2945–2980, 2021. <https://doi.org/10.1002/nme.6648>
7. Ibrahim R. A., *Liquid Sloshing Dynamics. Theory and Applications*. Cambridge University Press, 984 p., 2005.
8. Pradeepkumar K., Selvan V., Satheeshkumar K. Review of Numerical Methods for Sloshing. *International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology*. Vol.8, Issue XI, 2020, doi.org/10.22214/ijraset.2020.32116.
9. Zheng Jh., Xue, MA., Dou, P. et al. A review on liquid sloshing hydrodynamics. *J Hydrodyn* Vol. 33, P. 1089–1104, 2021. <https://doi.org/10.1007/s42241-022-0111-7>
10. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Liquid Vibrations in Cylindrical Quarter Tank Subjected to Harmonic, Impulse and Seismic Lateral Excitations. *Journal of Mathematics and Statistical Science*. Vol.5, P. 31-41, 2019. <http://www.ss-pub.org › 2019/03 › JMSS18122001>.
11. Karaiev A., Strelnikova E. Liquid Sloshing in Circular Toroidal and Coaxial Cylindrical Shells. In: Ivanov, V., Pavlenko, I., Liaposhchenko, O., Machado, J., Edl, M. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2020. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50491-5_1
12. Murawski K. Technical Stability of Very Slender Rectangular Columns Compressed by Ball-And-Socket Joints without Friction, *Int. Journal of Structural Glass and Advanced Materials Research*, Vol. 4(1), P. 186-208, 2020. [DOI: 10.3844/sgamrsp.2020.186.208](https://doi.org/10.3844/sgamrsp.2020.186.208)
13. Krutchenko D. V., Strelnikova E. A., Shuvalova Y. S. Discrete singularities method in problems of seismic and impulse impacts on reservoirs. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*, вип. 35, С. 31-37, 2017, <http://lib.kart.edu.ua/bitstream/123456789/13113/1/Krutchenko.pdf>.
14. Raynovskyy I. A. and Timokha A. N. Sloshing in Upright Circular Containers: Theory, Analytical Solutions, and Applications. 155p., 2020. CRC Press/Taylor and Francis Group, <https://doi.org/10.1201/9780429356711>
15. Brebbia, C.A. The birth of the boundary element method from conception to application. *Engineering Analysis With Boundary Elements*, Vol. 77, P. iii-x, 2017. <https://doi.org/10.1016/jenganabound.2016.12.001>.

16. Karaiev, A, Strelnikova, E. Axisymmetric polyharmonic spline approximation in the dual reciprocity method. *Z Angew Math Mech*. Vol. 101, e201800339, 2021. DOI:[10.1002/zamm.201800339](https://doi.org/10.1002/zamm.201800339).
17. Naumenko V., Strelnikova H. Singular integrals accuracy of calculations in two-dimensional problems using boundary element methods, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 26, Issue 1, P. 95-98, 2002. [https://doi.org/10.1016/S0955-7997\(01\)00041-8](https://doi.org/10.1016/S0955-7997(01)00041-8).
18. Gavrilyuk I., Hermann M., Lukovsky I., Solodun O., Timokha A. Natural Sloshing frequencies in Truncated Conical Tanks, *Engineering Computations*, Vol. 25, no. 6, P. 518 – 540, 2008. DOI: [10.1108/02644400810891535](https://doi.org/10.1108/02644400810891535)
19. Sierikova O, Strelnikova E, Gnitko V, Degtyarev K. Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods. *IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)* P. 351–356. 2021. doi: [10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086](https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086)

REFERENCES

1. V. Gnitko, V. Naumenko, L. Rozova. & E. Strelnikova, “Multi-Domain Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Tanks with Baffles”. *Journal of Basic and Applied Research International*, 2016, Vol. 17(1), P. 75–87, <https://www.ikppress.org/index.php/JOBARI/article/view/3788>
2. O.-M., Balas C. V. Doicin and E. C. Cipu, “Analytical and Numerical Model of Sloshing in a Rectangular Tank Subjected to a Braking”, *Mathematics*, 2023, Vol. 11, P. 949-955, DOI:[10.3390/math11040949](https://doi.org/10.3390/math11040949)
3. J. Liu Q. Zang, W. Ye, G. Lin, “High performance of sloshing problem in cylindrical tank with various barrels by isogeometric boundary element method”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2020, Vol. 114, P. 148-165, DOI:[10.1016/j.enganabound.2020.02.014](https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2020.02.014)
4. V. Gnitko, A. Karaiev, K. Degtyariov, E. Strelnikova, “Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells”, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, 2019, Vol. 126, P. 189-200, WIT Press, DOI:[10.2495/BE420171](https://doi.org/10.2495/BE420171).
5. E. Strelnikova, D. Kriutchenko, V. Gnitko, A. Tonkonozhenko, “Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations“, *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 25, Issue 3, P. 117-132, 2020, DOI: [10.2478/ijame-2020-0038](https://doi.org/10.2478/ijame-2020-0038).
6. C. Tong, Y. Shao, H. B. Bingham, & F. C. W. Hanssen, “An Adaptive Harmonic Polynomial Cell Method with Immersed Boundaries: Accuracy, Stability and Applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2021, Vol. 122, P. 2945–2980. <https://doi.org/10.1002/nme.6648>
7. R. A. Ibrahim, *Liquid Sloshing Dynamics. Theory and Applications*. Cambridge University Press. 2005, 984 p.
8. K. Pradeepkumar, V. Selvan, K. Satheeshkumar, “Review of Numerical Methods for Sloshing”, *International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology*, Vol. 8, Issue XI, 2020, doi.org/10.22214/ijraset.2020.32116.
9. Jh. Zheng, MA. Xue, P. Dou, et al. “A review on liquid sloshing hydrodynamics. *J Hydrodyn* 2021, Vol. 33, P. 1089–1104. <https://doi.org/10.1007/s42241-022-0111-7>
10. E. Strelnikova, D. Kriutchenko, V. Gnitko, “Liquid Vibrations in Cylindrical Quarter Tank Subjected to Harmonic, Impulse and Seismic Lateral Excitations”, *Journal of Mathematics and Statistical Science*, 2019, Vol. 5, P. 31-41. <http://www.ss-pub.org › 2019/03 › JMSS18122001>.
11. A. Karaiev, E. Strelnikova, “Liquid Sloshing in Circular Toroidal and Coaxial Cylindrical Shells”, In: Ivanov, V., Pavlenko, I., Liaposhchenko, O., Machado, J., Edl, M. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham, 2020, https://doi.org/10.1007/978-3-030-50491-5_1
12. K. Murawski, “Technical Stability of Very Slender Rectangular Columns Compressed by Ball-And-Socket Joints without Friction”, *Int. Journal of Structural Glass and Advanced Materials Research*, 2020, Vol. 4(1), P. 186-208, DOI: [10.3844/sgamrsp.2020.186.208](https://doi.org/10.3844/sgamrsp.2020.186.208).
13. D. V. Krutchenko, E. A. Strelnikova, Yu. S. Shuvalova, “Discrete singularities method in problems of seismic and impulse impacts on reservoirs”, *Bulletin of VN Karazin Kharkiv National University, series «Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems»*, 2017, vol. 35, P. 31-37. <http://lib.kart.edu.ua/bitstream/123456789/13113/1/Krutchenko.pdf>.

14. I. A. Raynovskyy and A. N. Timokha, *Sloshing in Upright Circular Containers: Theory, Analytical Solutions, and Applications*. CRC Press/Taylor and Francis Group, 155p., 2020. <https://doi.org/10.1201/9780429356711>
15. C.A Brebbia, “The birth of the boundary element method from conception to application”, *Engineering Analysis With Boundary Elements*, 2017. vol. 77, pp. iii-x, <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2016.12.001>.
16. A. Karaiev, E. Strelnikova, “Axisymmetric polyharmonic spline approximation in the dual reciprocity method”. *Z Angew Math Mech*. Vol. 101, e201800339, 2021. DOI:[10.1002/zamm.201800339](https://doi.org/10.1002/zamm.201800339).
17. V. Naumenko, H. Strelnikova, “Singular integrals accuracy of calculations in two-dimensional problems using boundary element methods”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 26 (1), P. 95-98, 2002. [https://doi.org/10.1016/S0955-7997\(01\)00041-8](https://doi.org/10.1016/S0955-7997(01)00041-8).
18. I. Gavriluk, M. Hermann, I. Lukovsky, O. Solodun, A. Timokha, “Natural Sloshing frequencies in Truncated Conical Tanks”, *Engineering Computations*, Vol. 25, no. 6, P. 518 – 540, 2008. DOI: [10.1108/026444400810891535](https://doi.org/10.1108/026444400810891535)
19. O. Sierikova, E. Strelnikova, V. Gnitko, K. Degtyarev, “Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods”, *IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, P. 351–356, 2021. DOI: [10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086](https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086)

Гнітько к.т.н., старший науковий співробітник
Василь Іванович Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023

Дегтярьов к.т.н., науковий співробітник
Кирило Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
Гергійович

Крютченко доктор філософії, молодший науковий співробітник
Денис Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
Володимірович

Науменко к.т.н., доцент; доцент кафедри прикладної математики,
Віталій Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, пр. Науки, 14,
Васильович 61166

Спектральна крайова задача для коаксіальних оболонок обертання

Основною метою цього дослідження є розробка ефективного чисельного підходу з використанням граничних елементів для оцінки власних частот коливань рідини у складених резервуарах. Проаналізовано власні коливання конструкцій оболонок, що включають циліндричні та конічні оболонки, поєднані кільцями. Область між оболонками заповнена ідеальною нестисливою рідиною. У числовому моделюванні використовуються метод суперпозиції у поєднанні з методом граничних елементів. Здійснено числовий розв'язок спектральної граничної задачі щодо коливань рідини в жорстких оболонкових конструкціях. Частоти і форми визначаються шляхом розв'язання систем сингулярних інтегральних рівнянь. Для оболонок обертання, ці системи спрощуються до одновимірних рівнянь, де інтеграли обчислюються вздовж кривих і відрізків прямих. Для обчислення одновимірних інтегралів із логарифмічними особливостями та особливостями типу Коші використовуються ефективні числові процедури. Тестові розрахунки підтверджують високу точність і ефективність запропонованого методу. Важливість і практична значимість методу полягає в можливості досліджувати коливання рідини в реальних складених паливних баках ракет-носіїв за різні умови навантаження.

Ключові слова: циліндрично-конічні резервуари, системи сингулярних інтегральних рівнянь, метод граничних елементів, плескання рідини.

УДК (UDC) 004

**Кіреєнко Олександр
Володимирович***аспірант, асистент кафедри інформаційної безпеки
Національний технічний університет України “Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, Берестейський
проспект, 37, Київ, 03056
e-mail: kirealex12@gmail.com
OrcidID:0000-0001-9184-6738*

Захист інформації в умовах обмежених енергоресурсів

Актуальність: Захист інформації та інформаційної системи, в якій дана інформація обробляється та зберігається, є складною задачею навіть за оптимальних умов. Накладання будь-яких обмежень призводить до появи нових проблем. Обмеження енергоресурсів змушує нас змінити підхід до захисту інформації, відмовитися від деяких рішень, а також змінити спосіб використання інформаційної системи. в роботі основна увага приділяється системам, що використовують мережеве з'єднання. Мережеве обладнання розглядається як частина системи і потребує живлення. Проблема обмежених енергоресурсів розглядається на двох рівнях – в межах однієї системи та глобально, коли інформаційні системи конкурують за обмежені ресурси. Порушнику відомо про функціонування системи в умовах обмежених енергоресурсів, але в загальному випадку не відомо наскільки критичною є їх нестача.

Мета: побудова моделі захисту інформації із заданими обмеженнями, вибірка задач із високим співвідношенням винагороди за виконання до витрат енерго ресурсів, створення резерву енергії для його подальшого використання в наступний період функціонування системи, оцінка ризику перевантаження енергомережі.

Методи дослідження: теорія графів, теорія ігор, методи Фішберна, Уейна для вибору кращого проекту

Результати: побудовано модель і отримано 2 стратегії розподілу енергоресурсів

Висновки: проблема нестачі енергоресурсів в загальному випадку вирішується за рахунок надлишковості обчислювальних ресурсів та пам'яті. Проведення атаки на інформаційну систему як і її припинення впливають на розподіл задач, що надходять до системи від законних користувачів. Вплив на вартість енергоресурсів можливий, але виходить за межі моделі.

Ключові слова: енергоресурси, автономне джерело живлення, мережеве обладнання, мобільні пристрої, планування задач, резервне копіювання

Як цитувати: Кіреєнко О. В. Захист інформації в умовах обмежених енергоресурсів. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2024. вип. 63. С.38-50. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-04>

How to quote: O. Kireienko, “Information protection in the conditions of limited energy resources”, *Bulletin of V. N. Karazin Kharkiv National University, series Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 63, pp. 38-50, 2024. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-04>

Вступ

Задачу захисту інформації в умовах обмежених енергоресурсів можна розбити на 3 етапи або підзадачі. За основу беруть проект системи, що відповідає тій самій предметній області, обслуговує подібні бізнес процеси, але без обмежень на енергоресурси. Більшість атак, що є стандартними для такої системи, можуть бути спрямовані і на систему з обмеженими енергоресурсами. На 2 етапі ми можемо відсіяти атаки, які стають неможливими через обмеження енергоресурсів. найчастіше такі атаки проводяться внутрішніми порушниками-інсайдерами, які повинні взаємодіяти із системою, враховуючи нові обмеження. Останній крок – розглянути специфічні атаки, коли порушник цілеспрямовано використовує нестачу енергоресурсів інформаційної системи для проведення атаки.

На даний момент основним підходом до вирішення проблеми захисту інформації в умовах обмежених енергоресурсів є вибір проектного рішення системи, при якому обмеження знімаються, тобто придбання в достатній кількості автономних джерел живлення. Основним

недоліком даного підходу є припущення про відсутність дефіциту автономних джерел живлення на ринку. Стихійні лиха та війни призводять до швидкого зростання кількості систем, яким знадобиться працювати в заданих обмеженнях і зростанню попиту на автономні джерела живлення. Саме тому необхідно розглянути альтернативні проекти, при яких система зможе виконувати поставлені задачі. Опосередковано проблема обмеження енергоресурсів пов'язана із питаннями використання альтернативної операційної системи (dualboot) [1], прискорення завантаження операційної системи [2], розрахунку споживання електроенергії центральним процесором (CPU) [3], та забезпечення вимог інформаційної безпеки в нестабільних мережах [6]. Теоретичною базою для розподілу енергоресурсів є "гра із забрудненням" із теорії ігор [4]. До технічних аспектів відноситься використання мобільних пристроїв як альтернативи персональним комп'ютерам [5], прогнозування розгалужень при виконанні коду [7], використання транзакцій і збереження їх результатів в пам'яті [8] та ін.

Метою статті є розробка моделі захисту інформації в умовах обмежених енергоресурсів, та вибір сценаріїв захисту системи відповідно до такої моделі.

1. Види обмежень

Будь-яка інформаційна система використовує джерело живлення. Система може отримувати живлення від мережі або від акумулятору, який в свою чергу заряджається від мережі. Існує декілька обмежень пов'язаних із функціонуванням системи в умовах обмежених енергоресурсів.

Першим обмеженням є організаційне. Це самообмеження, що накладається користувачами на систему, або самою системою на себе, і пов'язане воно із типом задач, які взагалі будуть виконуватися системою. Користувачі, оцінивши ризик відключення живлення в довільний момент часу можуть відмовитися від виконання задач, які потребують наявності живлення протягом всієї задачі. Також користувачі можуть оцінити час виконання задачі і порівняти його із часом автономного живлення системи від акумулятора або генератора, або від мережі, за умови, що у користувачів є надійний графік відключень електроенергії. В таких випадках користувачі самі вирішують, які задачі будуть виконуватися в системі, та порядок дій, якщо живлення все ж зникне. Дані задачі можуть бути як прикладними, коли система використовується за призначенням, так і службовими, що виконуються для підтримки системи в стабільному та захищеному стані.

Другим обмеженням є обмеження обчислювальних ресурсів системи. Задачі, що потребують більших обчислювальних потужностей, витратять більше енергії, так як цю енергію споживає центральний процесор комп'ютера, і також система охолодження. Для систем, що використовують автономне джерело живлення, виконання важких обчислювальних задач призведе до швидшого витрачання наявної електроенергії. В той же час, при наявному графіку відключень матиме сенс виконання таких задач в певні інтервали часу, коли електроенергія точно є. Це в свою чергу створює вразливість в системі, так як порушнику буде відомо, коли саме виконуватимуться відповідні задачі, а значить він зможе вибрати оптимальний для проведення атаки час.

Третім обмеженням є обмеження, що пов'язані із типом пристрою, який використовується для виконання всіх цих задач. В умовах обмежених енергоресурсів користувачі будуть покладатися на мобільні пристрої. Захист мобільних пристроїв є окремим напрямком інформаційної безпеки, але в даному випадку ми не можемо використовувати в повному обсязі рекомендації щодо захисту мобільних пристроїв тому що ми розглядаємо ситуацію, коли мобільні пристрої використовуються не за своїм основним призначенням, а саме як тимчасова заміна персональним комп'ютерам. Це означає, що додатки мобільних пристроїв можуть почати конфліктувати із додатками, які повинні взяти на себе виконання задач персонального комп'ютера (при цьому конфліктують вони і за ресурси і за час). Також потрібно враховувати, що операційні системи мобільних пристроїв відрізняються від операційних систем персональних комп'ютерів, і що ми не можемо в загальному випадку запустити додаток, що працював на персональному комп'ютері. Нам знадобляться програми-аналоги, емулятори, клієнт-серверна архітектура з доступом до хмарних сервісів.

Четвертим обмеженням є обмеження пов'язане із інтернет-з'єднанням. Відсутність живлення означає, що наша система може вимушено переходити в автономний режим роботи. Навіть якщо сам пристрій може працювати, використовуючи акумуляторну батарею, мережеве обладнання

може в цей час бути недоступним, а тому виконання задач потрібно планувати і з розрахунком на нестабільне інтернет з'єднання.

Наслідком четвертого обмеження є проблема отримання інформації із всесвітньої мережі. За відсутності живлення ми не зможемо використовувати ресурси, що доступні лише віддалено. Як і у випадку із плануванням задач у відповідності із графіком відключень електроенергії, порушник може використати цю інформацію для проведення атак, що спрямовані на перехоплення трафіку, так як порушнику відомо, коли саме система матиме зв'язок з мережею, а значить саме в цей час відбуватиметься передача інформації (наприклад результати виконання прикладних задач). Сам факт обмеження часу для обміну інформацією робить будь-яку систему більш вразливою до атаки на відмову в обслуговуванні, так як тепер порушнику достатньо підтримувати подібну атаку лише в проміжки часу, коли в системі є живлення. В наступних розділах дані проблеми будуть розглянуті більш детально.

2. Організаційні обмеження

В умовах обмежених енергоресурсів користувачі системи повинні вирішити, які задачі можна виконувати, а які треба відкласти на потім. Дане рішення залежить від того, в яких саме умовах знаходиться система. Наявність автономного джерела живлення може вказувати на задачі, які можна вирішити протягом часу автономної роботи. Якщо автономного джерела живлення немає, а замість цього відбувається живлення від мережі і є **ризик** відключення електроенергії в деякий момент часу, користувачі повинні будуть планувати виконання задач із урахуванням цього ризику. Ми можемо використовувати моделі із теорії масового обслуговування для прогнозування часу безперебійної роботи системи. Прикладні та службові задачі необхідно розміщувати між моментами відключення та відновлення живлення. Ввімкнення комп'юера, завантаження його операційної системи займає певний час, який треба віднімати від загального часу, що доступний для виконання будь-яких задач. Так як ми розглядаємо саме випадок із відключенням живлення, ми не можемо використовувати режим гібернації, що дозволив би швидко ввімкнути комп'ютер. Unix подібні операційні системи потребують менше ресурсів і можуть завантажуватися швидше. Час завантаження можна скоротити ще більше, якщо відмовитися від графічного інтерфейсу. Але подібний підхід не є універсальним. Для вирішення деяких прикладних задач нам можуть знадобитися додатки, що доступні лише для ОС windows. Оптимальним варіантом буде використання комп'ютерів, на яких Unix-подібна ОС встановлена як запасна. В цьому випадку для вирішення окремих задач ми можемо під час включення комп'ютера обрати саме Unix подібну ОС, в той час як для інших використовуватимуть ОС Windows або інші подібні ОС.[1]

Так само потрібно пам'ятати і про час для відключення комп'ютера. Для захисту жорсткого диску нам потрібно відключати комп'ютер програмними засобами, тому при наявному графіку відключень електроенергії нам потрібно виділити в кінці періоду функціонування декілька хвилин для збереження результатів роботи та відключення комп'ютера, перш ніж його роботу буде перервано апаратно. Швидкість запуску ОС після завершення роботи можна підвищити, якщо зберегти стан системи в пам'яті, але подібна процедура сама по собі є витратою часу. [2] Таким чином ми можемо скоротити час ввімкнення системи за рахунок збільшення часу для її відключення.

Необхідність виконання задач в задані інтервали часу накладається на інші логічні обмеження щодо часу виконання задач. Якщо нам відомо, що живлення буде з 7 до 10 години ранку, а робочий день починається о 8:30, то в нас буде лише півтори години (без урахування декількох хвилин на ввімкнення та вимкнення системи) для вирішення деяких задач. В найкращому випадку користувачі адаптуються до нового розкладу і будуть працювати із системою саме тоді, коли є живлення. Це можна спостерігати у випадку роботи із персональними комп'ютерами вдома. Змінювати графік роботи на підприємствах значно складніше, тому що в доступний для роботи час, користувачів може просто не бути на робочому місці.

Ще одним організаційним обмеженням буде сумісність деяких задач. Розглянемо наступний приклад



Рисунок 1.А Планування незалежних задач

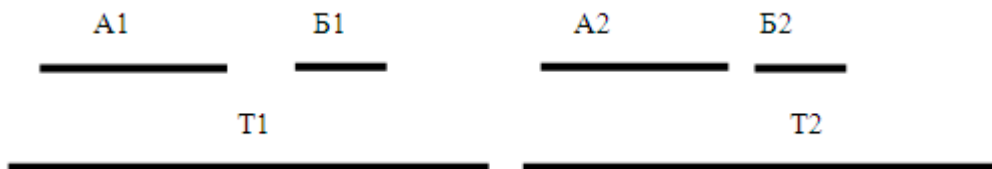


Рисунок 1.Б Планування послідовних задач

Нехай $T1$ та $T2$ - періоди наявного живлення, а $A1, A2, B1, B2, B3$ - періоди виконання деяких задач. На рисунку 1.А задачі згруповані досить оптимально, спочатку дві задачі, які займають приблизно половину часу від доступного нам періода наявного живлення, потім три короткі задачі, які вкладаються в період $T2$. Але такий “оптиміальний” варіант планування задач може бути неможливим, якщо задача $B1$ повинна використовувати результат виконання задачі $A1$ (аналогічно для $B2$ та $A2$), який при цьому швидко застаріває. Якщо результат виконання $A1$ (і $A2$) втрачає актуальність в проміжок часу між завершенням $T1$ та початком $T2$, то планування задач необхідно виконувати відповідно до рисунку 1.Б, навіть якщо при цьому в нас з’являється час простою системи при наявному живленні. Так як в деяких випадках ми просто не в змозі змінити логіку бізне спрoцесу, який забезпечується нашою інформаційною системою, найкращим рішенням буде виконання деяких додаткових прикладних або службових задач для уникнення часу простою системи.

Із рисунків 1.А та 1.Б також слідує, що сам факт переривання живлення навіть на декілька хвилин може призвести до непропорційно більшого зниження продуктивності інформаційної системи. Тобто ми не можемо оцінювати ефективність інформаційної системи як просте відношення часу наявного живлення ($T1+T2$) до загального часу.

На організаційному рівні всі задачі поділяються на невідкладні (urgenttasks), поточні (currenttasks) та профілактичні (maintenancetasks). $T = \{U_t, C_t, M_t\}$

Невідкладні задачі потрібно виконувати обов’язково в момент їх надходження до системи. Якщо в даний момент система зайнята іншою задачею, що не відноситься до підмножини невідкладних, її потрібно призупинити або відмінити, і почати виконувати невідкладну. Задачу потрібно відмінити навіть якщо вона виконана на 90+% і ми не можемо зберегти результат виконання. Якщо система зайнята іншою невідкладною задачею, і при цьому поступає нова невідкладна задача, для якої не вистачає ресурсів – система вважається скомпрометованою, а відповідний бізнес процес повністю зірваним.

Поточні задачі – це задачі, які повинні бути виконані в день їх надходження (замість однієї 24-годинної доби може бути обраний інший інтервал часу, це не впливає на класифікацію). Поточні задачі повинні бути виконані до деякого дедлайну.

профілактичні задачі – не є обов’язковими для виконання, але їх виконання підвищує стабільність роботи системи. Тривале ігнорування цих задач може призвести до їх переходу до підмножини невідкладних або поточних.

До якої б із підмножин не відносилася задача, їй у відповідність можна поставити у відповідність двовимірний масив (матрицю) розмірності $n \times 3$

$$t_i \Rightarrow \begin{pmatrix} 1, 0, 0, \dots, 1, 0 \\ d1, d2, d3, \dots, d(n-1), dn \\ c1, c2, c3, \dots, c(n-1), cn \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

перший рядок матриці заповнюють одиницями та нулями. Він відповідає за можливість виконання i -тої задачі на кожному із доступних в системі вузлів.

другий рядок відповідає за тривалість (duration) виконання задачі на заданому вузлі. Очевидно, що якщо в першому рядку на відповідній позиції стоїть 0, то час виконання буде невизначеним. Для простоти обчислень можна просто використовувати від'ємне число.

третій рядок відповідає за вартість виконання задачі на цьому вузлі (cost) в розрахунку на одиницю часу. таким чином вартість задачі є добутком елементів в стовпці матриці. нульові значення просто ігноруємо, тому що миттєво виконати задачу не можливо. Значення нульове тому, що в першому рядку в нас був 0.

в третьому рядку вартість можна вказувати як в грошових одиницях так і в енергії, але треба, щоб в усіх матрицях застосовувалися однакові одиниці вимірювання.

Дані матриці не є константами. Назначення задачі якомусь вузлу означає, що в нього буде зайнята вже деяка частка обчислювальних ресурсів, тому після отримання декількох задач, в першому рядку 1 буде замінено 0 а при завершенні задачі відбувається протилежна операція.

Також не будуть константами і значення в 3 рядку, так як при збільшенні кількості задач на вузлі зростатиме температура ЦП, що може потребувати додаткових витрат на його охолодження.

Недоступним для призначення нових задач вузол також стає тоді, коли в нього закінчуються електроенергія.

Є два підходи до розподілу задач. Перший підхід – це призначення задач на вузол до вичерпання всіх його ресурсів, і лише після цього переходимо до наступного вузла. При такому підході ми мінімізуємо кількість задіяних вузлів. Задіяні вузли можуть витратити трохи більше енергії через високу завантаженість, але всі інші вузли, на яких відсутні задачі, не витратять енергію взагалі. Другий підхід – не рівномірний розподіл задач, коли навантаження балансують між усіма вузлами. При першому підході більша імовірність того, що в нас буде вільний від задач вузол, який зможе почати виконувати невідкладну задачу, якщо така надійде. В другому випадку – через активність ВСІХ вузлів системи нам доцільно підтримувати середній рівень завантаженості вузлів за рахунок більшої кількості поточних та профілактичних задач. Другий випадок означає, що імовірність переривання та/або витіснення якоїсь задачі буде близькою до 100%, якщо надійде невідкладна задача, але більша завантаженість усіх вузлів означає, що жоден із них не використовує надмірну кількість енергії на охолодження. також зменшується вікно протягом якого нам може знадобитися перервати чи витіснити задачу для виконання невідкладної задачі. Тобто за перші декілька годин робочого дня ми виконаємо більшість задач, що були заплановані на сьогодні, після чого залишається опрацьовувати лише нові невідкладні задачі. При цьому нам не обов'язково щодня використовувати один і той самий підхід. Ми можемо змінювати підхід в залежності від ситуації.

3.Обмеження обчислювальних ресурсів

Для даного обмеження можливі два сценарії:

- по-перше це може бути обмеження для автономного джерела живлення, коли важкі обчислення призводять до швидшого витрачання енергії[3]

- по-друге це може бути обмеження на всю енергомережу, коли виконання важких обчислень кожним окремим вузлом не є проблемою, але виконання тих же задач деякою критичною кількістю вузлів призведе до відключення живлення всієї системи. Це обмеження є класичним випадком “гри із забрудненням” із теорії ігор. [4] Гра із забрудненням є гіпотетичним сценарієм, в якому гравцями є виробництва, кожне із яких шкодить довкіллю. Окреме виробництво не здатне завдати суттєвої шкоди, так як в довкіллі є деякий запас міцності, що дозволяє йому самовідновлюватися. Очевидно, що при перевищенні даного запасу гравці починають завдавати незворотної шкоди довкіллю, що закінчується трагічно для всіх. Метою даного прикладу є демонстрація самообмеження, коли гравці відмовляються від шкідливого виробництва, щоб всі гравці не програли одночасно. Проблема в тому, що відмова від виробництва означає, що даний гравець в даному раунді гри не отримує прибутку, в той час як інші гравці, що вирішують ігнорувати проблеми довкілля, такий прибуток отримують. А за правилами гри перемагає той, хто набрав найбільший прибуток. Парадоксально перемогти може лише той, хто забруднює довкілля, але якщо таких гравців набирається більше деякої кількості, то програють всі. Замість забруднення довкілля в нашому випадку споживання електроенергії від мережі. Прибуток є наслідком виконаних задач, гравцями є вузли системи або її користувачі. І ці вузли/користувачі повинні обрати між вирішенням деякої підмножини задач або взагалі нічого не зробити.

Складність залежить від того, чи є між гравцями зв'язок постійно/перед грою чи зв'язок взагалі відсутній. Чи можуть вони узгодити розклад за яким в кожному раунді гри доступ до електроенергії буде отримувати деякий користувач, чи вони діятимуть егоїстично? У даної проблеми є ще один вимір. Крім вибору вузлів, що виконуватимуть задачі, користувачі також можуть обирати самі задачі, які виконуватимуться в системі. Прикладні задачі можна розглядати як дії, що призводять до забруднення, в той час як службові (резервне копіювання, перевірка антивірусом та ін.) можуть знижувати рівень забруднення. Для отримання максимального прибутку користувачам потрібно збільшити кількість прикладних задач, а зробити це можна лише за рахунок задач службових, тобто користувач може прийняти рішення щодо відключення механізмів захисту. Чим більше механізмів захисту буде відключено, тим більше імовірність успішної атаки порушника, що в свою чергу означає, що прибутку від прикладних задач не буде взагалі (критичний рівень забруднення, який не може витримати довкілля).

Гра із забрудненням є чітко формалізованою, зрозумілою проблемою і в мережі можна знайти безліч програмних реалізацій та моделей. Опишемо відповідну модель тут:

- нам потрібна множина із елементів $A = \{node_1, node_2, \dots, node_n\}$
- кожен елемент має визначені для нього імовірності p та q , такі що $p + q = 1$
- для i -того вузла імовірність p_i відповідає за “егоїстичну” стратегію, коли вузол приймає рішення забруднювати (в нашому випадку – виконувати складну та енергозатратну задачу), а q_i – альтруїстичну стратегію, коли подібні задачі не виконуються.
- генеруємо випадкове число із діапазону $[0,1]$. Якщо воно потрапляє в діапазон $[0,p]$ функція даного вузла повертає 1, в протилежному випадку повертає 0
- рахуємо суму відповідей від всіх вузлів і порівнюємо її із пороговим значенням. $\sum_{i=1}^n b_i = B$, $B < T$ – забруднення не відбулося, $B \geq T$ – забруднення відбулося, всі програли, мережа не витримала.
- Виконуємо прогонку даної моделі декілька разів і рахуємо частку випадків, коли забруднення відбулося до загальної кількості. Чим більше ітерацій тим ближче експериментальне значення *likelyhood* до теоретичної імовірності того, що забруднення відбудеться і нам доведеться використовувати автономні джерела живлення.

Зауваження: програш у грі із забрудненням ще не означає крах всієї системи. Він вказує лише на необхідність застосування автономних джерел живлення, яких може бути достатньо для підтримки системи, за умови що програші відбуваються не щодня і в нас вистачає часу відновити автономні джерела живлення перед наступним програшем (отримати пальне для генераторів, підзарядити акумуляторні батареї від мережі, тощо)

4. Обмеження типу пристрою

Очевидним вирішенням проблеми із живленням інформаційної системи є використання мобільних пристроїв так як вони мають автономне джерело живлення у вигляді акумуляторної батареї. Але не всі задачі можуть бути перенесені на мобільні пристрої. По-перше всі задачі, які потребують більших запасів енергії ніж доступні в автономному джерелі живлення нам не підходять, так як вони не зможуть бути завершені. Мобільні пристрої мають більш жорсткі обмеження на пам'ять, а також потребують додаткового обладнання для взаємодії із периферійними пристроями. У персонального комп'ютера може бути CD/DVD-rom для роботи з оптичними дисками. Смартфону або планшету для цього знадобиться спеціальний перехідник з USB. При цьому USB роз'єм зайнятий підключенням CD/DVD-rom вже не можна буде використати для підключення інших пристроїв (наприклад принтеру або сканеру). Звичайно, при наявності всього необхідного обладнання користувач може використовувати CD/DVD-rom та принтер по черзі. Це дозволить виконувати деякі задачі повільніше. Наприклад ми можемо зберегти файл із оптичного диску в пам'ять смартфона, а потім роздрукувати даний файл на

принтері. Для даної послідовності дій нам потрібно, щоб на смартфоні було достатньо пам'яті для тимчасового зберігання файлу. Навіть якщо смартфон підтримує бездротове з'єднання (Wi-Fi або bluetooth), таке ж з'єднання повинен підтримувати і периферійний пристрій, який ми намагаємося підключити. Бездротове підключення є більш поширеним серед сучасного периферійного обладнання із середнього та вищого цінового сегменту. Дешеве або старе периферійне обладнання можна підключати лише за допомогою дротового з'єднання.

Проблеми можуть виникнути і з програмним забезпеченням. ОС Android була розроблена на основі linux, але це не означає, що ми можемо запускати bash-скрипти на Android. Для роботи з терміналом нам потрібно встановити відповідне програмне забезпечення, і робити це треба завчасно, а не після того, як відключення живлення стало проблемою. Для мобільних пристроїв існує також емулятор MS-DOS, що дозволяє запускати старі виконувачі файли. Але працювати із звичайними .exe файлами ми не зможемо. Будь-який важливий для роботи додаток повинен бути замінений його мобільною версією, а за відсутності, такий аналог потрібно написати самостійно, що для більшості користувачів не є прийнятним рішенням даної проблеми. Для вирішення прикладних задач нам може бути достатньо мови програмування QBasic, так як написані на цій мові програми можна запускати в емуляторі MS-DOS. Для інших мов програмування нам знадобиться компілятор і середовище розробки, що здатні працювати автономно, без підключення до інтернету. Онлайн компілятори все ще можуть використовуватися в проміжки часу, коли в нас є живлення мережевого обладнання.

Не можна ігнорувати і проблему сумісності мобільних додатків та додатків, які повинні тимчасово виконувати завдання персонального комп'ютера. Користувач повинен розуміти, що при відключенні живлення, коли персональний комп'ютер не працює, його мобільний пристрій виконує задачі персонального комп'ютера як додаткові до тих, що вже виконувалися на мобільному пристрої в його штатному режимі функціонування. Це означає, що використовуючи мобільний пристрій в цих умовах, навантаження на нього буде значно більше, бо на ньому виконуються власні задачі та задачі перенесені із ПК. Це підвищене навантаження призводить до швидшого витрачання енергії, а значить скорочує період автономної роботи пристрою. Це також означає, що при більшому ніж в штатному режимі роботи навантаженні, службові програми, що необхідні для захисту інформації можуть бути відключені тому, що на їх підтримку просто не вистачатиме ресурсів.

Також потрібно враховувати, що порушник може використати вразливості мобільного пристрою для доступу до інформації, яка зазвичай обробляється на персональному комп'ютері, до якого у порушника доступу не було.[5] Збільшення кількості задач на будь-якому пристрої робить його більш вразливим до атак на відмову в обслуговуванні (через брак ресурсів), а також підвищує інтерес порушника до даного вузла системи.

5. Обмеження пов'язані з інтернет-з'єднанням

Нестабільне інтернет з'єднання означає, що топологія нашої інформаційної системи змінюється протягом виконання поставлених задач [6]

Всі задачі можна розділити на п'ять основних категорій:

- 1) задачі, що потребують постійного інтернет з'єднання
- 2) задачі, що потребують інтернет-з'єднання для ініціалізації
- 3) задачі, що потребують інтернет-з'єднання для надсилання результатів
- 4) задачі, що потребують інтернет-з'єднання для корекції
- 5) задачі, що не потребують інтернет-з'єднання

Можливими є і комбінації 2+3, 2+4, 3+4, 2+3+4

Для задач, що потребують постійного інтернет-з'єднання ми повинні використовувати ту ж стратегію, що була описана в розділі **організаційні обмеження**. Тобто ми повинні планувати їх виконання на проміжки часу, коли інтернет-з'єднання гарантовано буде. Переривання інтернет-з'єднання може означати, що задачу потрібно почати виконувати повторно, або що її результат виконання не можна буде застосовувати. В останньому випадку нам потрібно виявити факт переривання інтернет-з'єднання, щоб одразу перервати задачу і не завантажувати нашу систему, так як результат виконання цієї задачі все одно буде незадовільним.

Задачі, що потребують інтернет-з'єднання для ініціалізації – це задачі, які отримує сервер в клієнт-серверній архітектурі. Для зменшення впливу обмеження живлення на виконання таких задач бажано реалізувати чергу і буфер повідомлень, щоб ми могли прийняти одразу деяку

послідовність таких задач, і виконувати їх в автономному режимі, поки мережеве обладнання не працює через відсутність живлення. Проблема використання черги полягає в тому, що в черзі будуть необов'язкові завдання, які туди потрапили тому, що без ініціалізації їх неможливо запустити, та у рівні впевненості меншому ніж 100% в тому, що виконання цих задач нам знадобиться. Тобто через невизначеність із тривалістю відсутності живлення ми відправляємо на сервер додаткові задачі, які сервер повинен почати виконувати в автономному режимі після основних задач із черги, якщо живлення не буде відновлено. Чим довше буде відсутнім живлення мережевого обладнання, тим більше сценаріїв розвитку подій для серверу ми повинні передбачити, так як набір задач ми можемо відправити лише один раз. Навіть при роботі ізоднією задачею, в ній може бути передбачено розгалуження. Можливість передбачити маршрут, який буде обрано при розгалуженні дозволяє зменшити кількість даних, що необхідно передавати такій програмі.[7]

Для задач, що потребують інтернет-з'єднання для надсилання результатів виконання також потрібна черга із пріоритетами, щоб відправити в першу чергу результати виконання критично важливих задач. Також потрібно в таких системах застосовувати механізми стиснення даних.

Деякі задачі можуть виконуватися автономно і потребують інтернет-з'єднання лише у випадку, коли виникає деяка помилка або інша нестандартна ситуація. В цьому випадку система використовує зворотній зв'язок для прийняття рішення щодо подальших дій. Чим більше нестандартних ситуацій та винятків ми зможемо передбачити, тим менше імовірність, що нам знадобиться корекція. Крім виключень та помилок система може використати зворотній зв'язок для запиту додаткових даних, тобто на етапі виконання задачі може знадобитися додаткова інформація. Очевидним вирішенням даної проблеми є надсилання всієї подібної інформації на етапі ініціалізації задачі (якщо це можливо). Це збільшує обсяг інтернет-трафіку, а також потребує додаткової пам'яті для зберігання даних, які можуть і не знадобитися. В цьому випадку надійність (і відповідно - робота в автономному режимі) забезпечуються надлишковістю, що призводить до додаткових витрати ресурсів системи.

В умовах нестабільного живлення нашої інформаційної системи, виконання багатьох операцій потрібно здійснювати в режимі транзакцій. Відключення живлення означатиме, що транзакцію необхідно відмінити. Тобто за рахунок транзакцій ми гарантуємо, що в нас не буде частково виконаних завдань. Для впровадження механізму транзакцій нам також знадобиться журнал. [8]

В залежності від прикладних задач, які вирішує інформаційна система, користувачам також рекомендується завантажити для локального зберігання словники іноземних мов, карти місцевості, компас, годинник, секундомір, календар, сканер штрих кодів та QR-кодів, довідники та підручники, що містять всі необхідні для виконання прикладних задач формули та інструкції, середовища розробки/компілятори, утиліти для перегляду файлів різних форматів (pdf, powerpoint, пакету microsoftoffice), утиліти для шифрування, розшифрування повідомлень та утиліти для цифрового підпису, телефонний довідник, а також програму для установки додатків із APK-файлів, так як при обмеженій пам'яті мобільного пристрою ми можемо зберігати частину додатків в пам'яті мобільного пристрою, а частину на зовнішньому носії, і переносити їх з зовнішнього носія на мобільний та в інший бік відповідно до поточних завдань, які необхідно виконувати системі.

6. Модель

Очевидно, що при наявності вибору між забезпеченням енергонезалежності системи та засобами підтримки функціонування системи в умовах відключень електроенергії, потрібно обрати саме перший варіант. Якщо сторона захисту може забезпечити функціонування системи в режимі 24/7 за рахунок паливних генераторів чи акумуляторних батарей, які вдається повністю зарядити протягом періоду наявності електроенергії, то матеріали, викладені в даній статті вам не знадобляться.

Для вибору найкращого проекту використовують метод Фішберна або Уея. Обидва методи є лінійними, мають однакову обчислювальну складність і розраховані на невелику кількість показників ефективності (зазвичай не більше 5), при цьому показники утворюють строго спадну послідовність, тобто нема двох показників з однаковою вагою. Значення коефіцієнтів для обох методів **не залежать** від предметної області, а визначаються виключно за формулою. Їх

значення залежить лише від кількості показників. так для 5 показників ефективності ці коефіцієнти матимуть наступний вигляд:

$$\frac{1}{15}; \frac{2}{15}; \frac{3}{15}; \frac{4}{15}; \frac{5}{15} - \text{для методу Фішберна}$$

$$\frac{1}{25}; \frac{3}{25}; \frac{5}{25}; \frac{7}{25}; \frac{9}{25} - \text{для методу Уея}$$

Ці коефіцієнти є послідовністю звичайних дробів, чисельники яких утворюють арифметичну послідовність, а знаменник містить їх суму. Достатньо використовувати один із методів, другий використовують лише тоді, коли за першим отримують дуже близькі оцінки. Якщо показників більше 5, їх групують. Використовувати методи Фішберна та Уея для проектів з більшою ніж 5 кількістю показників недоцільно так як послідовність коефіцієнтів дуже швидко спадає і показники, які будуть знаходитися в кінці цієї послідовності практично не впливатимуть на результат, так як відповідні коефіцієнти будуть дуже близькі до 0.

Бальний метод, при якому коефіцієнти обирають з урахуванням специфіки предметної області (а значить можуть бути 2 або більше однакових коефіцієнта), застосовувати складніше, так як при ньому виникають проекти з однаковими оцінками (за рахунок однакових коефіцієнтів). Так, при наявності однієї пари однакових коефіцієнтів і однієї трійки однакових коефіцієнтів, значення яких відрізняються від зазначеної пари, кількість проектів становитиме

$$Q = 2! \cdot 3! = 12 \text{ проектів} \quad (6.1)$$

Якщо ж електроенергія відсутня протягом тривалих періодів часу внаслідок стихійних лих чи війни, а можливості придбати генератори чи акумуляторні батареї немає через брак ресурсів або їх дефіцит на ринку (джерела живлення потрібні не лише нам), тоді потрібно використовувати приведену тут модель.

Почнемо із розрахунку запасу енергії. Все обладнання нашої системи розділимо на безпосередньо обчислювальне та мережеве. Система може виконувати деякі задачі навіть без підключення до мережі, тому постійне живлення мережевого обладнання не знадобиться.

$$E = P_s t_s + P_n t_n \quad (6.2)$$

де E – загальний запас енергії

P_s та P_n – потужність (швидкість споживання енергії на одиницю часу для s -системи, n – мережевого обладнання), t_s та t_n - час функціонування системи.

при цьому $t_s \neq 0$, $t_s \geq t_n$

перше обмеження пояснюється тим, що нам нема сенсу підтримувати мережеве обладнання, якщо система не працює

Друге обмеження є наслідком того, що мережеве обладнання використовується разом із основним.

Тепер розглянемо проблему функціонування системи в умовах, коли через відсутність електроенергії вона не отримує нові завдання/команди.

У випадку простою (система виконала всі заплановані задачі, а нові отримати не може) величина збитків розраховується за формулою $L = BL - EP$,

де BL (businesslosses) – втрати пов'язані із невиконанням системою прикладних задач, а EP (energypreserved) – вартість зекономленої електроенергії, так як на період простою систему можна тимчасово відключити повністю звівши до нуля всі витрати або скоротивши їх до рівня, коли подібними витратами можна знехтувати. Очевидно, що при $L < 0$ відключення системи для збереження енергії є задовільним рішенням, так як будь-які витрати пов'язані із бізнес процесами будуть меншими ніж вартість підтримки системи в робочому стані. Подібну ситуацію ми спостерігаємо зазвичай в системах, які існують в неприбуткових організаціях, тобто в системах, які фінансуються ззовні (дотаційні). В більшості випадків $L > 0$,

але потрібно пам'ятати, що дана формула дійсна для одноразового інциденту. Якщо відключення енергії повторюються (неважливо – регулярно чи ні), то зекономлена енергія EP додається до загальної енергії, що буде доступна під час наступного відключення живлення,

тобто ми можемо конвертувати зекономлену сьогодні енергію в функціонування системи завтра при заданій потужності протягом деякого проміжку часу. І протягом даного часу система приносить прибуток, тобто ми виграємо не просто вартість електроенергії, а додану вартість від продукту, який система виробляє, споживаючи цю енергію.

Якщо з економічних причин варіант із простим режимом системи нас не влаштовує, то ми можемо в якості альтернативи скористатися режимом функціонування із надлишковим виконанням завдань. В цьому режимі після того, як закінчилися всі надіслані задачі, система повинна почати виконувати нові задачі без вказівки ззовні (від користувачів), а при поверненні електроенергії деяка частка цих задач виявиться “потрібною”, тобто сюди увійдуть задачі, які були б поставлені перед системою її користувачами, якби живлення не було відключено. В цьому випадку система продовжує споживати електроенергію від генераторів/акумуляторних батарей, але з меншим коефіцієнтом корисної дії. Сторона захисту може побудувати граф можливих сценаріїв поданих задач. Це зважений орієнтований граф, де кожне ребро (дуга) відповідатиме за імовірність надходження відповідної задачі (вершина, в яку входить дуга графу).

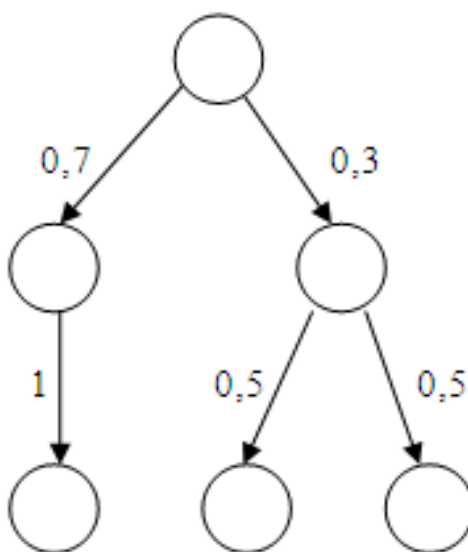


Рис.2 – Граф поданих задач

у випадку, коли представлений граф є деревом, розрахувати імовірності буде просто. Достатньо перемножити всі числа на дугах, що ведуть до заданої вершини. Таким чином ми маємо імовірності 0,7, 0,15 та 0,15, що в сумі дорівнює 1 і утворює повну групу подій.

В цьому прикладі стороні захисту доцільно припустити, що надійде задача, яка стосується лівої гілки графу з імовірністю 70%. В правій гілці дві рівноімовірні задачі по 15%. Але це лише імовірності. Для обчислення прибутку чи збитку потрібно враховувати тривалість виконання кожної із задач та прибуток від них. А для того, щоб вся наша стратегія із надлишковістю працювала, потрібно щоб виконана під час простою задача покривала витрати на функціонування системи, і не лише на власну електроенергію, а і на електроенергію, що була витрачена на всі задачі, які ми не вгадали. Якщо після відновлення живлення виявиться, що жодна із виконаних задач не була насправді потрібною, то ви втрачаємо ще більше ніж при простій системі, бо тепер ми не отримуємо прибуток від обслуговування бізнес процесу і ми також при цьому витратили електроенергію, яку не зможемо використати завтра для виконання нових задач.

Виглядає це наступним чином

$$Pr = \sum_{i=1}^n (\alpha_i BP_i - EP_i) \quad (6.2)$$

де Pr (profit) – загальний прибуток,

BP_i (businessprofit) прибуток від виконання i -тої задачі,

EP_i - вартість енергії, що була витрачена на дану задачу,

$$\alpha_i = \begin{cases} 1, \text{якщо задача вгадана правильно} \\ 0, \text{в протилежному випадку} \end{cases} \quad (6.3)$$

Відповідно до даної формули у порушника є два реалістичних і один гіпотетичний спосіб спричинити збитки для нашої системи саме в контексті обмежених енергоресурсів. (всі стандартні кібератаки залишаються можливими і продовжують становити загрозу)

по-перше порушник може намагатися вплинути на α_i , тобто зменшити кількість задач, які ми правильно вгадали. Наприклад порушник може тимчасово стати звичайним користувачем системи і протягом деякого часу подавати в систему однотипні задачі, оплачуючи їх виконання. Після деякого проміжку часу, коли ми вважатимемо імовірність надходження задач від даного користувача близькою до 100%, а природу задач передбачуваною в достатній мірі (наприклад обробка відео файлів із одного плейлиста на youtube), ми починаємо самостійно назначати ці задачі системі ще до того, як ми отримаємо запит від самого користувача. В день проведення атаки користувач просто не подає свій пакет задач і ми витратили час та енергію марно. Дана атака стає ще більш загрозливою, коли її виконує група порушників, так як в такому випадку їм буде легше вичерпати всі значення α_i

По-друге порушник може впливати на BP_i . проведення атаки відбувається за схожим сценарієм, але тепер замість того, щоб просто зникнути (як користувач) в день проведення атаки, він продовжує видавати себе за користувача, але відмовляється платити за виконану задачу, тому що вона “виконана неякісно”. Продовжуючи тему із обробкою відео із деякого плейлиста, порушник може розташувати відеофайли в плейлисті таким чином, щоб в день проведення атаки, коли він збирається відмовитися від оплати, опрацьовані відео містили захищену законом про авторське право музику або це можуть бути відео в іншому форматі, обробка якого нашою системою не передбачена. В будь-якому випадку сторона захисту може недоотримати прибуток, а в найгіршому випадку втратити кошти у зв'язку із виплатами штрафів та репутаційними збитками.

Третій гіпотетичний випадок – це вплив на EP_i , тобто на кількість енергії, що необхідна для виконання задачі. Даний випадок є гіпотетичним, тому що тут порушнику практично завжди потрібно вийти за межі моделі “порушника інформаційної безпеки” і використовувати зовнішні по відношенню до системи засоби впливу. Для того, щоб різко збільшити вартість енергії, порушнику потрібно вплинути на вартість енергоносіїв, тобто палива, яке ми використовуватимемо в генераторах в періоди відключення системи. Для того, щоб вплинути на тарифи, за якими ми купуємо енергоресурси, порушнику потрібно мати досить значний вплив хоча б на рівні населеного пункту, де розташована система. Або може знадобитися теракт для знищення складу, на якому зберігаються енергоносії, що призведе до їх дефіциту і відповідного стрибка в ціні. В контексті даної статті розглядати подібні сценарії недоцільно.

На α_i та BP_i можна впливати і не вдаючи із себе користувача системи. Замість того, щоб самостійно подавати системі задачі (і оплачувати їх) порушник може просто провести атаку на відмову в обслуговуванні на законних користувачів системи. В день проведення атаки ми просто не надішлють свої задачі до кінця робочого дня, і якщо інформація швидко застаріває, то наступного дня виконана робота виявиться марною. Парадоксально, але відповідно до описаної вище формули атаку можна провести **припинивши атаку!** Якщо протягом тривалого часу порушник не підпускав до системи деяку підмножину користувачів, це може легко вплинути на наші уявлення про вагу на дугах графу. В день проведення атаки порушник просто припиняє атаку на відмову в обслуговуванні на користувачів, і виявляється, що заплановані нами задачі становлять значно меншу частку того, що потрібно законним користувачам системи. Продовжуючи тему із обробкою відео, припустимо що наша система надає послуги двох видів – 1) вилучення аудіо із відео, щоб залишилося відео без звуку і 2) вилучення відеоряду із відео, щоб залишилася лише аудіодоріжка. Обмежуючи доступ користувачів, яким потрібно вилучити аудіо, порушник змінює імовірності на дугах в графі задач. Припинивши атаку він створить ситуацію, при якій аномально великій частці користувачів сайту знадобляться відеофайли без звуку, а наша система їх не підготувала. Ну а вартість задачі може змінитися, коли зростає попит на альтернативу. Розглядаючи наш приклад із обробкою відео, система може надавати послуги із додаванням до відео водяного знаку та послуги із цифрового підпису. обидві послуги

дозволяють захистити відеофайл від несанкціонованого використання та поширення, але при використанні водяного знаку ми змінюємо кожен кадр відео, а при додаванні цифрового підпису – впливаємо лише на метадані.

Висновок

Використання інформаційних систем в умовах обмеження живлення створює додаткові ризики, пов'язані із якісною та кількісною нестачею механізмів захисту. Деякі із цих ризиків можна мінімізувати, використовуючи надлишковість, спланувавши роботу системи в автономному режимі. При плануванні потрібно враховувати тип проблеми із живленням (обмежене за часом, чи постійне але з перебоями), вплив проблеми живлення на мережеве обладнання (автономна робота та робота із інтернет-з'єднанням), тип задач (важкі задачі потребують більше енергії), їх послідовність за взаємозалежністю. Використання мобільних пристроїв як тимчасової альтернативи ПК є можливим, але потребує попередньої підготовки даного пристрою і у будь-якому випадку зробить даний пристрій більш вразливим до атак. Перспективним напрямками для подальших досліджень є підвищення гетерогенності систем для повної або часткової відмови від технологій віртуалізації (віртуальні машини створюють значен навантаження на процесор та пам'ять) та використання хмарних технологій (сегмент розміщений в хмарі може мати гарантоване джерело живлення, а локальний сегмент працювати з обмеженнями енергоресурсів).

REFERENCES

1. M. McCune, *The complete solutions guide for every Linux/Windows system administrator!* Prentice Hall PTR, 2000, 416p
<http://armstrong.craig.free.fr/eBooks/Prentice%20Hall/Prentice%20Hall%20Integrating%20Linux%20and%20Windows.pdf>
2. H. Kaminaga “Improving linux startup time using software resume (and other techniques)” *Linux symposium* .Vol2/2006 pp25-34.
<https://www.kernel.org/doc/mirror/ols2006v2.pdf#page=25>
3. W Dargi “A Stochastic Model for Estimating the Power Consumption of a Processor” *IEEE TransactionsonComputers*, vol. 64, no. 5/2015, pp. 1311-1322,
<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6783802>
4. K Schüller, K Staňková, F Thuijsman “GameTheoryofPollution: National Policies and Their International Effects”. *Games*. vol 8(3)/2017: p30.
<https://www.mdpi.com/2073-4336/8/3/30>
5. T McGill, N Thompson “Old risks, new challenges: exploring differences in security between home computer and mobile device use” *Behaviour&InformationTechnology* vol36(11)/2017, pp. 1111–1124
<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0144929X.2017.1352028>
6. Q Burke et al., “Enforcing Multilevel Security Policies in Unstable Networks” *IEEE Transactions on Network and Service Management*, vol. 19, no. 3/2022, pp. 2349-2365
<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9779867>
7. C Young, M D Smith “Improvingtheaccuracyofstaticbranchpredictionusingbranchcorrelation” *ACM SIGOPS Oper. Syst. Rev.*, 28, 5/1994, pp 232–241.
<https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/381792.195549>
8. A Kolli, S Pelley, A Saidi, P M Chen, T F Wenisch “High-Performance Transactions for Persistent Memories” *SIGARCH Comput. Archit. News*, vol 44, 2/2016, pp399–411.
<https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/2872362.2872381>

Kireienko Oleksandr *PhD student*

*National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", 37
Peremohy Ave., Kyiv-56, Ukraine, 03056*

Information protection in the conditions of limited energy resources

Relevance: The protection of information and the system where such information is processed and stored is a complicated task even under optimal conditions. Adding any constraints leads to the appearance of new problems. The constraint on energy resources forces us to change an approach to information protection, abandon certain solutions and change the way the way we use information system. The primary focus of this article is on information systems that use networking hardware. Networking hardware is viewed as part of the system and requires power supply. The problem of limited energy resources is examined at two levels – restricted to a single system and globally when such systems compete for limited resources. The violator is aware of the system's functioning under constrained energy resources but in general case doesn't know how dire the situation is.

Goal: to design a model of information protection with aforementioned constraints, to select task with high ratio of reward for completion to energy usage, to create a reserve of energy for further use when the system is operating again, to estimate the risk of overloading the grid.

Research methods: graph theory, game theory, Fishburn's and Way's methods for selection of best project.

The results: the model was designed and 2 strategies of energy resources distribution were found

Conclusions: The problem of lack of energy resources in general case is solved by the means of introduction of redundancy in computational and memory resources. The conduction of an attack and the halting of one both will affect the distribution of tasks that are queued to the system, by legitimate users. Affecting the cost of energy resources is possible but is outside of the scope of this article.

Keywords: energy resources, autonomous power source, networking hardware, mobile devices, task scheduling, data backup

УДК 004.415.53

**Мелкозьорова
Ольга Михайлівна**

кандидат технічних наук, доцент
кафедри кібербезпеки інформаційних систем, мереж і технологій,
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан
Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022;
e-mail: olha.melkozerova@karazin.ua
<https://orcid.org/0000-0002-1134-2925>

**Колованова
Євгенія Павлівна**

кандидат технічних наук, доцент
кафедри кібербезпеки інформаційних систем, мереж і технологій,
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан
Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022;
e-mail: e.kolovanova@karazin.ua
<https://orcid.org/0000-0002-0326-2394>

**Малахов
Сергій Віталійович**

кандидат технічних наук, доцент
кафедри кібербезпеки інформаційних систем, мереж і технологій,
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан
Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022;
e-mail: malakhov@karazin.ua
<https://orcid.org/0000-0001-8826-1616>

Огляд можливостей, налаштування та використання технологій з кібербезпеки для захисту інформаційної мережі

Кібербезпека – ключова частина критичної інфраструктури України. Особливо це стало актуальним зараз під час впливу російської агресії. Усі компанії можуть опинитися під впливом кібератак. Вартість витоку даних для великих організацій може сягнути сотень мільйонів доларів. Треба розуміти, що у компаніях працюють звичайні люди, соціальна інженерія залишається найпоширенішим видом атак. Інтернет та комп'ютери відіграють надзвичайно важливу роль не тільки, коли ці люди працюють, а також у повсякденному житті, коли відбувається спілкування поштою, у чатах або є взаємодія із банківською системою тощо. Ми живемо у світі, де загрози безпеці є всюди. Тому метою цієї роботи є необхідність ознайомлення з сучасними технологіям, які дозволяють розглянути всі можливості захисту від кіберзагроз. Комплексний захист у просторах інтернету, наприклад, забезпечують програмні та апаратні продукти компанії Check Point, які надають потужну основу для відпрацювання захисту комп'ютерної мережі від небажаного або шкідливого захисту, для чого є можливість розгортання їх експериментальних стендів. Результатом цієї статті є рекомендації по розгортанню стендів Check Point для користувачів Windows, що є актуальною задачею для адміністраторів з кібербезпеки. Також у статті наведено огляд базової архітектури Check Point, яка складається з сервера безпеки, мережевого екрану та додатку управління, який використовується для налаштування фундаментальних політик безпеки з правилами, що керують трафіком між відповідними об'єктами. Сервер безпеки та мережевий екран мають властивості (характеристики), роботу яких можна описати моделлю взаємодії відкритих систем, тому у статті розглянуто рівні, з яких складається ця модель, а також самі вбудовані властивості цих об'єктів, такі як, наприклад, антивірус, антифішинг, антибот та інші. Ця стаття може бути актуальною для студентів старших курсів та аспірантів, які навчаються за спеціальністю з кібербезпеки.

Ключові слова: Модель взаємодії відкритих систем, мережевий екран, Check Point, стенд, Open Server, антивірус, атака, шкідливе програмне забезпечення.

Як цитувати: Мелкозьорова О. М., Колованова Є. П., Малахов С.В. Огляд можливостей, налаштування та використання технологій з кібербезпеки для захисту інформаційної мережі. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2024. вип. 63. С.51-59. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-05>

How to quote: O. Melkozerova, I. Kolovanova, S. Malakhov “Introduction to capabilities, configuration and using of cybersecurity technologies for information network protection”, *Bulletin of V. N. Karazin Kharkiv National University, series Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 63, pp. 51-59, 2024. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-05> [in Ukrainian]

Вступ

У теперішні часи кібербезпека стала масовою частиною сучасного суспільства для організацій і ніколи не була раніше більш значущою. Так склалося, тому що люди покладаються на речі, засновані на мережі Інтернет: комп'ютерні системи, мережі та розумні пристрої під назвою Internet of Things (IoT). Через складність і широкий спектр цих пристроїв кібербезпека залишається актуальною проблемою для всіх [1].

У повсякденному житті продовжують існувати погані звички кібербезпеки (poor cybersecurity habits), які роблять користувачів та організації вразливими до атак. Відсутність багатофакторної аутентифікації (multi-factor authentication – MFA), незахищена мережа WiFi і недостатня політика паролів – все це серед цих звичок. Уразливості мобільних пристроїв продовжують залишатися питанням номер один, коли робота з дому залишається способом життя. Але все ще є надія, що цей час стане часом, коли всі організації покращать освіту з кібербезпеки і набудуть всіх навичок, необхідних для реалізації всіх необхідних процедур на свою користь [2].

Вартість витоку даних для великих організацій може сягнути сотень мільйонів доларів. Є безліч типів даних: фінансові дані, персональна ідентифікуюча інформація, бізнес-процес, пошта та спілкування, інтелектуальна власність, контракти та заявки, списки клієнтів.

Однією з можливостей комплексного захисту у просторах інтернету є програмні та апаратні продукти компанії Check Point, які надають потужну основу для відпрацьовування захисту комп'ютерної мережі від небажаного або шкідливого захисту, для чого є можливість розгортання їх експериментальних стендів. Але правильне розгортання та використання їх програмного забезпечення не є тривіальною задачею, тому у цій статті є рекомендації по розгортанню стендів Check Point для користувачів Windows, що актуально для адміністраторів з кібербезпеки. Також у статті наведено огляд базової архітектури Check Point, яка складається з сервера безпеки, мережевого екрану та додатку управління, який використовується для налаштування фундаментальних політик безпеки з правилами, що керують трафіком між відповідними об'єктами. Сервер безпеки та мережевий екран мають властивості (характеристики), роботу яких можна описати моделлю взаємодії відкритих систем, тому у статті розглянуто рівні, з яких складається ця модель, а також самі вбудовані властивості цих об'єктів, такі як, наприклад, антивірус, антифішинг, антибот та інші. Ця стаття може бути актуальною для студентів старших курсів та аспірантів, які навчаються за спеціальністю з кібербезпеки.

1. Модель взаємодії відкритих систем (Open system interconnect model)

Еталонна модель взаємодії відкритих систем open system interconnection – найбільш вдала спроба стандартизації протоколів обміну даними, рік розробки моделі - 1984. Вона стала основою для розробки мережевих стандартів і гарною основою для вивчення та порівняння різних мережевих телекомунікаційних технологій. Відповідно до цієї моделі всі протоколи взаємодії поділяються на 7 рівнів, які є в таблиці 1:

1) Функція фізичного рівня – це передача потоку бітів за допомогою матеріальних переносників сигналів між двома точками по заданому каналу зв'язку. Це нижчий рівень ієрархії стека протоколів. Фізичний рівень визначає електричні та механічні характеристики підключення до фізичних ліній зв'язку. Фізичний рівень надає сервіс для наступного канального рівня або рівня ланки даних, який відповідає за передачу даних через зв'язок між двома вузлами мережі.

2) Функціями канального рівня є: упаковка інформації в кадри певної довжини, побудова перешкодостійких кодових конструкцій, формування контрольних сум. Перевірка правильності передачі кадрів після їх отримання та формування підтверджень, якщо такі передбачені в системі з повторною передачею непідтверджених даних.

3) Мережевий рівень забезпечує взаємодію між вузлом та мережею. Він формує мережеві адреси пакетів, керує потоками, маршрутизацією та підтримкою транспортних з'єднань. Одиницею кількості чи обсягу інформації протоколів мережевого рівня є пакет. Тому часто мережевий рівень називають пакетним.

4) Четвертий рівень – транспортний, призначений для трансляції потоків даних з одного порту в інший. Під портом розуміється кінець логічного каналу мережі передачі, де завершується операція транспортування. На транспортному рівні встановлюється та розриваються транспортні сполучення, формуються пакети, що належать потоку, що передається в сеансі зв'язку. Транспортний сервіс звільняє вищі рівні від рутинних завдань організації передачі.

5) Сеансовий рівень - це сукупність завдань, пов'язаних з організацією, підтримкою та закінченням сеансів логічного зв'язку між прикладними процесами, що взаємодіють по мережі.

6) Представницький рівень забезпечує перетворення даних у форму, зручну для прикладної програми. На цьому рівні операції ведуться з форматами даних та команд.

7) Сьомий рівень називається прикладним. Він пов'язаний з процесами обробки інформації, тобто прикладними процесами і забезпечують роботу прикладної програми так, ніби обмін даними відбувався не через мережу або комунікації, а автономно, всередині обчислювальної машини.

Далеко не кожна з систем телекомунікацій з комп'ютерних мереж містить у явному вигляді ознаки всіх семи рівнів, що є у моделі. Корисність цієї моделі, безперечно, у тому, що будь-який розробник нової системи віддаленої взаємодії комп'ютерної мережі або системи телекомунікації повинен чітко визначити рівень протоколів, на яких він працюватиме, що забезпечить стандартизацію та можливість подальшого розвитку розробок, навіть якщо їх виготовлятимуть інші виконавці.

Таблиця 1. Модель взаємодії відкритих систем

Рівень	Назва
1	Рівень додатків (Application)
2	Представницький (Presentation)
3	Сеансовий (Session)
4	Транспортний (Transport)
5	Мережевий (Network)
6	Канальний (Data Link)
7	Фізичний (Physical)

2. Програмне оточення для встановлення стендів Check Point

Для демонстрації та навчання можливостям технологіям використання Check Point розповсюдженими є різноманітні стенди з віртуальними машинами, які можна встановлювати на Windows з використанням візуалізаторів таких як, наприклад, VMware (Workstation) [3], VirtualBox [4] та Hyper-V [5]. Всі вони є доступними, але вбудованою середою для Windows 10 є саме Hyper-V, окрім того, Hyper-V дозволяє швидко створювати віртуальні машини Windows 10 MSIX packaging environment (Windows 10 Enterprise Evaluation) без додаткових iso файлів та відносно малою потребою у пам'яті 2048 МБ. Тому для розгортання стендів Check Point у цій статті використовувався саме Hyper-V.

Умовно віртуальні машини у експериментальних стендах можна поділити на: віртуальні машини Microsoft та машини Check Point. До архітектури Check Point належить сервер безпеки (security management server), шлюз безпеки (security gateway) та Smart Console [6] (рисунк 2.1). Їх призначення описується у розділах 3 та 4 цієї статті.

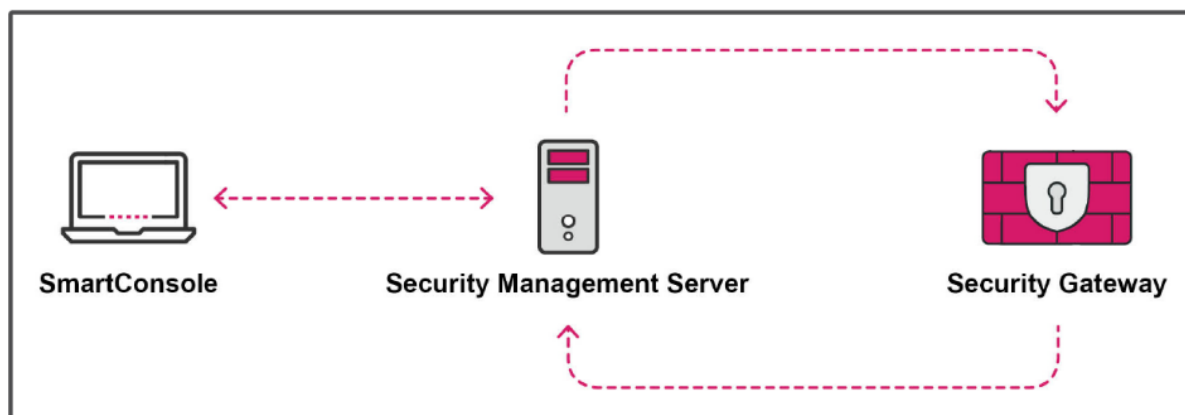


Рис.2.1 Архітектура Check Point []

Для побудови стендів на базі цієї архітектури, окрім машин Microsoft, використовується програмне забезпечення:

Check_Point_R81.20_T634.iso – операційна система Gaia, яка може працювати як сервер безпеки або мережевий екран, що налаштовується у Gaia Portal після надання доступу до Web UI;

Check_Point_SmartConsole_R81_20_jumbo_HF_B655_Win.exe – smart console, яка забезпечує графічний інтерфейс для централізованого управління у оточенні Check Point. На рисунках 2.1, 2.2 – скріншот деяких встановлених віртуальних машин, так виглядають встановлені віртуальні машини із консолі. На віртуальні машини Check Point треба встановлювати ліцензії і контракти, як це показано на рисунку 2.3. Ліцензії і контракти можна завантажити через Smart Console з умовою, що ця віртуальна машина працює і має статус під'єднаної до сервера безпеки.

Status	Name	IP	Version	Active Blades	Hardware	CPU Usage	Recommended Updates	Recommended Jumbo	Comments
✓	A-GW	10.1.1.201	R81.20	🔌	Open server	7%	N/A	N/A	
✓	A-SMS	10.1.1.101	R81.20	🔌	Open server	24%	N/A	N/A	
✓	B-GW	198.51.100.201	R81.20	🔌	Open server	23%	N/A	N/A	
✓	Border-Router	203.0.113.254	R81.20	🔌	Open server	10%	N/A	N/A	

Рис.2.2 Створені віртуальні машини у Smart Console

Machines	IPv4 Address	IPv6 Address	Version	State	SKU	Description	Expiration D...	Has Contracts
10.1.1.101								
B-GW	198.51.100...							
CPSG-C-8-U CPS...			Software Bla...		CPSG-C-8-U CPSG-C-8-U C...	Security Gateway Container for Security Gateway...	21Oct2025	Yes
Border-Router	203.0.113.2...							
CPSB-EVAL CPP...			Software Bla...		CPSB-EVAL CPPR-EVAL-1...	Software Blades Evaluation. Virtual System Exten...	21Oct2025	Yes
CPSB-EVAL CPSB...			Software Bla...		CPSB-EVAL CPSB-ADN-M...	Software Blades Evaluation. Advanced Networki...	21Oct2025	Yes
AGW	10.1.1.201							
CPSG-C-8-U CPS...			Software Bla...		CPSG-C-8-U CPSG-C-8-U C...	Security Gateway Container for Security Gateway...	21Oct2025	Yes
A-SMS	10.1.1.101							
CPSM-C-5 CPSM...			Software Bla...		CPSM-C-5 CPSM-NGSM C...	Security Management container to manage up to ...	never	Yes

Рис.2.3 Створені віртуальні машини у Smart Console із ліцензіями та контрактами

До машин Microsoft відносяться машини Windows 10 та Windows Server 2019, 17763.3650.221105-1748.rs5_release_svc_refresh_SERVER_EVAL_x64FRE_en-us.iso файл сервера можна завантажити за посиланням [7]. Для завантаження html документу використовується інструмент Internet information services manager. На рисунку 2.4 можна побачити ip адресу 192.198.12.101, доступ через порт 80. На рисунку 2.5 видно файл html, який є у папці. Доступ до сайту можна отримати за посиланням <http://192.168.12.101>, як це видно на рисунку 2.6. Документ html було завантажено з сайту partner map Check Point [8].

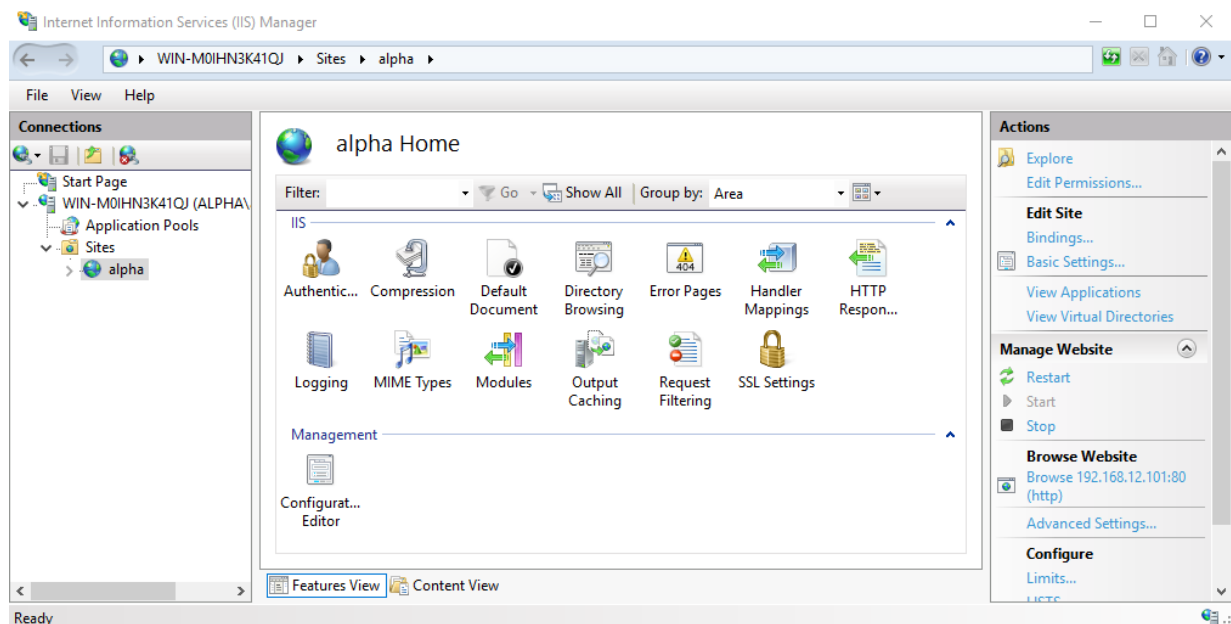


Рис.2.4 Інструмент Internet information services manager, можна побачити ip адресу 192.198.12.101

3. Сервер безпеки Security Management Server Check Point

Security Management Server – це сервер, який керує об'єктами у смарт консолі, встановлюється шляхом запуску операційної системи Gaia та подальшим налаштуванням First Time Configuration Wizard через Gaia Portal. Після відповідних налаштувань можна перевірити статус запуску сервера, на рисунок 3.1 – сервер ще не запущений, на рисунку 3.2 – сервер запущений. Доки не буде статусу started, смарт консоль запускатися не буде.

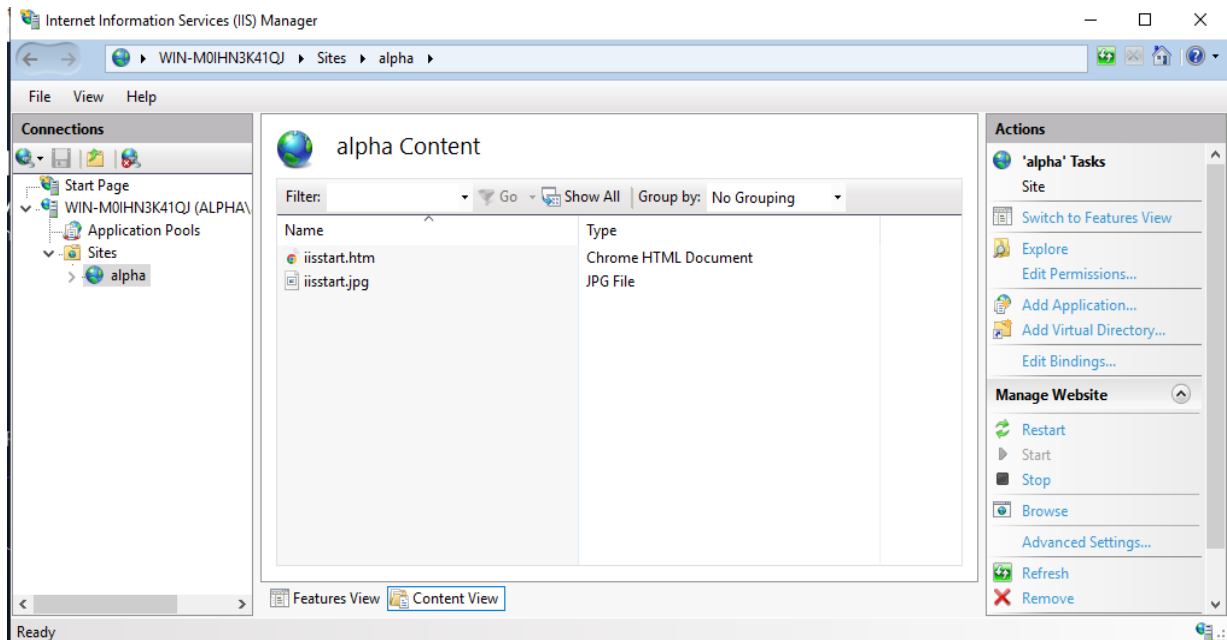


Рис.2.5 Інструмент Internet information services manager, можна побачити html документ

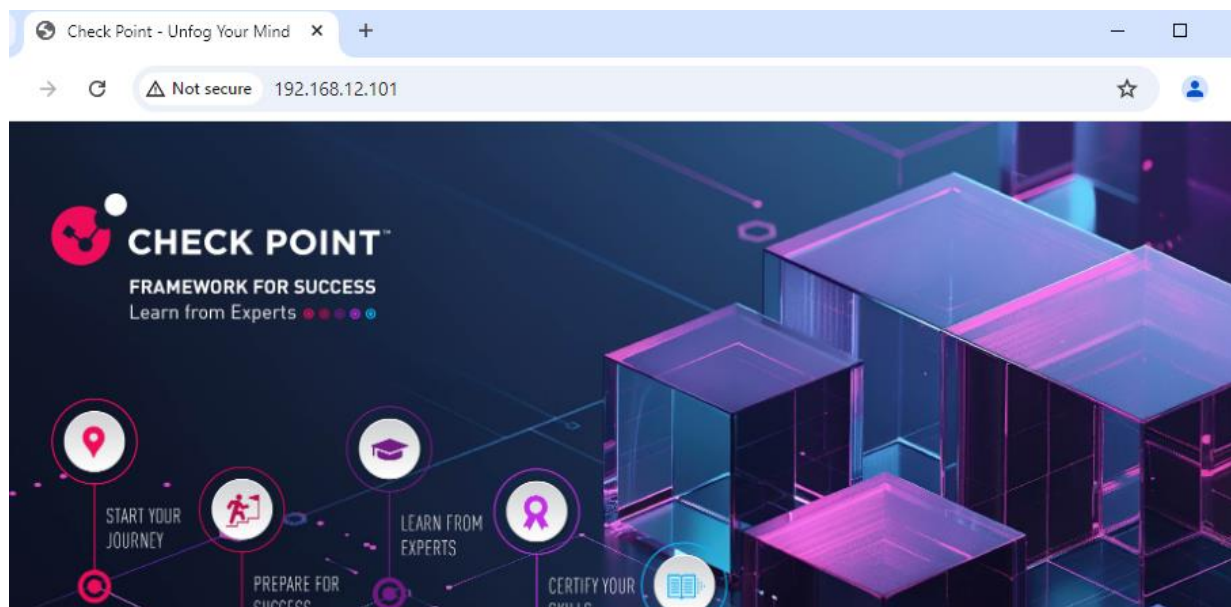


Рис.2.6 Відображення сайту у браузері, доступ <http://192.168.12.101> (документ html було завантажено з сайту [8])

```
A-SMS> api status

API Settings:
-----
Accessibility:          Require local
Automatic Start:       Unknown

Processes:
-----
Name      State    PID      More Information
-----
API       Stopped  6769
CPM       Starting 6769      Check Point Security Management Server is during initialization
FWM       Started  6449
APACHE    Started  5593
```

Рис.3.1 Перевірка статусу стану сервера безпеки: сервер ще не працює

```
A-SMS> api status

API Settings:
-----
Accessibility:          Require local
Automatic Start:       Enabled

Processes:
-----
Name      State    PID      More Information
-----
API       Started  6769
CPM       Started  6769      Check Point Security Management Server is running and ready
FWM       Started  6449
APACHE    Started  5593

Port Details:
-----
JETTY Internal Port:    50337
JETTY Documentation Internal Port: 60428
APACHE Gaia Port:      443

Profile:
-----
Machine profile:        Small Medium env resources profile
CPM heap size:          1280m

                           Apache port retrieved from: httpd-ssl.conf

-----
Overall API Status: Started

-----
API readiness test SUCCESSFUL. The server is up and ready to receive connections

Notes:
-----
To collect troubleshooting data, please run 'api status -s <comment>'
```

Рис.3.2 Перевірка статусу стану сервера безпеки: сервер працює, можна запускати Smart Console

На рисунку 3.3 наведено основні характеристики сервера безпеки Check Point, нижче стисло наведено їх опис:

- Network policy management забезпечує комплексне, централізоване управління шлюзами безпеки через смарт консоль.
- Встановлений на комп'ютер клієнт Harmony Endpoint забезпечує захист віддалених користувачів від всіх загроз, підключається через Endpoint policy server за допомогою властивості Endpoint policy management.
- User Directory дозволяє застосовувати LDAP сервери (lightweight directory access protocol) для отримання ідентифікації та інформації про мережу користувачів, знизити рівень, пов'язаний з ручним налаштуванням та синхронізацією надлишкової інформації.
- Provisioning забезпечує централізоване адміністрування та забезпечення пристроїв Check Point.
- Compliance забезпечує інтегровану та повністю автоматизовану безпеку та моніторинг сумісності.

- Smart Event Server інтегрується з архітектурою серверу безпеки та комунікує з Log Server для читання та аналізу логування.

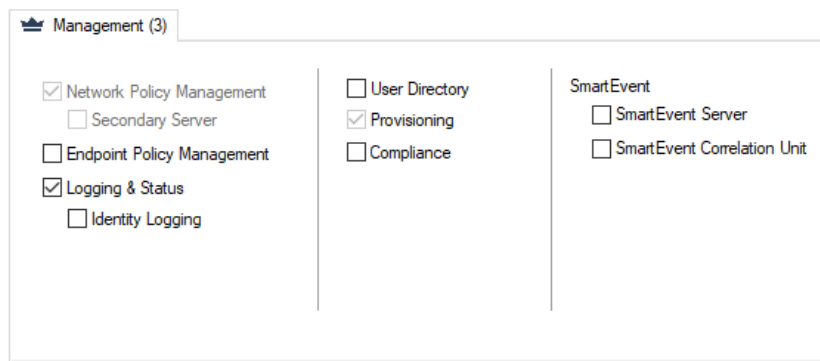


Рис.3.3 Скріншот основних властивостей сервера безпеки Check Point

4. Шлюз безпеки Security gateway Check Point

Мережеві екрани (security gateway, firewall) – перша лінія захисту проти кібератак, досліджує (забороняє або дозволяє) вхідний та вихідний трафік відповідно до визначених політик безпеки, щоб захистити мережу від небажаного або шкідливого трафіку. Політики безпеки складаються із правил, які встановлюються на відповідний мережевий екран. Адміністратор може створити правила, щоб дозволити відповідний тип трафіку.

Мережеві екрани можуть бути представлені апаратним забезпеченням, програмним забезпеченням та комбінацією обох. У вільному доступі є реалізація у вигляді програмного забезпечення Open Server.

Деякі стандартні технології, які використовуються для цієї мети: packet filtering, stateful inspection, application layer firewall.

Властивості захисту мережі для мережевих екранів на прикладі Check Point можна поділити на дві категорії:

- захист мережі (network security) (рисунок 4.1);
- захист від загроз (threat prevention) (рисунок 4.2).

Серед налаштувань для захисту від загроз можна виділити наступні:

- Sandbox. Захист від невідомих та передових атак шляхом запуску підозрілих файлів та використання технік штучного інтелекту.

- Sand Blast thread emulation захищає від багато-рівневих атак на ранній стадії.

- Sand Blast thread extraction знижує рівень загроз від Microsoft Office та PDF документів шляхом видалення контенту, такого як макросів, вставлених об'єктів, та зовнішніх посилань. Працівник отримує документ, який містить відомі безпечні елементи.

- Thread Cloud – це глобальний хмарний інтелект, який використовує всесвітню мережу сенсорів загрози Check Point.

- Anti-Virus виконує пре інфекційне виявлення та блокування шкідливого програмного забезпечення та постійно оновлюється ThreatCloud.

- Zero phishing запобігає невідомим (zero-day) та відомим атакам на веб-сайтах у реальному часі з використанням алгоритмів машинного навчання та патентованим інспекційним технологіям.

- Sanitization забезпечує захист від невідомих атак, шляхом обробки файлів перед тим, як вони будуть передані до користувача.

- Command and control (C&C) визначає інфіковані і компрометовані пристрої у мережі, блокує атаки за запобігає пошкодженню шляхом блокування шкідливого програмного забезпечення.

- Anti-Bot захищає від руйнувань шляхом блокування ботів комунікацій C&C.

- Intrusion prevention system (IPS protection) забезпечує передовий захист від атак та захищає усі інформаційні системи: сервери, індустріальні системи та Інтернет речей (IoT).

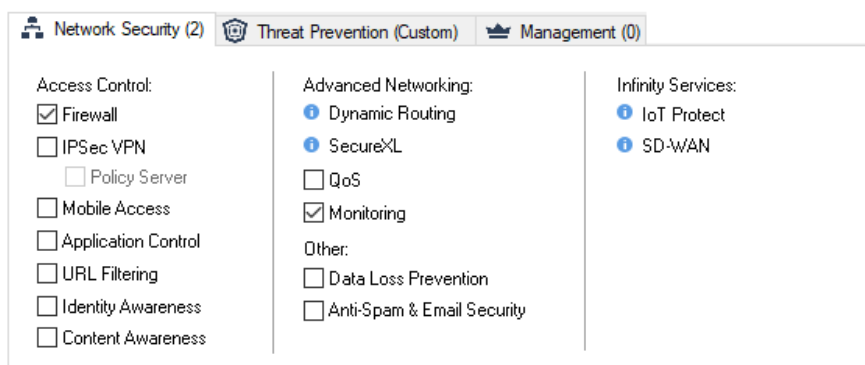


Рис.4.2 Можливість налаштування об'єкту Gateway консолі для захисту мережі



Рис.4.3 Можливість налаштування об'єкту Gateway консолі для захисту від загроз

Висновки

Кібербезпека завжди була і буде важливим об'єктом дослідження та удосконалення, оскільки пройшла велику відстань самовдосконалення та змін, але не можна стверджувати, що досягла своєї мети, коли всі люди можуть себе почувати захищеними від кібератак. Мета цієї роботи – це збір програмної бази для експериментальних стендів, які можуть бути у нагоді для дослідження можливостей захисту від кібератак. Така освітня база дозволила б підвищити рівень знань з кібербезпеки, тому що соціальна інженерія залишається поширеним видом атак. У роботі наведено перелік програмного забезпечення та рекомендації по його розгортанню з акцентом на збереженні ресурсів комп'ютерів. Апаратне забезпечення коштує багато грошей, тому вихід – це використання віртуальних машин. Віртуальні машини займають багато місця на жорсткому диску та вимагають багато оперативної пам'яті. При розгортанні таких стендів потрібна оптимізація використаних ресурсів. У якості прикладу експериментального стенду використано програмне забезпечення Check Point (машини на операційній системі Gaia) та Microsoft, а саме Windows 10 та Windows Server 2019. Наведено перелік властивостей віртуальних машин Check Point.

Існує безліч програмних інструментів, таких як, наприклад, сканери вразливостей, антивірусні програми тощо. Задача систематизації таких програм, пошуку кращих рішень – це задачі для подальших досліджень. Окрім того, експериментальний стенд, який розгортався для написання цієї статті, складався в восьми віртуальних машин. З використанням потужного комп'ютера вони були створені та запущені. При відсутності таких можливостей на звичайному ноутбукі можна запустити до 4 машин. Є ймовірність що кількість віртуальних машин треба буде збільшувати. Все це говорить про необхідність використання хмарних сервісів, таких, як, наприклад, Azure, що також є важливою та актуальною подальшою задачею.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Range Force: веб-сайт. URL: <https://www.rangeforce.com/> (дата звернення: 27.10.2024).
2. Вступ до кібербезпеки : методичні вказівки щодо виконання практичних робіт. / О. М. Мелкозьорова та ін. Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024. 36 с.
3. Wmware: веб-сайт. URL: <https://www.vmware.com/> (дата звернення: 25.11.2024).

4. VirtualBox: веб-сайт. URL: <https://www.virtualbox.org/> (дата звернення: 25.11.2024).
5. Introduction to hyper-v on Windows: веб-сайт. URL: <https://learn.microsoft.com/en-us/virtualization/hyper-v-on-windows/about/> (дата звернення: 25.11.2024).
6. Dreyer P, Frey M., Joaquim M. Check point certified security administrator : Student and lab manual. Tel Aviv Israel, 2023. 906 p. URL: <https://read.kortext.com/reader/pdf/2342938/2>
7. Microsoft evaluation center: веб-сайт. URL: <https://www.microsoft.com/en-us/evalcenter/download-windows-server-2019/> (дата звернення: 29.11.2024).
8. Partner map Check Point: веб-сайт. URL: <https://sc1.checkpoint.com/uc/htmls/PartnerHome.html> (дата звернення: 29.11.2024).

REFERENCES

1. Range Force. [Online]. Available: <https://www.rangeforce.com/>. Accessed on: October 27, 2024.
2. О. М. Мелкозьорова, С. В. Малахов, О. П. Нарезній, Є. П. Колованова та І. М. Гальцева, Вступ до кібербезпеки: методичні вказівки щодо виконання практичних робіт. Харків, Україна: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024. [in Ukrainian]
3. Wmware. [Online]. Available: <https://www.vmware.com/>. Accessed on: November 25, 2024.
4. VirtualBox. [Online]. Available: <https://www.vmware.com/>. Accessed on: November 25, 2024.
5. Introduction to hyper-v on Windows. [Online]. <https://learn.microsoft.com/en-us/virtualization/hyper-v-on-windows/about/>. Accessed on: November 25, 2024.
6. P. Dreyer, M. Frey M. та M. Joaquim, Check point certified security administrator : Student and lab manual. Tel Aviv, Israel, 2023. 906 p. [in English]
7. Microsoft evaluation center. [Online]. <https://www.microsoft.com/en-us/evalcenter/download-windows-server-2019/>. Accessed on: November 29, 2024.
8. Partner home Check Point. [Online]. <https://sc1.checkpoint.com/uc/htmls/PartnerHome.html>. Accessed on: November 29, 2024.

Melkozerova Olha PhD, Associate Professor of Cybersecurity of information systems, networks and technologies
Department V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine;
Kolovanova Ievgenia PhD, Associate Professor of Cybersecurity of information systems, networks and technologies
Department V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine;
Malakhov Serhii PhD, Associate Professor of Cybersecurity of information systems, networks and technologies
Department V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine.

Introduction to capabilities, configuration and using of cybersecurity technologies for information network protection

Cybersecurity is a key part of Ukraine's critical infrastructure. This has become especially relevant now during the impact of Russian aggression. All companies can be affected by cyberattacks. The cost of data leakage for large organizations can reach hundreds of millions of dollars. It is necessary to understand that ordinary people work in companies, social engineering remains the most common type of attack. The Internet and computers play an extremely important role not only when these people work, but also in everyday life, when communicating by mail, in chats or interacting with the banking system, etc. We live in a world where security threats are everywhere. Therefore, the purpose of this work is the need to familiarize yourself with modern technologies that allow you to consider all the possibilities of protection against cyberthreats. Comprehensive protection in the Internet, for example, is provided by software and hardware products of the Check Point company, which provide a powerful basis for practicing the protection of a computer network from unwanted or malicious protection, for which there is a possibility of deploying their experimental stands. The result of this article is recommendations for deploying Check Point stands for Windows users, which is a relevant task for cybersecurity administrators. The article also provides an overview of the basic architecture of Check Point, which consists of a security server, a firewall, and a management application, which is used to configure fundamental security policies with rules that govern traffic between the corresponding objects. The security server and the firewall have properties (characteristics) whose work can be described by the model of open systems interaction, so the article considers the layers that make up this model, as well as the built-in properties of these objects themselves, such as, for example, antivirus, anti-phishing, anti-bot, and others. This article may be useful for students and philosophy students studying in the specialty of cybersecurity.

Keywords: Open Systems interconnection Model, firewall, Check Point, stand, Open Server, antivirus, attack, malware.

УДК (UDC) 004.9

**Мороз
Ольга Юрївна**

*PhD з інформаційних технологій, доцент кафедри
комп'ютеризованих систем та робототехніки
Навчально-науковий інститут комп'ютерних наук та штучного
інтелекту Харківського національного університету імені
В.Н.Каразіна
e-mail: o.moroz@karazin.ua
<https://orcid.org/0000-0002-4920-4093>*

**Алієв
Ярослав Олегович**

*здобувач вищої освіти
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Україна
e-mail: aliiyev2020ku11@student.karazin.ua
<https://orcid.org/0009-0009-2475-1726>*

Автоматизація стандартних процесів станцій технічного обслуговування автомобілів за допомогою роботизованих систем

Актуальність. У сучасних умовах розвитку автомобільної галузі автоматизація процесів на станціях технічного обслуговування (СТО) є важливим напрямком підвищення ефективності роботи та якості надання послуг. Використання роботизованих систем дозволяє зменшити витрати, скоротити час обслуговування та мінімізувати людський фактор. Автоматизація стандартних послуг, таких як діагностика, заміна мастила, шиномонтаж та контроль технічного стану автомобілів, сприяє підвищенню продуктивності та безпеки праці. Попри активний розвиток технологій, існує потреба у дослідженні та узагальненні інформації про можливості впровадження роботизованих систем у сферу автосервісу.

Метою даної роботи є розробка моделі автоматизації стандартних послуг СТО за допомогою роботизованих систем, що сприятиме оптимізації робочих процесів, підвищенню ефективності обслуговування автомобілів та покращенню якості послуг для клієнтів.

Методи дослідження. Для досягнення поставленої мети використано комплексний підхід, що включає: теоретико-критичний аналіз наукових джерел щодо автоматизації процесів на СТО; узагальнення та систематизацію наявних даних про роботизовані системи у сфері автосервісу; порівняльний аналіз сучасних технологій автоматизації для визначення їх ефективності та доцільності впровадження; моделювання автоматизованої системи для стандартних послуг СТО.

Результати. У ході дослідження проведено аналіз стану автоматизації послуг на СТО та визначено ключові переваги застосування роботизованих систем. Розроблено узагальнену модель автоматизації, яка передбачає взаємодію роботів із персоналом і клієнтами, що сприяє зменшенню часу на виконання рутинних завдань та підвищенню якості обслуговування. Запропонована модель дозволяє адаптувати систему автоматизації для різних типів автосервісних станцій з урахуванням їхніх специфічних потреб. Також розроблено структурну схему автоматизованої системи, яка демонструє основні компоненти, їхні функції та взаємозв'язки. Проведений аналіз показав, що впровадження роботизованих технологій на СТО є економічно доцільним і може значно підвищити продуктивність роботи автосервісів.

Висновки. Результати дослідження свідчать про високу ефективність автоматизації стандартних послуг на СТО за допомогою роботизованих систем. Впровадження таких технологій сприяє зниженню операційних витрат, підвищенню швидкості та якості обслуговування автомобілів, а також покращенню умов праці для персоналу. Отримані дані можуть бути корисними для керівників автосервісів, виробників обладнання та наукових установ, що займаються питаннями автоматизації у сфері автосервісу. Запропонована модель може бути використана як основа для подальших досліджень та розробки практичних рішень з автоматизації роботи СТО, що дозволить підвищити конкурентоспроможність підприємств та сприяти розвитку галузі в цілому.

Ключові слова: автоматизація, станція технічного обслуговування, роботизовані системи, автосервіс, оптимізація процесів, технології обслуговування, ефективність, моделювання, технічне обслуговування, цифровізація.

Як цитувати: Мороз О. Ю., Алієв Я. О. Автоматизація роботи станцій технічного обслуговування автомобілів: моделювання, впровадження та ефективність. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна, серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління.* 2024. вип. 63. С.60-72. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-06>

How to quote: Moroz O. Yu., Aliyev Y.O., "Automation of Standard Service Station (STO) Processes Using Robotic Systems." *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 63, pp.60-72, 2024. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-06> [in Ukrainian]

1 Вступ

Автоматизація процесів є важливим фактором розвитку сучасних виробничих та обслуговуючих галузей. Вона дозволяє підвищити ефективність і знизити витрати на виконання рутинних операцій. Однією з найбільш перспективних сфер для впровадження автоматизації є технічне обслуговування автомобілів, де сучасні технології дають можливість значно полегшити роботу майстрів, знизити людський фактор і підвищити рівень безпеки.

Враховуючи постійний розвиток робототехніки та автоматизації, застосування роботів на станціях технічного обслуговування (СТО) набуває дедалі більшої актуальності. Такі системи здатні оптимізувати робочі процеси, зменшити витрати та підвищити якість наданих послуг, що робить це напрямком перспективним для розвитку сучасних автосервісів. [1-4].

Актуальність дослідження зумовлена також швидким розвитком технологій у сфері автосервісу, що відкриває нові можливості для інтеграції роботизованих систем у цю галузь. Метою цієї роботи є розробка моделі автоматизації стандартних послуг СТО за допомогою роботів, що дозволить підвищити ефективність та якість обслуговування на автосервісних станціях. Дослідження цієї теми має важливе значення як для виробників технічного обладнання, так і для наукових установ, що займаються розробкою новітніх технологій у сфері автосервісу. Результати цього дослідження можуть стати основою для подальшого вдосконалення технологій автоматизації в автосервісній сфері.

Мета дослідження Розробка моделі автоматизації стандартних послуг СТО за допомогою роботизованих систем, що дозволяє підвищити ефективність і якість надання послуг.

Об'єкт дослідження: процес технічного обслуговування автотранспорту на СТО.

Предмет дослідження: моделі систем автоматизації стандартних послуг СТО.

Для досягнення поставленої мети визначено наступні завдання:

1. Дослідити поточний стан автоматизації стандартних послуг СТО.
2. Розробити узагальнену модель системи автоматизації роботи СТО.
3. Проаналізувати особливості розробки та реалізації роботизованої системи для СТО.

2. Аналіз автоматизованих процесів на СТО

У сучасних автосервісах впроваджуються різноманітні роботизовані системи для автоматизації широкого спектру операцій. Однією з найпоширеніших категорій є роботи-маніпулятори, які здатні виконувати комплекс завдань: від підйому автомобілів для забезпечення доступу до піддонів чи двигунів до переміщення важких компонентів або інструментів, а також здійснення точних операцій, таких як затягування чи відкручування кріпильних елементів.

Крім того, використовуються автоматизовані системи діагностики, що завдяки комплексу сенсорних пристроїв забезпечують детальний аналіз технічного стану транспортних засобів. Такий підхід дозволяє виявляти та усувати несправності значно швидше й ефективніше у порівнянні з традиційними методами, виконуваними людиною.

Також застосовуються системи для автоматизованої заміни та обслуговування окремих вузлів і агрегатів автомобіля, наприклад, системи автоматичної заміни мастила, фільтрів або гальмівних колодок. Завдяки їхній точності та високій швидкості обслуговування, значно зменшується як тривалість робочих процесів, так і ймовірність виникнення помилок [4].

Не менш актуальним є використання автоматизованих систем для миття автомобілів, які за допомогою спеціалізованих технологій та використання хімічних реагентів забезпечують високу якість очищення при збереженні стабільного рівня продуктивності протягом тривалого експлуатаційного періоду.

Загалом, інтеграція різних типів роботів у робочий процес автосервісів сприяє значному підвищенню ефективності, якості та швидкості виконання обслуговування транспортних засобів. Використання автоматизованих систем дозволяє виконувати як рутинні, так і складні операції з максимальною точністю, що зменшує час ремонту, знижує ризик помилок та сприяє підвищенню задоволеності клієнтів.

Особливу увагу слід приділяти конструктивним вимогам до роботизованих маніпуляторів. Наприклад, для забезпечення доступу виконавчого органу до будь-якої точки робочої зони, маніпулятор повинен мати мінімум три ступені свободи. Кожен з цих ступенів рухливості забезпечується окремим приводом, який може бути електромеханічним, гідравлічним, пневматичним або комбінованим, що дозволяє оптимізувати роботу системи залежно від конкретних завдань.



Рис. 1. Типи робіт для автоматизації послуг на СТО

Автоматизація цих операцій дозволяє скоротити час виконання робіт, підвищити точність і якість завдань, а також знизити ризик помилок. Це дозволяє персоналу зосередитися на складніших завданнях та покращити взаємодію з клієнтами [5].

Впровадження роботизованих систем для автоматизації стандартних процесів на автомобільних СТО має як позитивні, так і негативні наслідки.

Серед переваг слід відзначити:

- Підвищення продуктивності та ефективності. Роботи здатні виконувати операції з більшою швидкістю та точністю, ніж людський фактор, що сприяє скороченню часу обслуговування та збільшенню обсягів виконуваних робіт.
- Безперервність роботи. Можливість роботи роботів у режимі 24/7 дозволяє мінімізувати простої та оптимізувати розподіл робочого навантаження.
- Делегування рутинних завдань. Автоматизація рутинних операцій звільняє персонал для виконання більш складних завдань або забезпечення високоякісного клієнтського обслуговування.
- Зниження витрат на оплату праці. Відсутність необхідності у виплатах зарплати та соціальних виплат роботам може позитивно впливати на економічну ефективність підприємства.

Проте існують і недоліки, зокрема:

- Високі витрати на впровадження. Початкові інвестиції у придбання, налаштування обладнання, навчання персоналу та експлуатаційну підтримку роботизованих систем можуть бути значними.
- Зменшення кількості робочих місць. Автоматизація рутинних процесів може призвести до скорочення чисельності персоналу, що створює соціально-економічні виклики для громади.
- Залежність від технологій. Аварійні ситуації або відмова автоматизованої системи можуть спричинити зупинку виробничого процесу, що підкреслює необхідність розробки надійних систем резервного копіювання та планів відновлення.

Крім того, автоматизація сприяє підвищенню якості обслуговування завдяки високій точності виконання завдань, що дозволяє зменшити кількість помилок і дефектів. Це, в свою чергу, позитивно впливає на задоволення клієнтів та загальне сприйняття автосервісу як високотехнологічного та надійного сервісного центру.

Перед впровадженням роботизованих систем на СТО необхідно провести комплексний аналіз переваг і недоліків для визначення оптимального співвідношення між автоматизацією та людським фактором, що дозволить забезпечити стійкий розвиток та конкурентоспроможність підприємства. Підсумовуючи проведений аналіз стану роботизації стандартних послуг на СТО, можна стверджувати, що цей процес має великий потенціал для вдосконалення обслуговування автомобілів.

3. Типи роботизованих систем для автоматизації

Є три етапи роботи сенсорних систем: сприйняття сигналів, інтелектуальні системи та виконавчий механізм, що забезпечує рух та взаємодію з навколишнім середовищем.

Для реалізації першого етапу роботи роботизованої системи необхідно забезпечити наявність сенсорного блоку, здатного сприймати різноманітні сигнали, зокрема візуальні та акустичні. Другий етап передбачає інтеграцію інтелектуальних алгоритмів, що можуть бути реалізовані за допомогою нейронних мереж або експертних систем, для аналізу та інтерпретації отриманої

інформації. Нарешті, на третьому етапі передбачається використання виконавчого механізму, який забезпечує рухові функції та взаємодію роботизованої системи з навколишнім середовищем.

Для автоматизації послуг на СТО можуть використовуватися різні типи роботів, зокрема:

- роботизовані маніпулятори;
- автоматизовані системи діагностики;
- роботизовані системи для заміни шин;
- автоматизовані лінії для заміни масла.

Для досягнення комплексної інтеграції компонентів роботизованої системи необхідно забезпечити ефективну взаємодію між сенсорним модулем, інтелектуальними алгоритмами та виконавчим механізмом. Спочатку, дані, отримані з візуальних та акустичних сенсорів, піддаються попередній обробці для виділення релевантних характеристик серед великого обсягу інформації. Це дозволяє мінімізувати вплив шумів та забезпечити стабільність подальшого аналізу.

Отримані дані передаються на інтелектуальний блок, який, використовуючи методи нейронних мереж або експертних систем, здійснює аналіз і прийняття рішень у режимі реального часу. Такий підхід дозволяє роботизованій системі адаптуватися до змінних умов навколишнього середовища та оперативно реагувати на виникаючі завдання.

На завершальному етапі отримані результати інтегруються у виконавчий механізм, що відповідає за переміщення та взаємодію з об'єктами. Застосування точних приводних систем забезпечує високий рівень точності виконання дій, що є критично важливим для безпеки та ефективності роботизованих операцій.

Таким чином, послідовна обробка сигналів від сенсорного блоку, аналіз за допомогою інтелектуальних алгоритмів та точне виконання завдань виконавчим механізмом утворюють інтегровану систему, здатну забезпечити автоматизацію складних процесів з високим рівнем адаптивності та ефективності [6].

4. Структурна схема роботизованого маніпулятора Структурна схема маніпулятора включає:

- механічну частину (рухомі елементи, захвати);
- електричний привід (електродвигуни);
- систему керування (програмні та електронні пристрої);
- системи безпеки (датчики, камери спостереження).

Побудова структурної схеми робота-маніпулятора для роботи на СТО охоплює кілька ключових компонентів, що забезпечують як його функціональність, так і безпеку експлуатації.

Механічна частина.

До неї належить сам маніпулятор, що включає рухомі елементи (руки, захвати, засувки тощо) та супутні механізми, зокрема конвеєри чи інші пристрої для переміщення автомобілів. Цей компонент відповідає за фізичне виконання завдань, де важливо забезпечити точність і надійність механічних переміщень.

Електричний привід.

Основним завданням цього компоненту є забезпечення руху маніпулятора за допомогою електродвигунів. Використання двигунів постійного чи змінного струму дозволяє адаптувати систему до конкретних вимог щодо швидкості, потужності та точності руху [7]. Правильний вибір типу двигуна сприяє оптимізації робочих характеристик пристрою.

Система керування.

Цей компонент інтегрує електронні та програмні засоби управління, що включають контролери, сенсори та програмні логіки. Система керування забезпечує точність та стабільність рухів маніпулятора, координуючи роботу електричного приводу із зворотним зв'язком від сенсорних пристроїв. Сюди ж входять елементи для збору інформації про положення, швидкість та інші параметри роботи системи.

Системи безпеки та контролю.

Для забезпечення безпечної експлуатації маніпулятора інтегруються додаткові засоби, зокрема датчики аварійного зупинення, камери відеоспостереження та інші елементи, які дозволяють своєчасно виявляти потенційні загрози та запобігати аварійним ситуаціям.

Регулюючий блок.

Регулятор, представлений передавальною функцією $W(2)$, відповідає за керування тиристорним перетворювачем. На вхід цього регулятора надходить різниця між сигналом

керування від перетворювача, що має передавальну функцію $W(1)$, та зворотним зв'язком по швидкості. Така організація управління забезпечує стабільну роботу системи, дозволяючи точно регулювати швидкість і динамічні параметри маніпулятора.

Таким чином, інтеграція механічної частини, електричного привода, системи керування та засобів безпеки утворює комплексну структурну схему, що забезпечує ефективну, точну та безпечну роботу робота-маніпулятора на автомобільних СТО.

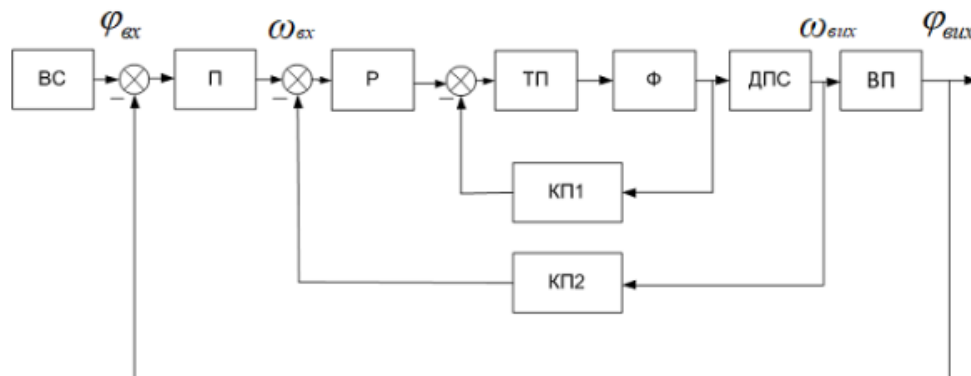


Рис.2. Типи робіт для автоматизації послуг на СТО

У схемі використовуються такі умовні позначення:

ВС – вхідний сигнал, що представляє кут повороту, який надходить на вхід системи від механічних зусиль оператора або формується як вихідний сигнал запрограмованої системи керування.

ДПС – двигун постійного струму.

ВП – виконуючий пристрій.

КП – коригуючий пристрій.

П – перетворювач.

Р – регулятор.

ТП – тиристорний перетворювач.

Ф – фільтр.

Структурна схема системи складається з трьох основних блоків: механічної частини, електродвигуна та системи керування. Механічна частина привода робота-маніпулятора здійснює перетворення механічної енергії, що надходить від електричної машини, у рух виконуючого пристрою із відповідною зміною виду руху. Електричний двигун постійного струму незалежного збудження перетворює електричну енергію в механічну [8].

Забезпечення високої ефективності та надійності роботи маніпулятора на автомобільних СТО вимагає комплексного підходу до розробки та впровадження системи. Оптиміальне поєднання механічних, електричних та програмних компонентів дозволяє створити пристрій, що гарантує якісне обслуговування автомобілів, а також забезпечує безпеку та ефективність процесу ремонту і технічного обслуговування.

Роботизовані маніпулятори можуть виконувати точні операції, такі як заміна деталей і діагностичні процедури, підвищуючи ефективність роботи.

Таким чином, оптимізація параметрів системи керування робота-маніпулятора для використання на СТО вимагає комплексного підходу, який враховує не лише характеристики маніпулятора, але й специфіку робочого середовища, а також вимоги до безпеки та енергоефективності.

Для ефективного управління сервоприводами було вибрано використання бібліотеки `iarduino_MultiServo.h`. Для її застосування необхідно підключити бібліотеку та створити об'єкт `MSS`, який дозволяє керувати кількома сервоприводами одночасно.

Розроблений метод `servoSlow` забезпечує плавний рух сервоприводів, даючи змогу контролювати швидкість зміни їхнього положення. Це дозволяє маніпулятору виконувати точні й контрольовані рухи, що є критично важливим для забезпечення ефективної та безпечної роботи на СТО.

5. Імітаційне моделювання Для перевірки ефективності автоматизованої системи було створено імітаційну модель в середовищі LabVIEW, яка включає блоки перетворення сигналів, регулятори, тиристорні перетворювачі, фільтри та двигуни.

Необхідно розділити дані, що надходять з COM-порту, на окремі частини (див. рис 3-5) та використати їх для точного управління конкретним серводвигуном для досягнення заданого кута повороту [9].

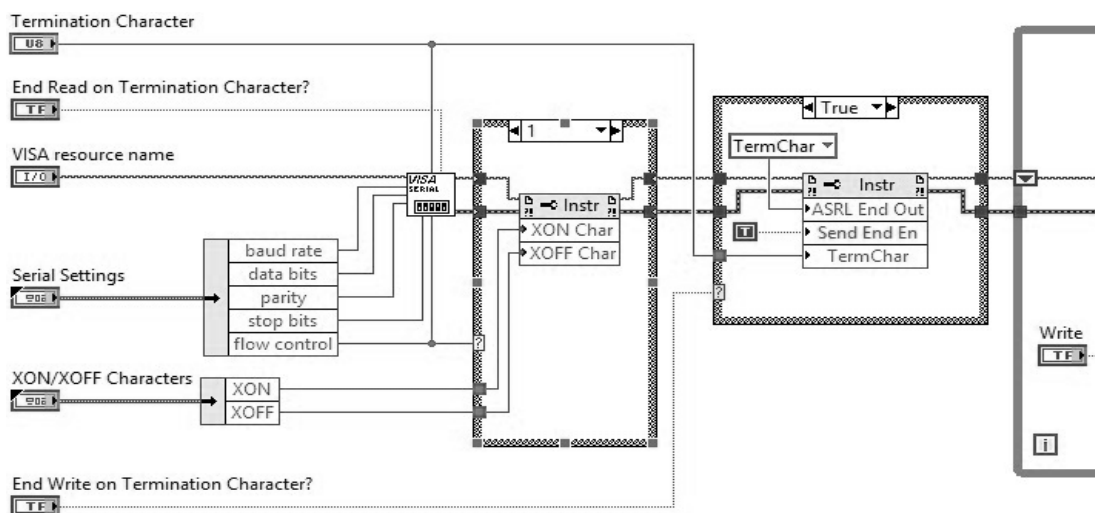


Рис. 3. Ліва частина панелі блок-діаграми

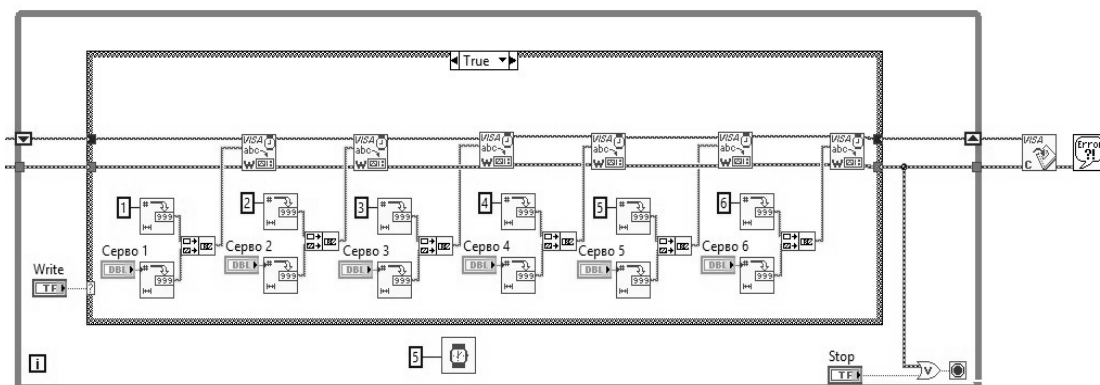


Рис. 4. Права частина панелі блок-діаграми

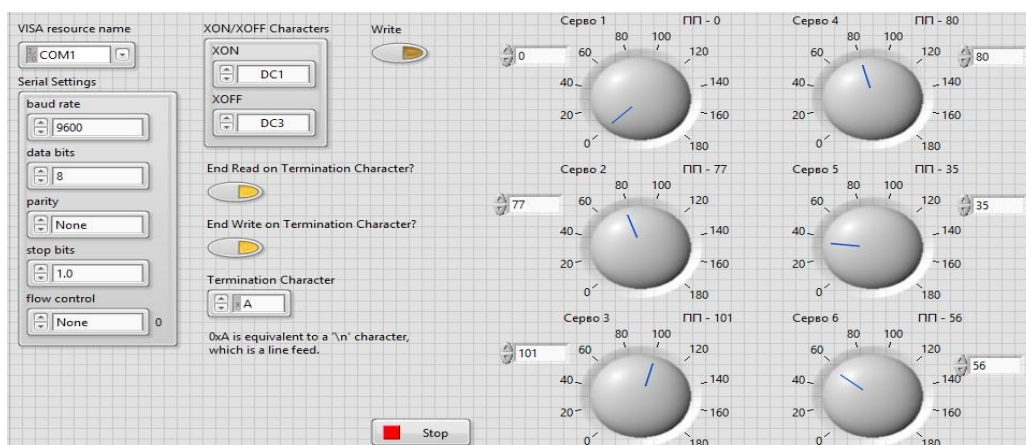


Рис. 5. – Лицева панель програми

Для роботи з ШІМ контролером моделі PCA9685 було прийнято рішення використати бібліотеку **arduino_MultiServo**. Ця бібліотека забезпечує ефективне управління Multi Servo

Shield, що дозволяє керувати до 16 сервоприводами, та виступає розширенням виходів платформи Arduino. Основні функції бібліотеки забезпечують управління сервоприводами, а додаткові можливості дозволяють використовувати повний функціонал чіпа PCA9685. При цьому бібліотека підтримує як апаратну, так і програмну реалізацію шини I²C.

Для визначення параметрів підсилювача та коригуючих пристроїв необхідно створити імітаційну модель системи автоматичного керування (САК) приводом робота-маніпулятора (див. рис. 6). Крім того, оптимізація системи може бути здійснена в середовищі Matlab Simulink із застосуванням блоку **Signal Constraint**, що дозволяє обмежити значення сигналів відповідно до заданих параметрів.

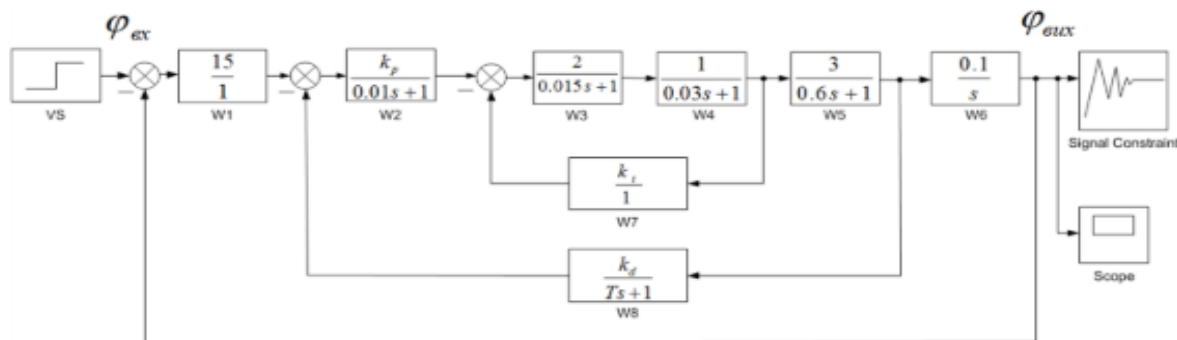


Рис. 6. Імітаційна модель САК привода робота – маніпулятора

У схемі використовуються такі умовні позначення:

VS – блок Step, що служить вхідним сигналом;

W1 – перетворювач;

W2 – регулятор;

W3 – тиристорний перетворювач;

W4 – фільтр;

W5 – двигун постійного струму;

W6 – виконуючий пристрій;

W7, W8 – коригуючий пристрій.

Для моделювання перехідних процесів в імітаційній моделі використовувались блоки Transfer Function для кожного з елементів W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7, W8.

Для візуалізації змін сигналу в часі застосовувався блок Scope, який функціонує як осцилограф.

З метою задання допустимих меж на прямих показниках якості системи використовувався блок Signal Constraint [8].

Для оптимізації системи обираються параметри коригуючих пристроїв, щоб забезпечити стабільну роботу відповідно до вимог якості та характеристик перехідного процесу. Визначення бажаних характеристик (максимальне перерегулювання, час наростання, тривалість процесу) є важливим етапом налаштування системи.

Подальшим кроком є підбір коефіцієнтів на основі встановлених параметрів. Результати оптимізації наведено на рисунках 2.9 та 2.10, де показано отримання параметрів підсилювача та коригуючих пристроїв: $k_p = 0.4205$, $k_i = 1.3792$, $k_d = 0.3556$, $T_d = 0.8965$.

Ці параметри використовуються для аналізу перехідного процесу та забезпечують відповідність встановленим критеріям якості. Процес налаштування включає інтерфейс користувача з графічним інтерфейсом для коригування параметрів динамічних об'єктів та врахування невизначеностей параметрів моделі. Це дозволяє синтезувати робастні закони керування [4].

	Variable	Value	Minimum	Maximum	Scale
☒	Td	0.8965	-Inf	Inf	1
☒	kd	0.3556	-Inf	Inf	0.5
☒	ki	1.3792	-Inf	Inf	2
☒	kp	0.4205	-Inf	Inf	0.5

Рис. 7. Результати підбору параметрів з використанням блоку Signal Constraint

Запропонований підхід дозволяє забезпечити точне керування приводом робота-маніпулятора, а також сприяє оптимізації роботи підсилювачів і коригуючих пристроїв шляхом використання сучасних програмних засобів моделювання та аналізу(рис. 7).

Оптимізація параметрів моделі дозволила досягти високої стійкості та ефективності системи [9].

При виборі корпусу маніпулятора важливо враховувати естетичний вигляд, особливо для публічних місць або виставок, а також можливість майбутньої модернізації.

Аналіз макетів маніпуляторів показав, що більшість з них включають:

- кронштейни для кріплення;
- механізм захвату для утримання об'єктів;
- обертальну основу з підшипником;
- основу для встановлення мікроконтролерів та електронних компонентів.

Обрана конструктивна схема маніпулятора включає всі необхідні елементи для ефективної роботи та демонстрації його функціональності (рис. 8).

Використані комплектуючі, такі як сервопривід MG996R для точного позиціонування механізму захвату та Arduino Uno для управління системою, мають оптимальні характеристики для виконання завдань.

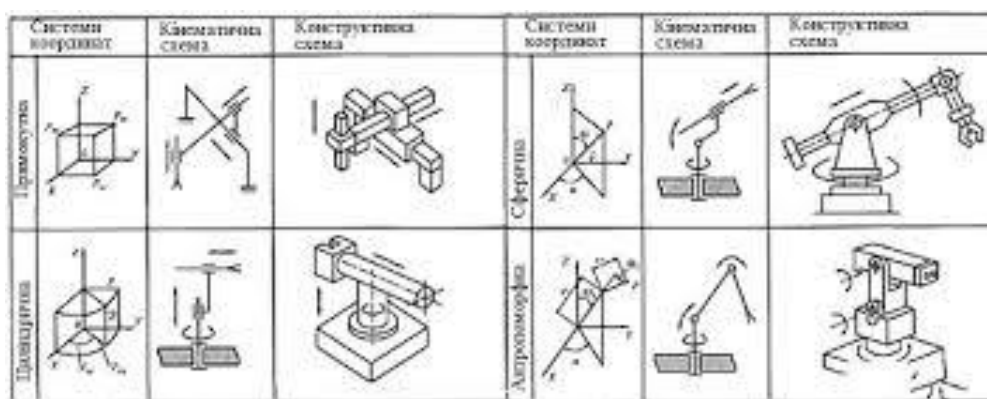


Рис.8. Конструктивна схема маніпулятора

Узагальнена модель системи автоматизації роботи СТО за допомогою роботів, представлена на рис. 9, демонструє базові елементи та взаємозв'язки, які можуть бути адаптовані та деталізовані з урахуванням специфічних вимог та умов роботи конкретного СТО.

Основні складові моделі включають:

- **Клієнтський портал.** Цей компонент забезпечує інтерактивну взаємодію з клієнтами, дозволяючи їм здійснювати запис на обслуговування, а також отримувати оперативну інформацію про стан виконання ремонтних робіт.
- **Інтерфейс для співробітників.** Призначений для управління замовленнями та налаштування роботизованих модулів, що сприяє оптимізації внутрішніх процесів та підвищенню ефективності роботи персоналу.
- **Система управління.** Координує діяльність усіх роботів, інтегруючи їх функції в єдину систему та забезпечуючи централізоване зберігання та обробку даних у базі даних.
- **Роботизовані модулі.** Виконують спеціалізовані завдання, зокрема діагностику, ремонт, технічне обслуговування та видачу автомобілів, що дозволяє забезпечити автоматизацію широкого спектру процесів.
- **Інфраструктурна підтримка.** Гарантує наявність необхідних ресурсів для безперебійної роботи роботів, забезпечуючи електроживлення, комунікації та інші важливі послуги.
- **Аналітичний модуль.** Здійснює аналіз зібраних даних для покращення ефективності роботи системи, сприяє оптимізації процесів та прийняттю обґрунтованих рішень для подальшого вдосконалення технологічного процесу.

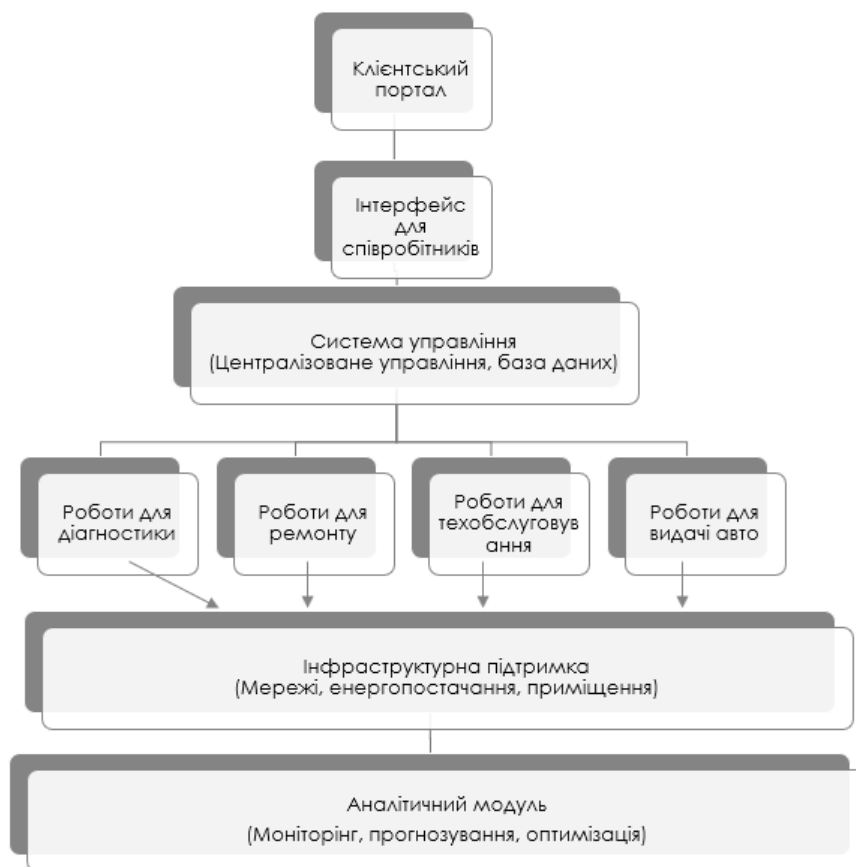


Рис. 9. Узагальнена модель системи автоматизації роботи СТО за допомогою роботів.

Розробка та впровадження даної узагальненої моделі сприяє підвищенню якості та ефективності обслуговування автомобілів. Системна інтеграція сучасних технологій у процеси ремонту та технічного обслуговування може стати важливою конкурентною перевагою для СТО, які прагнуть впроваджувати інноваційні рішення та покращувати клієнтський досвід.

7. Аналіз впливу автоматизації на продуктивність та якість послуг СТО.

Аналіз впливу автоматизації на продуктивність та якість послуг СТО показує, що використання робота-маніпулятора може значно змінити ефективність роботи автосервісних центрів, що має прямий вплив на їхню конкурентоспроможність. Роботи-маніпулятори здатні виконувати рутинні, фізично важкі та точні операції, такі як підйом важких деталей, розбірка або монтаж складних конструкцій, значно швидше і точніше, ніж люди. Ці операції, що раніше займали багато часу та ресурсів, тепер можуть бути автоматизовані, що дозволяє механікам зосередитися на складніших завданнях, що вимагають людського втручання.

Завдяки цьому підвищується продуктивність СТО — кількість робіт, виконаних за день, значно збільшується, що дозволяє обслужити більше клієнтів, що, своєю чергою, підвищує доходи підприємства. Цей ефект значно відображається на фінансових показниках компанії, оскільки підвищення ефективності прямо впливає на обсяги прибутку.

Ще одним важливим аспектом є якість наданих послуг. Робот-маніпулятор забезпечує високу точність виконання робіт завдяки стабільності своїх рухів і точному виконанню програмованих завдань. Це знижує ймовірність виникнення помилок, які можуть бути присутніми при ручному виконанні операцій, що, в свою чергу, підвищує загальну якість обслуговування автомобілів. У випадку складних та небезпечних робіт, роботизована система також мінімізує ризики пошкоджень або травм для персоналу.

Важливим фактором є і безпека на робочому місці. Роботи-маніпулятори виконують складні та небезпечні завдання без прямого втручання людини, що знижує ймовірність травм для працівників СТО. Завдяки цьому зменшується кількість нещасних випадків на підприємстві, що позитивно позначається на його репутації та здатності утримувати кваліфікований персонал.

Незважаючи на ці переваги, впровадження роботизованих технологій на СТО вимагає значних початкових інвестицій у придбання, установку та обслуговування робота-маніпулятора. Проте, з огляду на зростаючу продуктивність, поліпшену якість обслуговування та зниження ризику пошкоджень або травм, ці витрати можуть швидко окупитися. Збільшення обороту клієнтів та покращення репутації компанії в кінцевому підсумку забезпечать економічну вигоду від впровадження роботизованих систем.

Отже, використання робота-маніпулятора в рамках автоматизації СТО має великий потенціал для покращення якості послуг та збільшення продуктивності, що робить цей підхід важливою інвестицією в розвиток підприємства на сучасному конкурентному ринку автосервісу.

Використання робота-маніпулятора на СТО може мати значний позитивний вплив на діяльність підприємства, забезпечуючи підвищену продуктивність, покращену якість обслуговування, безпеку працівників та ефективне використання ресурсів [18, с. 56]. Впровадження роботизованих рішень дозволяє зменшити людську працю в рутинних і фізично важких операціях, що, в свою чергу, знижує кількість травм та нещасних випадків на виробництві, підвищує точність та стабільність виконаних робіт.

Такі інноваційні технології, як робот-маніпулятор, створюють умови для більш швидкого й ефективного виконання стандартних операцій, таких як підйом важких деталей, переміщення автомобілів та виконання інших механічних завдань. Це дозволяє значно зменшити час, витрачений на обслуговування клієнтів, підвищити обсяг оброблених замовлень за короткий період і скоротити час на виконання розрахунків.

Зокрема, оптимізація процесу прийому нових автомобілів і їхнього розподілу на необхідні пункти суттєво зменшує витрати часу і ресурсів. Система дозволяє швидко визначити перелік необхідних робіт та оцінити витрати на їх виконання, що через програмне забезпечення забезпечує миттєву готовність вихідних форм до друку. У результаті такого підходу значно знижується час, необхідний для підготовки документації, що виводить обслуговування клієнтів на новий рівень якості та ефективності.

Це дозволяє не тільки оптимізувати витрати на обслуговування, але й підвищити задоволеність клієнтів, що важливо для довгострокового розвитку СТО. У кінцевому підсумку, ці покращення ведуть до підвищення конкурентоспроможності підприємства, зростання його репутації на ринку автосервісних послуг та покращення фінансових результатів.

Перед впровадженням системи автоматизації було проведено хронометраж при виконанні конкретних операцій, що дозволило отримати наступні результати. Аналізуючи час, витрачений на кожну окрему дію, ми змогли отримати докладну інформацію про ефективність та продуктивність процесу.

Таблиця 1. Хронометраж операцій до впровадження

Майстерня	Операція	Час виконання
Механічна	Прийом нового клієнта:	27 хв.
	Опитування	20 хв.
	Запис несправностей	7 хв.
Покрасочная	Прийом нового клієнта:	39 хв.
	Огляд	25 хв.
	Розрахунки витрати фарби	10 хв.
	Запис	4 хв.
Шиномонтаж	Прийом нового клієнта:	6 хв.
	Огляд	3 хв.
	Запис	3 хв.
Електрики	Прийом нового клієнта:	10 хв.
	Огляд	5 хв.
	Запис	5 хв.

Внаслідок впровадження системи автоматизації, відбулися значні зміни в організаційній структурі СТО. Особливо відмінною є зміна у методології прийому нових автомобілів для ремонту, що спричинило значне скорочення робочого часу працівників. Введено нову функцію, яку здійснює інженер-механік – прийом автомобіля.

Таблиця 2. Хронометраж операцій після впровадження робота-маніпулятора

Майстерня	Операція	Час виконання
Прийом автомобіля	Постановка автомобіля в чергу на ремонт:	
	Опитування	31 хв
	Огляд	15 хв
	Запис	5 хв
	Розрахунки	6 хв
		5 хв
Механічна	Прийом автомобіля на пост	5 хв
Покрасочна	Прийом автомобіля на пост	5 хв
Шиномонтаж	Прийом автомобіля на пост	5 хв
Електрики	Прийом автомобіля на пост	5 хв

Висновки Розробка узагальненої моделі автоматизації роботи СТО показала, що комплексний підхід до автоматизації дозволяє значно підвищити ефективність роботи та знизити витрати часу.

Таким чином, робот-маніпулятор виступає невід'ємною складовою автоматизованої системи на СТО, спрямованої на виконання широкого спектру завдань з обслуговування та ремонту автомобілів. Основні переваги його використання включають високу точність та швидкість виконання операцій, а також здатність працювати в умовах, що вимагають значної фізичної сили або дотримання строгих стандартів безпеки. Завдяки зазначеним характеристикам, роботи-маніпулятори дозволяють оптимізувати процес обслуговування автомобілів, виконуючи такі завдання, як піднімання важких деталей, переміщення обладнання та забезпечення доступу до важкодоступних місць для проведення ремонтних робіт.

Однією з ключових особливостей застосування робота-маніпулятора є можливість програмування його рухів для реалізації конкретних завдань, що спрощує автоматизацію стандартних процесів обслуговування. Використання даного типу роботів сприяє зменшенню ризику виникнення помилок та підвищенню якості виконання робіт завдяки стабільності та повторюваності виконуваних дій.

У цілому, робот-маніпулятор є важливим елементом сучасних автоматизованих систем на СТО, що сприяє оптимізації робочих процесів, підвищенню ефективності роботи сервісного центру та покращенню якості надання послуг клієнтам. Автоматизація стандартних послуг за допомогою роботів дозволяє значно збільшити продуктивність обслуговування автотранспорту, скоротити час ремонтних та обслуговувальних операцій, а також знизити ризик помилок, що робить використання роботів-маніпуляторів надзвичайно корисним для сучасних СТО.

Взагалом, проведено аналіз сучасного стану автоматизації стандартних послуг у автосервісних центрах (СТО). Було здійснено оцінку рівня використання сучасних технологій та систем, спрямованих на підвищення ефективності роботи СТО, розглянуто переваги та недоліки існуючих підходів до автоматизації. В результаті аналізу визначено основні проблеми та обмеження, що заважають повноцінному використанню потенціалу автоматизації у даній галузі.

Приведена узагальнена модель системи автоматизації роботи автосервісного центру за допомогою роботів. За допомогою блок-схеми було наочно продемонстровано взаємозв'язки між компонентами системи, що сприяє кращому розумінню її архітектури. Визначено основні принципи побудови автоматизованої системи, описано її складові частини та взаємодію між ними. Проведено аналіз сучасних технологій та методів, які можуть бути застосовані при розробці та впровадженні автоматизації на СТО.

Розглянуто процес розробки та реалізації роботизованої системи для автосервісного центру. Докладно описано етапи розробки, побудови та практичного впровадження системи, а також окреслено особливості використання роботів на СТО. Проведено аналіз переваг та можливих труднощів, пов'язаних із впровадженням роботизованих технологій, та здійснено оцінку результатів експлуатації системи з точки зору підвищення якості та ефективності обслуговування клієнтів.

Шляхом аналізу стану автоматизації, розробки узагальненої моделі системи та реалізації роботизованої системи надається комплексне розуміння можливостей цих технологій для підвищення ефективності та якості обслуговування. Завдяки інтеграції сучасних роботизованих рішень у процеси СТО, можна значно зменшити час виконання стандартних завдань, покращити

точність і стабільність операцій, а також знизити вплив людського фактору. Це дозволяє забезпечити високу продуктивність роботи, підвищити рівень задоволення клієнтів та зміцнити конкурентні переваги автосервісних центрів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. A. S. Bhatti, S. I. S. S. Hassan, and Z. M. R. Tareen, "Robotic Automation in Automotive Industry: Applications and Opportunities," *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 29, no. 9, pp. 3709-3716, 2015. doi: 10.1007/s12206-015-0807-7.
https://www.researchgate.net/publication/353676405_An_overview_of_robot_applications_in_automotive_industry
2. H. K. Bechtold and M. K. Lee, "The Future of Automotive Service and Maintenance: Robotic and AI Solutions," *Robotics, Automation, and Industry 4.0: Prospects and Challenges*, vol. 22, pp. 102-115, 2021.
https://www.researchgate.net/publication/383983110_The_Future_of_Automotive_Manufacturing_Integrating_AI_ML_and_Generative_AI_for_Next-Gen_Automatic_Cars
3. R. B. Jackson, "Automation in the Automotive Industry: Trends and Challenges," *J. Intell. Robotics Applications*, vol. 5, pp. 88-100, 2020. doi: 10.1007/s00156-020-00899-1.
<https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/41846/1/9780472902033.pdf>
4. WALKER, G.H., & Stanton, N.A. (2015). Human Factors in Automotive Engineering and Technology (1st ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781315587356>
5. Автоматизація виробництва в машинобудуванні. Частина II : навчальний посібник / Ю. І. Муляр, С. В. Репінський. – Вінниця: ВНТУ, 2020. – 123 с.
http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/IRVC/Mulyar_P2_2020_123.pdf
6. Основи мехатроніки: навч. посіб. / О.М. Артюх, О.В. Дударенко, В.В. Кузьмін та ін. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2021. – 372 с.
https://eir.zp.edu.ua/bitstream/123456789/8209/1/NP_Artyukh.pdf
7. Основи мехатроніки: навчальний посібник / С.М. Пересада, М.В. Пушкар. – Електронні текстові дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 137 с. <https://ela.kpi.ua/items/0aede1d2-a71d-4d21-a625-07dafaf8da5>
8. Новацький, А. О. Електроніка та мікропроцесорна техніка. Ч. 2. Мікропроцесорні системи [Електронний ресурс] : підручник для студентів, які навчаються за освітньою програмою «Інтегровані інформаційні системи» за спеціальністю 126 «Інформаційні системи та технології» / А. О. Новацький ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 13.57 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2023. – 489 с. – Назва з екрана. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/55622>
9. Навчальний посібник з дисципліни "Теорія автоматичного керування" [Електронний ресурс] : електрон. вид. комбін. використання на DVD-ROM. у 2 ч. Ч. 1. / А. П. Гуров, С. І. Ольшевський, О. О. Черно, Л. І. Бугрім ; МОН України, НУК ім. адмірала Макарова. – Електрон. дані. – Миколаїв : НУК, 2018. <https://eir.nuos.edu.ua/handle/123456789/3030>

REFERENCES

1. A. S. Bhatti, S. I. S. S. Hassan, and Z. M. R. Tareen, "Robotic Automation in Automotive Industry: Applications and Opportunities," *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 29, no. 9, pp. 3709-3716, 2015. doi: 10.1007/s12206-015-0807-7. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/353676405_An_overview_of_robot_applications_in_automotive_industry
2. H. K. Bechtold and M. K. Lee, "The Future of Automotive Service and Maintenance: Robotic and AI Solutions," *Robotics, Automation, and Industry 4.0: Prospects and Challenges*, vol. 22, pp. 102-115, 2021. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/383983110_The_Future_of_Automotive_Manufacturing_Integrating_AI_ML_and_Generative_AI_for_Next-Gen_Automatic_Cars
3. R. B. Jackson, "Automation in the Automotive Industry: Trends and Challenges," *J. Intell. Robotics Applications*, vol. 5, pp. 88-100, 2020. doi: 10.1007/s00156-020-00899-1. [Online]. Available: <https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/41846/1/9780472902033.pdf>

4. G. H. Walker and N. A. Stanton, *Human Factors in Automotive Engineering and Technology*, 1st ed. CRC Press, 2015. doi: 10.1201/9781315587356. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1201/9781315587356>
5. Yu. I. Mulyar and S. V. Repinsky, *Automation of Production in Machine Engineering. Part II: Study Guide*, Vinnytsia: VNTU, 2020, 123 pp. [Online]. [in Ukrainian] Available: http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/IRVC/Mulyar_P2_2020_123.pdf
6. O. M. Artyukh, O. V. Dudarenko, V. V. Kuzmin, et al., *Fundamentals of Mechatronics: Study Guide*, Zaporizhzhia: Zaporizhzhia Polytechnic National University, 2021, 372 pp. [Online]. [in Ukrainian] Available: https://eir.zp.edu.ua/bitstream/123456789/8209/1/NP_Artyukh.pdf
7. S. M. Peresada and M. V. Pushkar, *Fundamentals of Mechatronics: Study Guide*, Kyiv: KPI named after Igor Sikorsky, 2020, 137 pp. [Online]. [in Ukrainian] Available: <https://ela.kpi.ua/items/0aede1d2-a71d-4d21-a625-07dafafb8da5>
8. A. O. Novatsky, *Electronics and Microprocessor Engineering. Part 2. Microprocessor Systems* [Electronic resource]: textbook for students of the "Integrated Information Systems" program specializing in 126 "Information Systems and Technologies," KPI named after Igor Sikorsky, 2023, 489 pp. [Online]. [in Ukrainian] Available: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/55622>
9. A. P. Gurov, S. I. Olshyevskyy, O. O. Chernov, L. I. Buhrim, *Study Guide on the Discipline "Theory of Automatic Control"* [Electronic resource]: electronic edition with DVD-ROM combined use. Vol. 1, Mykolaiv: NUK, 2018. [Online]. [in Ukrainian] Available: <https://eir.nuos.edu.ua/handle/123456789/3030>

Moroz Olha

*Doctor of Philosophy degree in Information Technology
Associate Professor at the Department of Computer Systems and Robotics
Educational and scientific Institute computer science and artificial intelligence
V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine;*

Aliyev Yaroslav

Bachelor's student V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine; aliyev2020ku11@student.karazin.ua

Automation of Standard Processes at Car Service Stations Using Robotic Systems

Relevance. In modern automotive industry conditions, the automation of processes at service stations (STO) is an important direction for improving operational efficiency and service quality. The use of robotic systems helps reduce costs, shorten service time, and minimize human factors. Automating standard services such as diagnostics, oil changes, tire fitting, and vehicle condition control enhances productivity and safety. Despite the rapid development of technologies, there is a need for research and generalization of information on the possibilities of implementing robotic systems in the automotive service sector.

The **objective** of this study is to develop a model for automating standard STO services using robotic systems, optimizing workflows, increasing service efficiency, and improving customer service quality.

Research Methods: To achieve this goal, a comprehensive approach was applied, including: Theoretical and critical analysis of scientific sources on STO process automation; Generalization and systematization of existing data on robotic systems in the automotive service industry; Comparative analysis of modern automation technologies to determine their efficiency and feasibility of implementation; Modeling an automated system for standard STO services. The study analyzed the current state of service automation at STOs and identified the key advantages of using robotic systems. A generalized automation model was developed, ensuring interaction between robots, personnel, and customers, which reduces task execution time and enhances service quality. The proposed model allows for the adaptation of automation systems for different types of automotive service stations, considering their specific needs. A structural diagram of the automated system was also developed, demonstrating the key components, their functions, and interconnections. The analysis showed that implementing robotic technologies at STOs is economically viable and can significantly improve service station productivity.

The research results indicate the high efficiency of automating standard STO services using robotic systems. The implementation of such technologies helps reduce operational costs, increase the speed and quality of vehicle maintenance, and improve working conditions for personnel. The obtained data can be useful for service station managers, equipment manufacturers, and research institutions involved in automation in the automotive service sector. The proposed model can serve as a basis for further research and the development of practical solutions for automating STO operations, increasing business competitiveness, and contributing to the industry's overall growth.

Keywords: automation, service station, robotic systems, automotive service, process optimization, maintenance technologies, efficiency, modeling, technical maintenance, digitalization.

УДК 539.3+519.60

**Русанов
Роман Андрійович***доктор філософії., старший дослідник старший науковий співробітник**Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: yubykoff@gmail.com;**<https://orcid.org/0000-0001-7089-8993>***Биков
Юрій Адольфович***к.т.н., старший науковий співробітник**Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: yubykoff@gmail.com;**<https://orcid.org/0000-0001-7089-8993>***Дегтярьов
Кирило Георгійович***к.т.н., науковий співробітник**Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: kdegt89@gmail.com;**<https://orcid.org/0000-0002-4486-2468>***Стрельнікова
Олена Олександрівна***Д.т.н., проф., провідний науковий співробітник**Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: elena15@gmxl.com;**<https://orcid.org/0000-0003-0707-7214>***Чугай
Марина Олександрівна***к.т.н., старший науковий співробітник**Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: chugay.marina@gmail.com;**<https://orcid.org/0000-0002-0696-4527>*

Комп'ютерне моделювання міцності та коливань елементів парових турбін

Метою роботи є розроблення ефективного методу для дослідження міцності та коливань елементів парових турбін.

Актуальність

У сучасних умовах стає все більш актуальною проблема заміни або оновлення обладнання, що працює протягом тривалого часу. Зростаючі вимоги до надійності та ефективності електростанцій зумовлюють необхідність модернізації гідротурбінного і паротурбінного обладнання, яке використовується на гідроелектростанціях. Ситуація з енергетичним обладнанням особливо загострилася в умовах бойових дій. Під час експлуатації лопатки гідравлічних і парових турбін зазнають значних навантажень від робочого середовища (рідини), з яким вони взаємодіють. Такі навантаження викликають вимушені коливання лопаток. Якщо частоти цих коливань збігаються з частотами зовнішніх сил, може виникнути резонанс, що призводить до серйозних пошкоджень або виходу обладнання з ладу. Це обумовлює актуальність теми цього дослідження.

Методи дослідження

Для розв'язання задачі моделювання міцності та коливань елементів парових турбін використані методи заданих форм та скінченних елементів

Результати

Побудовано неперервні та дискретні математичні моделі для визначення напружень та деформацій в пружних елементах конструкцій, а також знаходження частот та форм їх вільних коливань. Дискретна математична модель заснована на використанні методів скінченних та граничних елементів. Статичні характеристики та форми вільних коливань лопатей у повітрі обчислюються за допомогою метода скінченних елементів. Матриця приєднаних мас рідини визначається методом граничних елементів. Припускається, що рідина є нестисливою та ідеальною, а її рух, індукований коливаннями лопаті, є безвихровим. Задачу визначення тиску рідини зведено до розв'язання гіперсингулярного інтегрального рівняння. Запропоновано ефективний числовий метод для його розв'язання. Визначено напружено-деформований стан та прогнози лопаті під дією аеродинамічних, вагових та інерційних навантажень. Встановлені зони максимальних напружень, надані рекомендації щодо покращення геометричних параметрів моделі, та з можливого застосування матеріалів з покращеними характеристиками.

Висновки

Побудовано математичну модель для дослідження статичних та динамічних характеристик елементів гідравлічних та парових турбін. Для побудови дискретної моделі, прийнятної для проведення числових розрахунків, використані

методи скінченних та граничних елементів. Проведено дослідження статичного стану лопатки другого вінця останнього ступеня ЦНТ парової турбіни потужністю 1000+ МВт на 1500 об/хв. Виявлені зони максимальних напружень. Надані рекомендації щодо покращення геометричних параметрів моделі, та з можливого застосування матеріалів з покращеними характеристиками. В подальшому передбачається проведення модального аналізу, як з урахуванням, так і без врахування приєднаних мас рідини.

Ключові слова: методи скінченних та граничних елементів, лопатки парових турбін, напружено-деформований стан, приєднані маси рідини, гіперсингулярні інтегральні рівняння

Як цитувати: Русанов Р. А., Биков Ю. А., Дегтярьов К. Г., Стрельнікова О. О., Чугай М. О. Комп'ютерне моделювання міцності та коливань елементів парових турбін. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2024. вип. 63. С.73-81. : <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-07>

How to quote: R. A. Rusanov, Yu. A. Bykov, K.G. Degtyarev, O. O. Strelnikova, and M. O. Chugay "Computer modeling of strength and vibrations of steam turbine elements" *Bulletin of V. N. Karazin Kharkiv National University, series Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 63, pp.73-81, 2024. : <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-07>[in Ukrainian]

1 Вступ

Останнім часом набуває актуальності проблема відновлення повної заміни обладнання, що діє довгий час. Зріст рівня вимог до надійності та ефективності електростанцій потребує модернізації гідротурбінного та паротурбінного обладнання на гідроелектростанціях. Особливо ускладнилась ситуація з енергетичним обладнанням в теперішній час бойових дій. У процесі експлуатації лопатки гідравлічних та парових турбіни відчувають значні навантаження з боку середовища (рідини), з яким вони взаємодіють. Такі навантаження призводить до їх вимушених коливань. Якщо власні частоти коливань лопатей та частоти коливань діючих сил близькі, то існує ймовірність виникнення резонансу, що призводить до виходу з ладу обладнання. Тому основна вимога до устаткування на етапі проектування – достатні міцність та жорсткість. Це веде до високих вимог до точності розрахунків власних частот на коливань лопатей.

Такі розрахунки використовуються як для прогнозу строку служби для вже діючої робочої конструкції, так і під час проектування нової. В останньому випадку необхідно прогнозувати велику кількість факторів, наприклад, середні напруження, що створюються відцентровою силою та статичним тиском води, змінні напруження, що викликаються зовнішнім навантаженням від тиску води. Все це потребує розроблення високоточних та оперативних методів і комп'ютерних програм дослідження міцності та динаміки. При виборі матеріалів для виготовлення гідротурбін потребується компромісне рішення. З одного боку, цей матеріал повинен забезпечувати максимальну статичну міцність деталі за усіх можливих навантажень, високу кавітаційно-ерозійну міцність та високий строк служби. З іншого ж боку, звісно, при проектуванні прагнуть використання найбільш дешевих металів та сплавів і максимально скороченого циклу виготовлення гідротурбіни взагалі. Необхідно також враховувати умови транспортування деталей гідротурбіни на місце монтажу та особливості її зборки. Вирішення цих питань також потребує розроблення нових ефективних числових методів.

2 Постановка проблеми та огляд сучасного стану питання

Актуальними питаннями сьогодення залишаються проблеми обчислення міцносних та динамічних характеристик енергетичного обладнання з метою уточнення залишкового ресурсу та забезпечення надійності та безпеки конструкцій під час експлуатації. Одним з таких питань є визначення напружено-деформованого стану, частот та форм вільних коливань конструктивних елементів при врахуванні взаємодії з водним або повітряним середовищем [1]- [2]. Це відіграє вирішальну роль у забезпеченні стабільності та зменшенні потенційних небезпек при експлуатації резервуарів, частково заповнених рідиною.

Методи скінчених та граничних елементів використовують зокрема в роботах [3] - [7], тощо. Це найбільш розповсюджені серед сучасних чисельних методів. Методи граничних елементів спираються на використання сингулярних інтегральних рівнянь. Сингулярні та гіперсингулярні інтегральні рівняння розглядаються як ефективний інструмент для розв'язування великого класу крайових задач механіки та математичної фізики. Серед них проблеми механіки руйнування [8], проблеми взаємодії рідини та конструкції [9], дифракції електромагнітних хвиль [10], проблеми

аеродинаміки, що стосуються великих [11] і малих [12] вітряних і морських турбін [13], аналіз напружень та деформацій композитів і нанокомпозитів [14]. Саме методи скінченних та граничних елементів надалі використовуються при побудові дискретних математичних моделей для дослідження напружено-деформованого стану, міцності та коливань елементів гідравлічних та парових турбін.

3 Мета дослідження та формулювання задачі

Мета дослідження полягає в розробленні неперервних та дискретних моделей елементів енергетичного обладнання за дії експлуатаційних навантажень та комп'ютерному моделюванні статичних та динамічних характеристик.

3.1. Основні співвідношення

Для опису динаміки пружної конструкції та рідини застосовуються фундаментальні принципи механіки суцільного середовища. Розглянемо пружне тіло, що займає область Σ з межею, позначеною як Γ , на яке діють об'ємні та поверхневі сили. Крім того, частина межі, Γ_1 , контактує з рідиною. Моделі неперервного середовища спрямовані на визначення полів напружень σ_{ij} , деформацій ε_{ij} , переміщень u_i , температури T , тиску p і густини ρ як функцій часу. Для визначення цих полів використовується наступні співвідношення:

рівняння руху в напруженнях

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}; \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3.1)$$

співвідношення Коші для малих деформацій

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (3.2)$$

а також умови сумісності деформацій, граничні та початкові умови, рівняння стану, що пов'язує тиск, температуру та густину середовища. Зв'язок між пружними деформаціями та напруженнями описується законом Гука

$$\sigma_{ij}^e = \delta_{ij} \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}^e + \mu \left(\frac{\partial u_j^e}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i^e}{\partial x_j} \right), \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (3.3)$$

Тут $\mu = E[2(1+\nu)]^{-1}$ – модуль зсуву; $\lambda = E\nu[(1+\nu)(1-2\nu)]^{-1}$ – коефіцієнт Ламе; E , та ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона.

3.2 Дискретне формулювання задачі

Для розв'язання рівнянь руху (3.3) використано метод зважених нев'язок. Невідомі функції зображено рядами по базисним фінітним функціям $\{\psi_n\}_{n=1}^{N_1}$, і як пробні використано функції з цього ж самого базису,. Шляхом інтегрування отриманих співвідношень по об'єму та перетворення об'ємних інтегралів у поверхневі інтеграли отримано скінчено-елементне формулювання даної задачі у такому вигляді:

$$[M_S] \ddot{\mathbf{u}}^e + [C_S] \dot{\mathbf{u}}^e + [K_S] \mathbf{u}^e = \{\mathbf{f}_S\} + \{\mathbf{f}_{pr}\} \quad (3.4)$$

де $[M_S]$, $[C_S]$, $[K_S]$ – матриці мас, демпфування та жорсткості, $\{\mathbf{f}_S\}$ – вектор зусиль, що діють на пружне тіло; $\{\mathbf{f}_{pr}\}$ – вектор зусиль, що характеризують тиск рідини на змочені поверхні пружного тіла. Для знаходження вектору $\{\mathbf{f}_{pr}\}$ сформулюємо початково-крайової задачі з механіки рідини.

Якщо рідина є нестисливою та нев'язкою, а її рух безвихровим, то існує потенціал швидкостей Φ , такий що $\mathbf{v}(x, y, z, t) = \operatorname{grad} \Phi(x, y, z, t)$, та задовольняє рівнянню Лапласа. На бокових поверхнях пружного елемента ставимо умови непроникнення. Сформулюємо крайову задачу відносно потенціалу $\Phi(x, y, z, t)$

$$\Delta \Phi = 0, \quad \frac{\partial \Phi^\pm}{\partial \mathbf{n}} = (\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{n}), \quad (3.5)$$

де $\mathbf{n}$ є одиничною нормаллю до поверхні елемента. Величину тиску P визначимо з лінеаризованого інтегралу Коші-Лагранжа

$$P = -\rho_l \left[\frac{\partial \Phi^+(x, y, z, t)}{\partial t} - \frac{\partial \Phi^-(x, y, z, t)}{\partial t} \right], \quad (3.6)$$

Гармонічний потенціал подвійного шару обрано як інтегральне зображення невідомого потенціалу швидкостей

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma(\xi, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_\xi} \left[\frac{1}{|\mathbf{x} - \xi|} \right] dS_\xi, \quad \mathbf{x} = (x, y, z), \quad \xi = (\xi, \eta, \zeta). \quad (3.7)$$

Тут $\Gamma(\xi, t)$ - невідома густина потенціалу, $\mathbf{n}_\xi$ є одиничним вектором нормалі до поверхні S_ξ .

4 Метод заданих форм

Застосовуємо таке подання для визначення невідомих пружних переміщень:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{U}_k(x, y, z), \quad (4.1)$$

в якому $\mathbf{U}_k$ є формами коливань елементу конструкції в повітрі (без врахування приєднаних мас). Маємо

$$\Gamma(\xi, t) = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \Gamma_k(\xi). \quad (4.2)$$

Тут функції $\Gamma_k(\xi)$ визначаються шляхом розв'язання гіперсингулярних інтегральних рівнянь у вигляді

$$\mathbf{n} \Gamma_k = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(\xi) \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{n}_x \partial \mathbf{n}_\xi} \left[\frac{1}{|\mathbf{x} - \xi|} \right] dS_\xi = (\mathbf{U}_k, \mathbf{n}). \quad (4.3)$$

В рівнянні (4.3) інтеграл існує в сенсі Адамара [15], а саме:

$$\mathbf{n} \Gamma_k = \frac{1}{4\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \iint_S \Gamma_k(\xi) \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x} + \varepsilon \mathbf{n}(\mathbf{x})) \partial \mathbf{n}(\xi)} \frac{1}{|\mathbf{x} - \xi|} dS_\xi.$$

З (3.6) отримуємо

$$\Phi^+ - \Phi^- = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \Gamma_k(\mathbf{x}), \quad P = -\rho_l \sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \Gamma_k(\mathbf{x}),$$

де ρ_l – густина рідини.

Власні форми коливань $\mathbf{U}_k$ лопаті в повітрі були розраховані за допомогою методом скінченних елементів (МКЕ), [16]. Числовий розв'язок гіперсингулярного рівняння (4.3) виконано методом граничних елементів (МГЕ) з постійною апроксимацією густини $\Gamma_k(\mathbf{x})$ на елементах [17].

Подання (4.1) дозволяє звести задачу (3.4) до проблеми власних значень з урахуванням приєднаних мас. З використанням співвідношень [18]

$$\mathbf{K}_S(\mathbf{U}_k) = \omega_k^2 \mathbf{M}_S(\mathbf{U}_k), \quad (\mathbf{M}_S(\mathbf{U}_k), \mathbf{U}_j) = \delta_{kj}$$

де ω_k – власні частоти коливань пружного елемента у повітрі, отримаємо за умови відсутності демпфування

$$\ddot{c}_l(t) [\delta_{kl} + \rho_l \sum_{k=1}^N (\mathbf{n} \Gamma_k(\mathbf{x}), \mathbf{U}_l)] + \omega_l^2 \delta_{kl} c_l(t) = (\mathbf{F}, \mathbf{U}_l).$$

Припускаємо, що $\mathbf{F} = 0$, $c_l(t) = C_l \exp(i\Omega_l t)$, будемо мати

$$\omega_l^2 \mathbf{I} \mathbf{C} - \Omega(\mathbf{I} + \rho_l \mathbf{M}_l) \mathbf{C},$$

де $\mathbf{M}_l$ – матриця приєднаних мас рідини

5 Аналіз числових результатів

Спочатку виконано статичний розрахунок лопатки другого вінця останнього ступеня ЦНТ парової турбіни потужністю 1000+ МВт на 1500 об/хв, рисунок 5.1

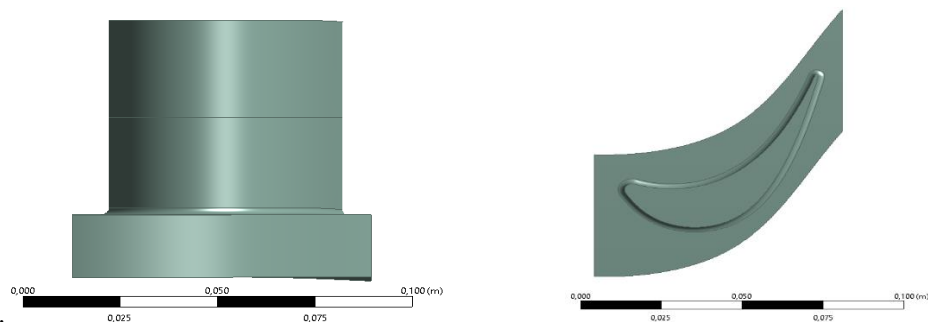


Рис. 5.1 Модель лопатки другого віня

Геометричні та фізичні параметри були обрані такими. Кріплення – по внутрішній поверхні втулки; частота обертання – 1500об/хв; матеріал лопатки сталь з такими характеристиками: густина $\rho = 7850 \text{ кг/м}^3$, модуль пружності $E = 210 \text{ ГПа}$. Побудовані якісні скінчено елементні моделі з кількістю елементів від 700 000 до 2 000 000 в залежності від розміру лопатки. На галтелях і в місцях виникнення максимальних напружень були створені додаткові сітки згущення для отримання більш точних результатів, рисунок 5.2.

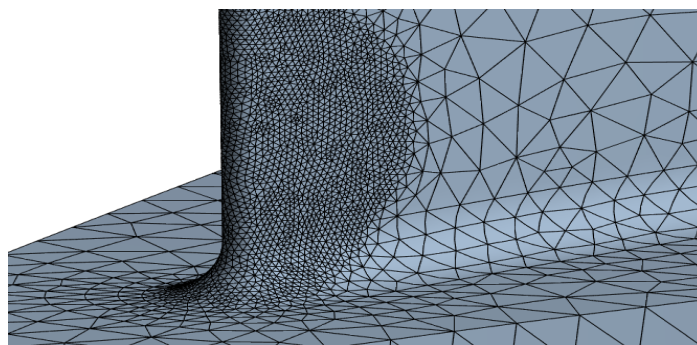


Рис. 5.2 Скінчено-елементна сітка лопатки другого віня

Після побудови сітки за допомогою метода скінченних елементів знаходимо невідомі переміщення шляхом розв'язання системи диференціальних рівнянь (3.4). Далі знаходимо напруження за формулою (3.3). Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень [18], в цій лопатці подано на рисунку 5.3.

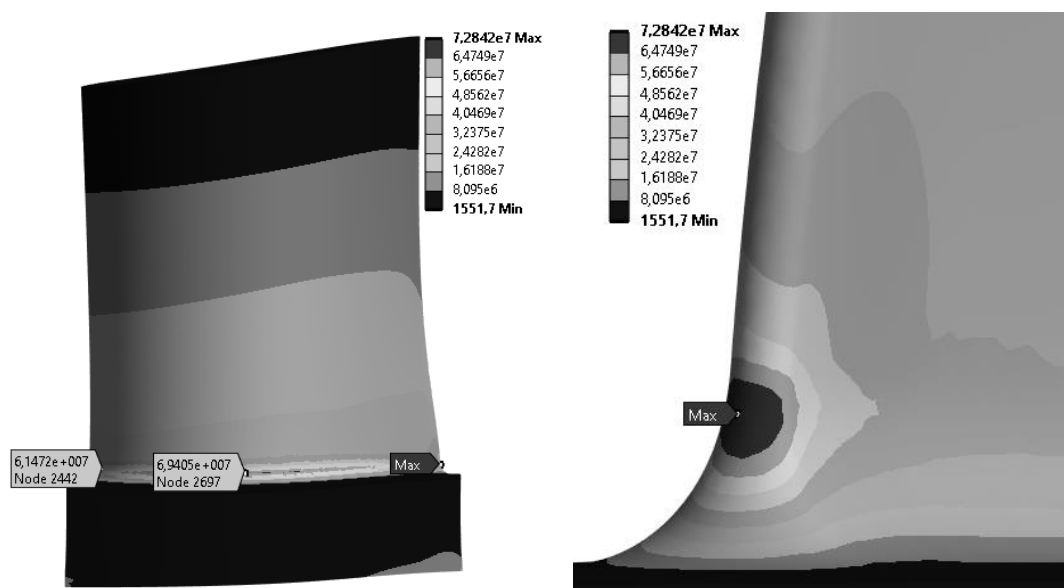


Рис. 5.3 Розподіл напружень в лопатці

Максимальне напруження виникає у кореня лопатки. Спостерігається три максимуми - біля вхідної кромки, на вихідний кромці та посередині довжини лопатки на її зовнішній стороні. Найбільший максимум складає 46Мпа і є безпечним для будь-якої марки сталі.

Встановлено, що лопатки другого вінця не відчувають значних навантажень. Це дозволяє використовувати відносно недорогі матеріали, яких буде достатньо для безвідмовної роботи обладнання протягом тривалого періоду, навіть з урахуванням повзучості і поступової деградації матеріалу. Єдине, що варто додатково враховувати, це температура, до якої будуть розігріті описані лопатки. Висока температура значно знижує властивості конструкційних матеріалів, і навіть високоякісна сталь може не витримати заданих навантажень при підвищених температурах. При виборі матеріалу слід орієнтуватися на те, щоб межа плинності при заданій температурі була приблизно в два рази вище, ніж напруження, що виникають.

Таким же чином, використанням рівнянь (3.4) виконується й модальний аналіз (при цьому $\{f_s\} = \{f_{pr}\} = 0$), оскільки необхідні матриці мас та жорсткості побудовані, й задача зводиться до числового розв'язання проблеми власних значень.

Висновки

Побудовано математичну модель для дослідження статичних та динамічних характеристик елементів гідравлічних та парових турбін. Для побудови дискретної моделі, прийнятної для проведення числових розрахунків, використані методи скінченних та граничних елементів. Проведено дослідження статичного стану лопатки другого вінця останнього ступеня ЦНТ парової турбіни потужністю 1000+ МВт на 1500 об/хв. Виявлені зони максимальних напружень. Надані рекомендації щодо покращення геометричних параметрів моделі, та з можливого застосування матеріалів з покращеними характеристиками. В подальшому передбачається проведення модального аналізу, як з урахуванням, так і без врахування приєднаних мас рідини.

Робота виконана в рамках наукової теми «Удосконалення та розробка основного обладнання турбоагрегатів енергоблоків АЕС, у тому числі з використанням технологій малих модульних реакторів та акумулювання енергії, з метою забезпечення енергетичної безпеки та стійкого розвитку економіки України у воєнний та повоєнний періоди» бюджетної програми «Наукові і науково-технічні (експериментальні) роботи за пріоритетним напрямом «Технології тепло-, електро- та атомної енергетики для забезпечення енергетичної безпеки України» на 2023-2024 рр.», код програмної класифікації видатків (КПКВК) 6541230 (прикладні дослідження).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Murawski K. Technical Stability of Very Slender Rectangular Columns Compressed by Ball-And-Socket Joints without Friction, *Int. Journal of Structural Glass and Advanced Materials Research*, vol. 4(1), pp. 186-208, (2020). DOI: [10.3844/sgamrsp.2020.186.208](https://doi.org/10.3844/sgamrsp.2020.186.208)
2. Герасимов. Г.Г. Виготовлення гідротурбінного обладнання ГЕС – Рівне, 2016, 330с. <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/4735>
3. Bertolini P., Eder M. A., Taglialegne L., Valvo P. S.: Stresses in constant tapered beams with thin-walled rectangular and circular cross sections. *Thin-Walled Structures*, 137, 527–540, (2019), DOI:[10.1016/j.tvs.2019.01.008](https://doi.org/10.1016/j.tvs.2019.01.008).
4. Gontarovskiy, P., Smetankina, N., Garmash, N., Melezhyk, I. Numerical Analysis of Stress-Strain State of Fuel Tanks of Launch Vehicles in 3D Formulation. *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems*, Springer, Cham, 188, 609–619, (2021), DOI:[10.1007/978-3-030-66717-7_52](https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_52)
5. Gimperlein, H., Oezdemir, C., Stephan, E. P., A time-dependent FEM-BEM coupling method for fluid-structure interaction in 3D. *Applied Numerical Math.*, 152, 49 – 65, (2020), <https://doi.org/10.1016/j.apnum.2020.01.023>.
6. Tong C., Shao Y., Bingham H.B. & Hanssen, F.C. W., An Adaptive Harmonic Polynomial Cell Method with Immersed Boundaries: Accuracy, Stability and Applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 122, pp. 2945–2980, 2021. <https://doi.org/10.1002/nme.6648>

7. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Tonkonozhenko A., Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, vol. 25(3), pp.117-132, 2020. [DOI:10.2478/ijame-2020-0038](https://doi.org/10.2478/ijame-2020-0038)
8. Nordin M. H., Hamzah K. B., Khashiie N. S., Waini I., Zainal N. A., Sayed Nordin S. K. Derivation of hyper-singular integral equations for thermoelectric bonded materials featuring a crack parallel to interface. *Mathematical modeling and computing*, 10(4), збю 1230–1238 (2023), [DOI: 10.23939/mmc2023.04.1230](https://doi.org/10.23939/mmc2023.04.1230).
9. Choudhary N., Kumar N., Strelnikova E., Gnitko V., Kriutchenko D., Degtyariov K. Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*, vol. 33(8), 101589, 2021. doi.org/10.1016/j.jksus.2021.101589.
10. Hewett, D. P., Langdon, S. and Chandler-Wilde, S. N.: A frequency-independent boundary element method for scattering by two-dimensional screens and apertures, *IMA J. Numer. Anal.*, 35, pp. 1698–1728, (2015), <https://doi.org/10.1093/imanum/dru043>
11. Sumbatyan, M.A., Mescheryakov, K.I.: Two-dimensional integral equation for a thin wind turbine blade rotating in the round tunnel, *Mechanics Research Communications*, 85, pp. 1-4, (2017), <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2017.07.007>
12. Sierikova, O., Strelnikova, E., Degtyariov, K.: Numerical Simulation of Strength and Aerodynamic Characteristics of Small Wind Turbine Blades. In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds) *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2022. ICTM 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*, 657. Springer, Cham. (2022), https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_31.
13. Salvatore, F., Sarichloo, Z., Calcagni, D.: Marine Turbine Hydrodynamics by a Boundary Element Method with Viscous Flow Correction. *Journal of Marine Science and Engineering*. 6(2),53. (2018), <https://doi.org/10.3390/jmse6020053>
14. Sierikova O., Strelnikova E., Gnitko V. and Degtyarev K.: Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods, *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine, pp. 351-356 (2021), <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086>
15. Avramov, K.V., and E.A. Strel'nikova. "Chaotic oscillations of plates interacting on both sides with a fluid flow." *International Applied Mechanics*, vol. 50, no. 3, 2014, pp. 329-335.
16. Sriti, M.: Improved blade element momentum theory (BEM) for predicting the aerodynamic performances of horizontal Axis wind turbine blade (HAWT), *Technische Mechanik*, 38, pp. 191–202, 2018, [DOI: 10.24352/UB.OVGU-2018-028](https://doi.org/10.24352/UB.OVGU-2018-028).
17. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariov K., Strelnikova E. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, vol.126, pp.189-200, 2019. WIT Press, <https://doi.org/10.2495/BE420171>.
18. Gnitko, V., Martynenko, O., Vierushkin, I., Kononenko, Y., Degtyarev, K. (2023). Coupled Finite and Boundary Element Methods in Fluid-Structure Interaction Problems for Power Machine Units. In: Altenbach, H., et al. *Advances in Mechanical and Power Engineering. CAMPE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-18487-1_29

REFERENCES

1. K.Murawski, (2020). Technical Stability of Very Slender Rectangular Columns Compressed by Ball-And-Socket Joints without Friction, *Int. Journal of Structural Glass and Advanced Materials Research*, vol, 4(1), pp. 186-208, [DOI: 10.3844/sgamrsp.2020.186.208](https://doi.org/10.3844/sgamrsp.2020.186.208)
2. G.G.Gerasimov, (2016). Production of hydro turbine equipment for hydroelectric plants – Rivne, 2016, 330c. <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/4735>
3. P. Bertolini, M. A. Eder, L. Taglialegne, P. S.: Valvo (2019). Stresses in constant tapered beams with thin-walled rectangular and circular cross sections. *Thin-Walled Structures*, 137, pp. 527–540, [DOI:10.1016/j.tws.2019.01.008](https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.01.008).

4. P. Gontarovskiy, N. Smetankina, N. Garmash, I. Melezhyk, (2021). Numerical Analysis of Stress-Strain State of Fuel Tanks of Launch Vehicles in 3D Formulation. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2020. *ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems*, Springer, Cham, 188, pp. 609–619, [DOI:10.1007/978-3-030-66717-7_52](https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_52)
5. H. Gimperlein, C. Oezdemir, E. P. Stephan, (2020). A time-dependent FEM-BEM coupling method for fluid-structure interaction in 3D. *Applied Numerical Math.*, 152, pp. 49 - 65, <https://doi.org/10.1016/j.apnum.2020.01.023>.
6. C. Tong, Y. Shao, H. B. Bingham & F. C. W. Hanssen, (2021) An Adaptive Harmonic Polynomial Cell Method with Immersed Boundaries: Accuracy, Stability and Applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 122, pp. 2945–2980, <https://doi.org/10.1002/nme.6648>
7. E. Strelnikova, D. Kriutchenko, V. Gnitko, A. Tonkonozhenko, (2020). Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations, *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 25, Issue 3, P. 117-132, [DOI: 10.2478/ijame-2020-0038](https://doi.org/10.2478/ijame-2020-0038).
8. M. H. Nordin, K. B. Hamzah, N. S. Khashiie, I. Waini, N. A. Zainal S. K. Sayed Nordin, (2023), Derivation of hyper-singular integral equations for thermoelectric bonded materials featuring a crack parallel to interface. *Mathematical modeling and computing*, 10(4), 1230–1238 [DOI: 10.23939/mmc2023.04.1230](https://doi.org/10.23939/mmc2023.04.1230).
9. N. Choudhary, N. Kumar, E. Strelnikova, V. Gnitko, D. Kriutchenko, K. Degtyariov, (2021). Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*, vol. 33(8), 101589, doi.org/10.1016/j.jksus.2021.101589.
10. O. Sierikova, E. Strelnikova, Gnitko V, Degtyarev K. (2021). Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods. *IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, pp. 351–356, [doi: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086](https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086)
11. V. Gnitko, A. Karaiev, K. Degtyariov, E. Strelnikova, (2019). Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, Vol. 126, P. 189-200, WIT Press, [DOI:10.2495/BE420171](https://doi.org/10.2495/BE420171).
12. O. Sierikova, E. Strelnikova, K. Degtyariov, (2022), Numerical Simulation of Strength and Aerodynamic Characteristics of Small Wind Turbine Blades. In: *Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds) Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2022. ICTM 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*, 657. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_31.
13. F. Salvatore, Z. Sarichloo, D. Calcagni, (2018). Marine Turbine Hydrodynamics by a Boundary Element Method with Viscous Flow Correction. *Journal of Marine Science and Engineering*. 6(2), 53. <https://doi.org/10.3390/jmse6020053>
14. O. Sierikova, E. Strelnikova and K. Degtyariov, (2022). Strength Characteristics of Liquid Storage Tanks with Nanocomposites as Reservoir Materials, *2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine, pp. 1-7, [DOI:10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916369](https://doi.org/10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916369).
15. K. V. Avramov, and E. A. Strel'nikova. (2014) Chaotic oscillations of plates interacting on both sides with a fluid flow. *International Applied Mechanics*, vol. 50, no. 3, 2014, pp. 329-335.
16. M. Sriti, (2018). Improved blade element momentum theory (BEM) for predicting the aerodynamic performances of horizontal Axis wind turbine blade (HAWT), *Technische Mechanik*, 38, pp. 191–202, [DOI: 10.24352/UB.OVGU-2018-028](https://doi.org/10.24352/UB.OVGU-2018-028).
17. V. Gnitko, A. Karaiev, K. Degtyariov E. Strelnikova, (2019). Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, vol. 126, pp. 189-200, WIT Press, <https://doi.org/10.2495/BE420171>.
18. V. Gnitko, O. Martynenko, I. Vierushkin, Y. Kononenko, K. Degtyarev, (2023). Coupled Finite and Boundary Element Methods in Fluid-Structure Interaction Problems for Power Machine Units. In: *Altenbach, H., et al. Advances in Mechanical and Power Engineering . CAMPE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-18487-1_29

Rusanov Roman	<i>PhD, senior researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>
Bykov Yurij	<i>PhD, senior researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>
Degtyarev Kyryl	<i>PhD, researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>Vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>
Strelnikova Olena	<i>DSc, Prof., leading researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>
Chugay Marina	<i>PhD, senior researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>

Computer modelling of strength and vibrations of steam turbine elements

The objective of this study is to develop an effective method for analyzing the strength and vibrations of steam turbine components.

Relevance

In modern circumstances, the need to replace or upgrade equipment that has been in operation for extended periods has become increasingly critical. The rising demands for enhanced reliability and efficiency of power plants have made the modernization of hydroturbine and steam turbine systems at hydroelectric facilities a pressing priority. The situation with power equipment has become particularly challenging in the context of ongoing hostilities. During operation, the blades of hydraulic and steam turbines are exposed to significant loads from the working medium (fluid) they interact with, resulting in forced oscillations. If the natural frequencies of these oscillations align with the frequencies of external forces, resonance can occur, potentially causing severe damage or even complete equipment failure. This underscores the importance and timeliness of this study, which seeks to address these critical issues and enhance the performance and reliability of turbine equipment.

Research methods

To solve the problem of modelling the strength and vibrations of steam turbine elements, the methods of given modes as well as finite and boundary element methods were used

The results

Both continuous and discrete mathematical models were created to assess stresses and deformations in elastic elements of structures and to determine the frequencies and modes of their free oscillations. The discrete mathematical model employs finite and boundary element methods. Using the finite element method, the static characteristics and free oscillation modes of blades in air are calculated. The boundary element method is used to determine the matrix of attached fluid masses, assuming the fluid is incompressible, ideal, and its motion induced by the blade oscillations is vortex-free. The fluid pressure problem is simplified to a hypersingular integral equation, for which an effective numerical solution method is proposed. The method is relied on analytical formulae for calculating both singular and hypersingular parts. Additionally, the stress-strain state and deflections of the blade under aerodynamic, weight, and inertial loads are determined. Areas of maximum stress are identified, and recommendations for improving the geometric parameters of the model and the potential use of materials with enhanced properties are provided.

Conclusions

The mathematical model has been developed to analyze the static and dynamic characteristics of hydraulic and steam turbine components. To create a discrete model suitable for numerical simulations, the finite element and boundary element methods were employed. The static state of the blade in the second crown of the final stage of a CNT steam turbine, operating at a capacity of over 1000 MW and a speed of 1500 rpm, has been thoroughly investigated. Zones of maximum stress were identified, providing critical insights into the structural performance. Based on the findings, recommendations have been proposed to optimize the geometric parameters of the blade and explore the potential application of materials with enhanced properties. Future work will involve conducting a detailed modal analysis to evaluate the vibrational characteristics of the blade, both with and without considering the attached fluid masses, to gain deeper insights into its dynamic behavior.

Keywords: finite and boundary element methods, steam turbine blades, stress-strain state, attached fluid masses, hypersingular integral equations..

Keywords: finite and boundary element methods, steam turbine blades, stress-strain state, attached fluid masses, hypersingular integral equations.

Наукове видання

**Вісник Харківського національного університету
імені В. Н. Каразіна**

Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології.
Автоматизовані системи управління»

Випуск 63

Збірник наукових праць

Українською та англійською мовами

Комп'ютерне верстання О.О. Афанасьєва

Підписано до друку 30.11.2024 р.
Формат 60х84/8. Папір офсетний. Друк цифровий.
Ум. друк. арк. – 5,7.
Обл.– вид. арк. – 7,1.
Наклад 50 пр. Зам. № 63/2024
Безкоштовно

Видавець і виготовлювач
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3367 від 13.01.09

Видавництво Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
тел.: 705-24-32