

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

# ВІСНИК

Харківського національного університету  
імені В.Н. Каразіна

## Серія

«Математичне моделювання.  
Інформаційні технології.  
Автоматизовані системи управління»

**Випуск 51**

Серія заснована 2003 р.

---

# BULLETIN

of V.N. Karazin Kharkiv National University

## Series

«Mathematical Modeling.  
Information Technology.  
Automated Control Systems»

**Issue 51**

First published in 2003

Харків  
2021

Статті містять дослідження у галузі математичного моделювання та обчислювальних методів, інформаційних технологій, захисту інформації. Висвітлюються нові математичні методи дослідження та керування фізичними, технічними та інформаційними процесами, дослідження з програмування та комп'ютерного моделювання в наукоємних технологіях.

Для викладачів, наукових працівників, аспірантів, працюючих у відповідних або суміжних напрямках.

Наказом Міністерства освіти і науки України від 17.03.2020 № 409 наукове фахове періодичне видання Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» включено до Категорії «Б» Переліку наукових фахових видань України за наступними спеціальностями: 113 – Прикладна математика; 122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології; 123 – Комп'ютерна інженерія; 125 – Кібербезпека.

Затверджено до друку рішенням Вченої ради Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (протокол № 11 від 25.10.2021 р.)

### **Редакційна колегія:**

**Азаренков М.О. (гол. редактор),**  
д.ф.-м.н., академік НАН України, проф., ІВТ  
ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Жолткевич Г.М. (заст. гол. редактора),** д.т.н.,  
проф. ФМІ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Лазурик В.Т. (заст. гол. редактора),** д.ф.-м.н.,  
проф., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Споров О.Є. (відповідальний секретар),** к.ф.-  
м.н., доц. ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Замула О. А.,** д.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені  
В.Н. Каразіна

**Золотарьов В.О.,** д.ф.-м.н., проф., ФТІНТ  
імені Б.І. Веркіна НАН України

**Куклін В.М.,** д.ф.-м.н., проф., ФКН ІВТ ХНУ  
імені В.Н. Каразіна

**Мацевитий Ю.М.,** д.т.н., академік НАН  
України, проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ  
імені В.Н. Каразіна

**Рассомахін С. Г.,** д.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ  
імені В.Н. Каразіна

**Руткас А.Г.,** д.ф.-м.н., проф., ФМІ ХНУ імені  
В. Н. Каразіна

**Стервасдов М.Г.,** к.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ  
імені В.Н. Каразіна

**Толстолузька О. Г.** д.т.н., с.н.с., доц., ФКН  
ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Угрюмов М. Л.,** д.т.н., проф., ІВТ ХНУ імені  
В.Н. Каразіна

**Шейко Т.І.,** д.т.н., проф., фізико-  
енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

**Шматков С. І.,** д.т.н., проф., ФКН ІВТ ХНУ  
імені В.Н. Каразіна

**Щербина В.А.,** д.ф.-м.н., проф., ФМІ ХНУ  
імені В.Н. Каразіна

**Раскін Л.Г.,** д.т.н., проф., Національний  
технічний університет "ХПІ"

**Стрельнікова О.О.,** д.т.н., проф. Ін-т  
проблем машинобудування НАН України

**Соколов О.Ю.,** д.т.н., проф., кафедра  
прикладної інформатики, університет імені  
Миколая Коперника, м. Торунь (Польща)

Prof. **Harald Richter**, Dr.-Ing., Dr. rer. nat.  
habil. Professor of Technical Informatics and  
Computer Systems, Institute of Informatics,  
Technical University of Clausthal, Germany

Prof. **Philippe Lahire**, Dr. habil., Professor of  
computer science, Dep. of C. S., University of  
Nice-Sophia Antipolis, France

**Адреса редакційної колегії:** 61022, м. Харків, майдан Свободи, 6, ХНУ імені В. Н. Каразіна,  
к. 534.

Тел. +380 (57) 705-42-81, Email: [journal-mia@karazin.ua](mailto:journal-mia@karazin.ua).

**Мова публікації:** українська, англійська, російська.

Статті пройшли внутрішнє та зовнішнє рецензування.

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ № 21578-11478 Р від 18.08.2015.

The articles are present research in the field of mathematical modeling and computing methods, information technologies, information security. New mathematical methods of research and management of physical, technical and information processes, research on programming and computer modeling in science-intensive technologies are covered.

For teachers, researchers, graduate students working in relevant or related fields.

By the order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 17.03.2020 № 409 scientific professional periodical Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University series "Mathematical modeling. Information Technologies. Automated control systems" is included in Category "B" of the List of scientific professional publications of Ukraine in the following specialties: 113 – Applied Mathematics, 122 – Computer Science and Information Technology; 123 – Computer engineering; 125 – Cybersecurity.

Approved for publication by the decision of the Academic Council of V.N. Karazin Kharkiv National University (Minutes № 11 of 25.10.2021).

### **Editorial Board:**

**Azarenkov M.O. (Chief Editor)**, Acad. Of the NAS of Ukraine, Dr. Sc., Prof., HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Zholtkevich G.M. (Deputy Editor)**, Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

**Lazurik V.T. (Deputy Editor)**, Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Sporov O.E., (Executive Secretary)**, Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Zamula A.A.**, Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Zolotarev V.A.**, Dr. Sc, Prof. B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine

**Kuklin V.M.**, Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Matsevity Yu.M.**, Acad. Of the NAS of Ukraine, Dr. Sc., Prof., DPE V.N. Karazin Kharkiv National University

**Rossomakhin S.G.**, Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Rutkas A.G.**, Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

**Styervoyedov N.G.**, Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Tolstoluzka O.G.**, Dr. Sc, Assoc. Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Ugryumov M.L.**, Dr. Sc, Prof. HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Tseluyko A.F.**, Ph.D. Prof, HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Sheyko T.I.**, Dr. Sc, Prof. DPE V.N. Karazin Kharkiv National University

**Shmatkov S.I.**, Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

**Shcherbina V.A.**, Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

**Raskin L.G.**, Dr. Sc, Prof. National Technical University "Kharkiv Polytechnic institute"

**Strelnikova E.A.**, Dr. Sc, Prof., NASU A. Pidgorny Institute of Engineering Problems

**Sokolov O.Yu.**, Dr. Sc, Prof. Nicolaus Copernicus University, Torun, Poland

Prof. **Harald Richter**, Dr.-Ing., Dr. rer. nat. habil. Professor of Technical Informatics and Computer Systems, Institute of Informatics, Technical University of Clausthal, Germany

Prof. **Philippe Lahire**, Dr. habil., Professor of computer science, Dep. of C. S., University of Nice-Sophia Antipolis, France

**Editorial Address:** 61022, Kharkiv, Svobodi sq., 6, V.N. Karazin Kharkiv National University, r. 534.

Phone. +380 (57) 705-42-81, Email: [journal-mia@karazin.ua](mailto:journal-mia@karazin.ua).

**Language of publication:** Ukrainian, English, Russian.

The articles pass internal and external review.

Certificate of state registration: KV № 21578-11478P dated 18.08.2015

## ЗМІСТ

▪ <b>О.А. Артюх, В.М. Каплун, О.Г. Толстолузька</b> .....	<b>6</b>
Розробка комп'ютерної моделі автоматизованого робочого місця психолога	
▪ <b>С.І. Богучарський, О.В. Золотухіна, О.О. Золотухін, М.С. Муравшик</b> .....	<b>12</b>
Метод розподілення часу доставки пакету	
▪ <b>А. О. Борисюк</b> .....	<b>18</b>
Моделювання течії у прямому жорсткостінному каналі з двома прямокутними осесиметричними звуженнями. Частина 2. Альтернативний підхід	
▪ <b>В.В. Будько, А.О. Попова, О.Г. Толстолузька, Є.Д. Толстолузький</b> .....	<b>36</b>
Комп'ютерна модель системи для інклюзивного навчання дітей з вадами слуху	
▪ <b>В.В. Волинський, А.Г. Бердніков</b> .....	<b>42</b>
Моделювання Smart-лабораторії для навчального процесу	
▪ <b>Є.П. Куркчі, Н.М. Кізілова</b> .....	<b>52</b>
Моделювання ламінарних течій нанорідин між двома коаксіальними циліндрами в мікрорідинних пристроях	
▪ <b>Є.В. Поклонський, С.О. Тоткал</b> .....	<b>60</b>
Комп'ютерне моделювання випромінювання вільних осциляторів	
▪ <b>О.М. Серікова, О.О. Стрельнікова, Д.В. Крютченко</b> .....	<b>70</b>
Оцінка сили сейсмічних навантажень на резервуари для збереження отруйних та легкозаймистих рідин	
▪ <b>Є.Д. Толстолузький, А.Г. Бердніков, В.В. Будько, О.Г. Толстолузька, О.Ю. Мороз</b> .....	<b>81</b>
Розробка та верифікація СЧС моделі мережевого планування	

## CONTENTS

- **O. Artiukh, V. Kaplun, O. Tolstoluzka** ..... 6  
Development of a computer model of an automated psychologist's workplace
- **S.I. Bohucharskyi, O.V. Zolotukhina, O.O. Zolotukhin, M.S. Muravshchik** ..... 12  
The method of distributing package delivery time
- **A. Borysyuk** ..... 18  
Flow modelling in a straight rigid-walled duct with two rectangular axisymmetric narrowings. Part 2. An alternative approach
- **V. Budko, A. Popova, O. Tolstoluzka, Y. Tolstoluzkyi** ..... 36  
Computer model of the system for inclusive education of children with hearing impairments
- **V. Volynskyi, A. Berdnikov** ..... 42  
Modeling of smart-laboratory for the educational process
- **Y. Kurkchi, N. Kizilova** ..... 52  
Modeling of laminar flows of nanofluids between two coaxial cylinders in microfluidic devices
- **E. Poklonskiy, S. Totkal** ..... 60  
Computer modeling of radiation of free oscillators
- **O. Sierikova, O. Strelnikova, D. Kryutchenko** ..... 70  
Seismic loads estimation on the storage tanks for toxic and flammable liquids
- **Y. Tolstoluzkyi, A. Berdnikov, V. Budko, O. Tolstoluzhskaya, O. Moroz** ..... 81  
Development and verification of SCS network planning model

УДК 004.9

## Розробка комп'ютерної моделі автоматизованого робочого місця психолога

О.А. Артюх, В.М. Каплун, О.Г. Толстолузька

**Артюх Олександр Анатолійович** *ст. викладач кафедри теоретичної та прикладної системотехніки; Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, площа Свободи 6, м. Харків Україна, 61022*  
*e-mail: [oleksiy.artiuh@karazin.ua](mailto:oleksiy.artiuh@karazin.ua)*  
*<https://orcid.org/0000-0002-2038-4131>*

**Каплун Владислав Миколайович** *студент; Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, м. Харків, Україна, 61022;*  
*e-mail: [kaplun.vladislav71@gmail.com](mailto:kaplun.vladislav71@gmail.com)*  
*<https://orcid.org/0000-0001-5787-4786>*

**Толстолузька Олена Геннадіївна** *д. т. н., с. н. с. ; Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна; м. Харків, майдан. Свободи, 6, 61022;*  
*e-mail: [elena.tolstoluzka@karazin.ua](mailto:elena.tolstoluzka@karazin.ua);*  
*<https://orcid.org/0000-0003-1241-7906>*

В наш час сфера розробки веб-додатків для психологів та соціальних працівників не досить розвинена ІТ-фахівцями. Це обумовлено тим, що в період до пандемії COVID-19 психологам для надання допомоги або консультацій клієнтам було досить особистого спілкування. Після введення карантинних норм робота психологів значно ускладнилася, оскільки був накладений ряд обмежень. У той же час потреба в консультуванні пацієнтів з психічними та іншими захворюваннями не знижується. Зростає попит у тих людей, які раніше не так активно ходили до психологів - ситуація спонукає дбати про своє здоров'я. Дану проблему вирішують програмісти різних напрямків. Було поставлено завдання розробки веб додатку, який міг би надати психологу можливість проводити онлайн відеоконференції з використанням необхідного інструментарію для онлайн взаємодії з пацієнтом, на базі оригінального програмно-реалізованого рішення. Була розроблена онлайн гра «Метафоричні асоціативні карти» на базі розробленого веб-сервісу. Для роботи в даному додатку не потрібно ніяких особливих навичок, а інтерфейс простий і зрозумілий для будь-якого користувача. Користувач має доступ до наступних сторінок: на головній сторінці має міститись інформація про вебсайт, його новини та іншу інформацію; сторінка курсів містить список доступних психологічних ігор, які допомагають психологу встановлювати тісний контакт з клієнтом навіть в режимі онлайн; особистий кабінет – це сторінка де можна переглядати та редагувати особисту інформацію користувача; сторінка реєстрації, входу або відновлення паролю. Цей додаток вже використовується психологами в тестовому режимі. В подальшому буде розширюватись інструментарій психолога та розвиватися головна сторінка, де буде публікуватись інформація про психологів та їх статті.

**Ключові слова:** *Web, JS, UML, HTML, PHP, СУБД, СУБД, MongoDB, CSRF, CSRF.*

## Development of a computer model of an automated psychologist's workplace

**Artiukh Oleksii** *senior lecturer of theoretical and applied systems engineering department ; V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Kaplun Vladislav** *Student; V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Tolstoluzka Olena** *doctor of Engineering Sciences; professor of theoretical and applied systems engineering department; V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

Nowadays, the field of web application for psychologists and social workers is not sufficiently developed. This is due to the fact that in the period before the COVID-19 pandemic, psychologists had enough personal communication to provide assistance or advice to clients. After the introduction of quarantine norms, the work of psychologists became much more

complicated, as a number of restrictions were imposed. At the same time, the need for counseling patients with mental and other illnesses is not decreasing. Demand is growing among those people who have not been consulting with psychologists before - the situation encourages them to take care of their health. This problem is solved by programmers using different approaches. The task was to develop a web application that could give a psychologist the opportunity to conduct online video conferencing by using the necessary tools for online interaction with the patient, based on the original software solution. An online game "Metaphorical Associative Cards" has been developed on the basis of the developed web service. No special skills are required to work in this application, and the interface is simple and clear to any user. The user has access to the following pages: the main page containing information about the website, news and other information; the course page with a list of available psychological games that help the psychologist to establish close contact with the client, even online; personal account is a page where you can view and edit personal information of the user; registration, login or password recovery page. This application is already tested by psychologists. In the future, the tools of a psychologist will be expanded and the main page will be developed, where information about psychologists and their articles will be published.

**Keywords:** *Web, JS, UML, HTML, PHP, СУБД, СУБД, MongoDB, CSRF, CSRF.*

## Разработка компьютерной модели автоматизированного рабочего места психолога

<b>Артюх Алексей Анатольевич</b>	<i>ст. преподаватель кафедры теоретической и прикладной системотехники; Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, площадь Свободы 6, г. Харьков Украина, 61022</i>
<b>Каплун Владислав Николаевич</b>	<i>студент; Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, площадь Свободы 6, г. Харьков Украина, 61022</i>
<b>Толстолужская Елена Геннадиевна</b>	<i>профессор кафедры теоретической и прикладной системотехники; Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, площадь Свободы 6, г. Харьков Украина, 61022</i>

В настоящее время сфера разработки веб-приложений для психологов и социальных работников недостаточно развита IT-специалистами. Это обусловлено тем, что в период до пандемии COVID-19 психологам для оказания помощи или консультаций клиентам было достаточно личного общения. После введения карантинных норм работа психологов значительно усложнилась, поскольку был наложен ряд ограничений. В то же время, потребность в консультировании пациентов с психическими и другими заболеваниями не снижается. Растет спрос у тех людей, которые раньше не так активно ходили к психологам – ситуация побуждает заботиться о своем здоровье. Данную проблему решают программисты разных направлений. Была поставлена задача разработки веб приложения, которое могло бы предоставить психологу возможность проводить онлайн видеоконференции с использованием необходимого инструментария для онлайн взаимодействия с пациентом, на базе оригинального программно-реализуемого решения. Была разработана онлайн-игра «Метафорические ассоциативные карты» на базе разработанного веб-сервиса. Для работы в данном приложении не требуется никаких особых навыков, а интерфейс прост и понятен любому пользователю. Пользователь имеет доступ к следующим страницам: на главной странице должна содержаться информация о вебсайте, его новостях и другой информации; страница курсов содержит список доступных психологических игр, помогающих психологу устанавливать тесный контакт с клиентом даже в режиме онлайн; личный кабинет – это страница, где можно просматривать и редактировать личную информацию пользователя; страница регистрации, входа или восстановления пароля. Это приложение уже используется психологами в тестовом режиме. В дальнейшем будет расширяться инструментарий психолога и развиваться главная страница, где будет публиковаться информация о психологах и их статьях.

**Ключевые слова:** *Web, JS, UML, HTML, PHP, СУБД, СУБД, MongoDB, CSRF, CSRF.*

### 1 Вступ

Людина, яка потребує психологічної допомоги вирішує записатися на прийом до фахівця в цій галузі, але постає питання, як йому знайти компетентного фахівця в умовах ситуації, що склалася, пандемії COVID-19.

У цьому випадку відкривається новий перспективний напрямок для IT-фахівців різних напрямків. А саме взаємодія програмістів з психологами та соціальними працівниками як замовниками.

В результаті чого виникає альтернатива для психологів у використанні онлайн відеоконференцій, а також оригінального програмно-реалізованого рішення для використання інструментарію психолога.

Програмісти різних напрямків надають послуги розробки веб-сервісів, які створюють можливість психологу, при використанні необхідного інструментарію, взаємодіяти онлайн з пацієнтом дотримуючись усіх карантинних норм.

При розробці веб-сервісу є затребуваними ряд фахівців, які займаються створенням та просуванням, а саме:

- Верстальник. Він займається HTML-версткою сторінок сайту.
- Веб-програміст. Цей фахівець займається проектуванням майбутнього сайту, програмує інтерактивні блоки і тестує їх працездатність [1], піклується про те, щоб сайт швидко завантажувався в браузері [2].
- Спеціаліст по контекстній рекламі. Він займається веденням рекламних кампаній в сервісах Google Adwords, Alytics і інші.
- Web-дизайнер [3]. Цей спеціаліст відповідає за графічне та художнє оформлення Web-додатку.
- Контент-менеджер. Займається наповненням сайту актуальною інформацією [4].

Поки лікарі по всьому світу борються з коронавірусом, потреба пацієнтів з психічними та іншими захворюваннями кваліфікованої психологічної допомоги не зникає. Зростає попит у тих людей, які раніше не взаємодіяли з психологами – оточуюча дійсність спонукає турбуватися про свій психологічний стан здоров'я. Звичайних ресурсів вже не вистачає. До того ж, люди менше хочуть безпосередньо відвідувати лікувальні заклади де є вірогідність заразитися. IT-фахівці на цій хвилі залучають користувачів в нові сервіси.

## 2 Аналіз сучасних методів розробки веб додатків.

На даний момент постає безліч завдань для веб-програмістів. А саме, розробка як сайтів що мають розважальний характер, так і сайтів для полегшення навчального процесу, надання консультативної фахової медичної допомоги, які мають відповідати цілому переліку вимог. Наприклад, це забезпечення захисту від несанкціонованих підключень, цілісність даних [5].

Слід ретельно підбирати інструментарій для виконання поставлених завдань – мову програмування, програмні платформи, бібліотеки, фреймворки та інше.

Взагалі всі мови веб-програмування можна класифікувати на клієнтські і серверні. Популярні мови веб-програмування та фреймворки зображені на рис. 1



Рисунок. 1 Популярні мови веб-програмування

Якщо говорити про мови веб-програмування на стороні клієнта то слід згадати JS, котрий так само як і HTML є базою великої кількості інструментарію розробки.

Також слід виділити мову Java [6]. Головна особливість якої, полягає в тому, що ця мова є першою повноцінно об'єктно-орієнтованою. Java має доволі добру переносимість. Запустити та використовувати Java можливо налюбій машині де встановлено JVM [7].

Rython – є високорівневою мовою.

Слід згадати наступні фреймворки:

- Adobe Flash – це поширений фреймворк, на даний час є так званим стандартом.
- SilverLight – працює на платформі .NET. Має гарну сумісність з ОС та деякими веб-оглядачами. Є безкоштовною платформою розробки Microsoft.



PHP – є доволі популярною скриптовою мовою для розробки динамічних веб-сайтів. При розміщенні веб-додатку на хостингу є доволі зручною, так є підтримуваною багатьма провайдерами.

Окрему увагу заслуговує технологія MVC (Модель-вистава-поведінка) – схема використання декількох шаблонів проектування, за допомогою яких модель даних програми, призначений для користувача інтерфейс і взаємодія з користувачем розділені на три окремих компонента так, що модифікація одного з компонентів надає мінімальний вплив на інші [8].

Розрізняють два основних метода створення веб-сайтів [9], які добре працюють як на настільному ПК, так і на мобільних пристроях – це використання настільних програм та використання конструкторів Web-сайту [10].

### 3 Постановка задачі.

Мета роботи: розробка веб додатку, який надасть можливість психологу проводити онлайн відеоконференції з використанням необхідного інструментарію для онлайн взаємодії з пацієнтом, на базі оригінального програмно-реалізованого рішення [11].

Принцип роботи наступний:

- психолог і клієнт реєструються на цій платформі шляхом введення логіна і пароля;
- адміністратор видає деякі права фахівцю на необхідні курси;
- психолог, використовуючи отримані права, бачить клієнта в системі і надає йому доступ до певних психологічних ігор на обмежений час.

При роботі в даному додатку користувач не повинен мати особливі навички, інтерфейс має бути простий і зрозумілий для кожного.

Повинні бути розроблені наступні сторінки:

Головна. На цій сторінці має міститись інформація про вебсайт, його новини, психологів та інша інформацію.

Сторінка курсів. Містить список доступних психологічних ігор, які допомагають психологу встановлювати тісний контакт з клієнтом навіть в режимі онлайн [12].

Особистий кабінет. Це сторінка де можна переглядати та редагувати особисту інформацію користувача.

Та сторінка реєстрації, входу або відновлення паролю [13].

### 4 Розробка комп'ютерної моделі робочого місця психолога.

Діаграма, що демонструє різні способи взаємодії користувачів web-сайту з системою є метою саме діаграми варіантів використання (UseCase diagram) представлена на рис.2.

Діаграма варіантів використання відображає огляд високого рівня взаємозв'язку між варіантами використання, акторами та системами. Експерти рекомендують використовувати схеми варіантів використання. UML – це інструментарій для моделювання, який використовується для побудови діаграм. Варіанти використання представлені позначеною овальною формою. Фігури на полях представляють акторів у процесі, а участь актора в системі моделюється з допомогою межі між актором та випадком використання.

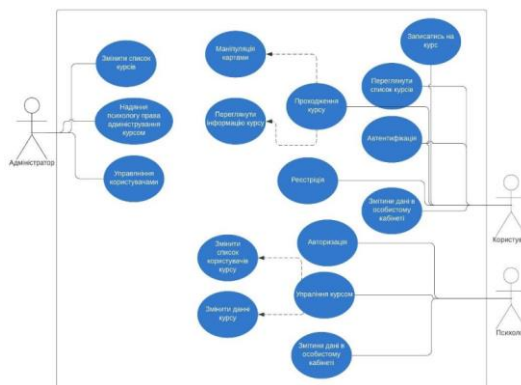


Рисунок 2. Діаграма варіантів використання (UseCase diagram) “Комп’ютерної моделі Web-сервісу організації роботи психолога”

## 5 Рекомендації по використанню комп'ютерної моделі web-сервісу організації роботи психолога.

Реєстрація користувача на сайті здійснюється введенням адреси електронної пошти, пароля та імені.

Для появи форми входу необхідно натиснути на посилання «Увійти» з правого боку у верхній частині сайту (в шапці сайту).

Якщо користувач не може увійти в свій обліковий запис у нього є можливість відновити пароль. Натиснувши на посилання «забули пароль?»

Сторінка курсів містить список доступних курсів. На рис. 3 зображено список доступних курсів.



Рисунок 3. "Сторінка перегляду доступних курсів"

Відкривши курс потрапляємо на сторінку вибору колоди та вибору карти. На даній сторінці є можливість розкласти набір карток або лицьовою стороною догори або сорочкою догори після чого обрати довільну кількість карток, не більше шести. Після чого слід підтвердити вибір та перейти до наступної сторінки.

Перейшовши на другу сторінку психологічної гри клієнт при співбесіді з психологом маніпулює карточками та вибудовує власні асоціації, а саме може приховати або відкрити ці картки та переміщувати їх. Таким чином відбувається психологічна гра за участі клієнта та психолога на базі веб-додатку.

На сторінці "Кошик" зберігається інформація про замовлення користувача.

## 6 Висновки.

Слід зазначити, що JS є однією з найбільш популярних мов для фронтенд-розробки [14]. Для фронтенд розробника базовим інструментарієм слід вважати JavaScript, CSS та HTML. Node.js застосовується для бекенд-розробки. При виконанні роботи обрали мову програмування JavaScript [15]. Основна логіка веб сайту базується на ній. Також з використанням ряду фреймворків, бібліотек та утиліт було запрограмоване головну сторінку, де знаходиться основна інформація про веб-сайт, сторінку ігрового інструментарію, де користувач сайту має змогу обрати необхідну інтерактивну гру з особливим оригінальним функціоналом [16]. Крім того, є особистий кабінет. На цій сторінці у всіх зареєстрованих користувачів є можливість переглядати та редагувати особисту інформацію. Також, будь який користувач має змогу самостійно відновити свій обліковий запис, якщо пароль або логін було загублено, без допомоги адміністрації веб-сайту.

Розроблений вебсайт значно полегшує роботу психологу чи соціальному працівнику, який в режимі відеоконференції має змогу зареєструватися в системі та почати консультування та встановлення тісного зв'язку з клієнтом використовуючи унікальне програмне рішення, в той час як оф лайн це не можливо зробити з тих чи інших причин.

На даний час пандемія та введенні карантинні міри застерігають від будь яких контактів, що призводить до більшого попиту на онлайн ресурси.

За час пандемії психологи та пацієнти зможуть адаптуватися до онлайн конференцій, тож такі новації стануть звичайною практикою для них. Після зняття карантинних обмежень, люди, які спробували онлайн сервіси навряд чи припинять користування ними, адже це справді зручно.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Машнин Т. Web-сервисы Java, 2011. 376 с.
2. Duckett J. HTML & CSS, and JavaScript & JQuery (2 book set): book. 2014. 640 p.
3. Front-End Developer Handbook. 2019: URL. <https://frontendmasters.com/books/front-end-handbook/2019>
4. Russell Chun Adobe Flash Professional CC (Classroom in a Book). 2014. 112 p.
5. Кристиан В. Программирование в ASP.NET Ajax. 2008. 405 с.
6. Хэррон Д. «Node.js. Разработка серверных веб-приложений в JavaScript»: М.: ДМК Пресс, 2012. 144с.
7. A. Hunt, D. Thomas The Pragmatic Programmer: Your Journey to Mastery: 2019. 352 p.
8. S. Krug Don't Make Me Think: A Common Sense Approach to Web and Mobile Usability : 2014. 216 p.
9. Макфарланд Д. JavaScript и jQuery: руководство: М. 2015. 688 с.
10. Ivelin Demirov Learn JavaScript VISUALLY with Interactive Exercises. 2014. 136 p.
11. Ботт Эд. Разработка веб-сайтов. М. 2004.
12. Дарнелл Р. Энциклопедія користувача. 1999. 480 с.
13. Кінгслі-Хью Е. JavaScript: навчальний курс. Пітер, 2002.
14. Чаффер Д. Изучаем jQuery. М. 2015. 391 с.
15. Дронов В. JavaScript и AJAX в Web-дизайне. Петербург, 2015. 736 с.
16. Климов А. JavaScript на примерах. Петербург, 2017. 812 с.

## REFERENCES

1. Mashnin T. Java Web Services, 2011. 376 p. [in Russian]
2. Duckett J. HTML & CSS, and JavaScript & JQuery (2 book set): book. 2014. 640 p.
3. Front-End Developer Handbook. 2019: URL. <https://frontendmasters.com/books/front-end-handbook/2019>
4. Russell Chun Adobe Flash Professional CC (Classroom in a Book). 2014. 112 p.
5. Christian V. Programming in ASP.NET Ajax. 2008. 405 с. [in Russian]
6. Harron D. Node.js. Development of server-side web applications in JavaScript ": М .: DMK Press, 2012. 144p. [in Russian]
7. Hunt, D. Thomas The Pragmatic Programmer: Your Journey to Mastery: 2019. 352 p.
8. S. Krug Don't Make Me Think: A Common Sense Approach to Web and Mobile Usability : 2014. 216 p.
9. McFarland D. JavaScript and jQuery: manual: M.2015. 688 p. [in Russian]
10. Ivelin Demirov Learn JavaScript VISUALLY with Interactive Exercises. 2014. 136 p.
11. Bott Ed. Website development. М. 2004. [in Russian]
12. Darnell R. Encyclopedia of Koristuvach. 1999. 480 с. [in Russian]
13. Kingsley-Hugh E. JavaScript: a training course. Peter, 2002. [in Ukrainian]
14. Chaffer D. Learning jQuery. М. 2015. 391 с. [in Russian]
15. Dronov V. JavaScript and AJAX in Web-design. Petersburg, 2015.736 p. [in Russian]
16. Klimov A. JavaScript by examples. Petersburg, 2017.812 p. [in Russian]

УДК 004.7

## The method of distributing package delivery time

S.I. Bohucharskyi, O.V. Zolotukhina, O.O. Zolotukhin, M.S. Muravshchuk

**Bohucharskyi  
Serhii Ivanovich**

*Candidate of Engineering Science, senior researcher*  
V. N. Karazin Kharkiv National University, 4, Svobody Sq., Kharkiv, Ukraine,  
61022 ; e-mail: [sbogucharskiy@karazin.ua](mailto:sbogucharskiy@karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0003-4971-4314>

**Zolotukhina  
Olga Viktorivna**

*head of the laboratory, senior lecturer*  
V. N. Karazin Kharkiv National University, 4, Svobody Sq., Kharkiv, Ukraine,  
61022 ; e-mail: [ovzolotukhina@karazin.ua](mailto:ovzolotukhina@karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0002-9354-7018>

**Zolotukhin Oleksandr  
Oleksandrovich**

*senior lecturer*  
V. N. Karazin Kharkiv National University, 4, Svobody Sq., Kharkiv, Ukraine,  
61022; e-mail: [oozolotukhin@karazin.ua](mailto:oozolotukhin@karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0003-4440-240X>

**Muravshchuk  
Maksym Sergeevich**

*Student of Department of Systems and Technology Modeling*  
V. N. Karazin Kharkiv National University, 4, Svobody Sq., Kharkiv, Ukraine,  
61022 ; e-mail: [muravshchuk2020ks51@student.karazin.ua](mailto:muravshchuk2020ks51@student.karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0002-4130-5252>

When analyzing the problems of organizing the effective functioning of distributed data transmission networks with packet switching, it becomes clear that it is necessary to improve the existing models of individual network structures, develop new models for studying effects, factors and mechanisms that have not been considered previously, and on their basis create non-laborious methods for selecting network parameters according to various criteria of optimality. An analytical review of the results achieved in the study of various structural formations made it possible to understand the current approach to organizing the effective network operation, to formulate unsolved problems, and to outline the main directions of research. It could be clearly seen that the peculiarity of end-to-end data transportation over a multi-link virtual connection is not taken into account, and the question of the adequacy of the assigned distributions to the real information transfer process is not considered, and therefore, remains open. A new approach to distributing the information packet transmission time for a virtual channel with distortions is proposed. On its basis the analysis of the influence of end-to-end non-receipt time-out duration on the operational characteristics of the data transport process has been carried out. A model of a data transmission path with distortions in individual sections of the transfer in the form of a stochastic conveyor is proposed, and auxiliary relations necessary for the analysis of stochastic information transfer have been obtained. The potential of inter-node connections, the requirements for the buffer memory of the switching nodes, and the end-to-end delay of subscriber messages are mostly determined by the parameters of the line protocols. The existing methods for the formal selection of these parameters are focused mainly on the unconditional preference of the criterion for the throughput of inter-node connections and require time-consuming numerical calculations. Since the problem of redefining network parameters due to changes in operating conditions often occurs, non-laborious engineering methods for their selection according to various criteria of optimality require developing.

**Keywords:** pipeline effect, number of pass-through transmissions, distribution delivery time, delay of a multi-packet message, high-quality communication channels.

## Метод розподілення часу доставки пакету

**Богучарський  
Сергій Іванович**

*Кандидат технічних наук, старший науковий співробітник*  
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна  
майдан Свободи, 4, місто Харків, 61022, Україна

**Золотухіна Ольга  
Вікторівна**

*завідувач лабораторією, старший викладач*  
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна  
майдан Свободи, 4, місто Харків, 61022, Україна

**Золотухін Олександр  
Олександрович**

*старший викладач*  
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна  
майдан Свободи, 4, місто Харків, 61022, Україна

**Муравшик  
Максим Сергійович**

*студент кафедри моделювання систем і технологій  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан  
Свободи 4, Харків, Україна, 61022*

При аналізі проблем організації ефективного функціонування розподілених мереж передачі даних з комутацією пакетів з'ясовується необхідність удосконалення існуючих моделей окремих мережевих структур, розробки нових моделей для дослідження ефектів, факторів і механізмів, що не розглядалися раніше, та створення на їх основі нетрудомістких методів вибору параметрів мережі за різними критеріями оптимальності. Аналітичний огляд результатів, досягнутих у вивченні різних структурних утворень, дозволив виявити ступінь опрацювання питань організації ефективної роботи мережі, сформулювати невирішені завдання та намітити основні напрямки досліджень. При цьому явно не враховується специфіка наскрізного транспортування даних по багатоланковому віртуальному з'єднанню, а питання адекватності розподілів, що задаються реальному процесу передачі інформації не розглядається і залишається відкритим. Запропоновано підхід до побудови розподілу часу передачі інформаційного пакета у віртуальному каналі зі спотвореннями, на основі якого проводиться аналіз впливу тривалості наскрізного тайм-ауту неприйняття квитанції на операційні характеристики процесу транспортування даних. Запропоновано модель тракту передачі даних з спотвореннями на окремих ділянках переприйому у вигляді стохастичного конвеєра, а також отримані допоміжні співвідношення, необхідні для аналізу інформаційного стохастичного переносу. Параметри лінійних протоколів значною мірою визначають потенційні можливості міжвузлових з'єднань, вимоги до обсягу буферної пам'яті вузлів комутації та наскрізну затримку абонентських повідомлень. Відомі методи формального вибору цих параметрів орієнтовані в основному на безумовну перевагу критерію пропускної спроможності міжвузлових з'єднань та вимагають трудомістких чисельних розрахунків. Оскільки завдання перевизначення мережевих параметрів досить часто виникає в реальних мережах у зв'язку із зміною умов експлуатації, то виникає потреба в розробці нетрудомістких інженерних методів їх вибору за різними критеріями оптимальності.

**Ключові слова:** конвеєрний ефект, кількість наскрізних передач, розподіл часу, затримка мультипакетного повідомлення, високоякісні канали зв'язку.

## Метод распределения времени доставки пакета

**Богучарский  
Сергій Іванович**

*Кандидат технических наук, старший научный сотрудник  
Харковский национальный университет имени В.Н.Каразина  
площадь Свободы, 4, город Харьков, 61022, Украина*

**Золотухина Ольга  
Викторовна**

*заведующий лабораторией, старший преподаватель  
Харковский национальный университет имени В. Н.Каразина,  
площадь Свободы4, Харьков, Украина, 61022*

**Золотухин Александр  
Александрович**

*старший преподаватель  
Харковский национальный университет имени В. Н.Каразина,  
площадь Свободы4, Харьков, Украина, 61022*

**Муравшик  
Максим Сергійович**

*студент кафедри моделювання систем і технологій  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, площа  
Свободи 4, Харків, Україна, 61022*

При анализе проблем организации эффективного функционирования распределенных сетей передачи данных с коммутацией пакетов выясняется необходимость совершенствования существующих моделей отдельных сетевых структур, разработки новых моделей для исследования эффектов, факторов и механизмов, не рассматривавшихся ранее, и создания на их основе нетрудоемких методов выбора сетевых параметров по различным критериям оптимальности. Аналитический обзор результатов, достигнутых в изучении различных структурных образований, позволил выявить степень проработки вопросов организации эффективной работы сети, сформулировать нерешенные задачи и наметить основные направления исследований. При этом явно не учитывается специфика сквозной транспортировки данных по многозвенному виртуальному соединению, а вопрос адекватности задаваемых распределений реальному процессу передачи информации не рассматривается и остается открытым. Предложен подход к построению распределения времени передачи информационного пакета в виртуальном канале с искажениями, на основе которого проводится анализ влияния длительности сквозного тайм-аута неприема квитанции на операционные характеристики процесса транспортировки данных. Предложена модель тракта передачи данных с искажениями на отдельных участках переприема в виде стохастического конвейера, а также получены вспомогательные соотношения, необходимые для анализа стохастического информационного переноса. Параметры линейных протоколов в значительной мере определяют потенциальные возможности междуузловых соединений, требования к объему буферной памяти узлов коммутации и сквозную задержку абонентских сообщений. Известные методы формального выбора этих параметров ориентированы в основном на безусловное предпосылочное критерия пропускной способности междуузловых соединений и требуют трудоемких численных расчетов. Поскольку задача переопределения сетевых параметров достаточно часто возникает в реальных сетях в связи с изменением условий эксплуатации, то появляется потребность в разработке нетрудоемких инженерных методов их выбора по различным критериям оптимальности.

**Ключевые слова:** конвейерный эффект, количество сквозных передач, распределение времени, задержки мультипакетного сообщения, высококачественные каналы связи.

### 1 Models of pipeline mechanisms of the data transfer process in a virtual connection

The probability of message delivery between interacting applications in a given time and the average end-to-end delay of user information in a virtual channel are among the most significant indicators of the quality of service for subscribers of information and computer networks. An important aspect of the effective organization of the data transport process is choosing the length of the end-to-end confirmation time-out for end-to-end delivery of information to remote subscribers [1]. Existing approaches [3] to solving this problem allow studying the effect of the non-receipt time-out duration on the operational characteristics of the data transmission process for given distributions of the time for transferring information packets and acknowledgments between correspondent subscribers.

In this case, it is clear that the peculiarity of end-to-end data transportation over a multi-link virtual connection is not taken into account, and the question of the adequacy of the assigned distributions to the real information transfer process is not considered and remains open.

A new approach to distributing the information packet transmission time for a virtual channel with distortions is proposed [6]. On its basis the analysis of the influence of end-to-end non-receipt time-out duration on the operational characteristics of the data transport process has been carried out.

A model of a data transmission path with distortions in individual sections of the transfer in the form of a stochastic conveyor is proposed, and auxiliary relations necessary for the analysis of stochastic information transfer have been obtained.

We consider the study and the analysis of various schemes of end-to-end handshaking in the process of transmitting a multi-packet message in a multi-link virtual connection as the part of constructing the procedure for calculating the time-out duration.

### 2 Pipelined interpretations of a virtual connection

When the distortion factor of protocol data blocks and the decisive feedback mechanism (retransmissions of distorted blocks) are superimposed on the pipeline effect that occurs for the process of transferring information flows along multi-link (multiphase) paths, a virtual connection can be interpreted as a stochastic pipeline, in which the processing time on individual phases is random. Since at the level of end-to-end transmission of multi-packet messages of application systems, an urgent task is to determine the durations of waiting intervals for end-to-end acknowledgments (end-to-end time-outs), and an important aspect is the probabilistic description of the end-to-end information transfer process at the transport level. An exhaustive description of such a pipeline specifies the distribution of the end-to-end delivery of application messages to the addressee.

The search for such a distribution is considered as the process of transferring a multi-packet message consisting of  $N$  packets, over a multi-link virtual connection of the length  $D \geq 1$ , expressed in the number of inter-node links.

It is supposed that each link of the virtual connection is controlled by a start-stop exchange procedure [2, 7] and has the same packet transmission cycle times  $T$  from the beginning of its withdrawal to the communication line until the receiving of the receipt. With probability  $R_{nd}$ ,  $n = \overline{1, N}$ ,  $d = \overline{1, D}$  in every link  $d$  distortion occurs of  $n$ -th information packet and retransmission is carried out according to the control procedure.

The number of retransmissions is considered to be unlimited. Then the time of error-free packet transmission over  $d$ -th node-to-node connection is a random multiple of the cycle time  $T$  and distributed according to the geometric law with the parameter  $1 - R_{nd}$ .

It is also assumed that the sending of a packet at each segment of the virtual connection begins only after it has been transmitted without distortion along the previous segment of the path. It is believed that end-to-end data transport is organized as follows. A time-out is allocated to transmit a packet to a remote recipient and receive a response receipt.  $S$  size intervals  $T$ .

If the receipt is not received during the time-out period, the sender organizes a retransmission end-to-end. The number of pass-through transmissions is also assumed to be unlimited.

### 3 Determining the probabilities of package delivery time

Finding the probability of end-to-end transmission of a single information packet  $p(k, N, N)$  over virtual connection of length  $D$  equals  $k$  intervals duration of which is  $T$ . Obviously, the number of intervals must satisfy the condition  $k \geq D$ . Let  $D=1$ , then  $p(k, 1, 1) = (1 - R)^{k-1}$ . At  $D=2$  the

probability function is given by the sum of all possible products of the probabilities of successful packet transmission over the first and second links of the virtual channel during the time  $k$  (12).

$$p(k, 1, 2) = (1 - R_1)(1 - R_2) \sum_{i=1}^{k-2} R_1^i R_2^{k-2-i} \quad (1)$$

$$p(k, 1, 2) = (1 - R_1)(1 - R_2) \left\{ \frac{R_1^{k-1}}{R_1 - R_2} + \frac{R_2^{k-1}}{R_2 - R_1} \right\} \quad (2)$$

Provided that  $D = 3$ , then the required probability  $p(k, 1, 3)$  takes the form (3, 4).

$$p(k, 1, 3) = (1 - R_1)(1 - R_2)(1 - R_3) \sum_{i=0}^{k-3} R_1^i \sum_{j=0}^{k-3-i} R_2^j R_3^{k-3-i-j} \quad (3)$$

$$p(k, 1, 3) = (1 - R_1)(1 - R_2)(1 - R_3) \times \left\{ \frac{R_1^{k-1}}{(R_1 - R_2)(R_1 - R_3)} + \frac{R_2^{k-1}}{(R_2 - R_1)(R_2 - R_3)} + \frac{R_3^{k-1}}{(R_3 - R_1)(R_3 - R_2)} \right\} \quad (4)$$

For arbitrary  $D$  the probability function has the form (5, 6).

$$p(k, 1, D) = \prod_{d=1}^D (1 - R_d) \sum_{d_1=0}^{S_1} R_1^{d_1} \dots \sum_{d_{D-2}=0}^{S_{D-2}} R_{D-2}^{d_{D-2}} \sum_{d_{D-1}=0}^{S_{D-1}} R_{D-1}^{d_{D-1}} R_D^{S_D} \quad (5)$$

$$S_d = k - D - \sum_{i=1}^{d-1} d_i \quad (6)$$

Successively performing the summation in this relation, we obtain (7).

$$p(k, 1, D) = \prod_{d=1}^D (1 - R_d) \sum_{d=1}^D R_d^{k-1} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq d}}^D \frac{1}{R_d - R_i} \quad (7)$$

Therefore, for  $k = D$  we come to the expected result (8).

$$p(D, 1, D) = \prod_{d=1}^D (1 - R_d) \quad (8)$$

In practical cases, for a virtual connection, the equality  $R_d = R$ ,  $d = \overline{1, D}$ , indicating the statistical homogeneity of distortions in various links of the data transmission path. Under this condition, an uncertainty of the form arises in the expression (4) of  $\frac{0}{0}$ . To get values  $p(k, 1, D)$  here it is necessary to execute  $(D - 1)!$  rather time-consuming operations of disclosing uncertainty and finding  $p(k, 1, D)$  from the function (3, 4) by the definition (9).

$$p(k, 1, D) = (1 - R)^D R^{k-D} \sum_{d_1=0}^{S_1} \dots \sum_{d_{D-1}=0}^{S_{D-1}} 1 \quad (9)$$

Ratio for the sum (10) species [5, 8].

$$\sum_{k=1}^n \prod_{i=0}^m (k + i) = \frac{1}{m + 2} \prod_{i=0}^{m+1} (n + i) \quad (10)$$

Applying (10), we obtain the relation (11).

$$p(k, 1, D) = \binom{k-1}{D-1} (1 - R)^D R^{k-D} \quad (11)$$

This dependence can be represented in a recurrent form (12, 13).

$$p(k, 1, D+1) = p(k, 1, D) \frac{(k-D)(1-R)}{DR} \quad (12)$$

$$p(k, 1, 1, D) = p(k, 1, D) \frac{kR}{k-D+1} \quad (13)$$

Thus, for  $R=0$  the probability function (11) is transformed into the defining form (14).

$$p(k, 1, D+1) = p(k, 1, D) = 0, \text{ where } k > D \quad (14)$$

#### 4 Distribution of package delivery time

An important operational parameter for a virtual connection is the probability of an end-to-end packet transmission within a given time-out period  $S$  (15):

$$p(S, 1, D) = \sum_{k=D}^S p(k, 1, D) \quad (15)$$

When determining a statistically inhomogeneous virtual channel (16), the probability  $p(S, 1, D)$  in relation to  $p(S, 1, D)$  in relation to (11) takes the form (17).

$$R_i \neq R_j, i \text{ and } j = \overline{1, D}, i, \neq j \quad (16)$$

$$p(S, 1, D) = \sum_{d=1}^D (R_d^{D-1} - R_d^S) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^D \frac{1-R_i}{R_d - R_i} \quad (17)$$

Finding the dependency  $p(S, 1, D)$  on the parameters of a statistically homogeneous virtual channel. Successively solving the equations and canonizing the obtained and known [4] relations (18-21) for sums of the form (22) proceeding from (17) taking into account (7) at  $D = \overline{1, 4}$  we get (23-26).

$$\sum_{i=1}^k x^i = \frac{x(1-x^k)}{1-x} \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^k i x^i = \frac{x(1-x^k)}{(1-x)^2} - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^k i^2 x^i = \frac{x(1-x^k)(1+x)}{(1-x)^3} - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k + \frac{2}{1-x} \right\} \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^k i^3 x^i = \frac{x(1-x^k)(1+4x+x^2)}{(1-x)^4} - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^2 + \frac{3k}{1-x} + \frac{3(1+x)}{(1-x)^2} \right\} \quad (21)$$

$$\sum_{k=0}^l k^s s^k, s = \overline{0, 3} \quad (22)$$

$$P(S, 1, 1) = 1 - R^S \quad (23)$$

$$P(S, 1, 2) = 1 - R^S - S(1-R)R^{S-1} \quad (24)$$

$$P(S, 1, 3) = 1 - R^S - S(1-R)R^{S-1} - \frac{S(S-1)}{2}(1-R)^2 R^{S-2} \quad (25)$$

$$P(S, 1, 3) = 1 - R^S - S(1-R)R^{S-1} - \frac{S(S-1)}{2}(1-R)^2 R^{S-2} - \frac{S(S-1)(S-2)}{6}(1-R)^3 R^{S-3} \quad (26)$$

Thus, for an arbitrary  $D$  meaning  $P(S, 1, D)$  is determined by (27) at where  $K_D$  is a known parameter. Provided that  $S = D$  based on (15), the expression  $P(D, 1, D) = (1-R)^D$  is set. From (27) and considering the conditions  $(1-R)$  we get (28)



$$P(S, 1, D) = P(S, 1, D - 1) - K_D \prod_{i=0}^{D-2} (S - i)(1 - R)^{D-1} R^{S-D+1} \quad (27)$$

$$(1 - R)^D = 1 - \sum_{d=0}^{D-1} K_d \prod_{i=0}^{d-1} (D - i)(1 - R)^d R^{D-d} \quad (28)$$

This approach is defined by the identity expression if the factors at  $R$  and  $(1 - R)$  are determined by the coefficients of the Newton binomial of degree  $D$ . Based  $K_d = 1/d!$  and compliance  $P(S, 1, D)$  naturally occurs (29).

$$P(S, 1, D) = 1 - \sum_{d=0}^{D-1} \binom{S}{D} (1 - R)^d R^{S-d} \quad (29)$$

Thus, for  $R = 0$  the distribution function  $P(S, 1, D) = 1$  for  $S \geq D$ .

## 5. Conclusion

The time slice of the process of end-to-end transportation of a single packet over a multi-link path coincides with the transmission of a multi-packet message over a virtual connection consisting of one hop. That testifies to the symmetry of information transfer, expressed in the fact that the operational characteristics (probability function, distribution function, and average time to reach the destination) of the end-to-end delivery of a single packet over a virtual connection of the length  $D$  and the process of transmitting a message from  $N = D$  packets on a single-link virtual channel are completely the same. Then, for the average delay of a multi-packet message with end-to-end confirmation of the correctness of its transmission as a whole by information packets of the opposite flow.

It has been determined that the main contribution to the limit values of the average end-to-end delay in a stochastically homogeneous path corresponding to an unlimited timeout duration changes the time of transmission of a multi-packet message and receipt of a response receipt in a deterministic pipeline with a transmission time in a separate phase equal to the average packet delay. The contribution of the remaining components to the end-to-end delay is proportional to the intensity of a packet distortion  $R$  which can be neglected for high-quality communication channels.

## REFERENCES

1. Chu W.W. Optimal Message Block Size for Computer Communications with Error Detection and Retransmission Strategies // IEEE Trans. on Commun. 1994. Vol. COM-22, is. 10. P. 1516–1525.
2. Irland M.I., Pujolle G. Comparison of Two Packet-Retransmission Techniques // IEEE Trans. on Inform. Theory. 1990. Vol. IT-26, is. 1. P. 92–97.
3. Labetoulle J., Pujolle G. HDLC Throughput and Response Time for Bidirectional Data Flow with Nonuniform Frame Sizes // IEEE Trans. on Comput. 2001. Vol. C-30, is. 6. P. 405–413.
4. Lazak D. Derivation of optimal packet sizes within packet switching systems by considering packet switching line protocols // Pacif. Telecommun. Conf. : Papers and Proc. of a Conf. Honolulu: IEEE. 2009. P. 1A-1–1A-8.
5. Ufford J.C., Ross M.J. Interaction of Critical Link Control Parameters for Data Communication // Int. Conf. on Commun. : Conf. Records. Toronto : IEEE. 2018. P. 36.2.1–36.2.5.
6. Wang J., Pujolle G. Delay and Throughput Analysis for Computer Communications with Balanced HDLC Procedures // IEEE Trans. on Comput. 2008. Vol. C-31, is. 8. P. 739–746.
7. Bux W., Kummerle K., Truong H.L. Balanced HDLC Procedures: A Performance Analysis // IEEE Trans. on Commun. 1998. Vol. COM-28, is. 11. P. 1889–1898.
8. Caseau P., Pujolle G. Throughput Capacity of a Sequence of Queues with Blocking due to Finite Waiting Room // IEEE Trans. on Software Eng. 2009. Vol. SE-5, is. 6. P. 631–642.

UDC 532.542

## Flow modelling in a straight rigid-walled duct with two rectangular axisymmetric narrowings. Part 2. An alternative approach

A. Borysyuk

**Borysyuk Andriy**

*Corresponding Member of the NAS of Ukraine, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Research Fellow  
Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Mariji Kapnist Str., 8/4,  
03680 Kyiv 180 MSP, Ukraine  
e-mail: [aobor@ukr.net](mailto:aobor@ukr.net);  
<https://orcid.org/0000-0002-3878-3915>*

A second-order technique is suggested to study fluid motion in a two-dimensional hard-walled duct with two abrupt constrictions. In this technique, the governing relationships are integrated via their rewriting in a non-dimensional form, deriving their integral analogues, performing a discretization of the derived integral relationships, simplifying the obtained (after making the discretization) coupled non-linear algebraic equations, and final solving the resulting (after making the simplification) uncoupled linear ones. The discretization consists of the spatial and temporal parts. The first of them is performed with the use of the total variation diminishing scheme and the two-point scheme of discretization of the spatial derivatives, whereas the second one is made on the basis of the implicit three-point non-symmetric backward differencing scheme. The noted uncoupled linear algebraic equations are solved by an appropriate iterative method.

**Keywords:** fluid motion, plane duct, abrupt constriction, technique.

## Моделювання течії у прямому жорсткостінному каналі з двома прямокутними осесиметричними звуженнями.

### Частина 2. Альтернативний підхід

**Борисюк Андрій  
Олександрович**

*член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук,  
провідний науковий співробітник  
Інститут гідромеханіки НАН України, вул. Марії Капніст, 8/4, 03680 Київ  
180 МСП, Україна*

Запропоновано аналітично-чисельний метод другого порядку точності, котрий дозволяє вивчати рух рідини у двовимірному жорсткостінному каналі з двома послідовними жорсткими осесиметричними обривними звуженнями. Він складається з п'яти основних етапів. На першому з них вибираються відповідні масштаби задачі, на основі яких проводиться безрозмірювання співвідношень, що описують рух рідини у досліджуваному каналі. Далі (другий етап) виводяться інтегральні аналоги цих безрозмірних співвідношень і виконується їх дискретизація (третій етап). На четвертому етапі зв'язані нелінійні алгебраїчні рівняння для швидкості і тиску, одержані у результаті проведення зазначеної дискретизації, зводяться до відповідних незалежних лінійних. Для цього приймаються фізично обґрунтовані припущення, виконуються відповідні математичні операції, а також застосовується процедура знаходження та узгодження між собою послідовних наближень шуканих величин. При цьому кількість наближень визначається необхідною точністю розв'язку. І на останньому (п'ятому) етапі вибирається метод розв'язування вказаних лінійних рівнянь. Зазначена вище дискретизація складається із просторової та часової частин. Перша частина виконується на основі використання total variation diminishing схеми, а також двоточкової схеми дискретизації просторових похідних. При проведенні ж другої частини дискретизації застосовується неявна триточкова несиметрична схема з різницями назад. Що стосується методу розв'язування вказаних вище лінійних рівнянь, то це – відповідний ітераційний метод, який послідовно використовує методи відкладеної корекції та спряжених градієнтів, а також солвери ICCG (для симетричних матриць) та Bi-CGSTAB (для асиметричних матриць).

**Ключові слова:** рух рідини, плоский канал, обривне звуження, метод.

## Моделирование течения в прямом жесткостенном канале с двумя прямоугольными осесимметричными сужениями.

### Часть 2. Альтернативный подход

**Борисюк Андрей  
Александрович**

*член-корреспондент НАН Украины, доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник*

*Институт гидромеханики НАН Украины, ул. Марии Капнист, 8/4, 03680  
Киев 180 МСП, Украина*

Предложен метод второго порядка точности, позволяющий изучать движение жидкости в двухмерном жесткостенном канале с двумя обрывными сужениями. В этом методе соотношения, описывающие движение жидкости, интегрируются путем их обезразмеривания, получения их интегральных аналогов, дискретизации этих аналогов, упрощения полученных при этом связанных нелинейных алгебраических уравнений, и последующего решения независимых линейных алгебраических уравнений, полученных в результате указанного упрощения. Дискретизация состоит из пространственной и временной частей. Первая часть выполняется с использованием total variation diminishing схемы, а также двухточечной схемы дискретизации пространственных производных. При проведении же второй части дискретизации применяется неявная трехточечная несимметричная схема с разностями назад. Указанные линейные алгебраические уравнения решаются соответствующим итерационным методом.

**Ключевые слова:** движение жидкости, плоский канал, обрывное сужение, метод.

## 1. Introduction

Study of light and/or heavy fluid motions in ducts is an actual problem in gas and oil industry, chemical industry, aircraft and car industry, architecture, medicine, municipal economy, etc. Among others, here a significant interest is related to studying flow behavior in ducts with local constrictions, such as wall deposits, welding joints, stenoses, etc. That is explained by the fact that such irregularities in the duct geometry cause local changes in the flow structure and/or character, as well as changes in the flow local and integral characteristics, etc. Those changes can result in the corresponding consequences not only in the vicinity of, but also far from the irregularities (see, for instance, [1-8]).

As analysis of the scientific literature shows, study of fluid motions in ducts with local constrictions has been paid much attention to. In those studies, straight hard-walled ducts and their constrictions of the simplest geometries were considered. The basic flow (i.e., the flow upstream of a (first) constriction) was laminar, axisymmetric and steady. As for fluids, they were assumed to be homogeneous, incompressible and Newtonian<sup>1</sup>. These allowed one, on the one hand, to study (within the framework of appropriate models chosen and with acceptable accuracy) the influence of the basic parameters of duct, its constriction and the basic flow on the flow not only near but also far downstream of the constriction(s), and, on the other hand, simplify significantly solutions to the corresponding problems of interest (see, for example, [1-10]).

Among the results obtained in those studies, numerical methods, which have been developed to investigate flows around duct constrictions, are of a particular interest. One of the latest of them was presented in [11]. It has been devised to solve a problem of flow in a straight hard-walled two-dimensional duct with two rigid constrictions of a rectangular axisymmetric shape. That method allows one to study the fluid motion in the noted duct in the variables stream function-vorticity-pressure, has high stability of a solution and a second order of accuracy in the spatial co-ordinates. However, its first order of accuracy in the temporal coordinate should apparently stimulate researchers either to develop more accurate appropriate computational techniques or to improve the method in such a way to make its temporal accuracy higher.

In this study, an alternative technique is presented to solve the same problem. This technique uses the fluid velocity and pressure as the basic variables, has nearly the same stability of a solution, the same order of accuracy in the spatial coordinates and higher (i.e., the second) order of accuracy in the temporal coordinate. However, due to the large amount of mathematical operations used in this method, it needs more computational time to obtain a solution compared to the above one.

The paper consists of an introduction (Section 1), three main sections and a list of references. The formulation of the problem to be solved is made and the corresponding governing equations, as well as the boundary and initial conditions are given in Section 2. Then (in Section 3) the solution method to the formulated problem is described in detail. Finally, the conclusions of the investigation are formulated in Section 4 and a list of the literature cited is given.

## 2. Formulation of the problem

The formulation of the problem to be solved, as well as the corresponding governing equations and the initial and boundary conditions are given in [11]. Therefore, here we shall only briefly remind all of them.

---

<sup>1</sup> The other types of ducts, their constrictions, fluids and the basic flow are not considered in this paper, because they were studied much less intensively compared with the noted ones.

An infinite straight hard-walled plane channel of width  $D$ , having two consecutive rigid constrictions of a rectangular axisymmetric shape, is considered (Fig.1). The constrictions are situated at the distance  $l_{12}$  from one another, and have the diameters  $d_i$  and the lengths  $l_i$  ( $i=1,2$ ). In this channel, a viscous homogeneous Newtonian fluid moves. The fluid has mass density  $\rho$  and kinematic viscosity  $\nu$ . Its flow is characterized by a small Mach number and the rate  $q$  per unit depth of the channel. In addition, the flow upstream of the first constriction (i.e., the basic flow) is steady and laminar. It is necessary to study the flow around the constrictions.

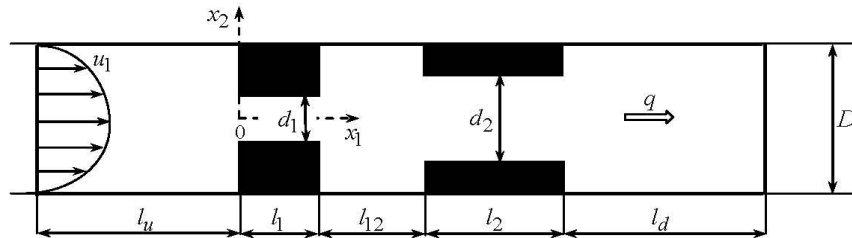


Fig. 1. Geometry of the problem and the corresponding computational domain.

The fluid motion in the duct is governed by the two-dimensional momentum equation, viz.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad i=1,2, \quad (2.1)$$

and the continuity equation, viz.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2.2)$$

The boundary conditions consist in absence of the fluid motion at the channel wall,  $S_{ch}$ , and on both constrictions,  $S_j$ , ( $j=1,2$ ), viz.

$$u_i|_{S_{ch}} = 0, \quad u_i|_{S_j} = 0, \quad i=1,2. \quad (2.3)$$

Apart from these, the flow rate  $q$  must be invariable along the channel axis, viz.

$$\frac{\partial q}{\partial x_1} = 0, \quad q = U_a D, \quad (2.4)$$

and the parabolic velocity profile is specified outside the disturbed flow region due to the constrictions<sup>2</sup>, viz.

$$u_1|_{x_1=-l_u-l_1+l_{12}+l_2+l_d} = U_0 \left( 1 - 4x_2^2 / D^2 \right), \quad u_2|_{x_1=-l_u-l_1+l_{12}+l_2+l_d} = 0. \quad (2.5)$$

Relationships (2.4) are due to mass conservation in the channel, whereas conditions (2.5) are explained by the consideration of a laminar basic flow in the problem.

As for the pressure  $p$ , it is assumed to be constant both sufficiently far upstream of the first constriction, viz.

$$p|_{x_1=-l_u} = \text{const}_u = p_u,$$

and far downstream of the second one, viz.

$$p|_{x_1=l_1+l_{12}+l_2+l_d} = \text{const}_d = p_d.$$

In addition, the difference between  $p_u$  and  $p_d$ ,  $\Delta p = p_u - p_d = \text{const} > 0$ , should ensure the existence of the given laminar regime of the basic flow. Also, without loss of generality, the pressure  $p_d$  is taken to be zero<sup>3</sup>, and the magnitude  $p_u$  (which now is equal to  $\Delta p$ ), like the pressure in the whole duct, needs to be found.

<sup>2</sup> This is the region before the constrictions, where the flow is still undisturbed by them, and far behind them, where the flow is already undisturbed (i.e., where the flow disturbances disappear, and it becomes like the basic one)).

<sup>3</sup> A choice of the value of  $p_d$  always can be compensated for by the choice of the corresponding value of  $p_u$  in such a way that the corresponding pressure drop  $\Delta p$  (which governs fluid motion in the duct) remains unchangeable.

Apart from these, the normal pressure derivative is zero on the rigid walls of the channel and both its constrictions, viz.

$$(\partial p / \partial \mathbf{n})_{S_{ch}, S_j} = 0, \quad j = 1, 2. \quad (2.6)$$

Regarding the initial conditions, they are in absence of fluid motion in the channel at the time instant  $t = 0$  [11], viz.

$$u_i|_{t=0} = 0; \quad p|_{t=0} = 0. \quad (2.7)$$

In relationships (2.1)-(2.7)  $x_1, x_2, x_3$  are the rectangular Cartesian coordinates shown in Fig. 1 (here the axis  $x_3$  is normal to the plane  $x_1 x_2$  and directed to us);  $t$  the time;  $u_i$  the local fluid velocities in the directions  $x_i$ ;  $U_0$  and

$$U_a = \frac{1}{D} \int_{-D/2}^{D/2} u_1|_{x_1=-l_u, l_1+l_{12}+l_2+l_d} dx_2 = \frac{2}{3} U_0$$

the maximum and averaged (over the duct cross-section) basic flow velocities, respectively; and the values of the distances  $l_u$  and  $l_d$  are given in Subsection 3.1. In addition, hereinafter the vector  $\mathbf{n}$  denotes the outward unit normal to appropriate surface, and a summation on repeated indices is assumed throughout the paper.

### 3. Solution method

A solution to the problem formulated in the previous section consists of the six consecutive steps. More specifically, initially a computational domain is chosen and divided into appropriate small volumes. This is followed by rewriting the relationships of concern (presented in Section 2) in a non-dimensional form. Then integral analogues of the obtained non-dimensional relationships are derived by their integrating over the indicated small volumes. After that an appropriate discretization of the derived integral relationships is performed. Finally, the algebraic equations, which are obtained after making the discretization, are simplified in an appropriate manner and solved. Let one consider each of these steps separately.

#### 3.1. Computational domain and non-dimensional relationships

The domain, in which a solution to the formulated problem should be found, is shown in Fig. 1. It is restricted by the duct sections  $x_1 = -l_u$ ,  $x_1 = l_1 + l_{12} + l_2 + l_d$  and  $x_3 = x_{3a}$ ,  $x_3 = x_{3a} + dx_3$  (where  $dx_3 \ll 1$  and  $x_{3a}$  is the arbitrary value of the coordinate  $x_3$ ). Herewith the left boundary of the domain,  $x_1 = -l_u$ , is taken upstream of the first constriction, where the flow is still undisturbed by it, and the right boundary,  $x_1 = l_1 + l_{12} + l_2 + l_d$ , behind the second constriction, where the flow disturbances already disappear, and the flow redevelops into the basic state at  $x_1 = -l_u$ . As for the distances  $l_u$  and  $l_d$ , for the basic flow velocities considered in this study<sup>4</sup>, their values should vary in the ranges [2-4, 6, 7, 11]

$$l_u \leq 0.5D, \quad l_d \leq 12D. \quad (3.1)$$

The chosen computational domain is divided into the small volumes  $V_{nm}$  by the duct cross and axial sections,  $x_1 = x_{1n}$  and  $x_2 = x_{2m}$  (where  $x_{1n} = x_{1(n-1)} + dx_1$ ,  $dx_1 \ll 1$  and  $x_{2m} = x_{2(m-1)} + dx_2$ ,  $dx_2 \ll 1$ ), as shown in Fig. 2. Herewith, in order to have a smooth velocity profile in an arbitrary duct cross-section, the steps  $dx_1$  and  $dx_2$  are reduced in an appropriate manner as one approaches either the duct or constrictions' walls.

Regarding scaling factors of this problem, these are the channel width  $D$  to be used as the length scale, the cross-sectionally averaged basic flow velocity,  $U_a = q/D$ , as the velocity scale, the ratio  $D/U_a$  as the time scale, and the double mean dynamic pressure of the basic flow,  $\rho U_a^2$ , as the pressure scale.

<sup>4</sup> Since in this paper the question is about a laminar basic flow, its velocity should not exceed the value at which the Reynolds number (which is based on this velocity and the duct width) reaches the critical value of 2000 [1-4, 6-8, 11].

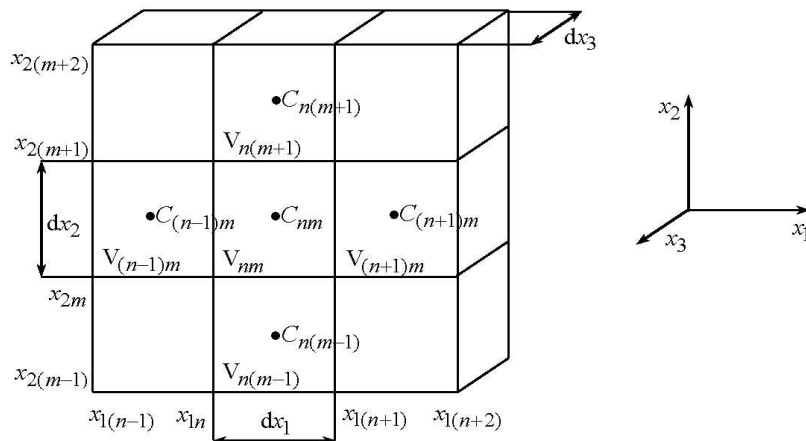


Fig. 2. A scheme of fragmentation of the computational domain into small volumes.

For these scaling factors, the non-dimensional forms of the momentum equations (2.1) and the continuity equation (2.2) are as follows, respectively

$$\frac{\partial U_i}{\partial T} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{1}{\text{Re}_D} \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right), \quad i=1,2, \quad (3.2)$$

$$\partial U_i / \partial X_i = 0, \quad (3.3)$$

and the non-dimensional analogues of conditions (2.3)-(2.7) and (3.1) are written as

$$U_i|_{S_{ch}, S_j} = 0, \quad U_i|_{T=0} = 0, \quad \partial Q / \partial X_1 = 0, \quad Q=1, \quad i, j=1,2, \quad (3.4)$$

$$U_1|_{X_1=-L_u, L_1+L_{12}+L_2+L_d} = 1.5(1-4X_2^2), \quad U_2|_{X_1=-L_u, L_1+L_{12}+L_2+L_d} = 0, \quad (3.4)$$

$$P_d = P|_{X_1=L_1+L_{12}+L_2+L_d} = 0, \quad (\partial P / \partial \mathbf{n})_{S_{ch}, S_j} = 0, \quad P|_{T=0} = 0, \quad L_u \leq 0.5, \quad L_d \leq 12.$$

In relationships (3.2)-(3.4)  $U_i = u_i / U_a$  are the dimensionless fluid velocity components in the directions  $x_i$ ;  $X_i = x_i / D$  the dimensionless co-ordinates  $x_i$  ( $i=1,2,3$ );  $T = tU_a / D$  the dimensionless time;  $P = p / (\rho U_a^2)$  the non-dimensional pressure;  $\text{Re}_D = U_a D / \nu$  the Reynolds number of the cross-sectionally averaged basic flow;  $Q = q / (U_a D)$  the non-dimensional flow rate in the duct per its unit depth;  $P_d = p_d / (\rho U_a^2)$  the non-dimensional pressure  $p_d$ ;  $L_u = l_u / D$  and  $L_d = l_d / D$  the dimensionless distances  $l_u$  and  $l_d$ ; and  $L_1 = l_1 / D$ ,  $L_{12} = l_{12} / D$  and  $L_2 = l_2 / D$  the dimensionless lengths  $l_1$ ,  $l_{12}$  and  $l_2$ , respectively.

### 3.2. Integral relationships and their discretization

#### Integral equations and their discrete analogues

Integral analogues of equations (3.2) and (3.3) are obtained by their integrating over the control volumes<sup>5</sup>  $V_{nm}$ . It gives

$$\frac{\partial}{\partial T} \iiint_{V_{nm}} U_i dV + \iiint_{V_{nm}} U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV = - \iiint_{V_{nm}} \frac{\partial P}{\partial X_i} dV + \frac{1}{\text{Re}_D} \iiint_{V_{nm}} \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) dV, \quad (3.5)$$

$$\iiint_{V_{nm}} \partial U_i / \partial X_i dV = 0. \quad (3.6)$$

The application (wherever possible) of the Gauss theorem, viz.

$$\iiint_{V_{nm}} \nabla \cdot \mathbf{g} dV = \iint_{S_{nm}} \mathbf{g} \cdot \mathbf{dS}, \quad \iiint_{V_{nm}} \nabla \gamma dV = \iint_{S_{nm}} \gamma dS, \quad \mathbf{dS} = \mathbf{n} dS \quad (3.7)$$

<sup>5</sup> In making this operation, the appropriate conservation laws take place in each volume  $V_{nm}$ .

to the terms of equations (3.5) and (3.6), and/or the expansion (wherever needed) of their integrands (which, for the convenience, are denoted by  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$ ) into the Taylor series around the mass center,  $C_{nm}$ , of the volume<sup>6</sup>  $V_{nm}$  (see Fig. 2), viz.

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_{nm}}) + \nabla(\mathbf{f})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}}} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c_{nm}}) + O\left((\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c_{nm}})^2\right),$$

$$\mathbf{r}_{c_{nm}} = \iiint_{V_{nm}} \mathbf{r} dV / |V_{nm}|, \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c_{nm}}| \ll 1, \quad \mathbf{r} \in V_{nm}, \quad \mathbf{r} = X_i \mathbf{e}_i, \quad \mathbf{r}_{c_{nm}} = X_{ic_{nm}} \mathbf{e}_i, \quad (3.8)$$

$$X_{1c_{nm}} = X_{1n} + dX_1 / 2, \quad X_{2c_{nm}} = X_{2m} + dX_2 / 2, \quad X_{3c_{nm}} = X_{3a} + dX_3 / 2,$$

further use of the first two terms of these series, viz.

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_{nm}}) + \nabla(\mathbf{f})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}}} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c_{nm}}) \quad (3.9)$$

and making appropriate discretization of the temporal and spatial derivatives, as well as the application (wherever necessary) of the TVD-scheme<sup>7</sup> [12, 13] allows one to proceed to considering the discrete analogues of relationships (3.5) and (3.6), which have the second order of accuracy (here  $\nabla$  is the gradient;  $S_{nm}$  the lateral surface of the volume  $V_{nm}$ ;  $\mathbf{r}$  and  $\mathbf{r}_{c_{nm}}$  the position vectors of an arbitrary point in the region  $V_{nm}$  and its mass center  $C_{nm}$ , respectively;  $|V_{nm}| = dX_1 dX_2 dX_3$  the volume of the region  $V_{nm}$ ; the point in the Taylor series indicates scalar product of the corresponding magnitudes and  $\mathbf{e}_i$  the unit directivity vector of the axis  $X_i$ ).

Indeed, taking account of the linear representation (3.9) of the integrand  $U_i$  in the first (unsteady) term of equation (3.5), viz.

$$U_i(\mathbf{r}) = U_i(\mathbf{r}_{c_{nm}}) + \nabla(U_i)|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}}} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c_{nm}}),$$

as well as the use of the integral

$$\iiint_{V_{nm}} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c_{nm}}) dV = 0 \quad (3.10)$$

(that follows from (3.8)) results in significant simplification of the term, viz.

$$\frac{\partial}{\partial T} \iiint_{V_{nm}} U_i dV = \frac{\partial U_i(\mathbf{r}_{c_{nm}}, T)}{\partial T} |V_{nm}|. \quad (3.11)$$

After that the implicit three-point non-symmetric backward differencing scheme<sup>8</sup> [8, 12, 13], viz.

$$\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_{nm}}, T)}{\partial T} = \frac{1.5\mathbf{f}_{c_{nm}}^k - 2\mathbf{f}_{c_{nm}}^{k-1} + 0.5\mathbf{f}_{c_{nm}}^{k-2}}{\Delta T}. \quad (3.12)$$

is applied to make discretization of the temporal derivatives in (3.11). Here  $\Delta T$  is a small fixed time step,  $\mathbf{f}_{c_{nm}}^k$  a value of the function  $\mathbf{f}$  at the point  $C_{nm}$  at the instant of time  $T = k\Delta T$  to be found, and  $\mathbf{f}_{c_{nm}}^{k-1}$  and  $\mathbf{f}_{c_{nm}}^{k-2}$  its known values at the same point found at the previous time moments

<sup>6</sup> Since the fluid in the duct is homogeneous (see the problem formulation), the mass center of the volume  $V_{nm}$  coincides with its geometrical center. The analogous situation is with the mass center of each side face of the volume  $V_{nm}$ .

<sup>7</sup> This is an abbreviation of the Total Variation Diminishing. The TVD-scheme provides satisfactory accuracy (that is higher than the first order) and finiteness of a solution [12, 13].

<sup>8</sup> This scheme has a second order of accuracy and is applied when the computational grid (see Fig.2) is immovable (this provides fixed positions of the mass centers of the corresponding small integration volumes) [12, 13].

$T = (k - 1)\Delta T$  and  $T = (k - 2)\Delta T$ , respectively<sup>9</sup>.

As for the second (convective) term of equation (3.5), initially its integrand is rewritten (based on the continuity equation (3.3)) in the equivalent form, viz.

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = \frac{\partial U_i U_j}{\partial X_j} = \nabla \cdot (\mathbf{U}U_i), \quad \mathbf{U} = U_i \mathbf{e}_i, \quad U_3 = 0.$$

After that the first form of the Gauss theorem (3.7) is applied to the modified convective term, viz.

$$\iiint_{V_{nm}} U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV = \iiint_{V_{nm}} (\nabla \cdot (\mathbf{U}U_i)) dV = \iint_{S_{nm}} (\mathbf{U}U_i) \cdot \mathbf{n} dS. \quad (3.13)$$

Since the side surface  $S_{nm}$  of the volume  $V_{nm}$  consists of the six flat faces  $S_{nm}^{(i)}$ , which have the outward unit normals  $\mathbf{n}_i$  ( $i=1, \dots, 6$ , Fig.3), viz.

$$S_{nm} = \sum_{i=1}^6 S_{nm}^{(i)}, \quad \mathbf{n}_1 = \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{n}_2 = -\mathbf{e}_1, \quad \mathbf{n}_3 = \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{n}_4 = -\mathbf{e}_2, \quad \mathbf{n}_5 = \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{n}_6 = -\mathbf{e}_3,$$

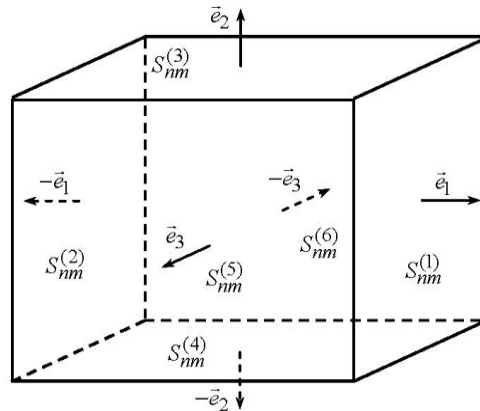


Fig. 3. The small volume  $V_{nm}$ , its side faces  $S_{nm}^{(i)}$  and their outward unit normals  $\mathbf{n}_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ).

and the integrand in the surface integral in (3.13) can be represented (to small values of the second order of accuracy) by the linear part of its Taylor series around the mass center<sup>6</sup>  $C_{nm}^{(i)}$  of the face  $S_{nm}^{(i)}$ , viz.

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(i)}}) + \nabla(\mathbf{f})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(i)}}} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c_{nm}^{(i)}}), \quad \mathbf{r}_{c_{nm}^{(i)}} = \iint_{S_{nm}^{(i)}} \mathbf{r} dS / |S_{nm}^{(i)}|, \quad \mathbf{r} = X_i \mathbf{e}_i, \quad \mathbf{r}_{c_{nm}^{(i)}} = X_{jc_{nm}^{(i)}} \bar{\mathbf{e}}_j, \quad (3.14)$$

this allows one to simplify relationship (3.13) significantly, viz.

$$\iiint_{V_{nm}} U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dV = \sum_{j=1}^6 \iint_{S_{nm}^{(j)}} (\mathbf{U}U_i) \cdot \mathbf{n}_j dS = \sum_{j=1}^6 (\mathbf{U}U_i)|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}} \cdot \mathbf{n}_j |S_{nm}^{(j)}| = \sum_{j=1}^6 F_{nm}^{(j)} U_i(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}) \quad (3.15)$$

(in (3.15)  $|S_{nm}^{(j)}|$  is the area of the face  $S_{nm}^{(j)}$  (see Fig. 3) and

$$F_{nm}^{(j)} = \mathbf{U}(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}) \cdot \mathbf{n}_j |S_{nm}^{(j)}| = U_i(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}) n_{ji} |S_{nm}^{(j)}| \quad (3.16)$$

the fluid flow across the face  $S_{nm}^{(j)}$ ; in addition, here the integral

<sup>9</sup> They are computed at the indicated (previous) time stages, whereas at the initial time  $T = 0$  all the parameters of the problem are the known values.



$$\iint_{S_{nm}^{(j)}} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}) dS = 0$$

has been used that follows from (3.14) and is similar to (3.10)).

Further the values of the functions  $U_i$  ( $i=1,2$ ) at the mass centers  $C_{nm}^{(j)}$  of the faces  $S_{nm}^{(j)}$  in relationships (3.15), (3.16) are determined via the values of these functions at the mass centers of the control volumes having the joint faces  $S_{nm}^{(j)}$  (see Fig. 2 and Fig. 3). For this purpose, the following TVD-scheme<sup>7</sup> is used [12, 13]

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}) = \mathbf{f}_1^{(j)} + \Phi(\mathbf{f}_2^{(j)} - \mathbf{f}_1^{(j)}), \quad (3.17)$$

Here  $\mathbf{f}_1^{(j)}$  is the value of the function  $\mathbf{f}$  at the point  $C_{nm}^{(j)}$  found with the use of the backward differencing scheme which has the first order of accuracy, viz.

$$\mathbf{f}_1^{(j)} = \begin{cases} \mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_{nm}}), & F_{nm}^{(j)} \geq 0, \\ \mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_j}), & F_{nm}^{(j)} < 0, \end{cases}$$

the point  $C_j$  the mass center of the control volume having the joint face  $S_{nm}^{(j)}$  with the volume  $V_{nm}$ , viz.

$$C_1 = C_{(n+1)m}, C_2 = C_{(n-1)m}, C_3 = C_{n(m+1)}, C_4 = C_{n(m-1)},$$

$\mathbf{f}_2^{(j)}$  the value of the function  $\mathbf{f}$  at the point  $C_{nm}^{(j)}$  obtained on the basis of the central differencing scheme of the second order of accuracy, viz.

$$\mathbf{f}_2^{(j)} = \alpha_j \mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_{nm}}) + (1 - \alpha_j) \mathbf{f}(\mathbf{r}_{c_j}),$$

with the coefficient  $\alpha_j$  which is the ratio of the distances between the appropriate mass centers, viz.

$$\alpha_j = \frac{|\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}} - \mathbf{r}_{c_j}|}{|\mathbf{r}_{c_{nm}} - \mathbf{r}_{c_j}|},$$

and  $\Phi$  the nonlinear flow restrictor, viz.

$$\Phi(\eta_j) = \max(0, \min(2\eta_j / \beta, 1)), \quad \eta_j = \frac{|\mathbf{U}(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}) - \mathbf{U}(\mathbf{r}_{c_{nm}})|}{|\mathbf{U}(\mathbf{r}_{c_j}) - \mathbf{U}(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}})|},$$

where the coefficient  $\beta$  is chosen to be equal to<sup>10</sup> 0.5.

The simplification procedure for the third (gradient) term of equation (3.5) is based on application of the second form of the Gauss theorem (3.7) to it, viz.

$$\iiint_{V_{nm}} \nabla P dV = \iint_{S_{nm}} P \mathbf{n} dS,$$

and further performing the operations with the surface integral which allowed one to proceed from (3.13) to (3.15). It gives

$$\iiint_{V_{nm}} \frac{\partial P}{\partial X_i} dV = \sum_{j=1}^6 \iint_{S_{nm}^{(j)}} P n_{ji} dS = \sum_{j=1}^4 P(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}) n_{ji} |S_{nm}^{(j)}|. \quad (3.18)$$

After that the pressure values at the points  $C_{nm}^{(j)}$  in (3.18) are found with the use of the TVD-scheme (3.17).

<sup>10</sup> In general, the parameter  $\beta$  can vary in the ranges  $0 < \beta \leq 1$ . Herewith the decrease of  $\beta$  corresponds to higher accuracy and lower stability of the computation, and vice versa, the computation accuracy decreases and the computation stability\_increases as  $\beta$  increases [8, 12-16].

Finally, the fourth (diffusive) term of equation (3.5) can be simplified after rewriting its integrand as

$$\frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) = \nabla^2 U_i = \nabla \cdot \nabla U_i,$$

further application of the first form of the Gauss theorem (3.7), viz.

$$\iiint_{V_{nm}} \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) dV = \iiint_{V_{nm}} \nabla \cdot \nabla U_i dV = \iint_{S_{nm}} \nabla U_i \cdot \mathbf{n} dS$$

and making the operations with the surface integral which have been used in proceeding from (3.13) to (3.15). These result in

$$\iiint_{V_{nm}} \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) dV = \sum_{j=1}^6 \iint_{S_{nm}^{(j)}} \nabla U_i \cdot \mathbf{n}_j dS = \sum_{j=1}^4 \nabla U_i \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}} \cdot \mathbf{n}_j \Big|_{S_{nm}^{(j)}}. \quad (3.19)$$

After that the following discretization of the spatial derivatives  $\nabla U_i \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}}$  is performed in (3.19)<sup>6</sup>

$$\nabla f \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}} = \mathbf{e}_i (\partial f / \partial X_i) \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}}, \quad (3.20)$$

$$(\partial f / \partial X_1) \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(1)}}} = (f(\mathbf{r}_{c_{(n+1)m}}) - f(\mathbf{r}_{c_{nm}})) / dX_1, \quad (\partial f / \partial X_1) \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(2)}}} = (f(\mathbf{r}_{c_{nm}}) - f(\mathbf{r}_{c_{(n-1)m}})) / dX_1,$$

$$(\partial f / \partial X_2) \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(3)}}} = (f(\mathbf{r}_{c_{n(m+1)}}) - f(\mathbf{r}_{c_{nm}})) / dX_2, \quad (\partial f / \partial X_2) \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}^{(4)}}} = (f(\mathbf{r}_{c_{nm}}) - f(\mathbf{r}_{c_{n(m-1)}})) / dX_2.$$

The availability of relationships (3.11), (3.12), (3.15), (3.17)-(3.20) allows one to write a discrete form of the integral momentum equation (3.5):

$$\begin{aligned} \frac{1.5U_{ic_{nm}}^k - 2U_{ic_{nm}}^{k-1} + 0.5U_{ic_{nm}}^{k-2}}{\Delta T} |V_{nm}| + \sum_{j=1}^4 F_{nm}^{(j)k} U_{ic_{nm}^{(j)}}^k - \frac{1}{\text{Re}_D} \sum_{j=1}^4 \nabla U_{ic_{nm}^{(j)}}^k \cdot \mathbf{n}_j \Big|_{S_{nm}^{(j)}} = \\ = - \sum_{j=1}^4 P_{c_{nm}^{(j)}}^k n_{ji} \Big|_{S_{nm}^{(j)}}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

In (3.21)  $F_{nm}^{(j)k}$  is the fluid flow across the face  $S_{nm}^{(j)}$  at the instant of time  $T = k\Delta T$ ,  $P_{c_{nm}^{(j)}}^k$  the pressure at the point  $C_{nm}^{(j)}$  at the time  $k\Delta T$ , the fluid velocity components at  $T = k\Delta T$ ,  $U_{ic_{nm}^{(j)}}^k$ , are found on the basis of the scheme (3.17), and relationships (3.20) are used to compute the velocities' gradients  $\nabla U_{ic_{nm}^{(j)}}^k$ .

The right part of equation (3.21) also can be represented in the equivalent form, viz.

$$-(\partial P / \partial X_i)_{C_{nm}}^k |V_{nm}|. \quad (3.22)$$

It is obtained after expansion of the integrand in the gradient term in (3.5) into the Taylor series around the mass center  $C_{nm}$  of the volume  $V_{nm}$ , further considering only the first two terms of the series and using formula (3.10), viz.

$$\iiint_{V_{nm}} \frac{\partial P}{\partial X_i} dV = \frac{\partial P}{\partial X_i} \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{c_{nm}}, T=k\Delta T} |V_{nm}|.$$

As for the discrete form of the integral continuity equation (3.6), it looks as follows

$$\sum_{j=1}^4 \mathbf{U}_{ic_{nm}^{(j)}}^k \cdot \mathbf{n}_j \left| S_{nm}^{(j)} \right| = \sum_{j=1}^4 U_{ic_{nm}^{(j)}}^k n_{ji} \left| S_{nm}^{(j)} \right| = \sum_{j=1}^4 F_{nm}^{(j)k} = 0. \quad (3.23)$$

Here the fluid velocities  $U_{ic_{nm}^{(j)}}^k$  are computed with the use of the TVD-scheme (3.17).

Relationship (3.23) is derived by rewriting (3.6) as

$$\iiint_{V_{nm}} \nabla \cdot \mathbf{U} dV = 0, \quad (3.24)$$

applying the first form of the Gauss theorem (3.7) to (3.24), viz.

$$\iiint_{V_{nm}} \nabla \cdot \mathbf{U} dV = \iint_{S_{nm}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS = 0,$$

subsequent making the operations with the surface integral which allowed one to proceed from (3.13) to (3.15), viz.

$$\iint_{S_{nm}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS = \sum_{j=1}^6 \iint_{S_{nm}^{(j)}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_j dS = \sum_{j=1}^4 \mathbf{U}(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}}) \cdot \mathbf{n}_j \left| S_{nm}^{(j)} \right| = 0, \quad (3.25)$$

applying scheme (3.17) to the velocity  $\mathbf{U}(\mathbf{r}_{c_{nm}^{(j)}})$  in (3.25) and taking account of relationship (3.16).

#### Discrete analogues of the boundary conditions and their application to equations (3.21), (3.23)

The discrete analogues of the boundary conditions for the velocity components and the flow rate from (3.4) have the following form

$$\begin{aligned} U_1^k \Big|_{X_1=-L_u, L_1+L_{12}+L_2+L_d} &= 1.5(1-4X_2^2), & U_2^k \Big|_{X_1=-L_u, L_1+L_{12}+L_2+L_d} &= 0, \\ U_i^k \Big|_{S_{ch}, S_j} &= 0, & \partial Q^k / \partial X_1 &= 0, & Q^k &= 1, & L_u \leq 0.5, & L_d \leq 12, & i, j &= 1, 2. \end{aligned} \quad (3.26)$$

They allow one to find the fluid flow,  $F_{nm}^{(j)k}$ , and the velocities' gradients,  $\nabla U_{ic_{nm}^{(j)}}^k$ , in equations (3.21) and (3.23) on the boundary of the computational domain. In fact, it follows from relationships (3.16) and (3.26) that (as expected) the fluid flow across the impenetrable walls of the duct and both constrictions is zero, viz.

$$F_{nm}^{(j)k} \Big|_{S_{ch}, S_r} = \left( U_{ic_{nm}^{(j)}}^k n_{ji} \Big|_{S_{nm}^{(j)}} \right) \Big|_{S_{ch}, S_r} = 0, \quad r=1, 2.$$

At the entrance and exit of the noted domain (which can be touched on by only the faces  $S_{nm}^{(2)}$  and  $S_{nm}^{(1)}$  of the volume  $V_{nm}$ , respectively (see Figs. 1 and 3)) one has

$$\begin{aligned} F_{nm}^{(2)k} \Big|_{X_1=-L_u} &= -1.5(1-4X_2^2) dX_2 dX_3, & F_{nm}^{(1)k} \Big|_{X_1=L_1+L_{12}+L_2+L_d} &= 1.5(1-4X_2^2) dX_2 dX_3, \\ F_{nm}^{(3)k} \Big|_{X_1=-L_u, L_1+L_{12}+L_2+L_d} &= F_{nm}^{(4)k} \Big|_{X_1=-L_u, L_1+L_{12}+L_2+L_d} &= 0. \end{aligned}$$

As for the gradients  $\nabla U_{ic_{nm}^{(j)}}^k$ , on the upper and lower walls of the duct (which can be touched on by only the faces  $S_{nm}^{(3)}$  and  $S_{nm}^{(4)}$ , respectively) they are determined in the following way

$$\begin{aligned} \nabla U_{ic_{nm}^{(3)}}^k \Big|_{X_2=1/2} &= -\mathbf{e}_2 U_{ic_{nm}^k} / dX_2, & \nabla U_{ic_{nm}^{(4)}}^k \Big|_{X_2=-1/2} &= \mathbf{e}_2 U_{ic_{nm}^k} / dX_2, \\ -L_u \leq X_1 \leq 0, & L_1 \leq X_1 \leq L_1 + L_{12}, & L_1 + L_{12} + L_2 \leq X_1 \leq L_1 + L_{12} + L_2 + L_d. \end{aligned}$$

At the entrance and exit of the computational domain the velocity gradients are as follows

$$\begin{aligned} \nabla U^k_{1c_{nm}^{(2)}} \Big|_{X_1=-L_u} &= -12X_2 \mathbf{e}_2, & \nabla U^k_{1c_{nm}^{(1)}} \Big|_{X_1=L_1+L_{12}+L_2+L_d} &= -12X_2 \mathbf{e}_2, \\ \nabla U^k_{2c_{nm}^{(2)}} \Big|_{X_1=-L_u} &= 0, & \nabla U^k_{2c_{nm}^{(1)}} \Big|_{X_1=L_1+L_{12}+L_2+L_d} &= 0. \end{aligned}$$

Finally, on the constrictions' surfaces the magnitudes  $\nabla U^k_{ic_{nm}^{(j)}}$  are written as

$$\begin{aligned} \nabla U^k_{ic_{nm}^{(1)}} \Big|_{\substack{X_1=0, D_1/2 \leq X_2 \leq 1/2, -1/2 \leq X_2 \leq -D_1/2 \\ X_1=L_1+L_{12}, D_2/2 \leq X_2 \leq 1/2, -1/2 \leq X_2 \leq -D_2/2}} &= -\mathbf{e}_1 U^k_{ic_{nm}} / dX_1, \\ \nabla U^k_{ic_{nm}^{(2)}} \Big|_{\substack{X_1=L_1, D_1/2 \leq X_2 \leq 1/2, -1/2 \leq X_2 \leq -D_1/2 \\ X_1=L_1+L_{12}+L_2, D_2/2 \leq X_2 \leq 1/2, -1/2 \leq X_2 \leq -D_2/2}} &= \mathbf{e}_1 U^k_{ic_{nm}} / dX_1, \\ \nabla U^k_{ic_{nm}^{(3)}} \Big|_{0 \leq X_1 \leq L_1, X_2=D_1/2; L_1+L_{12} \leq X_1 \leq L_1+L_{12}+L_2, X_2=D_2/2} &= -\mathbf{e}_2 U^k_{ic_{nm}} / dX_2, \\ \nabla U^k_{ic_{nm}^{(4)}} \Big|_{0 \leq X_1 \leq L_1, X_2=-D_1/2; L_1+L_{12} \leq X_1 \leq L_1+L_{12}+L_2, X_2=-D_2/2} &= \mathbf{e}_2 U^k_{ic_{nm}} / dX_2 \end{aligned}$$

(here  $D_1 = d_1 / D$ ,  $D_2 = d_2 / D$ , and also it was taken into account that the left sides of the constrictions can be touched on by only the face  $S_{nm}^{(1)}$ , the right sides – the face  $S_{nm}^{(2)}$ , the upper ones – the face  $S_{nm}^{(3)}$ , and the lower ones – the face  $S_{nm}^{(4)}$  of the volume  $V_{nm}$ ).

As for the discrete analogues of the boundary conditions for the pressure from relationships (3.4), they have the following form

$$P^k_{c_{nm}^{(1)}} \Big|_{X_1=L_1+L_{12}+L_2+L_d} = 0, \quad \left( \partial P^k / \partial X_2 \right)_{S_{ch}} = 0, \quad \left( \partial P^k / \partial \mathbf{n} \right)_{S_j} = 0, \quad j=1,2.$$

### Discrete analogues of the initial conditions and their application to equations (3.21), (3.23)

The discrete analogues of the initial conditions from relationships (3.4) are written as

$$U_i^{k=0} = 0, \quad P^{k=0} = 0. \quad (3.27)$$

With their help one can determine the appropriate terms of equations (3.21), (3.23) at the initial instant of time in the computational domain. Indeed, one can see from relationships (3.16) and (3.27) that the fluid flow across each face  $S_{nm}^{(j)}$  of the volume  $V_{nm}$  at the time instant  $T = 0$  is zero, viz.

$$F_{nm}^{(j)k=0} = 0.$$

According to (3.20) and (3.27), the gradients  $\nabla U^k_{ic_{nm}^{(j)}}$  at the indicated time are equal to zero too, viz.

$$\nabla U^k_{ic_{nm}^{(j)}} = 0.$$

Also, based on conditions (3.27), the derivatives in (3.22) are zero at  $T = 0$ , viz.

$$\left( \frac{\partial P}{\partial X_1} \right)_{C_{nm}}^{k=0} = \left( \frac{P^k_{c_{(n+1)m}} - P^k_{c_{(n-1)m}}}{2dX_1} \right)_{k=0} = 0, \quad \left( \frac{\partial P}{\partial X_2} \right)_{C_{nm}}^{k=0} = \left( \frac{P^k_{c_{n(m+1)}} - P^k_{c_{n(m-1)}}}{2dX_2} \right)_{k=0} = 0.$$

### 3.3. Solution method to equations (3.21), (3.23)

The system of equations (3.21), (3.23) is solved numerically. In making this, one has to deal with the two significant problems. The first of them is connected with nonlinearity of the discrete momentum equation (3.21)<sup>11</sup> which is used to find the velocity components. The second one is due to absence of equation for the pressure which is available in the right part of equation (3.21)<sup>12</sup>.

In order to solve the first problem, in this work the flow  $F_{nm}^{(j)k}$  is modified in the appropriate way. More specifically, initially the velocity components in it are replaced by their values found at the previous time step. After that the components are replaced by their known previous approximations. These replacements allow one to proceed from solving the coupled systems of non-linear algebraic equations to the corresponding uncoupled linear ones.

The second problem is solved via introducing the pressure in the discrete continuity equation (3.23) and subsequent agreeing the velocity and the pressure with one another when making the noted modification of the flow  $F_{nm}^{(j)k}$ . The velocity and pressure values, which are obtained in making this, are corrected at each step by performing appropriate operations. Let one demonstrate the above-said in more detail.

### Equations for the velocity and the pressure

If one formally solves relationship (3.21) with respect to the velocity components, one obtains the equation whose generalized form is as follows

$$U_{ic_{nm}}^k = A_{ic_{nm}}^0 + A_{ic_{nm}}^k - \left( A_{ic_{nm}}^p / |V_{nm}| \right) \sum_{j=1}^4 P_{c_{nm}^{(j)}}^k n_{ji} |S_{nm}^{(j)}|. \quad (3.28)$$

According to (3.22), equation (3.28) also can be rewritten as

$$U_{ic_{nm}}^k = A_{ic_{nm}}^0 + A_{ic_{nm}}^k - A_{ic_{nm}}^p (\partial P / \partial X_i)_{C_{nm}}^k. \quad (3.29)$$

In relationships (3.28) and (3.29) the term  $A_{ic_{nm}}^0$  is a rational function whose numerator contains the known velocity values  $U_{ic_{nm}}^{k-1}$  and  $U_{ic_{nm}}^{k-2}$  found at the previous time steps at the point  $C_{nm}$ . Its denominator involves the flow  $F_{nm}^{(j)k}$  that linearly depends on the unknown velocity components (see (3.16)). The term  $A_{ic_{nm}}^k$  also is a rational function whose denominator only differs from that of the function  $A_{ic_{nm}}^0$  in the multiplier  $|V_{nm}| / \Delta T$ . Its numerator has both the unknown velocity components at the point  $C_j$  at the instant of time  $T = k\Delta T$  and the unknown products  $F_{nm}^{(j)k} U_{ic_j}^k$ . As for the fractional multiplier  $A_{ic_{nm}}^p$ , its numerator only consists of the time step  $\Delta T$ , whereas the denominator coincides with that of the function  $A_{ic_{nm}}^0$ .

From relationships (3.28), (3.29) one can obtain (by means of interpolation) an equation for the velocity components at the mass centers  $C_{nm}^{(j)}$  of the side faces  $S_{nm}^{(j)}$  of the volume  $V_{nm}$ , viz.

$$U_{ic_{nm}^{(j)}}^k = A_{ic_{nm}^{(j)}}^0 + A_{ic_{nm}^{(j)}}^k - A_{ic_{nm}^{(j)}}^p \begin{cases} \left( 1 / |V_{nm}| \right) \sum_{r=1}^4 P_{c_{nm}^{(r)}}^k n_{ri} |S_{nm}^{(r)}|, \\ (\partial P / \partial X_i)_{C_{nm}^{(j)}}^k, \end{cases} \quad j = 1, \dots, 4. \quad (3.30)$$

If now (3.30) is substituted into (3.16) and then the obtained relationship into (3.23) this yields a desired equation for the pressure, viz.

<sup>11</sup> This nonlinearity is due to a dependence of the flow  $F_{nm}^{(j)k}$  on the velocity components (see (3.16)).

<sup>12</sup> Within the framework of the incompressible fluid model, there is no equation for the pressure. Therefore, in case of necessity, one should find a way to derive it.

$$\sum_{j=1}^4 A_{ic_{nm}}^{p(j)} (\partial P / \partial X_i)_{C_{nm}^{(j)}}^k n_{ji} |S_{nm}^{(j)}| = \sum_{j=1}^4 \left( A_{ic_{nm}}^{0(j)} + A_{ic_{nm}}^{k(j)} \right) n_{ji} |S_{nm}^{(j)}|. \quad (3.31)$$

Further the coupled equations (3.28)/(3.29), (3.31)<sup>13</sup> are used to find the fluid velocity components and the pressure.

### Gradual approximations of and agreeing between the velocity and the pressure

The system of equations (3.28)/(3.29), (3.31) is solved by means of finding gradual approximations of the velocity and the pressure, and their corresponding agreeing with one another. Herewith the number of the approximations is determined by the prescribed accuracy of the solution. The detailed description of this procedure is given in [14-17].

#### The first approximations of the velocity and the pressure

We begin to solve the system of equations (3.28)/(3.29), (3.31) with finding the first approximations of the fluid velocity components which are marked by the superscript asterisk<sup>14</sup>. For this purpose, equation (3.28) is modified in the appropriate way. More specifically, here the unknown pressure values  $P_{c_{nm}^{(j)}}^k$  are replaced by the known ones  $P_{c_{nm}^{(j)}}^{k-1}$  obtained at the previous time step  $T = (k-1)\Delta T$ . Also, all the functions  $A_{ic_{nm}}^{\dots}$  in (3.28) are modified by replacing the unknown velocity components in the flow  $F_{nm}^{(j)k}$  (which is contained in  $A_{ic_{nm}}^{\dots}$ ) with their known magnitudes computed at  $T = (k-1)\Delta T$ . This results in the following system of linear algebraic equations for the first approximations of the velocity components at the points  $C_{nm}$  and  $C_j$  ( $j=1, \dots, 4$ ):

$$U_{ic_{nm}}^{k*} = A_{ic_{nm}}^{0l} + A_{ic_{nm}}^{kl} - \left( A_{ic_{nm}}^{pl} / |V_{nm}| \right) \sum_{j=1}^4 P_{c_{nm}^{(j)}}^{k-1} n_{ji} |S_{nm}^{(j)}| \quad (3.32)$$

(here  $A_{ic_{nm}}^{\dots l}$  are the functions  $A_{ic_{nm}}^{\dots}$  modified in accordance with the just noted; herewith  $A_{ic_{nm}}^{0l}$  and  $A_{ic_{nm}}^{pl}$  are independent of the unknown velocity components and  $A_{ic_{nm}}^{kl}$  are linear functions of the velocities  $U_{ic_j}^{k*}$ ). Relationships (3.32) are independent of the pressure at the time instant  $T = k\Delta T$  to be found.

Once the first approximations of the velocity components are found from system (3.32)<sup>15</sup>, they are further used to obtain the corresponding values of the operators  $A_{ic_{nm}}^{\dots(j)}$ , which are then substituted into (3.31). This yields the system of linear algebraic equations for the first approximation of the pressure<sup>14,15</sup> at the points  $C_{nm}$  and  $C_j$  ( $j=1, \dots, 4$ ), viz.

$$\sum_{j=1}^4 A_{ic_{nm}}^{p*(j)} (\partial P / \partial X_i)_{C_{nm}^{(j)}}^{k*} n_{ji} |S_{nm}^{(j)}| = \sum_{j=1}^4 \left( A_{ic_{nm}}^{0*(j)} + A_{ic_{nm}}^{k*(j)} \right) n_{ji} |S_{nm}^{(j)}| \quad (3.33)$$

(here  $A_{ic_{nm}}^{\dots*(j)}$  are the just noted values of the operators  $A_{ic_{nm}}^{\dots(j)}$ ). System (3.33) is independent of the unknown velocity components at the instant of time  $T = k\Delta T$ .

<sup>13</sup> Equations (3.28)/(3.29) for the velocity components depend on the unknown pressure, whereas equation (3.31) for the pressure depends on the velocity components to be found.

<sup>14</sup> Hereinafter the first approximations of the magnitudes to be found are marked by the upper index \*, whereas the second and third ones by the upper indices \*\* and \*\*\*, respectively.

<sup>15</sup> The method of solution of this system is described in subsection ‘Solution of equations for the gradual approximations of the velocity and the pressure’.

### ***The second approximations of the velocity and the pressure***

In this subsection, one applies a procedure which is similar to that described in the previous subsection. More specifically, the first approximations of the pressure found from (3.33)<sup>15</sup> are substituted into (3.28) instead of  $P_{c_{nm}}^{k(j)}$ . Also, in the functions  $A_{ic_{nm}}^{\dots}$  in (3.28), the flow  $F_{nm}^{(j)k}$  is modified by replacing the unknown velocity components in it with their first approximations obtained from (3.32). This results in the systems of linear algebraic equations for the second approximations (or the first corrections) of the velocity components<sup>14</sup> at the points  $C_{nm}$  and  $C_j$  ( $j=1, \dots, 4$ ), viz.

$$U_{ic_{nm}}^{k**} = A_{ic_{nm}}^{0l*} + A_{ic_{nm}}^{kl*} - \left( A_{ic_{nm}}^{pl*} / |V_{nm}| \right) \sum_{j=1}^4 P_{c_{nm}}^{k(j)} n_{ji} \left| S_{nm}^{(j)} \right| \quad (3.34)$$

(here  $A_{ic_{nm}}^{\dots l*}$  are the functions  $A_{ic_{nm}}^{\dots}$  in which the just noted flow modification has been performed; in addition, the magnitudes  $A_{ic_{nm}}^{0l*}$  and  $A_{ic_{nm}}^{pl*}$  are independent of the unknown second approximations of the velocity, and  $A_{ic_{nm}}^{kl*}$  depends linearly on  $U_{ic_j}^{k**}$ ). Relationships (3.34) are independent of the pressure to be found.

After that the second approximations of the velocity, obtained from (3.34)<sup>15</sup>, are used to obtain the values  $A_{ic_{nm}}^{\dots**}$  of the operators  $A_{ic_{nm}}^{\dots(j)}$ . Subsequent replacement of the magnitudes  $A_{ic_{nm}}^{\dots(j)}$  in (3.31) with these values allows one to write a system of linear algebraic equations for the second approximation (or the first correction) of the pressure<sup>14,15</sup> at the points  $C_{nm}$  and  $C_j$  ( $j=1, \dots, 4$ ) which is similar to (3.33), viz.

$$\sum_{j=1}^4 A_{ic_{nm}}^{p**} \left( \partial P / \partial X_i \right)_{C_{nm}}^{k**} n_{ji} \left| S_{nm}^{(j)} \right| = \sum_{j=1}^4 \left( A_{ic_{nm}}^{0**} + A_{ic_{nm}}^{k**} \right) n_{ji} \left| S_{nm}^{(j)} \right|. \quad (3.35)$$

System (3.35) is independent of the unknown velocity.

### ***The third approximations of the velocity and the pressure***

The third approximations of the velocity and the pressure can be found with the use of the procedure described in the previous subsection. More specifically, the unknown pressure values  $P_{c_{nm}}^{k(j)}$  in (3.28) are replaced with their second approximations obtained from the system of equations (3.35)<sup>15</sup>. Also, the unknown velocities in the flow  $F_{nm}^{(j)k}$  (which is available in all the operators  $A_{ic_{nm}}^{\dots}$ ) in system (3.28) are replaced with their second approximations found from (3.34). This yields the systems of linear algebraic equations for the third approximations (or the second corrections) of the velocity components<sup>14,15</sup> at the points  $C_{nm}$  and  $C_j$  ( $j=1, \dots, 4$ ), viz.

$$U_{ic_{nm}}^{k***} = A_{ic_{nm}}^{0l**} + A_{ic_{nm}}^{kl**} - \left( A_{ic_{nm}}^{pl**} / |V_{nm}| \right) \sum_{j=1}^4 P_{c_{nm}}^{k(j)} n_{ji} \left| S_{nm}^{(j)} \right| \quad (3.36)$$

(here  $A_{ic_{nm}}^{\dots l**}$  denotes the corresponding operator  $A_{ic_{nm}}^{\dots}$  in which the flow  $F_{nm}^{(j)k}$  has been modified in the above-noted manner; in addition,  $A_{ic_{nm}}^{kl**}$  is a linear function of the unknown velocities  $U_{ic_j}^{k***}$ , whereas  $A_{ic_{nm}}^{0l**}$  and  $A_{ic_{nm}}^{pl**}$  are independent of  $U_{ic_j}^{k***}$ ). Relationships (3.36) are independent of the unknown pressure.

When the third approximations of the velocity components are found from (3.36)<sup>15</sup>, they allow one

to determine the corresponding values of the operators  $A_{ic_{nm}}^{(j)}$  in (3.31). Subsequent substitution of these values into (3.31) gives one the system of linear algebraic equations for the third approximation (or the second correction) of the pressure<sup>14,15</sup> at the points  $C_{nm}$  and  $C_j$  ( $j=1, \dots, 4$ ) which is similar to (3.35), viz.

$$\sum_{j=1}^4 A_{ic_{nm}}^{P^{***}} (\partial P / \partial X_i)_{C_{nm}}^{k^{***}} n_{ji} |S_{nm}^{(j)}| = \sum_{j=1}^4 \left( A_{ic_{nm}}^{0^{***}} + A_{ic_{nm}}^{k^{***}} \right) n_{ji} |S_{nm}^{(j)}| \quad (3.37)$$

(here  $A_{ic_{nm}}^{(j)}$  are the indicated values of the operators  $A_{ic_{nm}}^{(j)}$ ). System (3.37) is independent of the unknown velocities.

If the accuracy of the third approximations of the velocity components and the pressure is not satisfactory, then the just-described procedure must be carried out until the accuracy becomes as desired.

**Solution of equations for the gradual approximations of the velocity and the pressure**

The systems of linear algebraic equations (SLAEs) for the gradual approximations of the velocity components and the pressure, which have been obtained above, can be rewritten in the following generalized form:

$$a_{c_{nm}}^k \xi_{c_{nm}}^k + \sum_{i=1}^4 a_{c_i}^k \xi_{c_i}^k = b_{c_{nm}}^k, \quad (3.38)$$

where  $\xi_{c_{nm}}^k$  and  $\xi_{c_i}^k$  are the magnitudes to be found, and  $a_{c_{nm}}^k$ ,  $a_{c_i}^k$  and  $b_{c_{nm}}^k$  the known coefficients. In a scientific literature, such systems are solved by methods which, in general, can be divided into the two main groups. The first of them is formed by the direct methods, whereas the second one by the iterative methods. Usually, the direct methods are applied to small systems of equations and give good results [12, 13, 16-19]. However, when one deals with big SLAEs (especially with systems whose matrices are rarified), the direct methods need a huge amount of time<sup>16</sup> to obtain their solutions, and therefore here their application is unreasonable. The iterative methods, when applied to big SLAEs, need much less computational memory and time, save the rarefaction degree of their matrices (when the matrices are rarified) and give satisfactory results [12, 13, 16-19].

Proceed from the just-said, as well as from the dimension and the rarefaction degree of the matrix of system (3.38), in this paper an iterative method is chosen to solve the system. Within its framework, initially an initial approximation of the solution is chosen, which is then improved by making iterations until its accuracy reaches the prescribed value. Herewith the attention is paid to the following two features. The first of them concerns with the necessity of providing domination of the diagonal terms in the matrix of system (3.38). In this study, it is realized by applying the deferred correction implementation method [12, 13, 18, 19] to the convective term. In accordance with this method, the part of the convective term, which corresponds to the backward differencing scheme, is inserted into the matrix, whereas its remainder is placed into the right part of SLAE (3.38).

The second feature is related to a desire to have as minimal as possible number of the iterations. In this work, it is made by the use of the method of conjugate gradients [12, 13, 18, 19], which belongs to the most effective methods of solving SLAEs of big dimension. This method allows one to solve a SLAE via the iterations' number that does not exceed the number of its unknown values. Herewith, if a successful choice of the initial approximation is made, the number of iterations sharply decreases. Also, the preconditioning results in a significant reduction of the iterations' number. For this purpose, in this research the solvers ICCG (for symmetric matrices [18-20]) and Bi-CGSTAB (for asymmetric matrices [18-20]) are used.

<sup>16</sup> In the direct methods, the number of operations needed to obtain a solution grows as the square of the number of the unknown values.



#### 4. Conclusions

1. A second order analytical and numerical technique is suggested to study fluid motion in a two-dimensional straight hard-walled duct with two axisymmetric abrupt constrictions.

2. In this technique, the governing relationships are integrated via their rewriting in a non-dimensional form, deriving their integral analogues, performing a discretization of the derived integral relationships, simplifying the obtained (after making the discretization) coupled non-linear algebraic equations, and finally solving the resulting (after making the simplification) uncoupled linear ones.

3. The discretization consists of the spatial and temporal parts. The first of them is performed with the use of the total variation diminishing scheme and the two-point scheme of discretization of the spatial derivatives, whereas the second one is made on the basis of the implicit three-point non-symmetric backward differencing scheme.

4. The above-noted uncoupled linear algebraic equations for the velocity and the pressure are solved by an appropriate iterative method, which uses the deferred correction implementation technique and the technique of conjugate gradients, as well as the solvers ICCG (for the symmetric matrices) and Bi-CGSTAB (for the asymmetric matrices).

#### REFERENCES

1. S. A. Berger and L.-D. Jou, "Flows in stenotic vessels", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 32, pp. 347-382, 2000. <https://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.fluid.32.1.347>
2. A. O. Borisyuk, "Experimental study of wall pressure fluctuations in a pipe behind a cylindrical insertion with eccentricity", *International Journal of Fluid Mechanics Research*, Vol. 31, no. 2, pp. 160-175, 2004. <https://www.dl.begellhouse.com/journals/71cb29ca5b40f8f8,3d13b81c75055127,5da79a32571c5030.html>
3. A. O. Borisyuk, "Experimental study of wall pressure fluctuations in rigid and elastic pipes behind an axisymmetric narrowing", *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 26, no. 4, pp. 658-674, 2010. <https://www.semanticscholar.org/paper/Experimental-study-of-wall-pressure-fluctuations-in-Borisyuk/e34d26189326a0486954995b85d2a7f0c7c4df07>
4. A. O. Borisyuk and Ya. A. Borisyuk, "Wall pressure fluctuations behind a pipe narrowing of various shapes", *Science-Based Technologies*, Vol. 34, no. 2, pp. 162-170, 2017. <https://jrnl.nau.edu.ua/index.php/SBT/article/view/11615>
5. A. Aldrovandi et al., "Computed tomography coronary angiography in patients with acute myocardial infarction without significant coronary stenosis" *Circulation*, Vol. 126, pp. 3000-3007, 2012. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/23168414/>
6. A. O. Borisyuk, "Study of the flow and acoustic fields in a rigid-walled channel of circular cross-section with a local axisymmetric narrowing. A theory", *International Journal of Fluid Mechanics Research*, Vol. 34, no. 2, pp. 99-114, 2007. <https://www.dl.begellhouse.com/journals/71cb29ca5b40f8f8,51cd07171f116855,3ae1821c30eed7db.html>
7. A. O. Borisyuk, "Study of the flow and acoustic fields in a rigid-walled channel of circular cross-section with a local axisymmetric narrowing. Numerical results", *International Journal of Fluid Mechanics Research*, Vol. 34, no. 3, pp. 191-209, 2007. <https://www.dl.begellhouse.com/journals/71cb29ca5b40f8f8,7646d83d07bfe37d,14c3252503235748.html>
8. V. S. Malyuga, "Numerical study of flow in a channel with two serial stenoses", *Applied Hydromechanics*, Vol. 12, no. 4, pp. 45-62, 2010. [in Russian] [http://www.hydromech.com.ua/rus/PH-HTML/PH-012/4/PDF/PH-12-4\(45-62\).PDF](http://www.hydromech.com.ua/rus/PH-HTML/PH-012/4/PDF/PH-12-4(45-62).PDF)
9. A. V. Shaldenko and A. A. Gurzhii, "Analysis of the heat transfer processes in a straight channel with insertions at small Reynolds numbers", *Applied Hydromechanics*, Vol. 17, no. 3, pp. 55-66, 2015. [in Russian] [http://hydromech.org.ua/content/pdf/ph/ph-17-3\(55-66\).pdf](http://hydromech.org.ua/content/pdf/ph/ph-17-3(55-66).pdf)
10. E. V. Bruyatkii, A. G. Kostin and E. I. Nikiforovich, "Numerical study of the velocity and pressure fields in a flat channel with a square obstacle on its wall", *Applied Hydromechanics*, Vol. 13, no. 3, pp. 33-47, 2011. [in Russian] [http://hydromech.org.ua/content/pdf/ph/ph-13-3\(33-47\).pdf](http://hydromech.org.ua/content/pdf/ph/ph-13-3(33-47).pdf)
11. A. O. Borisyuk, "Flow modelling in a straight rigid-walled duct with two rectangular axisymmetric narrowings. Part 1. A theory", *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University*,

- series «*Mathematical Modeling. Information Technology. Automated Control Systems*», Vol. 44, pp. 4-15, 2019. <https://periodicals.karazin.ua/mia/article/view/15762/14605>
12. C. Hirsch, *Numerical computation of internal and external flows*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2007. 656 p. <https://www.sciencedirect.com/book/9780750665940/numerical-computation-of-internal-and-external-flows>
  13. J. H. Ferziger and M. Peri'c, *Computational methods for fluid dynamics*, 3rd ed. Berlin: Springer, 2002. 424 p. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-56026-2>
  14. N. P. Waterson and H. Deconinck, "Design principles for bounded higher-order convection schemes – a unified approach", *Journal of Computational Physics*, Vol. 224, pp. 182–207, 2007. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002199910700040X>
  15. R. I. Issa, "Solution of implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting", *Journal of Computational Physics*, Vol. 62, pp. 40–65, 1986. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999186900999>
  16. H. K. Versteeg and W. Malalasekera, *An introduction to computational fluid dynamics*, 2nd ed. Harlow: Pearson Education Ltd, 2007. 503 p. [http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM702/Versteeg\\_Malalasekera\\_2ed.pdf](http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM702/Versteeg_Malalasekera_2ed.pdf)
  17. J. D. Anderson Jr., *Computational fluid dynamics. The basics with applications*. New York: Mc.Graw-Hill, 1995. 547 p. <https://www.airloads.net/Downloads/Textbooks/Computational-Fluid-Dynamics-the-Basics-With-Applications-Anderson-J-D.pdf>
  18. R. Barrett et al., *Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods*, 2nd ed. Philadelphia: SIAM, 1994. 107 p. <https://www.netlib.org/templates/templates.pdf>
  19. H. A. Van Der Vorst, *Iterative Krylov methods for large linear systems*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003. 221 p. <https://www.cambridge.org/core/books/iterative-krylov-methods-for-large-linear-systems/FFB93854B3C47699F045AC396C0A208F>
  20. H. A. Van Der Vorst, Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing*. 1992. Vol. 13 (2). P. 631–644. <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0913035>

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Berger S. A., Jou L.-D. Flows in stenotic vessels. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2000. Vol. 32. P.347-382. <https://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.fluid.32.1.347>
2. Borisyuk A. O. Experimental study of wall pressure fluctuations in a pipe behind a cylindrical insertion with eccentricity. *International Journal of Fluid Mechanics Research*. 2004. Vol. 31, no. 2. P. 160-175. <https://www.dl.begellhouse.com/journals/71cb29ca5b40f8f8,3d13b81c75055127,5da79a32571c5030.html>
3. Borisyuk A. O. Experimental study of wall pressure fluctuations in rigid and elastic pipes behind an axisymmetric narrowing. *Journal of Fluids and Structures*. 2010. Vol. 26, no. 4. P. 658-674. <https://www.semanticscholar.org/paper/Experimental-study-of-wall-pressure-fluctuations-in-Borisyuk/e34d26189326a0486954995b85d2a7f0c7c4df07>
4. Borisyuk A. O., Borisyuk Ya. A. Wall pressure fluctuations behind a pipe narrowing of various shapes. *Наукоємні Технології*. 2017. Том 34, №2. С. 162-170. <https://jrnl.nau.edu.ua/index.php/SBT/article/view/11615>
5. Aldrovandi A. et al., Computed tomography coronary angiography in patients with acute myocardial infarction without significant coronary stenosis. *Circulation*. 2012. Vol. 126. P. 3000-3007. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/23168414/>
6. Borisyuk A. O. Study of the flow and acoustic fields in a rigid-walled channel of circular cross-section with a local axisymmetric narrowing. A theory. *International Journal of Fluid Mechanics Research*. 2007. Vol. 34, no. 2. P. 99-114. <https://www.dl.begellhouse.com/journals/71cb29ca5b40f8f8,51cd07171f116855,3ae1821c30eed7db.html>
7. Borisyuk A. O. Study of the flow and acoustic fields in a rigid-walled channel of circular cross-section with a local axisymmetric narrowing. Numerical results. *International Journal of Fluid Mechanics Research*. 2007. Vol. 34, no. 3. P. 191-209.

<https://www.dl.begellhouse.com/journals/71cb29ca5b40f8f8,7646d83d07bfe37d,14c3252503235748.html>

8. Малюга В. С. Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. *Прикладна гідромеханіка*. 2010. Том 12, №4. С. 45-62. [http://www.hydronech.com.ua/rus/PH-HTML/PH-012/4/PDF/PH-12-4\(45-62\).PDF](http://www.hydronech.com.ua/rus/PH-HTML/PH-012/4/PDF/PH-12-4(45-62).PDF)
9. Шалденко А. В., Гуржий А. А. Анализ процессов теплопереноса в прямолинейном канале со вставками при малых числах Рейнольдса. *Прикладна гідромеханіка*. 2015. Том 17, №3. С. 55-66. [http://hydronech.org.ua/content/pdf/ph/ph-17-3\(55-66\).pdf](http://hydronech.org.ua/content/pdf/ph/ph-17-3(55-66).pdf)
10. Бруцкий Е. В., Костин А. Г., Никифорович Е. В. Численное исследование полей скорости и давления в плоском канале при наличии на его стенке квадратного препятствия. *Прикладна гідромеханіка*. 2011. Том 13, № 3. С. 33-47. [http://hydronech.org.ua/content/pdf/ph/ph-13-3\(33-47\).pdf](http://hydronech.org.ua/content/pdf/ph/ph-13-3(33-47).pdf)
11. Borysyuk A. O. Flow modelling in a straight rigid-walled duct with two rectangular axisymmetric narrowings. Part 1. A theory. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*, 2019. Вип. 44, С. 4-15. <https://periodicals.karazin.ua/mia/article/view/15762/14605>
12. Hirsch C. Numerical computation of internal and external flows. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2007. 656 p. <https://www.sciencedirect.com/book/9780750665940/numerical-computation-of-internal-and-external-flows>
13. Ferziger J. H., Peri'c M. Computational methods for fluid dynamics, 3rd ed. Berlin: Springer, 2002. 424 p. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-56026-2>
14. Waterson N. P., Deconinck H. Design principles for bounded higher-order convection schemes – a unified approach. *Journal of Computational Physics*. 2007. Vol. 224. P. 182–207. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002199910700040X>
15. Issa R. I. Solution of implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of Computational Physics*. 1986. Vol. 62. P. 40–65. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999186900999>
16. Versteeg H. K., Malalasekera W. An introduction to computational fluid dynamics, 2nd ed. Harlow: Pearson Education Ltd, 2007. 503 p. [http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM702/Versteeg\\_Malalasekera\\_2ed.pdf](http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM702/Versteeg_Malalasekera_2ed.pdf)
17. Anderson J. D., Jr. Computational fluid dynamics. The basics with applications. New York: Mc.Graw-Hill, 1995. 547 p. <https://www.airloads.net/Downloads/Textbooks/Computational-Fluid-Dynamics-the-Basics-With-Applications-Anderson-J-D.pdf>
18. Barrett R. et al. Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods, 2nd ed. Philadelphia: SIAM, 1994. 107 p. <https://www.netlib.org/templates/templates.pdf>
19. Van Der Vorst H.A. Iterative Krylov methods for large linear systems. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003. 221 p. <https://www.cambridge.org/core/books/iterative-krylov-methods-for-large-linear-systems/FFB93854B3C47699F045AC396C0A208F>
20. Van Der Vorst H. A. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing*. 1992. Vol. 13 (2). P. 631–644. <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0913035>

УДК 004.94

## Комп'ютерна модель системи для інклюзивного навчання дітей з вадами слуху

В.В. Будько, А.О. Попова, О.Г. Толстолузька, Є.Д. Толстолузький

- Будько  
Владислава Віталіївна** студентка;  
*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площа Свободи 6, м. Харків Україна, 61022  
e-mail: [xa11867778@student.karazin.ua](mailto:xa11867778@student.karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0003-1344-3153>*
- Попова  
Анастасія Олександрівна** студентка;  
*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площа Свободи 6, м. Харків Україна, 61022  
e-mail: [xa11867792@student.karazin.ua](mailto:xa11867792@student.karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0003-1145-5695>*
- Толстолузька  
Олена  
Геннадіївна** д. т. н., с.н.с.; професор кафедри теоретичної та прикладної системотехніки;  
*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площа Свободи 6, м. Харків Україна, 61022  
e-mail: [elena.tolstoluzka@karazin.ua](mailto:elena.tolstoluzka@karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0003-1241-7906>*
- Толстолузький  
Євген  
Дмитрович** студент;  
*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площа Свободи 6, м. Харків Україна, 61022  
e-mail: [evventol@gmail.com](mailto:evventol@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-2039-0267>*

Щодня дитина з вадами слуху стикається з великою кількістю проблем. Процес навчання для неї несе у собі низку проблем, які досі не вирішено. Інклюзивне навчання потребує змін та впровадження додаткових засобів для поліпшення освітнього процесу. Не дивлячись на постійну мінливість та розвиток навколишнього світу, дещо так само залишається незмінним. Сфера інформаційних технологій у XXI столітті теж активно зростає, щодня у розробці знаходяться сотні програм, ігор, але деякі значущі проблеми залишаються непочутими та забутими. Наразі існує невелика кількість додатків, яка частково націлена на те, щоб допомогти людям з вадами слуху, але в більшості випадків вони викликають багато труднощів. Це може бути некоректна робота, занадто складний інтерфейс або ж висока ціна за користування, яку більшість родин не можуть собі дозволити. Такі додатки частково можна застосувати для індивідуального користування, але для дітей, які отримують освіту в класі, вони є досить незручними і викликають багато питань. Досить часто замість того, щоб допомогти отримати інформацію з навколишнього світу, такі програмні рішення навпаки допомагають звичайним людям, а не тим, хто має проблеми зі слухом. З розвитком новітніх технологій з'являються сучасні шляхи подолання проблемних моментів для людини з вадами слуху. Таким рішенням може стати використання системи розпізнавання та синтезу мови. Впровадження даних технологій в процес інклюзивного навчання дітей з вадами слуху допоможе пришвидшити та значно полегшити сприйняття інформації. Для реалізації доступного для всіх рішення можна обрати варіант розробки програми у вигляді веб-додатку, що забезпечить кросплатформенність та доступність його застосування для будь-кого користувача.

**Ключові слова:** інклюзивне навчання, модель, розпізнавання мови, синтез мови.

## Computer model of the system for inclusive education of children with hearing impairments

- Budko  
Vladyslava** student;  
*V. N. Karazin Kharkiv National University,  
Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Popova Anastasiia** *student;*  
*V. N. Karazin Kharkiv National University,*  
*Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Tolstoluzka Olena** *doctor of Engineering Sciences; professor of theoretical and applied systems engineering department;*  
*V. N. Karazin Kharkiv National University,*  
*Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Tolstoluzkyi Yevhen** *student;*  
*V. N. Karazin Kharkiv National University,*  
*Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

Every day, a hearing-impaired children face many problems. The learning process for them carries a number of problems that have not been resolved yet. Inclusive learning requires changes and additional tools to improve the educational process. The field of information technology in the XXI century is actively growing - hundreds of programs and games are being developed every day, but some significant problems remain unheard and forgotten. Currently there are a small number of applications that are partly aimed at helping people with hearing impairments, and in most cases, they cause a lot of problems. There can be a malfunction, unnecessarily complicated interface, or a high price that most families cannot afford. Such applications can be used on an individual basis, but for children who are educated in the classroom, they are quite inconvenient. Moreover, such software solutions can help ordinary people to obtain information from the outside world, not those who have hearing problems. Thanks to developing modern technologies there are new ways of overcoming problem for human with hearing impairments. One of such solutions can be the implementing of a speech recognition and synthesis system. Introducing these technologies in the process of inclusive education for children with hearing impairments will help to speed up and significantly facilitate their perception of information. To implement a solution to be used by everyone a program can be developed in the form of a web application, which will be cross-platform and ensure availability for any user.

*Key words: inclusive education, model, speech recognition, speech synthesis.*

## **Компьютерная модель системы для инклюзивного обучения детей с нарушениями слуха**

**Будько Владислава Витальевна** *студентка;*  
*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина,*  
*площадь Свободы 6, г. Харьков Украина, 61022*

**Попова Анастасия Александровна** *студентка;*  
*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина,*  
*площадь Свободы 6, г. Харьков Украина, 61022*

**Толстолужская Елена Геннадиевна** *д. т. н., с.н.с.; професор кафедры теоретической и прикладной системотехники;*  
*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина,*  
*площадь Свободы 6, г. Харьков Украина, 61022*

**Толстолужский Евгений Дмитриевич** *студент;*  
*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина,*  
*площадь Свободы 6, г. Харьков Украина, 61022*

Каждый день ребенок с нарушениями слуха сталкивается с большим количеством проблем. Процесс обучения для него несет в себе ряд проблем, которые до сих пор не решены. Инклюзивное обучение требует изменений и дополнительных средств для улучшения образовательного процесса. С развитием новейших технологий появляются современные пути преодоления проблемных моментов для слабослышающего человека. Таким решением может стать использование системы распознавания и синтеза речи. Внедрение данных технологий в процесс инклюзивного обучения детей с нарушениями слуха поможет ускорить и значительно облегчить восприятие информации. Для реализации доступного для всех решения можно выбрать вариант разработки программы в виде веб-приложения, что обеспечит кроссплатформенность и доступность его применения для любого пользователя.

**Ключевые слова:** : инклюзивное обучение, модель, распознавание речи, синтез речи.

## 1 Вступ

У наш час процес надання освіти дітям з особливими потребами є досить складним і несе у собі низку проблем. Наразі для таких учнів існує можливість навчатися індивідуально, дистанційно або у спеціалізованих школах чи класах [1].

Будь-який з цих видів недосконалий. Наприклад, у спеціальних класах зазвичай велика кількість учнів, оскільки закладів спрямованих на інклюзивне навчання в нашій країні небагато, тому групи майже завжди повні. Не всі можуть встигати за викладачем та отримувати повну інформацію, особливо це стосується тих, хто сидить на задніх партах. Дана проблема зникає під час індивідуального навчання, однак з'являється інша – ціна. Індивідуальне навчання досить дорогавартісне, і середньостатистична родина з дитиною з особливими потребами не може дозволити його собі.

Реалії сьогодення зробили дистанційне навчання найбільш популярним, однак і звичайна людина стикається з низкою проблем, розпочинаючи з перебоїв зв'язку, закінчуючи недосконалістю технічних засобів. Для дитини з вадами слуху, важливо бачити чітке зображення, без затримок, оскільки інформацію вони можуть отримати лише за допомогою мови жестів, читаючи текст або читаючи по губах.

Окрім усіх вищезазначених моментів існує ще низка інших. Загалом можна виділити наступні проблеми:

1. Швидкість надання матеріалу не завжди підходить усім учням;
2. Мова викладання відрізняється від тієї, з якою дитина стикається в повсякденному житті;
3. Викладачі на завжди підготовлені належним чином до викладання дітям з вадами слуху;
4. Дитина відволікається на те, щоб записати конспект, і таким чином втрачає фрагменти інформації.

## 2 Процес розробки моделі

Усі вищезгадані проблеми було враховано при розробці вимог до комп'ютерної моделі системи для інклюзивного навчання дітей з вадами слуху.

З основних вимог слід визначити наступні:

1. Система повинна мати зрозумілий інтерфейс, який не викликати питань ні у дітей, ні у викладачів;
2. Система повинна мати можливість трансляції матеріалу у режимі реального часу;
3. Система повинна мати функцію розпізнавання мови;
4. У системі повинна бути реалізована функція збереження матеріалів уроку, щоб знизити кількість відволікань на конспектування;
5. Система повинна мати режим зворотнього зв'язку, тобто синтезування тексту у мову;
6. Система повинна підходити для всіх комп'ютерних систем та мобільних девайсів. Тобто підтримуватися на платформі Microsoft Windows, MacOS, Android, IOS.

Проаналізувавши існуючі види програмних рішень та застосунків, можна прийти до висновку, що комп'ютерна модель в найпростішій своїй варіації може бути реалізована у вигляді веб-додатку. Таким чином вдасться вирішити питання доступності на різних платформах.

Що стосується технологій, які матимуть необхідний функціонал, то їх було проаналізовано декілька. Із можливих варіантів, які на сьогодні є безкоштовними та доступними для використання у веб-додатках, а, також, несуть в собі функції розпізнавання мови та її синтезу, можна виділити Web Speech API [2, 3]. Даний інтерфейс, як засіб розпізнавання мови у рамках програмного рішення має назву «*Speech Recognition*» та підтримується [4] на багатьох браузерях та операційних системах (рис. 2.1).

📱						📲					
Chrome	Edge	Firefox	Internet Explorer	Opera	Safari	WebView Android	Chrome Android	Firefox for Android	Opera Android	Safari on iOS	Samsung Internet
✓	✓	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✓

Рисунок 2.1 – Підтримка Speech Recognition на різних пристроях і браузерах

Окрім цього він є доступним і на мобільних пристроях, що значно полегшить процес впровадження нових технологій у навчальних класах для дітей з вадами слуху. Даний інтерфейс підтримує декілька мов та може обробляти велику кількість інформації, що дозволить розширити діапазон матеріалу, який буде надаватися.

Окрім цього Web Speech API має інтерфейс синтезу мови, який у рамках програмного рішення має назву «Speech Synthesis». Він також підтримується [5] на великій кількості браузерів та різних операційних системах (рис. 2.2).

Для роботи із Web Speech API дітям потрібен буде лише пристрій з мікрофоном, динаміком і стабільним інтернет підключенням.

📱						📲					
Chrome	Edge	Firefox	Internet Explorer	Opera	Safari	WebView Android	Chrome Android	Firefox for Android	Opera Android	Safari on iOS	Samsung Internet
✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓

Рисунок 2.2 – Підтримка Speech Synthesis на різних пристроях і браузерах

Для відображення роботи комп’ютерної моделі системи для інклюзивного навчання людей з проблемами слуху було створено діаграму IDEF0 (рис. 2.3).

Така система складається з двох основних гілок: розпізнавання мови та її синтезу.

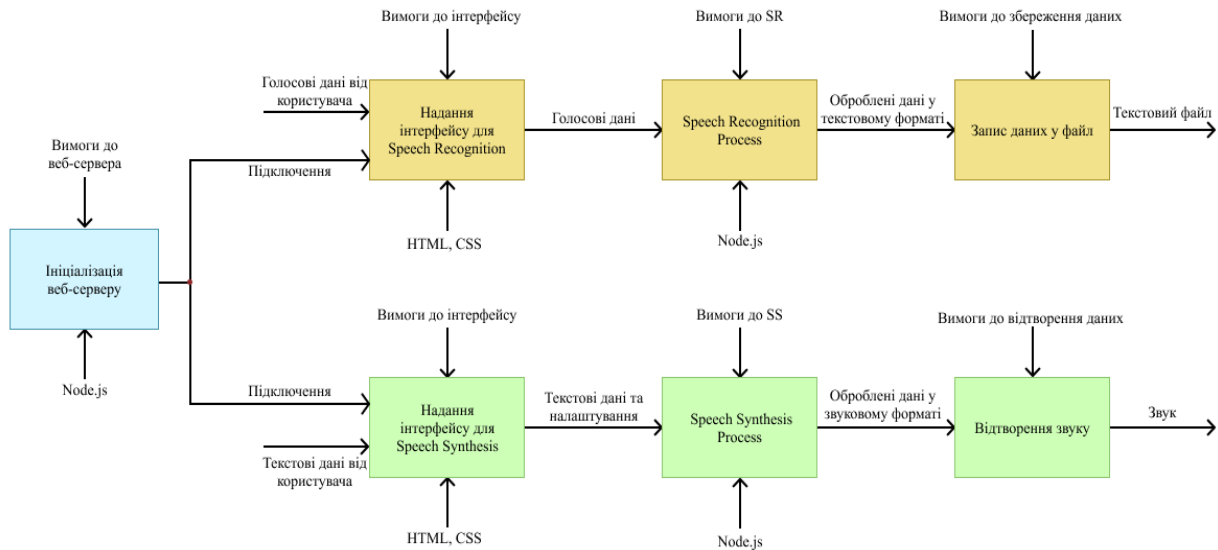


Рисунок 2.3 – модель системи для інклюзивного навчання людей з проблемами слуху

Основою для створення програмного рішення моделі є Web Speech API та Node.js, яка для коректного запуску додатку вимагає ініціалізації веб-сервера. Також відбувається підключення модулів та залежностей.

Веб-сервер створює підключення та надає його для інтерфейсів розпізнавання мови та її синтезу.

Розглянемо частину, що відповідатиме за процес розпізнавання мови.

Сервер створює підключення. Для користувача створюється Speech Recognition Interface.

Однією з основних вимог до даного інтерфейсу є зрозумілість та мінімізація зайвих елементів. Потрібно розуміти, що головними користувачами виступатимуть діти – тому зовнішня частина комп'ютерної системи не повинна викликати питань та відволікати.

На екрані відобразатимуться такі кнопки як: початок розпізнавання, зупинка розпізнавання та зберегти. Окрім цього користувач в ході використання веб-програми спостерігатиме на інтерфейсі текстові дані, які відобразатимуть голосову інформацію, що надходить. Коли розпізнавання буде розпочато або закінчено, на екрані повинна з'явитися відповідна підказка.

Важливо, щоб розпізнавання працювало коректно та на потрібній нам мові. Після обробки голосових даних, які надходять від користувача, вони повинні повернутися у вигляді текстової транскрипції на інтерфейс. Інформація типу строки буде відобразатися у зручному для сприйняття вигляді.

Натиснувши на кнопку збереження, користувач матиме змогу завантажити отриманий текст у вигляді файлу. Для того, щоб обрати назву для файлу, що буде зберігатися, буде запропоновано поле, де можна до прикладу ввести предмет, тему або день. Після того, як буде визначено назву, текстовий файл буде автоматично завантажено на пристрій.

На цьому ланцюг розгалуження Speech Recognition буде завершено.

Інша частина програмного рішення реалізує собою процес Speech Synthesis.

В цьому процесі сервер також створює підключення. Користувачеві надається Speech Recognition Interface.

Користувачеві надається інтерфейс, де він може ввести текстові дані, які потрібно озвучити. Для цього буде створено спеціальне поле.

Обов'язковою вимогою для інтерфейсу є зручність використання. Так як додатком користуватимуться діти – зрозуміле меню, яке не викликати питань та не відволікатиме, є дуже важливим.

Окрім поля для вводу будуть надані такі елементи управління як зміна швидкості надання голосового супроводу, зміна мови та тон. Ці налаштування користувач зможе обрати самостійно та відрегулювати за потреби.

Оскільки програма буде реалізована у вигляді веб-додатку, традиційно інтерфейс буде реалізовано за допомогою HTML та CSS.



У якості обробки інтерфейсу виступатиме Web Speech API, а саме його функціонал, що забезпечує Speech Synthesis.

За лаштунками частина синтезу мови буде підключатися до API та підвантажувати з нього модулі. Основу цього програмного інтерфейсу, як зазначалося вище складає Node.js. Програмна система має можливості використання різних варіантів мов для синтезу, зміни швидкості озвучування та тембру голосу, які також підтягуються з API, в залежності від обраних налаштувань користувача.

Програмний інтерфейс обробляє текстові дані та повертає їх у вигляді звукових хвиль через звуковий вивід пристрою користувача.

Модель досить зручно буде реалізувати у вигляді веб-додатку. В такому випадку користувачеві не потрібно буде завантажувати програму, досить буде лише перейти за посиланням. WebSpeech API підтримується на будь-якому пристрої, де є доступний браузер та інтернет підключення.

### 3 Висновки

Підводячи підсумки можна сказати, що технологія розпізнавання мови може стати дієвим засобом для вирішення проблем, з якими стикаються діти з вадами слуху як у процесі навчання, так і у повсякденному житті. Основною вимогою до програмної реалізації рішення має стати кросплатформенність та зрозумілість програми для користувача. Варіант реалізації засобу у вигляді веб-додатку може вирішити труднощі впровадження системи у навчальний процес і стати доступним для будь-якого користувача. Додавання функціоналу збереження оброблених голосових даних у вигляді тексту допоможе вирішити проблему відволікання дитини від отримання матеріалу та пришвидшить навчальний процес.

Використання технології синтезу мови допоможе надати зворотній зв'язок між учнем і вчителем та вирішити низку питань для тих людей, хто не володіє мовою жестів.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Інклюзивне навчання в Україні [Електронний ресурс], URL: <https://vemakids.com.ua/article/inklyuzivne-navchannya-v-ukrayini>.
2. Web Speech API: [Електронний ресурс], URL: [https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/API/Web\\_Speech\\_API](https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/API/Web_Speech_API).
3. Немного Web Speech API для современных веб-приложений: [Електронний ресурс], URL: <https://www.google.com/amp/s/m.habr.com/ru/amp/post/537158/>.
4. SpeechRecognition: [Електронний ресурс], URL: <https://developer.mozilla.org/ru/docs/Web/API/SpeechRecognition>.
5. SpeechSynthesis: [Електронний ресурс], URL: <https://developer.cdn.mozilla.net/en-US/docs/Web/API/SpeechSynthesis>

### REFERENCES

1. Inclusive education in Ukraine, URL: <https://vemakids.com.ua/article/inklyuzivne-navchannya-v-ukrayini>
2. Web Speech API, URL: [https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/API/Web\\_Speech\\_API](https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/API/Web_Speech_API).
3. Web Speech API for modern application: URL: <https://www.google.com/amp/s/m.habr.com/ru/amp/post/537158/>.
4. SpeechRecognition, URL: <https://developer.mozilla.org/ru/docs/Web/API/SpeechRecognition>.
5. SpeechSynthesis, URL: <https://developer.cdn.mozilla.net/en-US/docs/Web/API/SpeechSynthesis>

УДК 004.73

## Моделювання Smart-лабораторії для навчального процесу

В.В. Волинський, А.Г. Бердніков

**Волинський Валентин  
Володимирович**

*студент Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, площа  
Свободи 6, м. Харків Україна, 61022*

*e-mail: [iwilly17@gmail.com](mailto:iwilly17@gmail.com)*

*[ORCID 0000-0002-2692-2279](https://orcid.org/0000-0002-2692-2279)*

**Бердніков Анатолій  
Георгійович**

*к. т. н., доцент; доцент кафедри теоретичної та прикладної  
системотехніки; Харківський національний університет імені В.Н.  
Каразіна, площа Свободи, 6, м. Харків, Україна, 61022*

*e-mail: [a.berdnikov@karazin.ua](mailto:a.berdnikov@karazin.ua)*

*[ORCID 0000-0001-7923-0754](https://orcid.org/0000-0001-7923-0754)*

Сучасні інформаційні технології розвиваються надзвичайно швидко. З'являються нові концепції мережі передачі даних, включаючи обмін між фізичними об'єктами мережі, які можуть бути обладнані найсучаснішими технологіями взаємодії один з одним і в результаті самостійно приймати рішення відповідно до зовнішніх чинників. На основі концепції IoT (Internet of Things), а в особливості «розумного дому» створено мережу «розумної лабораторії» за допомогою додатку Cisco Packet Tracer, який розроблений компанією Cisco. Він дозволяє експериментувати над мережею, оцінювати сценарії розвитку подій, розбивати на логічні та фізичні рівні, задавати параметри зовнішнього середовища. В результаті моделювання отримана модель, яка має наступні підсистеми, що допоможуть покращити навчальний процес: система пожежогасіння, система фіксування задимленості, система кондиціонування повітря, система енергозабезпечення, система активації світла. Крім того за допомогою стандартних функцій додатку створено можливість віддаленого доступу для керування чи налаштування підсистем за допомогою кінцевих пристроїв, які підтримують 3/4G або Wi-Fi підключення. Створені сценарії роботи моделі, в залежності від яких модель сама приймає рішення і виконує дії, які допоможуть уникнути критичних ситуацій. За допомогою мови програмування Python було створено пристрої, які імітують зовнішній вплив на елементи моделі, таким чином тестуючи підсистеми на правильність роботи і своєчасне самостійне прийняття рішень. Програмна модель зручна для масштабування, може бути модифікована і в будь-який момент приймати зміни. Має зручне управління і наглядність протікання всіх процесів. В майбутньому планується змодельовати нові типи «розумних лабораторій» на основі хімічних, фізичних чи будь-яких інших приміщень вищого навчального закладу та об'єднати в одну комплексну модель.

**Ключові слова:** IoT, «розумний дім», Cisco Packet Tracer, модель, «розумна лабораторія».

## Modeling of smart-laboratory for the educational process

**Volynskiy Valentyn**

*student V. N. Karazin Kharkiv National University,*

**Volodymyrovych**

*Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Berdnikov Anatoliy**

*candidate of Engineering Sciences; associated professor of theoretical and  
applied systems engineering department V. N. Karazin Kharkiv*

**Georgievich**

*National University, Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

Modern information technologies are developing extremely fast. New concepts of data transmission network are emerging, including the interaction between physical objects, which can be equipped with the most modern transmission technologies and, therefore, make autonomous decisions in accordance with external factors. Based on the concept of IoT (Internet of Things), and especially the «smart home», a network of «smart laboratory» has been created by using the Cisco Packet Tracer application developed by Cisco. It allows experimenting with the network, evaluating scenarios, breaking it down into logical and physical levels, and setting the parameters of the environment. As the result the model with the following subsystems which help to improve the learning process: fire extinguishing system, smoke fixation system, air conditioning system, energy supply system, light activation system has been obtained. In addition, by means of standard features the remote access for controlling or configuring subsystems with the help of devices supporting 3/4G or Wi-Fi connections has been created. The scenarios have been created for the model's operation, depending on which the model itself makes decisions and performs actions that will help avoid critical situations. By using the Python software language, the devices that simulate the external influence and, therefore, allow testing the subsystems for the correctness of operation and timely decision-making have been created. The software model

can be easily scaled, modified and changed at any time. The program administration is easy to understand and all program processes are conveniently accessible. In the future, it is planned to model new types of «smart laboratories» based on the requirements of higher education institution and combine them into one complex model.

**Key words:** *IoT, Cisco Packet Tracer, smart home, smart laboratory, model*

## Моделирование Smart-лаборатории для учебного процесса

- Вольнский Валентин Владимирович** студент Харьковський національний університет імені В.Н. Каразіна, площа Свободи 6, г. Харків, Україна, 61022  
e-mail: [iwilly17@gmail.com](mailto:iwilly17@gmail.com)  
ORCID 0000-0002-2692-2279
- Бердников Анатолий Георгиевич** к. т. н., доцент; доцент кафедри теоретической и прикладной системотехники; Харьковський національний університет імені В.Н. Каразіна, площа Свободи, 6, г. Харків, Україна, 61022  
e-mail: [a.berdnikov@karazin.ua](mailto:a.berdnikov@karazin.ua)  
ORCID 0000-0001-7923-0754

Современные информационные технологии развиваются чрезвычайно быстро. Появляются новые концепции сети передачи данных, включая обмен между физическими объектами сети, которые могут быть оборудованы самыми современными технологиями взаимодействия друг с другом и в результате самостоятельно принимать решения в соответствии с внешними факторами. На основе концепции IoT (Internet of Things), а в особенности «умного дома» создана сеть «умной лаборатории» с помощью приложения Cisco Packet Tracer, который разработан компанией Cisco. Он позволяет экспериментировать над сетью, оценивать сценарии развития событий, разбивать на логические и физические уровни сеть, задавать параметры внешней среды. В результате моделирования получена модель, которая имеет следующие подсистемы, которые помогут улучшить учебный процесс: система пожаротушения, система фиксации задымленности, система кондиционирования воздуха, система энергообеспечения, система активации света. Кроме того с помощью стандартных функций приложения создана возможность удаленного доступа для управления или настройки подсистем с помощью оконечных устройств, поддерживающих 3/4G или Wi-Fi подключение. Созданные сценарии работы модели, в зависимости от которых модель сама принимает решение и выполняет действия, которые помогут избежать критических ситуаций. С помощью языка программирования Python был создан устройства, имитирующие внешнее воздействие на элементы модели, таким образом тестируя подсистемы на правильность работы и своевременное самостоятельное принятие решений. Программная модель удобна для масштабирования, может быть модифицирована и в любой момент принимать изменения. Имеет удобное управление и наглядность протекания всех процессов. В будущем планируется смоделировать новые типы «умных лабораторий» на основе химических, физических или любых других помещений высшего учебного заведения и объединить в одну комплексную модель.

**Ключевые слова:** *IoT, «умный дом», Cisco Packet Tracer, модель, «умная лаборатория».*

### 1 Вступ

В сучасному світі розвиток інформаційних технологій набирає колосальну швидкість. Він охоплює всі сфери людського життя. Тому люди і використовують нові технології для своїх цілей, щоб спростити, полегшити життя. Одним із видів такої технології є IoT (Internet of Things) або «інтернет речей». IoT – це мережа, концепція якої полягає в підключенні взаємозв'язаних пристроїв, що дозволяє проводити передачу даних між фізичним світом і комп'ютерною мережею, використовуючи протоколи зв'язку. Така система здатна самостійно навчатися і реагувати на навколишні чинники задля виконання поставлених задач. Хоч технологія і досить нова, з роками IoT набирає все більшу популярність. Яскравим прикладом є стрімкий розвиток такого поняття, як «розумний будинок», особливо в країнах, які займають передові місця в створенні і у впровадженні найсучасніших технологій.

«Розумний будинок» – це технологія домашньої автоматизації, комплекс приладів, принципів та протоколів, які допомагають приймати рішення і виконувати повсякденні задачі по дому. З роками і з появою нових технологій «розумний будинок» стає все більш доступним. Причиною цього являється те, що вона допомагає правильно організувати безпеку, домашній затишок, простоту керування, а також відповідність всім нормам сучасного телекомунікаційного світу будинку, який проектується [3]. Використання сучасних методів зв'язку та шифрування даних допомагає максимально захистити свою систему від можливих втручань. Але чи можна інтегрувати таку технологію для того, щоб створити «розумну лабораторію» для покращення навчального процесу?

Якщо ми говоримо про створення деякої моделі smart-проекту, то краще всього використовувати додаток Cisco Packet Tracer. Він дозволяє експериментувати над мережею, оцінювати сценарії розвитку подій, розбивати на логічні та фізичні рівні, задавати параметри зовнішнього середовища [5]. В цьому емуляторі можна дослідити роботу маршрутизаторів, комутаторів, точок бездротового доступу, налаштувати взаємодію між декількома користувачами через хмарні системи, а також використовувати інструментарій IoT чи створювати такі пристрої самостійно.

Проектування «розумної лабораторії» має місце. Тому що використання нових технологій допоможе створити таку автономну систему на основі комп'ютерної лабораторії, яка в залежності від кількості студентів, їх потреб, факторів зовнішнього середовища, технічних характеристик аудиторій, буде реагувати і виконувати ті дії, які зможуть покращити процес навчання так, щоб він проводився більш ефективно і менш утомливо. Робота спрямована на те, щоб розглянути технологію IoT, а саме «розумний дім», що є одним із фрагментів Інтернету речей і інтегрувати її для створення smart-лабораторії для навчального процесу.

## 2 Аналіз можливостей технології Internet of Things

У 1990 році Джон Ромки за допомогою протоколу TCP/IP, підключив свій тостер до мережі Інтернет і змусив його дистанційно вмикатися і вимикатися. Сам термін IoT був запропонований приблизно в 1999 році Кевіном Ештоном. Приблизно в період з 2008 по 2009, за оцінкою аналітиків корпорації Cisco, кількість пристроїв, підключених до мережі Інтернет, перевищило чисельність населення Землі.[1] IoT- це технологія основою якої є машинне спілкування, яка може взаємодіяти між своїми компонентами без будь якого втручання людини, котрі обмінюються знаннями в процесі роботи. З кожним роком популярність IoT зростає, адже цей метод можна використовувати в усіх аспектах життя не тільки людини, а і великих корпораціях, навіть країн. Зростання популярності IoT можна побачити на рисунку 1 [3].

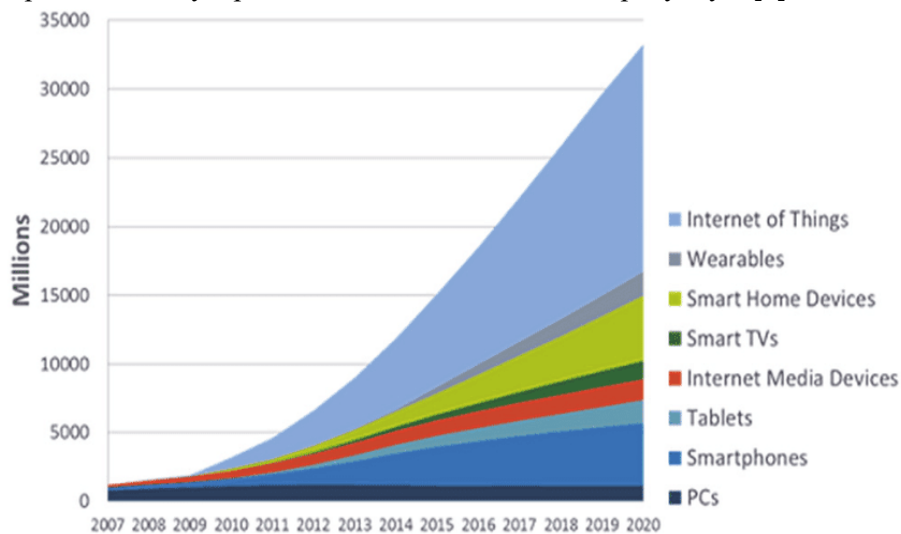


Рис. 1 – Зростання популярності IoT

В основі IoT лежать такі технології:

- виконавчі пристрої.
- засіб ідентифікації;
- засоби виміру, тобто преобразування зовнішніх даних в формат, який «розуміє» мережа;
- засоби передачі і обробки даних;

Оскільки IoT це частина Всесвітньої мережі, то вона вразлива і тому почали активно створюватися різні методи захисту IoT. Тож в майбутньому виникнуть більш потужні, більш безпечні, більш захищені прилади IoT. Найбільшими гігантами, які займаються розробкою різних «smart девайсів» є Amazon, Google, Auriga. Саме ці корпорації ведуть передові розробки в сфері IoT і в майбутньому планують збільшити фінансування. Коли ми говоримо про IoT - то це не тільки «розумні будинки». Значну частку складають так названі «розумні міста», тобто цілі мегаполіси, які використовують найсучасніші технології для покращення умов життя, для зменшення шкідливих викидів і тому подібне. На рис. 2 зображений поділ IoT на сегменти [4].

**Global IoT Market Share by Sub-Sector**

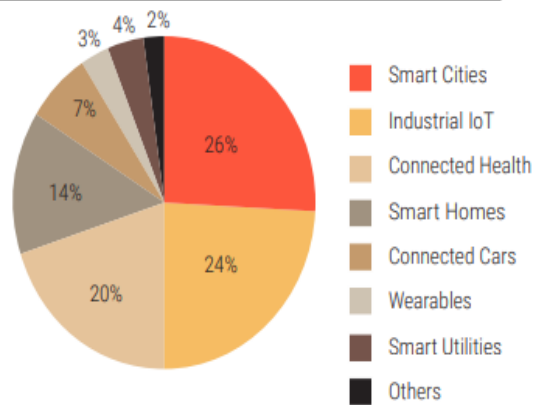


Рис. 2 – Поділ частки ринку IoT.

Кожен з нас стикався з поняттям «розумний дім». Але не всі до кінця розуміють, який сенс закладено в цей термін. Прийнято вважати, що це система домашньої автоматизації, комплекс приладів, принципів та протоколів, які допомагають приймати рішення і виконувати повсякденні задачі по дому. За допомогою спеціальних датчиків, пристроїв, приладів і різних допоміжних елементів функціонує «розумний будинок». Ця тема цікава, тому що вона допомагає правильно організувати безпеку, домашній затишок, простоту керування, а також відповідність всім нормам сучасного телекомунікаційного світу будинку, який проектується. Всі пристрої «розумного будинку» пов'язані через Інтернет. Завдяки цьому користувач може керувати своєю системою за допомогою будь-якого зручного пристрою, будь то телефон, планшет чи ноутбук і робити це безпечно з будь-якого місця

Для того, щоб створити прототип моделі «розумної лабораторії» можна використати додаток Cisco Packet Tracer від однойменної компанії Cisco. На сьогоднішній момент є найкращим програмним продуктом для емулювання мереж. Є корисним як для людей, які починають навчання, так і для тих, хто уже давно працює над створенням мереж. Завантажити та встановити додаток можна на з офіційного сайту Cisco. Підтримується операційними системами Windows, Linux, Unix, MacOS, а також мобільні ОС, такі як Android та IOS. Щоб створити систему «розумної лабораторії» потрібно вибрати технології бездротових зв'язків, в комбінації з дротовим підключенням. Такий етап не варто ігнорувати, адже від нього залежить, який тип приладів слід встановлювати. По-перше, потрібно визначити, заради яких цілей створюється система. По-друге, встановити які елементи і вузли потрібно автоматизувати. По-третє, визначити, як саме автоматизувати, за допомогою яких протоколів, правил і методів. Можна виділити наступні недоліки використання мережевого емулятора[7]: не повна підтримка IOS, важко спроектувати мережу, в якій не використовуються пристрої Cisco, STP протокол погано працює і при виявленні помилок допомагає тільки перезавантаження емулятора. Для моделювання слід використати прилади, показані на рисунку 3



Рис. 4 – Прилади «розумного дому».

Для фізичного рівня моделі в емуляторі Cisco Packet Tracer можна налаштовувати свої змінні навколишнього середовища. Вони дозволяють показати, як такі фактори, як кількість сонця, вуглекислого газу, атмосферний тиск, рівень радіації, кисню, туманність, зміна температури протягом дня, впливають на функціонування мережі.

### 3 Проектування моделі

Модель «розумної лабораторії» зображено на рисунку 5.

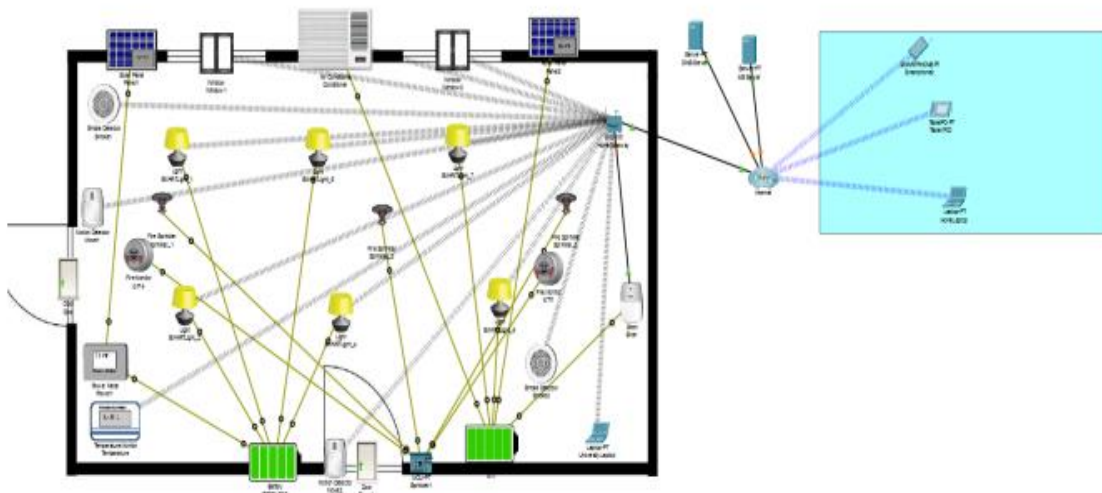


Рис. 5 – Модель «розумної лабораторії»

Серед пристроїв IoT були використані: детектори руху, вогню, диму, світло, датчик температури, кондиціонер, вікна, сонячні батареї, вогнегасники. Для того, щоб забезпечувати електропостачання використано батареї і датчик напруги. Всі ці пристрої становлять єдину мережу «розумної лабораторії» і сценарії їх роботи можна налаштувати віддалено, маючи підключення до мережі Інтернет через 3/4/5G.

HomeGateway забезпечує зв'язок з серверами IoT для керування або створення сценаріїв роботи мережі. Налаштування сценаріїв можна робити за допомогою комп'ютера, який знаходиться в аудиторії або дистанційно. Для того, щоб побудувати такі зв'язки потрібно налаштувати: DHCP та DNS сервера та WAN. DHCP – мережевий протокол, який потрібен для динамічного отримання IP-адресу пристроям мережі. Для його налаштування використаємо маршрутизатор типу 2911. Заходимо в меню «CLI» і починаємо налаштування DHCP-сервера. Оскільки, пристрої пов'язані через порти (Ethernet, Gigabit), то нам потрібно задати для них IP та створити DHCP і задати IP-адрес для DNS-серверу.

Для того, щоб керувати пристроями IoT і створювати власні сценарії роботи мережі, потрібно вибрати один з декількох керуючих пристроїв. Відкрити вкладку «Desktop» і вибрати меню «IoT monitor». Згодом ввести адресу [www.ioe.biz](http://www.ioe.biz) і указати логін з паролем, щоб підтвердити можливість керування. Стандартними і логін, і пароль – це admin. Приклад показано на рисунку 6.



Рис. 6 – Відкриття меню керування IoT пристроями

Далі відкриється меню з пристроями IoT, якими можна керувати віддалено, через мережу Інтернет. Також можна переглянути стан конкретного пристрою, ввімкнений він чи ні, а також вмикати і вимикати його дистанційно (рисунком Але через те, що зв'язок налаштований через Інтернет, можливі деякі затримки в зміні сценаріїв роботи. Для налаштування сценаріїв роботи пристроїв в мережі потрібно перейти на пункт меню сайту «Conditions». Тут можна створювати умови роботи в залежності від зовнішніх факторів або режимів роботи інших пристроїв в мережі,

які можуть обмінюватися даними. На рисунку 7 зображено лістинг умов для створення сценаріїв роботи моделі «розумної лабораторії».

Actions	Enabled	Name	Condition	Actions
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	WindowOn	Match any: • Smoke1 Level > 0.2 • Smoke2 Level > 0.2	Set Window1 On to true Set Window2 On to true Set Conditioner On to false Set Siren On to true
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	MoveOn_1	Match all: • Move1 On is true • Move2 On is false	Set SMARTLight_1 Status to On Set SMARTLight_2 Status to On
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	MoveOff_1	Match all: • Move1 On is false • Move2 On is false	Set SMARTLight_2 Status to Off Set SMARTLight_1 Status to Off
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	MoveOn_2	Match all: • Move1 On is false • Move2 On is true	Set SMARTLight_2 Status to On Set SMARTLight_4 Status to On Set SMARTLight_5 Status to On
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	MoveOff_2	Match all: • Move1 On is false • Move2 On is false	Set SMARTLight_2 Status to Off Set SMARTLight_4 Status to Off Set SMARTLight_5 Status to Off
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	AllMoveOn	Match all: • Move1 On is true • Move2 On is true	Set SMARTLight_2 Status to On Set SMARTLight_4 Status to On Set SMARTLight_5 Status to On Set SMARTLight_1 Status to On
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	ConditionerOn	Match all: • Temperature Temperature >= 18.0 °C • Smoke1 Level < 0.2 • Smoke2 Level < 0.2	Set Conditioner On to true
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	ConditionerOff	Match all: • Temperature Temperature < 18.0 °C • Smoke1 Level < 0.2 • Smoke2 Level < 0.2	Set Conditioner On to false
<a href="#">Edit</a> <a href="#">Remove</a>	Yes	WindowOff	Match all: • Smoke1 Level < 0.2 • Smoke2 Level < 0.2	Set Siren On to false Set Window2 On to false Set Window1 On to false

Рис. 7 – Список умов роботи пристроїв «розумної лабораторії»

Для створення системи пожежогашіння для «розумної лабораторії» використано такі пристрої IoT: fire sprinkler в кількості 3 штуки, fire monitor в кількості 2 штук. Головний компонент цієї частини мережі – це плата MCU-PT, яка приймає сигнал від fire monitor і подає його до fire sprinkler. Ця система не залежить від управління через видалений доступ. Вона керується тільки платою MCU-PT і працює згідно сценарію, який можна змінити, володіючи мінімальними навичками роботи на Python. Система зображена на рисунку 8.

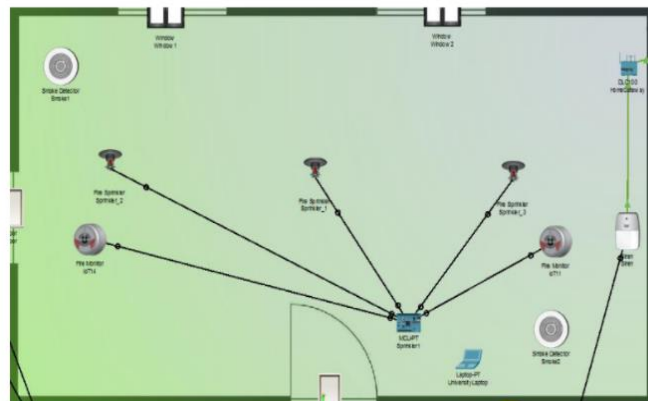


Рис. 8 – Система пожежогашіння «розумної лабораторії»

Для того, щоб жити енергією пристрої, такі як лампи, детектори руху, сирену, потрібно використати сонячні батареї в кількості двох штук. За допомогою спеціального кабелю для IoT, який пропонує Cisco Packet Tracer потрібно зв'язати пристрої по цифровим каналам. Для того, щоб контролювати напругу і не перенавантажувати систему, електроенергія, яка збирається сонячними батареями проходить через детектор напруги. Для збереження всієї зібраної енергії в системі є два «розумні батареї». Вони пов'язані між собою дротовим підключенням, який забезпечує передачу електроенергії між ними. Це створено для того, щоб у випадку розрядження однієї батареї, інша передавала їй електроенергію для збереження балансу. Ця система не залежить від видаленого керування. Вона працює автоматично. Система енергозабезпечення показана на рисунку 9.

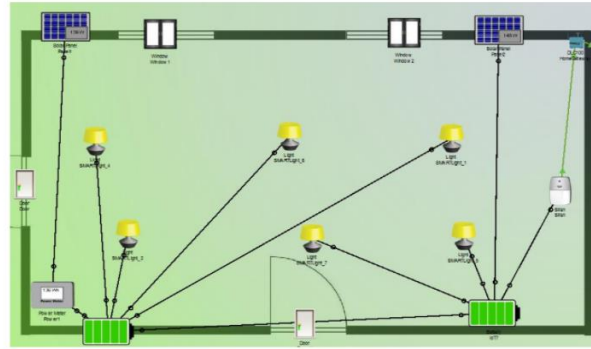


Рис. 9 – Система енергозабезпечення

Для розгортання системи фіксування задимленості варто використати наступні прилади: smoke detector в кількості двох штук і сирену для попередження про небезпеку. Системою можна керувати дистанційно і задавати сценарії роботи. Якщо рівень диму перевищує допустимий, який можна налаштувати в меню сценаріїв (допустимий стандарт приблизно 0.2), то вмикається сирена попередження і відкриваються вікна для вивітріння, але вимикається кондиціонер, заради безпеки, щоб у випадку виникнення вогню. Всі пристрої системи отримують DHCP-адрес від серверу. За допомогою шифрування типу WPA2-PSK є з'єднання з HomeGateway. пристрої системи отримують DHCP-адрес від серверу. Пристрої мають в собі влаштовані батарейки, що дозволяє їм працювати без заміни дуже довго, тому не має сенсу робити постійну подачу електроенергії.

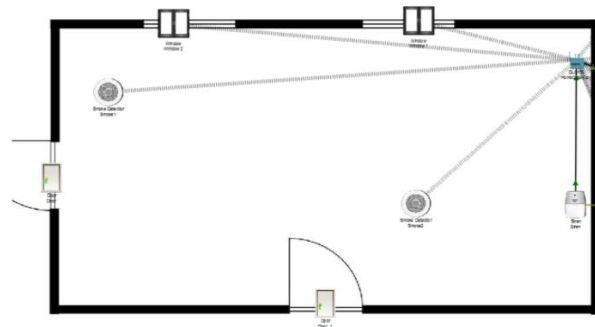


Рис. 10 – Система фіксування задимленості

До такої системи входять «розумні» світильники в кількості 6 штук, а також два детектори руху, по одному на кожен вхід. Пристрої пов'язані з серверами, з яких вони отримують свій IP-адрес і на сервері записані сценарії роботи цих пристроїв. Тому ними можна керувати віддалено за допомогою керуючих пристроїв, які мають вихід до мережі Internet. Але самі пристрої освітленості потрібно налаштувати на обмін даних з серверами. Для прикладу візьмемо один із світильників. Через велику потрібність в електроенергії, світильники підключені до батарей, які отримують енергію від сонячних установок. Важливим є те, що у випадку пожежі, їх функціонування повністю припиняється заради безпеки. Система показана на рисунку 11.

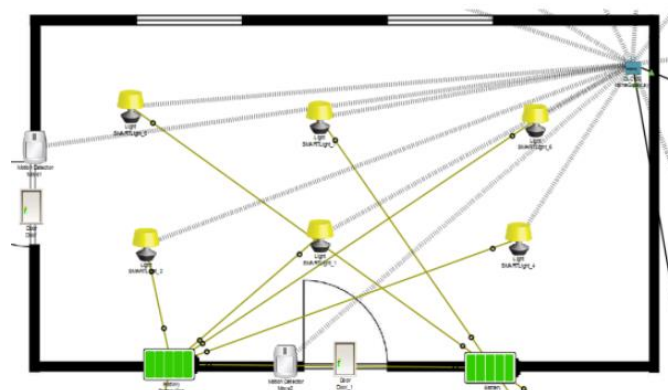


Рис. 11 – Система освітленості «розумної лабораторії»



Таким чином, систему «розумної лабораторії» можна розділити на декілька підсистем: система пожежогасіння, система енергозабезпечення, система контролю освітленості, система фіксації задимленості, система кондиціонування. Вони працюють синхронно один з одним, але при виникненні екстрених ситуацій, деякі системи повністю вимикаються і працюють тільки ті, які відповідають за усунення проблем і намагаються зробити це максимально швидко і без зайвих матеріальних збитків.

#### 4 Результати тестування

Розглянемо систему пожежогасіння. Для того, щоб моделювати присутність вогню в системі створимо самостійно пристрій на мові програмування JavaScript з використанням стандартної функції. Оскільки в системі є два детектори вогню, то при приближенні, датчик вогню посилає сигнал «1» і вмикається подача води для гасіння. При виникненні пожежі інші системи, наприклад кондиціонування повітря не працюють. (Рисунок 12)

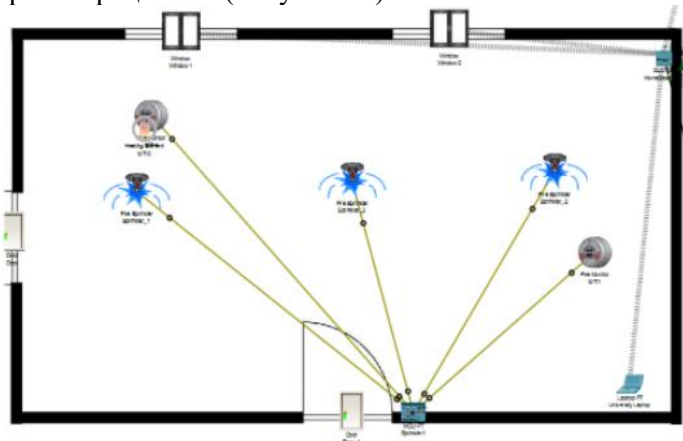


Рис.12 – Робота системи пожежогасіння

Оскільки часто з пожежею з'являється задимленість, то система фіксації диму працює синхронно з системою пожежогасіння. Для моделювання роботи не потрібно створювати власний пристрій, який імітує дим. У вкладці Smart cities є пристрій IoT, який називається Old car. Якщо його вибрати і натиснути праву кнопку миші, тримаючи при цьому кнопку Alt, цей пристрій буде випускати вуглекислий газ в середу у великій кількості. Цього достатньо, щоб сценарій фіксації диму спрацював. Після того, як рівень задимленості став більше 0.2, вмикається сирена, відкриваються вікна, але вимикаються системи кондиціонування повітря і освітленості. Приклад роботи показано на рисунку 13.

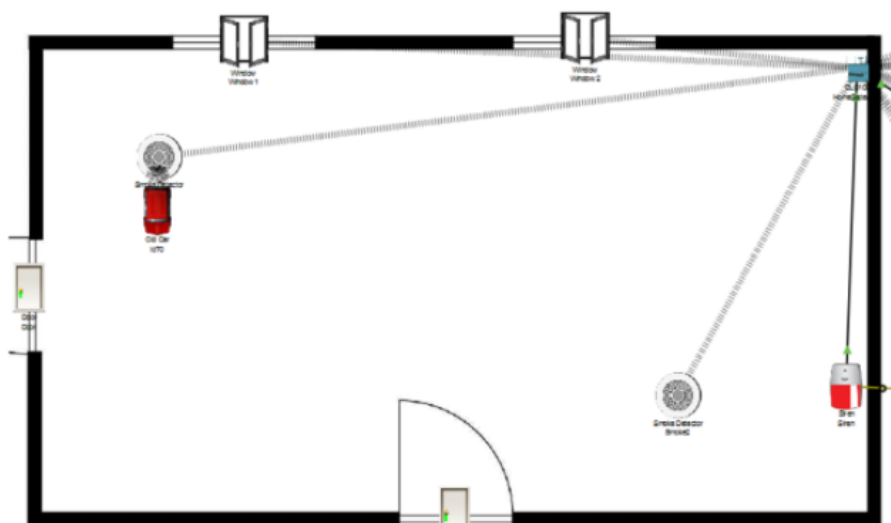


Рис.13 – робота системи фіксації задимленості

Дана програмна модель smart-лабораторії побудована на основі аудиторії кафедри ТПС. Всі налаштування, розстановка приладів і методи зв'язку були створені відповідно до технічних характеристик аудиторії. Масштабування, зміни сценаріїв роботи, адаптація під нові впливи зовнішнього середовища, додавання нових пристроїв проводиться дуже легко в рамках моделі для цієї аудиторії. Але коли ми говоримо про те, щоб використовувати цю програмну модель для лабораторій інших кафедр чи факультетів, то потрібно вносити деякі зміни і перевіряти працездатність після кожного етапу корегування. Додатково потрібно обробляти змінні навколишнього середовища, які можуть бути характерні для конкретних аудиторій. В залежності від цих змінних, доведеться змінювати існуючі сценарії роботи, додавати нові і тестувати комплексно цілу мережу. Крім того, для обробки змінних середовища, знадобляться нові пристрої, які потрібно під'єднувати до однієї мережі для віддаленого керування і задавати їм свої принципи роботи та реагування на зовнішні чинники. Крім того, важливу роль складає місцезнаходження аудиторії. Через це можливі помилки в правильності роботи підсистем, наприклад системи енергозабезпечення. Тому що можливість того, що потужність сонячний батарей може не вистачати на енергозабезпечення всієї системи і доведеться додавати нові або зменшувати енергозатрати. Коли аудиторія велика, система кондиціонування може не справлятися з охолодженням повітря, тому доведеться її посилювати чи додавати нові пристрої, які будуть синхронно працювати уже з існуючими.

## 5 Висновки

В рамках роботи проаналізовані основні принципи та концепція технології Internet of Things (IoT) для обладнання навчальної лабораторії. Для створення моделі використаний додаток – Cisco Packet Tracer. Проаналізовано його показники: інтерфейс користувача, можливості, основний функціонал, який використовується для створення нових чи тестування існуючих моделей. В процесі роботи створена програмна модель smart-лабораторії з використанням видаленого доступу через мережу Інтернет за допомогою кінцевих пристроїв, які підтримують 3/4G або Wi-Fi підключення. Пристрої Internet of Things в моделі пов'язані через дротові та бездротові підключення. Створені сценарії роботи пристроїв, які можна змінювати або додавати нові в залежності від впливу зовнішніх факторів, котрі можна налаштовувати в залежності від технічних характеристики окремої аудиторії та її зовнішнього оточення. Для створення деяких пристроїв тестування сценаріїв роботи використовується мова програмування Python. Перебачено поведінка моделі smart-лабораторії у випадку надзвичайних ситуацій, наприклад пожежі, системи забезпечення енергією, кондиціонування повітря та освітленості вимикаються задля безпеки. Але в звичайних умовах вони працюють синхронно та без впливів одна на одну. Всі розроблені підсистеми спрямовані на покращення процесу навчання і автоматизації обробки різних процесів.

## ЛІТЕРАТУРА

1. K. Schwab. The Fourth Industrial Revolution. New York, USA: Russell Sage Foundation, 2017. 342 с.
2. Fortune Business Insights. 2020. URL: <https://www.fortunebusinessinsights.com/industry-reports/internet-of-things-iot-market-100307> (дата звернення: вересень 19, 2021).
3. J. Kampars. Internet of Things: Structure, Features and Management. New York, USA, 2016. 180с.
4. WHIN - IOT. 2020. URL: <https://whin.org/iot/> (дата звернення: 2 жовтня, 2021).
5. Cisco Networking Academy. Introduction to IoT / Cisco: веб-сайт. URL: <https://1331758.netacad.com/courses/1012514> (дата звернення: 28 червня, 2021).
6. Cisco Networking Academy. Introduction to IoT/ Cisco: веб-сайт. URL: <https://www.netacad.com/portal/learning>. (дата звернення: 12 серпня, 2021).
7. Cisco Packet Tracer ver. 8: веб-сайт. URL: <https://www.sysnettechsolutions.com/en/download-cisco-packet-tracer/> (дата звернення: 17 вересня, 2021).
8. C. Young. Smart Home: Digital Assistants, Home Automation, and the Internet of Things (Our Internet of Things). Berlin, Germany, 2018. 312с.
9. K. Ashton. That «Internet of Things» Thing. In the real world, things matter more than ideas. New York, USA, 2009. 257с.

10. В. Харке. Умный дом. Объединение в сеть бытовой техники и систем коммуникации в жилищном строительстве. Москва, 2006. 342с.
11. D. Slama. Enterprise IoT: Strategies and Best Practices for Connected Products and Services. Shroff Publishers & Distributers. Texas, USA 2013. 492с.
12. B. Sinclair. IoT Inc: How Your Company Can Use the Internet of Things to Win in the Outcome Economy. Toronto, Canada, 2017. 350с.
13. Э. Таненбаум. Компьютерные сети. Санкт-Петербург, 2012. 960с.

#### REFERENCES

1. K. Schwab. *The Fourth Industrial Revolution*. New York, USA: Russell Sage Foundation, 2017.
2. Fortune Business Insights. 2020. [Online]. Available: <https://www.fortunebusinessinsights.com/industry-reports/internet-of-things-iot-market-100307>. Accessed on: September 19, 2021
3. J. Kampars. Internet of Things: Structure, Features and Management. New York, USA, 2016.
4. WHIN – IOT. 2020. [Online] Available: <https://whin.org/iot/> Accessed on: October 2, 2021
5. Cisco Networking Academy. Introduction to IoT / Cisco. [Online]. Available: <https://1331758.netacad.com/courses/1012514>. Accessed on: June 28, 2021
6. Cisco Networking Academy. Introduction to IoT / Cisco. [Online]. Available: <https://www.netacad.com/portal/learning>. Accessed on: August 12, 2021
7. Cisco Packet Tracer ver. 8. [Online]. Available: <https://www.sysnettechsolutions.com/en/download-cisco-packet-tracer/> Accessed on: September 17, 2021
8. C. Young. Smart Home: Digital Assistants, Home Automation, and the Internet of Things (Our Internet of Things). Berlin, Germany, 2018.
9. K. Ashton. That «Internet of Things» Thing. In the real world, things matter more than ideas. New York, USA, 2009.
10. V. Harke. Smart house. Integration into home appliances and communications system in housing construction. Moscow, 2006.
11. D. Slama. Enterprise IoT: Strategies and Best Practices for Connected Products and Services. Shroff Publishers & Distributers. Texas, USA, 2013.
12. B. Sinclair. IoT Inc: How Your Company Can Use the Internet of Things to Win in the Outcome Economy. Toronto, Canada, 2017.
13. E. Tanenbaum. *Computer Network*. St. Petersburg, 2012.

УДК 532.5

## Моделювання ламінарних течій нанорідин між двома коаксіальними циліндрами в мікрорідинних пристроях

Є.П. Куркчі, Н.М. Кізілова

**Куркчі  
Єлизавета Павлівна**

*студентка, кафедра прикладної математики, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, пл. Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022;  
e-mail: [kurkchi1998@gmail.com](mailto:kurkchi1998@gmail.com)*

<https://orcid.org/0000-0003-3738-0978>

**Кізілова  
Наталія Миколаївна**

*д.ф.-м.н., професор, професор кафедри прикладної математики, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, пл. Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022;*

*e-mail: [n.kizilova@gmail.com](mailto:n.kizilova@gmail.com)*

<https://orcid.org/0000-0001-9981-7616>

Роглядається ламінарна течія трьох незмішуваних нанорідин між двома співвісними циліндрами за рахунок постійного перепаду тиску на кінцях каналу. Пристінні шари можуть бути утворені за рахунок відштовхування наночастинок від шорсткостей стінок до ядра течії. Прийняті граничні умови прослизання другого порядку для швидкостей на стінках, а також умови безперервності швидкості і тангенціальних напружень на границях розділу між шарами. Отриманий аналітичний розв'язок системи для тиску і швидкостей руху рідин. Обчислені вирази для об'ємної витрати і напружень на стінках. Показано, що при деяких наборах параметрів моделі можна за рахунок тангенціального переносу імпульсу отримати значне підвищення витрати і зменшення в'язкої дисипації. Це дозволить підвищити ефективність різних мікрорідинних систем. Отримане також уточнення робочої формули для капілярного віскозиметра на випадок вимірювання в'язкості нанорідин. Виписаний аналітичний розв'язок може бути використаний для валідації чисельного коду для більш складних течій (перехідних, турбулентних) в схожій геометрії.

**Ключові слова:** нанорідини, мікрорідинні пристрої, ламінарна течія, дифузне розсіювання, гідравлічний опір.

## Modeling of laminar flows of nanofluids between two coaxial cylinders in microfluidic devices

**Kurkchi Yelizavieta**

*student*

*V.N. Karazin Kharkov National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine*

**Kizilova Nataliya**

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor; Professor of the Department of Applied Mathematics*

*V.N. Karazin Kharkov National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine*

The laminar flow of three immiscible nanofluids between two coaxial cylinders due to a constant pressure drop at the inlet and outlet of the channel is considered. Experimental studies of the flows of different nanofluids through the tubes and channels of microfluidic devices have shown that the measured relationships between the pressure drop and volumetric flow do not correspond to the calculations of the Poiseuille flows in the same geometry due to tangential momentum transfer during diffuse scattering of nanoparticles on the wall roughness. When the characteristic roughness scale has the same order as the particle size, the scattering becomes significant in both dilute gases and suspensions of nanoparticles. The solution of the problem has been obtained for the second order velocity slip boundary conditions at the rough walls. The presence of wall layers with a constant thickness and different viscosities is associated with the repulsion of the nanoparticles from the walls into the core of the flow. At the interfaces between the layers, the continuity conditions for velocities and tangential stresses have been accepted. The analytical solution for the pressure and velocities of the fluids has been obtained. The expressions for volumetric flow and wall stresses have been calculated. It has been shown that for some sets of model parameters it is possible to obtain a significant increase in the flow rate and decrease in viscous dissipation due to tangential momentum transfer at the walls. That can increase the efficiency of various microfluidic systems. The formula for the capillary viscometer for measuring the viscosity of nanofluids has been obtained. The derived analytical solution can be used for validation of numerical codes for more complex flows (transient, turbulent) in similar geometries.

**Keywords:** nanofluids, microfluidic devices, laminar flow, diffuse scattering, hydraulic resistance.

## Моделирование ламинарных течений наножидкостей между двумя коаксиальными цилиндрами в микрожидкостных устройствах

**Куркчи**

**Елизавета Петровна**

**Кизилова**

**Наталья Николаевна**

*студентка,*

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, пл. Свободы, 6, Харків-22, Україна, 61022*

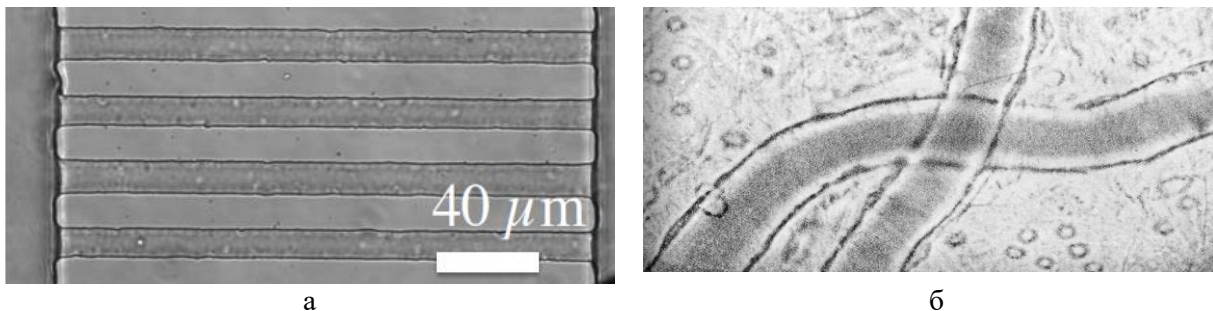
*д.ф.-м.н., профессор; профессор кафедры прикладной математики, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, пл. Свободы, 6, Харків-22, Україна, 61022*

Рассматривается ламинарное течение трех несмешиваемых наножидкостей между двумя соосными цилиндрами за счет постоянного перепада давления на концах канала. Пристенные слои могут быть образованы за счет отталкивания наночастиц от шероховатостей стенок к ядру течения. Принятые граничные условия проскальзывания второго порядка для скоростей на стенках, а также условия непрерывности скоростей и тангенциальных напряжений на границах раздела между слоями. Получено аналитическое решение для давления и скоростей движения жидкостей, а также формулы для объемного расхода и напряжений на стенках. Показано, что при некоторых наборах параметров модели можно за счет тангенциального переноса импульса получить значительное повышение расхода и уменьшения в'язком диссипации. Это позволит повысить эффективность различных микрожидкостных систем. Получено также уточнение рабочей формулы для капиллярного вискозиметра на случай измерения вязкости наножидкостей. Выписанное аналитическое решение может быть использовано для валидации численного кода для более сложных течений (переходных, турбулентных) в сходных геометриях.

**Ключевые слова:** *наножидкости, микрожидкостные устройства, ламинарное течение, диффузное рассеяние, гидравлическое сопротивление.*

## 1 Вступ

В останні роки активно досліджуються тверді та рідкі наноматеріали, які складаються з частинок з розмірами ~5-500 нм і мають унікальні фізико-хімічні властивості в порівнянні зі звичайними матеріалами. Це висока міцність, теплопровідність, електропровідність, оптичні та ін. властивості, які досягаються за рахунок дуже високого співвідношення між поверхнею і об'ємом, що приводить до значної хімічної, фізичної, біологічної активності поверхонь наночастинок, нановолокон та інших нанокомпонент [1,2]. Нанорідини - це суспензії твердих наночастинок (нанокристалів, наносфер, нанотрубок, фулеренів, та ін) в рідині (воді, маслі і т.д.). За рахунок наявності наночастинок нанорідини також мають унікальні властивості. Такі рідини широко використовуються в системах охолодження мікродвигунів, нагріву малих об'ємів речовини, розділення сумішей і т.д. При течіях таких рідин на твердих поверхнях має місце дифузне розсіювання частинок (прослизання) з утворенням пристінного шару з більш низькою концентрацією наночастинок як технічних (Рис.1а), так і біологічних (Рис.1б) суспензій. Розсіювання і відсутність прилипання пов'язано з тим, що розмір шорсткості твердої поверхні порівняний з розміром наночастинок (Рис.2а). Експериментально було показано, що в нанорідинних пристроях об'ємна витрата і температура не відповідають теоретичним значенням, розрахованим за формулою Пуазейля для класичних в'язких рідин з використанням закону Фур'є для теплопровідності [3-6].



*Рис.1 Мікрофотографії течій наносуспензій по каналам мікрорідинних пристроїв (а) і крізь деформівні трубки (б). Чітко видні прозорі пристінні шари, які майже вільні від частинок*

Таким чином, течії нанорідин можна розглядати як шаруваті течії незмішуваних однорідних рідин з різними в'язкостями. В силу меншої концентрації частинок у стінок в'язкість пристінних шарів завжди менше в'язкості рідини в ядрі течії. При певних комбінаціях в'язкостей, шорсткостей та інших параметрів такі ефекти істотно впливають на параметри течії в трубках кругового, еліптичного, прямокутного, трикутного і трапецієподібного перетинів [1-3]. При течіях нанорідин між пластинами і коаксіальними циліндрами такі ефекти будуть ще більшими за рахунок наявності двох і більше поверхонь з різними шорсткостями. Можливі відхилення

значення об'ємної витрати  $Q$  при течії нанорідини від формули Пуазейля важливо наперед знати для планування роботи мікрорідинних пристроїв і підвищення їх ефективності. Відповідні поправки повинні бути внесені і в робочі формули віскозиментів на основі нанотрубок, які використовуються в лабораторіях і на виробництві нанорідин для визначення їх в'язкості по вимірюваним значенням  $Q$  [4]. Використання наближення шаруватої течії було раніше використано для теоретичного обґрунтування ефекту Фареуса [7] та для течій мікро- і нанорідин між паралельними пластинами [3]. У даній роботі досліджується розв'язок системи рівнянь Нав'є-Стокса для одновимірної течії трьох незмішуваних нанорідин між нерухомими коаксіальними циліндрами.

## 2 Постановка задачі

Розглядається одновимірна  $\vec{v} = (v_r, v_\theta, v_x) = (0, 0, v)$  стаціонарна ( $\partial/\partial t = 0$ ) вісесиметрична ( $\partial/\partial \theta = 0$ ) ламінарна течія трьох незмішуваних нестисливих нанорідин з різними в'язкостями  $\mu_{1,2,3}$  між двома співвісними циліндрами з радіусами  $R_1, R_2$  довжини  $L$  під впливом різниці гідростатичних тисків  $P_1$  і  $P_2 < P_1$  (Рис.2б).

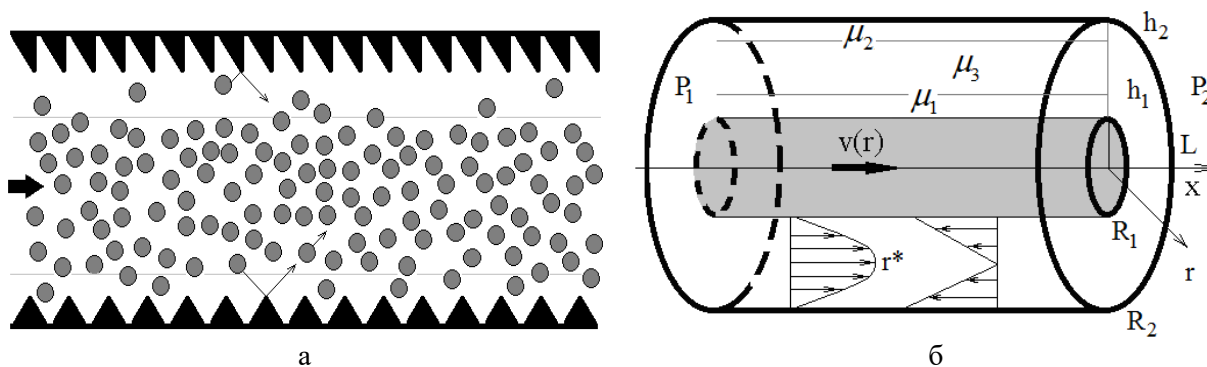


Рис.2 Схема утворення пристінних шарів (а) і схема задачі (б)

Рівняння Нав'є-Стокса в цьому випадку дають звичайне диференціальне рівняння 2-го порядку для швидкостей руху кожного шару

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dv^{(j)}(r)}{dr} \right) = - \frac{\delta P}{\mu_j L} \quad (1)$$

де  $j=1,2,3$ ,  $\delta P = P_1 - P_2$ .

Граничні умови на стінках за наявності дифузного розсіювання мають вигляд [1,2]

$$\left( v^{(1)} + \alpha_1 \frac{dv^{(1)}}{dr} + \beta_1 \frac{d^2 v^{(1)}}{dr^2} \right) \Big|_{r=R_1} = 0, \quad \left( v^{(2)} - \alpha_2 \frac{dv^{(2)}}{dr} + \beta_2 \frac{d^2 v^{(2)}}{dr^2} \right) \Big|_{r=R_2} = 0, \quad (2)$$

де  $\alpha_1, \beta_1 > 0$  и  $\alpha_2, \beta_2 > 0$  - параметри шорсткості внутрішнього и зовнішнього циліндрів.

На поверхнях розділів шарів виконуються умови безперервності швидкостей і зсувних напружень [8]

$$\left( v^{(1)} - v^{(3)} \right) \Big|_{y=R_1+h_1} = 0, \quad \left( v^{(2)} - v^{(3)} \right) \Big|_{y=R_2-h_2} = 0, \quad (3)$$

$$\left( \mu_1 \frac{dv^{(1)}}{dr} - \mu_3 \frac{dv^{(3)}}{dr} \right) \Big|_{y=R_1+h_1} = 0, \quad \left( \mu_2 \frac{dv^{(2)}}{dr} - \mu_3 \frac{dv^{(3)}}{dr} \right) \Big|_{y=R_2-h_2} = 0.$$

Поле тиску в шарах має лінійне розподілення  $P(x) = \delta P x / L + P_1$ , яке відповідає граничним умовам на вході і виході з каналу

$$P|_{x=0} = P_1, P|_{x=L} = P_2. \quad (4)$$

Треба знайти поле швидкостей, об'ємну витрату течії

$$Q = 2\pi \left( \int_{R_1}^{R_1+h_1} rv^{(1)}(r)dr + \int_{R_1+h_1}^{R_2-h_2} rv^{(3)}(r)dr + \int_{R_2-h_2}^{R_2} rv^{(2)}(r)dr \right), \quad (5)$$

поле механічних напружень, в тому числі зсувні напруження на стінках

$$\tau_1 = \tau(R_1) = -\mu_1 \left. \frac{dv^{(1)}(r)}{dr} \right|_{r=R_1}, \quad \tau_2 = \tau(R_2) = -\mu_2 \left. \frac{dv^{(2)}(r)}{dr} \right|_{r=R_2}, \quad (6)$$

гідралічний опір каналу

$$Z = \frac{\delta P}{Q} \quad (7)$$

і поправку до робочої формули капілярного віскозиметру [5] на випадок нанорідини

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{Z}{8L}, \quad (8)$$

а також виявити, при яких наборах параметрів  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  при відомих значеннях  $(R_1, R_2, h_1, h_2, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \delta P/L)$  можна підвищити витрату течії  $Q$  за рахунок тангедійного переносу частинок на шорстких стінках. Для течій нанорідин по трубкам кругового перетину і між циліндрами такі узагальнення були проведені в [2], а для шаруватих течій між паралельними пластинами – в [3].

### 3 Розв'язок задачі

Інтегрування (1) дає для швидкостей кожного шару

$$v^{(1)}(r) = C_1 + C_2 \ln(r) - k\mu_{31}r^2, \quad v^{(2)}(r) = C_3 + C_4 \ln(r) - k\mu_{32}r^2, \quad v^{(3)}(r) = C_5 + C_6 \ln(r) - kr^2, \quad (9)$$

де  $k = \frac{\delta P}{2\mu_3 L}, \mu_{31} = \frac{\mu_3}{\mu_1}, \mu_{32} = \frac{\mu_3}{\mu_2}$ .

Підстановка (9) до (2), (3) дає шість алгебраїчних рівнянь для визначення постійних інтегрування  $C_{1-6}$ , розв'язок яких дає для констант наступні вирази

$$C_6 = \frac{k(\mu_{31}A - \mu_{32}B + R_{h1}^2 - R_{h2}^2)}{(1 - \mu_{31}) \ln R_{h1} + \mu_{31}B_1 - (1 - \mu_{32}) \ln R_{h2} - \mu_{32}B_2},$$

$$C_5 = \mu_{31}kA_1 + k(1 - \mu_{31})R_{h1}^2 - C_6((1 - \mu_{31}) \ln R_{h1} + \mu_{31}B_1), \quad (10)$$

$$C_4 = \mu_{32}C_6, C_3 = \mu_{32}(kA_2 - B_2C_6), C_2 = \mu_{31}C_6, C_1 = \mu_{31}(kA_1 - B_1C_6),$$

де  $R_{h1} = R_1 + h_1, R_{h2} = R_2 - h_2, A = A_1 - R_{h1}^2, B = A_2 - R_{h2}^2, A_1 = R_1^2(1 + 2\alpha_1^\circ + 2\beta_1^\circ),$

$A_2 = R_2^2(1 - 2\alpha_2^\circ + 2\beta_2^\circ), B_1 = \ln R_1 + \alpha_1^\circ - \beta_1^\circ, B_2 = \ln R_2 - \alpha_2^\circ - \beta_2^\circ,$

$\alpha_{1,2}^\circ = \alpha_{1,2} / R_{1,2}, \beta_{1,2}^\circ = \beta_{1,2} / R_{1,2}^2$  - безрозмірні значення шорсткостей.

У випадку  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu, h_1 = h_2 = 0$  (9)-(10) переходять у розв'язок задачі для однорідної нанорідини [2]

$$v(r) = \frac{\delta PR_1^2}{4\mu L} (A + B \ln(r) - r^2), \quad (11)$$

$$A = \frac{(1 + 2\alpha_1^\circ + 2\beta_1^\circ)(\ln R_2 - \alpha_2^\circ) - \rho^2(1 - 2\alpha_2^\circ + 2\beta_2^\circ)(\ln R_1 + \alpha_1^\circ)}{\ln(\rho) + \alpha_1^\circ - \alpha_2^\circ},$$

$$B = \frac{\rho^2 - 1 + 2(\alpha_1^\circ - \beta_1^\circ - \rho^2(\alpha_2^\circ + \beta_2^\circ))}{\ln(\rho) + \alpha_1^\circ - \alpha_2^\circ / \alpha_2^\circ}, \quad \rho = \frac{R_2}{R_1}.$$

При  $\alpha_{1,2}^\circ = \beta_{1,2}^\circ = 0$  з (11) отримаємо відому формулу для Пуазейлівської течії в'язкої рідини між коаксіальними циліндрами

$$v(r^\circ) = \frac{\Delta PR_1^2}{4\mu L} \left( 1 - r^{\circ 2} + \frac{\rho^2 - 1}{\ln(\rho)} \ln(r^\circ) \right), \quad (12)$$

де  $r^\circ = r^\circ / R_1$  - безрозмірна радіальна координата.

Швидкість (12) має максимальне значення (Рис.2б)

$$v_{\max} = \frac{\Delta PR_1^2}{4\mu L} \left( 1 - \frac{\rho^2 - 1}{2\ln(\rho)} \left( 1 - \ln \frac{\rho^2 - 1}{\ln(\rho)} \right) \right) \quad \text{при } r^* = \sqrt{\frac{\rho^2 - 1}{2\ln(\rho)}}. \quad (13)$$

З (5), (9), (10) отримуємо вираз для об'ємної витрати тришарової течії

$$\begin{aligned} Q_{3-1} = & k(\mu_{31}R_1^4 - \mu_{32}R_2^4 + (1 - \mu_{31})R_{h1}^4 - (1 - \mu_{32})R_{h2}^4) + \\ & + (C_2(1 - 2\ln R_1) - 2C_1)R_1^2 - (C_4(1 - 2\ln R_2) - 2C_3)R_2^2 + \\ & + R_{h1}^2(2C_1 + 2(C_2 - C_6)\ln R_{h1} - C_2 - 2C_5 + C_6) - R_{h2}^2(2C_3 + 2(C_4 - C_6)\ln R_{h2} - C_4 - 2C_5 + C_6). \end{aligned} \quad (14)$$

У випадку однорідної нанорідини ( $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ ) з (14) отримуємо вираз

$$Q_s = k(R_1^4 - R_2^4) + (C_7(1 - 2\ln R_1) - 2C_8)R_1^2 - (C_7(1 - 2\ln R_2) - 2C_9)R_2^2 - 2R_2^2(C_9 - C_8), \quad (15)$$

де  $C_7 = \frac{k(A_1 - A_2)}{B_1 - B_2}$ ,  $C_8 = kA_1 - B_1C_7$ ,  $C_9 = kA_2 - B_2C_7$ , який співпадає з отриманим в [3].

При  $\alpha_{1,2}^\circ = \beta_{1,2}^\circ = 0$  з (15) маємо відомий аналітичний роз'язок для течії Пуазейля

$$Q_{n-s} = Q_P \left( \rho^4 - 1 - \frac{(\rho^2 - 1)^2}{\ln(\rho)} \right), \quad (16)$$

де  $Q_P = \frac{\delta P}{8\mu L} \pi R_1^4$  - формула Пуазейля для об'ємної витрати кластичної в'язкої рідини у трубці з круговим перерізом радіусу  $R_1$ , а індекси  $s, n-s$ ,  $3-1$  відносяться до течій з прослизанням (slip), непрослизанням (no slip) і тришаровому (3-layer).

Для напружень зсуву в тришаровій течії з (6), (9), (10) отримуємо

$$\tau_{3-1,1} = \mu_3 \left( 2kR_1 - \frac{C_6}{R_1} \ln(r) \right), \quad \tau_{3-1,2} = \mu_3 \left( 2kR_2 - \frac{C_6}{R_2} \ln(r) \right). \quad (17)$$

У випадку однорідної нанорідини ( $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ ) з (17) маємо вирази [3]

$$\tau_{s,1} = \mu \left( 2kR_1 - \frac{C}{R_1} \ln(r) \right), \quad \tau_{s,2} = \mu \left( 2kR_2 - \frac{C}{R_2} \ln(r) \right), \quad (18)$$

де  $C = k \frac{\mu(A - B) + R_1^2(1 - \rho^2)}{\mu(B_1 - B_2) + (\mu - 1)\ln \rho}$ , які раніше були отримані в [2] для часткового випадку

поверхонь з однаковими шорсткостями  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $\beta_1 = \beta_2 \neq 0$ .

При  $\alpha_{1,2}^\circ = \beta_{1,2}^\circ = 0$  з (18) маємо відомий аналітичний роз'язок для напружень зсуву

$$\tau(r^\circ) \equiv -\mu \frac{dv}{dr} = \frac{\tau_P}{2\rho} \left( \frac{\rho^2 - 1}{r^\circ \ln(\rho)} - 2r^\circ \right), \quad (19)$$

$$\tau_1 = \tau_P \left( \frac{\rho - \rho^{-1}}{2\ln(\rho)} - \rho^{-1} \right), \quad \tau_2 = \tau_P \left( \frac{1 - \rho^{-2}}{2\ln(\rho)} - 1 \right), \quad (20)$$

де  $\tau_P = \delta PR_2 / 2L$  - напруження на стінці трубки з радіусом  $R_2$  в класичній течії Пуазейля.

З (14)-(16) можна обчислити безрозмірні співвідношення для об'ємних витрат  $Q_{3-1} / Q_s$  і  $Q_s / Q_{n-s}$ , а з (17), (18), (20) - безрозмірні напруження тертя на стінках



$\tau_{3-1,1} / \tau_{s,1}$ ,  $\tau_{3-1,2} / \tau_{s,2}$ ,  $\tau_{s,1} / \tau_{n-s,1}$ ,  $\tau_{s,2} / \tau_{n-s,2}$ , які тут не наведені через громіздкість. Аналіз цих безрозмірних виразів показав, що при деяких комбінаціях параметрів моделі можна отримати прискорення руху як за рахунок наявності трьох шарів нанорідин ( $Q_{3-1} / Q_s > 1$ ), так і тангенціального переносу імпульсу під час дифузного розсіювання ( $Q_s / Q_{n-s} > 1$ ). При цьому відповідно зменшуються витрати енергії течії на в'язке тертя ( $|\tau_{3-1,1}| / |\tau_{s,1}| < 1$ ,  $|\tau_{3-1,2}| / |\tau_{s,2}| < 1$ ,  $|\tau_{s,1}| / |\tau_{n-s,1}| < 1$ ,  $|\tau_{s,2}| / |\tau_{n-s,2}| < 1$ ). Підстановка (14) і (15) в (7) дає вирази для гідравлічного опору тришарової течії  $Z_{3-1}$  і однорідної нанорідини  $Z_s$ , підстановка яких в (8) дає робочі формули для віскозиметру з урахуванням ( $\mu_{\text{eff},3-1} = k / 4Q_{3-1}$ ) і без урахування ( $\mu_{\text{eff},s} = k / 4Q_s$ ) ефекту Фареуса, тобто наявності пристінних шарів тієї ж рідини, але зі значно меншою концентрацією наночастинок.

#### 4 Чисельні розрахунки і обговорення результатів

Проведемо чисельні розрахунки впливу пристінних шарів на безрозмірні об'ємну витрату і напруження тертя на стінках при наступних значеннях параметрів моделі, які властиві деяким мікрореометрам і нанорідинам на основі води [1-3]:  $R_1 = 20$  нм,  $R_2 = 60$  нм,  $L = 500$  нм,  $\delta P = 1$ ,  $\mu_3 = 1$ ,  $\mu_2 = 0.8$ ,  $\mu_1 = 0.8$  сПз,  $h_1 = 0.2 * (R_2 - R_1)$  нм,  $h_2 = 0.2 * (R_2 - R_1)$  нм. Для набору значень  $\{\alpha_1^\circ, \beta_1^\circ, \alpha_2^\circ, \beta_2^\circ\}$  прийемо, відповідно до [2], діапазони  $\alpha_{1,2}^\circ \in [1, 1.5]$ ,  $\beta_{1,2}^\circ \in [-0.5, 1.5]$ . Результати розрахунків наведені на Рис.3,4. Безрозмірні залежності об'ємної витрати течії трьох шарів нанорідин відносно однорідної нанорідини від параметрів моделі показують, що при  $\mu_{31}, \mu_{32} > 1$  ця залежність зростає при різних значеннях  $\alpha_{1,2}^\circ, \beta_{1,2}^\circ$  (Рис.3а,б). Зі зростанням  $h_{1,2} / (R_2 - R_1)$  об'ємна витрата зростає. Цей ефект властивий і звичайним рідинам і пов'язаний з роллю пристінних шарів як мастильних [8]. При цьому чим нижче в'язкість і більше товщина шарів, тим менше тертя на стінках (Рис.4а,б) і вище об'ємна витрата. Більш складний вплив

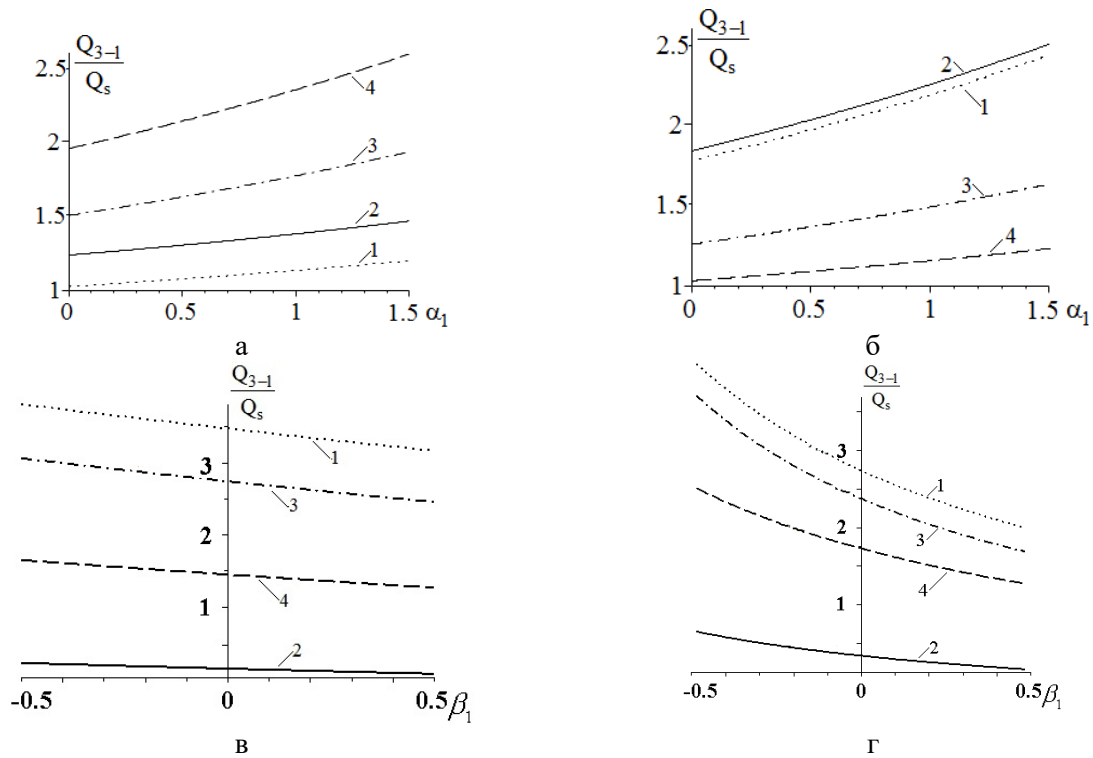


Рис.3 Залежності  $Q_{3-1}(\alpha_1) / Q_s(\alpha_1)$  (а,б) і  $Q_{3-1}(\beta_1) / Q_s(\beta_1)$  (в,г) при  $\alpha_2 = 1.3$ ,  $\beta_2 = 1.25$  (а,в) і  $\alpha_2 = 1.2$ ,  $\beta_2 = 0.1$  (б,г); криві 1-4 відповідають значенням  $\beta_1 = -0.5; 1.5; 0; 1.2$  (а,б) і  $\alpha_1 = 0.01; 0.5; 1; 1.5$  (в,г).

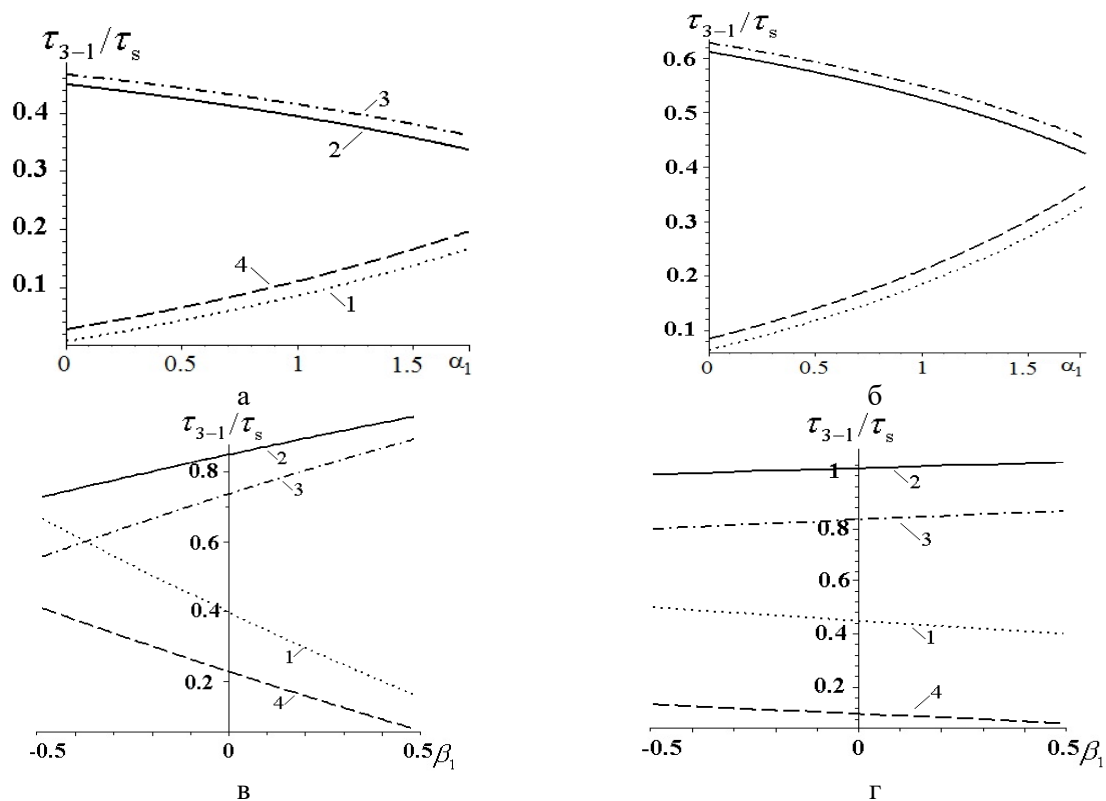


Рис.3 Залежності  $|\tau_{3-1}/\tau_s|(\alpha_1)$  (а,б) і  $|\tau_{3-1}/\tau_s|(\beta_1)$  (в,г) при  $\alpha_2 = 1.3, \beta_2 = 1.25$  (а,в) і  $\alpha_2 = 1.2, \beta_2 = 0.1$  (б,г); 1-4 відповідають тим же значенням, що на Рис.3.

оказують параметри шорсткості стінки (Рис.3в,г). Зі зростанням швидкості прослизання  $\alpha_{1,2}^\circ$  зменшується тертя (Рис.4) і зростає витрата (Рис.3), але максимальне збільшення витрати досягається при різних комбінаціях  $\alpha_{1,2}^\circ, \beta_{1,2}^\circ$  (Рис.3а і Рис.3б). Зміна кривизни профілю швидкості прослизання  $\beta_{1,2}^\circ$  приводить до лінійних або нелінійних змін витрати в залежності від знаку  $\beta_{1,2}^\circ$  і комбінацій величин параметрів  $\alpha_{1,2}^\circ, \beta_{1,2}^\circ$ . При  $\beta_{1,2}^\circ = 0$  отримаємо залежності для мікрорідин, таких як суспензії біологічних клітин [3,7].

Чисельні розрахунки залежностей  $Q_{3-1}$  і  $\tau_{3-1}$  показали незначну чутливість до інших параметрів моделі. Аналіз залежностей (7),(8) підтверджує зменшення гідравлічного опору і зростаючу залежність  $Q_{3-1}(R_2 - R_1)$ , що відповідає тиксотропній поведінці мікро- і нанорідин, що задовольняє даним [7].

## 5 Висновки

Було показано, що в течіях мікро- і нанорідин за рахунок дифузійного відбиття на шорстких стінках зменшується напруження тертя і підвищується об'ємна витрата рідини. Шляхом комп'ютерних симуляцій отримані набори параметрів моделі, які призводять до найбільш значних змін витрати. Отримані розв'язки системи рівнянь Нав'є-Стокса з умовами прослизання другого порядку на стінках, які можуть ефективно використовуватися для валідації чисельного коду наближеного розв'язання задачі в більш складній постановці, для тестування скінченноелементних моделей з ускладненою геометрією або іншим режимом течії, для попередньої оцінки характеру розв'язка. Отримані результати дозволяють уточнити робочі формули для капілярних віскозиметрів, в яких із вимірюваних залежностей об'ємна витрата – перепад тиску розраховується коефіцієнт в'язкості мікро/нанорідини з невідомими реологічними властивостями.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Gad-el-Hak M. MEMS Introduction and fundamentals. The MEMS Handbook, 2-nd ed., Taylor & Francis Group, LLC, 2006. 1720 p. <https://doi.org/10.1201/9780429103872>
2. Karniadakis G.E., Garimella S., Li D., Kolin S., King M.N. Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels. Elsevier, 2006. 450 p. <https://www.elsevier.com/books/heat-transfer-and-fluid-flow-in-minichannels-and-microchannels/kandlikar/978-0-08-044527-4>
3. Cherevko V., Kizilova N. Complex flows of immiscible microfluids and nanofluids with velocity slip boundary conditions. Nanophysics, Nanomaterials, Interface Studies, and Applications, Springer Proceedings in Physics, vol. 183, O. Fesenko, L. Yatsenko (eds.). 2017. P. 207–230. <https://www.springer.com/gp/book/9783319562445>
4. Ting K., Mozumder A.K., Das P.K. Effect of surface roughness on heat transfer and entropy generation of mixed convection in nanofluid. *Physics of Fluids*. 2019. Vol. 31, 093602. <https://doi.org/10.1063/1.5111104>
5. Qin Y., Zhao J., Liu Zh., et al. Study on effect of different surface roughness on nanofluid flow in nanochannel by using molecular dynamics simulation. *Journal of Molecular Liquids*. 2021, 14, 117148. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2021.117148>
6. Patil P.M., Doddagoudar S.H., Hiremath P.S. Impacts of surface roughness on mixed convection nanofluid flow with liquid hydrogen/nitrogen diffusion. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. 2019. Vol. 29(6), pp. 2146-2174. <https://doi.org/10.1108/HFF-11-2018-0703>
7. Батюк Л. В., Кізілова Н. М. Моделювання ламінарних течій суспензій еритроцитів крові як бінгамівських мікрорідин. *Вісник КНУ імені Т.Г.Шевченка. Серія «Фізико-математичні науки»*. 2017. Вип. 4. С.23-28. <https://bphm.knu.ua/index.php/bphm/issue/view/56>
8. Регирер С.А. Лекции по биологической механике. М.: Изд-во МГУ. 1980. 144с. [https://rusneb.ru/catalog/000199\\_000009\\_001049464/](https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_001049464/)

## REFERENCES

1. M. Gad-el-Hak, *MEMS Introduction and fundamentals. The MEMS Handbook*, 2-nd ed., Taylor & Francis Group, LLC, 2006, 1720 p. <https://doi.org/10.1201/9780429103872>
2. G.E. Karniadakis, S. Garimella, D. Li, S. Kolin, M.N. King, *Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels*. Elsevier, 2006, 450 p. <https://www.elsevier.com/books/heat-transfer-and-fluid-flow-in-minichannels-and-microchannels/kandlikar/978-0-08-044527-4>
3. V. Cherevko, N. Kizilova, “Complex flows of immiscible microfluids and nanofluids with velocity slip boundary conditions.” In: *Nanophysics, Nanomaterials, Interface Studies, and Applications, Springer Proceedings in Physics*, vol. 183, O. Fesenko, L. Yatsenko (eds.), 2017, P. 207–230. <https://www.springer.com/gp/book/9783319562445>
4. K. Ting, A.K. Mozumder, P.K. Das, “Effect of surface roughness on heat transfer and entropy generation of mixed convection in nanofluid”, *Physics of Fluids*, 2019, Vol. 31, 093602. <https://doi.org/10.1063/1.5111104>
5. Y. Qin, J. Zhao, Zh. Liu, et al., “Study on effect of different surface roughness on nanofluid flow in nanochannel by using molecular dynamics simulation”, *Journal of Molecular Liquids*. 2021, 14, 117148. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2021.117148>
6. P.M. Patil, S.H. Doddagoudar, P.S. Hiremath, “Impacts of surface roughness on mixed convection nanofluid flow with liquid hydrogen/nitrogen diffusion”, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2019, Vol. 29, No. 6, pp. 2146-2174. <https://doi.org/10.1108/HFF-11-2018-0703>
7. L. Batyuk, N. Kizilova, “Modeling of laminar flows of erythrocyte suspensions as Bingham fluids”, *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Series: Physics and Mathematics*, 2017, Vol.56(4), P. 23-28 [in Ukrainian]. <https://bphm.knu.ua/index.php/bphm/issue/view/56>
8. S.A. Regirer, ‘Lectures on biological mechanics’, Moscow State University Press, 1980, 144 p. [in Russian]. [https://rusneb.ru/catalog/000199\\_000009\\_001049464/](https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_001049464/)

УДК 05.13.05, 01.05.02

## Комп'ютерне моделювання випромінювання вільних осциляторів

Є.В. Поклонський, С.О. Тоткал

**Поклонський Євген Васильович** кандидат фіз.-мат. наук, доцент, кафедра штучного інтелекту та програмного забезпечення, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи 4, м. Харків, 61022, Україна  
e-mail: [evpoklonsky@karazin.ua](mailto:evpoklonsky@karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0001-5682-6694>

**Тоткал Станіслав Олексійович** студент, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи 4, м. Харків, 61022, Україна  
e-mail: [stanislavtotkal@gmail.com](mailto:stanislavtotkal@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0001-6112-8604>

У статті розглядається система комп'ютерного моделювання надвипромінювання системи вільних осциляторів, які описуються системою звичайних диференціальних рівнянь комплексних змінних. Система рівнянь розв'язується модифікованим для комплексних змінних методом Рунге-Кутда. Адекватність моделі збільшується при збільшенні кількості осциляторів, що приводить до збільшення кількості диференціальних рівнянь комплексних змінних, лінійного збільшення витрат пам'яті та кубічного збільшення витрат часу. Розроблена програма дозволила на порядки збільшити кількість осциляторів порівняно з попередніми моделюваннями. Розпаралелювання та векторизація обчислень дозволили одержати при цьому прийнятні параметри витрат часу. Модель описує в одновимірному наближенні генерацію електромагнітного поля осцилаторами, які знаходяться у відкритому резонаторі. У цьому випадку можливий розвиток так званої дисипативної нестійкості – дисипативного режиму генерації. Передбачається, що осцилатори при цьому між собою не взаємодіють, і на їх поведінку впливає тільки резонаторне поле. Якщо ж резонаторне поле відсутнє або невелике, можливий режим надвипромінювання, коли істотно випромінювання кожного осцилятора і поле в системі є сумою всіх власних полів осциляторів. У дисипативному режимі генерації нестійкості систему осциляторів синхронізує індуковане резонаторне поле. Синхронізація осциляторів у режимі надвипромінювання зобов'язана своїм існуванням інтегральному полю всієї системи осциляторів. В системі комп'ютерного моделювання передбачено завдання початкових умов задачі, параметрів системи рівнянь, часовий інтервал, крок за часом і т.д. Реалізована візуалізація одержаного розв'язку системи рівнянь.

**Ключові слова:** система комп'ютерного моделювання, система диференціальних рівнянь, метод Рунге-Кутда, паралельні обчислення, векторизація.

## Computer modeling of radiation of free oscillators

E. Poklonskiy, S. Totkal

**Poklonskiy Eugen** Associate Professor, PhD of Physical and Mathematical Sciences, The Department of Artificial Intelligence and Software, V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

**Totkal Stanislav** student, V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

The article discusses the computer simulation of superradiance of a system of free oscillators described by a system of ordinary differential equations of complex variables. The system of equations is solved by the Runge-Kudt method modified for complex variables. The model's adequacy increases with an increase in the number of oscillators, which leads to an increase in the number of differential equations of complex variables, a linear increase in memory consumption and a cubic increase in time consumption. The developed program makes it possible to increase the number of oscillators by orders of magnitude in contrast with previous simulations. Parallelization and vectorization of computations makes it possible to obtain acceptable time parameters for that. The model describes the generation of an electromagnetic field by oscillators located in an open resonator in a one-dimensional approximation. In this case, the development of the so-called dissipative instability, the dissipative generation regime, is possible. It is assumed that the oscillators do not interact with each other and only the resonator field affects their behavior. If the resonator field is absent or small, the superradiance regime, when the essential radiation of each oscillator and the field in the system is the sum of all the eigenfields of the oscillators, is possible. In the dissipative regime of instability generation, the system of oscillators synchronizes the induced resonator field. Synchronization of oscillators in the superradiance mode is possible due to the integral field of the entire system of oscillators. The computer modeling system provides for the tasks of the initial conditions of the problem, the parameters of the system of equations, the time interval, step by time, etc. Visualization of the obtained solution of the system of equations has been implemented.

**Keywords:** computer modeling system, system of differential equations, Runge-Kudt method, parallel computing, vectorization.

## Компьютерное моделирование излучения свободных осцилляторов

Е.В. Поклонский, С.А. Тоткал

**Поклонский  
Евгений  
Васильевич  
Тоткал Станислав  
Алексеевич**

*кандидат физ.-мат. наук, доцент, кафедра искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы 4, Харьков, 61022, Украина*  
*студент, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы 4, Харьков, 61022, Украина*

В статье рассматривается система компьютерного моделирования сверхизлучения системы свободных осцилляторов, описываемых системой обычных дифференциальных уравнений комплексных переменных. Система уравнений решается модифицированным для комплексных переменных методом Рунге-Кутты. Адекватность модели увеличивается при увеличении количества осцилляторов, что приводит к увеличению количества дифференциальных уравнений комплексных переменных, линейного увеличения расхода памяти и кубического увеличения затрат времени. Разработанная программа позволила на порядки увеличить количество осцилляторов по сравнению с предыдущими моделированиями. Распараллеливание и векторизация вычислений позволили получить для этого приемлемые параметры затрат времени. Модель описывает в одномерном приближении генерацию электромагнитного поля осцилляторами, находящимися в открытом резонаторе. В этом случае возможно развитие так называемой диссипативной неустойчивости - диссипативного режима генерации. Предполагается, что осцилляторы при этом между собой не взаимодействуют и на их поведение влияет только резонаторное поле. Если резонаторное поле отсутствует или небольшое, возможен режим сверхизлучения, когда существенное излучение каждого осциллятора и поле в системе является суммой всех собственных полей осцилляторов. В диссипативном режиме генерации неустойчивости система осцилляторов синхронизирует индуцированное резонаторное поле. Синхронизация осцилляторов в режиме сверхизлучения обязана своим существованием интегральному полю всей системы осцилляторов. В системе компьютерного моделирования предусмотрены задачи начальных условий задачи, параметров системы уравнений, временной интервал, шаг за временем и т.д. Реализована визуализация полученного решения системы уравнений.

**Ключевые слова:** *система компьютерного моделирования, система дифференциальных уравнений, метод Рунге-Кутты, параллельные вычисления, векторизация.*

### 1 Вступ

Інтерес до динаміки дисипативних нестійкостей, тобто процесів генерації або посилення коливань в умовах значного поглинання (або виведення за рахунок випромінювання з активної зони) їхньої енергії був зумовлений практичною необхідністю. В електроніці на особливість цих процесів було звернено увагу на роботах [1-3].

У таких відкритих системах при ослабленні відбивання хвиль від меж системи можуть реалізуватися дисипативні режими генерації та режими надвипромінювання [4-8] фізичні механізми яких обговорювалися в роботах [9,10].

Відомо, що за рахунок відбивання формується резонаторне або хвилеводне поле, інтенсивність якого досить велика у разі малих втрат енергії. Це призводить до взаємодії осциляторів безпосередньо з цим полем. При цьому вплив осциляторів один на одного можна знехтувати. Тобто поле резонатора або хвилеводу змушує частину осциляторів випромінювати та поглинати кванти синхронно з ним, забезпечуючи значну когерентність.

Особливість режиму надвипромінювання в тому, що в системі осциляторів може не бути резонаторне або хвилеводне поле. Як правило, режими надвипромінювання реалізуються у відкритих системах зі слабким відбиванням (або його відсутністю) коливань, що збуджуються від торців системи (резонатора або хвилеводу). Тоді основним фізичним явищем стає безпосередня взаємодія осциляторів.

Моделювання особливостей дисипативних нестійкостей систем збуджених класичних осциляторів та умови реалізації режимів надвипромінювання розглянуто в роботі [11].

При моделюванні систем збуджених класичних осциляторів критично важлива кількість осциляторів. На відміну від роботи [11], в даній роботі розглядається моделювання з на порядок більшою кількістю осциляторів. Також врахована можлива рухливість осциляторів, та її вплив на процес.

### 2 Система рівнянь, що описує рух та випромінювання класичних осциляторів

Випромінювання та рух системи класичних осциляторів в безрозмірному вигляді в одновимірному наближенні описується системою  $3n$  ( $n$  – кількість осциляторів) звичайних диференціальних рівнянь першого порядку (1-3). Осцилятори розташовані і повільно рухаються

вздовж осі Z, їх коливання відбуваються вздовж осі X, електричне поле направлене по осі X і біжить вздовж осі Z.

$$\frac{dA_j}{d\tau} = \frac{i\alpha}{2} \cdot |A_j|^2 A_j - \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N A_s \cdot e^{i2\pi|Z_j - Z_s|} = \frac{i\alpha}{2} \cdot |A_j|^2 A_j - \frac{1}{2} E(Z_j, \tau) - E_0 e^{i2\pi Z}, \quad (1)$$

$$\frac{dV_j}{d\tau} = - \left( \frac{m}{m_1} \right) \cdot \frac{4\alpha}{3} \cdot \operatorname{Re} \left( A_j^* \cdot \frac{1}{N} \sum_s A_s \cdot e^{i2\pi|Z_j - Z_s|} \cdot \operatorname{sign}(Z_j - Z_s) \right) \quad (2)$$

$$\frac{dZ_j}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} V_j \quad (3)$$

Тут  $E_0$  – амплітуда зовнішнього поля,  $E(Z, \tau) = \frac{2}{N} \sum_{s=1}^N A_s \cdot e^{i2\pi|Z - Z_s|}$  – комплексна амплітуда

поля осциляторів,  $Z_j$ ,  $V_j$ ,  $A_j$  – координати, швидкості та комплексні амплітуди коливань осциляторів, параметр  $\alpha$  – визначає залежність релятивістської маси зарядженої частинки (електрона) від швидкості, параметр  $m/m_1 = \beta$  – відношення маси зарядженої частинки до маси молекули. Координати, швидкості та комплексні амплітуди коливань осциляторів повільно міняються (порівняно з частотою коливань осциляторів).

### 3 Опис алгоритмів

Для вирішення системи рівнянь та перерахунку амплітуд, швидкостей та координат осциляторів використовується метод Рунге-Кутти четвертого порядку. Використання п'ятого та більших порядків призводить до дозволяє побачити різницю в результатах та покращення точності, але вони є незначними, в той самий час як використання цих методів для моделювання призводить до додаткового споживання оперативної пам'яті, суттєвого збільшення кількості обчислень та, відповідно, часу виконання програми.

Виконання 1000 кроків по часу для 1000 осциляторів за допомогою методу четвертого порядку займає 93.57812 секунд, п'ятого - 140.9375 секунд.

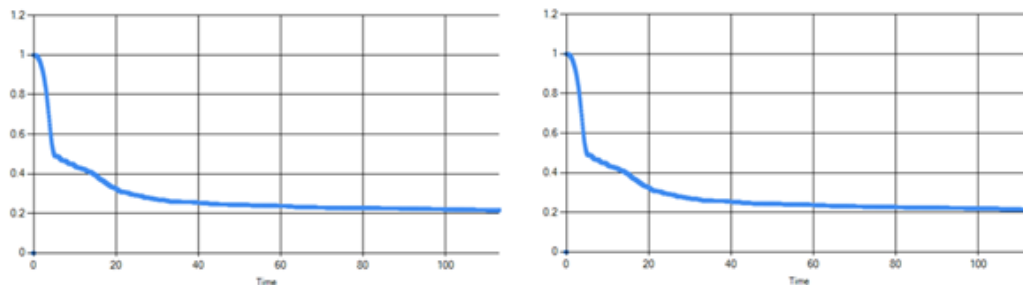


Рис.1 Середній квадрат модулів амплітуд 1000 осциляторів, зліва метод четвертого порядку, справа п'ятого

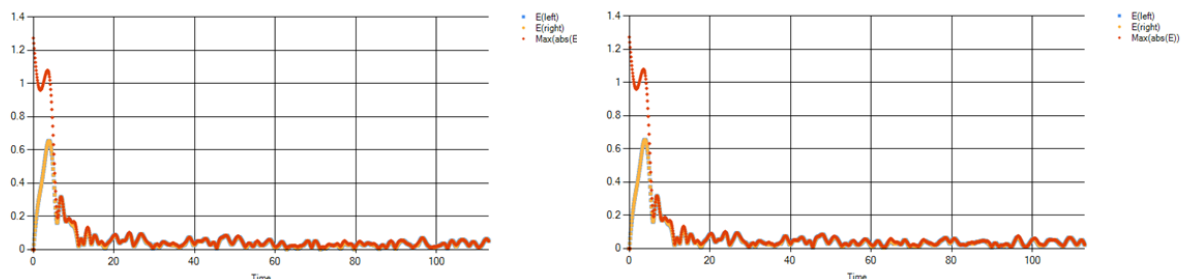


Рис.2 Значення полів для 1000 осциляторів, зліва метод четвертого порядку, справа п'ятого

Значення амплітуд, швидкостей та координат співпадають приблизно до п'ятого знака. Враховуючи збільшення часу виконання, вирішено зупинитися на четвертому порядку. Різниця стає суттєвою на кроках, які значно перевищують необхідний час моделювання.

Крім цього, необхідно підібрати оптимальний крок по часу з точки зору балансу кількості обчислень та точності. Було проведено декілька експериментів з різними кроками по часу та

порівнювались отримані результати. Необхідний кінцевий час знаходиться в межах часу  $\tau = 30$  або  $\tau = 40$ .

Проведені експерименти з кроками 1.0, 0.5, 0.1, 0.05, 0.01 та порівняні середні значення модулів амплітуд у другому ступені, значенні амплітуд на кінцевих кроках. Кінцеві амплітуди для кроків в 1.0 та 0.5 відрізняються від кроків в 0.1, 0.05, 0.01 на соті долі, в той самий час як різниця амплітуд в 0.1 та амплітуд в 0.05, 0.01 відрізняються приблизно на  $2, 3 \cdot 10^{-4}$ .

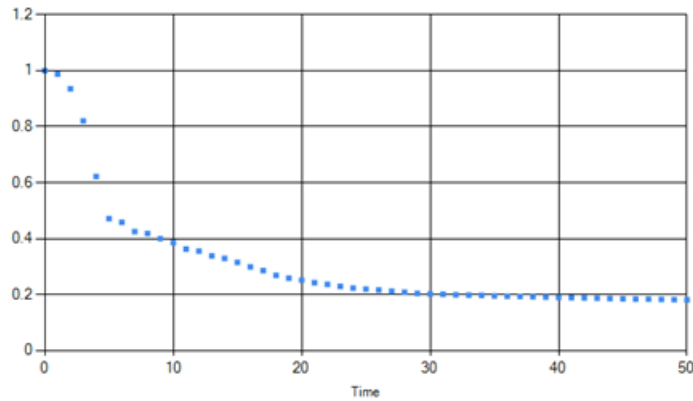


Рис.3 Середні квадрати модулів амплітуд з кроком 1.0

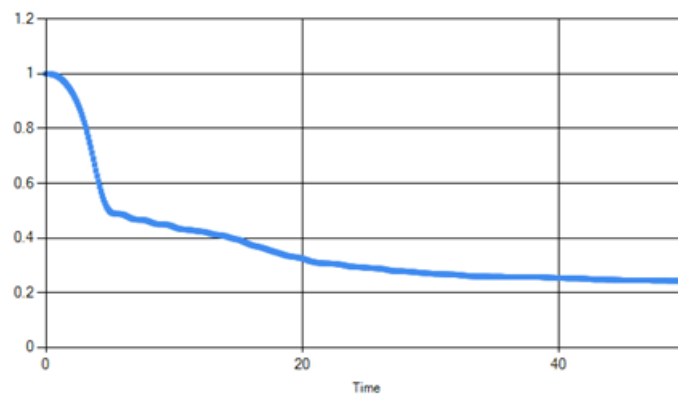


Рис.4 Середні квадрати модулів амплітуд з кроком 0.1

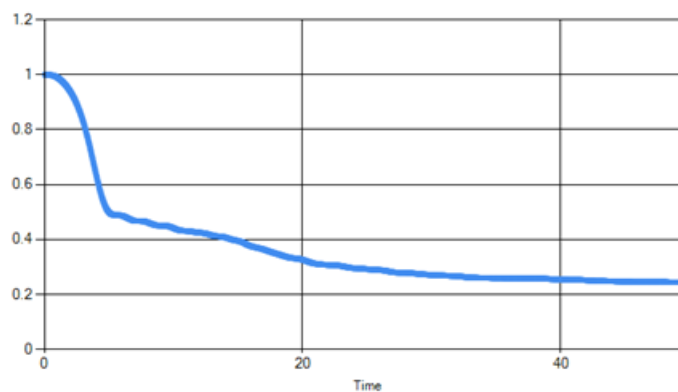


Рис.5 Середні квадрати модулів амплітуд з кроком 0.001.

Як видно на рисунках 3, 4, 5, результати моделювання з кроком 1.0 суттєво відрізняються від результатів з кроком 0.1, 0.01, які є досить подібними. Крок 0.1 є найбільшим з можливих кроків по часу, що не призводить до суттєвого спотворення результатів.

Якщо поглянемо на рівняння 1 та 2, то побачимо, що розрахування похідних амплітуд, швидкостей та координат за один крок по часу для усіх осциляторів, через наявність сум являє собою подвійний цикл, що дає складність  $N^2$ . Для Рунге-Кутта 4-го порядку це перетворюється у

$4N^2$  операцій. Задля пришвидшення виконання програми вирішено застосувати методи паралельних обчислень. Для виконання програми використовуються декілька процесорів, кожен з яких отримує при розрахуванні похідної копії масивів амплітуд, швидкостей та координат, після чого вираховує похідну для своєї частини осциляторів.

#### 4 Опис системи комп'ютерного моделювання

Моделювання руху осциляторів виконується на мові Fortran2008, компілятор – ifort, середовище розробки – Visual Studio 2019. Мова Fortran обрана через швидкість рохрахунків. У якості альтернативи розглядався c++, проте він не має, на відміну від Fortran, вбудованих комплексних чисел та операцій з ними.

Для пришвидшення використані паралельні обчислення за допомогою бібліотеки MPI[12, 13], це дозволяє використовувати процесорну багатозадачність та суттєво скоротити час виконання програми, що дозволяє використовувати значно більшу кількість осциляторів під час моделювання. Враховуючи складність  $4*N^2$ , застосування чотирьох процесорів дозволяє досягти складності  $4*(N/4)*N$ , тобто скоротити час виконання у приблизно, якщо врахувати час, що відводиться на обміни даними, чотири рази.

Для обробки результатів, візуалізації процесів та побудови графіків використана мова C#, середовище розробки – Visual Studio 2019, framework .net. Вибір обумовлений швидкістю розробки та зручністю і простотою налаштування.

Параметри експериментів записуються у файли, що вказуються при початку виконання програми. Одним із параметрів є частота «знімків» - кількість кроків через які зберігаються масиви амплітуд, швидкостей та координат. Крім цього, в якості параметрів є кроки по часу, кількість кроків по часу, константи амплітуди зовнішнього поля, залежності релятивістської маси електрона від швидкості, відношення маси зарядженої частинки до маси молекули. Кожен крок у окремий файл зберігаються такі показники як середній квадрат модуля амплітуди осцилятора, значення полів у лівій точці, правій та максимальній модуль полів на осі координат.

Саме ці файли обробляє програма відповідальна за відображення результатів.

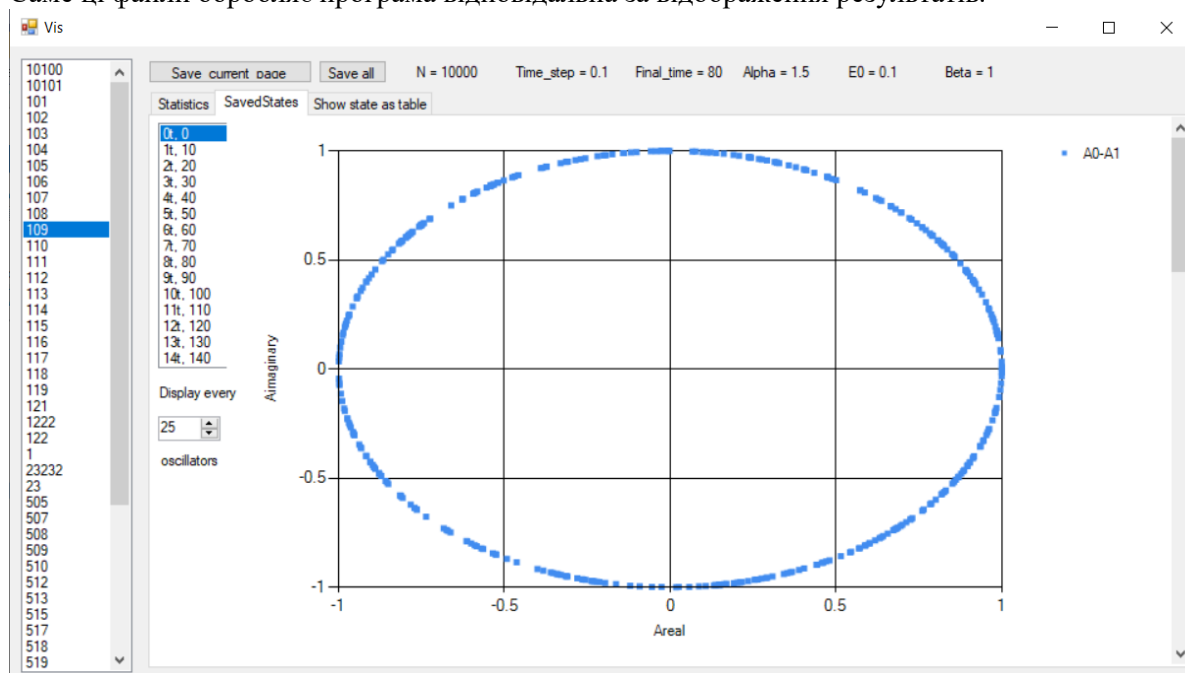


Рис.6 Інтерфейс програми обробки результатів

Планується об'єднання програми моделювання та програми перегляду результатів.

#### 5 Результати обчислень

Отримана програмна система застосована для моделювання осциляторів з різними параметрами. Важливо зазначити, що початкові амплітуди розраховуються за допомогою генератора випадкових чисел. Так як використовується генератор з однаковим сідом, то і всі початкові амплітуди у різних обчисленнях є рівними. Було взято 20 тис. осциляторів з кроком



0.1, з часом  $\tau$  від 0 до 30 або 40. Зокрема, чотири обчислення, де параметр  $\alpha$  приймає значення 0.0, 0.5, 1.0, 1.5.

Табл.1 Результати чотирьох обчислень з однаковими параметрами та початковими станами, але різними  $\alpha$ .

$\alpha$	Середній квадрат модуля амплітуди	Поведінка значень полів у лівому краї, правому, максимальне за модулем
0.0	Залишається на рівні 1.0, з падінням приблизно на 0.02	Дуже низькі значення полів, приблизно на рівні меншому ніж 0.005
0.5	До $\tau = 20$ залишається на рівні 1.0, після падає до 0.8 на $\tau=40$	Пік усіх трьох значень у районі $\tau = 25$ , після повільне затухання
1.0	До $\tau = 14$ на рівні 1.0, після стрімке падіння, приблизно на $\tau = 28$ зупиняється на рівні 0.8 з незначними змінами подалі	Пік у районі $\tau = 16$ , $\tau = 18$ після стрімке затухання
1.5	До $\tau = 10$ 1.0, після поступове зменшення до 0.84	Пік в районі $\tau = 12$ , $\tau = 14$ , після стрімке затухання

При  $\alpha=0.0$  швидкості не змінюються, відповідно не змінюються координати, так як початкові швидкості є нульовими.

Також інтерес представляє вплив зовнішнього поля на поведінку системи.

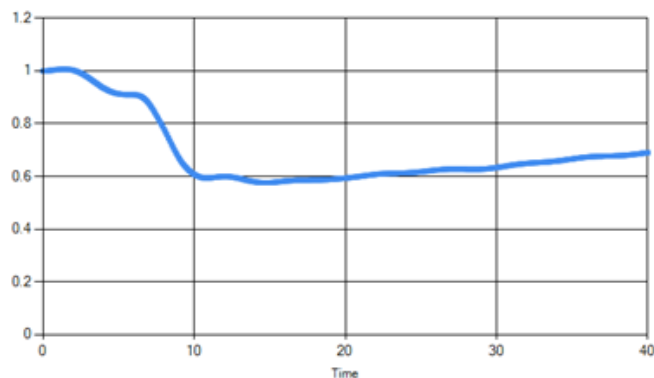


Рис.7 Середні квадрати модулів амплітуд осциляторів з амплітудою зовнішнього поля  $E_0 = 0.1$

Як ми бачимо, через якийсь час амплітуди починають поступово збільшуватися. Збільшення відбувається і у випадку, коли швидкості та координати є сталими і середній квадрат модуля амплітуд сягає значення 1.2.

Зменшення відношення маси зарядженої частинки до маси молекули призводить до зменшення амплітуд. Порівняємо результати, отримані при різних параметрах відношення маси зарядженої частинки до маси молекули.

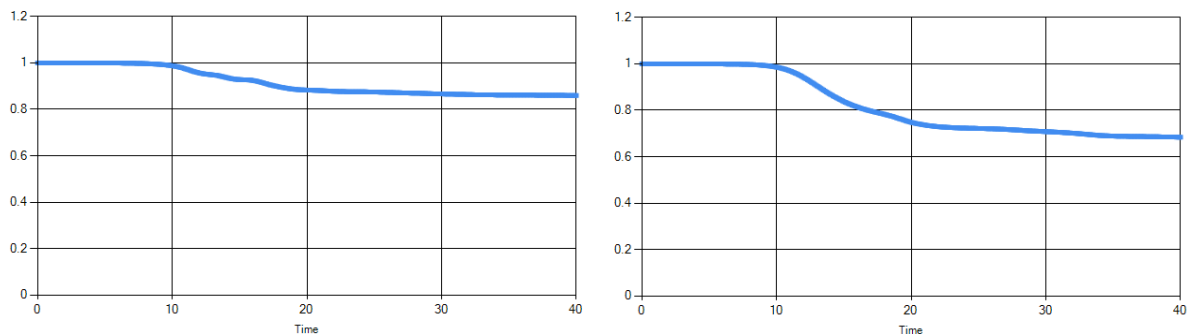


Рис.8 Середні амплітуди при  $\alpha = 1.5$ , зліва  $\beta = 1.0$ , справа  $\beta = 0.1$

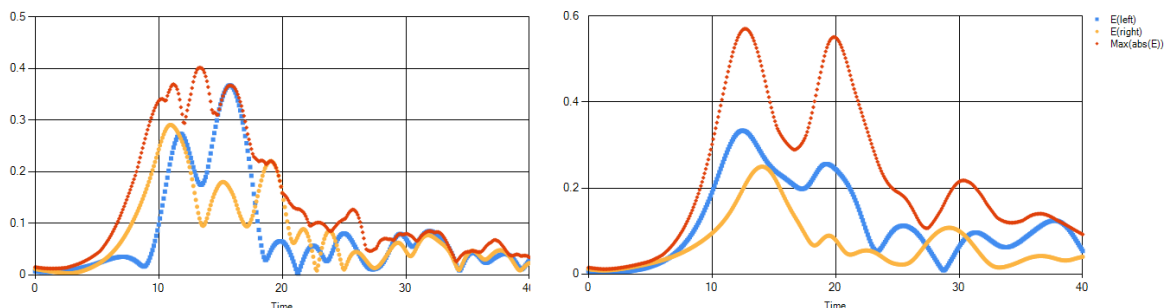


Рис.9 Значення полів при  $\alpha = 1.5$ , зліва  $\beta = 1.0$ , справа  $\beta = 0.1$

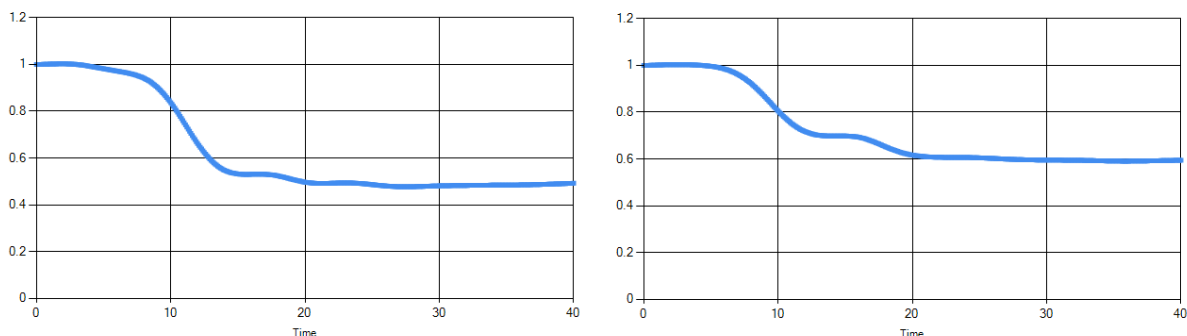


Рис.10 Середні амплітуди при  $\alpha = 1.0$ ,  $E_0 = 0.05$ , зліва  $\beta = 1.0$ , справа  $\beta = 0.001$

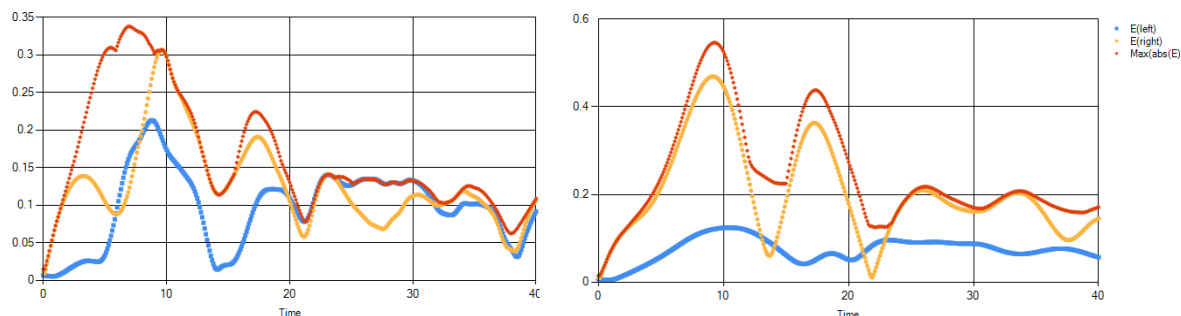


Рис.11 Значення полів при  $\alpha = 1.0$ ,  $E_0 = 0.05$ , зліва  $\beta = 1.0$ , справа  $\beta = 0.001$

Також є інтерес поглянути на положення осциляторів у певних станах, зокрема у моменти, коли досягається пік значення полів.

Розглянемо амплітуди та відношення швидкостей до координат у деяких станах при  $\alpha = 1.5$ , відсутності зовнішнього поля та  $\beta = 0.1$ .

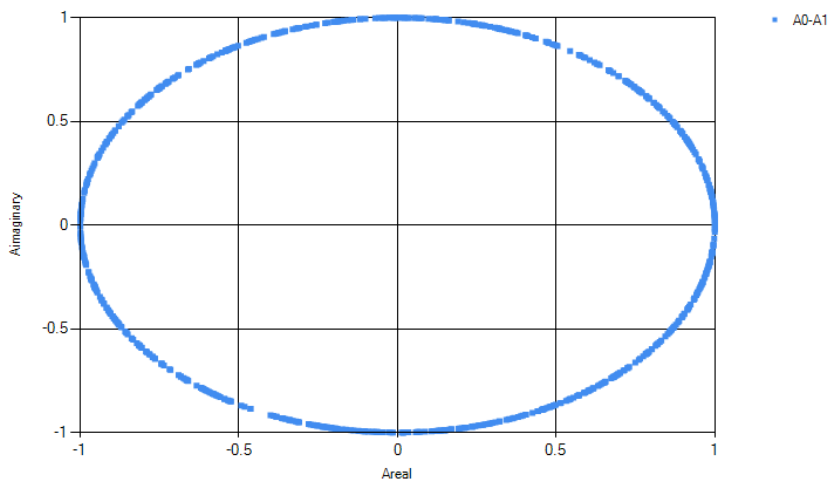


Рис.12 Амплітуди на початковому стані, ось  $x$  – реальна частина амплітуди, ось  $y$  – комплексна

Швидкості на початковому стані нульові, осцилятори рівномірно розподілені на осі координат.

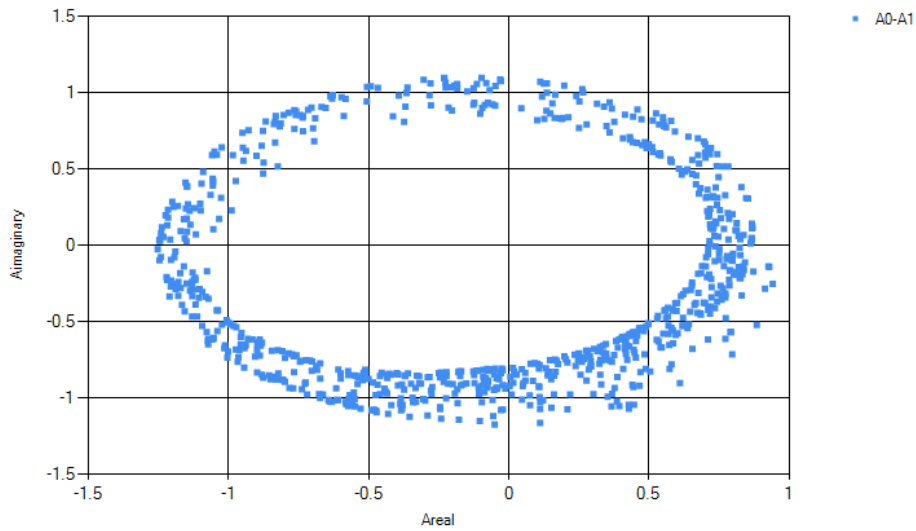


Рис.13 Амплітуди на кроці 100, час  $\tau = 10$

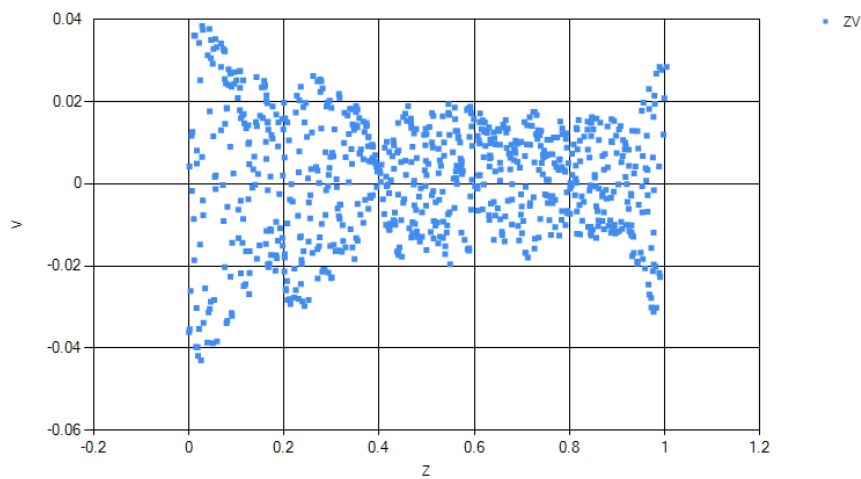


Рис.14 Відношення швидкостей до координат на кроці 100, час  $\tau = 10$

Осцилятори поступово починають відхилятися від початкових положень та кола, яке вони формували в самому початку.

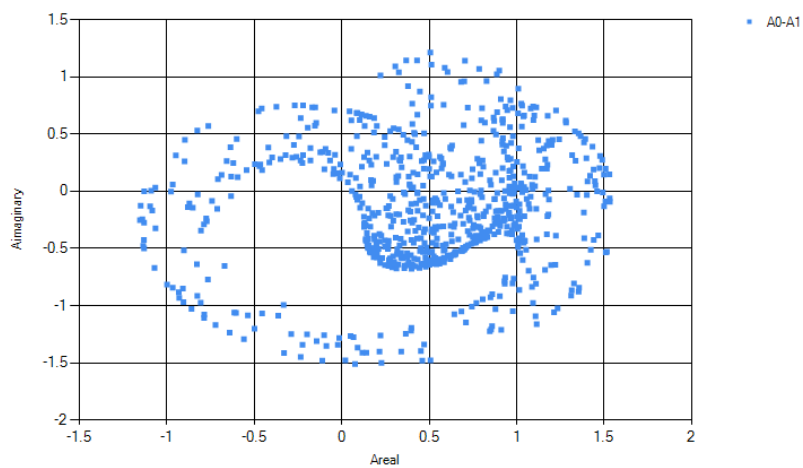


Рис.15 Амплітуди на кроці 130, час  $\tau = 13$

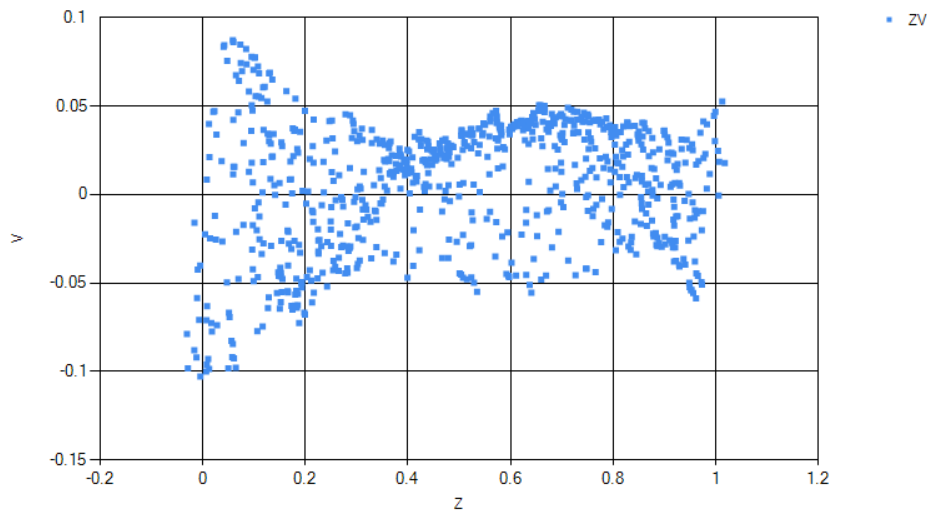


Рис.16 Відношення швидкостей до координат на кроці 130, час  $\tau = 13$

Така зміна амплітуд стається приблизно у момент найвищих значень полів(рис.9).

## 6 Висновки

Розроблено програму на мові Fortran для моделювання описаних процесів, задля пришвидшення зроблено модифікацію програми з використанням методів паралельного обчислення, проведено її тестування.

Зроблено порівняння методів Рунге-Кутти четвертого та п'ятого порядків для вирішення задачі моделювання, з огляду на обрані критерії обраний четвертий порядок. Зроблено порівняння результатів, що отримуються при різних кроках методу Рунге-Кутти, обраний крок 0.1, що є найбільш можливим кроком при якому не відбувається спотворення точності.

Отримані результати моделювання для 20 тис. осциляторів при різних параметрах системи та їх комбінацій.

Створено інструмент для подальшого моделювання, розроблено програму для відображення результатів. На основі результатів планується створення програми для моделювання випромінювання та інтеграція усіх трьох програм у одному програмному комплексі.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Briggs R.J. Electron-stream interaction with plasmas. Cambridge MIT Press. – 1964.
2. Кадомцев Б.Б., Михайловский А.Б., Тимофеев А.В. Волны отрицательной энергии в диспергирующих средах. ЖЭТФ. т.47. В.6. с.2266-2268. 1964.
3. Абрамович В.У., Шевченко В. И. К нелинейной теории диссипативной неустойчивости релятивистского пучка в плазме. ЖЭТФ. т.62. в.4. 1972. с. 1386-1391.
4. Сверхизлучение электронов в магнитном поле и нерелятивистский гиротрон / А. Г. Загородний, П. И. Фомин, А. П. Фомина // Доп. НАН України. 2004, № 4, – с. 75– 80.
5. Меньшиков Л. И. Сверхизлучение и связанные явления // УФН, 1999, т. 169, № 2, – с. 113 – 154.
6. Габитов И. П., Захаров В. Е., Михайлов А. В. Нелинейная теория суперфлюоресценции // ЖЭТФ, 1984, т. 86, – с. 1204–1216.
7. Андреев А. В., Емельянов В. И., Ильинский Ю. А. Коллективное спонтанное излучение (Излучение Дике) // УФН, 1980, том. 131, в. 4, – с. 655–694.
8. Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. Волны поляризации и сверхизлучение в активных средах / УФН, 1989, т. 159, №2, – с. 193–260.
9. Dicke R. H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes // Physical Review. 1954. Vol. 93. № 1. – P. 99–110.
10. Андронов А. А. К вопросу о затухании и нарастании плазменных волн // Изв. ВУЗов Радиофизика. 1961, т.4, №5, – с. 861– 866.

11. Kuklin, V.M., Poklonskiy, E.V. Dissipative instabilities and superradiation regimes (Classic models) // *Problems of Atomic Science and Technology*, 2021, 134(4), стр. 138–143
12. Open MPI Documentation URL: <https://www.open-mpi.org/doc/> (Last accessed: 09.11.2021)
13. MPI Documents URL: <https://www.mpi-forum.org/docs/> (Last accessed: 09.11.2021)

#### REFERENCES

1. Briggs R.J. *Electron-stream interaction with plasmas*. Cambridge MIT Press. – 1964.
2. Kadomtsev B.B, Mikhailovsky A.B, Timofeev A.V. Waves of negative energy in dispersive media. *JETP*. v.47. i.6. p.2266-2268. 1964. (in Russian).
3. Abramovich V.U, Shevchenko V.I The nonlinear theory of a dissipative instability of a relativistic beam in a plasma. *JETP*. v.62. i.4. 1972. p. 1386-1391. (in Russian).
4. Superradiance of electrons in a magnetic field and a nonrelativistic gyrotron / A.G Zagorodniy, P.I Fomin, A.P Fomina // *Dop. NAS of Ukraine* 2004, № 4, – с. 75– 80. (in Russian).
5. Menshikov L. I. Superradiance and related phenomena // *Physics-Uspekhi*, 1999, v. 169, № 2, – p. 113 – 154. (in Russian).
6. Gabitov I. P., Zakharov V. E., Mikhailov A. V. Nonlinear theory of superfluorescence // *JETP*, 1984, v. 86, – p. 1204–1216. (in Russian).
7. Andreev A. V., Emelyanov V. I., Ilinskiy Y. A. Collective spontaneous emission (Dicke radiation)// *Physics-Uspekhi*, 1980, v. 131, i. 4, – p. 655–694. (in Russian).
8. Zheleznyakov V.V, Kocharovsky V.V, Kocharovsky V.I. B. Polarization waves and superradiance in active media / *Physics-Uspekhi*, 1989, v. 159, №2, – p. 193–260. (in Russian).
9. Dicke R. H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes // *Physical Review*. 1954. Vol. 93. № 1. – P. 99–110.
10. A.A. Andronov. On the issue of attenuation and growth of plasma waves // *Izv. Universities. Radio-physics*. 1961, v. 4, № 5, p. 861-866 (in Russian).
11. Kuklin, V.M., Poklonskiy, E.V. Dissipative instabilities and superradiation regimes (Classic models) // *Problems of Atomic Science and Technology*, 2021, 134(4), стр. 138–143
12. Open MPI Documentation URL: <https://www.open-mpi.org/doc/> (Last accessed: 09.11.2021)
13. MPI Documents URL: <https://www.mpi-forum.org/docs/> (Last accessed: 09.11.2021)

УДК 539.3

## Оцінка сили сейсмічних навантажень на резервуари для збереження отруйних та легкозаймистих рідин

О.М. Серікова, О.О. Стрельнікова, Д.В. Крютченко

**Серікова  
Олена Миколаївна** к.т.н.старший викладач кафедри прикладної механіки та технологій захисту навколишнього середовища  
Національний університет цивільного захисту України,  
вул. Чернишевська, 94, м. Харків, 61023, Україна  
ORCID: 0000-0003-0354-9720

**Стрельнікова  
Олена Олександрівна** д.т.н., доктор технічних наук, професор; провідний науковий співробітник зі спеціальності механіка деформівного твердого тіла; Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України вул. Пожарського, 2/10, м. Харків, 61046;  
ORCID: 0000-0003-0707-7214.

**Крютченко  
Денис Володимирович** аспірант, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України вул. Пожарського, 2/10, м. Харків, 61046;  
ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Щороку в світі відбувається близько 1 млн. землетрусів різної інтенсивності. Подальше збільшення кількості техногенних об'єктів та необхідність створення екологічно безпечних умов їх експлуатації зумовлює вдосконалення наукового обґрунтування параметрів сейсмічної безпеки територій розташування техногенних об'єктів, що можуть негативно впливати на стан навколишнього середовища. Тому вивчення сейсмічних навантажень на важливі техногенні об'єкти досі залишається актуальною проблемою як в глобальному, так і регіональному масштабі. Метою роботи є попередження надзвичайних ситуацій та негативного впливу на довкілля при пошкодженні, руйнуванні та порушенні герметичності резервуарів для збереження отруйних та легкозаймистих рідин внаслідок дії сейсмічних навантажень різної сили. В роботі проведено моделювання пікових амплітуд сейсмічного прискорення при землетрусі від 1 до 9 балів при відстані до епіцентру від 10 до 1000 м, досліджено домінуючі частоти збудження при землетрусі від 1 до 9 балів при відстані до епіцентру від 10 до 1000 м, досліджено середню тривалість впливу під час землетрусу з магнітудою від 1 до 9 балів при відстані до епіцентру від 10 до 1000 м, вирішено задачу про коливання рідини в довільній оболонці обертання. Результати досліджень дозволять зробити підбір параметрів резервуарів від впливу резонансних частот, попередити їх руйнування та продовжити строк експлуатації, що дозволить мінімізувати екологічно небезпечний вплив на довкілля та попередити виникнення надзвичайних ситуацій. Для підвищення рівня екологічної безпеки територій, прилеглих до резервуарів, запропоновано управління впливами природних та техногенних факторів на резервуари виконувати враховуючи прогнозні моделі сейсмічних змін та коливань рідин в резервуарах за допомогою алгоритму дій у ході проведення моніторингу за сейсмічними навантаженнями на резервуари для збереження отруйних та легкозаймистих рідин.

**Ключові слова:** землетрус, сейсмічні навантаження, магнітуда землетрусів, надзвичайна ситуація, екологічна безпека, техногенний об'єкт, резервуари.

## Seismic loads estimation on the storage tanks for toxic and flammable liquids

**Sierikova Olena M.** PhD, senior lecturer\_National University of Civil Defence of Ukraine, Chernyshevska str., 94, Kharkiv, Ukraine 61023. ORCID: 0000-0003-0354-9720.

**Strelnikova Olena O.** Doctor of Technical Sciences, professor, leading researcher, A.M. Pidhorny Institute for Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine, vul. Pozharskoho, 2/10, Kharkiv, Ukraine 61046. ORCID: 0000-0003-0707-7214.

**Kryutchenko Denys V.** PhD student, A.M. Pidhorny Institute for Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine, vul. Pozharskoho, 2/10, Kharkiv, Ukraine 61046. ORCID: 0000-0002-6804-6991.

There are about 1 million earthquakes of varying intensity in the world every year. Furthermore, increase in the number of technogenic objects and the necessity to create environmentally safety conditions for their operation leads to improved scientific substantiation of seismic hazard parameters of technogenic objects that could adversely affect the environment. Therefore, the research of seismic loads on the important technogenic objects remains the urgent issue both globally and regionally. The aim of the paper is to assist in preventing emergencies and negative impact on the environment in case of damage, destruction and leakage of storage tanks for toxic and flammable liquids caused by seismic loads of different strength. The peak amplitudes of seismic acceleration simulation during an earthquake from 1 to 9 points at the distance to the epicenter from 10 to 1000 m, the dominant excitation frequencies at the earthquake from 1 to 9 points at the distance to the epicenter from 10 to 1000 m, the earthquake average duration with the magnitude of 1 to 9 points at the distance to the epicenter from 10 to 1000 m have been treated in the article. The problem of fluid oscillations in the arbitrary shell of rotation has been solved. The results of the research allow selecting the storage tanks parameters according to the influence of resonant frequencies in order to prevent their destruction, extend service life, minimize the ecologically hazardous impact on the environment and prevent emergencies. To increase the ecological safety level of the adjacent territories, it has been proposed to control the effects of natural and technogenic factors on the storage tanks taking into account the forecast models of seismic changes and fluctuations in storage tanks by using the algorithm for monitoring seismic loads on storage tanks.

**Keywords:** *earthquake, seismic loads, magnitude of earthquakes, emergency situation, ecological safety, technogenic object, storage tanks.*

## Оценка силы сейсмических нагрузок на резервуары для хранения ядовитых и легковоспламеняющихся жидкостей

- Серикова Елена Николаевна** кандидат технических наук, старший преподаватель, Национальный университет гражданской защиты Украины, ул. Чернышевская, 94, Харьков, Украина 61023. ORCID: 0000-0003-0354-9720.
- Стрельникова Елена Александровна** доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, ул. Пожарского, 2/10, Харьков, Украина, 61046. ORCID: 0000-0003-0707-7214.
- Крютченко Денис Владимирович** аспирант, Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, ул. Пожарского, 2/10, Харьков, Украина, 61046. ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Ежегодно в мире происходит около 1 млн. землетрясений различной интенсивности. Дальнейшее увеличение количества техногенных объектов и необходимость создания экологически безопасных условий их эксплуатации обуславливает совершенствование научного обоснования параметров сейсмической опасности территорий расположения техногенных объектов, которые могут негативно влиять на состояние окружающей среды. Поэтому изучение сейсмических нагрузок на важные техногенные объекты до сих пор остается актуальной проблемой как в глобальном, так и региональном масштабе. Целью работы является предупреждение чрезвычайных ситуаций и негативного воздействия на окружающую среду при повреждении, разрушении и нарушении герметичности резервуаров для хранения ядовитых и легковоспламеняющихся жидкостей вследствие действия сейсмических нагрузок различной силы. В работе проведено моделирование пиковых амплитуд сейсмического ускорения при землетрясении от 1 до 9 баллов при расстоянии до эпицентра от 10 до 1000 м, исследованы доминантные частоты возбуждения при землетрясении от 1 до 9 баллов при расстоянии до эпицентра от 10 до 1000 м, исследована средняя продолжительность воздействия во время землетрясения с магнитудой от 1 до 9 баллов при расстоянии до эпицентра от 10 до 1000 м, решена задача о колебаниях жидкости в произвольной оболочке вращения. Результаты исследований позволят сделать подбор параметров резервуаров от воздействия резонансных частот, предупредить их разрушение и продлить срок эксплуатации, что позволит минимизировать экологически опасное влияние на окружающую среду и предупредить возникновение чрезвычайных ситуаций. Для повышения уровня экологической безопасности территорий, прилегающих к резервуарам, предложено управление воздействиями природных и техногенных факторов на резервуары выполняя учитывая прогнозные модели сейсмических изменений и колебаний жидкостей в резервуарах с помощью алгоритма действий в ходе проведения мониторинга по сейсмическим нагрузкам на резервуары для хранения ядовитых и легковоспламеняющихся жидкостей.

**Ключевые слова:** *землетрясение, сейсмические нагрузки, магнитуда землетрясений, чрезвычайная ситуация, экологическая безопасность, техногенный объект, резервуары.*

### 1 Вступ

У сучасному світі природні катаклізми мають наслідками соціальні катастрофи перш за все через неготовність суспільства до нових проявів стихії. Важливим та першочерговим кроком на шляху мінімізації шкоди від землетрусів має бути вивчення "сейсмічного клімату" території, тобто її районування за ступенем сейсмічної небезпеки, і відповідне йому сейсмостійке

будівництво та попереджувальні заходи для об'єктів, що можуть небезпечно впливати на довкілля.

Щороку в світі відбувається близько 1 млн. землетрусів різної інтенсивності. Тому вивчення сейсмічних навантажень на важливі техногенні об'єкти досі залишається актуальною проблемою як в глобальному, так і регіональному масштабі [1].

Зазначимо, що вся територія України зазнає сильних підкорових землетрусів зони Вранча (Румунія). Зафіксовано сильні землетруси у 1940, 1977, 1986 і 1990 роках. Загалом до 40% території України може бути під дією небезпечних сейсмічних навантажень і до 70% території – під впливом землетрусів підсиленими підтопленнями, зсувами, просадками та іншими інженерно-геологічними процесами, що знижують стійкість будівель та споруд [2]. Спрогнозовано для сейсмонебезпечних районів України, що близько 20% території ( $\approx 120$  тис.км<sup>2</sup>) можуть зазнавати сейсмічні навантаження у 6-9 балів. На такій території проживає понад 10 млн людей. 12% території, що включають близько 80 населених пунктів є районами з інтенсивністю 7-9 балів, де проживає понад 7 млн людей [3,4].

Контейнери та резервуари для зберігання нафти, отруйних і легкозаймистих рідин широко використовуються в різних областях інженерної практики, таких як авіабудування, хімічна і нафтогазова промисловість, енергетичне машинобудування, транспорт. Ці резервуари функціонують в умовах підвищених технологічних навантажень і заповнені нафтою, легкозаймистими або отруйними речовинами. В результаті раптової дії сейсмічних навантажень, рідина, що зберігається в резервуарах починає відчувати інтенсивні плескання.

Плескання – це феномен, який спостерігається в ряді промислових об'єктів: в контейнерах для зберігання зрідженого газу, нафти, паливних баках, в резервуарах вантажних танків. Відомо, що саме частково заповнені резервуари піддаються дії особливо інтенсивних плескань. Це може привести до високого тиску на стінки резервуара, руйнування конструкції або до втрати стійкості і може викликати відплив небезпечного вмісту, що в свою чергу, може привести до серйозних екологічних наслідків. При аваріях резервуарів розливаються нафтопродукти та забруднюють прилеглі території і водні басейни. Потрапляння небезпечних рідин з резервуарів для їх зберігання у довкілля та їх подальше поширення на територію населених пунктів може спричинити масові отруєння людей, тварин, приводити до забруднення компонентів навколишнього середовища. Розлив рідини здатний привести до вибухів і пожежі, які можуть перекинутися на сусідні резервуари і прилеглу місцевість. Так як резервуари зберігають величезний запас горючих речовин, пожежа може привести до серйозних наслідків. Економічні збитки від аварій з витоком та пожежею нафтопродуктів включають не тільки прямі втрати, а й витрати на заходи щодо відновлення навколишнього середовища, а також витрати на поповнення запасу нафтопродуктів [5-7].

## 2 Аналіз літератури

Більшість дослідницьких робіт Мансурова С. М. [8], Роянов О. М., Гарбуз С. В. [9], Звірко О. [10], Буданов М.П. [5], Дубицький А. Ю. [6], Липовий В.О. [7] присвячені оцінці значимості впливів резервуарів для збереження небезпечних рідин на довкілля та моніторингу змін герметичності резервуарів, швидкості їх руйнування під дією техногенних та кліматичних факторів, але такий значний вплив на стійкість резервуарів, як землетруси, досліджено недостатньо.

Аналіз досліджень, присвячених проблемам плескання рідини в резервуарах, надано в роботах Р.А. Ібрагіма [11,12]. Відзначимо також роботи, присвячені плесканню рідини в циліндричних резервуарах під дією сейсмічних навантажень [13-15].

**3 Метою роботи** є попередження надзвичайних ситуацій (НС) та негативного впливу на навколишнє середовище при пошкодженні, руйнуванні та порушенні герметичності резервуарів для збереження екологічно небезпечних рідин внаслідок дії сейсмічних навантажень різної сили.

## 4 Методи дослідження

Проведемо математичне моделювання параметрів землетрусів від 1 до 9 балів за шкалою Ріхтера та із відстанню до епіцентру від 10 до 1000 м для визначення розповсюдження впливу дії сейсмічних впливів на резервуари для збереження отруйних та легкозаймистих рідин (РЗОЛР) [16,17]. Основний вражаючий фактор землетрусу – поверхневі та об'ємні сейсмічні хвилі.



Проведемо моделювання пікових амплітуд сейсмічного прискорення. Розглянуто дію землетрусу від 1 до 9 балів та відстань до епіцентру від 10 до 1000 м (Рис. 4.1).

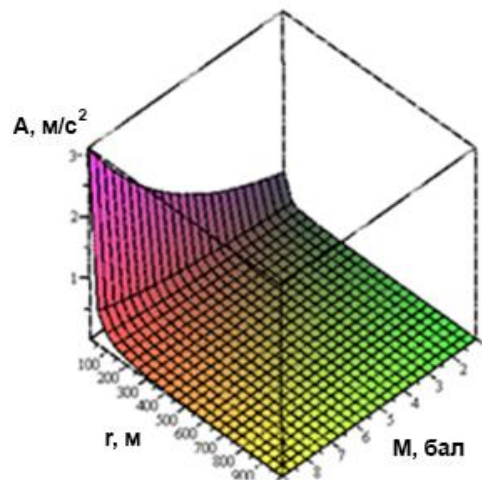


Рис. 4.1. – Пікові амплітуди сейсмічного прискорення при землетрусі від 1 до 9 балів при відстані до епіцентру від 10 до 1000 м, де  $A$  – пікова амплітуда сейсмічного прискорення,  $\text{m/s}^2$ ;  $r$  – епіцентральною відстань, м;  $M$  – магнітуда, бал.

Амплітуди сейсмічного прискорення збільшуються при наближенні до епіцентру землетрусу починаючи з відстані 250 м від епіцентру та є максимальними в епіцентрі.

Домінантні частоти збудження при землетрусі від 1 до 9 балів при відстані до епіцентру від 10 до 1000 м зображено на Рис. 4.2.

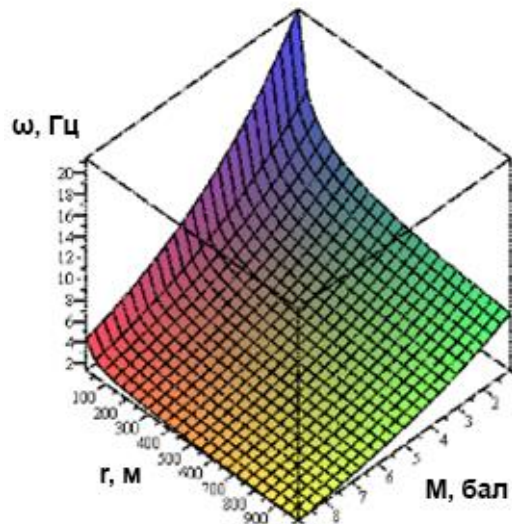


Рис. 4.2. – Домінантні частоти збудження при землетрусі від 1 до 9 балів при відстані до епіцентру від 10 до 1000 м, де  $\omega$  – домінуюча частота збудження, Гц;  $r$  – епіцентральною відстань, м;  $M$  – магнітуда, бал.

Домінантні частоти збудження при землетрусі в 1 бал в епіцентрі є максимальними.

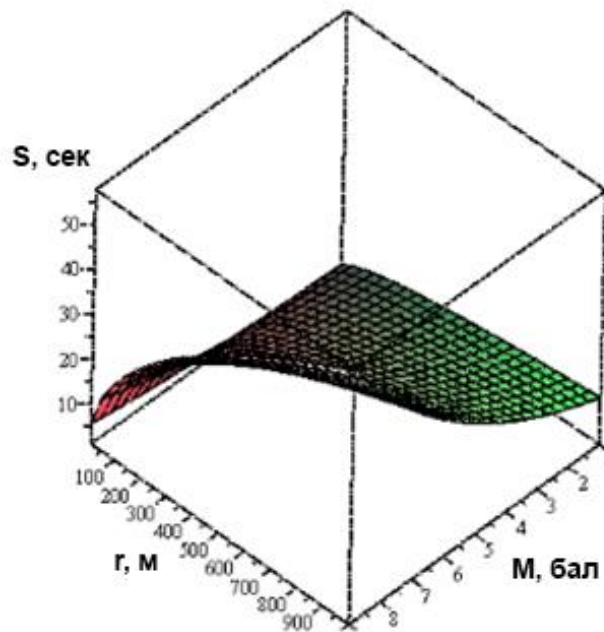


Рис. 4.3. – Середня тривалість впливу під час землетрусу від 1 до 9 балів при відстані до епіцентру від 10 до 1000 м, де  $S$  – середня тривалість впливу, сек;  $r$  – епіцентрально відстань, м;  $M$  – магнітуда, бал.

Тривалість впливу дії землетрусу збільшується при підвищенні бальності землетрусу та збільшенні відстані від епіцентру.

Таким чином, вплив дії землетрусу починається в епіцентрі, але набирає прискорення на відстані 250 м від епіцентру, далі набирає сили із тривалістю впливу та має найбільш руйнівний характер на відстані 1000 м від епіцентру.

У даній роботі розглядається задача про коливання рідини в довільній оболонці обертання. Позначимо змочену поверхню оболонки через  $S_1$ , а вільну поверхню -  $S_0$  (Рис. 4.4.) Як модель нафтоховища розглянемо циліндричну оболонку з плоским дном, частково заповнену рідиною.

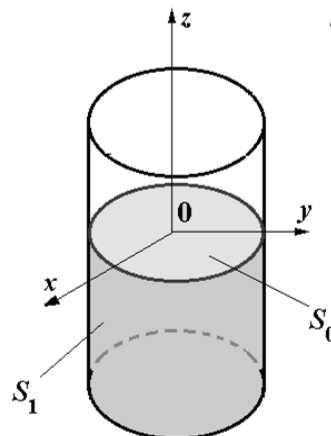


Рис. 4.4. – Циліндричний резервуар

Вважаємо, що декартова система координат  $Oxyz$  пов'язана з оболонкою, вільна поверхня рідини  $S_0$  збігається з площиною  $xOy$  в стані спокою. Приймаємо, що рідина є ідеальною, нестисливою, рух рідини розпочинається зі стану спокою та є безвихровим. В таких умовах існує потенціал швидкостей рідини, що задовольняє рівнянню Лапласа:

$$V_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; V_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}; V_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z},$$

Величину тиску  $p$  на стінки оболонки визначаємо з лінеаризованого інтеграла Коші-Лагранжа за формулою:

$$p = -\rho_l \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz \right) + p_0 + a_s(t)x,$$

в якій  $\Phi$  – потенціал швидкостей,  $g$  – прискорення вільного падіння,  $z$  – координата точки рідини, яка відлічується в вертикальному напрямку,  $\rho_l$  – щільність рідини,  $p_0$  – атмосферний тиск,  $a_s(t)x$  – функція, що характеризує зовнішній вплив (горизонтальний сейсм або імпульс).

На вільній поверхні рідини повинні бути виконані наступні кінематична і динамічна умови:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad p - p_0|_{S_0} = 0,$$

де функція  $\zeta$  описує форму і положення вільної поверхні.

Таким чином, для потенціалу швидкостей маємо наступну крайову задачу

$$\nabla^2 \Phi = 0; \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_1} = 0; \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad p - p_0|_{S_0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta + a_s(t)x \right|_{S_0} = 0.$$

Визначивши потенціал швидкостей  $\Phi$  і функцію  $\zeta$ , встановимо висоту підйому вільної поверхні і визначимо тиск рідини на стінки оболонки.

Представимо потенціал  $\Phi$  у вигляді

$$\Phi = \sum_{k=1}^M \dot{d}_k \varphi_k. \quad (4.1)$$

Для функцій  $\varphi_k$  розглянемо наступні крайові задачі:

$$\nabla^2 \varphi_k = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi_k}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_1} = 0, \quad (4.2)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_k}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad \frac{\partial \varphi_k}{\partial t} + g\zeta = 0. \quad (4.3)$$

Продифференціюємо друге співвідношення в (4.3) по  $t$  і підставимо в отриману рівність  $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$  з першого співвідношення. Далі представимо функції  $\varphi_k$  у вигляді  $\varphi_k(t, x, y, z) = e^{ixkt} \varphi_k(x, y, z)$ . Приходимо до проблеми власних значень, при цьому на вільній поверхні буде виконано рівність

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial n} = \frac{\chi_k^2}{g} \varphi_k. \quad (4.4)$$

Для рівняння вільної поверхні отримаємо вираз:

$$\zeta = \sum_{k=1}^M d_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial n}. \quad (4.5)$$

В циліндричній системі координат маємо вирази для шуканих функцій

$$\varphi_k(r, z, \theta) = \varphi_k(r, z) \cos \alpha \theta \quad (4.6)$$

Тут  $\alpha$  – номер гармоніки. Таким чином, окремо розглядаються частоти і форми вільних коливань для різних  $\alpha$ .

Представимо  $\varphi$  у вигляді суми потенціалів простого і подвійного шару [18]

$$2\pi\varphi(P_0) = \iint_S \frac{\partial \varphi}{\partial n} \frac{1}{|P - P_0|} dS - \iint_S \varphi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|P - P_0|} dS. \quad (4.7)$$

Тут  $S = S_1 \cup S_0$ ; точки  $P$  та  $P_0$  належать поверхні  $S$ .

Величина  $|P - P_0|$  – декартова відстань між точками  $P$  та  $P_0$ .

Задовольнивши граничним умовам (4.2), (4.3), приходимо до системи інтегральних рівнянь у вигляді [17]:

$$\begin{cases} 2\pi\varphi_1 + \iint_{S_1} \varphi_1 \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) dS_1 - \frac{\kappa^2}{g} \iint_{S_0} \varphi_0 \frac{1}{r} dS_0 + \iint_{S_0} \varphi_0 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \right) dS_0 = 0, \\ - \iint_{S_1} \varphi_1 \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) dS_1 - 2\pi\varphi_0 + \frac{\kappa^2}{g} \iint_{S_0} \varphi_0 \frac{1}{r} dS_0 = 0. \end{cases} \quad (4.8)$$

Тут для зручності позначаємо значення потенціалу на вільній поверхні як  $\varphi_0$  та  $\varphi_1$  на стінках оболонки.

Рішення системи (4.8) шукаємо у вигляді (4.6).

Для вирішення цієї системи сингулярних інтегральних рівнянь застосуємо метод граничних елементів [6,7].

Визначивши базисні функції  $\varphi_k$ , підставимо їх у вирази для потенціалу швидкостей (4.1) і форми вільної поверхні (4.5). Отримані ряди підставляємо в крайову умову на вільній поверхні:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta + a_s(t)x \right|_{s_0} = 0.$$

Оскільки в циліндричній системі координат  $x = r \cos \theta$ , то нас буде цікавити тільки перша гармоніка, тобто у формулі (4.6) вважаємо  $\alpha=1$ . Приходимо до наступного співвідношення, виконаному на поверхні  $S_0$

$$\sum_{k=1}^M \ddot{d}_k \varphi_k + g \sum_{k=1}^M d_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} + a_s(t)r = 0.$$

Але на поверхні  $S_0$  виконано співвідношення (4), тоді наведене вище рівність набуде вигляду:

$$\sum_{k=1}^M \ddot{d}_k \varphi_k + \sum_{k=1}^M \chi_k^2 d_k \varphi_k + a_s(t)r = 0. \quad (4.9)$$

Помноживши рівність (4.9) скалярно на  $\varphi_l$  ( $l = \overline{1, M}$ ) і скориставшись ортогональністю власних форм, отримуємо систему звичайних диференціальних рівнянь другого порядку

$$\ddot{d}_k + \chi_k^2 d_k + a_s(t)F_k = 0; \quad F_k = \frac{(r, \varphi_k)}{(\varphi_k, \varphi_k)}; \quad k = \overline{1, M}. \quad (4.10)$$

Вважаємо, що до початку дії горизонтальної навантаження резервуар знаходився в стані спокою. Тоді (4.10) вирішуємо при нульових початкових умовах. Для вирішення системи (4.10) в роботі застосовано операційний метод [19].

## 5 Результати та обговорення

Як приклад розглянуто циліндричну оболонку з радіусом  $R=1$  м та рівнем заповнення  $h=2$  м під дією горизонтального сейсмічного навантаження з різними параметрами. Результати розрахунків наведено на Рис.5.1 а, б.

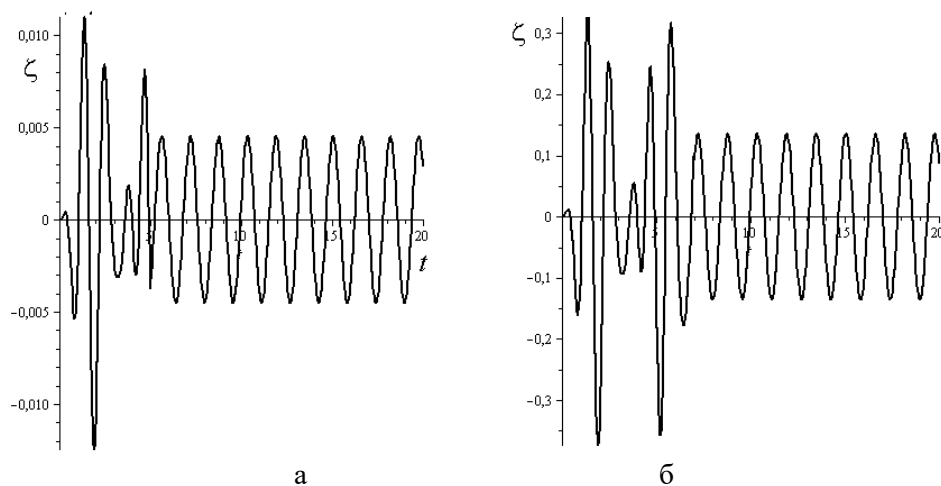


Рис. 5.1. – Зміна рівня підйому вільної поверхні під дією сейсмічних навантажень.

На рис 5.1 а показано зміну рівня вільної поверхні під дією сейсмічного навантаження з такими параметрами:  $M=4$  бали,  $r=200$  м,  $S=20$  с,  $\omega=4$  Гц. Рис. 5.1 б демонструє зміну рівня вільної поверхні під дією сейсмічного навантаження з параметрами:  $M=8$  балів,  $r=800$  м,  $S=20$  с,  $\omega=4$  Гц.

Ці дані можуть бути корисними при оцінюванні стійкості резервуарів під дією сейсмічних навантажень.

Результати досліджень дозволяють зробити підбір параметрів резервуарів для відстроювання від небажаних частот, попередити їх руйнування та продовжити строк експлуатації, що дозволить підвищити рівень екологічної безпеки прилеглих до резервуарів територій.

Для підвищення рівня екологічної безпеки територій, прилеглих до резервуарів для збереження небезпечних рідин, було запропоновано управляти впливами природних та техногенних факторів на РЗОЛР враховуючи моделі прогнозів сейсмічних навантажень та коливань рідин в РЗОЛР використовуючи алгоритм дій у ході проведення моніторингу за сейсмічними навантаженнями на резервуари для збереження отруйних та легкозаймистих рідин (Рис. 5.2).

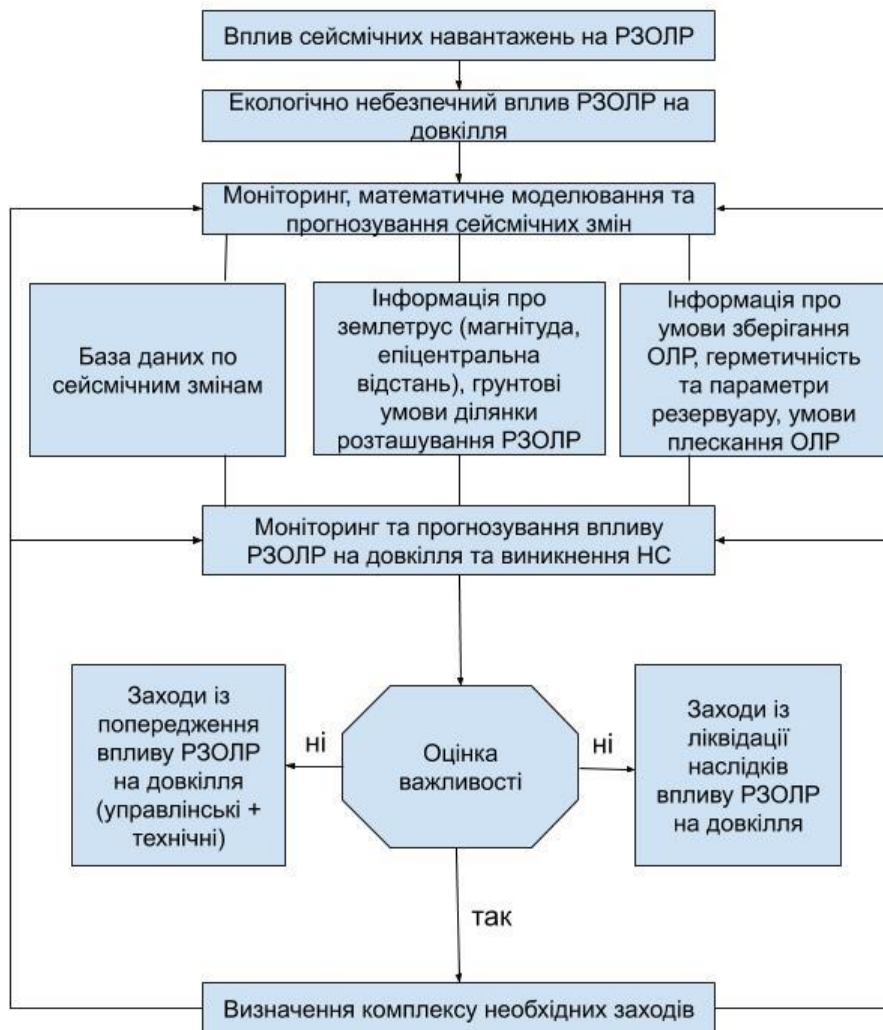


Рис. 5.2 – Алгоритм дій у ході проведення моніторингу за сейсмічними навантаженнями на резервуари для збереження отруйних та легкозаймистих рідин (Серікова О.М. та інш., 2020; Серікова О.М. та інш., 2020; Серікова О.М. та інш., 2020).

Для задовільної роботи такого алгоритму запропоновано враховувати територію розміщення резервуару як потенційно забруднену в разі, коли прогнози щодо параметрів резервуарів не відповідають розрахункам протягом всього експлуатаційного терміну. Важливим та обов’язковим вважаємо врахування даних та прогнозів про сейсмічні зміни на території розташування РЗОЛР, про умови розташування резервуарів, про техногенні та природні впливи на резервуари та умов збереження ОЛР в комплексі необхідних заходів щодо забезпечення цілісності резервуару та мінімізації його впливу на довкілля.

## 6 Висновки

Результати досліджень дозволять зробити підбір параметрів резервуарів від впливу резонансних частот, попередити їх руйнування та продовжити строк експлуатації, що дозволить мінімізувати екологічно небезпечний вплив на довкілля та попередити виникнення надзвичайних ситуацій.

Важливим та обов'язковим вважаємо врахування даних та прогнозів про сейсмічні зміни на території розташування РЗОЛР, про умови розташування резервуарів, про техногенні та природні впливи на резервуари та умов збереження ОЛР в комплексі необхідних заходів щодо забезпечення цілісності резервуару та мінімізації його впливу на довкілля.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Грицай О. Д. Визначення механізмів вогнищ місцевих землетрусів на основі кінематичних і динамічних підходів : автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук : 04.00.22 / О. Д. Грицай; НАН України, Ін-т геофізики ім. С.І. Суботіна. Київ, 2016. 20 с.
2. Серікова, О. М. Стрельнікова О. О., Яковлев В. В. Додаткове живлення підземних вод у великих містах України на прикладі міста Харкова. *Комунальне господарство міст*. 2016. № 130. С. 13–18.
3. Nemchynov Yu. I., Havkin O. K., Marienkov M. G., Jarko L. O., Dunin V. A., Babik K. M., Egupov K. V., Kendzera O. V., Egupov V. K., Bulat A. F., Dyrda V.I., Lysytsia M. I. Practical questions of dynamics of buildings. *Scientific Production Journal: The Building in Ukraine*, 6, 2013. P. 6–21.
4. Кендзера О. В. Сейсмічна небезпека і захист від землетрусів. *Практичне впровадження розробок Інституту геофізики ім. С.І. Суботіна НАН України. Вісник НАН України*. 2015. № 2. С. 44 – 57.
5. Буданов М. П., Демідов Б.О., Шендрік В. І. Аналіз можливостей виявлення сильдіючих отруйних речовин квантово-оптичними засобами за спектрами випромінювання. *Системи озброєння і військова техніка*. 2007. Вип. 2. С. 33–38.
6. Дубицький А. Ю., Чепкий Л. П., Семенов І. О. Характеристика аварій на хімічно-небезпечних об'єктах. *Современные проблемы токсикологии*. 1999. №2. С. 14 – 17.
7. Липовий В. О., Удянський М. М. Техногенні ризики забруднення довкілля під час експлуатування та ремонтних робіт резервуарів з нафтопродуктами. *Харків: НУГЗУ*. 2017. 107 с.
8. Кузеев И. Р., Гляшева Р. Р., Мансурова С. М., Ивакин А. В., Шайзаков Г. А., Байрамгулов А. С. Методика определения напряженно-деформированного состояния стального цилиндрического резервуара. *Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн*. 2013. № 4. С. 339–347.
9. Роянов О. М., Гарбуз С. В. Проблемы пожарной безопасности. *Проблемы пожарной безопасности*. Х.: НУГЗУ, 2018. Вып. 42. С. 110–114.
10. Звірко О. Корозійна тривкість сталей тривало експлуатованих нафтохранищ. *Вісник ТНТУ*. 2011. Том 17. № 2. С.58–64.
11. Ibrahim R. A., Pilipchuck V. N., Ikeda T. Recent Advances In Liquid Sloshing Dynamics. *Applied Mechanics Reviews*, 2001. Vol. 54, No. 2. P. 133–199.
12. Ibrahim R. A. Liquid Sloshing Dynamics. *Cambridge University Press*, New York, 2005. 948 p.
13. Ventsel E., Naumenko V, Strelnikova E., Yeseleva E. Free vibrations of shells of revolution filled with a fluid. *Engineering analysis with boundary elements*, 34, 2010. P. 856–862.
14. Degtyarev, K., Glushich, P., Gnitko, V., Strelnikova, E. (2015) Numerical Simulation of Free Liquid-Induced Vibrations in Elastic Shells, *International Journal of Modern Physics and Applications*. Vol. 1, No. 4, P. 159-168, DOI: [10.13140/RG.2.1.1857.5209](https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1857.5209)
15. Еселева Е. В., Гнитько В. И., Стрельникова Е. А. Собственные колебания сосудов высокого давления при взаимодействии с жидкостью. *Пробл. машиностроения*. 2006. Т.9. №1. С.105–118.
16. Захаров В. С., Симонов Д. А., Коптев А. И. Компьютерное моделирование сейсмогенных оползневых смещений. Геологический факультет МГУ, *Электронное научное издание Георазрез*. 2009. Т. 3., вып. 1. С. 1–24.

17. Эртелева О. О. Параметры сейсмических колебаний в эпицентральных областях землетрясений. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, 2019. Институт физики земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук. 2019. 290 с.
18. Gnitko V., Degtyariv K., Karaiev A., Strelnikova E., Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity, *WIT Transactions on Engineering Sciences*. WIT Press. 2019. P.13–25. DOI: 10.2495/BE410021
19. Medvedovskaya T., Strelnikova E., Medvedyeva K. Free hydroelastic vibrations of hydroturbine head covers. *Int. J. Eng. and Advanced Research Technology*. 2015. Vol. 1. No 1. P.45–50.
20. Strelnikova E., Gnitko V., Krutchenko D., Naumemko Y. Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles. *J. Modern Technology & Engineering*. 2018. Vol. 3. No.1. P.15–52.
21. Серікова О. М., Стрельнікова О. О. Вплив резервуарів для збереження отруйних та легкозаймистих рідин на навколишнє середовище. *Сучасні технології у промисловому виробництві: матеріали та програма VII Всеукраїнської науково-технічної конференції* (м. Суми, 21–24 квітня 2020 р.) 2020. С. 238–239.
22. Серікова О. М., Стрельнікова О. О., Пісня Л. А., Крютченко Д. В. Дослідження впливу пікових амплітуд сейсмічного прискорення при землетрусі на техногенні об'єкти. *Екологічна безпека: проблеми і шляхи вирішення: зб. наук. статей XVI Міжнародної науково-практичної конференції* (м. Харків, 14–18 вересня 2020 р.) УКРНДІЕП. ПП «Стиль-Іздат», 2020. С. 221–223.
23. Серікова О. М., Стрельнікова О. О., Пісня Л. А., Крютченко Д. В. Вплив сейсмічних навантажень на резервуари для збереження отруйних та легкозаймистих рідин. *Екологічна безпека: проблеми і шляхи вирішення: зб. наук. статей XVI Міжнародної науково-практичної конференції* (м. Харків, 14–18 вересня 2020 р.) УКРНДІЕП. ПП «Стиль-Іздат», 2020. С. 217–220.

#### REFERENCES

1. Gritsay O.D. The mechanisms determination of local earthquakes foci on the basis of kinematic and dynamic approaches: author's ref. dis. ... cand. physical and mathematical sciences: 04.00.22 / O.D. Gritsay; NAS of Ukraine, Institute of Geophysics SI. Subotina. Kyiv. 20 p., 2016. [in Ukrainian]
2. E. Serikova, E. Strelnikova, and V. Yakovlev, Additional groundwater replenishment in the large cities of Ukraine on example of the Kharkiv city. *Urban Management of Cities*, vol. 130. pp. 13-18, 2016. [in Ukrainian]
3. Yu. I. Nemchynov, O. K. Havkin, M. G. Marienkov, L. O. Jarko, V. A. Dunin, K. M. Babik, K. V. Egupov, O. V. Kendzera, V. K. Egupov, A. F. Bulat, V.I. Dyrda, M. I. Lysycia. Practical questions of buildings dynamics. *Scientific Production Journal: The Building in Ukraine*, 6. pp. 6–21, 2013.
4. O.V. Kendzera Seismic hazard and earthquake protection. Practical implementation of developments of the Institute of Geophysics. SI. Subbotin of the National Academy of Sciences of Ukraine. *Bulletin of the NAS of Ukraine* № 2. pp. 44 – 57, 2015. [in Ukrainian]
5. M.P. Budanov, B.O. Demidov, V.I. Shendrik. Analysis of the possibility of detecting silding toxic substances by quantum optical means by radiation spectra. *Weapons systems and military equipment*. Vol. 2. pp. 33–38, 2007. [in Ukrainian]
6. A. Yu. Dubitsky, L.P. Chepky, I.O. Semenov. Characteristics of accidents at chemically dangerous objects. *Modern problems of toxicology*. №2. pp. 14 – 17, 1999. [in Ukrainian]
7. V.O. Lypovy, M.M. Udyansky. Technogenic risks of environmental pollution during operation and repair of tanks with petroleum products. *Kharkiv: NUGZU*. 107 p., 2017. [in Ukrainian]
8. I.R. Kuzeev, R.R. Tlyasheva, S.M. Mansurova, A.V. Ivakin, G.A. Shaizakov, A.S. Bayramgulov Methods for determining the stress-strain state of a steel cylindrical reservoir. *Oil and Gas Business: Electronic Science Journal*. No. 4. pp. 339–347, 2013. [in Russian]
9. O.M. Royanov, S.V. Garbuz. Problems of fire safety. *Fire safety problems*. Kh.: NUGZU, 42. pp. 110–114, 2018. [in Russian]
10. O. Zvirko. Corrosion resistance of steels of long-operated oil storage facilities. *Bulletin of TNTU*. Vol. 17. № 2. pp. 58–64, 2011. [in Ukrainian]
11. Ibrahim R. A., Pilipchuck V. N., Ikeda T. Recent Advances In Liquid Sloshing Dynamics. *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 54, №. 2, pp. 133–199, 2001.

12. Ibrahim R. A. Liquid Sloshing Dynamics. *Cambridge University Press*, New York, 948 p., 2005.
13. Ventsel E., Naumenko V, Strelnikova E., Yeseleva E. Free vibrations of shells of revolution filled with a fluid. *Engineering analysis with boundary elements*, 34. pp. 856–862, 2010.
14. Degtyarev, K., Glushich, P., Gnitko, V., Strelnikova, E. (2015) Numerical Simulation of Free Liquid-Induced Vibrations in Elastic Shells, *International Journal of Modern Physics and Applications*. Vol. 1, No. 4, P. 159-168, DOI: [10.13140/RG.2.1.1857.5209](https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1857.5209)
15. E.V. Yeseleva, V.I. Gnitko, E.A. Strelnikova. Natural oscillations of high pressure vessels during interaction with liquid. *Probl. mechanical engineering*. Vol.9. № 1. pp. 105-118, 2006. [in Russian]
16. V.S. Zakharov, D.A. Simonov, A.I. Koptev. Computer modeling of seismogenic landslide displacements. Geological Faculty of Moscow State University, *Electronic scientific publication Georazrez*. Vol. 3., № 1. pp. 1–24, 2009. [in Russian]
17. O. O. Erteleva. Parameters of seismic vibrations in epicentral areas of earthquakes. Dissertation for the degree of Doctor of Physics and Mathematics, 2019. Institute of Physics of the Earth. O.Yu. Schmidt of the Russian Academy of Sciences. 290 p., 2019. [in Russian]
18. V. Gnitko, K. Degtyariov, A. Karaiev, E. Strelnikova, Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity, *WIT Transactions on Engineering Sciences*. WIT Press. pp.13–25, 2019. DOI: 10.2495/BE410021
19. T. Medvedovskaya, E. Strelnikova, K. Medvedyeva Free hydroelastic vibrations of hydroturbine head covers. *Int. J. Eng. and Advanced Research Technology*. Vol. 1. № 1. pp. 45–50, 2015.
20. E. Strelnikova, V. Gnitko, D. Krutchenko, Y. Naumemko Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles. *J. Modern Technology & Engineering*. Vol. 3. № 1. pp.15–52, 2018.
21. O.M. Serikova, O.O. Strelnikova. Influence of storage tanks of toxic and flammable liquids on the environment. *Modern technologies in industrial production: proceedings and program of the VII All-Ukrainian scientific and technical conference* (Sumy, April 21-24, 2020) pp. 238-239, 2020. [in Ukrainian]
22. O.M. Serikova, O.O. Strelnikova, L.A. Pisia, D.V. Kryutchenko. Investigation of the peak amplitudes influence of seismic acceleration during an earthquake on the technogenic objects. *Environmental safety: problems and solutions: Proceedings of the XVI International Scientific and Practical Conference* (Kharkiv, September 14-18, 2020) UKRNDIEP. PE "Style-Izdat", pp. 221–223, 2020. [in Ukrainian]
23. O.M. Serikova, O.O. Strelnikova, L.A. Pisia, D.V. Kryutchenko. Seismic loads influence on the storage tanks of toxic and flammable liquids. *Environmental safety: problems and solutions: Proceedings of the XVI International Scientific and Practical Conference* (Kharkiv, September 14-18, 2020) UKRNDIEP. PE "Style-Izdat", pp. 217-220, 2020. [in Ukrainian]



УДК 004.94

## Розробка та верифікація СЧС моделі мережевого планування

Толстолюзький Є. Д., Бердніков А. Г., Бутько В. В., Толстолюзька О. Г., Мороз О. Ю.

- Толстолюзький Євген Дмитрович** студент;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площа Свободи 6, м. Харків Україна, 61022  
e-mail: [evventol@gmail.com](mailto:evventol@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-2039-0267>
- Бердніков Анатолій Георгійович** к.т.н., доцент кафедри ТПС, доцент;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан  
Свободи, 4, м. Харків, Україна, 61022;  
e-mail: [a.berdnikov@karazin.ua](mailto:a.berdnikov@karazin.ua);  
<https://orcid.org/0000-0001-7923-0754>
- Бутько Владислава Віталіївна** студентка;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площа Свободи 6, м. Харків Україна, 61022  
e-mail: [xa11867778@student.karazin.ua](mailto:xa11867778@student.karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0003-1344-3153>
- Толстолюзька Олена Геннадіївна** д. т. н., с.н.с.; професор кафедри теоретичної та прикладної  
системотехніки;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площа Свободи 6, м. Харків Україна, 61022  
e-mail: [elena.tolstoluzka@karazin.ua](mailto:elena.tolstoluzka@karazin.ua)  
<https://orcid.org/0000-0003-1241-7906>
- Мороз Ольга Юріївна** старший викладач кафедри теоретичної та прикладної системотехніки;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан  
Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022;  
e-mail: [o.moroz@karazin.ua](mailto:o.moroz@karazin.ua);  
<https://orcid.org/0000-0002-4920-4093>

На сьогоднішній день дедалі більша кількість всеможливих послуг та сервісів пересуваються у цифровий простір. Тому кількість проектів пов'язаних з інформаційними технологіями зростає прямопропорційно до попиту на них. ІТ-проект – це проект, у якому чітко поставлені терміни, а його метою є створення унікального та якісного продукту за встановлені якнайкоротші терміни. До проекту входять роботи, які пов'язані з різноманітними технологіями, що містять у собі велику кількість обчислювальних та комунікаційних процесів, інформаційних та людських ресурсів. Для врегулювання та налагодження чіткого механізму роботи між усіма цими елементами було створено поняття управління проектами. Даний вид робіт охоплює створення та коригування планів, контроль та розподіл ресурсів і задач, створення балансу між проектними обмеженнями на весь час його реалізації. Чим триваліший проект – тим більше ризиків виникає під час його виконання та впровадження. Ці фактори можуть впливати на час розробки проекту, його прибуток, витрачені ресурси, а також втрати та витрати у разі непередбачених ситуацій. Для спеціалістів, які працюють над створенням ІТ-проектів будь-які незаплановані питання та витрати можуть стати великою проблемою. Тому розробка нових автоматизованих рішень, які використовуються для управління проектами є актуальним питанням, оскільки такі програмні комп'ютерні моделі можуть допомогти мінімізувати витрати часу та розрахувати можливі ризики, що допоможе частково пришвидшити вирішення проблем. Один з етапів, який можна автоматизувати під час планування робіт та ресурсів - це побудова візуальної моделі виконання робіт у вигляді мережевого графу. У даній роботі розглядається можливість автоматизування процесу побудови мережевого графу з використанням технології семантико-числових специфікацій. Даний вид розрахунків може збільшити вигреш у часі виконання проекту, налагодити механізм паралельного виконання поставлених задач, а також мінімізувати можливі ризики.

**Ключові слова:** проект, автоматизація, менеджер з проектів, семантико-числові специфікації.

## Development and verification of SCS network planning model

**Tolstoluzkyi  
Yevhen**

*student;  
V. N. Karazin Kharkiv National University,  
Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Berdnikov Anatoliy**

*candidate doctor of Engineering Sciences, docent. Docent of TPS department;  
V. N. Karazin Kharkiv National University,  
Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Budko  
Vladyslava**

*student;  
V. N. Karazin Kharkiv National University,  
Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Tolstoluzhskaya  
Elena**

*doctor of Engineering Sciences; professor of theoretical and applied systems  
engineering department;  
V. N. Karazin Kharkiv National University,  
Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

**Moroz Olha**

*senior lecturer of the department of theoretical and applied systems engineering;  
V. N. Karazin Kharkiv National University,  
Svobody Sq 6, Kharkiv, Ukraine, 61022*

Today, more and more services of all kinds are moving into the digital space. Therefore, the number of IT-related projects is growing in direct proportion to the demand for them. An IT project is a project with a clear deadline, and its goal is to create a unique and high-quality product in the shortest possible time. The project includes tasks related to various technologies containing a large number of computing and communication processes, information and human resources. To regulate and adjust a precise mechanism of cooperation between all these elements, the concept of project management has been created. This activity includes developing and adjusting plans, controlling and allocating resources and tasks, setting a balance between project constraints for the duration of the project. The longer the project, the more risks arise during its execution and implementation. These factors can affect the development time of the project, the potential profit, the resources spent, as well as losses and costs in case of unforeseen situations. For professionals working on IT projects, any unplanned issues and costs can be a big problem. Therefore, the development of new automated solutions used for project management is an urgent issue, because such software computer models can help minimize time and calculate possible risks, which will help speed up the problem solving. One of the steps that can be automated in task and resource scheduling is constructing the visual model of work execution in the form of a network graph. This paper considers the possibility of automating the process of the network graph building by using semantic-digital specification technology. This type of calculations can increase the gain during project implementation, establish a mechanism of parallel task executions, as well as minimize possible risks.

*Key words:* project, automation, project manager, semantic-numerical specifications.

## Разработка и верификация СЧС модели сетевого планирования

**Толстолужский  
Евгений  
Дмитриевич**

*студент;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площадь Свободи 6, г. Харків Україна, 61022;*

**Бердников  
Анатолий Георгиевич**

*к.т.н., доцент кафедри ТПС, доцент;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площадь Свободи 6, г. Харків Україна, 61022;*

**Будько  
Владислава Витальевна**

*студентка;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площадь Свободи 6, г. Харків Україна, 61022;*

**Толстолужская  
Елена  
Геннадиевна**

*д. т. н., с.н.с.; профессор кафедры теоретической и прикладной  
системотехніки;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площадь Свободи 6, г. Харків Україна, 61022;*

**Мороз  
Ольга Юрьевна**

*старший преподаватель кафедры теоретической и прикладной  
системотехники;  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,  
площадь Свободы 6, г. Харьков Украина, 61022;*

На сегодняшний день все большее количество всевозможных услуг и сервисов передвигаются в цифровое пространство. Поэтому количество проектов, связанных с информационными технологиями, растет прямо пропорционально спросу на них. IT-проект – это проект, в котором четко поставлены сроки, а его целью является создание уникального и качественного продукта в установленные кратчайшие сроки. В проект входят работы, связанные с различными технологиями, содержащими большое количество вычислительных и коммуникационных процессов, информационных и человеческих ресурсов. Для урегулирования и отладки четкого механизма работы между всеми этими элементами было создано понятие управления проектами. Данный вид работ включает создание и корректировку планов, контроль и распределение ресурсов и задач, создание баланса между проектными ограничениями на все время его реализации. Чем продолжительнее проект – тем больше рисков возникает при его выполнении и внедрении. Эти факторы могут влиять на время разработки проекта, его прибыль, израсходованные ресурсы, а также потери и расходы в случае непредвиденных ситуаций. Для специалистов, работающих над созданием IT-проектов, любые незапланированные вопросы и затраты могут стать большой проблемой. Поэтому разработка новых автоматизированных решений, используемых для управления проектами, является актуальным вопросом, поскольку такие программные компьютерные модели могут помочь минимизировать затраты времени и рассчитать возможные риски, что поможет частично ускорить решение проблем. Один из этапов, который можно автоматизировать при планировании работ и ресурсов – это построение визуальной модели выполнения работ в виде сетевого графа. В данной работе рассматривается возможность автоматизации процесса построения сетевого графа с использованием технологии семантико-цифровых спецификаций. Данный вид расчетов может увеличить выигрыш во время выполнения проекта, наладить механизм параллельного выполнения поставленных задач, а также минимизировать возможные риски.

**Ключевые слова:** : проект, автоматизация, менеджер по проектам, семантико-числовые спецификации.

## **1 Вступ**

Багато великих і малих компаній стикаються з проблемою коректного розподілу ресурсів. Вирішити цю проблему допомагає процес планування. За допомогою планування можна визначити терміни виконання робіт проекту, кількість необхідних людських та інших ресурсів. Також важливою особливістю планування є визначення ризиків.

Внаслідок цього виникає необхідність покращувати та автоматизувати існуючі інструментарії для планування, тому що застосування комп'ютерних технологій забезпечує більшу надійність та зменшує кількість людських помилок. Багато процесів у проекті виконуються паралельно, внаслідок чого для розрахунку та побудови моделі раціонально використовувати паралельні технології. Тому можна відзначити, що тема роботи, пов'язана з розробкою та верифікацією семантико-числових специфікацій моделі мережевого планування, є актуальною.

## **2 Постановка задачі**

Необхідно створити модель яка буде здатна автоматично побудувати мережевий граф, елемент мережевого планування, базуючись на даних, які отриманні на етапі структурного планування. Тобто з готового набору даних, робіт та їх характеристик, повинний бути побудований мережевий граф робіт, аналіз часових витрат та ризиків завершення проекту у визначений термін.

Дані обробляються та аналізуються за допомогою методології PERT (Project Evaluation and Review Technique). Ця методологія була обрана тому що вона сконцентрована на аналізі часу та визначенні ризиків проекту. Вона використовується для проектів різної величини та є простою у реалізації у вигляді програми. Технологія Семантико-числових Специфікацій (СЧС) була обрана тому, що має потужний апарат призначений для розпаралелювання процесів і дозволяє автоматично розраховувати та будувати паралельні граф-схеми (мережеві графи) різної глибини, від однієї до максимально розпаралелених [1-3].

## **3 Модель**

Приклад схеми моделі представлено на рисунку 1 у нотації IDEF0, ця нотація була обрана через те, що вона призначена для чіткого відображення процесів, залежності кожної роботи від інших та сторонніх вимог, дозволяє відобразити не часову послідовність, а відношення між роботами.

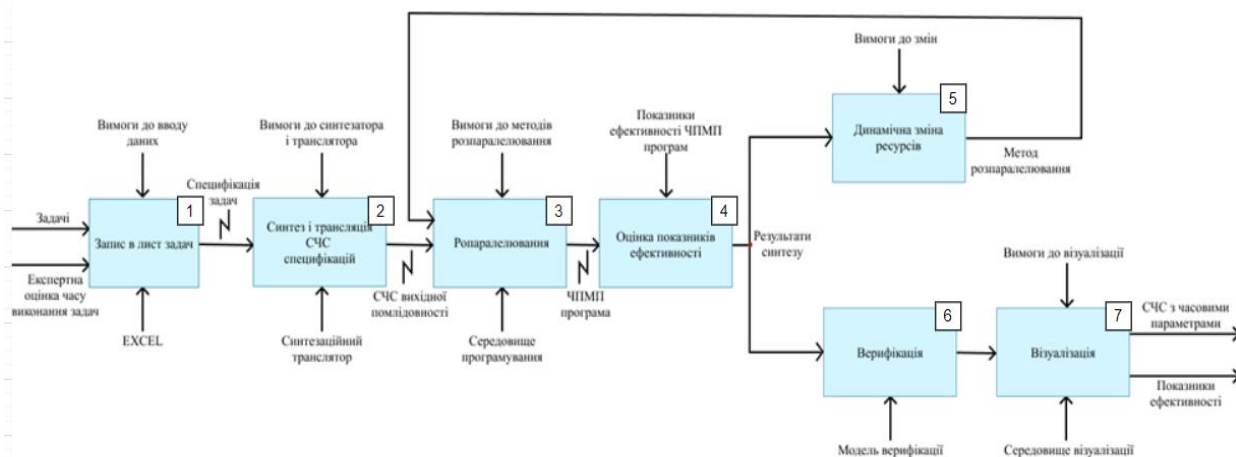


Рис. 1. Модель в системі нотации IDEF0

Модель складається з наступних блоків:

1. Блок запису у лист задач;
2. Блок синтезу і трансляції СЧС;
3. Блок розпаралелювання;
4. Блок оцінки показників ефективності;
5. Блок динамічної зміни ресурсів;
6. Блок верифікації;
7. Блок візуалізації.

Блок 1 відповідає за запис у лист задач – планування проекту, розбиття його на задачі та їх оцінка і оформлення. На вхід подаються дані, які оформили команда експертів. Вони повинні бути створенні згідно правил формування листів задач.

Блок 2 відповідає за синтез ті трансляцію СЧС – створення програми та синтез семантико-часової специфікації на її основі. На вхід подається сформований лист задач, який у синтезційному трансляторі перетворюється на програму згідно до вимог синтезу і трансляції.

Блок 3 відповідає за розпаралелювання програми, згідно з вимогами. На вхід подаються вимоги до ресурсів та послідовна Сі-програма, яка у програмному середовищі перетворюється на паралельну згідно з вимогами.

Блок 4 відповідає за аналіз показників ефективності часопараметризованої мультипаралельної програми (СЧСМП) та її характеристик ефективності згідно з показниками СЧСМП. Відбувається обчислення ризиків проекту, час його виконання.

Блок 6 відповідає за динамічну зміну ресурсів, подаються результати синтезу та відбувається пошук іншого варіанту розпаралелювання згідно до вимог.

Блок 7 відповідає за верифікацію – перевірку коректності результатів синтезу структур СЧС на моделі верифікації.

Блок 8 відповідає за візуалізацію – побудову графа та відображення показників ефективності на основі структур СЧС у середовищі візуалізатора згідно правил візуалізації.

До головних блоків моделі можна віднести наступні.

1. Модуль динамічної зміни ресурсу (Блок 5).

Семантико-числовий підхід до інтелектуального синтезу моделей часопараметризованих паралельних процесів забезпечує адаптивність процесів на основі врахування в динаміці виконання завдань семантико-числових параметрів зміни ресурсу цифрових систем. Таким чином можна контролювати та регулювати кількість гілок мережевого графу. Науково-методичні основи Семантико – Числового Синтезатора Адаптивних Часових Паралельних Процесів складають:

1. Новий дискретний математичний апарат – алгебра структур просторово-часової СЧС;
2. Новий клас комп'ютерних програм – часопараметризовані мультипаралельні програми;
3. Формальні методи синтезу часопараметризованих мультипаралельних моделей програм при фіксованому складі ресурсу цифрових систем;

4. Спосіб формування одиниць вимірювання фізичних величин при семантичній динамічній верифікації моделей процесів. [5]
2. Модуль оцінки показників ефективності (Блок 4).  
Цей модуль виконує обчислення моделі, показників ефективності та ризику проекту. Згідно з методологією PERT, обчислюються наступні величини:
  1. Середній час виконання проекту;
  2. Середнє квадратичне відхилення;
  3. Аргумент функції інтегралу вірогідностей;
  4. Тривалість робіт при заданій вірогідності завершення проекту;
  5. Вірогідність успішного завершення проекту за певний час;
  6. Порівняння декількох реалізацій проекту. (згідно глибини розпаралелювання).
3. Модуль верифікації (Блок 6).  
Верифікатор виконує верифікацію коректності структур семантико-числових специфікацій статичних і часових результатів синтезу часопараметризованих паралельних програм, побудову та відображення графів, графіків та інших візуальних частин. У якості вхідних даних верифікатора можуть використовуватися:
  1. Структури СЧС Сі-програми;
  2. Графи;
  3. Таблиці.

На рисунку 2 та 3 представлені побудовані графи для послідовного та паралельного варіантів розробки проекту. Лініями позначені зв'язки між роботами, також відображення час виконання роботи (оптимістичний, очікуваний, песимістичний). Кількість рядів – це кількість паралельних потоків. Для послідовної реалізації це 1, для паралельної це 3.

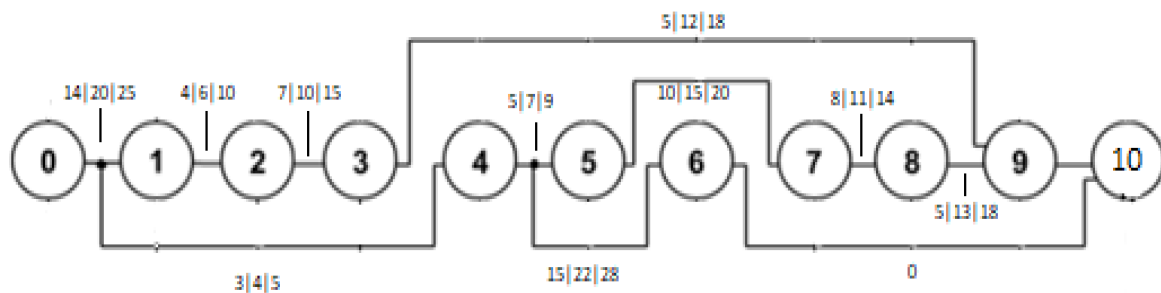


Рис. 2. Мережевий граф послідовної реалізації проекту

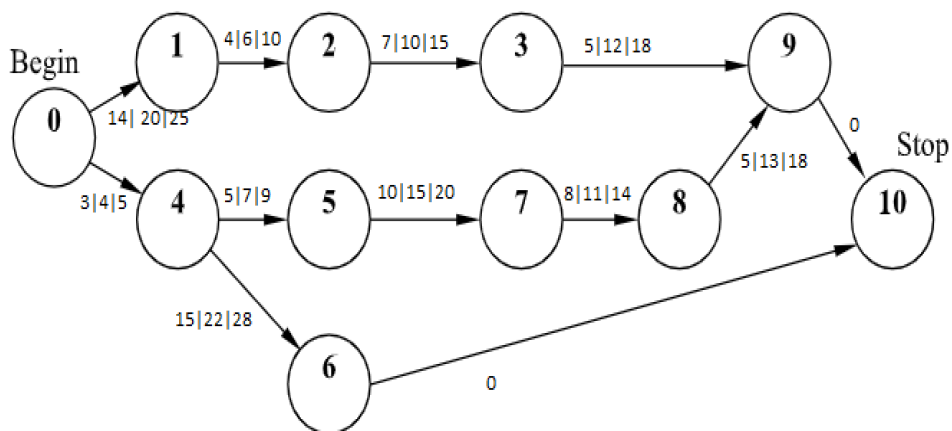


Рис. 3. Мережевий граф паралельної реалізації проекту

На рисунку 4 відображенні вихідні дані, а саме номери робіт, оптимістичний, оптимальний, песимістичний, середній час виконання роботи, та дисперсія.

i	j	$t_{i-j}^o$	$t_{i-j}^{mv}$	$t_{i-j}^p$	$t_{i-j}^{cp}$	$\sigma_{i-j}^2$
0	1	14	20	25	19.8	3.36
1	2	4	6	10	6.3	1
2	3	7	10	15	10.3	1.7
0	4	3	4	5	4	0.1
4	5	5	7	9	7	0.4
4	6	15	22	28	21.8	4.6
5	7	10	16	20	15.6	2.7
7	8	8	11	14	11	1
8	9	5	13	18	12.5	4.6
3	9	5	12	18	11.8	4.6

Рис. 4. Вихідні дані середнього часу та дисперсії

На рисунку 5 показано інтерфейс виводу даних, для послідовного та паралельного варіантів, основні критерії порівняння.

	Для послідовної моделі	Для паралельної моделі
Вірогідність	95	
Директивний час	115	
Середній час критичного шляху	118.4	53.2
Час успішного виконання проекту за заданою вірогідністю	123	58

Рис. 5. Вихідні дані

#### 4 Висновки

Таким чином, дане рішення є придатним для застосування. Всі основні характеристики, необхідні для планування проекту обчислені, на візуалізовані, побудовані моделі, на яких відображено час виконання проекту в залежності від кількості одночасно виконуваних робіт. Модель дозволяє автоматично обчислювати ризики передчасного завершення проекту. Тому

розроблена СЧС модель мережевого планування ІТ-проекту є доцільною при використанні за для автоматичної побудови мережевого графа та розрахунку ризиків проекту.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Гергель, В.П., Стронгин, Р.Г. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем. - Н.Новгород, ННГУ. 2003.
2. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ-Петербург.2002.
3. Немнюгин С. Модели и средства программирования для многопроцессорных систем– СПб.: БХВ-Петербург. 2009.
4. Хьюз К., Хьюз Т. Параллельное и распределенное программирование на C++.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 672с.
5. Поляков Г.А., Шматков С.И., Толстолужская Е.Г., Толстолужский Д.А. Синтез и анализ параллельных процессов в адаптивных времяпараметризованных вычислительных системах. – Х.: ХНУ имени В.Н. Каразина, 2012.-672с.

#### REFERENCES

1. Gergel, V.P., Strongin, R.G. Fundamentals of Parallel Computing for Multiprocessor Computing Systems. - Nizhny Novgorod, UNN. 2003.
2. Voevodin V.V., Voevodin V.V. Parallel computing. - SPb .: BHV-Petersburg. 2002.
3. Nemnyugin S. Models and programming tools for multiprocessor systems - SPb .: BHV-Petersburg. 2009.
4. Hughes K., Hughes T. Parallel and distributed programming in C ++ .: Per. from English - M .: Publishing house "Williams", 2004. - 672s.
5. Polyakov G.A., Shmatkov S.I., Tolstoluzhskaya E.G., Tolstoluzhsky D.A. Synthesis and analysis of parallel processes in adaptive time-parameterized computing systems. - Kh .: KhNU named after V.N. Karazin, 2012.-672s.

*Наукове видання*

**Вісник Харківського національного університету  
імені В. Н. Каразіна**

Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології.  
Автоматизовані системи управління»

Випуск 51

*Збірник наукових праць*

Українською та англійською мовами

Комп'ютерне верстання О.О. Афанасьєва

Підписано до друку 25.10.2021 р.  
Формат 60x84/8. Папір офсетний. Друк цифровий.  
Ум. друк. арк. – 9,6.  
Обл.– вид. арк. – 12,1.  
Наклад 50 пр. Зам. № 26/21  
Безкоштовно

Видавець і виготовлювач  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна  
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3367 від 13.01.09

Видавництво Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна  
тел.: 705-24-32