Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

ВІСНИК

Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна

Серія
«Математичне моделювання.
Інформаційні технології.
Автоматизовані системи управління»

Випуск 55

Серія заснована 2003 р.

BULLETIN

of V.N. Karazin Kharkiv National University

Series
«Mathematical Modeling.
Information Technology.
Automated Control Systems»

Issue 55

First published in 2003

Харків
2022

Статті містять дослідження у галузі математичного моделювання та обчислювальних методів, інформаційних технологій, захисту інформації. Висвітлюються нові математичні методи дослідження та керування фізичними, технічними та інформаційними процесами, дослідження з програмування та комп'ютерного моделювання в наукоємних технологіях.

Для викладачів, наукових працівників, аспірантів, працюючих у відповідних або суміжних напрямках.

Наказом Міністерства освіти і науки України від 17.03.2020 № 409 наукове фахове періодичне видання Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» включено до Категорії «Б» Переліку наукових фахових видань України за наступними спеціальностями: 113 – Прикладна математика;122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології; 123 – Комп'ютерна інженерія; 125 – Кібербезпека.

Затверджено до друку рішенням Вченої ради Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (протокол № 17 від 31.10.2022 р.)

Редакційна колегія:

Азарєнков М.О. (гол. редактор), д.ф.-м.н., академік НАН України, проф., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Жолткевич Г.М. (заст. гол. редактора), д.т.н., проф. ФМІ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Лазурик В.Т. (заст. гол. редактора), д.ф.-м.н., проф., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Споров О.Є. (відповідальний секретар), к.ф.-м.н., доц. ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Замула О. А., д.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Золотарьов В.О., д.ф.-м.н., проф., ФТІНТ імені Б.І. Веркіна НАН України

Куклін В.М., д.ф.-м.н., проф., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Мацевитий Ю.М., д.т.н., академік НАН України, проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

Рассомахін С. Г., д.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Руткас А.Г., д.ф.-м.н., проф., ФМІ ХНУ імені В. Н. Каразіна

Стєрвоєдов М.Г., к.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Толстолузька О. Г. д.т.н.,с.н.с., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Угрюмов М. Л., д.т.н., проф., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Шейко Т.І., д.т.н., проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

Шматков С. І., д.т.н., проф., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Щербина В.А., д.ф.-м.н., проф., ФМІ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Раскін Л.Г., д.т.н., проф., Національний технічний університет "ХПІ"

Стрельнікова О.О., д.т.н., проф. Ін-т проблем машинобудування НАН України

Соколов О.Ю., д.т.н., проф., кафедра прикладної інформатики, університет імені Миколая Коперника, м. Торунь (Польща)

Prof. **Harald Richter**, Dr.-Ing., Dr. rer. nat. habil. Professor of Technical Informatics and Computer Systems, Institute of Informatics, Technical University of Clausthal, Germany

Prof. **Philippe Lahire**, Dr. habil., Professor of computer science, Dep. of C. S., University of Nice-Sophia Antipolis, France

Адреса редакційної колегії: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 6, ХНУ імені В. Н. Каразіна, к. 534.
Тел. +380 (57) 705-42-81, Email: journal-mia@karazin.ua.

Мова публікації: українська, англійська, російська.

Статті пройшли внутрішнє та зовнішнє рецензування.

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ № 21578-11478 Р від 18.08.2015.

© Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, оформлення, 2022

The articles are present research in the field of mathematical modeling and computing methods, information technologies, information security. New mathematical methods of research and management of physical, technical and information processes, research on programming and computer modeling in science-intensive technologies are covered.

For teachers, researchers, graduate students working in relevant or related fields.

By the order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 17.03.2020 № 409 scientific professional periodical Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University series "Mathematical modeling. Information Technologies. Automated control systems" is included in Category "B" of the List of scientific professional publications of Ukraine in the following specialties: 113 – Applied Mathematics, 122 – Computer Science and Information Technology; 123 – Computer engineering; 125 – Cybersecurity.

Approved for publication by the decision of the Academic Council of V.N. Karazin Kharkiv National University (Minutes № 17 of 31.10.2022).

Editorial Board:

Azarenkov M.O. (Chief Editor), Acad. Of the NAS of Ukraine, Dr. Sc., Prof., HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zholtkevich G.M. (Deputy Editor), Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

Lazurik V.T. (Deputy Editor), Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Sporov O.E., (Executive Secretary), Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zamula A.A., Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zolotarev V.A., Dr. Sc, Prof. B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine

Kuklin V.M., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Matsevity Yu.M., Acad. Of the NAS of Ukraine, Dr. Sc., Prof., DPE V.N. Karazin Kharkiv National University

Rossomakhin S.G., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Rutkas A.G., Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

Styervoyedov N.G., Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Tolstoluzka O.G., Dr. Sc, Assoc. Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Ugryumov M.L., Dr. Sc, Prof. HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Sheyko T.I., Dr. Sc, Prof. DPE V.N. Karazin Kharkiv National University

Shmatkov S.I., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Shcherbina V.A., Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

Raskin L.G., Dr. Sc, Prof. National Technical University "Kharkiv Polytechnic institute"

Strelnikova E.A., Dr. Sc, Prof., NASU A. Pidgorny Institute of Engineering Problems

Sokołov O.Yu., Dr. Sc, Prof. Nicolaus Copernicus University, Torun, Poland

Prof. **Harald Richter**, Dr.-Ing., Dr. rer. nat. habil. Professor of Technical Informatics and Computer Systems, Institute of Informatics, Technical University of Clausthal, Germany

Prof. **Philippe Lahire**, Dr. habil., Professor of computer science, Dep. of C. S., University of Nice-Sophia Antipolis, France

Editorial Address: 61022, Kharkiv, Svobodi sq., 6, V.N. Karazin Kharkiv National University, r. 534.
Phone. +380 (57) 705-42-81, Email: journal-mia@karazin.ua.

Language of publication: Ukrainian, English, Russian.

The articles pass internal and external review.

Certificate of state registration: KV № 21578-11478P dated 18.08.2015

© V.N. Karazin Kharkiv National University, 2022

ЗМІСТ

▪ **Донець В. В., Шевченко Д. О., Стрілець В. Є., Шматков С. І.. . . . . 6**
Агентно-орієнтований метод кластеризації даних оптового дистриб'ютора

▪ **Кончаковська О.С., Сидоров М.В. 19**
Двобічний ітераційний метод на основі використання функції Гріна
в задачах чисельного аналізу деяких електромеханічних систем

▪ **Мороз О. Ю. 32**
Технологія семантико-числової верифікації часопараметризованих паралельних
програм для інформаційних і управляючих систем

Рева С. М. Цибліев Д. О. 38
Комп'ютерні методи розпізнавання та аналізу параметрів рентгенівського
і гамма-випромінювання

▪ **Стрілець В. Є, Дорошенко М. І. 49**
Аналіз і прогнозування характеристик комп'ютерної мережі

▪ **Тележенко Д.О., Толстолузька О. Г. 58**
Концептуальна модель синтезу архітектури віртуальних розподілених систем

CONTENTS

▪ **Donets V., Strilets V., Shevchenko D., Shmatkov S. 6**
Investigation of the dynamics of four waves covid-19 in European countries

▪ **Konchakovska O., Sidorov M. 19**
Two-sided iterative method based on the use of the Green's function
in problems of numerical analysis of some electromechanical systems

▪ **Moroz O. 32**
Technology of semantic-numerical verification of time-parameterized parallel
programs for information and control systems

▪ **Reva S.M., Tsybliyev D.O. 38**
Computer methods of recognition and analysis of X-ray and gamma radiation parameters

Strilets V., Doroshenko M. 49
Analysis and forecasting of computer network characteristics

Telezhenko D., Tolstoluzka O. 58
A conceptual model for synthesizing the architecture of virtual
distributed systems

DOI: https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-01

УДК (UDC) 519.254

Донець Володимир Віталійович *аспірант*
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, Харків, Україна, 61022
e-mail: vol.donets@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-5963-9998

Стрілець Вікторія Євгенівна *к.т.н., доцент кафедри теоретичної та прикладної системотехніки*
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, Харків, Україна, 61022
e-mail: viktoria.strilets@karazin.ua
https://orcid.org/0000-0002-2475-1496

Шевченко Дмитро Олександрович *аспірант*
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, Харків, Україна, 61022
e-mail: dimyich24@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-7897-250X

Шматков Сергій Ігорович *д.т.н., проф., завідувач кафедри теоретичної та прикладної системотехніки*
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, Харків, Україна, 61022
e-mail: s.shmatkov@karazin.ua*;*
https://orcid.org/0000-0002-0298-7174

Агентно-орієнтований метод кластеризації даних оптового дистриб'ютора

Мета роботи полягає в підвищенні точності кластеризації даних, та визначення цільової кількості кластерів даних, генерованих динамічними економічними системами, за допомогою використання агентно-орієнтованого методу кластеризації з впровадженням методів попередньої обробки даних.
Методи дослідження: в ході виконання досліджень були використані методи обробки та підготовки даних, міри елементної відстані та методи кластеризації. Програмне забезпечення розроблено за допомогою мови Python, були використані бібліотеки scikit-learn, NumPy, SciPy, Pandas, PyTorch й інші.
У **результаті** роботи дані оптового дистриб'ютора було оброблено методами попередньої обробки даних, такими як: визначення пропущених значень, визначення асиметрії та перетворення Бокса-Кокса, проведена нормалізація даних з методом мін-макс нормалізації та проведене зменшення розмірності з методам PCA та t-SNE. Був застосований агентно-орієнтований метод кластеризації з різними метриками (Мангеттенська відстань, відстань Махаланобіса з оберненим значення функції приналежності, дивергенція Кульбака-Лейблера та крос-ентропія). Дивергенція Кульбака-Лейблера показала найкращі результати точності й була обрана для подальшого тестування. Також була протестована спроможність агентно-орієнтованого методу визначати кількість кластерів. Використання методів попередньої обробки даних показало явну присутність 3-х цільових кластерів, що було підтверджено методом.
Висновки: розроблений метод показав високі результати точності кластеризації за рахунок проведеної обробки даних, правильно обраної міри елементної відстані та використання агентно-орієнтованого підходу. Цей метод можна використовувати для покращення якості кластеризації даних динамічних економічних систем, але метод вимагає доопрацювання в збільшенні гнучкості щодо визначення розміру агентів-кластерів
Ключові слова: нечітка кластеризація, мультиагентний підхід, обробка даних, перетворення Бокса-Кокса, метод PCA, метод t-SNE, автокодувальник, дивергенція Кульбака-Лейблера, відстань Махаланобіса, Мангеттенська відстань.

Як цитувати: Донець В. В., Шевченко Д. О., Стрілець В. Є., Шматков С. І. Агентно-орієнтований метод кластеризації даних оптового дистриб'ютора. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2022. вип. 55. С.6-18. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-01

How to quote: V.V. Donets, D.O. Shevchenko, V.Y. Strilets, S.I. Shmatkov, "Agent-oriented method of clustering the wholesale distributor data" *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series "Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 55, pp. 6-18, 2022. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-01

© Донець В. В., Шевченко Д. О., Стрілець В. Є., Шматков С. І., 2022

1 Вступ

У сучасному світі значимість використання методів машинного навчання в різних сферах діяльності людини важко переоцінити. Однією з таких сфер є управління динамічним економічними системами, дослідження яких вимагає ретельного аналізу великих обсягів даних та виявлення складних взаємозв'язків. Використання методів машинного навчання для ефективного управління економічними системами може надати нові підходи та результати, що сприятимуть покращенню прогнозування економічних показників, виявленню тенденцій та залежностей.

Існують різні методи машинного навчання, які можуть допомогти з покращенням якості прогнозування економічних показників [1], але вони не передбачають використання методів попередньої обробки даних та не мають задовільної точності кластеризації. Крім того їм притаманна проблема невизначеності цільової кількості кластерів.

Мета роботи полягає в підвищенні точності кластеризації даних, та визначення цільової кількості кластерів даних, генерованих динамічними економічними системами, за допомогою використання агентно-орієнтованого методу кластеризації з впровадженням методів попередньої обробки даних. Об’єктом роботи є динамічні економічні системи, а предметом – моделі, методи та інформаційні технології кластеризації та обробки даних.

2 Аналіз літератури

Вирішення теоретичних і практичних проблем аналізу даних моніторингу динамічних економічних систем за допомогою методів машинного навчання становить великий інтерес для дослідників в Україні та поза її межами.

На сьогодні опубліковано низку робіт, що описують використання методів машинного навчання задля вирішення задач класифікації, кластеризації та прогнозування різноманітних даних. У роботі [1] розглядалося прогнозування економічного індексу діяльності фермерського господарства за допомогою методів Linear Regression, k-means, Random Forest, Gradient Boosting та Neural Networks. Також в роботі [1] зазначено, що нейромережі отримують менше значення середньоквадратичної помилки на відміну від методу кластеризації k-means, але вимагають значно більше обчислювальних ресурсів для навчання й, особливо, під час прогнозування. В роботі [2] показана розробка програмного забезпечення для мульти-об’єктного аналізу економічних, механічних та екологічних властивостей цементних композитів з використанням методів неінформованого навчання. В роботі [3] розглядається використання методу k-means для аналізу популяції риби й забезпечення сталого рибальства, показано, що k-means надає більшу точність у порівнянні з SVM методом. Автори статті [4] розробили прогнозну економічну модель з використанням методів машинного навчання. В роботі [5] за допомогою класичних методів і штучних нейромереж прогнозуються впливи соціальних та економічних факторів на ціну нафти.

Використання агентно-орієнтованого підходу кластеризації вже розглядалося в роботі [6] для удосконалення системи медичного моніторингу. Автори показали значне покращення якості кластеризації в порівнянні з традиційними методами та виділили декілька можливих метрик, що можуть поліпшити якість кластеризації для різних типів даних.

Як видно з аналізу літератури впровадження методів штучного інтелекту для аналізу динамічних економічних систем є актуальною проблемою, але у зазвичай використовуються прості методи без використання модифікацій [1–5]. Агентно-орієнтований підхід в кластеризації вже показав покращення якості кластеризації для даних систем медичного моніторингу [6], тому доцільно буде запровадити його для аналізу даних динамічних економічних систем.

3 Теоретичні відомості

Методи кластеризації є важливим інструментом у сфері обробки даних та машинного навчання. Методи можна розділити по типам формування кластерів. Основні з них це:

– центроїдні методи, які представляють кожен кластер єдиним вектором. До них відносяться популярні k-means, c-means та їх модифікації. Мають невисокі вимоги до продуктивності, але обмежені центроїдним уявленням кластерів;

– методи, засновані на щільності, наприклад DBSCAN та OPTICS, в яких області більшої щільності визначаються за кластери [7]. Найбільшою проблемою методів є складність визначення значущих кластерів в наборах даних різної щільності [7];

– графові методи, в яких кластери визначаються графами, що побудовані на елементах вибірок, до них можна віднести HCS. Серед недоліків слід зазначити високу складність й специфічність даних з якими методи дають якісні результати [8];

– нейронні методи, ще відомі як нейронні мережі неінформованого навчання. До них можна віднести нейромережі Кохонена або SOM. Серед недоліків – високі вимоги до обчислювальних потужностей, складності з визначенням початкових ваг та часте розділення одного кластеру [9].

Розглянемо центроїдні методи, а саме метод c-means. Основна ідея методу c-means полягає в тому, що кожен об'єкт у наборі даних належить до одного з певного числа кластерів. Кожен кластер характеризується центроїдом, який представляє середнє значення атрибутів об'єктів у кластері. Метод c-means намагається мінімізувати суму квадратів відстаней між об'єктами і центроїдами їхніх кластерів [6].

Серед основних переваг методу c-means слід зазначити:

– простота: є відносно простим у реалізації та розумінні, не вимагає складних математичних обчислень та алгоритмів;

– швидкість: метод виконується досить швидко, особливо на великих наборах даних. C-means може бути ефективно застосований для швидкої кластеризації;

– застосовується до різних типів даних: може бути використаний для кластеризації різних типів даних, включаючи числові, категоріальні та бінарні дані, але потребує попередньої обробки.

Але метод c-means також має певні недоліки:

– залежність від початкового вибору центроїдів. Результати методів c-means можуть значно змінюватись залежно від початкового вибору центрів. Це може впливати на якість кластеризації та може призвести до отримання різних результатів при кожному запуску алгоритму;

– чутливість до шуму. Випадкові аномалії або викиди можуть вплинути на формування кластерів та призвести до неправильної кластеризації;

– обмеження форми кластерів. Методи c-means передбачають, що кластери мають форму сфери і однаковий розмір. Це може бути недостатньо гнучким для деяких типів даних, де кластери можуть мати складніші форми та розподіл.

У попередніх роботах [6, 10] вже розглядалося усунення недоліків з використанням відстані Махаланобіса, модифікації методу навчання та використання різних метрик, що призвело до покращення показників якості розпізнавання й підвищення рівня нечутливості до шуму.

Агентно-орієнтовані методи є потужними інструментами в галузі штучного інтелекту та мультиагентних систем. Вони базуються на ідеї моделювання окремих "агентів" зі своїм власним станом, здатностями до сприйняття, взаємодії та прийняття рішень. Ці методи дозволяють досліджувати складні системи, в яких взаємодіють багато агентів з різними характеристиками та поведінкою [11].

Основні переваги агентно-орієнтованих методів [11]:

– моделювання складних систем. Агентно-орієнтовані методи дозволяють моделювати складні системи, в яких агенти взаємодіють один з одним та з оточуючим середовищем. Це дозволяє вивчати властивості та поведінку систем, що складаються з багатьох взаємодіючих компонентів;

– гнучкість та адаптивність. Агенти в агентно-орієнтованих системах можуть бути гнучкими та адаптивними, здатними до зміни своєї стратегії та поведінки відповідно до змін у середовищі. Це дозволяє їм ефективно пристосовуватись до нових умов та вирішувати складні завдання;

– розподіленість. Агентно-орієнтовані методи підтримують розподілений підхід до обробки інформації та виконання розрахунків. Кожен агент може мати свою власну локальну інформацію та приймати рішення на основі цієї інформації. Це дозволяє ефективно розподіляти завдання та підвищувати швидкодію та масштабованість систем.

Серед недоліків агентно-орієнтованого методів зазначимо [11]:

– складність реалізації. Розробка агентно-орієнтованих систем може бути складною задачею, оскільки вимагає моделювання взаємодії та поведінки багатьох агентів. Вибір правильних стратегій та алгоритмів для агентів також може бути викликом;

– обмежена доступність даних. Агенти можуть мати обмежений доступ до інформації про стан системи та інших агентів. Це може призвести до обмежень у їх здатності приймати оптимальні рішення;

– проблеми координації. Взаємодія багатьох агентів може вимагати складної координації та комунікації між ними. Управління великою кількістю агентів та забезпечення синхронізації може бути викликом.

4 Агентно-орієнтована модифікація методу кластеризації

Для порівняння якості кластеризації при використанні різних метрик було вирішено обрати метрики, що використовувались в попередніх роботах [6, 10]:

$$d(x_{ij}, c_j) = \begin{cases} d_1(x_{ij}, c_j) & (I) \\ w_{ij}^{-1} d_1(x_{ij}, c_j) & (II) \\ -D_{KL}(x_{ij}, c_j) & (III) \\ p(x_{ij}, c_j^{t-1}) * \log_2 p(x_{ij}, c_j^t) & (IV) \end{cases}, \quad (1)$$

де I – це відстань Мангеттенська відстань, II – відстань Махаланобіса з оберненими значення функції приналежності, III – дивергенція Кульбака-Лейблера, IV – крос-ентропія.

Маючи відстань для визначення між-елементної відстані, отримаємо вираз для визначення функції витрат для кожного кластеру, тобто середню міру внутрішньокласової відстані:

$$cl_loss(P_j) = \frac{1}{|P_j|} \sum_{i=1}^{|P_j|} d(x_{ij}, c_j). \quad (2)$$

Тоді за виразом (2) визначимо загальну функцію витрат для оцінки поточної якості кластеризації:

$$loss(X^t) = \frac{1}{K^t} \sum_{j=1}^{K^t} cl_loss(P_j). \quad (3)$$

Відповідно до роботи [6] визначимо алгоритм агентно-орієнтованої модифікації методу c-means:

1. Визначити початкову кількість кластерів та встановити обмеження на кількість елементів в кожному кластері. Обрати центри кластерів серед елементів вхідної вибірки.
2. За обраною між-елементною відстанню визначити набір найближчих елементів до кожного з кластерів. Отримані центр та найближчі елементи є агент-кластером.
3. Обчислити значення приналежності до кожного з кластерів, та обчислити значення розподілу параметрів та обчислити нові центри кластерів.
4. За обраною між-елементною відстанню визначити набір найближчих елементів до кожного з кластерів.
5. Для кожного кластеру за виразом (2) обчислити значення функції витрат.
6. Оцінити поточну якість кластеризації за виразом (3). У випадку режиму роботи алгоритму в автопошуку оптимальної кількості кластерів, та збільшенні значення функції витрат зупинити алгоритм.
7. Провести відбір агентів-кластерів та відкинути агент-кластер з найбільшим значенням функції витрат.
8. Повернутися до 2 етапу, за умови, що цільова кількість кластерів не досягнута.

5 Набір даних

У дослідженні використаний для аналізу набір даних «Wholesale customers» [12]. Дані цього набору відносяться до клієнтів оптового дистриб'ютора, а сам набір даних включає річні витрати в грошових одиницях на різні категорії продуктів. Він складається з 440 записів із 8 змінними стану (параметрами), такими як:

- «Fresh» – річні витрати на свіжу продукцію;
- «Milk» – річні витрати на молочні продукти;
- «Grocery» – річні витрати на продовольчі товари;

- «Frozen» – річні витрати на заморожені продукти;
- «Detergents_Paper» – річні витрати на миючі засоби та паперові вироби;
- «Delicatessen» – річні витрати на делікатесні продукти;
- «Channel» – канал клієнтів, готель/ресторан/кафе або роздрібний канал;
- «Region» – регіон клієнта.

Розглядаючи задачу кластеризації даних, було сформовано три кластера, використовуючи змінну стану «Region». Ця змінна стану включає в себе три регіони (кластери) з загальною кількістю альтернатив позначених в дужках: Лісабон (77), Опорто (47), інший регіон (316). Враховуючи що змінна «Channel» є категоріальною, то в даній роботі вона не буде використовуватися.

6 Попередня обробка даних

Для виконання завдань попередньої обробки даних була використана мова програмування Python та допоміжні бібліотеки, такі як Pandas, SciPy, NumPy, matplotlib, seaborn, scikit-learn та інші. Мова програмування Python є потужним інструментом для попередньої обробки даних завдяки наявності бібліотек, які дозволяють з легкістю проводити експерименти, аналіз даних, будувати графіки, обробляти та трансформувати дані.

6.1 Пропущені значення

Дуже часто в реальних наборах даних присутні пропущені значення, які не дозволяють використовувати математичні моделі та методи машинного навчання. Через це з'являється необхідність у попередній перевірці та видаленні / заповненні пропущених значень. Незважаючи на те, що автор набору даних зазначив, що в поточному немає пропущених значень, була перевірена їх наявність за допомогою бібліотеки Pandas шляхом завантаження набору даних та виконання відповідної функції для пошуку пропущених значень. У результаті перевірки набору даних пропущених значень не виявлено, що дозволяє використовувати його в подальшому дослідженні.

6.2 Перевірка асиметрії даних

Однією з важливих частин для отримання високих результатів моделей машинного навчання є приведення даних до нормального розподілу та робота з асиметрією даних. Для роботи з асиметрією даних та візуалізації графіків були використані бібліотеки SciPy та seaborn відповідно.

Були побудовані діаграми ящиків з вусами (рис. 1) для оригінальних даних. Не важко бачити, що дані мають досить широкий розподіл, викиди та асиметрію. Додатково були визначені коефіцієнти асиметрії для кожної змінної (табл. 1).

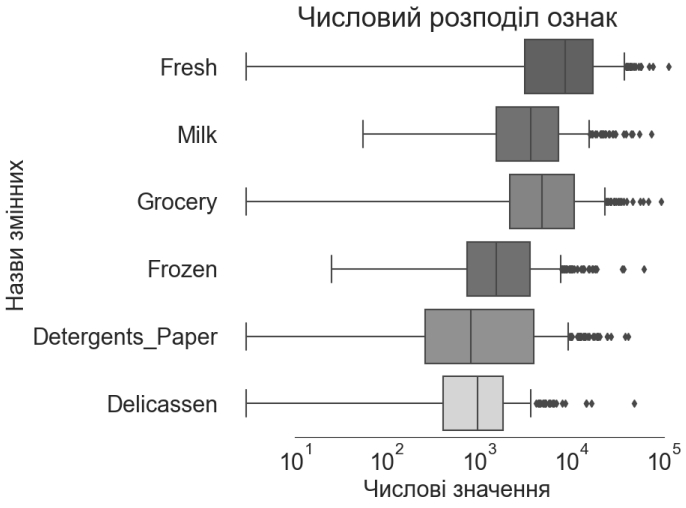


Рис. 1 – Діаграми ящиків з вусами для оригінальних даних

Таблиця 1. Коефіцієнти асиметрії

Змінна	**Коефіцієнт асиметрії**
Delicassen	11.11
Frozen	5.89
Milk	4.04
Detergents_Paper	3.62
Grocery	3.58
Fresh	2.55

Результати досліджень вказують на наявність асиметрії, тому для зменшення асиметрії та приведення розподілів змінних до нормального розподілу було використане перетворення Бокса-Кокса [13]. Після цього перетворення коефіцієнти асиметрії (табл. 2) значно знизилися та дані були приведені до нормального розподілу.

Таблиця 2. Порівняння коефіцієнтів асиметрії

Змінна	**Коефіцієнт асиметрії (до)**	**Коефіцієнт асиметрії (після)**
Delicassen	11.11	0.02
Frozen	5.89	0.003
Milk	4.04	0.01
Detergents_Paper	3.62	-0.03
Grocery	3.58	0.10
Fresh	2.55	-0.01

Про це також свідчать діаграми ящиків з вусами та гістограми розподілів, які відображені на рис 2.

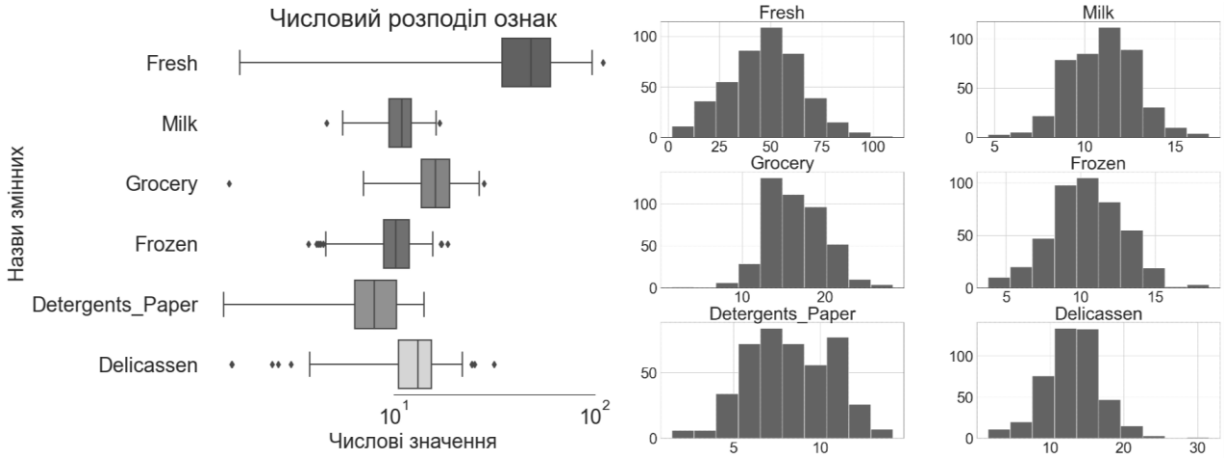


Рис. 2 – Діаграми ящиків з вусами та гістограми розподілів

6.3 Нормалізація даних

Існує багато підходів до нормалізації даних, які знаходять своє застосування у різних задачах, включаючи кластеризацію даних. Для розглядуваної задачі є досить важливим відстань між альтернативами, для кожної альтернативи повинен бути однаковий мінімум та максимум значень змінних стану. Тому в даному випадку найкращим методом нормалізації є мін-макс нормалізація (масштабування). Цей метод дозволяє нормалізувати кожну змінну альтернативи до певного діапазону значень. У роботі дані були нормалізовані до діапазону від 0 до 1 включно. Загальна формула для мін-макс нормалізації до діапазону [0, 1]

$$x_{res} = \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}, \tag{4}$$

де x є оригінальним значенням, а x_{res} – нормалізоване значення.

Також побудуємо діаграми ящиків з вусами для даних після нормалізації. Ці діаграми показані на рис. 3.

Рис. 3 – Діаграми ящиків з вусами для нормалізованих даних

На діаграмах ящиків з вусами видно, що розподіл став більш широкий з меншою кількістю викидів. Для більш наглядної перевірки та візуалізації кластерів, використаємо методи зменшення розмірності, такі як PCA [14] та t-SNE [15] (рис. 4).

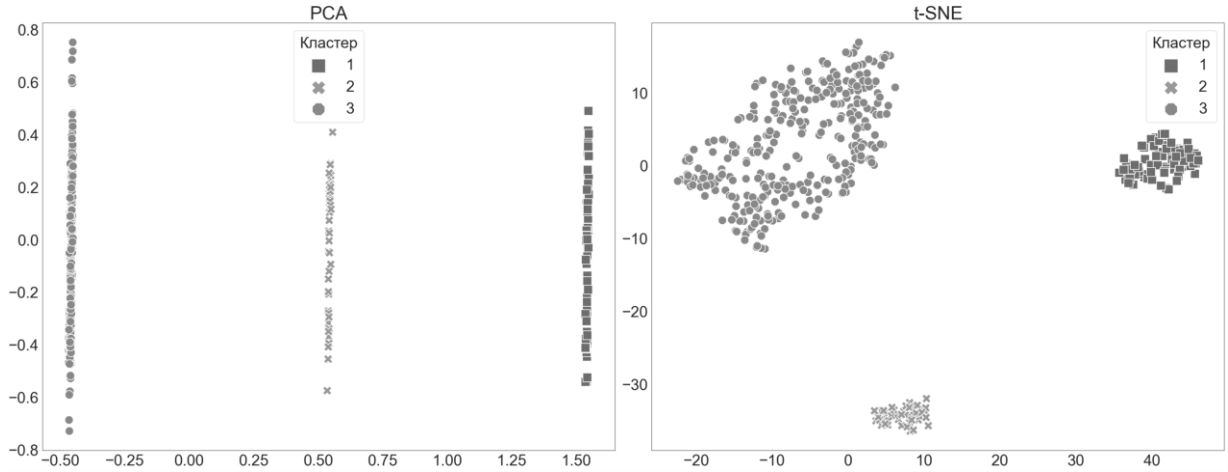


Рис. 4 – Візуалізація нормалізованих даних

У результаті було отримано досить чітке розділення даних на кластери в двовимірних просторах, які були отримані за допомогою методів зменшення розмірності.

6.4 Аномальні значення

Аномальні значення зазвичай дуже сильно впливають на результати кластеризації через те, що центр кластера зміщується у сторону аномалій, що призводить до зменшення якості кластеризації. У роботі [16] були розглянуті різні методи виявлення аномальних значень та визначено, що найбільш ефективними серед них є ізоляційний ліс і генеративні змагальні мережі. В даній роботі використаємо ізоляційний ліс для виявлення аномалій в поточних даних. Цю модель було створено за допомогою бібліотеки scikit-learn. У результаті були побудовані двовимірні графіки за допомогою даних зменшеної розмірності. Ці графіки відображені на рис. 5.

З графіків можна побачити, що ізоляційний ліс визначив значення, які розташовуються на краях, аномальними (значення –1). Хоча є випадки, коли дані, які знаходяться в середині кластеру були визначені аномальними. Це може бути пов’язано з методами зменшення розмірності, які додають певну похибку у даних зменшеної розмірності.

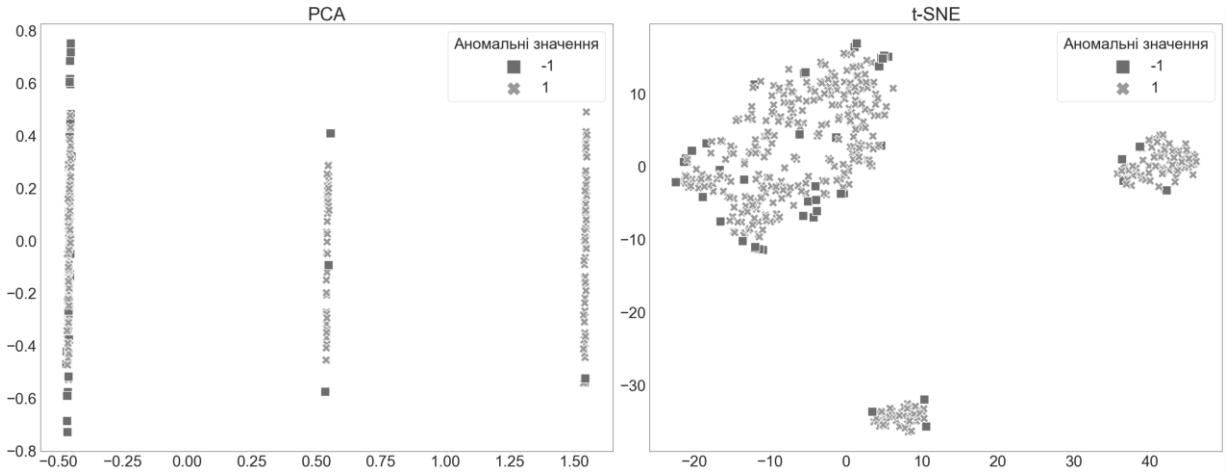


Рис. 5 – Візуалізація аномальних значень в даних

6.5 Агрегування даних

У попередніх підрозділах показане використання методів зменшення розмірності даних для візуалізації результатів, такі як PCA і t-SNE. Зазвичай метод t-SNE використовується тільки для візуалізації даних, він не зберігає структуру даних для подальшого прогнозування або кластеризації даних. Тому для агрегування даних буде використаний лише метод головних компонент (PCA). Також, згідно з [17], серед математичних моделей глибокого навчання визначено, що найкращим є стандартний автокодувальник.

Побудуємо візуалізацію нормалізованих даних за допомогою стандартного автокодувальника для порівняння з побудованими візуалізаціями. Результат зображено на рис. 6.

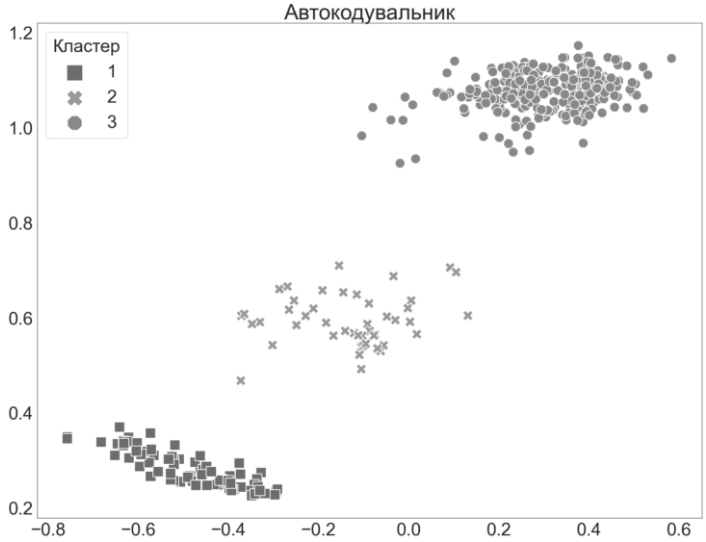


Рис. 6 – Візуалізація нормалізованих даних за допомогою стандартного автокодувальника

Автокодувальник чітко розділив дані на три кластери та більш згрупував їх, що дозволяє математичній моделі кластеризації даних виконувати кластеризації з більшою якістю. Слід зазначити, що при візуалізації кластерів була використана цільова змінна кластеру. Тому з'являється потреба перевірити результати агрегування даних без неї.

Проведемо агрегування даних за допомогою методу головних компонент і автокодувальника без використання цільової змінної. Результати побудови графіків відображено на рис. 7.

Аналізуючи результати, слід зазначити, що кількість змінних стану не є великою. Як наслідок, застосування математичних моделей і методів агрегування даних може призвести до втрати цінної інформації для кластеризації. Так, на прикладі агрегування даних до розмірності 2, неможливо розділити дані на кластери. Тому агрегування даних буде використано тільки для візуалізації результатів кластеризації.

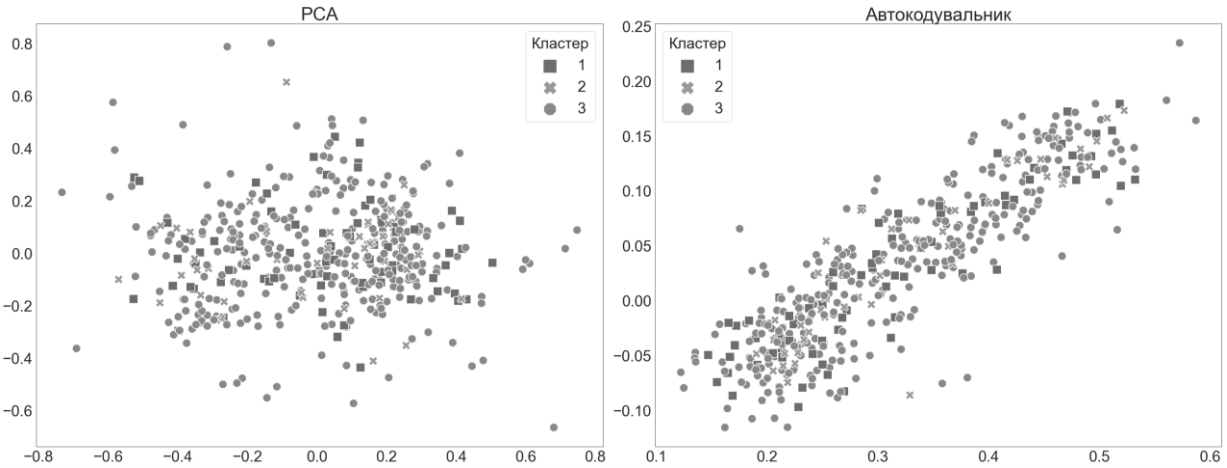


Рис. 7 – Агрегування нормалізованих даних без використання цільової змінної

7 Застосування методу на даних оптового дистриб'ютора

Метод був застосований для кластеризації даних оптового дистриб'ютора використовуючи такі міри між-елементної відстані: Мангеттенська відстань (I), відстань Махаланобіса з оберненим значення функції приналежності (II), дивергенція Кульбака-Лейблера (III), крос-ентропія (IV). У таблиці 3 вказані значення точності за якими оцінювалась якість кластеризації.

Таблиця 3. Результати кластеризації даних оптової дистрибуції з використанням різних мір між-елементної відстані

	Використана міра			
	I	**II**	**III**	**IV**
Точність	0.52	0.62	0.8	0.57

Беручи до уваги результати обчислення кожного з варіантів між-класової відстані, було обрано найкращу міру (міра III – дивергенція Кульбака-Лейблера) та для неї було побудовано матрицю конфузів, ROC (рис. 8) та LF-криві для кращого аналізу отриманих результатів.

Таблиця 4. Матриця конфузів для класифікації даних оптового дистриб'ютора за використання дивергенції Кульбака-Лейблера

		Передбачений клас		
		Лісабон	**Опорто**	**Інші**
Актуальний кластер	Лісабон	16	0	61
	Опорто	0	19	28
	Інші	0	1	316

Можна помітити, що один з кластерів майже повністю вірно класифікований, але, зважаючи на великий перекіс даних, інші кластери були визначені набагато гірше, що може бути суттєвою проблемою для даних з недостатньою кількістю прецедентів для деяких класів. Також слід зазначити, що значення функції витрат для даної кластеризації досягло значення -0.0574 (рис. 8).

За результатами отриманими на вибірці оптової дистрибуції виявлено, що за використання дивергенції Кульбака-Лейблера в якості між-об'єктної відсутні алгоритм дає найкращі результати в точності, тому має сенс використати саме цю міру для тестування алгоритму в режимі автоматичного визначення кількості кластерів. Як видно з графіку (рис. 9) мінімальне значення точності досягнуто для кількості 3 й 4, що відповідає дійсності.

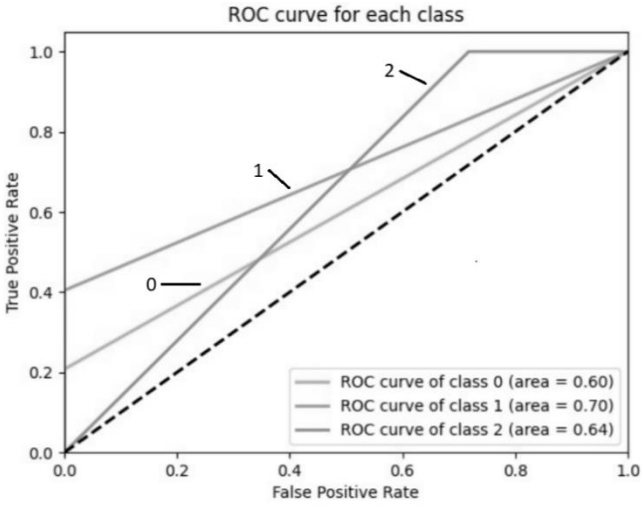


Рис. 8. ROC-криві для кожного з класів вибірки оптового дистриб'ютора для дивергенції Кульбака-Лейблера

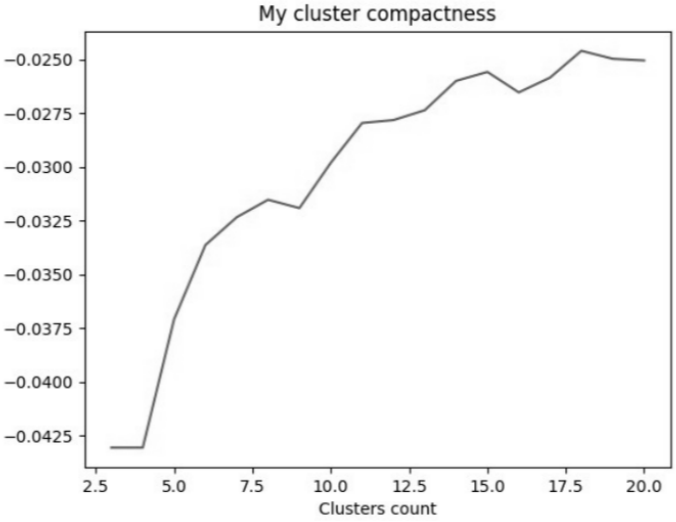


Рис. 9. Відношення кількості кластерів до значенню функції витрат, що отримані під час тренування моделі на вибірці оптового дистриб'ютора за використання дивергенції Кульбака-Лейблера.

8 Висновки

Результатом роботи стало підвищенні точності кластеризації даних, та показано точне визначення цільової кількості кластерів даних, генерованих динамічними економічними системами, за допомогою використання агентно-орієнтованого методу кластеризації з впровадженням методів попередньої обробки даних. Використання методів попередньої обробки даних показало явну присутність 3-х цільових кластерів, що було підтверджено методом.

Розроблений метод показав високі результати точності кластеризації за рахунок проведеної обробки даних, правильно обраної міри елементної відстані та використання агентно-орієнтованого підходу. Цей метод можна використовувати для покращення якості кластеризації даних динамічних економічних систем, але метод вимагає доопрацювання в збільшенні гнучкості щодо визначення розміру агентів-кластерів.

ЛІТЕРАТУРА

1. J. Wełeszczuk, B. Kosińska-Selbi, P. Cholewińska. Prediction of Polish Holstein's economical index and calving interval using machine learning. *Livestock Science. October 2022. Volume 2.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.livsci.2022.105039 (дата звернення 25.06.2023).

2. Soroush Mahjoubi, Rojyar Barhemat, Pengwei Guo, Weina Meng, Yi Bao. Prediction and multi-objective optimization of mechanical, economical, and environmental properties for strain-hardening cementitious composites (SHCC) based on automated machine learning and metaheuristic algorithms. *Journal of Cleaner Production. 20 December 2021. Volume 329.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.129665 (дата звернення 25.06.2023).
3. Yasemin Gültepe. Analysis of Alburnus tarichi population by machine learning classification methods for sustainable fisheries. *SLAS Technology. 2022. Volume 27. Issue 4. Pages 261-266.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.slast.2022.03.005 (дата звернення 25.06.2023).
4. Benjamin Decardi-Nelson, Jinfeng Liu. Robust Economic Model Predictive Control with Zone Control. *IFAC-PapersOnLine. 2021. Volume 54. Issue 3. Pages 237-242.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.08.248 (дата звернення 25.06.2023).
5. Muhammad Mohsin, Fouad Jamaani. Green finance and the socio-politico-economic factors' impact on the future oil prices: Evidence from machine learning. *Resources Policy. 2023. Volume 85. Part A.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.103780 (дата звернення 25.06.2023).
6. Strilets V., Donets V., Ugryumov M., Zelenskyi R., Goncharova T. Agent-Oriented data clustering for medical monitoring. *Radioelectronic and Computer Systems, 2022, № 1, P. 103–114.* DOI: https://doi.org/10.32620/reks.2022.1.08 (дата звернення 25.06.2023).
7. Johannes Schneider, Michail Vlachos. Fast parameterless density-based clustering via random projections. *CIKM '13: Proceedings of the 22nd ACM international conference on Information & Knowledge Management. October 2013. Pages 861–866.* DOI: https://doi.org/10.1145/2505515.2505590 (дата звернення 25.06.2023).
8. Erez Hartuv, Ron Shamir. A clustering algorithm based on graph connectivity, *Information Processing Letters. 2000 Volume 76. Issues 4–6. Pages 175-181.* DOI: https://doi.org/10.1016/S0020-0190(00)00142-3 (дата звернення 25.06.2023).
9. Wui Lee Chang, Lie Meng Pang, Kai Meng Tay. Application of self-organizing map to failure modes and effects analysis methodology. Neurocomputing. 2017. Volume 249. Pages 314-320. DOI: https://doi.org/10.1016/j.neucom.2016.04.073 (дата звернення 25.06.2023).
10. Donets V., Ugryumov M., Strilets V. A Measure Of Compactness For Fuzzy Clustering Based On Entropy. *Науковий збірник праці міжнародної науково-технічної конференції «Комп'ютерне моделювання у наукоємних технологіях (КМНТ -2022)».*
11. Jun Liu, Guobin Yang, Nan Zhou, Kaiyu Qin, Badong Chen, Yonghong Wu, Kup-Sze Choi. Event-triggered consensus control based on maximum correntropy criterion for discrete-time multi-agent systems. *Neurocomputing. 2023. Volume 545.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.neucom.2023.126323 (дата звернення 25.06.2023).
12. Margarida Cardoso. Wholesale customers. *UCI Machine Learning Repository. 2014.* DOI: https://doi.org/10.24432/C5030X (дата звернення: 25.06.2023).
13. Sakia R.M. The box-cox transformation technique: A Review. *The Statistician. 1992. T. 41. № 2. C. 169.* DOI: https://doi.org/10.2307/2348250 (дата звернення: 25.06.2023).
14. Maćkiewicz A., Ratajczak W. Principal Components Analysis (PCA). *Computers & Geosciences. 1993. T. 19. № 3. C. 303–342.* DOI: https://doi.org/10.1016/0098-3004(93)90090-R (дата звернення: 25.06.2023).
15. L.J.P. van der Maaten and G.E. Hinton. Visualizing High-Dimensional Data Using t-SNE. *Journal of Machine Learning Research. 9 Nov 2008.* URL: https://www.jmlr.org/papers/volume9/vandermaaten08a/vandermaaten08a.pdf (дата звернення: 25.06.2023).
16. Лихач О., Угрюмов М., Шевченко Д., Шматков С. Методи виявлення викидів в пробних вибірках при управлінні процесами в системах за станом. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». 2022. (53). С. 21-40.*

17. Shevchenko D., Ugryumov M., Artiukh S. Monitoring data aggregation of dynamic systems using information technologies. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries. 2023. No. 1 (23), P. 123–131.* DOI: https://doi.org/10.30837/ITSSI.2023.23.123 (дата звернення: 25.06.2023).

REFERENCES

1. J. Wełeszczuk, B. Kosińska-Selbi, P. Cholewińska. Prediction of Polish Holstein's economical index and calving interval using machine learning. *Livestock Science. October 2022. Volume 2.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.livsci.2022.105039 (дата звернення 25.06.2023).
2. Soroush Mahjoubi, Rojyar Barhemat, Pengwei Guo, Weina Meng, Yi Bao. Prediction and multi-objective optimization of mechanical, economical, and environmental properties for strain-hardening cementitious composites (SHCC) based on automated machine learning and metaheuristic algorithms. *Journal of Cleaner Production. 20 December 2021. Volume 329.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.129665 (дата звернення 25.06.2023).
3. Yasemin Gültepe. Analysis of Alburnus tarichi population by machine learning classification methods for sustainable fisheries. *SLAS Technology. 2022. Volume 27. Issue 4. Pages 261-266.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.slast.2022.03.005 (дата звернення 25.06.2023).
4. Benjamin Decardi-Nelson, Jinfeng Liu. Robust Economic Model Predictive Control with Zone Control. *IFAC-PapersOnLine. 2021. Volume 54. Issue 3. Pages 237-242.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.08.248 (дата звернення 25.06.2023).
5. Muhammad Mohsin, Fouad Jamaani. Green finance and the socio-politico-economic factors' impact on the future oil prices: Evidence from machine learning. *Resources Policy. 2023. Volume 85. Part A.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.103780 (дата звернення 25.06.2023).
6. Strilets V., Donets V., Ugryumov M., Zelenskyi R., Goncharova T. Agent-Oriented data clustering for medical monitoring. *Radioelectronic and Computer Systems, 2022, № 1, P. 103–114.* DOI: https://doi.org/10.32620/reks.2022.1.08 (дата звернення 25.06.2023).
7. Johannes Schneider, Michail Vlachos. Fast parameterless density-based clustering via random projections. *CIKM '13: Proceedings of the 22nd ACM international conference on Information & Knowledge Management. October 2013. Pages 861–866.* DOI: https://doi.org/10.1145/2505515.2505590 (дата звернення 25.06.2023).
8. Erez Hartuv, Ron Shamir. A clustering algorithm based on graph connectivity, *Information Processing Letters. 2000 Volume 76. Issues 4–6. Pages 175-181.* DOI: https://doi.org/10.1016/S0020-0190(00)00142-3 (дата звернення 25.06.2023).
9. Wui Lee Chang, Lie Meng Pang, Kai Meng Tay. Application of self-organizing map to failure modes and effects analysis methodology. Neurocomputing. 2017. Volume 249. Pages 314-320. DOI: https://doi.org/10.1016/j.neucom.2016.04.073 (дата звернення 25.06.2023).
10. Donets V., Ugryumov M., Strilets V. A Measure Of Compactness For Fuzzy Clustering Based On Entropy. *Scientific collection of works of the international scientific and technical conference "Computer modeling in science-intensive technologies (KMNT -2022)".*
11. Jun Liu, Guobin Yang, Nan Zhou, Kaiyu Qin, Badong Chen, Yonghong Wu, Kup-Sze Choi. Event-triggered consensus control based on maximum correntropy criterion for discrete-time multi-agent systems. *Neurocomputing. 2023. Volume 545.* DOI: https://doi.org/10.1016/j.neucom.2023.126323 (дата звернення 25.06.2023).
12. Margarida Cardoso. Wholesale customers. *UCI Machine Learning Repository. 2014.* DOI: https://doi.org/10.24432/C5030X (дата звернення: 25.06.2023).
13. Sakia R.M. The box-cox transformation technique: A Review. *The Statistician. 1992. T. 41. № 2. C. 169.* DOI: https://doi.org/10.2307/2348250 (дата звернення: 25.06.2023).

14. Maćkiewicz A., Ratajczak W. Principal Components Analysis (PCA). *Computers & Geosciences. 1993. T. 19. № 3. C. 303–342.* DOI: https://doi.org/10.1016/0098-3004(93)90090-R (дата звернення: 25.06.2023).
15. L.J.P. van der Maaten and G.E. Hinton. Visualizing High-Dimensional Data Using t-SNE. *Journal of Machine Learning Research. 9 Nov 2008.* URL: https://www.jmlr.org/papers/volume9/vandermaaten08a/vandermaaten08a.pdf (дата звернення: 25.06.2023).
16. Lykhach O., Ugryumov M., Shevchenko D., Shmatkov S. Methods of detecting emissions in test samples during process control in state-based systems. Bulletin of Kharkiv National University named after V.N. Karazin, series "Mathematical modeling. Information Technology. Automated control systems". 2022. (53). C. 21-40. [In Ukrainian]
17. Shevchenko D., Ugryumov M., Artiukh S. Monitoring data aggregation of dynamic systems using information technologies. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries. 2023. No. 1 (23), P. 123–131.* DOI: https://doi.org/10.30837/ITSSI.2023.23.123 (дата звернення: 25.06.2023).

Donets Volodymyr *PhD student;*
V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022
Strilets Viktoriia *Ph.D, associate professor of the theoretical and applied system engineering;*
V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022
Shevchenko Dmytro *PhD student;*
V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022
Shmatkov Serhiy *Doctor of Engineering Sciences, professor, Head of Theoretical and Applied Systems Engineering Department;*
V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022

Agent-oriented method of clustering the wholesale distributor data

The **purpose** of the research is to improve the accuracy of data clustering and to determine the target number of data clusters generated by dynamic economic systems, using an agent-oriented clustering method with the introduction of data preprocessing methods.

Research methods: data processing and preparation methods, elemental distance measures, and clustering methods have been used. The software is developed by using the Python language. The following libraries have also been used: scikit-learn, NumPy, SciPy, Pandas, PyTorch and others.

As a **result** of the research, the data of the wholesale distributor have been processed by the data pre-processing methods such as the determination of missing values, the determination of asymmetry and the Box-Cox transformation. The normalization of the data with the min-max normalization method and the dimensionality reduction with the PCA and t-SNE methods have been carried out. Afterwards, the agent-oriented clustering method has been applied with the Manhattan distance, Mahalanobis distance with the inverse value of the membership function, Kullback-Leibler divergence and cross-entropy metrics. Kullback-Leibler divergence has shown the best accuracy results and has been chosen for the further testing. The ability of the agent-oriented method to determine the number of clusters has been tested. The use of data preprocessing methods shows the clear presence of 3 target clusters, which was confirmed by the method. **Conclusions**: The developed method allows for high clustering accuracy due to the performed data processing, the correctly selected measure of elemental distance and the use of an agent-oriented approach. This method can be used to improve the quality of data clustering of dynamic economic systems, but the method requires improvement in order to increase flexibility in determining the size of cluster agents

Keywords: *fuzzy clustering, multi-agent approach, data processing, Box-Cox transformation, PCA method, t-SNE method, autoencoder, Kullback-Leibler divergence, Mahalanobis distance, Manhattan distance.*

Надійшла у першій редакції 01.09.2022, в останній - 07.10.2022.

DOI: https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-02

УДК 517.95 : 517.988

Кончаковська Оксана Сергіївна *аспірант кафедри прикладної математики Харківський національний університет радіоелектроніки, пр. Науки 14, Харків-166, Україна, 61166 e-mail: oksana.konchakovska@nure.ua* **https://orcid.org/0000-0002-0836-6045**

Сидоров Максим Вікторович *доктор фіз.-мат. наук, професор; завідувач кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки, пр. Науки 14, Харків-166, Україна, 61166 e-mail: maxim.sidorov@nure.ua;* **https://orcid.org/0000-0001-8022-866X**

Двобічний ітераційний метод на основі використання функції Гріна в задачах чисельного аналізу деяких електромеханічних систем

Актуальність. У роботі розглядається задача чисельного аналізу нелінійної крайової задачі, що моделює електростатичну мікроелектромеханічну систему під дією зовнішнього тиску. Мікроелектромеханічні системи поєднують механічні та електричні компоненти мікронних розмірів та використовуються у автомобілебудуванні, авіації, медицині. Електростатична активація цих систем є ключовою для функціонування мікродзеркал, мікрорезонаторів, акселерометрів тощо. Основним обмеженням електростатичних мікроелектромеханічних систем є явище нестабільності відхиляння, що призводить до дестабілізації системи. Для нівелювання цих обмежень запропоновано дослідити параметри моделі та отримати їх оцінки.

Мета. За допомогою методів теорії нелінійних операторів у напівупорядкованих просторах розробити метод двобічних наближень розв'язання поставленої задачі.

Методи дослідження. Математична модель електростатичної мікроелектромеханічної системи представлена нелінійним еліптичним рівнянням з оператором Лапласа та однорідною крайовою умовою першого роду. За допомогою методу функцій Гріна від цієї диференціальної задачі здійснюється перехід до еквівалентного інтегрального рівняння Гаммерштейна, яке аналізується методами теорії нелінійних операторів у напівупорядкованих просторах.

Результати. Досліджено властивості нелінійного оператора, яке входить до рівняння Гаммерштейна, отримано умови існування єдиного додатного розв'язку розглядуваної задачі та умови збіжності до нього двобічних наближень. Для запропонованого методу двобічних наближень також отримано апостеріорну оцінку похибки та оцінку кількості ітерацій, необхідних для досягнення заданої точності.

Висновки. Робота та ефективність розробленого методу продемонстрована обчислювальними експериментами для тестової задачі у круговій області з різними значеннями параметрів моделі. Результати обчислювальних експериментів представлені у вигляді числової та графічної інформації.

Ключові слова: *метод двобічних наближень, метод функцій Гріна, методи нелінійного аналізу, конусний відрізок, електромеханічна система, дія зовнішнього тиску, монотонний оператор.*

Як цитувати: Кончаковська О.С., Сидоров М.В. . Двобічний ітераційний метод на основі використання функції Гріна в задачах чисельного аналізу деяких електромеханічних систем. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2022. вип. 55. С.19-31. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-02

How to quote: Konchakovska O., Sidorov M., "Two-sided iterative method based on the use of the Green's function in problems of numerical analysis of some electromechanical systems " *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series "Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 55, pp. 19-31, 2022. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-02

1. Вступ

Із зростаючим попитом на мініатюрні механізми зі складними функціями електромеханічні системи вважаються одними з найперспективніших технологій цього століття. Такі пристрої поєднують механічні та електричні компоненти і використовуються у багатьох галузях науки і техніки. В залежності від ступеню деталізації електромеханічні системи бувають мікро- та

© Кончаковська О.С., Сидоров М.В.., 2022

нанорозмірів. Мікроелектромеханічні системи (скорочено МЕМС) є найбільш поширеними для проєктування більшості приладів [1].

Математичні моделі мікро- та наноелектромеханічних систем зазвичай представлені у вигляді диференціальних рівнянь в частинних похідних з відповідними початковими та граничними умовами. Найпоширеніший метод розв'язання таких нестаціонарних задач полягає в тому, щоб звести їх до звичайних диференціальних рівнянь за часовою змінною, а потім розв'язати отримані рівняння чисельно або аналітично. Також при редукції використовуються деякі підходи дискретизації, а саме: метод скінченних елементів, метод граничних елементів, метод скінченних різниць тощо [2]. Для чисельного аналізу відповідних стаціонарних задач зручно використовувати чисельні методи з двобічним характером збіжності. Це дозволяє апостеріорно оцінювати похибку наближеного розв'язку на кожному кроці ітераційного процесу [3].

Таким чином, розробка та вдосконалення існуючих підходів до математичного моделювання і чисельного аналізу задач, що виникають при дослідженні мікро- та наноелектромеханічних систем, є актуальною науковою задачею.

2. Постановка задачі

Більшість моделей електростатичних мікроелектромеханічних систем складаються із двох струмопровідних пластин: закріпленої вздовж межі еластичної пластини зверху та нерухомої жорсткої пластини знизу. Прикладена електрична напруга між двома пластинами призводить до відхилення еластичної пластини та подальшої зміни ємності МЕМС. Схема роботи типової електростатичної МЕМС представлена на рис. 2.1.

Електростатичні мікроелектромеханічні системи мають характерну особливість, що обмежує їх ефективність – нестабільність відхиляння. Цей ефект проявляється, коли прикладена напруга перевищує певне критичне значення, внаслідок чого пластини стикаються, що обмежує діапазон стабільної роботи пристроїв. Нестабільність відхиляння було виявлено та досліджено у багатьох роботах [1, 4-7] і продемонстровано для моделі із системою зосереджених мас і пружин з двома паралельними пластинами з різними потенціалами. Таким чином, для розробки надійних високопродуктивних пристроїв необхідно визначити стійкі режими роботи для запобігання виникнення нестабільності відхиляння.

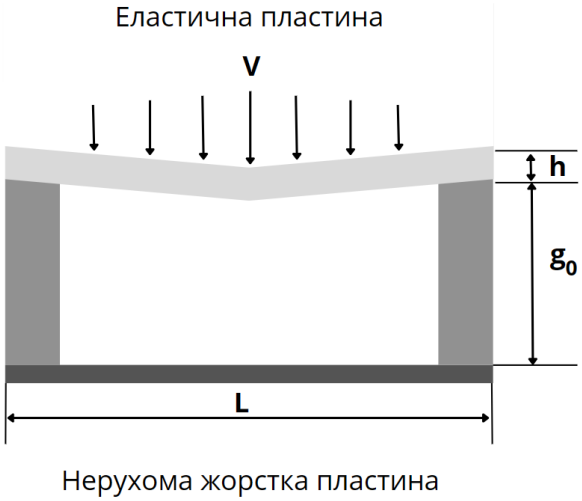


Рис. 2.1 Схема типової електростатичної МЕМС

У роботі розглядатимемо нелінійну крайову задачу, що моделює роботу електростатичної МЕМС під дією зовнішнього тиску [8, 9]:

$$-\Delta u = \frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-u)^2} + P(\mathbf{x}),\ \mathbf{x} \in \Omega, \tag{2.1}$$

$$u(\mathbf{x}) > 0,\ \mathbf{x} \in \Omega, \tag{2.2}$$

$$u(\mathbf{x}) = 0,\ \mathbf{x} \in \partial\Omega, \tag{2.3}$$

де Ω – плоска область з кусково-гладкою межею $\partial\Omega$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $f(\mathbf{x})$ – функція, що описує діелектричні властивості пластини, $0 \le f(\mathbf{x}) \le 1$, u – величина прогину пластини, $P(\mathbf{x})$ – зовнішній тиск, $P(\mathbf{x}) \ge 0$, λ – параметр, що характеризує сили Кулона,

$$\lambda = \frac{\varepsilon_0 V^2 L^2}{2\sigma_0 h g_0^3},$$

ε_0 – вакуумна діелектрична стала, V – прикладена напруга, g_0 – відстань між двома пластинами за відсутності деформації, σ_0 – напруга у пластині, h – товщина деформованої пластини, L – довжина пластини.

Функціонал енергії розглядуваної системи в навантаженому стані визначається сумою потенційної енергії деформації тіла та потенціалу зовнішніх сил

$$E = \int_\Omega \left(\frac{T}{2} |\nabla r|^2 + \frac{D}{2} (\Delta r)^2 - \frac{f(\mathbf{x}) V^2}{L + r} + P(\mathbf{x}) r \right) d\mathbf{x},$$

де r – величина прогину пластини, $T > 0$ – стала напруги, $D = \dfrac{2h^3 Y}{3(1-\nu^2)}$, h – товщина пластини, Y – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона.

Необхідна умова мінімуму функціонала E (рівняння Ейлера-Остроградського) має вигляд

$$T\Delta r - D\Delta^2 r = \frac{f(\mathbf{x}) V^2}{(L + r)^2} + P(\mathbf{x}) \text{ у } \Omega,$$

$$r|_{\partial\Omega} = 0.$$

Позначимо $r = -u$ та покладемо $L = 1$, $T = 1$, $\lambda = V^2$, $D = 0$, тоді й отримаємо нелінійну крайову задачу (2.1) – (2.3).

Математична модель (2.1) – (2.3) розглядалась у роботах [4-6, 10], але за умови, що $P(\mathbf{x}) = \text{const}$.

3. Метод дослідження

Розглянемо крайову задачу (2.1) – (2.3), де функції $f(\mathbf{x})$ і $P(\mathbf{x})$ за фізичним змістом є неперервними і невід'ємними при $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$.

Поставлена задача еквівалентна інтегральному рівнянню Гаммерштейна

$$u(\mathbf{x}) = \int_\Omega G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1 - u(\mathbf{s}))^2} + P(\mathbf{s}) \right] d\mathbf{s}, \tag{3.1}$$

де $G(\mathbf{x}, \mathbf{s})$ – функція Гріна задачі (2.1) – (2.3), $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{s} = (s_1, s_2)$.

Розглядатимемо рівняння (3.1) у банаховому просторі $C(\bar{\Omega})$ функцій, неперервних в області $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$, де норма вводиться за правилом $\|u\| = \max\limits_{\mathbf{x} \in \bar{\Omega}} |u(\mathbf{x})|$. Визначимо конус невід'ємних функцій $K_+ = \{u \in C(\bar{\Omega}) : u(\mathbf{x}) \ge 0, \mathbf{x} \in \bar{\Omega}\}$ у $C(\bar{\Omega})$. Зауважимо, що конус K_+ у $C(\bar{\Omega})$ є нормальним і навіть гострим [11]. Введемо напівупорядкованість у просторі $C(\bar{\Omega})$ за правилом:

$$u \,,, \ v, \text{ якщо } v - u \in K_+, \text{ тобто } u(\mathbf{x}) \le v(\mathbf{x}) \text{ для всіх } \mathbf{x} \in \bar{\Omega}.$$

Наразі існування класичного розв'язку задачі (2.1) – (2.3), тобто такої функції $u^* \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$, яка задовольняє рівняння (2.1) і умови (2.2), (2.3), ця функція також

задовольнятиме й інтегральне рівняння (3.1). Якщо ж задача (2.1) – (2.3) не має класичного розв'язку, то рівняння (3.1) покладемо в основу означення узагальненого розв'язку задачі (2.1) – (2.3).

Означення. Узагальненим розв'язком крайової задачі (2.1) – (2.3) називатимемо функцію $u^* \in \mathrm{K}_+$, яка є розв'язком інтегрального рівняння (3.1).

З рівнянням (3.1) пов'яжемо нелінійний інтегральний оператор T, що діє у $\mathrm{C}(\bar{\Omega})$ за правилом

$$T(u)(\mathbf{x}) = \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s}) \left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-u(\mathbf{s}))^2} + P(\mathbf{s}) \right] d\mathbf{s}. \tag{3.2}$$

Властивості оператора T вигляду (3.2) містяться в наступній лемі.

Лема. Оператор T вигляду (3.2) є:

а) додатним оператором;

б) u_0 -додатним оператором, де функція $u_0(\mathbf{x})$ визначається рівністю

$$u_0(\mathbf{x}) = \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s}) d\mathbf{s}; \tag{3.3}$$

в) є ізотонним оператором;

г) має інваріантний конусний відрізок $<0,\beta>$, причому стала β, $0<\beta<1$, є розв'язком нерівності

$$\lambda M_f \le (\beta - M_P)(1-\beta)^2, \tag{3.4}$$

де

$$M_f = \max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}} \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s}) f(\mathbf{s}) d\mathbf{s}, \; M_P = \max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}} \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s}) P(\mathbf{s}) d\mathbf{s};$$

д) є на $<0,\beta>$ ліпшиц-неперервним оператором, тобто для всіх $v, w \in <0,\beta>$ виконується нерівність

$$\|T(v) - T(w)\| \le \gamma \|v - w\|, \tag{3.5}$$

де $\gamma = \dfrac{2\lambda M_f}{(1-\beta)^3}$.

Доведення. а) Як відомо [12], функція Гріна $G(\mathbf{x},\mathbf{s})$ першої крайової задачі для оператора $-\Delta$ на площині неперервна при $\mathbf{x}, \mathbf{s} \in \bar{\Omega}$, $\mathbf{x} \ne \mathbf{s}$, і задовольняє оцінці

$$0 \le G(\mathbf{x},\mathbf{s}) \le k_0 \left| \ln \frac{1}{r_{\mathbf{xs}}} \right|,$$

де $r_{\mathbf{xs}} = |\mathbf{x}-\mathbf{s}| = \sqrt{(x_1-s_1)^2 + (x_2-s_2)^2}$ – відстань між точками $\mathbf{x}$ і $\mathbf{s}$.

Тоді, з урахуванням невід'ємності та неперервності функцій $u(\mathbf{x})$, $f(\mathbf{x})$ і $P(\mathbf{x})$ при $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$, невід'ємним і неперервним при $\mathbf{x}, \mathbf{s} \in \bar{\Omega}$, $\mathbf{x} \ne \mathbf{s}$, буде і підінтегральний вираз у (3.2), а отже, функція $T(u)(\mathbf{x})$ невід'ємна та неперервна при $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$. Це означає, що оператор T вигляду (3.2) діє у просторі $\mathrm{C}(\bar{\Omega})$ і переводить функцію з K_+ у функцію з K_+, тобто залишає інваріантним конус K_+ і тому є додатним оператором.

б) Функція $u_0(\mathbf{x})$ вигляду (3.3) належить $\mathrm{K}_+ \setminus \{\theta\}$ (θ – нульовий елемент простору $\mathrm{C}(\bar{\Omega})$) і є розв'язком задачі

$$-\Delta u = 1, \; \mathbf{x} \in \Omega,$$

$$u(\mathbf{x}) > 0, \; \mathbf{x} \in \Omega,$$

$$u(\mathbf{x}) = 0\,,\ \mathbf{x} \in \partial\Omega\,.$$

Якщо Ω_0 – деяка підобласть області Ω, причому $\mu(\Omega_0) > 0$, то знайдеться таке число $\gamma = \gamma(\Omega_0) > 0$, що матиме місце нерівність [12]

$$\gamma \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})d\mathbf{s} \le \int\limits_{\Omega_0} G(\mathbf{x},\mathbf{s})d\mathbf{s}\,.$$

З іншого боку, якщо $u \in \mathrm{K}_+ \setminus \{\theta\}$, то для деякого $\alpha_0 > 0$ знайдеться множина $\Omega_0 \subset \Omega$ така, що $\mu(\Omega_0) > 0$ і $\dfrac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-u(\mathbf{x}))^2} + P(\mathbf{x}) \ge \alpha_0$ для всіх $\mathbf{x} \in \Omega_0$. Тоді для всіх $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$

$$T(u)(\mathbf{x}) = \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-u(\mathbf{s}))^2} + P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s} \ge \int\limits_{\Omega_0} G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-u(\mathbf{s}))^2} + P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s} \ge$$

$$\ge \alpha_0 \int\limits_{\Omega_0} G(\mathbf{x},\mathbf{s})d\mathbf{s} \ge \alpha_0\gamma \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})d\mathbf{s} = \alpha_0\gamma u_0(\mathbf{x})\,.$$

Далі, для всіх $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$

$$T(u)(\mathbf{x}) = \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-u(\mathbf{s}))^2} + P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s} \le \max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}\left[\frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-u(\mathbf{x}))^2} + P(\mathbf{x})\right] \cdot \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})d\mathbf{s} =$$

$$= \max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}\left[\frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-u(\mathbf{x}))^2} + P(\mathbf{x})\right] \cdot u_0(\mathbf{x})\,.$$

Отже, для всіх $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$ матиме місце подвійна нерівність

$$\alpha u_0(\mathbf{x}) \le \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-u(\mathbf{s}))^2} + P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s} \le \beta u_0(\mathbf{x})\,,$$

де $\alpha = \alpha_0\gamma > 0$, $\beta = \max\limits_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}\left[\dfrac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-u(\mathbf{x}))^2} + P(\mathbf{x})\right] > 0$, що і означає u_0 -додатність оператора T.

в) Нехай $v, w \in \mathrm{K}_+$ і $v \,,\!\le\, w$, тобто $v(\mathbf{x}) \le w(\mathbf{x})$ для всіх $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$. Тоді для всіх $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$

$$\frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-v(\mathbf{x}))^2} + P(\mathbf{x}) \le \frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-w(\mathbf{x}))^2} + P(\mathbf{x})\,,$$

а отже, з огляду на невід'ємність функції Гріна $G(\mathbf{x},\mathbf{s})$,

$$T(v)(\mathbf{x}) = \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-v(\mathbf{s}))^2} + P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s} \le \int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-w(\mathbf{s}))^2} + P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s} = T(w)(\mathbf{x})\,.$$

Таким чином, з $v, w \in \mathrm{K}_+$ і $v \,,\!\le\, w$ випливає, що $T(v) \,,\!\le\, T(w)$. Це і означає ізотонність оператора T вигляду (3.2).

г) Інваріантний конусний відрізок $< v_0, w_0 >$ визначається нерівностями $T(v_0) \ldots v_0$ і $T(w_0) \,,\!\le\, w_0$. Якщо покласти $v_0 = 0$ і $w_0 = \beta$, то зазначені нерівності (з огляду на (3.2)) набудуть вигляду

$$\int\limits_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})[\lambda f(\mathbf{s}) + P(\mathbf{s})]d\mathbf{s} \ge 0 \text{ для всіх } \mathbf{x} \in \Omega\,, \qquad (3.6)$$

$$\int_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-\beta)^2}+P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s}\le\beta \text{ для всіх } \mathbf{x}\in\Omega. \tag{3.7}$$

Через невід'ємність функції Гріна $G(\mathbf{x},\mathbf{s})$ при $\mathbf{x},\mathbf{s}\in\bar{\Omega}$, $\mathbf{x}\neq\mathbf{s}$, невід'ємність функцій $f(\mathbf{x})$ і $P(\mathbf{x})$ при $\mathbf{x}\in\bar{\Omega}$ та додатність параметрів λ нерівність (3.6) завжди виконуватиметься. Нерівність (3.7) можна записати у вигляді

$$\frac{\lambda}{(1-\beta)^2}\int_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})f(\mathbf{s})d\mathbf{s}+\int_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})P(\mathbf{s})d\mathbf{s}\le\beta \text{ для всіх } \mathbf{x}\in\Omega,$$

або, переходячи до максимумів, у вигляді

$$\frac{\lambda M_f}{(1-\beta)^2}+M_P\le\beta, \tag{3.8}$$

де позначено

$$M_f=\max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}\int_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})f(\mathbf{s})d\mathbf{s},\ M_P=\max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}\int_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})P(\mathbf{s})d\mathbf{s}.$$

З фізичних міркувань випливає, що $0<\beta<1$. Тоді після множення на $(1-\beta)^2$ нерівність (3.8) набуває вигляду (3.4).

д) Позначимо

$$F(\mathbf{x},u(\mathbf{x}))=\frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-u(\mathbf{x}))^2}+P(\mathbf{x}).$$

Нехай $v,w\in<0,\beta>$. Розглянемо вираз

$$\left|F(\mathbf{x},v(\mathbf{x}))-F(\mathbf{x},w(\mathbf{x}))\right|=\left|\left(\frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-v(\mathbf{x}))^2}+P(\mathbf{x})\right)-\left(\frac{\lambda f(\mathbf{x})}{(1-w(\mathbf{x}))^2}+P(\mathbf{x})\right)\right|=$$

$$=\left|\lambda f(\mathbf{x})\left(\frac{1}{(1-v(\mathbf{x}))^2}-\frac{1}{(1-w(\mathbf{x}))^2}\right)\right|=\lambda f(\mathbf{x})\left|\frac{1}{(1-v(\mathbf{x}))^2}-\frac{1}{(1-w(\mathbf{x}))^2}\right|.$$

Оскільки при $0<v,\ w<\beta$

$$\left|\frac{1}{(1-v)^2}-\frac{1}{(1-w)^2}\right|\le\frac{2}{(1-\beta)^3}|v-w|,$$

то отримаємо нерівність

$$\left|F(\mathbf{x},v(\mathbf{x}))-F(\mathbf{x},w(\mathbf{x}))\right|\le\frac{2\lambda f(\mathbf{x})}{(1-\beta)^3}|v(\mathbf{x})-w(\mathbf{x})|.$$

Тоді

$$\|T(v)-T(w)\|=\max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}|T(v)(\mathbf{x})-T(w)(\mathbf{x})|=\max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}\left|\int_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})[F(\mathbf{s},v(\mathbf{s}))-F(\mathbf{s},w(\mathbf{s}))]d\mathbf{s}\right|\le$$

$$\le\frac{2\lambda}{(1-\beta)^3}\max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}\int_{\Omega} G(\mathbf{x},\mathbf{s})f(\mathbf{s})d\mathbf{s}\cdot\max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}|v(\mathbf{x})-w(\mathbf{x})|=\frac{2\lambda M_f}{(1-\beta)^3}\|v-w\|=\gamma\|v-w\|.$$

Лему доведено.

Зауважимо, що оператор T вигляду (3.2) є неперервним і цілком неперервним.

Побудуємо метод двобічних наближень знаходження додатного розв'язку інтегрального рівняння (3.1) (а отже, і крайової задачі (2.1) – (2.3)). Оскільки за початкове наближення обиратимуться кінці інваріантного конусного відрізка $<0,\beta>$, то спочатку проаналізуємо нерівність (3.4) за умови $0<\beta<1$. Позначимо $\varphi(\beta)=(\beta-M_P)(1-\beta)^2$. Тоді нерівність (3.4) набуває вигляду $\lambda M_f \le \varphi(\beta)$. Очевидно, що $\varphi(0)=-M_P\le 0$, $\varphi(1)=\varphi(M_P)=0$ і якщо $M_P\ge 1$, то $\varphi(\beta)<0$ при $0<\beta<1$ і нерівність (3.4) не виконуватиметься. Отже, має бути виконана умова $0\le M_P<1$. За виконання неї $\varphi(\beta)>0$, якщо $M_P<\beta<1$. Знаходимо також, що за умови $0\le M_P<1$

$$\sup_{0<\beta<1}\varphi(\beta)=\varphi\left(\frac{2M_P+1}{3}\right)=\frac{4(1-M_P)^3}{27}>0.$$

Отже, нерівність (3.4) не може бути виконана, якщо $\sup\limits_{0<\beta<1}\varphi(\beta)<\lambda M_f$. Тому, якщо нерівність (3.4) має розв'язки, то має виконуватися нерівність $\lambda M_f\le\dfrac{4(1-M_P)^3}{27}$, тобто значення параметра λ має задовольняти нерівність

$$\lambda\le\frac{4(1-M_P)^3}{27M_f}. \tag{3.9}$$

Тоді нерівність (3.4) не матиме розв'язку у випадку, коли $\lambda>\dfrac{4(1-M_P)^3}{27M_f}$, матиме розв'язок $\beta=\beta_0=\dfrac{2M_P+1}{3}$ у випадку, якщо $\lambda=\dfrac{4(1-M_P)^3}{27M_f}$, і матиме у випадку, коли $\lambda<\dfrac{4(1-M_P)^3}{27M_f}$, розв'язок $\underline{\beta}\le\beta\le\overline{\beta}$, де $\underline{\beta}$, $\overline{\beta}$ – відповідно найменший та найбільший корені рівняння $\lambda M_f=(\beta-M_P)(1-\beta)^2$ на інтервалі $(0;1)$.

Зауважимо, що $M_P<\underline{\beta}<\overline{\beta}<1$.

Сформуємо ітераційний процес за схемою

$$v^{(k+1)}(\mathbf{x})=\int_\Omega G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-v^{(k)}(\mathbf{s}))^2}+P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s},\ k=0,1,2,\dots; \tag{3.10}$$

$$w^{(k+1)}(\mathbf{x})=\int_\Omega G(\mathbf{x},\mathbf{s})\left[\frac{\lambda f(\mathbf{s})}{(1-w^{(k)}(\mathbf{s}))^2}+P(\mathbf{s})\right]d\mathbf{s},\ k=0,1,2,\dots; \tag{3.11}$$

$$v^{(0)}(\mathbf{x})=0,\ w^{(0)}(\mathbf{x})=\beta. \tag{3.12}$$

Враховуючи інваріантність конусного відрізка $<0,\beta>$ та ізотонність оператора послідовності $\{v^{(k)}(\mathbf{x})\}$ і $\{w^{(k)}(\mathbf{x})\}$ неспадають та незростають за конусом K_+ відповідно. Існування границь цих послідовностей $v^*(\mathbf{x})$ і $w^*(\mathbf{x})$ випливає з нормальності конуса K_+ і повної неперервності оператора T. Отже, справджується ланцюг нерівностей

$$v^0=v^{(0)},\ v^{(1)},\ \dots,\ v^{(k)},\ \dots,\ v^*,\ w^*,\ \dots,\ w^{(k)},\ \dots,\ w^{(1)},\ w^{(0)}=w^0.$$

Можливими є два випадки: $v^*<w^*$ і $v^*=w^*$. У другому випадку $u^*:=v^*=w^*$ – єдина на конусному відрізку $<0,\beta>$ нерухома точка оператора T, а отже, u^* – єдиний на $<0,\beta>$ додатний розв'язок розглядуваної крайової задачі (2.1) – (2.3).

Отримаємо умови, за виконання яких, $v^* = w^*$. Для цього оцінимо норму $\left\| w^{(k+1)} - v^{(k+1)} \right\|$. З огляду на нерівність (3.5), отримаємо

$$\left\| w^{(k+1)} - v^{(k+1)} \right\| = \left\| T(w^{(k)}) - T(v^{(k)}) \right\| \le \gamma \left\| w^{(k)} - v^{(k)} \right\| = \gamma \left\| T(w^{(k-1)}) - T(v^{(k-1)}) \right\| \le$$

$$\le \gamma^2 \left\| w^{(k-1)} - v^{(k-1)} \right\| \le \ldots \le \gamma^{k+1} \left\| w^{(0)} - v^{(0)} \right\| = \gamma^{k+1} \beta .$$

Звідси випливає, що $\lim\limits_{k \to \infty} \left\| w^{(k+1)} - v^{(k+1)} \right\| = 0$, тобто $v^* = w^*$, якщо $\gamma < 1$.

Отже, справджується така теорема.

Теорема 3.1. Нехай $< 0, \beta >$ – інваріантний конусний відрізок для оператора T вигляду (3.2) і $\gamma < 1$. Тоді ітераційний процес (3.10) – (3.12) двобічно збігається у нормі простору $C(\bar{\Omega})$ до єдиного на $< 0, \beta >$ неперервного додатного розв'язку u^* крайової задачі (2.1) – (2.3).

Якщо на k -й ітерації за наближений розв'язок крайової задачі (2.1) – (2.3) обрати функцію

$$u^{(k)}(\mathbf{x}) = \frac{v^{(k)}(\mathbf{x}) + w^{(k)}(\mathbf{x})}{2},$$

то, з огляду на викладене вище, похибка цього наближення оцінюватиметься нерівністю

$$\left\| u^* - u^{(k)} \right\| \le \frac{1}{2} \left\| w^{(k)} - v^{(k)} \right\| \le \frac{1}{2} \gamma^k \beta . \qquad (3.13)$$

Отже, якщо задана точність $\varepsilon > 0$, то ітераційний процес (3.10) – (3.12) слід проводити до виконання нерівності

$$\left\| w^{(k)} - v^{(k)} \right\| = \max_{\mathbf{x} \in \bar{\Omega}} (w^{(k)}(\mathbf{x}) - v^{(k)}(\mathbf{x})) < 2\varepsilon$$

або нерівності $\gamma^k \beta < 2\varepsilon$ і тоді з точністю ε можна вважати, що $u^*(\mathbf{x}) \approx u^{(k)}(\mathbf{x})$.

З апріорної оцінки (3.13) можна отримати оцінку для кількості ітерацій, необхідних для досягнення заданої точності. А саме, розв'язуючи нерівність $\frac{1}{2} \gamma^k \beta < \varepsilon$, знаходимо, що для досягнення точності ε треба зробити

$$k_0(\varepsilon) = \left[\ln \frac{\beta}{2\varepsilon} \Big/ \ln \frac{1}{\gamma} \right] + 1$$

ітерацій, де квадратні дужки позначають цілу частину числа.

Як бачимо, з отриманих оцінок для найбільш швидкої збіжності ітераційного процесу треба обирати $\beta = \underline{\beta}$.

4. Результати обчислювального експерименту

Розглянемо задачу (2.1) – (2.3) у області $\Omega = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2) \mid x_1^2 + x_2^2 < 1\} \subset \mathbf{R}^2$. Функція Гріна такої задачі має вигляд

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r_{\mathbf{xs}}} - \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{\rho r_{\mathbf{xs}^1}},$$

де $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{s} = (s_1, s_2)$, $\rho = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$, точки $\mathbf{s}$, $\mathbf{s}^1$ – точки, симетричні відносно одиничного кола, $r_{\mathbf{xs}}$, $r_{\mathbf{xs}^1}$ – відстань між точками $\mathbf{x}$, $\mathbf{s}$ та $\mathbf{x}$, $\mathbf{s}^1$ відповідно.

Відомо [6], що функція для опису діелектричних властивостей пластини у круговій області може мати вигляд

$$f(\mathbf{x}) = e^{\zeta(|\mathbf{x}|^2 - 1)} = e^{\zeta(x_1^2 + x_2^2 - 1)},$$

де ζ – невід'ємна стала.

Для моделювання впливу зовнішнього тиску пропонується обрати функцію

$$P(\mathbf{x}) = \kappa(1 - |\mathbf{x}|^2)(5 - (1 - |\mathbf{x} - \mathbf{a}|^2)),\ \kappa > 0,\ \mathbf{a} = (0,75;\ 0,75)$$

(випадок $\kappa = 0$ відповідатиме відсутності зовнішнього тиску).

Нехай $\zeta = 2$, $\kappa = 0,5$. Тоді $M_f = 0,0623$, $M_P = 0,3497$. Графіки поверхонь функцій $f(\mathbf{x})$ та $P(\mathbf{x})$ представлені на рис. 4.1 та рис. 4.2 відповідно. З умови (3.9) маємо, що $\lambda \le 0,6536$. Тоді для кінців сильно інваріантного конусного відрізка згідно (3.4) отримаємо наступну умову $0,4983 \le \beta \le 0,5787$. Таким чином, конусний відрізок має вигляд $< 0, \beta >=< 0, \underline{\beta} >=< 0; 0,4983 >$.

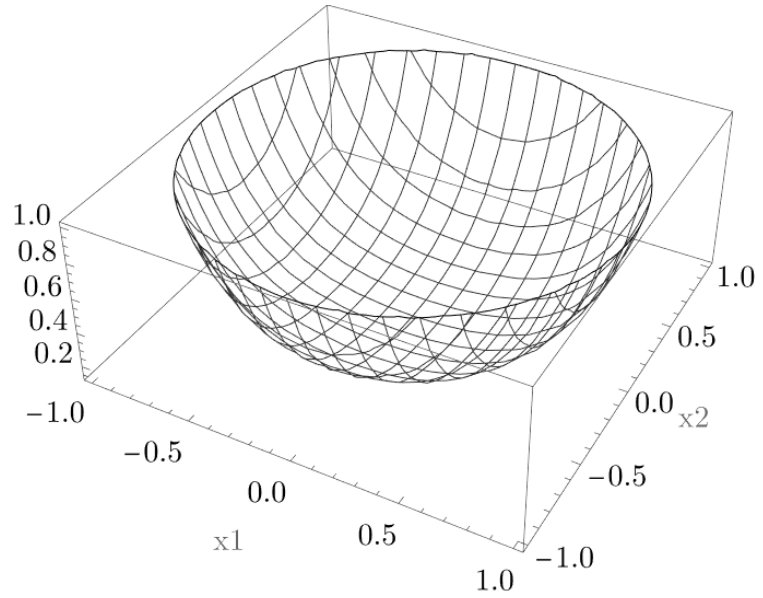


Рис. 4.1 Графік поверхні функції $f(\mathbf{x})$

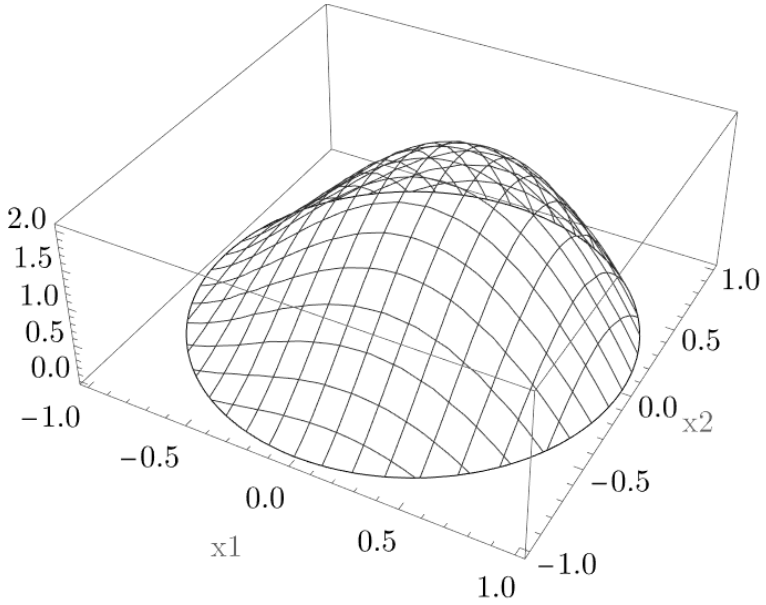


Рис. 4.2 Графік поверхні функції $P(\mathbf{x})$

Оберемо $\lambda = 0,6$. Тоді $\gamma = 0,5922$. Оскільки $\gamma < 1$, то згідно з теоремою 3.1 послідовні наближення, що формуються за схемою (3.10) – (3.12), двобічно збігаються до єдиного на $< 0, \beta >$ розв'язку задачі.

Нехай задано точність $\varepsilon = 10^{-4}$. Оскільки на п'ятій ітерації виконується умова

$$\max_{\mathbf{x}\in\bar{\Omega}}(w^{(5)}(\mathbf{x}) - v^{(5)}(\mathbf{x})) = 0,24 \cdot 10^{-3},$$

то з точністю $0,12 \cdot 10^{-4}$ отримаємо $u^*(\mathbf{x}) \approx u^{(5)}(\mathbf{x}) = \dfrac{w^{(5)}(\mathbf{x}) + v^{(5)}(\mathbf{x})}{2}$.

При цьому $\left\|u^{(5)}\right\| = 0,4157$. Двобічний характер збіжності послідовних наближень проілюстровано рис. 4.3, де представлені графіки верхніх (суцільна лінія) та нижніх (пунктирна лінія) наближень до розв'язку задачі при $x_2 = 0$. Лінії рівня та поверхня наближеного розв'язку $u^{(5)}(\mathbf{x})$ зображені на рис. 4.4 та 4.5 відповідно.

Також обчислювальний експеримент було проведено для різних значень ζ. У таблиці 1 представлено значення норми наближеного розв'язку задачі (2.1) – (2.3) в залежності від параметрів ζ та λ.

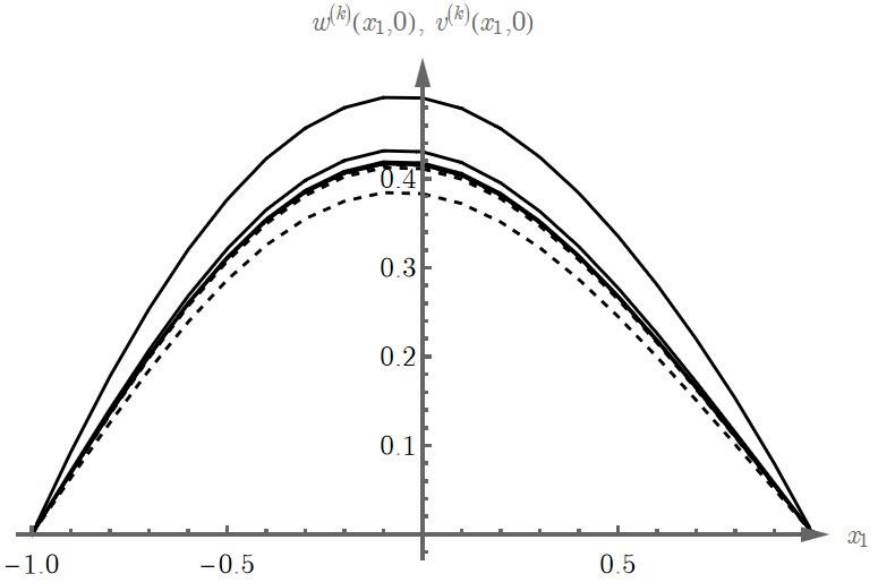


Рис. 4.3 Графіки верхніх та нижніх наближень до розв'язку задачі у перерізі $x_2 = 0$

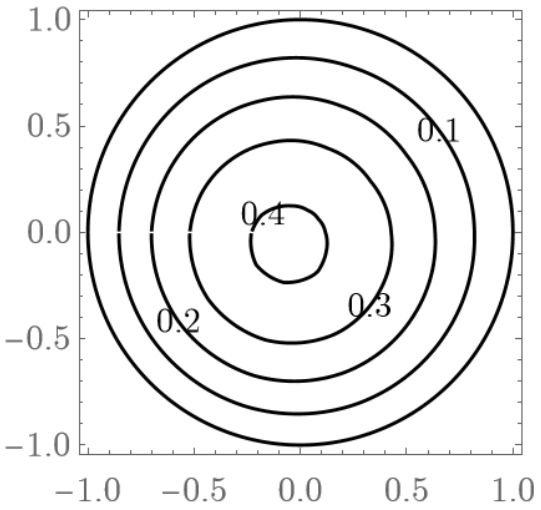


Рис. 4.4 Графік ліній рівня наближеного розв'язку

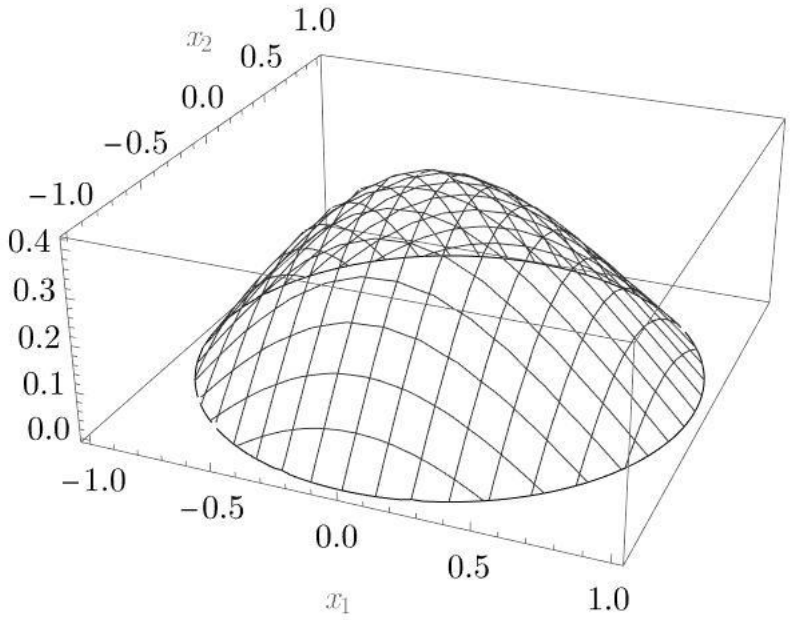


Рис. 4.5 Графік поверхні наближеного розв'язку

Таблиця 1. Значення норми наближеного розв'язку в залежності від параметрів задачі

ζ	$\lambda_{\max}(\zeta)$	λ	$\|u\|$	ζ	$\lambda_{\max}(\zeta)$	λ	$\|u\|$
0	0,1629	0,04	0,3646	1	0,3361	0,08	0,3631
		0,08	0,3850			0,16	0,3817
		0,12	0,4077			0,24	0,4020
		0,16	0,4333			0,32	0,4245
0,5	0,2356	0,05	0,3616	1,5	0,4724	0,10	0,3607
		0,10	0,3784			0,20	0,3765
		0,15	0,3967			0,30	0,3935
		0,20	0,4167			0,40	0,4118

Аналіз результатів обчислювального експерименту показав, що при фіксованому значенні κ зі зростанням значення параметра ζ також зростають $\lambda_{\max}(\zeta)$ та норма $\|u\|$. Крім того, $\|u\|$ зростає також зі зростанням λ при фіксованих значеннях κ і ζ. Ці дані можуть бути використані для визначення стійких режимів роботи МЕМС. Також слід відзначити, що вибір нерівномірно та несиметрично розподіленого зовнішнього тиску призводить до порушення радіальної симетрії розв'язку задачі.

5. Висновки

У роботі було вперше розглянуто узагальнену математичну модель електростатичних мікроелектромеханічних систем під дією зовнішнього тиску для випадку, коли $P(\mathbf{x}) \neq \text{const}$. Також вперше до неї застосовано метод двобічних наближень на основі використання функції Гріна, що дозволило отримати як умови існування єдиного додатного розв'язку задачі, так і наближення до нього з двосторонньою оцінкою похибки. Обчислювальний експеримент, проведений для тестових значень параметрів, показав ефективність запропонованого методу та можливість його використання для дослідження параметрів та режимів роботи реальних МЕМС. Цим визначається наукова новизна та практична значущість отриманих результатів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Pelesko J. A., Bernstein D. H. Modeling MEMS and NEMS. Cleveland: CRC Press, 2002. 351 p.
2. Nayfeh A. H., Younis M. I., Abdel-Rahman E. M. Reduced-order models for MEMS applications. *Nonlinear dynamics*. 2005. Vol. 41, № 1. P. 211–236.

3. Sidorov M. V. Green-Rvachev's quasi-function method for constructing two-sided approximations to positive solution of nonlinear boundary value problems. *Carpathian Mathematical Publications*. 2018. Vol. 10, № 2. P. 360–375.
4. Pelesko J. A. Mathematical modeling of electrostatic MEMS with tailored dielectric properties. *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 2002. Vol. 62, № 3. P. 888–908.
5. Guo Y., Pan Z., Ward M. J. Touchdown and pull-in voltage behavior of a MEMS device with varying dielectric properties. *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 2005. Vol. 66, № 1. P. 309–338.
6. Esposito P., Ghoussoub N., Guo Y. Mathematical analysis of partial differential equations modeling electrostatic MEMS. Providence: American Mathematical Society, 2010. 262 p.
7. Lin F., Yang Y. Nonlinear non-local elliptic equation modeling electrostatic actuation. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2007. Vol. 463, № 2081. P. 1323–1337.
8. Beckham J. R., Pelesko J. A. An electrostatic-elastic membrane system with an external pressure. *Mathematical and computer modelling*. 2011. Vol. 54, №11–12. P. 2686–2708.
9. Guo Y., Zhang Y., Zhou F. Singular behavior of an electrostatic–elastic membrane system with an external pressure. *Nonlinear Analysis*. 2020. Vol. 190. P. 111611.
10. Кончаковська О. С., Сидоров М. В. Метод двобічних наближень у чисельному аналізі однієї мікроелектромеханічної системи. *Вісник ХНУ ім. В.Н. Каразіна. Сер. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2018. Вип. 39. С. 33–41.
11. Опойцев В. И., Хуродзе Т. А. Нелинейные операторы в пространствах с конусом. Тбилиси: Изд-во Тбилис. ун-та, 1984. 246 с.
12. Красносельский М. А. Положительные решения операторных уравнений. М.: Физматгиз, 1962. 394 с.

REFERENCES

1. J. A. Pelesko, D. H. Bernstein *Modeling MEMS and NEMS*, Cleveland: CRC Press, 2002. 351 p.
2. A. H. Nayfeh, M. I. Younis "Reduced-order models for MEMS applications", *Nonlinear dynamics*, vol. 41, no. 1, pp. 211-236, 2005.
3. M. V. Sidorov "Green-Rvachev's quasi-function method for constructing two-sided approximations to positive solution of nonlinear boundary value problems", *Carpathian Mathematical Publications*, vol. 10, no. 2, pp. 360-375, 2018.
4. J. A. Pelesko "Mathematical modeling of electrostatic MEMS with tailored dielectric properties", *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 62, no. 3, pp. 888-908, 2002.
5. Y. Guo, Z. Pan and M. J. Ward "Touchdown and pull-in voltage behavior of a MEMS device with varying dielectric properties", *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 66, no. 1, pp. 309-338, 2005.
6. P. Esposito, N. Ghoussoub and Y. Guo *Mathematical analysis of partial differential equations modeling electrostatic MEMS*, Providence: American Mathematical Society, 2010. 262 p.
7. F. Lin and Y. Yang "Nonlinear non-local elliptic equation modeling electrostatic actuation", *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 463, no. 2081, pp. 1323-1337, 2007.
8. J. R. Beckham, J. A. Pelesko "An electrostatic-elastic membrane system with an external pressure", *Mathematical and computer modelling*, vol. 54, no. 11-12, pp. 2686-2708, 2011.
9. Y. Guo, Y. Zhang and F. Zhou "Singular behavior of an electrostatic–elastic membrane system with an external pressure", *Nonlinear Analysis*, vol. 190, pp. 111611, 2020.
10. O. S. Konchakovska, M. V. Sidorov "The two-sided method in numerical analysis of one microelectromechanical system", *Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University. Series «Mathematical Modelling. Information Technology. Automated Control Systems*, vol. 39, pp. 33-41, 2018 [in Ukrainian].
11. V. I. Opojtsev, T. A. Khurodze *Nonlinear Operators in Spaces with a Cone*, Tbilisi, USSR: Izdatel'stvo Tbilisskogo Universiteta, 1984. 246 p. [in Russian].
12. M. A. Krasnosel'skij *Positive Solutions of Operator Equations*. Moscow: Fizmatgiz, 1962. 394 p. [in Russian].

Konchakovska Oksana *postgraduate student of the Department of Applied Mathematics;*
Kharkiv National University of Radio Electronics, Nauky Avenue 14,
Kharkiv, Ukraine, 61166
e-mail: oksana.konchakovska@nure.ua
https://orcid.org/0000-0002-0836-6045

Sidorov Maxim *Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Full Professor, Head of the Department of Applied Mathematics;*
Kharkiv National University of Radio Electronics, Nauky Avenue 14,
Kharkiv, Ukraine, 61166
e-mail: maxim.sidorov@nure.ua;
https://orcid.org/0000-0001-8022-866X

Two-sided iterative method based on the use of the Green's function in problems of numerical analysis of some electromechanical systems

Relevance. The paper considers the problem of numerical analysis of a nonlinear boundary value problem that models an electrostatic microelectromechanical system under the action of external pressure. Microelectromechanical systems combine mechanical and electrical components of micron size and are used in automotive, aviation, and medicine. Electrostatic activation of these systems is crucial to micromirrors, microresonators, accelerometers, etc. The main limitation of electrostatic microelectromechanical systems is the pull-in instability, leading to system destabilization. It is proposed to investigate the model's parameters and obtain their estimates to eliminate these limitations.

Goal. Using the methods of the theory of nonlinear operators in semi-ordered spaces, develop a method of two-sided approximations for solving the given problem.

Research methods. A nonlinear elliptic equation with the Laplace operator and a homogeneous boundary condition of the first kind represents the mathematical model of the electrostatic microelectromechanical system. Using the method of Green's functions, this differential problem is transferred to the equivalent integral equation of Hammerstein, which is analyzed by methods of the theory of nonlinear operators in semi-ordered spaces.

The results. The nonlinear operator's properties included in the Hammerstein equation were studied, and the conditions for the existence of a unique positive solution to the considered problem and the conditions for the convergence of two-sided approximations were obtained. For the proposed method of two-sided approximations, a posteriori estimation of the error and estimation of the number of iterations necessary to achieve the specified accuracy were also obtained.

Conclusions. Computational experiments demonstrate the operation and efficiency of the developed method for a test problem in a circular area with different values of model parameters. The results of computational experiments are presented as numerical and graphical information.

Keywords: *method of two-sided approximations, method of Green's functions, methods of nonlinear analysis, conic segment, electromechanical system, effect of external pressure, monotonic operator.*

Надійшла у першій редакції 22.04.2022, в останній - 15.05.2022.

DOI: https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-03

УДК (UDC) **65.0(075.8)**

Мороз Ольга Юріївна *старший викладач кафедри теоретичної та прикладної системотехніки факультету комп'ютерних наук; Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, м. Харків, Україна, 61022, e-mail:* o.moroz@karazin.ua
https://orcid.org/0000-0002-4920-4093.

Технологія семантико-числової верифікації часопараметризованих паралельних програм для інформаційних і управляючих систем

У статті проведено аналіз останніх досягнень та публікацій з використання часопараметризованих мультипаралельних програм у сфері високоефективних інформаційних технологій та інформаційних і керуючих систем. Об'єктом дослідження є методи автоматичного програмування часопараметризованих мультипаралельних програм, які можуть обробляти великі обсяги даних за короткий час. Стаття передбачає визначення часопараметризованих мультипаралельних програм як конструкцій, що відповідають специфікації об'єктів даних, операцій/функцій, статичних зв'язків, впорядкованості операцій/функцій у динаміці паралельного обчислювального процесу, розділення на часові фрагменти, розбиття команд на підмножини та інформацію про фізичні величини. даних.

Предметом дослідження є ефективність використання технологій верифікації часопараметризованих мультипаралельних програм, зокрема застосування формату структури семантико-числової специфікації, що дозволяє формалізувати та автоматизувати процес верифікації. Розроблена технологія семантико-числової верифікації часопараметризованих паралельних програм для інформаційних і управляючих систем забезпечує перевірку синтаксичної та часової коректності формального синтезу структур семантико-числової специфікації.

У статті також представлена концептуальна модель технології верифікації часопараметризованих паралельних програм для інформаційних і керуючих систем. Основою для підтримки автоматичного характеру верифікації є формовані на всіх етапах синтезу структури семантико-числової специфікації. Формальний характер процесів верифікації часопараметризованих мультипаралельних програм заснований на побудові їх математичних моделей у термінах теорії множин. Робота сприятиме подальшому розвитку досліджень у сфері часопараметризованих мультипаралельних програм та забезпечення

Ключові слова: *технології паралельного програмування, паралельні обчислювальні системи, часопараметризована мультипаралельна програма, модель технології верифікації, технологія семантико-числової верифікації.*

Як цитувати: Мороз О. Ю. Технологія семантико-числової верифікації часопараметризованих паралельних програм для інформаційних і управляючих систем. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна, сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2022. випуск. 55. С.32-37. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-03

How to quote: Moroz O. Yu. Technology of semantic-numerical verification of time-parameterized parallel programs for information and control systems." *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series "Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 55. P.32-37. 2022. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-03

1. Аналіз останніх досягнень і публікацій. Постановка проблеми.

В наш час науково-технічний прогрес характеризується швидким розвитком нових перспективних напрямків науки, техніки та виробництва, таких як: дослідження космосу, атомної енергетики, телекомунікації, криптографії, розвитку медицини та генної інженерії, «інтелектуальної» робототехніки, управління складними системами в реальному часі та ін. Задля успішного рішення цих задач необхідне використання високоефективних інформаційних технологій (ІТ) та інформаційних і управляючих систем (ІУС), невід'ємними компонентами яких є програмне та технічне забезпечення, а також бази даних.

Для збільшення обсягів оброблюваних даних та зменшення часу на саму обробку все частіше застосовують паралельні програми. Аналіз літератури показує, що одним з перспективних напрямів розвитку технологій паралельного програмування є дослідження в області автоматичного програмування часопараметризованих мультипаралельних програм [1–3].

Часопараметризована мультипаралельна програма визначається що містить в явному виді специфікації наступних категорій інформації:

- множину об'єктів – даних, над якими повинні виконуватися дії (що задаються складом операцій/функцій алгоритмічної мови високого рівня);

© Мороз О.Ю. 2022

- множину дій (операцій/функцій), які мають бути виконані над даними для вирішення завдання;
- множину статичних зв'язків, що задають стосунки впорядкованості операцій/функцій за даними і по управлінню;
- впорядкованість операцій/функцій в динаміці паралельного обчислювального процесу, що задається множиною моментів часу початку виконання операцій/функцій;
- розділення множини операцій/функцій на часові фрагменти (множинні часові оператори, МВО), що включають сукупність операцій/функцій, виконання яких починається одночасно в конкретний момент дискретного часу;
- розділення множини даних фрагменти даних, поставлені в однозначну відповідність множинним часовим операторам і використовувані у відповідні моменти дискретного часу;
- наявність інформації про розбиття множини команд різних фрагментів на підмножини (нитки), що виконуються відповідними модулями/процесорами;
- наявність інформації про одиниці виміру фізичних величин даних.

Новизна класу часопараметризованих мультипаралельних програм робить необхідним рішення наукової задачі розробки нових технологій верифікації, орієнтованих на застосування формату структур семантико-числової специфікації [4–6], що дозволяє формалізувати процес верифікації та автоматизувати його.

2. Дослідження та результати

На рис. 1 представлено концептуальну модель технології верифікації часопараметризованих паралельних програм для ІУС

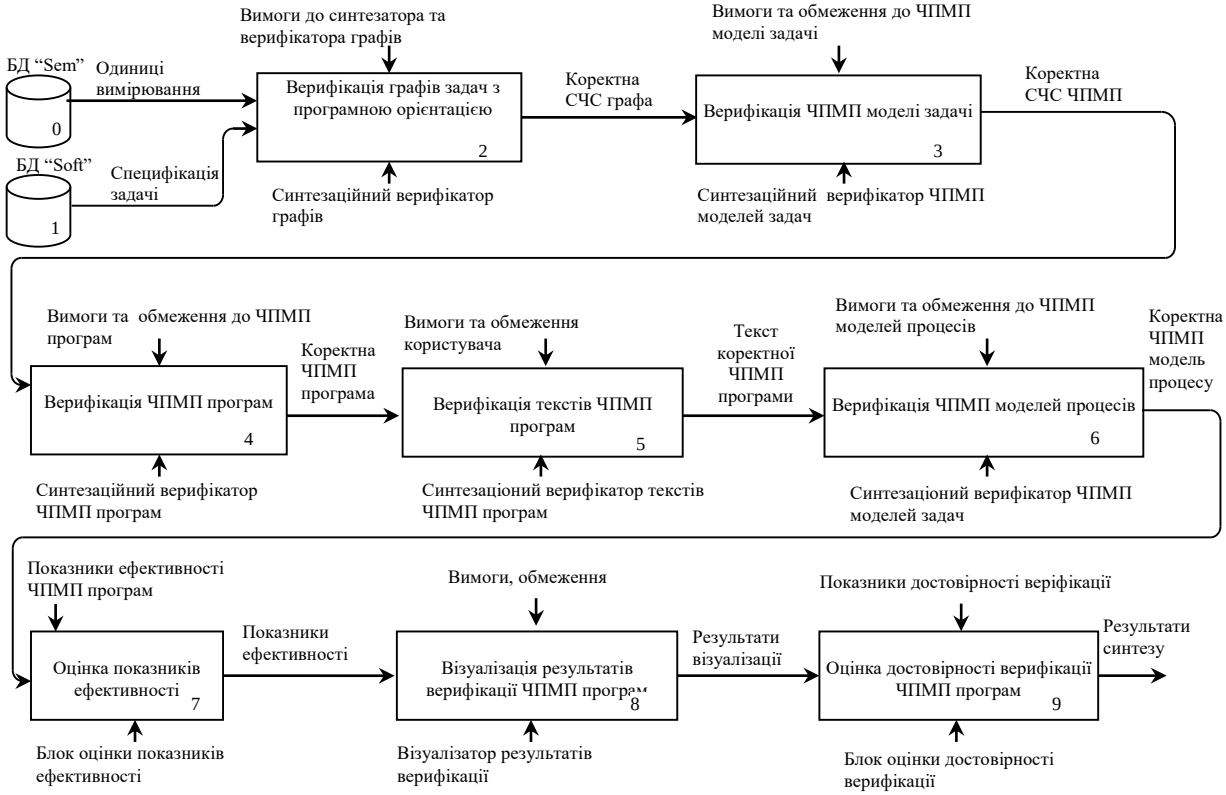


Рис. 1. Концептуальна модель технології верифікації часопараметризованих паралельних програм для ІУС.

Вхідними даними, які використовуються технологією для верифікації паралельних програмних засобів є:

–тексти послідовних програм завдань ІУС, для яких синтезуються часові паралельні програми;

–склад типів даних, операторів або функцій мови програмування високого рівня (наприклад, Сі) та процедур обміну повідомленнями;

–бібліотека тривалості виконання (у процесорних тактах) операторів або функцій процесорами різних типів (наприклад, суперскалярного типу).

До основних компонентів архітектури технології верифікації часопараметризованих паралельних програм відносяться наступні.

Зберігання одиниць вимірювання фізичних величин, які використовуються для перевірки семантичної коректності формального синтезу програмних засобів паралельних обчислювальних систем зберігається в базі даних «*Sem*» (символ 0, рис.1).

Синтезаційний верифікатор графів, представлений символом 2 (рис.1), здійснює синтез семантико-числової специфікації графів задач та їх верифікацію. Забезпечується проведення компіляційно-семантичної (*CSV*) та декомпіляційно-семантичної (*DSV*) верифікації графів вихідних програм задач та структур їх семантико-числової специфікації.

В більш деталізованому вигляді структура Синтезаційного верифікатору графів представлена на рис.2.

Результатами роботи синтезаційного верифікатору графів є:

- коректна, с точки зору верифікації, семантико-числова специфікація (СЧС) вихідного тексту послідовної програми;

- графічна специфікація вихідної послідовної програми.

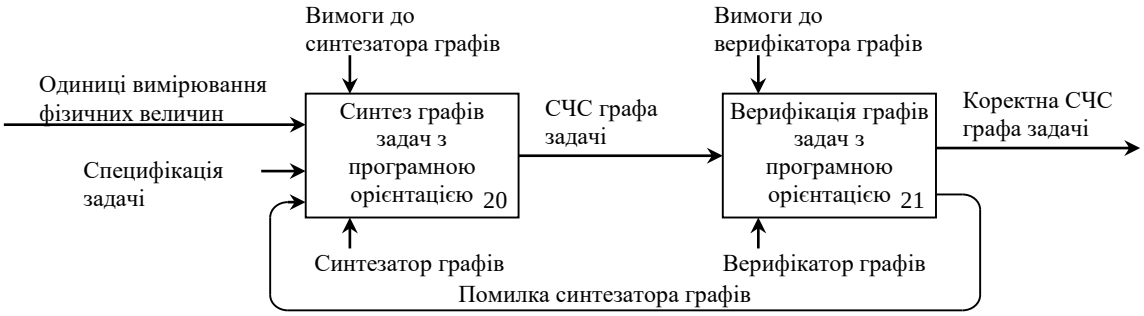


Рис.2. Синтезаційний верифікатор графів.

Синтезаційний верифікатор ЧПМП моделей задач (символ 3, рис.1) здійснює формальний синтез часових мультипаралельних моделей вихідних послідовних програм, синтезованих з урахуванням характеристик архітектури паралельних обчислювальних систем (ОС) і заданих вимог, та їх верифікацію. Структура синтезаційного верифікатора ЧПМП моделей задач представлена на рис. 3. Верифікатор забезпечує компіляційно-семантичну (CSV) та декомпіляційно-семантичну (DSV) верифікацію часових мультипаралельних моделей вихідних послідовних програм, орієнтованих на конкретні класи ОС та задані вимоги.

Результатом роботи синтезаційного верифікатора ЧПМП моделей задач є коректна семантико-числова специфікація часопараметризованої архітектурно-орієнтованої моделі вихідної послідовної програми.

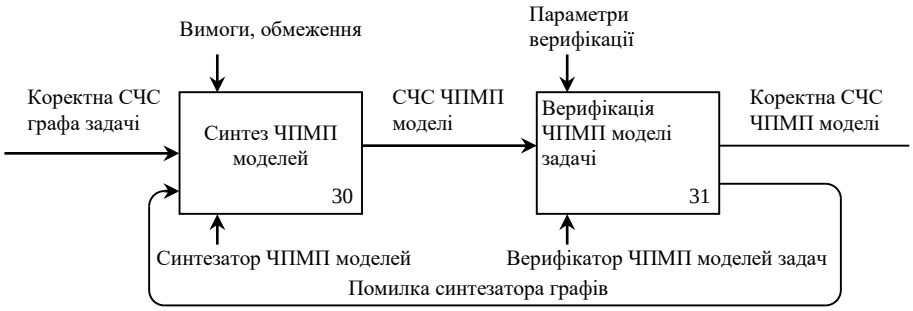


Рис.3 Синтезаційний верифікатор ЧПМП моделей задач

Синтезаційний верифікатор ЧПМП програм (символ 4, рис.1) проєктує ЧПМП програму з урахуванням вимог та обмежень замовника та класу паралельної обчислювальної системи на основі часпараметризованої архітектурно-орієнтованої моделі вихідної послідовної програми, яка представлена відповідними коректними семантико-числовими специфікаціями. В ході виконання етапу також забезпечується компіляційно-семантична та декомпіляційно-семантична верифікація структур семантико-числової специфікації синтезованих ЧПМП програм. На рис.4 представлено структуру синтезаційного верифікатора ЧПМП програм.

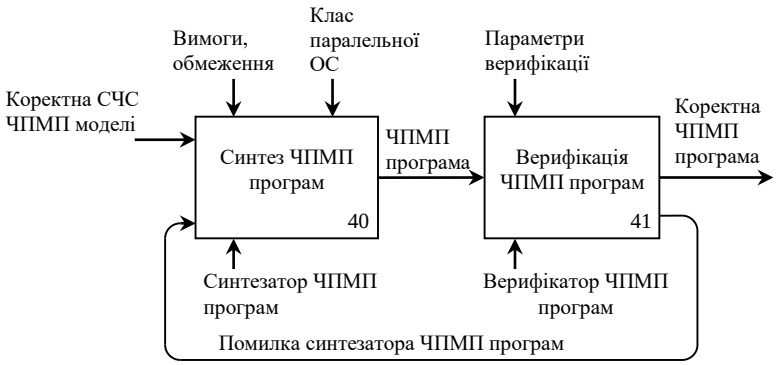


Рис.4 Синтезаційний верифікатор ЧПМП програм

Верифіковані тексти часопараметризованих мультипаралельних програм та часові моделі їх виконання з урахуванням вимог та обмежень, які задаються користувачами, автоматично синтезуються верифікатором текстів ЧПМП програм (символ 5, рис.1). Даний етап також забезпечує декомпіляційно-семантичну верифікацію текстів синтезованих часових мультипаралельних програм (з урахуванням типів та розмірностей даних, складу обчислювальних та керуючих операторів/функцій, засобів обміну даними та операторів часової синхронізації процесів). Структуру синтезаційного верифікатора текстів ЧПМП програм представлено на рис. 5.

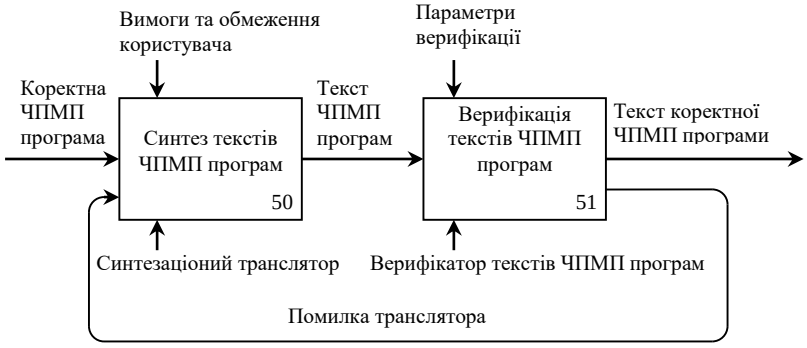


Рис.5 Синтезаційний верифікатор текстів ЧПМП програм

Синтезатор моделей процесів виконання ЧПМП програм (символ 6, рис.2) забезпечує синтез множини моделей процесів, що задовольняють вимогам та обмеженням замовника, а також компіляційно-семантичну (CSV) декомпіляційно-семантичну (DSV) верифікацію часових моделей. На рис.6 представлено структуру синтезаційного верифікатора ЧПМП моделей процесів.

Одним з важливіших етапів розробки паралельних програм є оцінка показників їх ефективності. Блок оцінки показників ефективності ЧПМП програм здійснює розрахунок показників ефективності паралельних алгоритмів та програм: часу паралельної реалізації програми (Tpar), прискорення (Sp), ефективності (Ef) залежно від кількості паралельних процесорних елементів (символ 7, рис.1).

Візуалізатор результатів верифікації (символ 8, рис.1) забезпечує зручну для користувачів наочну форму представлення вихідних результатів технології верифікації ЧПМП програм.

Оцінка достовірності верифікації ЧПМП програм є останнім етапом розроблюваної технології. Він забезпечує генерацію операторів – «дефектів» – зовнішніх впливів різних типів, що спотворюють відповідні статичні і часові елементи семантико-числових і графічних специфікацій об'єктів, що верифікуються, і виконує оцінку достовірності, як відношення кількості виявлених дефектів до кількості дефектів, фактично введених у паралельну програму (символ 9, рис.1).

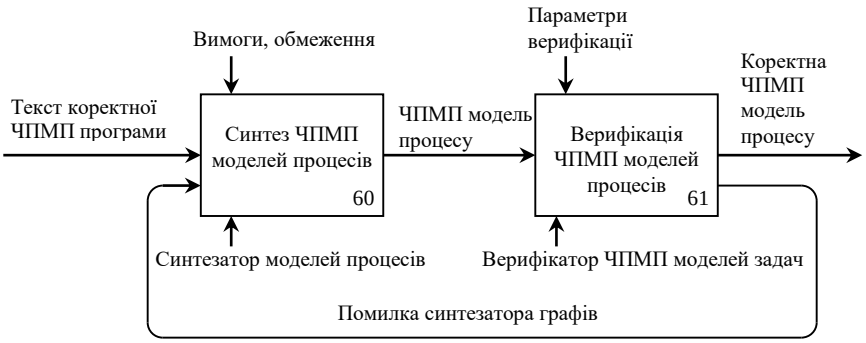


Рис.6 Синтезаційний верифікатор ЧПМП моделей процесів

Висновки.

1. Розроблена технологія семантико-числової верифікації часопараметризованих паралельних програм для ІУС забезпечує перевірку синтаксичної та часової коректності формального синтезу структур семантико-числової специфікації перерахованих вище об'єктів верифікації в динаміці проєктування цих об'єктів з одночасною перевіркою збігу одиниць вимірювання фізичних величин, отриманих та одиниць вимірювання вхідних та вихідних даних задачі, що задаються користувачами.

2. Вихідними даними та основою для підтримки автоматичного характеру верифікації є формовані на всіх етапах синтезу структури семантико-числової специфікації (послідовних програм задач; часових паралельних моделей задач; часопараметризованих паралельних програм).

3. Формальний характер процесів верифікації часопараметризованих мультипаралельних програм заснований на побудові їх математичних моделей у термінах теорії множин, використанні для специфікації об'єктів статичних і часових структур семантико-числової специфікації та на формальних перетвореннях структур СЧС (і об'єктів, що їх представляють) з використанням бібліотеки операцій алгебри просторово-часової семантико-числової специфікації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Семеренко В. П. Технології паралельних обчислень : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2018. 104 с.

2. Кузьма К.Т., Мельник О.В. Паралельні та розподілені обчислення: навчальний посібник для вищих закладів освіти. Миколаїв : ФОП Швець В. М., 2020. 172 с.

3. Коцовський В. М. Теорія паралельних обчислень: навчальний посібник. Ужгород: ПП «АУТДОР-Шарк», 2021. 188 с.

4. Дорогий Я. Ю., Цуркан В. В. Огляд методів верифікації параметризованих моделей. Збірник наукових праць Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. Миколаїв : НУК, 2020. № 1 (479). С. 82–90. URI http://eir.nuos.edu.ua/handle/123456789/3802.

5. Толстолузький Є.Д., Бердніков А.Г., Будько В.В., Толстолузька О. Г., Мороз О. Ю. Розробка та верифікація СЧС моделі мережевого планування. Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». 2021. Вип. 51. С.81–86. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2021-51-09

6. Ольга Мороз, Олена Толстолузька, Використання методів формального синтезу та верифікації паралельних часопараметризованих моделей для рішення системи лінійних рівнянь

методом Гауса , Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». 2021. Вип 52 С. 52–70. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2021-52-07.

REFERENCES

1. Semerenko V.P. Technologies of parallel computing: study guide. Vinnytsia: VNTU, 2018. 104p. [in Ukrainian].
2. Kuzma K.T., Melnyk O.V. Parallel and distributed computing: a textbook for higher education institutions. Mykolaiv: FOP Shvets V. M., 2020. 172 p. [in Ukrainian].
3. Kotsovsky V. M. The theory of parallel computing: a textbook. Uzhhorod: PE "AUTDOR-Shark", 2021. 188 p. [in Ukrainian].
4. Dorogy Y.Yu., Tsurkan V.V. Review of methods of verification of parameterized models. Collection of scientific works of the Admiral Makarov National Shipbuilding University. Mykolaiv: NUK, 2020. No. 1 (479). P. 82–90. [in Ukrainian] URL: http://eir.nuos.edu.ua/handle/123456789/3802. (Last accessed: 28.11.2022).
5. Tolstoluzkyi, Y., Berdnikov, A., Budko, V., Tolstoluzhskaya, E., & Moroz, O. (2021). Development and verification of SCS network planning model. Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, Series «Mathematical Modeling. Information Technology. Automated Control Systems», 51, P. 81–86. [in Ukrainian] URL: https://doi.org/10.26565/2304-6201-2021-51-09 (Last accessed: 23.10.2022).
6. Moroz, O., & Tolstoluzka, O. (2021). Using the methods of formal synthesis and verification of parallel time-parameterized models for solving the system of linear equations by Gaussian elimination. Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, Series «Mathematical Modeling. Information Technology. Automated Control Systems», 52, P.52–70. [in Ukrainian] URL: https://doi.org/10.26565/2304-6201-2021-52-07. (Last accessed: 20.11.2022).

Moroz Olha *Senior lecturer of the Department of Theoretical and Applied Systems Engineering, Faculty of Computer Science; VN Karazin Kharkiv National University, 6 Svobody Square, Kharkiv, Ukraine, 61077*

Technology of semantic-numerical verification of time-parameterized parallel programs for information and control systems

The article analyzes the publications and the latest advancements in the usage of time-parameterized multi-parallel programs in the field of highly effective information technologies, as well as, information and control systems. The object of research is the methods of automatic programming of time-parameterized multi-parallel programs that can process large volumes of data in a short time. The article provides for the definition of time-parameterized multiparallel programs as constructions that correspond to the specification of data objects, operations/functions, static relationships, ordering of operations/functions in the dynamics of a parallel computing process, division into time fragments, division of commands into subsets, and the information about physical data values.

The subject of the study is the effectiveness of using technologies of verification of time-parameterized multi-parallel programs, in particular, using the semantic-numerical specification structure format, that allows formalizing and automating the verification process. The developed technology of semantic-numerical verification of time-parameterized parallel programs for information and control systems provides verification of the syntactic and temporal correctness of the formal synthesis of semantic-numerical specification structures.

The article also presents the conceptual model of the verification technology of time-parameterized parallel programs for information and control systems. The basis for supporting the automatic nature of verification is the semantic-numerical specification structure formed at all stages of synthesis. The formal nature of the verification processes of time-parameterized multiparallel programs is based on the construction of their mathematical models in terms of set theory.

The article will contribute to the further development of research in the field of time-parameterized multiparallel programs.

Keywords: parallel programming technologies, parallel computing systems, time-parameterized multi-parallel program, verification technology model, semantic-numerical verification technology.

Надійшла у першій редакції 15.08.2022, в останній - 17.09.2022.

DOI: https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-04

UDC 004.93:004.94

Reva Sergiy *Candidate of Technical Science, Associate Professor of the Department of Electronics and Control Systems; Faculty of Computer Science; V. N. Karazin National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*
e-mail: iec-lab@karazin.ua;
https://orcid.org/0000-0002-2615-9226

Tsybliyev Denys *PhD student V.N. Karazin National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*
e-mail: dtsibliev@gmail.com
https://orcid.org/0009-0008-4373-8773

Computer methods of recognition and analysis of X-ray and gamma radiation parameters

The rapid development of computer technologies makes it possible to use computer methods for spectral analysis of X-ray and gamma radiation, where analog electronics have been traditionally used. One of the difficulties in obtaining data from radiation detectors is the very high frequency of signal registration. However, the use of special devices called digitizers allows us to acquire, digitize and send data to a computer system at a sufficient speed. Large data arrays obtained during experiments reflect the characteristics of spectrometric signals. It is possible to recognize the registration of radiation quanta in the detector, as well as to draw conclusions about the quantitative characteristics of radiation with the help of computer methods, mathematical calculations and special algorithms.

The overview of the main methods of obtaining data in digital form for further computer analysis, namely by conducting real experiments on special equipment and by means of computer modeling (simulation) is presented in the article. Several existing methods for recognition and analysis of individual radiation particles based on the shape of the signal are described, also the methods and the software algorithms for analyzing the parameters of X-ray and gamma radiation are implemented. The computer program, that is capable of simulating data with given characteristics and can perform recognition and analysis of gamma quanta based on the loaded data, has been developed as a part of the research. The program also allows visualizing the results and checking the efficiency of the methods. The conclusions about potential directions for further research have been made.

Keywords: *computer methods, digitizer, pulse shape analysis, computer modeling, gamma radiation.*

How to quote: S.M. Reva, D.O. Tsybliyev, “Computer methods of recognition and analysis of X-ray and gamma radiation parameters.” *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series “Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems*, vol. 55, pp. 38-48, 2022. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-04

Як цитувати: Рева С. М., Циблієв Д. О. Комп'ютерні методи розпізнавання та аналізу параметрів рентгенівського і гамма-випромінювання. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2022. т. 55. С.38-48. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-04

1. General formulation of research and its topicality

Spectral analysis of X-ray and gamma radiation is widely used in various fields of science, as well as in industry and everyday life. For many decades, the classic methods of spectral analysis were analog ones based on the use of expensive specialized electronic equipment for processing signals from detectors and spectrometric analog-to-digital converters (ADC) with high linear characteristics. Like any analog equipment, it requires ongoing debugging, adjustment and maintenance by highly qualified specialists.

In recent years computer methods of recording and measuring spectra have been intensively developed, which are primarily based on software processing of digitized signals coming directly from X-ray and gamma radiation detectors. There are tools available that allow registering and collecting data on the radiation spectrum of radioisotopes or secondary X-ray radiation of ordinary materials.

© Reva S., Tsybliyev D., 2022

Moreover, new specialized tools are being created. Such complexes usually include hardware and software components, use certain digital technologies and mathematical signal processing. The parameters of spectrometric signals obtained from hardware components, represent quite large arrays of data in digitized form that require recognition, detailed pulse shape analysis and processing. Currently some stages of analysis may be performed manually by specialists who can draw conclusions about the quality and qualitative characteristics of the objects of radiation thanks to their experience and necessary knowledge. Thus, it is important to explore computer methods for recognition and analysis of X-ray and gamma radiation parameters in digital form, which are received and digitized by using specialized hardware.

2. Setting of the problem and the aim of the article

The following tasks have been set in context of the research:

1. To review and describe the methods of obtaining digitized data that reflect the characteristics of X-ray or gamma radiation by conducting real experiments by using special electronic equipment or by means of computer modeling (simulation).
2. To analyze and describe existing approaches, methods for X-ray and gamma radiation parameters recognition and analysis, develop software algorithms capable of performing such analysis.
3. To develop a computer program capable of simulating signals and digital data arrays for computer analysis, that reflect radiation characteristics close to the data obtained from real experimental setups or alternatively allowing users to load digital data recorded during real experiments. Data being loaded, the computer program should perform recognition and analysis of radiation parameters, such as the number of recognized radiation quanta, its registration time, amplitude, shape, and perform visualization of the analysis results.

3. Methods of obtaining data for computer analysis

3.1. Data acquisition from real experimental setup

Special setups are usually used to acquire digital data that reflect the characteristics of gamma, X-ray or other types of radiation of various materials during real experiments. The following components are typically included in those setups:

- Source of X-ray or gamma radiation - radioactive isotope, X-ray tube, etc.
- Scintillation detector (CsI (Tl)).
- Photomultiplier tube (PMT)
- Analog-to-digital converter (ADC) or digitizer
- Computer or distributed computer system

Generic scheme of the setup is shown in Fig. 3.1 [1]. It is well known that photons of light are released when radiation particles hit the crystals of a scintillation detector, and scintillation pulse shape changes, depending on the type of radiation (gamma, neutron, X-ray, etc.) and its intensity [2-4]. Therefore, the general principle of setup work is that the particles from the radiation source falling into the scintillation detector generate photons of light. Subsequently, the signals from the scintillation detector are converted into electrical signals and amplified by using a photomultiplier tube (PMT). Electrical signals from the PMT are digitized and transferred to the computer system by a special device called digitizer. This device is capable of digitizing analog electrical signals with a high frequency and has an internal memory for storing and transmitting digitized data. Next, the data in digital form is transferred to a computer system that can process the data to recognize and analyze the radiation parameters, since the acquired digital arrays of data in a certain form reflect the characteristics of the radiation.

In Fig. 3.2, the view of one gamma quantum pulse registered in the detector, digitized by a digitizer and saved as an array of data corresponding to the signal level in the detector at each discrete moment of time can be seen. These data were acquired from a real experimental setup by using a digitizer from the Spectrum Instrumentation company [5] and visualized by the developed computer program.

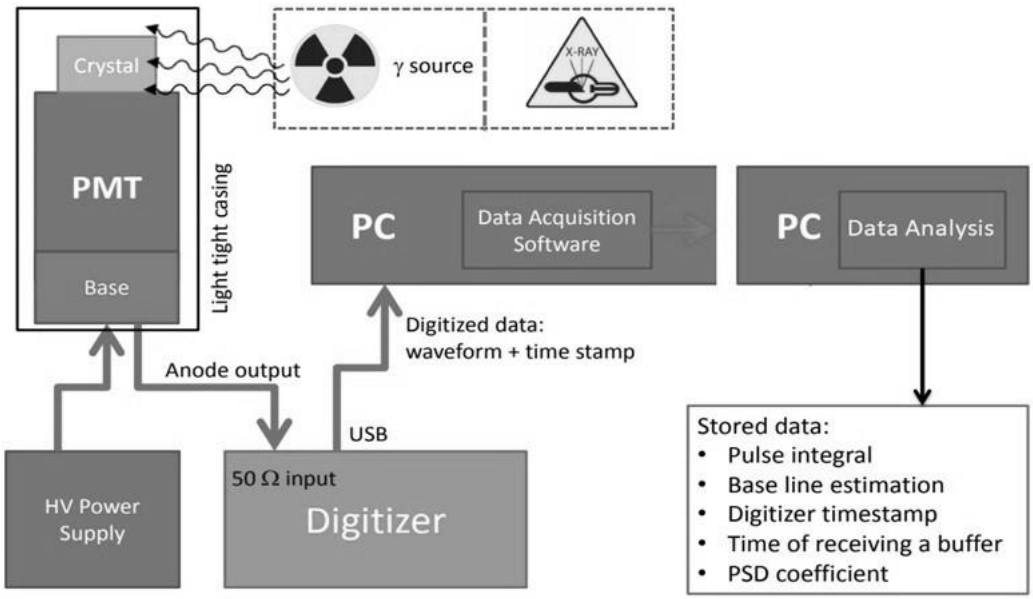


Fig. 3.1 Generic scheme of the setup for gamma source or pulsed X-ray tube excitation analysis

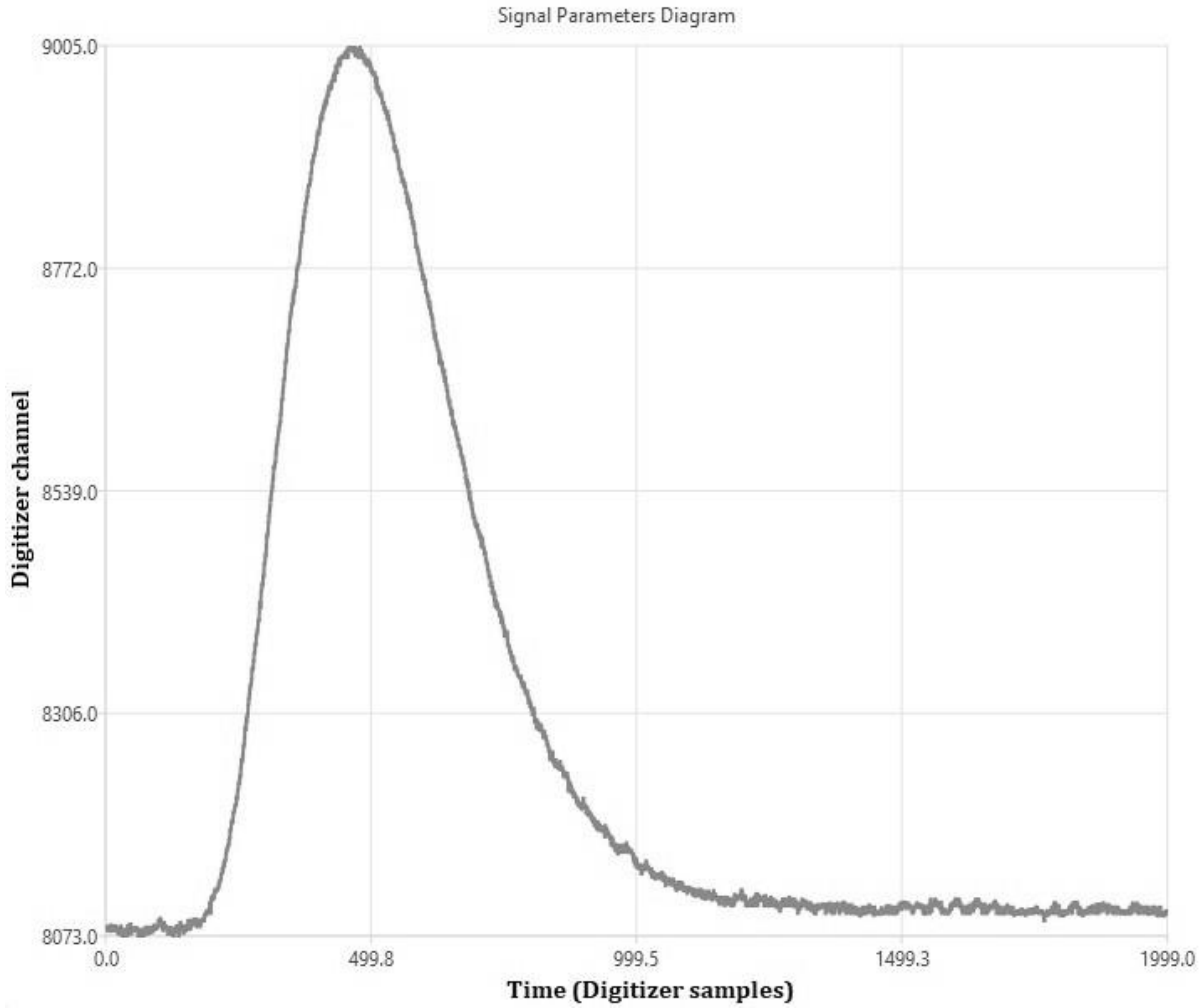


Fig. 3.2 Visualization of one gamma quantum pulse shape acquired from real experimental setup

3.2 Computer modeling (simulation)

Since it is not always possible to conduct real experiments to register and record various types of radiation parameters, another way to obtain data for computer analysis is to simulate the waveform of pulses of gamma radiation or other types of radiation. The fully simulated waveform of gamma radiation particles registration in detector can be represented by formula 3.1 [6]:

$$s(t) = z(t) + n(t) + \sum_{j=0}^{L} A_j p(t - t_j) \quad (3.1)$$

where t – the time, s(t) – the signal value at time t, z – the constant or very slow changes in time compared to the signal pulse width component, n(t) – the signal noise component, L – the number of registered gamma quanta, A_j and t_j are the amplitudes and registration times of event j, p(t) – the waveform generated by registered gamma quanta.

Since the digitizer or analog-to-digital converter (ADC) digitizes the analog signal from the detector at a certain frequency, generating a discrete set of signal level values, in this case the above formula can be represented in discrete form as 3.2 [6]:

$$s_i = z_i + n_i + \sum_{j=0}^{L} A_j p(i - t_j) \quad (3.2)$$

where i – the sequence number of ADC or digitizer sample.

In order to model the noise level component caused by various random factors, we can use the formula $n(t) = R_g(\sigma_n)$, where $R_g(\sigma_n)$ is the random number for each moment t, with the Gaussian distribution, that has an average value of 0 and a standard deviation of σ_n.

The pulse shape p(t) of one gamma quantum depends on the characteristics of the detector, but for a scintillation detector the shape of the signal of one quantum can be approximately represented by the following analytical formula 3.3 [7,8]:

$$p(t) = \begin{cases} t > 0 & P_n(1 - e^{-\frac{t}{t1}})^k (e^{-\frac{t}{t2}} + Be^{-\frac{t}{t3}}) \\ t \le 0 & 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

where P_n – the normalization factor, $t1$, $t2$, $t3$, B and k are numerical parameters of the pulse, that depend on crystal and light characteristics of the detector. The values of these parameters given in Table 3.1 were used for the simulation [6]:

Table 3.1 *Parameters of the pulse shape of the registered radiation particle, which were used to generate the signal model.*

Parameter	Value
K	4
t1	2.64893
t2	2.90428
t3	7.79602
B	0.323497

During the simulation, the time of each gamma quantum registration in the detector is randomly generated: $t_i = t_{max} \cdot R_u$, where t_{max} is the total duration of the signal simulation from the detector and R_u is a random number in the range from 0 to 1. In a simpler version, the gamma quanta pulse amplitude A_j can be set by a random number in a certain range $[A_{max}/2, A_{max}]$, where A_{max} is the chosen maximum pulse amplitude.

The following parameters are also important for generating and displaying simulated data: the frequency of digitization and transmission of the digitizer frames F_d, the total time of data recording during the simulation and the total count of the discrete digitizer samples N, and the average number of gamma quanta F_g, that are registered in the detector per one second. These parameters can be modified

by users through the graphical user interface of the program in order to receive various data sets for analysis, as well as to see how the general shape of the signal changes with an increase or decrease in the number of radiation particles appearing in the detector per second.

Fig. 3.3 demonstrates the signal shape generated by simulation with the following parameters:

- digitizer frequency F_d = 250 MHz
- total count of discrete samples N = 1000
- signal noise standard deviation σ_n = 25
- constant baseline (lower bound) of the signal z = 5000
- normalization factor P_n = 5.5
- the maximum amplitude of gamma quanta pulses A_{max} = 10000
- the average number of registered gamma quanta in the detector per one second $F_g = 10^6$

Fig. 3.4 shows the simulated signal shape with the average number of gamma quanta registered in the detector per second $F_g = 10^7$. As we can see, when the number of particles registered in the detector per second increases, the so-called pile-up effect appears. It happens when the pulses are superimposed on each other, because during the registration of one pulse, another pulse appears and is superimposed on the previous one.

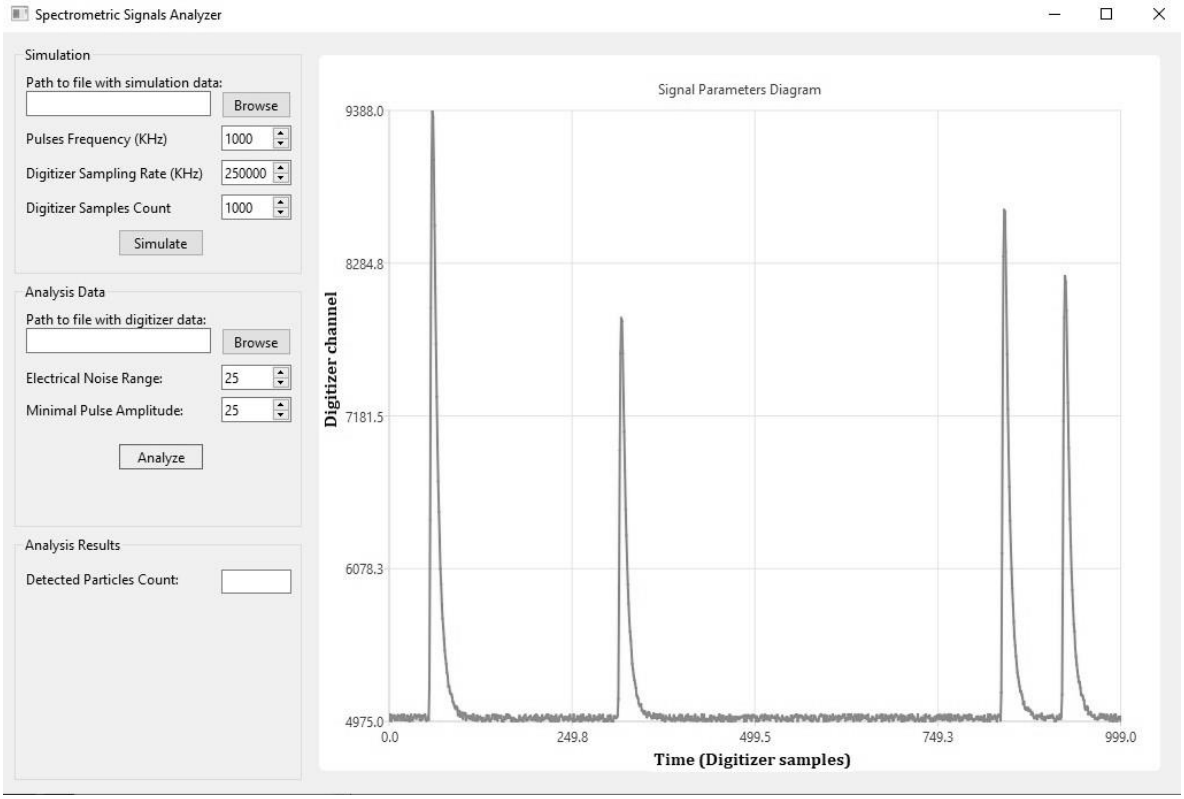


Fig. 3.3 Signal shape generated by simulation with the average number of gamma quanta registered in the detector 10^6 per second.

Recognizing and analyzing the shape of individual pulses at high counting rates with the appearance of the pile-up effect is a more difficult task than recognizing the shapes of pulses which do not overlap each other. Therefore, the methods and algorithms performing analysis for such cases should be developed considering the possibility of the pile-up effect. At the current moment, there are the published articles [6, 9], the authors of which conduct the research of methods for effective analysis of the signals shape with the pile-up effect.

4. Computer methods of signal shape recognition and analysis

As part of the research, a computer program that provides the possibility of computer modeling (simulation) [10] of data that reflect the characteristics of gamma radiation with various parameters or provides the possibility of loading data recorded with a digitizer during real experiments has been developed. The program also performs recognition and analysis of loaded data based on the signal

shape, outputs the results of analysis (the number of registered radiation quanta, its registration time, amplitudes) and visualizes the results of work on a diagram. The program has been developed in C++ programming language by using the QT library [11]. Usage of this library allows developing cross-platform software, so the program can be compiled and run under Windows or Unix-like operating systems. Besides that, the QT framework provides useful UI controls to render the diagrams.

Let us review the methods of recognition, analysis and calculation of individual gamma quanta for the signal shape obtained by simulation shown above in Fig. 3.3. The first step is to determine the baseline of the signal, which is essentially the lower bound of the signal with the presence of an electrical noise component. Baseline determination is necessary in order to continue further recognition of individual gamma quanta pulses starting from the baseline of the signal. The authors [6] describe in detail several methods that allow determining the baseline of the signal, in particular "Average and Median", "Averaging over the selection set", "Averaging over the flat chunk selection set" and analyze their effectiveness. Since the "Averaging over the flat chunk selection set" method has demonstrated better efficiency compared to others, this method has been implemented in the program algorithm to determine the baseline of the signal z.

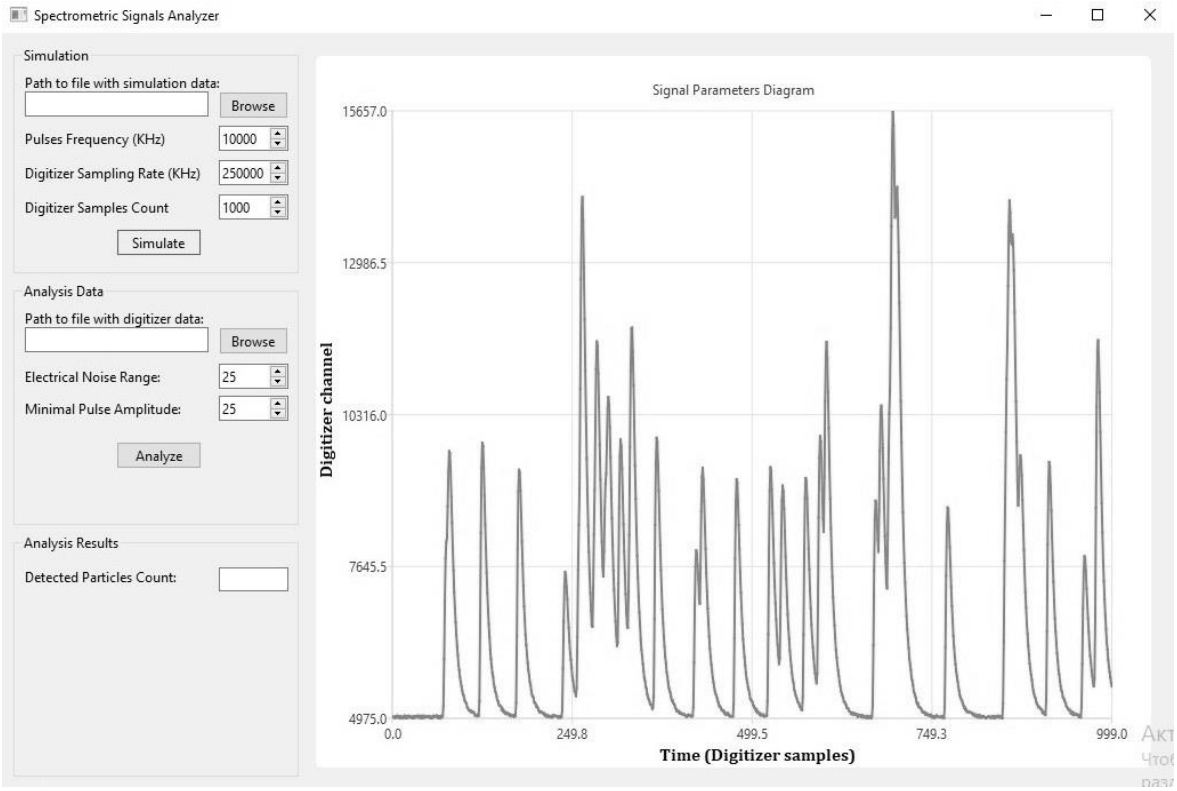


Fig. 3.4 Signal shape generated by simulation with the average number of gamma quanta registered in the detector 10^7 per second.

It should be noted that signal shape obtained during real experiments, as well as simulated signal, contains a component of electrical noise. This noise introduces continuous small pulse shape changes (signal level increase and decrease), which is shown in detail in Fig. 4.1.

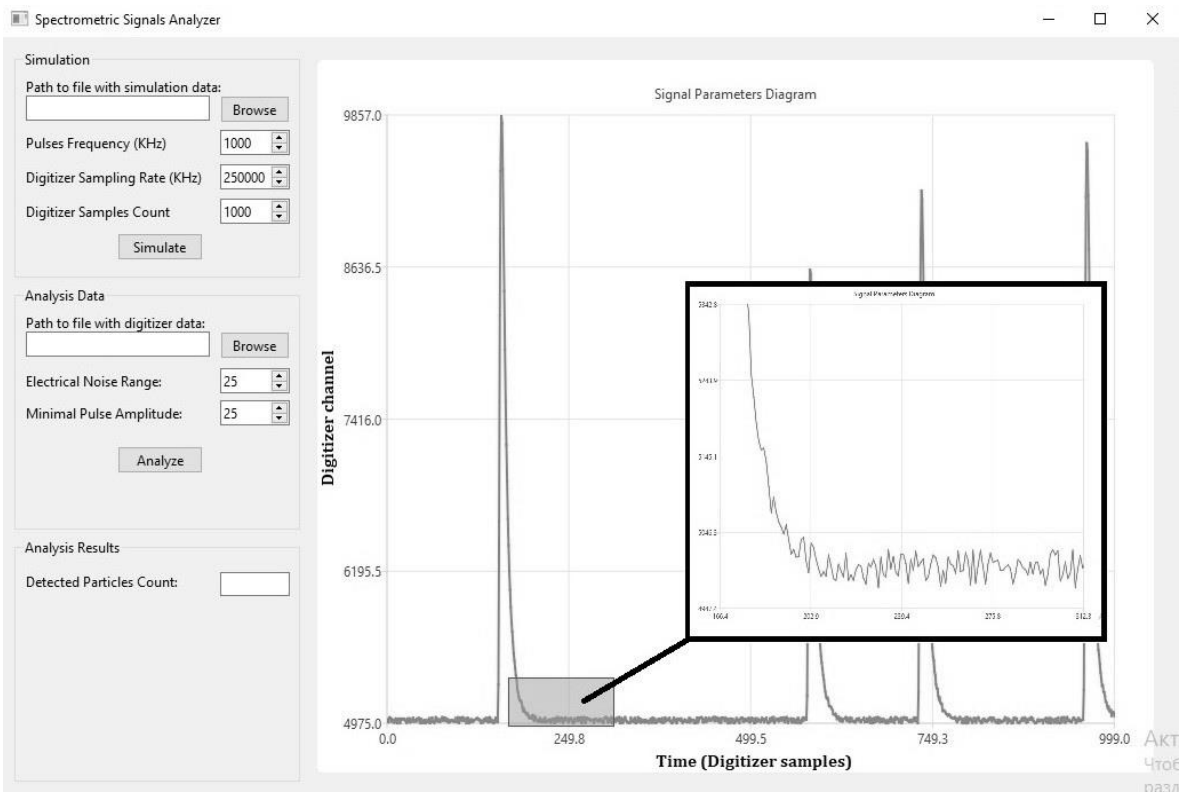


Fig. 4.1 The impact of electrical noise on signal shape

In order to reduce the impact of electrical noise we apply a filter that can smooth the shape of the signal to a certain extent. As described in detail in the article [1], the following filters can be used for this purpose: moving average or Bessel filter. In our case, moving average filter is used, which calculates the filtered value of the signal d[i] according to formula 4.1:

$$d[i] = \frac{1}{M}\sum_{k=M*i}^{M*(i+1)} f[i] \qquad (4.1)$$

where f[i] – signal value for sample i, M – the averaging coefficient (the number of samples for which the average value is calculated). For this coefficient value 16 has been chosen. After applying the filter, the waveform is smoother, without continuous small changes (as can be seen in Fig. 4.2), which makes the further analysis in order to determine the beginning and end of each pulse possible.

After that, the algorithm, created and implemented in the program, starts the analysis of the array of average signal values d[i] from the first sample (the beginning of the signal) to the last sample and analyzes the signal level. When the value of the signal level exceeds a certain threshold from the baseline $d[i] > z + 3\sigma_n$ (i.e., signal value is greater than the baseline level plus electrical noise), then the beginning of the gamma quantum pulse is registered. Next, the algorithm monitors the growth of the signal level, its peak and decrease till the baseline threshold $d[i] \leq z + 3\sigma_n$, thus one pulse from the gamma quantum is recognized and its characteristics are stored (namely the start-end interval of one pulse, the peak value and the amplitude A_i). When the beginning of one gamma quantum is recognized, and later the signal level decreases but does not reach the lower threshold (baseline + noise), and starts to grow again, that is the evidence of the pile-up effect, when the next gamma quantum pulse is superimposed on the previous one. In this case, the algorithm from this moment assumes that the next pulse from another gamma quantum has already arrived and begins to monitor its growth, peak value and decrease anew. Program also has a UI setting to specify minimum pulse amplitude, in order to filter out small pulses caused by random factors. The results of the program analysis and recognition of the number of registered gamma-quantum pulses and a visual indication of recognized particles are shown in Fig. 4.2.

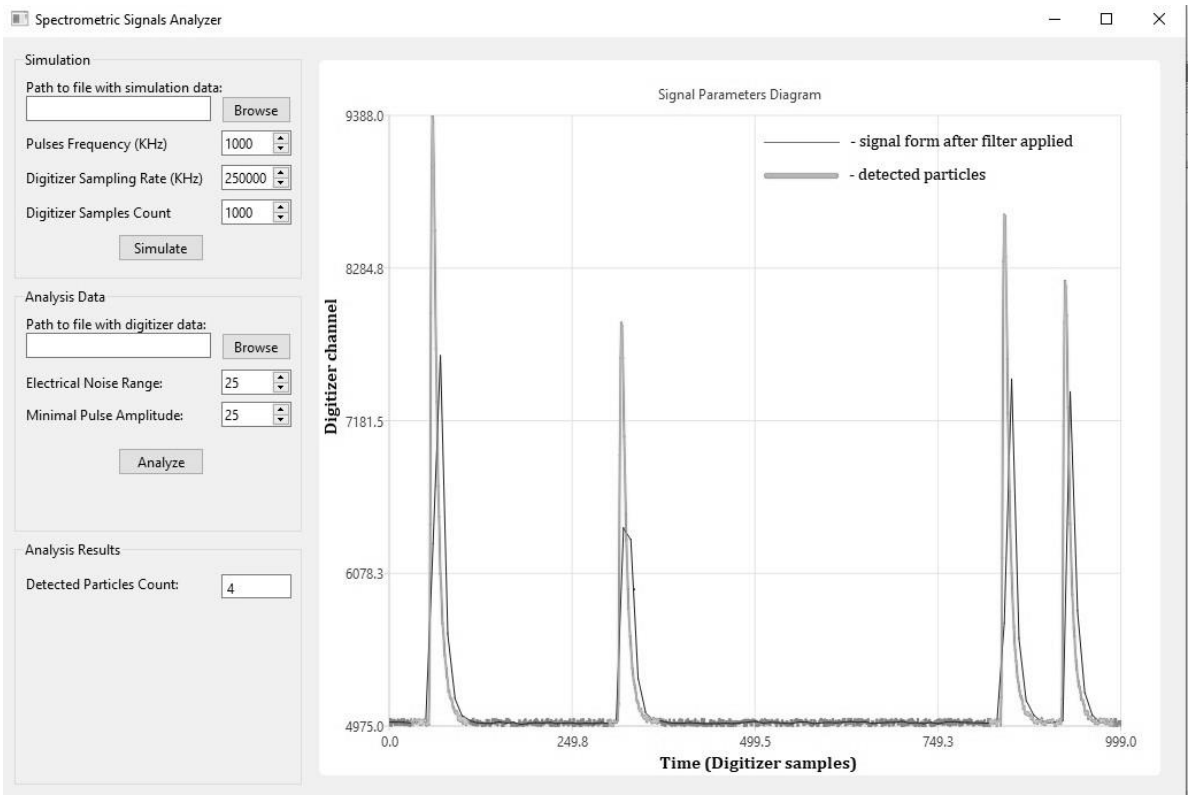


Fig. 4.2 The results of the program analysis and recognition of the number of registered gamma-quantum pulses.

5. Results and Conclusions

The research reviews and describes the mechanisms and methods of obtaining data on radiation parameters in digital form for computer analysis using special electronic equipment, as well as using computer modeling (simulation). The existing methods for recognizing and analyzing radiation parameters (the number of registered quanta, its amplitudes) by signal shape have been also analyzed. The work on improving existing methods or creating new, more effective methods and software algorithms will be continued. In the context of the research, a computer program has been developed that implements the possibility of simulating the necessary data arrays for analysis and allows adjusting the key characteristics of generated signals. It is important to notice that the program provides a way to check the effectiveness of computer methods and algorithms, as well as visualizes the results of recognition and analysis of radiation parameters.

One of the directions for further research is the expansion of the list of radiation parameters that can be analyzed. In addition to recognizing the number of registered radiation quanta and their amplitudes, it is also essential to calculate the energy of radiation quanta and build the energy spectrum diagram. Another promising direction of research is improving existing methods of parameters recognition and creating new, more effective methods. It is especially relevant for the analysis of X-ray and gamma radiation at high counting rates, when the pile-up effect is clearly visible. Further research and development of the software algorithms can be expanded in the direction of recognizing and distinguishing the pulse shapes from different types of particles in the analyzed radiation, for example, distinguishing neutrons from gamma quanta [12,13,14], with the calculation of the quantitative composition of different types of particles and their energy.

ЛІТЕРАТУРА

1. W. Wolszczak, P. Dorenbos. Time-resolved gamma spectroscopy of single events. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators Spectrometers Detectors and Associated Equipment. 2018. Volume 886. P. 30–55. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900217315036 (дата звернення: 25.12.2022)

2. G. T. Wright. Scintillation decay times of organic crystals. Proceedings of the Physical Society. Section B. 1956. Volume 69, Number 3. P. 358-372. URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0370-1301/69/3/311 (дата звернення: 25.12.2022)
3. L. Dinca, P. Dorenbos, J. de Haas, V. Bom, and C. V. Eijk. Alphagamma pulse shape discrimination in CsI:Tl, CsI:Na and BaF2 scintillators. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment/ 2002. Volume 486. P. 141-145. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900202006915 (дата звернення: 25.12.2022)
4. M. Kobayashi, Y. Tamagawa, S. Tomita, A. Yamamoto, I. Ogawa, Y. Usuki. Significantly different pulse shapes for γ- and α-rays in Gd3Al2Ga3O12:Ce3+ scintillating crystals. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2012. Volume 694. P. 91–94. URL: https://www.researchgate.net/publication/257024093_Significantly_different_pulse_shapes_for_g-_and_a-rays_in_Gd3Al2Ga3O12Ce3_scintillating_crystals (дата звернення: 26.12.2022)
5. Spectrum Instrumentation Official Website. URL: https://spectrum-instrumentation.com/products/digitizer/index.php (дата звернення: 26.12.2022)
6. E.M. Khilkevitch, A.E. Shevelev, I.N. Chugunov, M.V. Iliasova, D.N. Doinikov, D.B. Gin, V.O. Naidenov, I.A. Polunovsky, Advanced algorithms for signal processing scintillation gamma ray detectors at high counting rates. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators Spectrometers Detectors and Associated Equipment. 2020. Volume 997. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900220307051 (дата звернення: 26.12.2022)
7. A.E. Shevelev, et al., High performance gamma-ray spectrometer for runaway electron studies on the FT-2 tokamak, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators Spectrometers Detectors and Associated Equipment. 2016. Volume 830. P. 102–108. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900216304685 (дата звернення: 25.12.2022)
8. D.B. Gin, I.N. Chugunov, A.E. Shevelev, Development of a technique for high-speed gamma-ray spectrometry. Instruments and Experimental Techniques. 2008. Volume 51. P. 240–245. URL: https://link.springer.com/article/10.1134/S0020441208020152 (дата звернення: 27.12.2022)
9. M. Lopatin, N. Moskovitch, Tom Trigano, Yann Sepulcre. Pileup attenuation for spectroscopic signals using a sparse reconstruction. Conference: Electrical & Electronics Engineers in Israel (IEEEI), 2012. URL: https://www.researchgate.net/publication/261199932_Pileup_attenuation_for_spectroscopic_signals_using_a_sparse_reconstruction (дата звернення: 27.12.2022)
10. Averill M. Law, W. David Kelton. Simulation Modeling and Analysis. Third edition. McGraw-Hill. 2000. 760 pages.
11. QT Framework Official Website. URL: https://www.qt.io/product/framework (дата звернення: 27.12.2022)
12. Ronald Wurtz. Consistent principles for particle identification by pulse shape discriminating systems. SPIE Proceedings, Hard X-Ray, Gamma-Ray, and Neutron Detector Physics XXI. 2019. Volume 11114. P. 1–14. URL: https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/11114/111140X/Consistent-principles-for-particle-identification-by-pulse-shape-discriminating-systems/10.1117/12.2528898.full?SSO=1 (дата звернення: 27.12.2022)
13. C. Fu, A. Di Fulvio, S.D. Clarke, D. Wentzloff, S.A. Pozzi, H.S. Kim, Artificial neural network algorithms for pulse shape discrimination and recovery of piled-up pulses in organic scintillators. Annals of Nuclear Energy. 2018. Volume 120. P. 410-421. URL: https://doi.org/10.1016/j.anucene.2018.05.054 (дата звернення: 27.12.2022)
14. Fabio Pollastrone, Marco Riva, Daniele Marocco, Francesco Belli, Cristina Centioli. Automatic pattern recognition on electrical signals applied to neutron gamma discrimination. Fusion Engineering and Design. 2017. Volume 123. Pages 969-974. URL: https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2017.03.009 (дата звернення: 27.12.2022)

REFERENCES

1. W. Wolszczak, P. Dorenbos. Time-resolved gamma spectroscopy of single events. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators Spectrometers Detectors and Associated Equipment. Volume 886. P. 30–55. 2018. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900217315036 (Last accessed: 25.12.2022)
2. G. T. Wright. Scintillation decay times of organic crystals. Proceedings of the Physical Society. Section B, Volume 69, Number 3. P. 358-372. 1956. URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0370-1301/69/3/311 (Last accessed: 25.12.2022)
3. L. Dinca, P. Dorenbos, J. de Haas, V. Bom, and C. V. Eijk. Alphagamma pulse shape discrimination in CsI:Tl, CsI:Na and BaF2 scintillators. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. Volume 486. P. 141-145. 2002. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900202006915 (Last accessed: 25.12.2022)
4. M. Kobayashi, Y. Tamagawa, S. Tomita, A. Yamamoto, I. Ogawa, Y. Usuki. Significantly different pulse shapes for γ- and α-rays in Gd3Al2Ga3O12:Ce3+ scintillating crystals. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. Volume 694. P. 91–94. 2012. URL: https://www.researchgate.net/publication/257024093_Significantly_different_pulse_shapes_for_g-_and_a-rays_in_Gd3Al2Ga3O12Ce3_scintillating_crystals (Last accessed: 26.12.2022)
5. Spectrum Instrumentation Official Website. URL: https://spectrum-instrumentation.com/products/digitizer/index.php (Last accessed: 26.12.2022)
6. E.M. Khilkevitch, A.E. Shevelev, I.N. Chugunov, M.V. Iliasova, D.N. Doinikov, D.B. Gin, V.O. Naidenov, I.A. Polunovsky, Advanced algorithms for signal processing scintillation gamma ray detectors at high counting rates. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators Spectrometers Detectors and Associated Equipment. Volume 997. 2020. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900220307051 (Last accessed: 26.12.2022)
7. A.E. Shevelev, et al., High performance gamma-ray spectrometer for runaway electron studies on the FT-2 tokamak, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators Spectrometers Detectors and Associated Equipment. Volume 830. P. 102–108. 2016. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900216304685 (Last accessed: 25.12.2022)
8. D.B. Gin, I.N. Chugunov, A.E. Shevelev, Development of a technique for high-speed gamma-ray spectrometry. Instruments and Experimental Techniques. Volume 51. P. 240–245. 2008. URL: https://link.springer.com/article/10.1134/S0020441208020152 (Last accessed: 27.12.2022)
9. M. Lopatin, N. Moskovitch, Tom Trigano, Yann Sepulcre. Pileup attenuation for spectroscopic signals using a sparse reconstruction. Conference: Electrical & Electronics Engineers in Israel (IEEEI). 2012. URL: https://www.researchgate.net/publication/261199932_Pileup_attenuation_for_spectroscopic_signals_using_a_sparse_reconstruction (Last accessed: 27.12.2022)
10. Averill M. Law, W. David Kelton. Simulation Modeling and Analysis. Third edition. McGraw-Hill. 760 pages. 2000.
11. QT Framework Official Website. URL: https://www.qt.io/product/framework (Last accessed: 27.12.2022)
12. Ronald Wurtz. Consistent principles for particle identification by pulse shape discriminating systems. SPIE Proceedings, Hard X-Ray, Gamma-Ray, and Neutron Detector Physics XXI. Volume 11114. P. 1–14. 2019. URL: https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/11114/111140X/Consistent-principles-for-particle-identification-by-pulse-shape-discriminating-systems/10.1117/12.2528898.full?SSO=1 (Last accessed: 27.12.2022)
13. C. Fu, A. Di Fulvio, S.D. Clarke, D. Wentzloff, S.A. Pozzi, H.S. Kim, Artificial neural network algorithms for pulse shape discrimination and recovery of piled-up pulses in organic scintillators.

Annals of Nuclear Energy. Volume 120. P. 410-421. 2018. URL: https://doi.org/10.1016/j.anucene.2018.05.054 (Last accessed: 27.12.2022)
14. Fabio Pollastrone, Marco Riva, Daniele Marocco, Francesco Belli, Cristina Centioli. Automatic pattern recognition on electrical signals applied to neutron gamma discrimination. Fusion Engineering and Design. Volume 123. Pages 969-974. 2017. URL: https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2017.03.009 (Last accessed: 27.12.2022)

Комп'ютерні методи розпізнавання та аналізу параметрів рентгенівського і гамма-випромінювання

Рева Сергій Миколайович
к.т.н., доцент кафедри ЕіУС; факультету комп'ютерних наук; Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, Харків, Україна, 61022
e-mail: iec-lab@karazin.ua;
https://orcid.org/0000-0002-2615-9226

Цибліев Денис Олександрович
аспірант Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, Харків, Україна, 61022
e-mail: dtsibliev@gmail.com
https://orcid.org/0009-0008-4373-8773

Стрімкий розвиток комп'ютерних технологій зробив можливим використання комп'ютерних методів для спектрального аналізу рентгенівського та гамма-випромінювання, який традиційно в основному базувався на використанні аналогової електроніки. Однією з основних складнощів в отриманні даних з детекторів випромінювання є дуже велика частота реєстрації сигналів. Тим не менше, використання спеціальних пристроїв, які називаються діджітайзери, робить можливим отримання, оцифрування та передачу даних до комп'ютеризованої системи з достатньою швидкістю. Великі масиви даних отриманих від діджітайзера під час експериментів відображають характеристики спектрометричних сигналів. За допомогою комп'ютерних методів, математичних обчислень та спеціальних алгоритмів можна розпізнати реєстрацію квантів випромінювання в детекторі, а також зробити висновки про кількісні характеристики випромінювання.

В ході виконання роботи було зроблено огляд основних способів отримання даних в цифровому вигляді для подальшого комп'ютерного аналізу, а саме за допомогою проведення реальних експериментів на спеціальному обладнанні та за допомогою комп'ютерного моделювання (симуляції). Було розглянуто деякі існуючі методи для розпізнавання та аналізу окремих квантів випромінювання за формою сигналу і реалізовано методи та програмні алгоритми для проведення аналізу параметрів рентгенівського та гамма-випромінювання. В ході дослідження було розроблено комп'ютерну програму, яка здатна виконати симуляцію даних з заданими характеристиками, провести розпізнавання і аналіз квантів випромінювання на основі завантажених даних. Також програма дозволяє візуалізувати результати та перевірити ефективність роботи методів. Наприкінці статті робляться висновки про потенційні напрямки для подальшого дослідження.

Ключові слова: *комп'ютерні методи, діджітайзер, аналіз форми сигналів, комп'ютерне моделювання, гамма-випромінювання.*

Надійшла у першій редакції 18.06.2022, в останній - 28.09.2022.

DOI: https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-05

УДК (UDC) 004.942

Стрілець Вікторія Євгенівна
к.т.н., доцент кафедри теоретичної та прикладної системотехніки
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, м. Харків, 61022
e-mail: viktoria.strilets@karazin.ua
https://orcid.org/0000-0002-2475-1496

Дорошенко Максим Ігорович
студент факультету комп'ютерних наук
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, м. Харків, 61022
e-mail: xa11867769@student.karazin.ua
https://orcid.org/0000-0003-3645-252X

Аналіз і прогнозування характеристик комп'ютерної мережі

Більшість застосунків та пристроїв сьогодні працюють у взаємодії з мережами передачі даних, тому важливим є розробка й удосконалення технологій і методів для кращого розуміння, контролю, управління або прогнозування поведінки і стану комп'ютерних мереж та їх характеристик. Тому задачі, пов'язані з розробкою моделей та методів оцінки й прогнозування параметрів трафіку комп'ютерної мережі, є важливими для управління комп'ютерними мережами. Метою роботи була розробка моделі виявлення трендів характеристик комп'ютерних мереж та їх подальше оцінювання для підвищення якості прогнозування. У роботі запропоновано розглядати трафік комп'ютерних мереж з точки зору часових рядів. Розглянуті та проаналізовані моделі тренду часових рядів і критерії виявлення та методи оцінки тренду. Обраний метод оцінки тренду трафіку на основі тесту Манн-Кендалла, для інтерпретації результатів використаний метод консенсусу. Також була розглянута задача прогнозування трафіку комп'ютерної мережу із врахуванням показників тренду. Дана задача була успішно розв'язана з використанням моделі прогнозування на основі ковзного середнього, та удосконалена із застосуванням градієнтного бустингу. Окремою задачею були збір та попередня обробка набору вхідних даних, який описує роботу комп'ютерної мережі, його формалізація й подальший кількісний та якісний аналіз Був створений унікальний набір даних, сформований шляхом парсингу логів (системних файлів) із даних моніторингу стану трафіку комп'ютерної мережі. Саме цей набір даний був використаний для створення моделі виявлення тренду і подальшого прогнозування характеристик комп'ютерної мережі. Отримані результати показали, що розроблені моделі і методи можна використовувати у практичній діяльності при розв'язанні задач моніторингу і управління комп'ютерними мережами.
Ключові слова: *комп'ютерна мережа, трафік, аналіз тренду, задача прогнозування, машинне навчання*.

Як цитувати: Стрілець В. Є., Дорошенко М. І. Аналіз і прогнозування характеристик комп'ютерних мереж. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна, сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2022. вип. 55. С.49-57. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-05

How to quote: V.Y. Strilets, and M.I. Doroshenko, "Analysis and forecasting of computer network characteristics." *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National Universit, series "Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems,* vol. 55, pp. 49-57, 2022. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-05

1 Вступ

Останнє десятиліття можна охарактеризувати швидким зростанням обсягів трафіку комп'ютерних мереж. Така тенденція пов'язана зі стрімким розвитком таких комп'ютерних технологій, як хмарні обчислення, хмарні сховища, «потокові» сервіси для фільмів, музики чи ігор. Все це змушує інтернет-провайдерів вирішувати очевидне завдання збільшення та модернізації існуючих комп'ютерних мереж. Основним завданням при модернізації комп'ютерної мережі є аналіз мережевого трафіку, а саме його структури та обсягу. Саме для розв'язання цієї задачі пропонується застосувати методи виявлення трендів трафіку комп'ютерних мереж і розробити модель прогнозування показників трафіку комп'ютерної мережі.

В сучасній теорії аналізу даних і статистики існує багато різних методів прогнозування. Значна їх частина відноситься до прогнозування часових рядів. Особливістю прогнозування часових рядів є те, що аналізуються лише дані спостережень без додаткової інформації, без аналізу впливу зовнішніх сил. Звичайно, такий аналіз виглядає досить неповним, але доволі часто прогнози

© Автора-прізвище І.П., Співавтора-прізвище І.П., 2022

часових рядів є точними. Набір методів аналізу досить широкий. Деякі методи є універсальними, інші –спеціалізованими та вимагають подальшого розроблення й апробування. Велика різноманітність наявних методів, іноді недостатня обізнаність фахівців про особливості використання тих чи інших методів, складність застосування математичного апарату створюють для аналітиків труднощі та навіть можуть призводити до формулювання неправильних висновків [1, 2].

Розв'язання будь-якої задачі з аналізу і прогнозуванню часового ряду починається з побудови графіка досліджуваного показника. На етапі графічного аналізу можна досліджувати компонентний склад часового ряду, а також зробити перші кроки до вибору моделі для опису динаміки і подальшого прогнозування. Під час аналізу велику увагу приділяють виявленню тенденцій або трендів. Це допомагає підвищити якість прогнозування результату деякого явища часового ряду [3].

На сьогоднішній день існують різні способи для моніторингу та аналізу мережевого трафіку. Основні з них:

– за допомогою програм-аналізаторів (у тому числі з допомогою спеціальних протоколів у маршрутизаторах);

– статистичні методи;

– методи на основі нейронних мереж.

Всі ці методи мають свої переваги і недоліки і застосовуються в залежності від цілей.

2 Постановка задачі

Трафік комп'ютерних мереж можна розглядати як часовий ряд. Тоді задачу аналізу мережевого трафіку можна представити як пошук закономірностей в часових рядах, формулювання гіпотез і доведення їх статистичної значущості.

Метою дослідження є вдосконалення моделі прогнозування характеристик комп'ютерної мережі з врахуванням параметрів тренду.

Для досягнення мети необхідно вирішити такі задачі:

– формування та формалізація вхідних даних для побудови моделі прогнозування, а також їх підготовка та обробка для покращення ефективності методу.

– розробка (або модифікація існуючого) методу виявлення тренду даних.

– розробка моделі прогнозування часового ряду з використанням сучасних засобів моделювання.

покращення моделі за допомогою методів машинного навчання, а також порівняння ефективності моделей до та після застосування обраного методу машинного навчання.

3 Аналіз тренду мережевого трафіку

Виділення тренду мережевого трафіку є дуже важким і водночас дуже важливим завданням, оскільки його вирішення дозволяє здійснювати прогноз, у якому випадкова складова часового ряду використовується з метою оцінки точності прогнозу стану трафіку. В даний час найчастіше використовуються два методи виділення тренду [4].

Перший метод полягає в тому, що за емпіричними даними часового ряду підбирається крива (математична модель), яка з найбільшою точністю описує часовий ряд. При цьому в якості математичних моделей використовуються різні функції: рівняння прямої та експоненти, парабола (квадратична, кубічна і більш високих ступенів), логістична крива, крива Гомперца та ін.

Другий метод виділення тренду полягає в згладжуванні ряду за методом ковзного середнього. При цьому зазвичай знаходять середнє значення трьох (або п'яти) перших членів, далі беруться наступні три члени зі зміщенням на одиницю і середнє. Таким чином, вдається зменшити випадкову складову.

При аналізі часового ряду є доцільним виявити трендову складову. Для цього існують критерії виявлення трендів:

– критерій Аббе-Лінника;
– критерій Кокса-Стюарта;
– критерій Фостера-Стюарта;

– критерій Манн-Кендала.

Кожен з цих критеріїв використовується індивідуально для розглядуваного часового ряду, в залежності від властивостей даних, на яких цей критерій буде застосовуватись.

Для оцінки наявності трендової компоненти в роботі було використано метод Манн-Кендала.

Статистичний тест Манна-Кендалла (МК) на тенденцію використовується для оцінки того, чи набір значень даних збільшується з часом чи зменшується з часом, і чи є тенденція в будь-якому напрямку статистично значущою. МК не оцінює величину зміни [6].

Тест можна використовувати для індикаторів із різними одиницями вимірювання та періодами часу та не потребує довірчих інтервалів (які доступні не для всіх індикаторів). Крім того, перевірку можна виконати, навіть якщо в наборі відсутні значення.

Щоб обчислити тестову статистику *S*, треба порівнювати кожне значення з усіма наступними значеннями періоду часу для індикатора. Для кожної пари порівняння присвоюється оцінка «+1», якщо останнє значення перевищує перше.

Якщо останнє значення нижче за перше, то порівнянню присвоюється оцінка «-1». Потім усі бали підсумовуються для обчислення тестової статистики *S*. Позитивне значення *S* означає, що тенденція зростає, а від'ємне значення *S* означає, що тенденція зменшується.

Тест МК перевіряє, чи слід відхилити нульову гіпотезу (H_0) і прийняти альтернативну гіпотезу (H_a), де

– H_0: немає монотонної тенденції;
– H_a: монотонна тенденція присутня.

Початкове припущення тесту МК полягає в тому, що дані є правдивими та що дані мають бути переконливими поза розумним сумнівом, перш ніж вони будуть відхилені та прийняті [6, 7]. Регресійний аналіз вимагає, щоб залишки від підігнаної лінії регресії були нормально розподілені, припущення, яке не вимагається тестом Манн-Кендалла, тобто є непараметричним (без розподілу) тестом.

Обчислення *S* статистики відбувається за формулою:

$$S = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{l=k+1}^{N} sign(x_l - x_k).$$

Далі обчислюється *VAR*(*S*):

$$VAR(S) = \frac{1}{18}\left(\begin{array}{l} n(n-1)(2n+5) - \sum_{p=1}^{g} t_p(t_p-1)(2t_p+5) - \sum_{q=1}^{h} u_q(u_q-1)(2u_q+5) + \\ + \frac{\sum_{p=1}^{g} t_p(t_p-1)(2t_p-2) \cdot \sum_{q=1}^{h} u_q(u_q-1)(2u_q-2)}{9n(n-1)(n-2)} + \frac{\sum_{p=1}^{g} t_p(t_p-1) \cdot \sum_{q=1}^{h} u_q(u_q-1)}{2n(n-1)} \end{array} \right),$$

де g – кількість груп зв'язаних даних, t_p – кількість зв'язаних даних у p-й групі, h – кількість разів вибірки, які містять кілька даних, u_p – кількість множинних даних за q-й період часу.

Z – статистика задається рівнянням:

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{VAR(S)}}, якщо\ S > 0; \\ 0, якщо\ S = 0; \\ \frac{S+1}{\sqrt{VAR(S)}}, якщо\ S < 0. \end{cases}$$

Метод був обраний за основу для аналізу тренду, оскільки має декілька переваг перед іншими, а саме:

– він не передбачає розподіл даних відповідно до якогось конкретного правила, тобто, наприклад, не вимагає, щоб дані розподілялися нормально;

– на результат не впливають відсутні дані, окрім факту, що кількість точок вибірки зменшено і, отже, може негативно вплинути на статистичну значущість;

– на результат не впливає нерівномірний розподіл часових точок вимірювання;

– на результат не впливає довжина часового ряду.

Окрім тесту Манн-Кендала використовується також його модифікація, запропонована Хамедом та Рао. На основі модифікованого значення дисперсії статистики тренду Манна-Кендала використовується модифікований непараметричний тест тренду, який підходить для автокорельованих даних. Точність модифікованого тесту з точки зору рівня його емпіричної значущості є вищою, ніж оригінальний тест тренду Манна-Кендала без будь-якої втрати потужності.

Для перевірки гіпотези про віднесення часового ряду до класу стаціонарних (щодо лінійного тренду) чи нестаціонарних процесів був використаний тест Дікі-Фуллера (ADF). Результат тесту ADF (p-значення нижче 0,05) свідчить про те, що нульову гіпотезу про наявність одиничного кореня можна відхилити з довірчим рівнем 95%. Отже, якщо p-значення нижче 0,05, ЧР є стаціонарним [5].

У роботі для перевірки наявності тренду було запропоновано метод, при якому загальна оцінка наявності тренду складається на основі як мінімум трьох тестів: тест Манн-Кендала, модифікований тест Манн-Кендала (Ю. Ванг) та модифікований тест Манн-Кендала (Х. Рао). Результат методу інтерпретується як ціле число в інтервалі [-1;1]. Якщо результат є від'ємне число – то тренд існує, та є низхідним. В випадку, коли результат 0 – це свідчить про те, що тренду не існує. Якщо результат дорівнює 1 – це говорить про те, що в даних є тренд, який має висхідний напрямок. Таким чином можна зробити комплексну оцінку наявності тренду, та отримати об’єктивні результати аналізу. Схему роботи методу можна побачити на рис. 1.

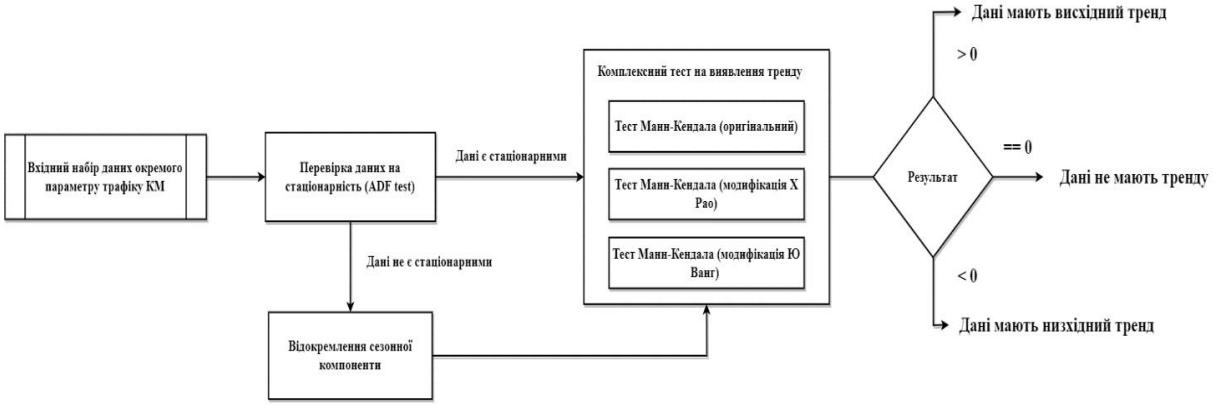


Рис. 1. Схема роботи методу виявлення тренду на основі тесту Манн-Кендала

4 Метод прогнозування мережевого трафіку

Прогнозування часових рядів – це процес аналізу даних часових рядів із використанням статистики та моделювання для прогнозування та прийняття стратегічних рішень. Це не завжди точне передбачення, і ймовірність прогнозів може різко відрізнятися, особливо коли йдеться про типові коливання змінних у даних часових рядів, а також фактори, які ми не контролюємо. Однак прогнозування розуміння того, які результати є більш імовірними або менш імовірними, ніж інші потенційні результати [5].

Прогнозування рядів часто використовується в поєднанні з аналізом часових рядів. Аналіз часових рядів включає розробку моделей для розуміння даних, щоб зрозуміти основні фактори впливу.

Моделі зазвичай оцінюються за допомогою середньоквадратичної помилки (MSE) або середньоквадратичної помилки (RMSE) [6].

Серед найбільш відомих і використовуваних моделей прогнозування часових рядів можна відмітити: авторегресійні моделі, моделі ковзного середнього й інтегровані моделі.

Інтегрована модель авторегресії та ковзного середнього, запропонована Боксом і Дженкінсом включає як параметри авторегресії, так і параметри ковзного середнього [7]. Саме, є три типи параметрів моделі: параметри авторегресії (p), порядок різниці (d), параметри ковзного середнього (q). В позначеннях Бокса і Дженкінса модель записується як ARIMA (p, d, q). Наприклад, модель (0, 1, 2) містить 0 (нуль) параметрів авторегресії (p) і 2 параметри ковзного середнього (q), які обчислюються для ряду після взяття різниці з лагом, що дорівнює 1.

Методологія Бокса-Дженкінса підбору ARIMA-моделі для певного ряду спостережень складається з чотирьох етапів [8]:

– ідентифікація моделі – процес вибору моделі, що найкраще відповідає аналізованому реальному процесу;

– оцінювання моделі – використання регресійних методів для отримання оцінок параметрів, включених в модель;

– тестування моделі – перевірка основних передумов використання регресійного аналізу, перевірка адекватності моделі з використанням тестів на нормальність залишків (тест Жарка-Бера), на автокореляцію залишків (тест Дарбіна Вотсона), на сталість дисперсій випадкових залишків (критерії Кохрана та Голдфалда Кванта) якість специфікації моделі (F-тест);

– використання моделі для прогнозування.

На етапі ідентифікацією порядку моделі необхідно вирішити, як багато параметрів авторегресії (p) і ковзного середнього (q) має бути присутнім в ефективній та економній моделі процесу (економність моделі означає, що в ній є найменша кількість параметрів та найбільша кількість ступенів свободи серед усіх моделей, що підганяються до даних). Насправді дуже рідко буває, що число параметрів p чи q більше 2.

Наступний, після ідентифікації, крок полягає в оцінюванні параметрів моделі. Отримані оцінки параметрів використовуються на останньому етапі, щоб обчислити нові значення ряду і побудувати довірчий інтервал для прогнозу. Процес оцінювання проводиться за перетвореними даними (підданим застосуванню оператора різниці). До побудови прогнозу необхідно виконати зворотну операцію (інтегрувати дані). Таким чином, прогноз методології порівнюватиметься з відповідними вихідними даними.

Додатково моделі ARIMA можуть містити константу, інтерпретація якої залежить від моделі, що підганяється. Саме, якщо у моделі немає параметрів авторегресії, то константа є середнє значення ряду, якщо параметри авторегресії є, то константа є вільним членом. Якщо бралася різниця ряду, то константа є середнім або вільним членом перетвореного ряду. Наприклад, якщо бралася перша різниця (різниця першого порядку), а параметрів авторегресії в моделі немає, то константа є середнім значенням перетвореного ряду i, отже, коефіцієнт нахилу лінійного тренду вихідного.

В роботі була використана модель прогнозування ARIMA, оскільки вона зазвичай застосовується для прогнозування даних стаціонарних часових рядів та враховує трендову компоненту ряду, завдяки чому має високі показники точності серед усіх моделей даного типу.

5 Опис набору даних, які характеризують мережевий трафік

За основу для набору даних було обрано логи комерційної компанії, яка спеціалізується на аналізі мережевого трафіку для крупних клієнтів [9]. З отриманих логів за допомогою розробленого програмного забезпечення було сформовано вибірку (з використанням парсингу текстових файлів), яка налічує більше 300 000 рядків. Об’єкти набору даних мають 9 параметрів (рис. 2):

1. Max packet size (bytes) – відповідає за показник максимального розміру пакету, що передається по мережі;
2. Send latency (usec) – показник затримки відправника у мілісекундах;
3. Recv latency (usec) – відповідає за показник затримки отримувача у мілісекундах;
4. Min packet spacing (usec) – відповідає за часову різницю між пересиланням пакетів (інтервал передачі пакетів) у мілісекундах;
5. Max rate (Mbps) – відповідає за показник максимальної швидкості даних в мережі на момент заміру;

6. ADR (Mbps) – показник адаптивного бітрейту мережі;
7. Grey bandwidth resolution – показник сірого трафіку мережі;
8. Measurement date – дата, коли було сформовано дані вимірювання показників трафіку мережі;
9. Available bandwidth (Mbps) – наявна пропускна здатність мережі.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Max packet size (bytes)	Send latency (usec)	Recv latency (usec)	Min packet spacing (usec)	Max rate (Mbps)	ADR (Mbps)	Grey bandwidth resolution	Measurement date	Available bandwidth (Mbps)
2	1472	7	1	14	857.14	0.65	0.03	06/03/2009	0.65
3	1472	33	1	66	181.82	0.10	0.00	06/02/2009	0.10
4	1464	169	1	338	35.31	0.25	0.01	06/01/2009	0.25
5	1472	90	1	180	66.67	0.30	0.01	06/01/2009	0.30
6	1472	22	1	44	272.73	0.54	0.03	06/01/2009	0.54
7	1464	39	1	78	153.03	0.28	0.01	06/01/2009	0.28
8	1442	47	1	94	125.11	0.30	0.02	06/01/2009	0.30
9	1472	43	1	86	139.53	5.82	0.29	06/01/2009	2.93
10	1472	43	1	86	139.53	6.29	0.31	06/01/2009	3.16

Рис. 2. Приклад перших 10 записів сформованого датасету

6 Результати оцінки тренду і прогнозування мережевого трафіку

В якості вхідних даних для моделі було обрано два параметри з найбільшим коефіцієнтом кореляції – Grey bandwidth resolution і Available bandwidth (Mbps). Усі дані було згруповано помісячно. Попередня обробка даних проводилась з використанням статистичних методів (усі N/A комірки були замінені на середнє значення всього набору), це дозволило отримати валідні дані для побудови моделі. Ці два показники також були вибрані через наявність чіткої трендової компоненти, модель тренду має логістичний тип (змішаний).

Наступним кроком був аналіз ряду на стаціонарність за допомогою теста Діка-Фулера. Цей тест показав, що відібрані 2 набора даних є стаціонарними: p-показник для параметру Grey bandwidth resolution дорівнює 0.00079, а для параметру Available bandwidth – 0.00701.

Для додаткового аналізу датасету також є доцільним провести декомпозицію часового ряду. Результати декомпозиції можемо побачити на рис. 3, 4.

Як можна побачити, сезонна компонента не є очевидною у декомпозиційному графіку обох параметрів, що вказує також на їх стаціонарний характер. Щодо тренду можна сказати, що трендова компонента присутня, але не є яскравовираженою.

При виборі параметрів моделі прогнозування ARIMA p, d, q було застосовано ітеративний метод підбору цих параметрів на основі критерію Акаіке. Для обох наборів вхідних даних кращій результат показала модель ARIMA(2,0,0)(0,0,0) (показник критерію Акаіке – 264.068).

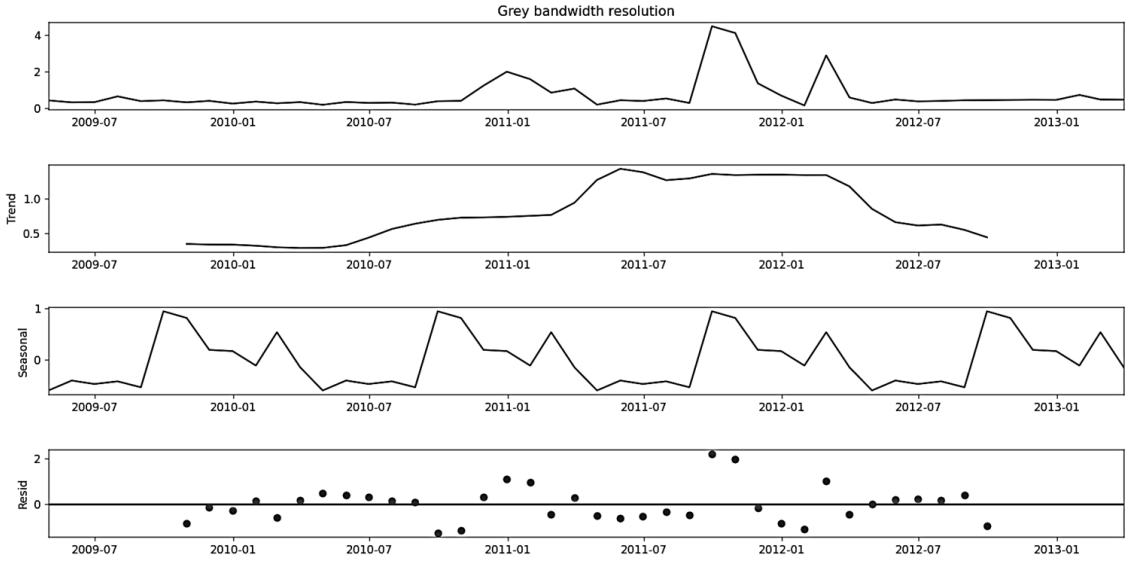


Рис. 3. Декомпозиція часового ряду параметру Grey bandwidth resolution

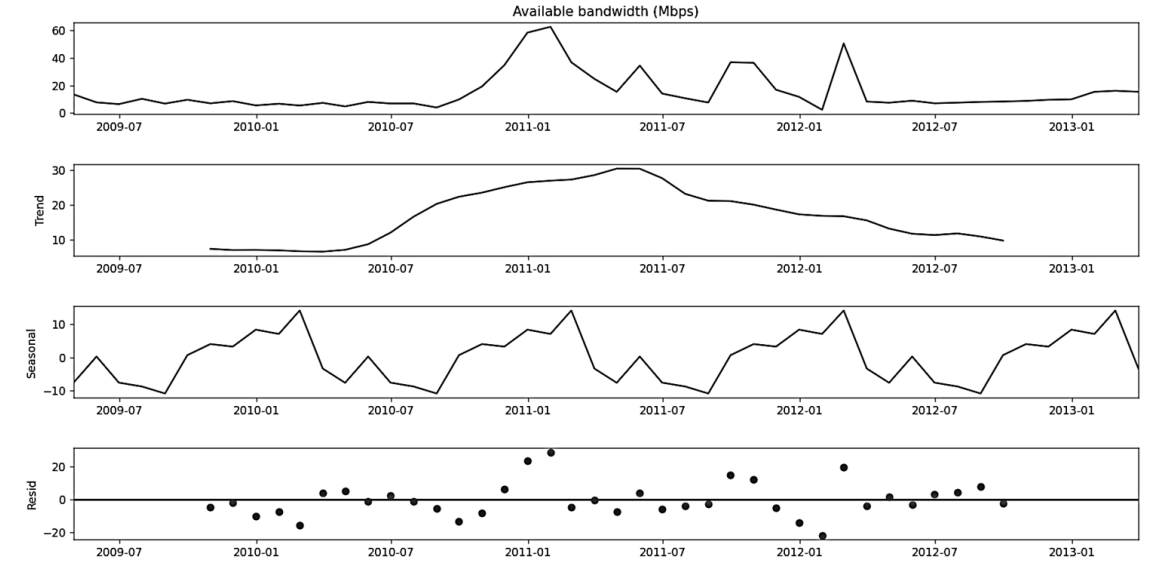
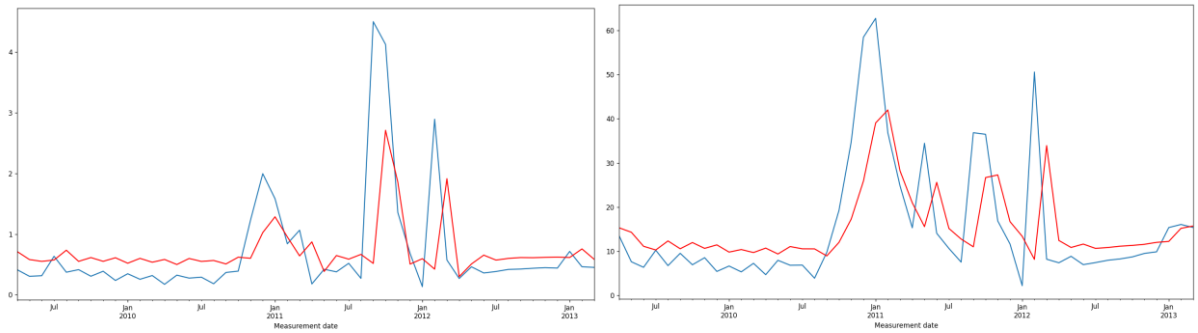


Рис. 4. Декомпозиція часового ряду параметру Available bandwidth (Mbps)

Після побудови моделі було отримані результати, графічне представлення яких можна побачити на рис. 5. Синім кольором на графіку відокремлені актуальні дані, червоним – результати моделі прогнозування. Як можна побачити за попередньою оцінкою, точність прогнозування не є високою.

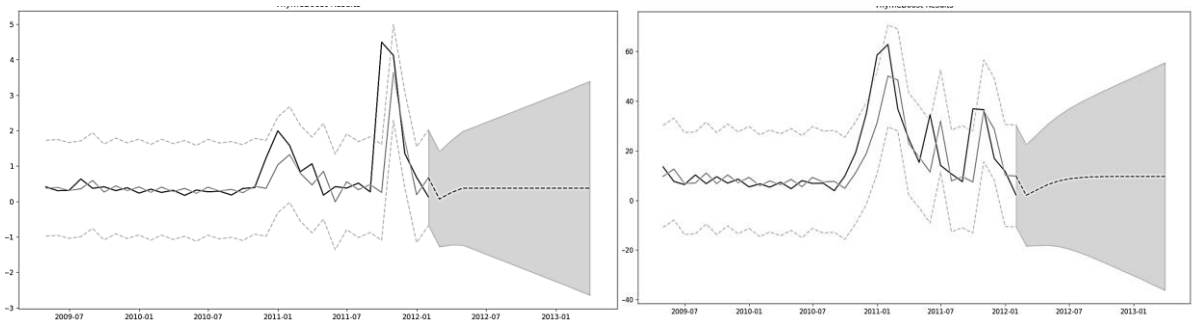


(а) Grey bandwidth resolution *(б) Available bandwidth (Mbps)*

Рис. 5. Порівняльні графіки результатів моделі ARIMA

Запропоновано покращити результати роботи моделі прогнозування параметрів трафіку з використанням методів машинного навчання, а саме методу градієнтного бустінгу [10, 11]. Даний метод зазвичай використовується для зменшення відхилень та помилок. Модель авторегресії ковзного середнього включає в себе екзогенні змінні, завдяки яким можна використовувати екзогенні регресори (Exogenous Regressors), що і було зроблено в даній роботі.

На рис 6. можна побачити результати роботи моделі. Світло-сірим кольором позначено результати прогнозування значень.



(а) Grey bandwidth resolution *(б) Available bandwidth (Mbps)*

Рис.6. Порівняльні графіки результатів покращенної моделі ARIMA

Для того, щоб упевнитися в тому, що результати моделі дійсно було покращено, було проведено порівняння актуальних метрик моделей. В якості набору характеристик точності моделі було використано показники MAE (Mean absolute error), MSE (Mean squared error) та RMSE (Root mean squared error). Результати порівняння наведено в таблиці 1.

Таблиця 1. Порівняння показників метрик точності моделі

Назва моделі	Grey bandwidth resolution			Available bandwidth (Mbps)		
	MAE	RMSE	MAPE	MAE	RMSE	MAPE
ARIMA	0.454	0.749	0.728	7.973	13.626	0.618
Boosted ARIMA	0.296	0.766	0.475	5.71	13.33	0.44

Інтерпретуючи результати порівняння можна сказати, що дійсно, після застосування методу градієнтного бустінгу якість роботи моделі вдалося покращити. Значення всіх типи помилок вдалося покращити в середньому на 30%.

7 Висновки

На сьогоднішній день існують різні методи виявлення та оцінки трендів у трафіку комп'ютерних мереж. Побудова моделей аналізу трафіку комп'ютерних мереж за допомогою дослідження трендів часових рядів, а також лінійних алгоритмів регресії дозволять підвищити точність та якість аналізу стану комп'ютерних мереж. У роботі був сформований набір даних, який характеризує комп'ютерну мережу, для його подальшого аналізу, виявлення тренду і побудови моделі прогнозу.

Результати можуть бути використані в різних типах задач, таких як задачах аналізу трафіку комп'ютерних мереж, прогнозування станів технічних систем, розробка моделей комп'ютерних мереж, оцінювання функціонування комп'ютерних мереж, а також використані для аналізу та оцінки поточного трафіку комп'ютерних мережі для подальшої оптимізації, пошуку перспектив для подальшого розвитку у структурі мережі, виявлення проблем, що негативно впливають на систему. Використання сучасних методів аналізу та оцінки трафіку відіграють велику роль у розвитку комп'ютерних мереж, тож необхідне постійне вдосконалення існуючих методів та впровадження нових.

ЛІТЕРАТУРА

1. Gray K. L. Comparison of Trend Detection Methods. *Graduate Student Theses, Dissertations & Professional Papers*. 2007. 228 p.
2. IBM Corporation Documentation. Trend detection. 2021. URL: https://www.ibm.com/docs/en/siffs/2.0.3?topic=learning-trend-detection.
3. Андриенко В.М., Арсирий Е.А. Интеллектуальный анализ временных рядов со стохастическим трендом. *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. 2011. № 4/4 (52). С. 4-8.
4. Ковтун Н.В. Теорія статистики: Курс лекцій, практикум. К.: ІмексЛТД, 2007. 276 с.
5. Баклан І.В., Степанкова Г.А. Імовірнісні моделі для аналізу та прогнозування часових рядів. *Искусственный интеллект*. 2008. № 3. С. 505-515.
6. Романчук В.І., Лаврів О.А., Червенець В.В., Бак Р.І. Дослідження імовірнісних властивостей трафіку корпоративної мультисервісної мережі. *Радіоелектроніка та телекомунікації* : [збірник наукових праць] / відповідальний редактор Б. А. Мандзій. Львів : Видавництво Львівської політехніки. 2011. С. 128-134. (Вісник Національного університету «Львівська політехніка», № 705).
7. Robert Nau. Statistical Forecasting: notes on regression and time-series analysis. ARIMA Models for time-series forecasting. 2020.
8. Рилова Н., Оксанич І. Синтез ARIMA-моделей для прогнозування коефіцієнтів виходу кондиційних напівпровідникових матеріалів. *Системи обробки інформації*. 2015. Вип. 5 (130). С. 102-107.
9. Real World Networking datasets. URL: https://gist.github.com/stefanbschneider/96602bb3c8b256b90058d59f337a0e59.

10. Dekel Shai, Oren Elisha, Ohad Morgan. Wavelet Decomposition of Gradient Boosting. CoRR abs/1805.02642. 2018. P. 1-13.
11. Yanru Zhang, Ali Haghani. A gradient boosting method to improve travel time prediction. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2015. Vol. 5, Part B. P. 308-324. Doi: https://doi.org/10/1016/j.tr.2015.02.019.

REFERENCES

1. Gray K. L. Comparison of Trend Detection Methods. *Graduate Student Theses, Dissertations & Professional Papers*. 2007. 228 p.
2. IBM Corporation Documentation. Trend detection. 2021. URL: https://www.ibm.com/docs/en/siffs/2.0.3?topic=learning-trend-detection
3. Andriienko V.M., Arsiriy Y.A. Intelligence analysis of time series with stochastic trend. *East-European Journal of Advanced Technology*. 2011. № 4/4 (52). P. 4-8.
4. Kovtun N.V. Theory of Statistics: Course of lectures, practice. Kyiv: ImeksLTD, 2007. 276 c.
5. Baklan I.V., Stepankova H.A. Probabilistic models for time series analysis and forecasting. *Artificial intelligence*. 2008. № 3. P. 505-515.
6. Romanchuk V.I., Lavriv O.A., Chervenets V.V., Bak R.I. Study of probabilistic properties of corporate multiservice network traffic. *Radio electronics and Telecommunications* : [collection of scientific papers] / editor B.A. Mandziy. Lviv : Publishing house of Lviv Polytechnic. 2011. P. 128-134.
7. Robert Nau. Statistical Forecasting: notes on regression and time-series analysis. ARIMA Models for time-series forecasting. 2020.
8. Rylova N., Oksanych I. ARIMA-models synthesis for forecasting the yield factors of conditioned semiconductor materials. *Information Processing Systems*. 2015. Vol. 5 (130). P. 102-107.
9. Real World Networking datasets. URL: https://gist.github.com/stefanbschneider/96602bb3c8b256b90058d59f337a0e59.
10. Dekel Shai, Oren Elisha, Ohad Morgan. Wavelet Decomposition of Gradient Boosting. CoRR abs/1805.02642. 2018. P. 1-13.
11. Yanru Zhang, Ali Haghani. A gradient boosting method to improve travel time prediction. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2015. Vol. 5, Part B. P. 308-324. Doi: https://doi.org/10/1016/j.tr.2015.02.019.

Strilets Viktoriia *Ph.D, associate professor of the theoretical and applied system engineering department V.N. Karazin Kharkiv National University, 6 Svobody sq., Kharkiv, Ukraine, 61022*

Doroshenko Maksym *student of the computer science faculty V.N. Karazin Kharkiv National University, 6 Svobody sq., Kharkiv, Ukraine, 61022*

Analysis and forecasting of computer network characteristics

Today most applications and devices interact with the data networks, so it is important to develop and improve technologies and methods to better understand, control, manage or predict the behavior and state of computer networks and their characteristics. Therefore, the tasks related to the development of models and methods for evaluating and forecasting computer network traffic parameters are important for computer network management. The paper considers the traffic of computer networks in terms of the time series. Trend models of the time series, trend detection criteria and assessment methods are reviewed and analyzed. The selected method for evaluating the traffic trend is based on the Mann-Kendall test, and the consensus method has been used to interpret the results. The task of forecasting computer network traffic taking into account trend indicators also has been considered. This problem has been successfully solved by using a forecasting model based on a moving average, and improved by using gradient boosting. A separate task was to collect and pre-process set of input data describing the operation of a computer network, to formalize it and perform subsequent quantitative and qualitative analysis. A unique data set has been created by parsing logs (system files) from monitoring the state of computer network traffic. It is this set of data that has been used to create a trend detection model and further forecast the characteristics of the computer network. The obtained results shows that the developed models and methods can be used on practice solving problems of monitoring and managing computer networks.

Keywords: *computer network, network traffic, trend analysis, forecasting problem, machine learning.*

Надійшла у першій редакції 20.08.2022, в останній - 03.09.2022.

DOI: https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-06

УДК (UDC) 004.94

Telezhenko Denys *PhD student; V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Square, 4, Kharkiv-22, Ukraine, 61022.*
e-mail: denisque75@gmail.com
https://orcid.org/0000000283778517

Tolstoluzka Olena *doctor of Engineering Sciences; Professor of Theoretical and Applied Systems Engineering Department; V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Square, 4, Kharkiv-22, Ukraine, 61022.;*
e-mail: elena.tolstoluzka@karazin.ua
https://orcid.org/0000000312417906

A conceptual model for synthesizing the architecture of virtual distributed systems

Abstract. The article focuses on the development of a conceptual model for synthesizing the architecture of virtual distributed systems (VDS). It examines key aspects of VDS, including hardware, hypervisors, virtual machines, and management modules. The study highlights the methodological principles of architecture synthesis, starting from requirements analysis, architectural design, implementation and testing, and concluding with evaluation and optimization of VDS performance. Special attention is given to the role of hypervisors and virtual machines, their interaction with hardware, and resource management capabilities. This article provides valuable insights for researchers and practitioners involved in virtualization and computing systems development or optimization. **Purpose.** The purpose of this scientific article is to develop a conceptual model for the synthesis of architecture of virtual distributed systems. The focus is on key system components such as hardware, hypervisors, virtual machines, and management modules. The research aims to define methodological principles of architecture synthesis, covering requirements analysis, design, implementation, testing, evaluation and optimization of virtual distributed systems. **Research methods.** To achieve the goal, methods of analysis, synthesis, modeling and experimentation have been used. The system requirements and the standard practices in the field of virtualization and distributed systems have been analyzed. The methods of architecture design, technology selection and determination of interaction between system components have been applied. The models have been developed and the experiments have been conducted to evaluate and optimize the proposed conceptual model. **The results.** As a result of the research, a conceptual model of the synthesis of the architecture of virtual distributed systems has been developed. The key components and methodological principles have been taken into account. The study confirms the importance of a deep understanding of system requirements and the selection of appropriate technologies for successful architecture synthesis. Special attention is paid to the role of hypervisors and virtual machines in the system, as well as their interaction with hardware and resource management capabilities. **Conclusions.** This paper has significant practical and scientific value and can be useful for researchers and practitioners in the field of virtualization and development of virtual distributed systems.

Keywords: *virtual distributed systems (VDS), architecture synthesis, conceptual model, hardware, hypervisor, virtual machines, management module, requirements analysis, architecture design, implementation and testing, evaluation and optimization, virtualization, scalability, reliability, security, computing systems.*

Як цитувати: Тележенко Д.О., Толстолузька О.Г. Концептуальна модель синтезу архітектури віртуальних розподілених систем. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2022. вип. 55. С.58-64. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-06

How to quote: D. Telezhenko, and O. Tolstoluzka “A conceptual model for synthesizing the architecture of virtual distributed systems” *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series “Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 55, pp 58-65, 2022. https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-55-06

1. Introduction

Virtual distributed systems are a key component of modern computing technologies. They make it possible to isolate various computational processes, thereby increasing resource utilization efficiency and ensuring security. This article proposes a conceptual model for the synthesis of VDS architecture based on a novel approach to virtualization. It is crucial to develop a conceptual model for the synthesis of architecture in virtual distributed systems that encompasses key components, their interactions,

© Telezhenko D., Tolstoluzka O., 2022

management strategies, technologies, optimization methods, and testing. Additionally, the model should be scalable and flexible, adaptable to changing conditions and new technological trends. It is expected that this work will help gain a better understanding of how to effectively design and develop virtual distributed systems, taking into account various factors that impact their performance, reliability, and efficiency.

2. Basic concepts and definitions

Virtual distributed systems are a type of computer systems that enable the allocation of resources among multiple computational processes within a virtualized environment. VDS utilize virtualization technology, which allows for the partitioning of physical resources into virtual ones, and each virtual resource can be isolated from others. [1]

3. Conceptual model

The conceptual model for synthesizing VDS architecture comprises four main components: hardware, hypervisor, virtual machines, and management module (Fig. 1). These components interact with each other to ensure the proper functioning of the entire system.

1. *The hardware components:* these components form the foundation of virtual distributed systems. They include central processing units (CPUs), random-access memory (RAM), data storage devices, network interfaces, and other resources. For virtual distributed systems, it is important to have flexible and efficient hardware that can be dynamically allocated among virtual machines according to their needs. Without reliable, scalable, and high-performance hardware, the effective operation of VDS is not possible.

2. *Hypervisor:* It is software that provides hardware virtualization [2]. The hypervisor is responsible for resource allocation between virtual machines, ensuring their isolation and independence, and controlling their execution. The hypervisor is critically important for VDS as it allows multiple independent virtual machines to run on a single physical machine. It enables the efficient utilization of hardware resources by virtualizing them and providing a layer of abstraction for the virtual machines to operate on.

3. *Virtual Machines:* These are "virtual computers" that run on a single physical server and are managed by the hypervisor. Each virtual machine has its own operating system and set of programs. In the context of this topic, virtual machines are important as they enable the execution of multiple independent tasks on a single server, optimizing resource utilization and enhancing system flexibility. Additionally, the application of parallel processing methods in executing each individual task on a virtual machine can significantly reduce the overall task execution time. Currently, in the literature, five methods of parallel information processing are described [3]:

- Combining of Independent Operators (CIO) method;
- Pipeline Processing (PP) method;
- Decompositional Processing (DP) method;
- Code-Matrix Method (CMM);
- Method of Algorithm Mixture (MAM).

The essence of the Independent Operators Fusion method lies in simultaneously starting the execution of a certain number of operators of an algorithm at discrete time moments, under the following conditions:

a) the operators in question are not connected by any informational and/or control dependencies.
- for each of these operators, there are values for the respective operands up to the considered time moment.
- In the future, we will use the following definition of the method of combining operations - it is a method of parallel processing for which:
- objects of the operational level are bit codes of numbers or parts of codes (up to a single bit), considered as indivisible wholes;
- objects of the algorithmic level are fragments of algorithms or algorithms that are considered as indivisible goals;

- operational level operators are generally accepted data processing operations/functions (when working with number codes) and Boolean algebra operations (when working with one-bit data);
- algorithmic level operators are operations on graphs or time-parallel graph-schemes;
- time relations between (at least some) operators satisfy the requirement of having at least one pair of operators $P_i \in P$ and $P_j \in P$ of algorithm P with a non-empty intersection of their activity intervals IA_i and IA_j

$$IA_i \cap IA_j \neq O \text{ for } P_i, P_j \in P, \quad (1)$$

- the execution of which begins simultaneously, that is, for which tiH tjH;
  the nature of the time relations between the activity intervals I(SDk) of the implementation of the algorithm in different sets of input data SDk∈SD is determined by the following relation:
  $I(SDk) \in I(SDl) \neq O$ (2)

at least for some pair of numbers k, lj of input data sets of the algorithm where ki, $l \in 1,2,...,sd$; sd = |SD|, that is, there is an intersection of the time intervals of algorithm implementations for different data sets.

The method of Pipeline Processing (PP) is a method of parallel data processing, in which the following objects are defined:

- the algorithms for performing operators – generally accepted operations/functions of known programming languages;
- the objects of the algorithmic level are fragments of algorithms or algorithms considered as an indivisible whole.

The essence of the method is to perform the following transformations for the algorithm:

a) dividing the time algorithm for performing operations/functions (at the operational level) or the time algorithm for solving a problem (at the algorithmic level) into “pipeline” fragments (F) of equal time depth TD (pipeline clock), such that each previous fragment forms input data for the adjacent next fragment, and the parameter tн(Fj) of the beginning of each subsequent fragment Fj is determined by the parameter tк(Fi) of the end of the previous fragment

b) Fi(i,j ∈ NF;NF= 0.1,...,nf 1; where nf=| NF| is the number of pipeline fragments or the depth of the pipeline);

c) sequential implementation of fragments F0, F1, ..., Fnf-1 - in the case of a unit power (sd = 1) of the SD set of different input data sets of the algorithm;

d) combining (with sd>1) execution intervals of "different types" of algorithm pipeline fragments belonging to different sets of input data;

e) numbers ρ of combined fragments Fρ corresponding to input data sets with numbers δ (δ=1.2,....,nf-1, nf, nf+1,...) satisfy (in pipeline mode) the following relation ρ + δmod (nf +1) = nf.

The pipeline processing method is characterized by the input of data sets with a TD discreteness interval and the output of algorithm execution results (for a set of SD input data sets) with a TD interval.

The essence of the method of algorithm mixture (MAM) is to create a mixture of tasks at the operational level and to use such a mixture to achieve 100% loading of the equipment and ensure potentially possible increase in the efficiency of the implementation of the analyzed set of algorithms. A mixture of algorithms is formally considered and performed as a single task. A mixture of tasks is used in cases where individually executed tasks, using all or part of the parallel processing methods discussed above, cannot ensure 100% hardware loading and achieving the potential value of performance.

Currently, only the method of combining independent operators is used in all modern processors. The method of pipeline processing at the hardware level is used in scalar and superscalar processors. The decomposition method, also at the hardware level, is used in Very Long Instruction Word (VLIW) processors with parallelism at the instruction level. The research conducted at the Faculty of Computer Sciences of the Kharkiv National University has showed that the application of a rational combination of methods of parallel information processing (multiparallel information processing) allows increasing the

efficiency of computing systems of various classes. Table 1 shows a reasonable composition of different parallel processing methods for specific combinations of constraints and user requirements.

4. The management module is responsible for monitoring, managing and optimizing the operation of the VRS. This includes monitoring resource usage, managing resource allocation, ensuring system security, and responding to changes in system load or health. The control module is critically important for synthesizing the architecture of virtual distributed systems, as it ensures their stable and efficient operation. Taking into account the peculiarities of the organization of the computing process in individual nodes of the distributed system contributes to increasing the productivity of the entire virtual computing system. For example, parallel execution of successive threads of operations in scalar and superscalar processors is carried out using a hardware-implemented pipeline (or several pipelines working simultaneously for superscalar processors). In VLIW processors, the commands that are part of a long command word are executed in parallel, that is, the commands for which all input data are ready at the moment and there is a free resource for implementation.

Table 1. Requirements and limitation

Requirements/ limitation		Methods of parallel processing			
		Combining of Independent Operators method (c=1)	Pipeline Processing method (k=1)	Decompositional Processing method (d=1)	Code-Matrix Method (q=1)
Algorithm execution time t_0 (of algorithms t_i)	Z=1	+	-	-	+
	Z>1	+	+	+	+
Input data refresh period T_{BX}	Z=1	-	+	+	+
	Z>1	-	+	+	+
Common requirements $(t_0 / t_v) \& T_{BX}$	Z=1	+	+	+	+
	Z>1	+	+	+	+
Requirements and restrictions $(t_0 / t_v) \& Q$	Z=1	+	-	-	+
	Z>1	+	+	+	+
Requirements and restrictions $T_{BX} \& Q$	Z=1	-	+	+	+
	Z>1	-	+	+	+

Requirements and restrictions $(t_0/t_\setminus)\&T_{BX}\&Q$	Z= 1	+	+	+	+
	Z> 1	+	+	+	+

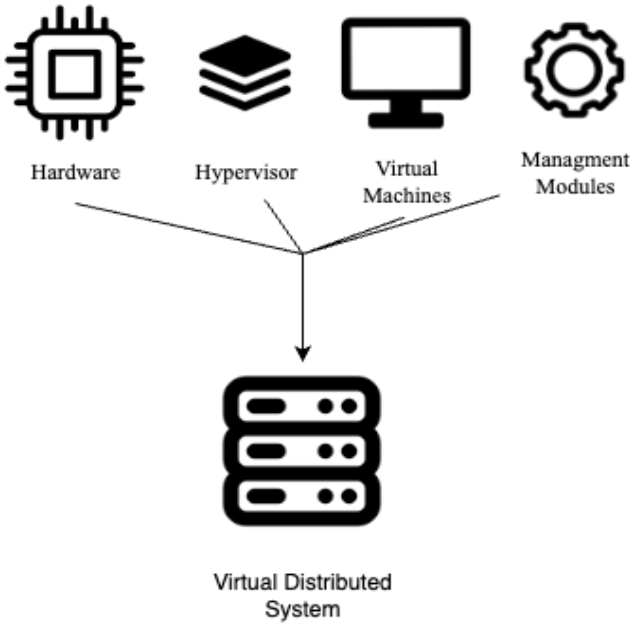


Figure 1. The scheme of the conceptual model of synthesizing the architecture of virtual distributed systems.

The conceptual model is an important part of the design process of virtual distributed systems. It defines the general structure of the system, reflecting the interactions between its various components, as well as the principles of their work. [4]

The conceptual model serves as the basis for detailed system design. It helps developers better understand the tasks the system should solve and the context in which it will be used. [5] This, in turn, allows you to determine the requirements for the system and choose the most suitable technologies for its implementation. The following aspects can be taken into account in the conceptual model of virtual distributed systems:

- Functionality: What tasks should the system solve? What services should it provide to its users?
- Interaction between components: How do the components of the system interact with each other? How do they work together to provide the functionality you need?
- Usage scenarios: In what conditions and scenarios will the system be used? What reliability, performance, scalability and security requirements should it meet?
- Data exchange and network interactions: How will data be transferred between different parts of the system? What protocols and technologies will be used for this?

A conceptual model is created at the initial stages of system development and can be updated throughout the project's life cycle to take into account new requirements or changes in the technological environment. [6]

4. Synthesis of architecture

Architecture synthesis is the process by which a conceptual model is transformed into a detailed plan or "architecture" of a virtual distributed system. This includes choosing specific technologies, designing the system structure, defining interfaces and protocols for interactions between components, and developing strategies to ensure system reliability, performance, scalability, and security. [7,8]

Architecture synthesis can be divided into several stages, including:

- *Technology selection:* Based on the system requirements and conceptual model, specific technologies are selected to implement virtual machines, hypervisors, management systems, and other system components.
- *Structure design:* at this stage, the detailed structure of the system is determined, including the network structure, placement of virtual machines, protocols for interaction between components, etc. [9]
- *Development of QoS strategies:* based on requirements for reliability, performance, scalability and security, strategies are developed to ensure these characteristics, such as backup strategies, load balancing, data encryption, etc. [8, 9]
- *Testing and Validation:* After the architecture is designed, it is tested and validated to ensure that it meets the system requirements.
- *Optimization:* Based on the results of testing and validation, necessary adjustments are made and various aspects of the architecture are optimized.

5. Conclusion

The conceptual model of synthesizing the virtual distributed system architecture plays a key role in creating efficient and reliable virtual distributed systems. The components specified in this model - a virtual machine, a hypervisor, a management system and network interactions - summarize important aspects that must be taken into account when designing such systems [10]. In the process of architecture synthesis, it is important to take into account the choice of technologies, structure design, development of service quality assurance strategies, testing and validation, as well as optimization to create an effective system [11].

This article provides important information for understanding and designing the architecture of virtual distributed systems, taking into account various aspects related to technology, design, quality of service strategies, and testing procedures.

Last but not least, the article emphasizes that the development of virtual distributed systems requires constant revision and updating of the architecture to adapt to new requirements and technological trends. Thus, the conceptual model and architecture synthesis must be flexible and scalable to ensure long-term success.

REFERENCES

1. Smith, J., and Nair, R. “Virtual Machines: Versatile Platforms for Systems and Processes.” *The Morgan Kaufmann Series in Computer Architecture and Design). In Morgan Kaufmann Publishers Inc.* 2005. https://www.sciencedirect.com/book/9781558609105/virtual-machines

2. Kivity, A., Kamay, Y., Laor, D., Lublin, U., and Liguori, A. “Kvm: the Linux virtual machine monitor.” *In Proceedings of the Linux Symposium.* Vol. 1, pp. 225-230. 2007 https://www.researchgate.net/publication/228661937_KVM_The_Linux_virtual_machine_monitor

3. Tolstoluzka O. Study of the dependence of the time of the decision of the assignment problem on the width of the parallel process. Weapon systems and military equipment. Scientific journal. – Kh.: HUPS named after I. Kozheduba. – 2007. – Issue 3(11) - pp. 133-135. https://journal-hnups.com.ua/index.php/soivt

4. Barrett, R., Berry, M., Chan, T. F., Demmel, J., Donato, J., Dongarra, J., and Van der Vorst, H. “Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods”, vol. 43. Siam. 1994 https://www.netlib.org/templates/templates.pdf

5. R. P. Goldberg. “Survey of virtual machine research.” *IEEE computer magazine*, 7(6), 34-45. 1974 https://ieeexplore.ieee.org/document/6323581

6. Mell, P., and Grance, T. “The NIST definition of cloud computing.” 2011 https://csrc.nist.gov/pubs/sp/800/145/final

7. Wood, T., Shenoy, P., Venkataramani, A., and Yousif, M. “Black-box and gray-box strategies for virtual machine migration.” *In Proceedings of the 4th USENIX conference on Networked systems design & implementation*. p. 17. 2007 https://www.usenix.org/conference/nsdi-07/black-box-and-gray-box-strategies-virtual-machine-migration

8. Clark, C., Fraser, K., Hand, S., Hansen, J. G., Jul, E., Limpach, C., and Warfield, A. “Live migration of virtual machines.” *In Proceedings of the 2nd conference on Symposium on Networked Systems Design*

& Implementation, vol. 2. pp. 273-286. 2005 https://www.semanticscholar.org/paper/Live-migration-of-virtual-machines-Clark-Fraser/2f2cdd7b0c98b5e43b61272d2ac3ebb5cd29041d
9. Buyya, R., Yeo, C. S., Venugopal, S., Broberg, J., and Brandic, I. "Cloud computing and emerging IT platforms: Vision, hype, and reality for delivering computing as the 5th utility." *Future Generation Computer Systems*, 25(6), 599-616. 2009 https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0167739X08001957
10. Armbrust, M., Fox, A., Griffith, R., Joseph, A. D., Katz, R., Konwinski, A., and Zaharia, M. A view of cloud computing. *Communications of the ACM*, 53(4), 50-58. 2010 https://www.researchgate.net/publication/220422375_A_View_of_Cloud_Computing
11. Sotomayor, B., Montero, R. S., Llorente, I. M., and Foster, I. "Virtual infrastructure management in private and hybrid clouds." *IEEE Internet computing*, 13(5). 2009 https://www.researchgate.net/publication/224587421_Virtual_Infrastructure_Management_in_Private_and_Hybrid_Clouds

ЛІТЕРАТУРА

1. Smith, J., and Nair, R. "Virtual Machines: Versatile Platforms for Systems and Processes." *The Morgan Kaufmann Series in Computer Architecture and Design). In Morgan Kaufmann Publishers Inc.* 2005. https://www.sciencedirect.com/book/9781558609105/virtual-machines
2. Kivity, A., Kamay, Y., Laor, D., Lublin, U., and Liguori, A. "Kvm: the Linux virtual machine monitor." *In Proceedings of the Linux Symposium.* Vol. 1, pp. 225-230. 2007 https://www.researchgate.net/publication/228661937_KVM_The_Linux_virtual_machine_monitor
3. Tolstoluzka O. Study of the dependence of the time of the decision of the assignment problem on the width of the parallel process. Weapon systems and military equipment. Scientific journal. – Kh.: HUPS named after I. Kozheduba. – 2007. – Issue 3(11) - pp. 133-135. https://journal-hnups.com.ua/index.php/soivt
4. Barrett, R., Berry, M., Chan, T. F., Demmel, J., Donato, J., Dongarra, J., and Van der Vorst, H. "Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods", vol. 43. Siam. 1994 https://www.netlib.org/templates/templates.pdf
5. R. P. Goldberg. "Survey of virtual machine research." *IEEE computer magazine*, 7(6), 34-45. 1974 https://ieeexplore.ieee.org/document/6323581
6. Mell, P., and Grance, T. "The NIST definition of cloud computing." 2011 https://csrc.nist.gov/pubs/sp/800/145/final
7. Wood, T., Shenoy, P., Venkataramani, A., and Yousif, M. "Black-box and gray-box strategies for virtual machine migration." *In Proceedings of the 4th USENIX conference on Networked systems design & implementation*. p. 17. 2007 https://www.usenix.org/conference/nsdi-07/black-box-and-gray-box-strategies-virtual-machine-migration
8. Clark, C., Fraser, K., Hand, S., Hansen, J. G., Jul, E., Limpach, C., and Warfield, A. "Live migration of virtual machines." *In Proceedings of the 2nd conference on Symposium on Networked Systems Design & Implementation*, vol. 2. pp. 273-286. 2005 https://www.semanticscholar.org/paper/Live-migration-of-virtual-machines-Clark-Fraser/2f2cdd7b0c98b5e43b61272d2ac3ebb5cd29041d
9. Buyya, R., Yeo, C. S., Venugopal, S., Broberg, J., and Brandic, I. "Cloud computing and emerging IT platforms: Vision, hype, and reality for delivering computing as the 5th utility." *Future Generation Computer Systems*, 25(6), 599-616. 2009 https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0167739X08001957
10. Armbrust, M., Fox, A., Griffith, R., Joseph, A. D., Katz, R., Konwinski, A., and Zaharia, M. A view of cloud computing. *Communications of the ACM*, 53(4), 50-58. 2010 https://www.researchgate.net/publication/220422375_A_View_of_Cloud_Computing
11. Sotomayor, B., Montero, R. S., Llorente, I. M., and Foster, I. "Virtual infrastructure management in private and hybrid clouds." *IEEE Internet computing*, 13(5). 2009 https://www.researchgate.net/publication/224587421_Virtual_Infrastructure_Management_in_Private_and_Hybrid_Clouds

Тележенко Денис Олександрович *аспірант; Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022; e-mail: denisque75@gmail.com; ORCID: 0000-0002-8377-8517.*

Толстолузька Олена Геннадіївна *д. т. н., с. н. с.; професор кафедри теоретичної та прикладної системотехніки; Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022; e-mail: elena.tolstoluzka@karazin.ua; ORCID: 0000-0003-1241- 7906.*

Концептуальна модель синтезу архітектури віртуальних розподілених систем

Актуальність. У сучасному інформаційному середовищі віртуальні розподілені системи є ключовим компонентом для ефективного використання ресурсів, забезпечення гнучкості та забезпечення надійності. Швидкий розвиток технологій віртуалізації та зростання потреб у розподілених обчисленнях створює необхідність у розробці концептуальної моделі синтезу архітектури віртуальних розподілених систем, що враховує сучасні вимоги та технологічні тренди.
Мета. Метою даної наукової статті є розробка концептуальної моделі синтезу архітектури віртуальних розподілених систем. Основна увага зосереджується на ключових компонентах системи, таких як апаратне забезпечення, гіпервізори, віртуальні машини та модулі управління. Дослідження має на меті визначити методологічні принципи синтезу архітектури, що охоплюють аналіз вимог, проектування, реалізацію, тестування, оцінку та оптимізацію роботи віртуальних розподілених систем.
Методи дослідження. Для досягнення поставленої мети використовуються методи аналізу, синтезу, моделювання та експерименту. Аналізуються вимоги до системи та стандартні практики у галузі віртуалізації та розподілених систем. Застосовуються методи проектування архітектури, вибору технологій та визначення взаємодії між компонентами системи. Розробляються моделі та проводяться експерименти для оцінки та оптимізації пропонованої концептуальної моделі.
Результати. У результаті проведеного дослідження розроблена концептуальна модель синтезу архітектури віртуальних розподілених систем, що враховує ключові компоненти та методологічні принципи. Дослідження підтверджує важливість глибокого розуміння вимог до системи та вибору відповідних технологій для успішного синтезу архітектури. Особлива увага приділена ролі гіпервізорів та віртуальних машин в системі, а також їх взаємодії з апаратним забезпеченням та можливостями управління ресурсами.
Висновки. Дана стаття має значний практичний і науковий внесок і може бути корисною для дослідників та практиків у галузі віртуалізації та розробки віртуальних розподілених систем.

Ключові слова: *віртуальні розподілені системи (ВРС), синтез архітектури, концептуальна модель, апаратне забезпечення, гіпервізор, віртуальні машини, модуль управління, аналіз вимог, проектування архітектури, реалізація та тестування, оцінка та оптимізація, віртуалізація, масштабованість, надійність, безпека, обчислювальні системи.*

Надійшла у першій редакції 02.08.2022, в останній - 03.09.2022.

Наукове видання

Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна

Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»

Випуск 55

Збірник наукових праць

Українською та англійською мовами

Комп'ютерне верстання О.О. Афанасьєва

Підписано до друку 31.10.2022 р.
Формат 60x84/8. Папір офсетний. Друк цифровий.
Ум. друк. арк. – 6,2.
Обл.– вид. арк. – 7,7.
Наклад 50 пр. Зам. № 30/2022
Безкоштовно

Видавець і виготовлювач
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3367 від 13.01.09

Видавництво Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
тел.: 705-24-32