

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

ВІСНИК

Харківського національного університету
імені В.Н. Каразіна

Серія

«Математичне моделювання.
Інформаційні технології.
Автоматизовані системи управління»

Випуск 50

Серія заснована 2003 р.

BULLETIN

of V.N. Karazin Kharkiv National University

Series

«Mathematical Modeling.
Information Technology.
Automated Control Systems»

Issue 50

First published in 2003

Харків
2021

Статті містять дослідження у галузі математичного моделювання та обчислювальних методів, інформаційних технологій, захисту інформації. Висвітлюються нові математичні методи дослідження та керування фізичними, технічними та інформаційними процесами, дослідження з програмування та комп'ютерного моделювання в наукоємних технологіях.

Для викладачів, наукових працівників, аспірантів, працюючих у відповідних або суміжних напрямках.

Наказом Міністерства освіти і науки України від 17.03.2020 № 409 наукове фахове періодичне видання Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» включено до Категорії «Б» Переліку наукових фахових видань України за наступними спеціальностями: 113 – Прикладна математика; 122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології; 123 – Комп'ютерна інженерія; 125 – Кібербезпека.

Затверджено до друку рішенням Вченої ради Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (протокол № 7 від 29.06.2021 р.)

Редакційна колегія:

Азаренков М.О. (гол. редактор),

д.ф.-м.н., академік НАН України, проф., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Жолткевич Г.М. (заст. гол. редактора), д.т.н., проф., ФМІ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Лазурик В.Т. (заст. гол. редактора), д.ф.-м.н., проф., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Споров О.Є. (відповідальний секретар), к.ф.-м.н., доц. ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Замула О. А., д.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Золотарьов В.О., д.ф.-м.н., проф., ФТІНТ імені Б.І. Веркіна НАН України

Куклін В.М., д.ф.-м.н., проф., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Мацевитий Ю.М., д.т.н., академік НАН України, проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

Рассомахін С. Г., д.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Руткас А.Г., д.ф.-м.н., проф., ФМІ ХНУ імені В. Н. Каразіна

Стервєдов М.Г., к.т.н., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Толстолузька О. Г. д.т.н., с.н.с., доц., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Угрюмов М. Л., д.т.н., проф., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Целуйко О.Ф., к.ф.-м.н., проф., ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Шейко Т.І., д.т.н., проф., фізико-енергетичний ф-т ХНУ імені В.Н. Каразіна

Шматков С. І., д.т.н., проф., ФКН ІВТ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Щербина В.А., д.ф.-м.н., проф., ФМІ ХНУ імені В.Н. Каразіна

Раскін Л.Г., д.т.н., проф., Національний технічний університет "ХПІ"

Стрельнікова О.О., д.т.н., проф. Ін-т проблем машинобудування НАН України

Соколов О.Ю., д.т.н., проф., кафедра прикладної інформатики, університет імені Миколая Коперника, м. Торунь (Польща)

Prof. **Harald Richter**, Dr.-Ing., Dr. rer. nat. habil. Professor of Technical Informatics and Computer Systems, Institute of Informatics, Technical University of Clausthal, Germany

Prof. **Philippe Lahire**, Dr. habil., Professor of computer science, Dep. of C. S., University of Nice-Sophia Antipolis, France

Адреса редакційної колегії: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 6, ХНУ імені В. Н. Каразіна, к. 534.

Тел. +380 (57) 705-42-81, Email: journal-mia@karazin.ua.

Мова публікації: українська, англійська, російська.

Статті пройшли внутрішнє та зовнішнє рецензування.

Свідоцтво про державну реєстрацію КВ № 21578-11478 Р від 18.08.2015.

The articles are present research in the field of mathematical modeling and computing methods, information technologies, information security. New mathematical methods of research and management of physical, technical and information processes, research on programming and computer modeling in science-intensive technologies are covered.

For teachers, researchers, graduate students working in relevant or related fields.

By the order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 17.03.2020 № 409 scientific professional periodical Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University series "Mathematical modeling. Information Technologies. Automated control systems" is included in Category "B" of the List of scientific professional publications of Ukraine in the following specialties: 113 – Applied Mathematics, 122 – Computer Science and Information Technology; 123 – Computer engineering; 125 – Cybersecurity.

Approved for publication by the decision of the Academic Council of V.N. Karazin Kharkiv National University (Minutes № 7 of 29.06.2021).

Editorial Board:

Azarenkov M.O. (Chief Editor), Acad. Of the NAS of Ukraine, Dr. Sc., Prof., HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zholtkevich G.M. (Deputy Editor), Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

Lazurik V.T. (Deputy Editor), Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Sporov O.E., (Executive Secretary), Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zamula A.A., Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Zolotarev V.A., Dr. Sc, Prof. B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine

Kuklin V.M., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Matsevity Yu.M., Acad. Of the NAS of Ukraine, Dr. Sc., Prof., DPE V.N. Karazin Kharkiv National University

Rossomakhin S.G., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Rutkas A.G., Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

Styervoyedov N.G., Ph.D. Assoc. Prof, CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Tolstoluzka O.G., Dr. Sc, Assoc. Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Ugryumov M.L., Dr. Sc, Prof. HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Tseluyko A.F., Ph.D. Prof, HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Sheyko T.I., Dr. Sc, Prof. DPE V.N. Karazin Kharkiv National University

Shmatkov S.I., Dr. Sc, Prof. CSD HTI V.N. Karazin Kharkiv National University

Shcherbina V.A., Dr. Sc, Prof. MCS V.N. Karazin Kharkiv National University

Raskin L.G., Dr. Sc, Prof. National Technical University "Kharkiv Polytechnic institute"

Strelnikova E.A., Dr. Sc, Prof., NASU A. Pidgorny Institute of Engineering Problems

Sokolov O.Yu., Dr. Sc, Prof. Nicolaus Copernicus University, Torun, Poland

Prof. **Harald Richter**, Dr.-Ing., Dr. rer. nat. habil. Professor of Technical Informatics and Computer Systems, Institute of Informatics, Technical University of Clausthal, Germany

Prof. **Philippe Lahire**, Dr. habil., Professor of computer science, Dep. of C. S., University of Nice-Sophia Antipolis, France

Editorial Address: 61022, Kharkiv, Svobodi sq., 6, V.N. Karazin Kharkiv National University, r. 534.

Phone. +380 (57) 705-42-81, Email: journal-mia@karazin.ua.

Language of publication: Ukrainian, English, Russian.

The articles pass internal and external review.

Certificate of state registration: KV № 21578-11478P dated 18.08.2015

ЗМІСТ

▪ Н.М. Антоненко, І.Г. Ткаченко	6
Осесиметрична термопружна деформація багатошарової плити з неідеальним тепловим контактом між шарами	
▪ Ф. М. Андрєєв, А. В. Осипчук, М. Г. Стервоєдов	14
Вибір елементів детекторного блоку системи для вимірювання координат джерел гамма-випромінювання	
▪ А.Я. Бомба, І.П. Мороз	27
Прогнозування стаціонарного розподілу носіїв заряду в активній області р-і-п структур методами теорії збурень	
▪ В.А. Буц, В.М. Куклін, І. В. Гуцин, В.В. Яновський, О.В. Мішин, Є.В. Поклонський, О. Приймак, С.М. Севидов, О.Є. Споров.	37
Комп'ютерне моделювання - новий метод досліджень у природничих науках	
▪ І.В. Гуцин, В.М. Куклін, О.В. Мішин	49
Нейронні мережі в сучасну епоху	
▪ Р.Ю. Корольков, С.В. Куцак, В.О. Воскобойник.	58
Аналіз атаки деавтентифікації в мережах IEEE 802.11 та пропозиція по її виявленню	
▪ М.Л. Мироненко.	71
Метод інтегральних рівнянь в задачах дослідження коливань оболонки, частково заповнених рідиною	

CONTENTS

▪ N. Antonenko, I. Tkachenko	6
Axisymmetric thermoelastic deformation of a multilayer plate with imperfect thermal contact between its layers	
▪ F. Andreev, A. Osipchuk, M. Styervoyedov	14
Selection of elements of the detector unit for the system to measure coordinates of gamma radiation sources	
▪ A. Bomba, I. Moroz	27
Prediction of the charge carriers stationary distribution in the active region of the p-i-n structures by the perturbation theory methods	
▪ V. Buts, I. Gushchin, V. Yanovsky, V. Kuklin, A. Mishyn, E. Poklonsky, A. Priymak, S. Sevidov, A. Sporov	37
Computer modeling as a new method of research in natural science	
▪ I. Gushchin, V. Kuklin, A. Mishyn	49
Neural Networks in the Modern Age	
▪ R. Korolkov, S. Kutsak, V. Voskoboinyk	58
Analysis of deauthentication attack in IEEE 802.11 networks and a proposal for its detection	
▪ M. Myronenko	71
The method of integral equations in the problems of studying oscillations of shells partially filled with liquid	

УДК 539.3

Оссиметрична термопружна деформація багатошарової плити з неідеальним тепловим контактом між шарами

Н.М. Антоненко, І.Г. Ткаченко

**Антоненко
Ніна Миколаївна**

*к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики
Національний університет «Запорізька політехніка»,
вул Жуковського, 64, м. Запоріжжя, Україна, 69063
e-mail: antonenkonina.ua@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-0427-6499>*

**Ткаченко
Ірина Григорівна**

*к.ф.-м.н., доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики
Запорізький національний університет,
вул Жуковського, 66, м. Запоріжжя, Україна, 69600
e-mail: tig.phd81@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4232-2484>*

Інтегральне перетворення Ганкеля та метод функцій податливості застосовано до розв'язання осесиметричної задачі термопружності для багатошарової плити з неідеальним тепловим контактом між шарами. У матричній формі побудовано рекурентні співвідношення, що пов'язують функції податливості сусідніх шарів плити. Чисельні розрахунки проведено для двошарової плити, що перебуває під дією теплових навантажень. Проаналізовано вплив коефіцієнта теплового опору на розподіл температури в точках нижньої межі верхнього шару і точках верхньої межі нижнього шару, а також на розподіл нормальних напружень на стику шарів плити.

Ключові слова: напруження, температура, неідеальний тепловий контакт, багатошарова плита, інтегральне перетворення Ганкеля, функції податливості.

Axisymmetric thermoelastic deformation of a multilayer plate with imperfect thermal contact between its layers

Antonenko Nina

*Candidate of science (physics and mathematics), associate professor of the department of Higher Mathematics
National University «Zaporizhzhia Polytechnic»,
64 Zhukovskogo str., Zaporizhzhia, Ukraine, 69063*

Tkachenko Iryna

*Candidate of science (physics and mathematics), associate professor of the department of Fundamental and Applied Mathematics
Zaporizhzhia National University,
66 Zhukovskogo str., Zaporizhzhia, Ukraine, 69600*

An axisymmetric stationary problem of thermoelasticity for a multilayer plate with imperfect thermal contact between its layers is solved by using the method of compliance functions and the Hankel transform. The mechanical contact of their boundaries is assumed to be perfect. The Hankel transforms of displacements, stresses, and temperature at the points of the layer can be represented in the form of the linear combinations of the six auxiliary functions. The auxiliary functions are connected with the Hankel transforms of displacements, stresses, temperature and flow at the points of the upper boundary of the corresponding layer. Those six auxiliary functions can be found from the boundary conditions in the case considered. Using the conditions on the boundaries between the layers and introducing a dummy layer the recurrent formulas for finding other auxiliary functions have been constructed. The auxiliary functions of each layer are dependence which is represented in the matrix form by using so-called compliance functions. The recurrence relations for the compliance functions of the thermoelastic multilayer plate have been constructed. The algorithm for solving the considered problem is formulated. The numerical calculations for a two-layer plate subjected to the thermal loads are performed. The influences of the thermal resistance coefficient on temperature distribution at the points of the lower boundary of the upper layer and at the points of the upper boundary of the lower layer and on the distribution of normal stresses on the common boundary of layers is analyzed.

Keywords: stresses, temperature, imperfect thermal contact, multilayer plate, Hankel transform, compliance functions.

Осесимметричная термоупругая деформация многослойной плиты с неидеальным тепловым контактом между слоями

Антоненко
Нина Николаевна

к. ф.-м. н., доцент кафедры высшей математики
Национальный университет «Запорожская политехника»,
ул. Жуковського, 64, г. Запорожье, Украина, 69063

Ткаченко
Ирина Григорьевна

к. ф.-м. н., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики
Запорожский национальный университет,
ул. Жуковского, 66, г. Запорожье, Украина, 69600

Интегральное преобразование Ханкеля и метод функций податливости использованы для решения осесимметричной задачи термоупругости для многослойной плиты с неидеальным тепловым контактом между слоями. В матричной форме построены рекуррентные соотношения для расчета функций податливости слоев плиты. Числовые расчеты проведены для двухслойной плиты, которая находится под действием тепловых нагрузок. Проанализировано влияние коэффициента теплового сопротивления на распределение температуры в точках нижней границы верхнего слоя и точках верхней границы нижнего слоя плиты, также исследовано влияние указанного коэффициента на распределение нормальных напряжений в точках общей границы слоев.

Ключевые слова: напряжения, температура, неидеальный тепловой контакт, многослойная плита, интегральное преобразование Ханкеля, функции податливости.

1 Вступ

Багатошарові плити є складовими компонентами багатьох інженерних конструкцій та споруд. На практиці такі об'єкти часто експлуатуються в умовах високих температур, тому під час їх розрахунку на міцність потрібно враховувати, окрім механічних, ще й температурні ефекти. Авторами [1-4] за допомогою методу функцій податливості [5] отримано розв'язки задач термопружності при умовах ідеального теплового контакту між шарами багатошарової основи та плити в плоскій та просторовій постановках. Розв'язання задачі про осесиметричну термопружну деформацію багатошарової основи з неідеальним тепловим контактом між шарами наведено у [6].

Робота [7] присвячена розв'язанню осесиметричної температурної задачі для системи контактуючих тіл циліндр-шар з урахуванням неідеального теплового контакту. Розв'язок осесиметричної контактної задачі термопружності для тришарового пружного циліндра при умові ідеального одностороннього механічного та неідеального теплового контактів наведено в [8]. Запропоновано ітераційний алгоритм, що ґрунтується на основі метода скінченних елементів. У [9, 10] проведено математичне моделювання процесу теплообміну в кусково-неоднорідному шарі через тонке включення. Отримано та досліджено розв'язок задачі теплопровідності при умові неідеального теплообміну.

Розв'язанню задачі про дослідження напружено-деформованого стану багатошарового порожнистого циліндра скінченої довжини, що знаходиться під дією внутрішнього тиску та температури в осесиметричній постановці присвячено статтю [11]. За допомогою сплайн-колокації задачу зведено до одновимірної, проаналізовано поля переміщень і напружень залежно від типу та величини навантажень. Методом інтегрального перетворення Фур'є-Бесселя у [12] отримано розв'язок нестационарної задачі теплопровідності для двошарового симетричного простору при умові неідеального термічного контакту.

У наведеній статті досліджується осесиметрична деформація багатошарової плити при умові неідеального теплового контакту між її шарами.

2 Постановка задачі

Розглядається багатошарова плита, що складається з n пружних, однорідних та невагомих шарів. Кожен шар характеризуватимемо товщиною h_k , модулем Юнга E_k , коефіцієнтом Пуассона ν_k , коефіцієнтом теплопровідності $k_{T,k}$ та коефіцієнтом теплового розширення $\alpha_{T,k}$, $k = \overline{1, n}$. На спільних межах шарів виконуються умови ідеального механічного та неідеального теплового контактів [13]. На верхній та нижній межах плити задані напруження та температура.

Шари нумеруватимемо зверху донизу. Усі величини, що відносяться до k -го шару, позначатимемо нижнім індексом k (якщо це не призводитиме до неоднозначності, то індекс

опускатимемо). У кожному шарі введемо локальну циліндричну систему координат так як показано на рис. 2.1.

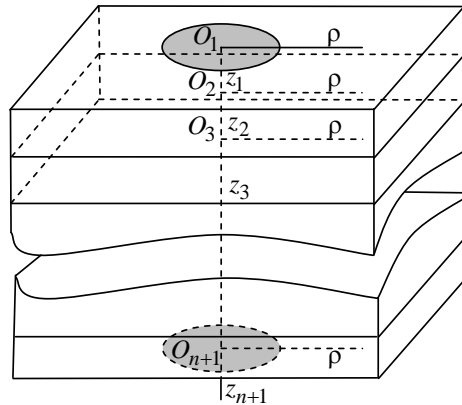


Рис. 2.1 Багатошарова плита

Крайові умови задачі:

$$\sigma_{z,1}(\rho,0) = \sigma(\rho), \quad \tau_{\rho z,1}(\rho,0) = \tau(\rho), \quad T_1(\rho,0) = f(\rho), \quad (2.1)$$

$$\sigma_{z,n}(\rho,h_n) = \tilde{\sigma}(\rho), \quad \tau_{\rho z,n}(\rho,h_n) = \tilde{\tau}(\rho), \quad T_n(\rho,h_n) = \tilde{f}(\rho), \quad (2.2)$$

де $\sigma(\rho)$, $\tilde{\sigma}(\rho)$, $\tau(\rho)$, $\tilde{\tau}(\rho)$, $f(\rho)$, $\tilde{f}(\rho)$ – задані функції.

Умови на спільних межах шарів плити:

$$\sigma_{\rho,k+1}(\rho,0) = \sigma_{\rho,k}(\rho,h_k), \quad \tau_{\rho z,k+1}(\rho,0) = \tau_{\rho z,k}(\rho,h_k), \quad (2.3)$$

$$u_{z,k+1}(\rho,0) = u_{z,k}(\rho,h_k), \quad u_{\rho,k+1}(\rho,0) = u_{\rho,k}(\rho,h_k), \quad (2.4)$$

$$k_{T,k} \frac{\partial T_k}{\partial z}(\rho,h_k) = \frac{1}{R_k} (T_{k+1}(\rho,0) - T_k(\rho,h_k)), \quad k_{T,k+1} \frac{\partial T_{k+1}}{\partial z}(\rho,0) = k_{T,k} \frac{\partial T_k}{\partial z}(\rho,h_k), \quad (2.5)$$

де R_k – коефіцієнт теплового опору, $k_{T,k}$ – коефіцієнти теплопровідності шарів, $k = \overline{1,n}$.

Необхідно знайти термо-напружено-деформівний стан (ТНДС) у всіх точках плити в рамках осесиметричної деформації.

3 Метод розв'язання

Задача розв'язується за допомогою інтегрального перетворення Ганкеля:

$$\bar{v}^m(p; z) = \int_0^{+\infty} \rho v(\rho, z) J_m(p\rho) d\rho, \quad (3.1)$$

$$v(\rho; z) = \int_0^{+\infty} p \bar{v}^m(p, z) J_m(p\rho) dp, \quad (3.2)$$

де $\bar{v}^m(\rho)$ – трансформанта Ганкеля порядку m , J_m – функція Бесселя першого роду порядку m , $p \in [0; +\infty)$ – параметр інтегрального перетворення.

Відомо [3], що трансформанти Ганкеля компонент ТНДС окремого шару можна представити у вигляді лінійної комбінації допоміжних функцій

$$\alpha = \bar{\sigma}_z(p,0), \quad \beta = \mu p W(p,0), \quad \gamma = \mu p U(p,0), \quad \delta = \bar{\tau}_{\rho z}(p,0), \quad (3.3)$$

$$\eta = \bar{T}(p,0), \quad \varepsilon = \frac{1}{p} \frac{d\bar{T}}{dz}(p,0) \quad (3.4)$$

цього шару наступними співвідношеннями:

$$2\mu p W(p, z) = ((2 - \omega) \operatorname{sh} pz - \omega pz \operatorname{ch} pz) \alpha + 2(\operatorname{ch} pz - \omega pz \operatorname{sh} pz) \beta + \\ + 2((1 - \omega) \operatorname{sh} pz - \omega pz \operatorname{ch} pz) \gamma - \omega pz \operatorname{sh} pz \delta + E \omega \alpha_T ((\operatorname{sh} pz + pz \operatorname{ch} pz) \eta + pz \operatorname{sh} pz \varepsilon), \quad (3.5)$$

$$2\mu p U(p, z) = \omega pz \operatorname{sh} pz \alpha + 2((1 - \omega) \operatorname{sh} pz + \omega pz \operatorname{ch} pz) \beta + 2(\omega pz \operatorname{sh} pz + \operatorname{ch} pz) \gamma + \\ + ((2 - \omega) \operatorname{sh} pz + \omega pz \operatorname{ch} pz) \delta - E \omega \alpha_T (pz \operatorname{sh} pz \eta + (pz \operatorname{ch} pz - \operatorname{sh} pz) \varepsilon), \quad (3.6)$$

$$\bar{\sigma}_z(\xi, z) = (\operatorname{ch} pz - \omega pz \operatorname{sh} pz)\alpha + 2\omega (\operatorname{sh} pz - pz \operatorname{ch} pz)\beta - 2\omega pz \operatorname{sh} pz \gamma - \\ - ((1 - \omega)\operatorname{sh} pz + \omega pz \operatorname{ch} pz)\delta + E\omega\alpha_T (pz \operatorname{sh} pz \eta + (pz \operatorname{ch} pz - \operatorname{sh} pz)\varepsilon), \quad (3.7)$$

$$\bar{\tau}_{\rho z}(p, z) = -(1 - \omega)\operatorname{sh} pz + \omega pz \operatorname{ch} pz)\alpha + 2\omega pz \operatorname{sh} pz \beta + 2\omega (\operatorname{sh} pz + pz \operatorname{ch} pz)\gamma + \\ + (\operatorname{ch} pz + \omega pz \operatorname{sh} pz)\delta - E\omega\alpha_T ((\operatorname{sh} pz + pz \operatorname{ch} pz)\eta + pz \operatorname{sh} pz \varepsilon), \quad (3.8)$$

$$\bar{T}(\xi, z) = \operatorname{ch} pz \eta + \operatorname{sh} pz \varepsilon, \quad (3.9)$$

де $\bar{\sigma}_z(p, z) = \bar{\sigma}_z^0(p, z)$, $\bar{\tau}_{\rho z}(p, z) = \bar{\tau}_{\rho z}^1(p, z)$, $U(p, z) = \bar{u}_\rho^1(p, z)$, $W(p, z) = \bar{u}_z^0(p, z)$,
 $\bar{T}(p, z) = \bar{T}^0(p, z)$, $\omega = 1/2(1 - \nu)$.

Для знаходження невідомих компонентів ТНДС плити треба визначити допоміжні функції для кожного її шару. Побудуємо рекурентні співвідношення, що пов'язують допоміжні функції сусідніх шарів. Застосуємо до умов (2.3)–(2.5) пряме інтегральне перетворення Ганкеля (3.1). Отримані в результаті співвідношення при використанні рівностей (3.3), (3.4) та формул (3.5)–(3.9) при $z = h_k$ можна записати у вигляді:

$$\bar{\alpha}_{k+1} = M_{11,k} \bar{\alpha}_k + M_{12,k} \bar{\beta}_k + M_{13,k} \eta_k + M_{14,k} \eta_{n+1}, \quad (3.10)$$

$$\bar{\beta}_{k+1} = M_{21,k} \bar{\alpha}_k + M_{22,k} \bar{\beta}_k + M_{23,k} \eta_k + M_{24,k} \eta_{n+1}, \quad (3.11)$$

$$\bar{\eta}_{k+1} = V_k \bar{\eta}_k, \quad k = \overline{1, n-1}, \quad (3.12)$$

де $\bar{\alpha}_k = \begin{pmatrix} \alpha_k \\ \delta_k \end{pmatrix}$, $\bar{\beta}_k = \begin{pmatrix} \beta_k \\ \gamma_k \end{pmatrix}$, $\bar{\eta}_k = \begin{pmatrix} \eta_k \\ \varepsilon_k \end{pmatrix}$, $L_k = R_k k_{T,k}$, $\bar{\mu}_k = \frac{\mu_k}{\mu_{k+1}}$, $S_k = \operatorname{sh} p_k$, $C_k = \operatorname{ch} p_k$, $p_k = p h_k$,

$$M_{11,k} = \begin{pmatrix} C_k - \omega_k p_k S_k & -(1 - \omega_k) S_k - \omega_k p_k C_k \\ -(1 - \omega_k) S_k + \omega_k p_k C_k & C_k + \omega_k p_k S_k \end{pmatrix}, \quad M_{12,k} = 2\omega_k \begin{pmatrix} S_k - p_k C_k & -p_k S_k \\ p_k S_k & S_k + p_k C_k \end{pmatrix},$$

$$M_{13,k} = E_k \omega_k \alpha_{T,k} \begin{pmatrix} p_k S_k + r_k (S_k - p_k C_k) \\ -S_k - p_k C_k + r_k p_k S_k \end{pmatrix}, \quad M_{14,k} = E_k \omega_k \alpha_{T,k} F_k \begin{pmatrix} p_k C_k - S_k \\ -p_k S_k \end{pmatrix},$$

$$M_{21,k} = \frac{1}{2\bar{\mu}_k} \begin{pmatrix} (2 - \omega_k) S_k - \omega_k p_k C_k & -\omega_k p_k S_k \\ \omega_k p_k S_k & (2 - \omega_k) S_k + \omega_k p_k C_k \end{pmatrix},$$

$$M_{22,k} = \frac{1}{\bar{\mu}_k} \begin{pmatrix} -\omega_k p_k S_k + C_k & (1 - \omega_k) S_k - \omega_k p_k C_k \\ (1 - \omega_k) S_k + \omega_k p_k C_k & \omega_k p_k S_k + C_k \end{pmatrix},$$

$$M_{23,k} = \frac{E_k \omega_k \alpha_{T,k}}{2\bar{\mu}_k} \begin{pmatrix} S_k + p_k C_k - r_k p_k S_k \\ -p_k S_k - r_k (S_k - p_k C_k) \end{pmatrix}, \quad M_{24,k} = \frac{E_k \omega_k \alpha_{T,k} F_k}{2\bar{\mu}_k} \begin{pmatrix} p_k S_k \\ S_k - p_k C_k \end{pmatrix},$$

$$V_k = \begin{pmatrix} C_k + L_k p S_k & S_k + L_k p C_k \\ \Delta_k S_k & \Delta_k C_k \end{pmatrix}, \quad k = \overline{1, n}.$$

Уведемо фіктивний шар з номером $n+1$ та будемо вважати, що на межі n -го та $(n+1)$ -го шарів виконуються умови ідеального механічного та теплового контактів:

$$\sigma_{\rho, n+1}(\rho, 0) = \sigma_{\rho, n}(\rho, h_n), \quad \tau_{\rho z, n+1}(\rho, 0) = \tau_{\rho z, n}(\rho, h_n), \quad (3.13)$$

$$T_{n+1}(\rho, 0) = T_n(\rho, h_n), \quad (3.14)$$

Рівності (3.13) та (3.14) у просторі трансформант Ганкеля запишемо у такому вигляді:

$$\bar{\alpha}_{n+1} = M_{11,n} \bar{\alpha}_n + M_{12,n} \bar{\beta}_n + M_{13,n} \eta_n + M_{14,n} \eta_{n+1}, \quad \eta_{n+1} = C_n \eta_n + S_n \varepsilon_n.$$

Із останніх співвідношень отримуємо:

$$\bar{\beta}_n = -M_{12,n}^{-1} M_{11,n} \bar{\alpha}_n - M_{12,n}^{-1} M_{13,n} \eta_n + M_{12,n}^{-1} \bar{\alpha}_{n+1} - M_{12,n}^{-1} M_{14,n} \eta_{n+1}, \quad \varepsilon_n = -\operatorname{cth} p_n \eta_n + \frac{1}{S_n} \eta_{n+1}.$$

Якщо використати процедуру, описану в [4], можна довести, що мають місце наступні залежності:

$$\bar{\beta}_k = A_k \bar{\alpha}_k + B_k \bar{\alpha}_{n+1} + D_k \eta_k + E_k \eta_{n+1}, \quad \varepsilon_k = -r_k \eta_k + F_k \eta_{n+1}, \quad (3.15)$$

де A_k , B_k – матриці податливості k -го шару плити, елементи цих матриць та функції D_k , E_k , F_k , r_k називатимемо функціями податливості термопружної плити (за термінологією [5]).

Аналогічно [4], отримано рекурентні формули, що пов'язують функції податливості сусідніх шарів:

$$\begin{aligned}
 A_n &= -M_{12,n}^{-1} M_{11,n}, \quad B_n = M_{12,n}^{-1}, \quad D_n = -M_{12,n}^{-1} M_{13,n}, \quad E_n = -M_{12,n}^{-1} M_{14,n}, \quad F_n = \frac{1}{S_n}, \quad r_n = \text{cth } p_n, \\
 A_k &= (A_{k+1} M_{12,k} - M_{22,k})^{-1} (M_{21,k} - A_{k+1} M_{11,k}), \quad B_k = -(A_{k+1} M_{12,k} - M_{22,k})^{-1} B_{k+1}, \\
 D_k &= (A_{k+1} M_{12,k} - M_{22,k})^{-1} (M_{23,k} - A_{k+1} M_{13,k} - D_{k+1} (C_k + L_k p S_k - r_k (S_k + L_k p C_k))), \\
 E_k &= (A_{k+1} M_{12,k} - M_{22,k})^{-1} (M_{24,k} - A_{k+1} M_{14,k} - D_{k+1} (S_k + L_k p C_k) F_k - E_{k+1}), \\
 F_k &= \frac{F_{k+1}}{\Delta_k C_k + r_{k+1} (S_k + L_k p C_k)}, \quad r_k = \frac{\Delta_k S_k + r_{k+1} (C_k + L_k p S_k)}{\Delta_k C_k + r_{k+1} (S_k + L_k p C_k)}. \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

Алгоритм розв'язання задачі:

- 1) за формулами (3.16) обчислюємо функції податливості плити починаючи з n -го шару;
- 2) використовуючи граничні умови (2.1) та (2.2), знаходимо допоміжні функції $\alpha_1, \delta_1, \eta_1$ та $\alpha_{n+1}, \delta_{n+1}, \eta_{n+1}$;
- 3) обчислюємо допоміжні функції шарів за формулами (3.15), (3.10), (3.12);
- 4) підставляємо вирази для допоміжних функцій у трансформанти компонент ТНДС (3.5)–(3.9) та застосовуємо до них обернене перетворення Ганкеля.

4 Чисельні результати

Чисельні розрахунки проведено для двошарової плити з такими характеристиками шарів:

$$h_1 = h_2 = h, \quad E_1 = E_2 = E, \quad \nu_1 = \nu_2 = 0,375. \quad \text{За крайових умов} \quad T_1(x,0) = \begin{cases} 10T_0, & |x| < h, \\ 0, & |x| \geq h, \end{cases}$$

$\sigma_{z,1}(\rho,0) = \sigma_{z,2}(\rho,h_2) = 0, \quad \tau_{\rho z,1}(\rho,0) = \tau_{\rho z,2}(\rho,h_2) = 0$ знайдено нормальні напруження $\tilde{\sigma}_z(\rho,h) = \sigma_{z,1}(\rho,h)/(\alpha_{T1} T_0 E_1)$ на стику шарів двошарової плити для різних відношень коефіцієнтів теплового розширення шарів $\tilde{\Delta} = \alpha_{T1}/\alpha_{T2}$ при $\Delta = k_{T1}/k_{T2} = 1$ (рис. 4.1а) та для різних відношень коефіцієнтів теплопровідності шарів Δ при $\tilde{\Delta} = 1$ (рис. 4.1б). Також знайдено розподіл температури в точках нижньої межі першого шару $\tilde{T}_1(\rho,h) = T_1(\rho,h)/T_0$ (рис. 4.2а) та верхньої межі нижнього шару плити $\tilde{T}_2(\rho,0) = T_2(\rho,0)/T_0$ (рис. 4.2б) для різних відношень коефіцієнтів теплопровідності шарів Δ . На рис. 4.1–4.2 крива 1 відповідає ідеальному тепловому контакту, крива 2 – $R = 1$, крива 3 – $R = 10$.

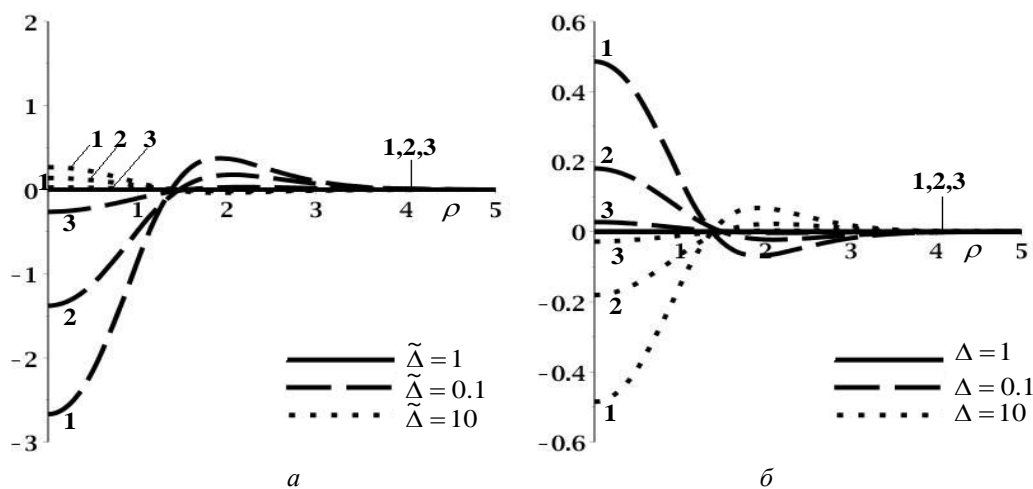


Рис. 4.1 Нормальні напруження $\tilde{\sigma}_{z,1}(\rho, h)$ на спільній межі шарів двошарової плити при $\Delta = 1$ і різних відношеннях коефіцієнтів теплового розширення (а) та при $\tilde{\Delta} = 1$ і різних відношеннях коефіцієнтів теплопровідності (б) (крива 1 – ідеальний тепловий контакт, 2 – $R_1 = 1$, 3 – $R_1 = 10$)

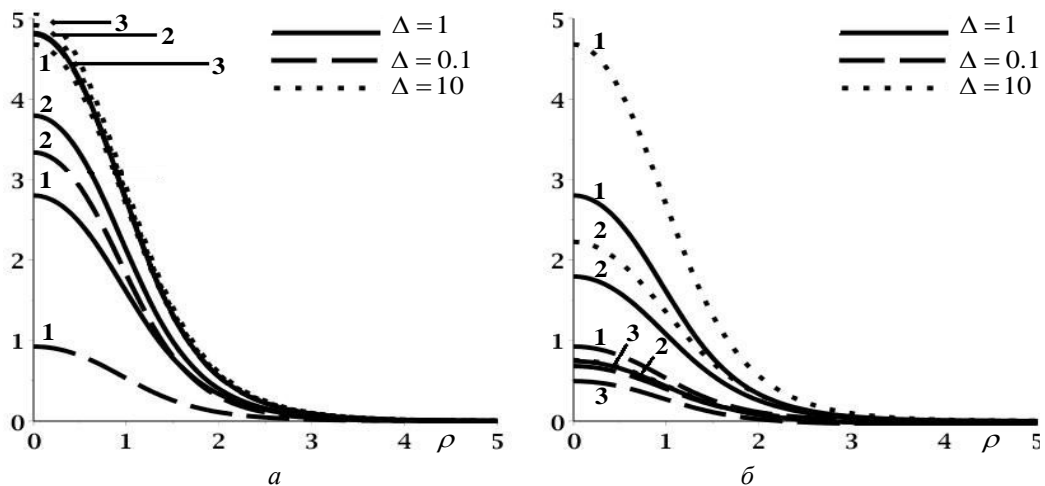


Рис. 4.2 Температура у точках нижньої межі першого шару плити $\tilde{T}_1(\rho, h)$ (а) та точках верхньої межі другого шару плити $\tilde{T}_2(\rho, 0)$ (б) (крива 1 – ідеальний тепловий контакт, 2 – $R_1 = 1$, 3 – $R_1 = 10$)

Аналіз графіків розподілу наведених нормальних напружень і температури дозволяє зробити наступні висновки:

- 1) найбільш суттєвий вплив коефіцієнта теплового опору на розподіл нормальних напружень $\tilde{\sigma}_{z,1}(\rho, h)$ спостерігається для плити з $\Delta = 1$, $\tilde{\Delta} = 0,1$, а найменш суттєвий – для плити з $\Delta = 1$, $\tilde{\Delta} = 10$;
- 2) для плити, яка складається з шарів, що мають однакові характеристики, нормальні напруження на стику шарів відсутні;
- 3) збільшення коефіцієнта теплового опору призводить до зменшення модуля нормальних напружень $\tilde{\sigma}_{z,1}(\rho, h)$;
- 4) збільшення коефіцієнта теплового опору призводить до збільшення температури $\tilde{T}_1(\rho, h)$ в точках нижньої межі першого шару плити, а в точках верхньої межі другого шару спостерігається зворотній ефект;
- 5) найбільш суттєвий ефект на розподіл температури $\tilde{T}_1(\rho, h)$ спостерігається при $\Delta = 0,1$, а для $\tilde{T}_2(\rho, 0)$ – при $\Delta = 10$.

5 Основний текст

Запропоновано спосіб визначення термо-напружено-деформованого стану багатошарової плити з неідеальним тепловим контактом між шарами, що перебуває під дією осесиметричних теплових та силових навантажень. У просторі трансформант Ганкеля в матричній формі побудовано рекурентні співвідношення, що пов'язують допоміжні функції сусідніх шарів, через які виражаються трансформанти напружень та переміщень шарів, а також рекурентні співвідношення між функціями податливості сусідніх шарів плити. Проведено чисельні розрахунки для двошарової плити, що знаходиться під дією теплових навантажень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Величко І. Г., Ткаченко І. Г. Плоска термопружна деформація багатошарової основи. *Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Механіка*. 2004. Вип. 8, т. 1, № 6. С. 154–161.
2. Величко І. Г., Ткаченко І. Г. Просторова та осесиметрична термопружна деформація багатошарової основи. *Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Механіка*. 2004. Вип. 8, т. 2, № 6/2. С. 36–43.
3. Величко І. Г., Ткаченко І. Г. Осесиметрична мішана задача термопружності для багатошарової основи. *Динамические системы*. 2009. Вип. 26. С. 3–12.
4. Антоненко Н. М. Плоска термопружна деформація багатошарової плити з пружними зв'язками між шарами. *Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна*

серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». 2018. Вип. 39. С. 4–13.

<https://periodicals.karazin.ua/mia/article/download/11642/11043/>

5. Приварников А. К. Решение граничных задач теории упругости для многослойных оснований : метод. разработка. Днепропетровск : Днепропетр. гос. ун-т, 1976. 60 с.
6. Antonenko N. M., Tkachenko I. H., Shupchynska K. S. Axisymmetric thermoelastic deformation of a multilayer foundation with imperfect thermal contact of its layers. *Мат. методи та фіз.-мех. поля*. 2020. Т. 63, № 3. С. 123–129.
<http://journals.iapmm.lviv.ua/ojs/index.php/MMPMF/article/view/3350>
7. Окрепкий Б. С., Алілуйко А. М. Осесиметрична температурна задача для системи тіл циліндр-шар. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. 2014. № ¼ (67). С. 10–17.
<https://cyberleninka.ru/article/n/osesimetrichna-temperaturna-zadacha-dlya-sistemi-til-tsilindr-shar>
8. Бобильов (мол.) О. О., Лобода В. В. Осесиметрична контактна задача термопружності для тришарового пружного циліндра з жорстким нерівномірно нагрітим сердечником. *Мат. методи та фіз.-мех. поля*. 2013. 56, № 4. С. 149–157.
http://www.iapmm.lviv.ua/journal/564_pdf/564_16a.pdf
9. Гера Б. В. Математичне моделювання умов неідеального теплового контакту шарів через тонке включення з джерелами тепла. *Фіз.-мат. моделювання та інформаційні технології*. 2013. Вип. 8. С. 61–72.
http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=Fmmit_2013_18_8
10. Gera B. V., Dmytruk V. A. Obtaining and investigation of the conditions of heat transfer through inhomogeneous inclusion with heat sources. *Mathematical modeling and computing*. 2015. Vol. 2, № 1. P. 33–47.
http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=mmc_2015_2_1_6
11. Верещака С. М., Дейнека А. В., Данільцев В. В. Термопружний напружений стан склопластикового шарнірного циліндра з урахуванням неідеального контакту між шарами. *Вісник Запорізького нац. ун-ту. Фіз.-мат. науки*. 2015. № 3. С. 42–50.
<https://web.znu.edu.ua/herald/issues/2015/2015-fm-3.pdf>
12. Блажевський С. Г. Моделювання процесу дифузії тепла у двошаровому симетричному просторі. *Вісник Херсонського нац. тех. ун-ту*. 2018. Т. 2, № 3 (66). С. 29–33.
[http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=Vkhdtu_2018_3\(2\)_6](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=Vkhdtu_2018_3(2)_6)
13. Немиш Б. Ю. Об аналитическом решении одного класса трехмерных задач термоупругости для неравномерно нагретых слоистых трансверсально-изотропных пластин. *Прикл. механика*. 1999. Т. 35, № 7. С. 95–103.

REFERENCES

1. I.G. Velychko and I.G. Tkachenko, “Plane thermoelastic deformation of multilayer foundation”. *Visnyk Dnipropetrovskogo universytetu. Seriya: mexanika*, Issue 8, Vol. 1, no. 6, pp. 154-161, 2004. [in Ukrainian]
2. I.G. Velychko and I.G. Tkachenko, “Spatial and axisymmetric thermoelastic deformation of multilayer foundation”. *Visnyk Dnipropetrovskogo universytetu. Seriya: mexanika*, Issue 8, Vol. 2, no. 6/2, pp. 36-43, 2004. [in Ukrainian]
3. I.G. Velychko and I.G. Tkachenko, “An axisymmetrical mixed thermoelectricity problem for multilayer foundation”. *Dynamic systems*, Issue 26, pp. 3-12, 2009. [in Ukrainian]

4. N.M. Antonenko, "Plane thermoelastic deformation of a multilayer plate with elastic links between its layers". *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series «Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems»*, vol. 39, pp. 4–13, 2018. [in Ukrainian]
<https://periodicals.karazin.ua/mia/article/download/11642/11043/>
5. A.K. Privarnikov, *The solution of boundary problems of the theory of elasticity for multilayer foundations*. Dnepropetrovsk : DNU, 1976, 60 p. [in Russian]
6. N.M. Antonenko, I.H. Tkachenko, and K.S. Shupchynska, "Axisymmetric thermoelastic deformation of a multilayer foundation with imperfect thermal contact of its layers". *Mathematical methods and physico-mechanical fields*, Issue 63, no. 3, pp. 123-129, 2020. [in English]
<http://journals.iapmm.lviv.ua/ojs/index.php/MMPMF/article/view/3350>
7. B.S. Okrepkiy and A.M. Aliluiko, "Axisymmetric temperature problem for the body system cylinder-sphere". *Eastert-European Journal of Enterprise Technologies*, no. ¼ (67), pp. 10-17, 2014. [in Ukrainian]
<https://cyberleninka.ru/article/n/osesimetrichna-temperaturna-zadacha-dlya-sistemi-til-tsilindr-shar>
8. A.A. Bobylov (Jr) and V.V. Loboda, "Axisymmetric Contact Problem of Thermoelasticity for a Three-Layer Elastic Cylinder with Rigid Nonuniformly Heated Core". *Mathematical methods and physico-mechanical fields*, Issue 56, no. 4, pp. 448-459, 2013. [in Ukrainian]
http://www.iapmm.lviv.ua/journal/564_pdf/564_16a.pdf
9. B.V. Gera, "Mathematical modelling of nonideal conditions for thermal contact of layers through thing inclusion with heat source". *Physico-mathematical modelling and informational technologies*, vol. 8, pp. 61-72, 2013. [in Ukrainian]
http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=Fmmit_2013_18_8
10. B.V. Gera and V.A. Dmytruk, "Obtaining and investigation of the conditions of heat transfer through inhomogeneous inclusion with heat sources". *Mathematical modeling and computing*, vol. 2, no. 1, pp. 33-47, 2015. [in English]
http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=mmc_2015_2_1_6
11. S.M. Vereshchaka, A.V. Deineka, and V.V. Daniltsev, "Thermal stress state of multilayer fiberglass hinged support cylinder with non-ideal contact between the layers". *Visnyk of Zaporizhzhya National University. Physical and Mathematical Science*, no. 3, pp. 42-50, 2015. [in Ukrainian]
<https://web.znu.edu.ua/herald/issues/2015/2015-fm-3.pdf>
12. S.G. Blazhevskiy, "Modeling of the process of heat diffusion in two-layer symmetric space". *Visnyk of Kherson National Technical University*, Issue 2, no. 3 (66), pp. 29-33, 2018. [in Ukrainian]
[http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=Vkhdtu_2018_3\(2\)_6](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=Vkhdtu_2018_3(2)_6)
13. B.Yu. Nemish, "Three-dimensional thermoelasticity problems for nonuniformly heated laminar transversally isotropic plates". *Applied Mechanics*, Issue 35, no. 7, pp. 732-740, 1999. [in Russian]

УДК 539.1.074.55:004.3

Вибір елементів детекторного блоку системи для вимірювання координат джерел гамма-випромінювання

Ф. М. Андреев А. В. Осипчук М. Г. Стервоедов

Андреев Феликс Михайлович*доктор технічних наук, професор, професор кафедри електроніки та управляючих систем Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків, Україна.**e-mail: andreev.felix36@gmail.com**<https://orcid.org/0000-0002-7655-3352>***Осипчук Андрій Володимирович***Старший викладач кафедри електроніки та управляючих систем Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків, Україна.**e-mail: osypchuk@karazin.ua**<https://orcid.org/0000-0003-2725-365X>***Стервоедов Микола Григорович***к.т.н., доцент; завідуючий кафедри електроніки та управляючих систем**Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, Майдан Свободи 4, Харків-22, Україна, 61022**e-mail: stervoyedov@yahoo.com**<https://orcid.org/0000-0003-0136-6437>*

У статті розглядається актуальна проблема створення сучасних, ефективних і надійних систем контролю за радіаційною обстановкою та оперативного пошуку ядерних радіоактивних матеріалів і радіаційних джерел, які вийшли з регульованого нагляду. Для радіаційно-екологічного моніторингу, запобіганню наслідків ядерної контрабанди та визначення координат джерел іонізуючого випромінювання застосовується перспективний метод неруйнівного контролю з використанням напівпровідникових детекторів іонізуючих випромінювань. В методі для визначення напрямку на імпульсні і постійні джерела гамма-випромінювання використовується відношення кількості сигналів, які приходять з детекторів, що розташовані в поглиначах спеціальної геометричної форми.

Мета статті - вибір елементів детекторного блоку для засобу, в якому використовується метод поглинання для визначення координат джерела гамма-випромінювання. Основну увагу приділено пошуку оптимальних характеристик матеріалу поглинача випромінювання та вибору детектора.

В статті проводиться детальний аналіз параметрів детекторів ядерних випромінювань з різних напівпровідникових матеріалів, виділяються та описуються їх характерні особливості. Аналіз експериментальних даних і теоретичних розрахунків дозволяють стверджувати, що в разі координатометрії джерел гама - випромінювання в якості матеріалу детектору слід вибирати широкозонний напівпровідник CdZnTe. У детекторів даного типу енергетичний діапазон становить від 20 до 3000 кеВ, діапазон робочих температур — від -40 до +50 °С, енергетичної дозвіл — порядку декількох відсотків.

Ключові слова: система контролю, джерело гамма-випромінювання, поглинена доза, детектор напівпровідниковий, кутові координати джерела, CdZnTe НІІД

Selection of elements of the detector unit for the system to measure coordinates of gamma radiation sources

Andreev Felix*Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Electronics and Control Systems Department, V.N. Karazin Kharkiv National University. Svobody Sq, 4, Kharkiv, 61022, Ukraine.***Osipchuk Andriy***Senior lecturer of the Electronics and Control Systems Department, V.N. Karazin Kharkiv National University. Svobody Sq, 4, Kharkiv, 61022, Ukraine. e-mail: osypchuk@karazin.ua***Stervoyedov Mykola***Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Electronics and Control Systems Department, V.N. Karazin Kharkiv National University. Svobody Sq, 4, Kharkiv, 61022, Ukraine.*

The article considers the relevant problem of creating modern, effective and reliable systems for monitoring the radiation situation, and the operational tracking of nuclear radioactive materials and radiation sources which are not under regulated supervision. The promising method of non-destructive testing by means of semiconductor detectors of ionizing radiation is used for monitoring environmental radiation, preventing nuclear smuggling consequences, and determining coordinates of ionizing radiation sources. The method for determining the direction towards both pulsed and constant sources of gamma radiation uses the ratio of the number of signals coming from the detectors placed in the absorbers of a special geometric shape. The purpose of the article is to select the elements of the detector unit for the system, which uses the method of absorption to determine the coordinates of the source of gamma radiation. The main attention is focused on the search for optimal characteristics of the radiation absorber material and the choice of the detector. The article analyzes the parameters of nuclear radiation detectors from different semiconductor materials, highlights and describes their characteristics. Analysis of experimental data and theoretical calculations allows us to assert that in the case of coordinateometry of gamma-radiation sources, a wide-gap semiconductor CdZnTe should be chosen as a detector material. For detectors of this type the energy range is from 20 to 3000 keV, the operating temperature range is from -40 to +50 °C, and the energy resolution is of the order of several percent.

Keywords: control system, gamma radiation source, absorbed dose, semiconductor detector, angular coordinates of the source, CdZnTe PPD.

Выбор элементов детекторного блока системы для измерения координат источников гамма-излучения

Андреев Феликс Михайлович	<i>доктор технических наук, профессор, профессор кафедры электроники и управляющих систем Харьковского Национального университета имени В.Н. Каразина. Площадь Свободы, 4, Харьков, Украина.</i>
Осипчук Андрей Владимирович	<i>старший преподаватель кафедры электроники и управляющих систем Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина, Площадь Свободы, 4, Харьков, Украина.</i>
Стервиедов Николай Григорьевич	<i>кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электроники и управляющих систем Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина. Площадь Свободы, 4, Харьков, Украина.</i>

В статье рассматривается актуальная проблема создания современных, эффективных и надежных систем контроля радиационной обстановки и оперативного поиска ядерных радиоактивных материалов и радиационных источников, которые вышли из регулируемого надзора. Для радиационно-экологического мониторинга, предотвращения последствий ядерной контрабанды и определения координат источников ионизирующего излучения используется перспективный метод неразрушающего контроля с использованием полупроводниковых детекторов ионизирующих излучений. В методе для определения направления на импульсные и постоянные источники гамма-излучения используется отношение количества сигналов, приходящих от детекторов, расположенных в поглотителях специальной геометрической формы. Цель статьи – выбор элементов детекторного блока для средства, в котором используется метод поглощения для определения координат источника гамма-излучения. Основное внимание уделено поиску оптимальных характеристик материала поглотителя излучения и выбору детектора. В статье проводится подробный анализ параметров детекторов ядерных излучений из разных полупроводниковых материалов, выделяются и описываются их характерные особенности. Анализ экспериментальных данных и теоретических расчетов позволяют утверждать, что в случае координатометрии источников гамма – излучения в качестве материала детектора следует выбирать широкозонный полупроводник CdZnTe. У детекторов данного типа энергетический диапазон составляет от 20 до 3000 кэВ, диапазон рабочих температур – от -40 до +50 °С, энергетическое разрешение – порядка нескольких процентов.

Ключевые слова: система контроля, источник гамма-излучения, поглощенная доза, полупроводниковый детектор, угловые координаты источника, CdZnTe ППД.

1 Вступ

Проблема створення сучасних, ефективних і надійних систем контролю за радіаційною обстановкою та пошуку ядерних радіоактивних матеріалів і радіаційних джерел, які вийшли з виду регульованого нагляду, остається актуальною. Такі засоби вимірювання іонізаційних випромінювань, що є основою вказаних систем, як іонізаційні камери, пропорційні та газорозрядні лічильники, сцинтиляційні та піроелектричні детектори не в повному обсязі відповідають потребам сьогодення. Для захисту навколишнього середовища та запобігання наслідків ядерної контрабанди перспективним є метод неруйнівного контролю з використанням напівпровідникових детекторів з асиметричними поглиначами [1–3]. Дана робота присвячена

вибору основних елементів детекторного блоку системи для вимірювання координат джерел гамма-випромінювання, які визначають його вимірювальні характеристики.

2 Постановка завдання та аналіз результатів відомих досліджень

В роботі [4] показано, що для визначення однієї кутової координати джерела випромінювання доцільно використовувати 3 детектора з поглиначами. В роботі [5] експериментально доведена можливість вимірювання двох кутових координат точкового джерела гамма-випромінювання з використанням кульового поглиначача та трьох блоків детектування на основі кремнієвих фотодіодів. Можливість визначення напрямку на джерело проникаючих ядерних випромінювань в умовах нерівномірного радіоактивного забруднення встановлена в роботі [6]. В кандидатській дисертації З. В. Білика розроблений пристрій з використання цього методу, визначені показники точності вимірювання кутових координат [7].

Гідність даного методу — оперативність, тобто висока швидкодія. Це робить його перспективним для прийняття термінових заходів в автобронетанкових військах для захисту від ударної хвилі ядерного вибуху за рахунок маневрування та позиціонування техніки до її приходу [8], а також вирішення проблеми вимірювання необхідних і достатніх параметрів імпульсного впливу ядерного вибуху з метою оперативного виявлення боєздатності підрозділів і частин [9].

Поза увагою дослідників виявилось питання, пов'язане з науково обґрунтованим вибором елементів засобу вимірювання координат джерел іонізаційних випромінювань, в якому використовується вказаний вище метод.

Мета статті: вибір елементів детекторного блоку засобу, в якому для визначення координат радіаційних джерел використовується метод ослаблення гамма-випромінювання в асиметричних поглиначачах.

3 Визначення координат джерел гамма-випромінювання способом асиметричних поглиначів.

В даному способі для визначення напрямку на імпульсні і постійні джерела гамма-випромінювання використовується відношення сигналів, які приходять з детекторів, що розташовані в поглиначачах заданої геометричної форми.

Проходження моноенергетичного пучка гамма-випромінювання через речовину описується законом Бугера, що враховує тільки ефект поглинання гамма-квантів,

$$I = I_0 e^{-\mu(I_0)h}, \quad (1)$$

де I_0 інтенсивність гамма-випромінювання до входу в речовину ($h = 0$), — товщина речовини, $\mu = \mu_{\Phi\Xi} + \mu_{K\Xi} + \mu_{\text{ПАР}}$ — лінійний коефіцієнт ослаблення гамма-випромінювання (розмірність см^{-1}), що залежить від енергії гамма-випромінювання, і характеристик поглинає речовини. Парціальні коефіцієнти ослаблення в $\mu = \mu_{\Phi\Xi} + \mu_{K\Xi} + \mu_{\text{ПАР}}$ обумовлені фотоефектом, Комптон-ефектом і народженням електрон-позитронних пар відповідно. Енергія від джерела гамма-випромінювання, розташованого на відстані R від точки прийому, поширюється в радіальному напрямку, так що в точці прийому щільність потоку гамма-випромінювання

$$\text{дорівнює } \gamma_0 = \frac{I_0}{4\pi R^2} \left(\frac{M\Xi B}{\text{см}^2 \text{с}} \right).$$

У разі використання ефекту поглинання гамма-випромінювання для пошуку, виявлення і вимірювання положення джерел на місцевості щільність потоку гамма-випромінювання, який дійшов до детектора, має вигляд

$$\gamma_d = \frac{I_0 e^{-\mu(I_0)h}}{4\pi R^2} f_{\Pi}(I_0), \quad (2)$$

де $f_{\Pi}(I_0)$ — енергетичний фактор накоплення для даної речовини, залежний від інтенсивності гамма-випромінювання та який враховує розсіювання гама-квантів при Комптон-ефекте. Даний фактор $f_{\Pi}(I_0)$ визначається для поглинаючої речовини експериментально. З урахуванням (2) щільність потоку гама-випромінювання j , яка фіксується детектором записується як

$$j = \gamma_d(I_0) f_d(I_0) = \frac{I_0 e^{-\mu(I_0)h}}{4\pi R^2} f_{II}(I_0) f_d(I_0), \quad (3)$$

де $f_d(I_0)$ – залежність рахункового числа від щільності потоку гамма-випромінювання для детектора. Передбачалося, що відстань між поглиначем і детектором у багато разів менше відстані до джерела гамма-випромінювання і його впливом на процес прийому гамма-квантів можна знехтувати. Не враховувалася також енергія іонізуючого випромінювання, поглинена в повітрі. Вираз (3) характеризує рівняння гамма-локації, коли ефект поглинання гамма-випромінювання використовується для виявлення і визначення напрямку на точкові джерела гамма-випромінювання.

Для визначення напрямку на точкове джерело гамма - випромінювання детектор X розташований в асиметричному поглиначу - «ракушці», товщина якого h_x лінійно змінюється в залежності від вимірюваного кута α , що характеризує напрямком на джерело випромінювання

$$h_x = c_x + b_x \frac{\alpha}{360^0}, \quad (4)$$

де c_x – визначає мінімальну товщину поглинача для $\alpha = 0^0$, а b_x – максимальну товщину при $\alpha = 360^0$. Детектор Y розташований у центрі коаксіального циліндра-поглинача (КЦ) з постійною товщиною поглинача в діапазоні кутів 2π радіан, яка дорівнює $h_y = c_T$. Підраховується відношення числа імпульсів на детекторах X і Y, яке має назву коефіцієнт пропорційності

$$K_{XY} = \exp[-\mu(h_x - h_y)] = \exp\left[-\mu\left(c_x - c_y + b_x \frac{\alpha}{360^0}\right)\right] = f_{XY}(\alpha). \quad (5)$$

Кожне конкретне значення відношення інтенсивності гамма-випромінювання, що вимірюються відповідними детекторами, тобто коефіцієнт пропорційності, однозначно зв'язане з напрямком на джерело гамма-випромінювання. Коефіцієнти пропорційності в теорії просторових вимірювань мають назву пеленгаційних характеристик, оскільки характеризують залежності чисел від пеленгу (напрямку) на джерело гамма-випромінювання [10, С. 163]. Коефіцієнт K_{XY} – теоретична пеленгаційна характеристика пристрою $f_{XY}(\alpha)$. Реальна пеленгаційна характеристика відрізняється від теоретичної наявністю зони невизначеності поблизу переходу товщини поглинача від максимальної до мінімальної $(360-0)^0$, де здійснюється зміна коефіцієнта пропорційності K_{XY} від максимального до мінімального, має місце неоднозначність, знак похибки невідомий. Тому вимірювання напрямку на джерело випромінювання з допомогою цих детекторів здійснюється в діапазоні кутів від 5^0 до 355^0 [1, С. 36].

Статистичні похибки вимірювання кута α залежать від крутизни пеленгаційної характеристики $K_{XY} = f_{XY}(\alpha)$. Її диференціал є

$$dK_{XY} = f_{XY}^{(1)}(\alpha) d\alpha, \quad (6)$$

де $f_{XY}^{(1)}(\alpha)$ – перша похідна функції $f_{XY}(\alpha)$. З виразу (6) слідує, що похибки вимірювання кута $\Delta\alpha$ дорівнюють

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta K_{XY}}{f_{XY}^{(1)}(\alpha)}, \quad (7)$$

де ΔK_{XY} – похибки вимірювання коефіцієнта пропорційності. З виразу (7) бачимо, що значення похибок $\Delta\alpha$ зворотно пропорційні крутизни пеленгаційної характеристики $K_{XY} = f_{XY}(\alpha)$, яка згідно з (5) є експоненціальною функцією. Чим більше похідна, тим менше помилки вимірювання напрямку на джерело гамма-випромінювання. Вираз для похідної має вигляд

$$f_{XY}^{(1)} = -\mu \frac{b_x}{360^0} \exp\left[-\mu\left(c_x - c_y + b_x \frac{\alpha}{360^0}\right)\right]. \quad (8)$$

4 Вибір матеріалу поглинача гама-випромінювання.

В якості поглиначів можливе використання сипучих матеріалів, лінійні коефіцієнти поглинання для яких наведені в таблиці 1 [11].

Таблиця 1. Лінійні коефіцієнти поглинання сипучих матеріалів

Матеріал	W, MeB		
	1	3	6
Цегла вогнетривка	0,129	0,0738	0,0543
Глина	0,13	0,0801	0,059
Цемент	0,133	0,076	0,0559
Пісок	0,14	0,0825	0,0578
Графіт	0,143	0,0801	0,065
Граніт	0,153	0,0887	0,0654
Вапняк	0,187	0,109	0,0824

Згідно з таблицею 1 лінійні коефіцієнти поглинання сипучих матеріалів незначно відрізняються один від одного, причому мають незначну величину. Метали мають більш величину цього показника (див. таблицю 2) [11, 12].

Таблиця 2. Лінійні коефіцієнти поглинання металів

Матеріал	W, MeB		
	1	3	6
Алюміній	0,165	0,095	0,0725
Сталь	0,46	0,276	0,234
Залізо	0,471	0,284	0,242
Свинець	0,798	0,475	0,493

Здійснено порівняння похідних пеленгаційних характеристик (вираз 6) в випадку використання як поглиначі-графіту, заліза, свинця. В таблиці 3 наведені значення коефіцієнтів лінійного поглинання для свинця, заліза та графіту для діапазону енергії гамма-випромінювання від 0,1 до 50 MeB [12].

Таблиця 3. Значення коефіцієнтів лінійного поглинання μ

W, MeB		0,1	0,5	1,0	5,0	10	50
μ , см ⁻¹	свинець	65	1,8	0,798	0,48	0,552	0,915
	залізо	2,51	0,661	0,471	0,247	0,233	0,299
	графіт	0,342	0,196	0,143	0,0603	0,0439	0,032

Для свинця мінімальне значення $\mu_{\min} = 0,472$ см⁻¹ має місце при 4 MeB, для заліза $\mu_{\min} = 0,233$ см⁻¹ — при 8,0–10,0 MeB, для графіту $\mu_{\min} = 0,032$ MeB — при 40–50 MeB. Вважаємо $c_x = c_y$, $b_x = 6$ см [7, С. 6].

Результати розрахунків за виразом (8) наведені в таблиці 4.

Таблиця 4. Значення похідних пеленгаційних характеристик

W, MeB	0,1	0,5	1,0	5,0	10	50
Свинець	$\frac{0,0048}{10^{-167}}$	$\frac{0,0258}{7 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{0,0124}{1,18 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,00769}{4,67 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,00879}{3,51 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,01413}{7,4 \cdot 10^{-5}}$
Залізо	$\frac{0,038}{1,6 \cdot 10^{-9}}$	$\frac{0,0104}{2,2 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,00755}{4,84 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,004}{9,54 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,0038}{6,55 \cdot 10^{-3}}$	$\frac{0,00496}{8,5 \cdot 10^{-4}}$
Графіт	$\frac{0,0055}{7,5 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,0032}{10,24 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,00235}{10,22 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,001}{7,0 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,00073}{5,6 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{0,00053}{4,4 \cdot 10^{-4}}$

В таблиці 4 в чисельниках наведені значення похідних для кутів $\alpha = 0^{\circ}$, а в знаменнику — для $\alpha = 355^{\circ}$, тобто для меж діапазону вимірювань. Оскільки пеленгаційна характеристика є експоненціальною функцією зрозуміло, що мінімальні значення похідна має місце для напрямків α в кінці діапазону вимірювань. В випадку однієї пари детекторів X і Y значення похідних різняться суттєво. З ростом енергії джерела гамма-випромінювання збільшується відношення сигнал/шум, як наслідок, зменшуються статистичні помилки вимірювань. Тому вибір типу поглинача доцільно здійснювати для мінімальних значень цієї енергії. Якщо $W_{\text{мін}} = 0,1$ МеВ, поглинач-залізо має більшу похідну в порівнянні з поглиначом-графітом лише в діапазоні кутів $5^{\circ} - \alpha_1^{\circ}$. Значення кута знайдемо з рівняння

$$2,91 \frac{6}{360} \exp(2,91 \times 6 \times \alpha_1 / 360) = 0,342 \frac{6}{360} \exp(0,342 \times 6 \times \alpha_1 / 360). \quad (9)$$

Ліва частина рівняння (9) — похідна для поглинач-заліза при α_1 , а права — поглинач-графіту при α_1 . Після перетворень маємо

$$\alpha_1 = \frac{\ln 8,509}{0,0428} = 50^{\circ}. \text{ В діапазоні кутів від } 50^{\circ} \text{ до } 355^{\circ} \text{ більшу похідну забезпечує поглинач-}$$

графіт. Оскільки цей діапазон в $305^{\circ}/45^{\circ} \cong 6,8$ раз більше наступного перевагу слід віддати поглиначу-графіту.

Після вибору типу поглинача необхідно здійснювати вибір його параметрів. В роботі [7] для пристрою вибрані значення $c = 10$ мм, $b = 60$ мм. Наявність виразу (8) дозволяє знайти оптимальне значення b_x , яке забезпечує максимальне значення похідної на дальній межі діапазону вимірювань $\alpha = 355^{\circ}$. Для цього потрібно розв'язати рівняння

$$\frac{df_{XY}^{(1)}}{db_x} = 0. \quad (10)$$

$$\text{Маємо} \quad b_x^{\text{опт}} = \frac{360}{\mu \cdot \alpha}. \quad (11)$$

Для графіту при $W = 0,1$ МеВ $\mu = 0,342$ см⁻¹. Для $\alpha = 355^{\circ}$ маємо $b_x^{\text{опт}} \cong 30$ мм, а максимальне значення крутизни пеленгаційної характеристики дорівнює $0,342 \frac{3}{360} \exp(-0,342 \frac{3 \times 355}{360}) = 0,001036$. Вона в $0,001036/0,00075 = 1,38$ разу більше ніж при $b_x = 60$ мм.

Головне, що значно більше збільшується енергія сигналу, так як втрати в поглиначі зменшуються в $\exp(-0,342 \frac{3}{360} 355) / \exp(-0,342 \frac{6}{360} 355) = \exp(-1,01175) / \exp(-2,235) = 2,75$ разу. Крім того, знижуються масо-габаритні характеристики пристрою.

5 Обґрунтування вибору напівпровідникового CdZnTe детектора.

Наступним елементом пристрою, який потребує обґрунтування, є напівпровідниковий детектор (НПД). У сучасній науково-технічній літературі детально розглянуті питання застосування НПД в спектрометрії, радіометрії, дозиметрії. Цього не можна сказати, якщо прилад призначений для вирішення завдань координатометрії. В випадку координатометрії до НПД пред'являються такі вимоги:

Забезпечення необхідних операційних властивостей, тобто зручності роботи з ним;

Володіння необхідними електрофізичними характеристиками, такими, як висока ефективність реєстрації гама-випромінювання, максимально можлива площа робочої зони, максимально можливий показник $f_d(I_0)$, мінімально можливий енергетичний еквівалент шуму;

Ці вимоги визначаються необхідності забезпечення максимального співвідношення сигнал/шум при проведенні вимірювань. Крім того, потрібна оперативність вимірювань і приємлемі масо-габаритні характеристики.

Матеріалом для виготовлення напівпровідникових детекторів (НПД), які реєструють гамма-випромінювання, є германій, кремній і двокомпонентні напівпровідникові кристали, які мають широку заборонену зону. Відомі в літературі основні фізичні характеристики цих матеріалів наведені в таблиці 5 [13, 14].

Таблиця 5. Фізичні властивості деяких напівпровідникових матеріалів

Матеріал	Атомний номер Z	Щільність, г/см^3	Робоча температура, К	Ширина забороненої зони, еВ	Середня енергія на пару, еВ	Дрейфова рухливість, μ , $\text{см}^2/\text{В с}$		Середній час життя τ , с	
						Електрон	Дірка	Електрон	Дірка
Si	14	2,33	300	1,12	3,61	1350	480	10^{-3}	10^{-3}
Ge	32	5,32	77	0,74	2,98	$3,6 \cdot 10^4$	$4,2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$
GaAs	31;33	5,36	300	1,4	4,2	8600	400	10^{-8} – 10^{-9}	10^{-8} – 10^{-9}
GaSe	31;34	4,55	300	2,03	6,3	60	215	$1,6 \cdot 10^{-9}$ $2,5 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-10}$ $7 \cdot 10^{-9}$
CdTe	48;52	6,06	300	1,47	4,43	1100	100	10^{-6}	$5 \cdot 10^{-7}$
HgI ₂	80;53	6,40	300	2,13	4,2	100	4	10^{-6}	$2,5 \cdot 10^{-6}$
PbI ₂	82;53	6,16	300	2,6	7,68	8	2	$2,5 \cdot 10^{-9}$	10^{-8}
AlSb	13;51	4,26	300	1,62	5,055	1200	700	$2,6 \cdot 10^{-9}$	$1,3 \cdot 10^{-9}$

З урахуванням першої вимоги зі списку можливих матеріалів можна виключити Ge, оскільки за наведеними характеристиками він має ці характеристики при температурі рідкого азоту, а розроблювальний пристрій має бути переносним, компактним. Крім GaAs, CdTe, HgI₂ інші щірокозонні напівпровідникові матеріали, будучи перспективними для виготовлення охолоджуваних НПД, поступаються перерахованим в ступеня опрацювання і в порівнянні з ними знаходяться в початковій стадії практичного використання [13, С.120]. Тому перелік можливих матеріалів далі обмежимо рамками 4-х матеріалів: кремній (Si), діодид ртуті (HgI₂), арсенід галію (GaAs), телурид кадмію (CdTe). Висока ефективність реєстрації гамма-випромінювання передбачає виконання умов:

Трек частки повинен повністю укладатися в чутливої області НПД;

Нерівноважні заряди, які генеруються γ - частинкою, повинні повністю збиратися на електродах, завдяки чому забезпечується пропорційність сигналу на виході електричної частини пристрою.

Щоб виконати зазначені умови матеріал для виготовлення НПД повинен мати певні властивості. По-перше, при взаємодії частинки з речовиною має утворюватися велика кількість вільних носіїв зарядів. При реєстрації квантів ефектом першого порядку є іонізаційний процес, пов'язаний з утворенням в речовині НПД електрон-діркових пар. Величина імпульсу струму в зовнішньому ланцюзі пропорційна E , якщо всі носії збираються на відповідному електроді. Якщо збирається число зарядів менше N , прийнятого за 100%, сигнал зменшується.

Повне число нерівновіжних носіїв N у треку дорівнює

$$N = E / \varepsilon, \quad (12)$$

де E — енергія, яка втрачається частинкою в об'ємі НПД; ε — енергія, необхідна для створення одної електрон-діркової пари. Отже, вибирати треба речовину, в якій E максимальна. Якість

детекторних структур, яка розглядається, характеризується параметром, званим «ефективністю реєстрації» [15]. Коли на детектора з робочою поверхнею S в одиницю часу впливає випромінювання з інтенсивністю I_0 , число поглинених квантів дорівнюватиме

$$N_{II} = I_0 [1 - \exp(-\mu d_{II})] S t, \quad (13)$$

де μ — коефіцієнт поглинання випромінювання речовиною НПД, d_{II} — товщина шару поглинання. Щоб мати дорій показник N_{II} , матеріал НПД повинен мати високий атомний номер Z і щільність ρ (г/см³), тому, як перетин фото ефекту збільшується як Z^n ($n=3,5-5$) і пропорційно щільності ρ [16]. Из таблиці 5 випливає, що кремній (Si) з цих параметрів уступає бінарним матеріалам. цей недолік кремнію може бути компенсовано підвищенням товщини шару поглинання d_{SI} . Це має місце, коли виконується умова $d_{SI} \geq \frac{\mu_a}{\mu_{SI}} d_a$, де μ_a , d_a —

коефіцієнт поглинання і товщина шару поглинання альтернативного матеріалу відповідно. Наприклад, у порівнянні з телуриду кадмію (CdTe) товщина шару поглинання повинна бути більше в $6.06/2.33 = 2,6$ разів.

Як випливає з (12), для збільшення ефективності реєстрації повинна ε бути мінімальною. Згідно з даними таблиці 5 кремній має найменшу середньої енергією ε , що витрачається на появу однієї електрон-діркової пари, яка дорівнює 3.61 eV, в порівнянні з бінарними матеріалами. Нерівноважні носії з треку дрейфують до відповідних електродів, так як до НПД прикладена різниця потенціалів. Під час цього руху пакетів електронів і дірок частина носіїв рекомбінують або захоплюється центрами прилипання. Це призводить до втрат, які визначаються, в основному, чистотою матеріалу. Глибина проникнення електричного поля в структуру НПД при наявності потенційного бар'єру і постійної концентрації фонових домішок дорівнює [15, С.157]

$$d_{II}^{max} = 3,5 \cdot 10^3 \sqrt{U / N_{\phi}}, \quad (14)$$

де U — напруга зміщення. Чистота матеріалу обмежує товщину чутливого шару матеріалу детектора, так як концентрація залишкових фонових домішок N_{ϕ} задає форму розподілу поля в структурі. Тому чисті матеріали мають завжди перевагу за значенням d_{II}^{max} перед іншими. Якщо в порівнянні з будь-якими перспективними бінарними матеріалами за рахунок збільшення шару поглинання кремнію не вдається забезпечити більш високу ефективність реєстрації в дію вступає другий фактор — площа робочої поверхні S . Даний параметр в порівнянні з бінарними матеріалами має велику величину і може досягати 500 мм² [17]. Довжина пробігу носіїв, що досягають електродів і вносять вклад в сумарний наведений струм, характеризується дрейфовими довжинами електронів L_n і дірок L_p , які дорівнюють

$$L_n = v_n \cdot \tau_n, \quad L_p = v_p \cdot \tau_p, \quad (15)$$

де $v_n = \eta_n \cdot \xi$ і $v_p = \eta_p \cdot \xi$ — усереднені дрейфові швидкості, що визначаються рухливістю електронів η_n і дірок η_p за умови рівномірного розподілу електричного поля, $\xi(x) = const$, τ_n і τ_p — час життя електронів і дірок відповідно. Від довжини пробігу носіїв залежить ще один показник, який носить назву «ефективність збору заряду» (в зарубіжній літературі CCE — charge collection efficiency). Для плоского конденсатора ймовірність збору електрон-діркових пар, сформованих в довільній точці від катода, становить [15, формула 4]

$$CCE = \frac{1}{d} \left\{ L_n \left[1 - \exp\left(-\frac{d-x}{L_n}\right) \right] + L_p \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right) \right] \right\}. \quad (16)$$

Якщо виконується умови $L_n \gg d$ і $L_p \gg d$ експоненту в (16) можна розкласти в ряд, обмежившись першими членами розкладання. Отримаємо:

$$CCE \rightarrow \frac{L_n}{d} \left[1 - \left(1 - \frac{d-x}{L_n} \right) \right] + \frac{L_p}{d} \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L_p} \right) \right] = \frac{d-x}{d} + \frac{x}{d} = 1 \quad (17)$$

У «чистому» кремнії час життя електронів і дірок однакові за величиною (згідно табл. 5 = 10³с) і значно перевершують аналогічні показники інших матеріалів. Тому виконуються умови $L_n \gg d$ і $L_p \gg d$, і ступінь наближення CCE до 1 для чистого кремнію вище, ніж для інших матеріалів.

Помилки вимірів при координатометрії залежать від відношення сигнал / шум, тобто не тільки від рівня сигналу, але і рівня шуму. Цей рівень характеризується еквівалентним шумовим зарядом (ENC в зарубіжній літературі), який враховує, як власні НПД, так і шуми електричної частини вимірювального пристрою. В якості першого елемента такої частини, як правило, використовується зарядочутливий попередній підсилювач (ЗЧПП). Він інтегрує вхідний струм, і перетворює його в вихідну напругу, пропорційну заряду, залишеному γ -квантом в детекторі. Сигнал з підсилювача подається на формуючий підсилювач для подальшого посилення і формування по формі та тривалості.

Еквівалентний шумовий заряд σ_q визначається статистично незалежними паралельним і послідовним шумами. Величина першого з них в системі НПД - ЗЧПП залежить від темнового струму детектора, а другого — від смностей детектора і рівня шумів підсилювача. Енергетичний еквівалент вхідного шуму $\sigma_E(\text{эВ})$ визначається як

$$\sigma_E(\text{эВ}) = \sigma_q(\text{електронов}) \cdot \varepsilon\left(\frac{\text{эВ}}{\text{пара}}\right). \quad (18)$$

Для кремнія середня енергія, що витрачається на народження однієї електрон-діркової пари, дорівнює 3.61 еВ, менша в порівнянні з бінарними матеріалами. У спектрометрії для оцінки рівня шумів частіше використовують не ENC, а ширину розподілу на рівні 0,5 максимального значення ^{1/2} Δ_E (за кордоном NLW або FWHM) [13, С. 158]

$$^{1/2}\Delta_E = 2,35 \cdot \sigma_E. \quad (19)$$

Порівняльний теоретичний і експериментальний аналіз ефективності ППД на GaAs і Si проведено в [19]. Встановлено, що фотоелектричне посилення GaAs НПД порівняно з аналогічними параметрами зразків промислових НПД з високоомного Si. Але приладові характеристики Si НПД (еквівалентний енергетичний шум ENC \approx 2 кеВ, енергетичний дозвіл FWHM \approx 10 кеВ) при кімнатній температурі вище, ніж у кращого зразка GaAs ППД з «чистого» шару арсеніду галію (концентрація електронів \approx 10¹³ см⁻³) з $p-n$ переходом в оптимальному режимі збіднення (\approx 30 В), що має ENC \approx 8,3 кеВ, FWHM \approx 15,1 кеВ. При таких рівнях шумів вигреш у відношенні сигнал / шум при використанні Si ППД залишає 6 дБ, що призводить до збільшення дальності виявлення джерела γ - випромінювання в 2 рази.

В роботі [16] проведено експериментальне дослідження CdTe і CdZnTe НПД для вимірювання рентгенівського і γ - випромінювання. Показано, що струми витоку, що визначають рівень шуму, для CdZnTe НПД значно менше в порівнянні з CdTe НПД (для електронів — 26 нА проти 95 нА; для дірок — 2,3 нА проти 8.6 нА). Це означає, що по еквівалентному енергетичному шуму ENC CdZnTe НПД має перевагу перед CdTe НПД. Реальний рівень технології на той час дозволив отримати енергетичну роздільну здатність FWHM близько 70 кеВ (енергетичний еквівалент шуму біля 70 / 2,35 = 29,8 кеВ) при FWHM для електроніки близько 7 кеВ.

Таким чином, кремній, як матеріал для НПД, за показниками ефективності реєстрації випромінювання, збору заряду (CCE) і енергетичному еквіваленту вхідного шуму перевищує бінарні матеріали і кращий при вирішенні задач координатометрії в разі низької енергії реєстрованих γ -квантів.

Відомий исполненный по планарной технології сенсор іонізуючого випромінювання на основі кремнію бестигельной зонного плавлення p -типу провідності. Він чутливий до всіх видів іонізуючих випромінювань, крім нейтронів. Нижня межа енергії реєстрованих частинок не

більше 1000 еВ, і практично визначається рівнем шумів електроніки. Середня величина іонізаційних втрат становить 388 еВ / мкм (для сенсора товщиною 500 мкм — 194 кеВ) [20].

У разі реєстрації квантів високих енергій ситуація змінюється, так як кремній менш радіаційностійкий в порівнянні з бінарними матеріалами. Радіаційні пошкодження створюються швидкими електронами, що народжуються в результаті фотопоглинання, комптонівського розсіювання і народження електрон-діркових пар. Представлений в таблиці 5 йодид ртуті (HgI₂) в порівнянні, наприклад, з телуридом кадмію CdTe (або CdZnTe) краще протистоїть опроміненню нейтронами і протонами [18]. Однак, йому притаманні суттєві недоліки, які перешкоджають широкому використанню його на практиці. До них відносяться низька рухливість носіїв, низька температурна стійкість, мала механічна міцність та інші. З цієї причини вибір необхідно робити з двох матеріалів: GaAs і CdZnTe.

Арсенід галієві НПД можуть бути виконані на основі напівізолюваному і високоомного GaAs. Такі НПД виявилися придатними тільки для реєстрації частинок [13, С. 106]. Більш перспективними вважаються НПД на основі компенсованого GaAs, в яких матеріал вирощується методом високотемпературної дифузії, жидкофазовою і газофазовою епітаксії [20]. Розроблено оригінальні технології вирощування методом жидкофазовою епітаксії шарів напівізолюючих GaAs детекторної якості. Отримано $p-i-n$ діоди з низькою щільністю зворотного $j(-100\text{ В}) = 10^{-7}\text{ А/см}^2$. Це в кілька разів менше, ніж у дифузних структур. У порівнянні з останньою у них при однаковій товщині активної частини більш високі значення часу життя нерівноважних електронів і дірок. Товщина чутливої області НПД на основі чистих епітаксійних шарів не перевищує 40 мкм, а на основі епітаксійних шарів з введенням методом дифузії хрому — до 240 мкм. Щільність зворотного потоку для більшості таких НПД при напрузі - 100 В становить $(1.5-5) \cdot 10^{-7}\text{ А/см}^2$ [21].

За товщиною епітаксійних шарів GaAs НПД поступаються CdZnTe НПД і використовуються, найчастіше, в спектрометрії -випромінювання низьких енергій [13, С. 106]. Крім невеликої товщини, недоліком НПД на основі GaAs є також мала робоча поверхня, а це важливий фактор для координатометрії. Є ще одна причина, по якій перевагу слід віддати CdZnTe. GaAs в більшій мірі схильний до деградації від частини випромінювання, зумовленої нейтронами і протонами [18, С. 59]. А це цілком можливо при координатометрії, наприклад, ядерних вибухів.

Опромінення CdTe і CdZnTe НПД γ - квантами ⁶⁰Co з потужністю дози 1940 Гр / год проведено в [22, 23]. Виявилося, що НПД малочутливі до опромінення доз в 10 кГр. Деградація спектрометричних властивостей настає при дозі, що дорівнює ≈ 30 кГр. До цієї верхньої межі спектрометрические характеристики CdTe знижуються приблизно за лінійним законом. Більш детально визначення радіаційного ресурсу НПД на основі широкозонних CdTe (CdZnTe) НПД проведено в [18]. Експериментально встановлено, що деградація CdTe при γ - опромінення починається з доз менших, ніж для CdZnTe. Величини граничних доз поглинання γ - випромінювання, при якій характеристики НПД неприйнятно змінюються, складають приблизно 200 кГр і 800 кГр для дозиметрів на основі CdTe і CdZnTe відповідно.

6 Висновки

Наведені дані дозволяють стверджувати, що в разі координатометрії джерел γ - випромінювання у широкому діапазоні енергій в якості матеріалу НПД оптимальним є CdZnTe. В Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» розроблені, виготовлені та експериментально досліджені CdZnTe НПД γ - випромінювання, енергетичний діапазон яких становить від 20 до 3000 кеВ, діапазон робочих температур — від -40 до +50 0С, енергетичної дозвіль — порядку декількох відсотків [24, 25].

ЛІТЕРАТУРА

1. Григор'єв О. М. Дослідження способів локації джерел проникаючих ядерних випромінювань / О. М. Григор'єв, Л. Б. Беденко, О. В. Сакун, С. М. Коваленко // Системи озброєння і військова техніка, 2006. – випуск 4(8). – С. 33–37.

2. Спосіб визначення напрямку на імпульсні джерела гамма-випромінювання : Патент UA 108262, G21J 5/00. / О. М. Григор'єв, З. В. Білик, О. В. Сакун, В. В. Марущенко – у 2013 05335 ; опубліковано 10.04.2015. Бюл. № 7.
3. Пристрій для визначення напрямку в просторі на точкові постійні та імпульсні джерела гамма-випромінювання : Патент UA 85493 U, G01T 1/16, G01T 1/167, G01T 1/169, G21J 5/00 / О. М. Григор'єв, З. В. Білик, О. В. Сакун, В. В. Марущенко – у 2013 05331 ; опубліковано 25.11.2013. Бюл. №22.
4. Григор'єв О. М. Визначення напрямку на джерело проникаючих ядерних випромінювань. Інформаційний бюлетень військ РХБ захисту № 1(5), 2007 / О. М. Григор'єв, Л. Б. Беденко, О. В. Сакун // — Науково-інформаційне видання. — Харків: ХГТВ, 2007. — 112 с.
5. Білик З. В. Визначення напрямку на імпульсне гамма-джерело з використанням сферичного поглинача / З. В. Білик, О. М. Григор'єв, Ю.В. Литвинов, М. Є. Полянський, О. В. Сакун, В. В. Марущенко, І. Ю. Чернавський // Х.: Вісник НТУ «ХП», 2017. — № 4 (1226). — С. 89–94.
6. Чернявский И. Ю. Определение направления на источник проникающих ядерных излучений в условиях неравномерного радиоактивного загрязнения / И. Ю. Чернявский // Сборник статей по материалам всероссийской научно-практической конференции с международным участием // ФГБОУ ВПО Воронежский институт ГПС МЧС России. — Воронеж, 2013. — 404 с.
7. Білик З. В. Метод та засіб контролю для визначення напрямку на точкові джерела гамма-випромінювання / З. В. Білик // Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук. Спеціальність 05.11.13 – прилади і методи контролю та визначення складу речовин. – Харків: НТУ «ХП», 2017. – 21 с.
8. Григор'єв О. М. Діючий макет пристрою для підвищення захисту танка від метальної дії ударної хвилі та гамма-випромінювання ядерного вибуху / О. М. Григор'єв, З. В. Білик, О. В. Сакун, В. В. Марущенко // Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ : Матеріали міжнародної наук.-техн. конф. — Львів : АСВ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, 2013. — С. 207–208.
9. Чернавский И. Ю. Оценка степени радиационного поражения путем прогнозирования дозовых нагрузок по данным датчика боеспособности / И, Ю, Чернавский, В. В. Марущенко, А. В. Матыкин // — Системи озброєння і військова техніка, 2016. —№1(45). — С. 196–202.
10. Сайбель А. Г. Основы радиолокации / А. Г. Сайбель // — М.: «Советское радио», 1961. — 384 с.
11. Линейный коэффициент ослабления гамма-излучения [Электронный ресурс] <https://www.studfile.net/previen/17021642/page>
12. Коэффициент ослабления гамма-излучения, калькулятор [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://www.cali.ru/153html> .
13. Акимов Ю. К. Полупроводниковые детекторы в экспериментальной физике / Ю. К. Акимов, О. В. Игнатъев, А. И. Калинин, В. Ф. Кушнерук // — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 344 с.
14. Полупроводниковые детекторы [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://chemanalytica.com/book/novyy_spravochnik_khimika_i_tekhnologa/11_radioaktivnye_veshchestva_vrednye_veshchestva_gigienicheskie_normativy/5135
15. Толбанов О. П. Детекторы ионизирующих излучений на основе компенсированного арсенида галлия / О. П. Толбанов // — Томск: Вестник Томского государственного университета, 2005. — С. 155–163. [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/detektory-ioniziruyuschih-izlucheniya-na-osnove-kompensirovannogo-arsenida-galliya>
16. Прохорец И. М. Моделирование и экспериментальное исследование CdTe (CdZnTe) детекторов измерения рентгеновского и -излучений [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-i-eksperimentalnoe-issledovanie-cdte-cdznte-detektorov-dlya-izmereniya-rentgenovskogo-i-gamma-izlucheniya/viewer>
17. Бараночников М. Л. Приемники и детекторы излучений. Справочник. Часть 1 / М. Л. Бараночников // — Электронная версия. — Москва, 2017. — С. 123–161 [Электронный ресурс] — Режим доступа: www.radioliga.com/Books/pdi2_1PDF .
18. Давыдов Л. Н. Радиационная стойкость полупроводниковых детекторов корпускулярного и гамма-излучения / Л. Н. Давыдов, А. А. Захарченко, Л. В. Кутний и др.// — Харків: Вісник

- Харківського університету, № 657, серія фізична «Ядра, частинки, поля», вип.1 (26), 2005. — С. 3—21.
19. Беспалов В. А. Электрофизические свойства GaAs слоев и особенности характеристик детекторов частиц высоких энергий на их основе / В. А. Беспалов, А. В. Воронцов, А. А. Горбацевич и др. // [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://elibrary.lt/resursai/Uzsienu%20leidiniai/ioffe/ztf/2004/03/ztf_t74v03_06.pdf
 20. Елин В. А. Сенсор ионизирующего излучения на основе кремния бестигельной зонной плавки типа проводимости / В. А. Елин, М. М. Меркин//— Международный патент W 02017200416A1, МПК H01L31/117. Заявлено 08.05.2016 (RU2016119242A), опубликовано 23.11.2017. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://patents.google.com/patent/WO2017200416A1/ru>
 21. Воробьев А. П. Полупроводниковые детекторы ионизирующих излучений на арсениде галлия. Автореферат на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. — Протвино: Институт физики высоких энергий, 2005. — 28 с.
 22. Gavallini A., Fraboni B., Chirco P. et al. Electronic properties of traps induced by γ -irradiation in CdTe and CdZnTe detectors // Nucl. Instr. and Meth. A. — 2000. — V. 448. — P. 558—566.
 23. Gavallini A., Fraboni B., Dusi W. et al. Radiation effects on II—VI compound-based detectors // Nucl. Instr. and Meth. A. — 2002. — V. 476. — P. 770—778.
 24. Кутний В. Е. Разработка дозиметрических и спектрометрических блоков регистрации гамма-излучения на основе полупроводниковых соединений CdTe (CdZnTe) для АЭС Украины / В. Е. Кутний, А. В. Рыбка, Д. В. Кутний и др. // — Вопросы атомной науки и техники. Серия: «Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение», 2004. — № 3. — С. 96—100.
 25. Детекторы ионизирующих излучений на основе теллурида кадмия - цинка: Монография/ В.Е. Кутный, А.В. Рыбка, Л.Н. Давыдов и др. — Харьков:Типография Мадрид, 2021. -352 с. ISBN 978-617-7988-21-1 .

REFERENCES

1. Grigoriev O.M. Research of methods of location of sources of penetrating nuclear radiation / O.M. Grigoriev, L.B. Bedenko, O.V. Sakun, S.M. Kovalenko // Weapons systems and military equipment, 2006. - issue 4 (8). - P. 33—37. [in Ukrainian]
2. A method of determining the direction of pulsed gamma radiation sources: Patent RU 108262, G21J 5/00. / OM Grigoriev, ZV Bilyk, OV Sakun, VV Marushchenko - u 2013 05335; published on April 10, 2015. Bull. № 7. [in Ukrainian]
3. Device for determining the direction in space on point constant and pulsed gamma radiation sources: Patent RU 85493 U, G01T 1/16, G01T 1/167, G01T 1/169, G21J 5/00 / OM Grigoriev , ZV Bilyk, OV Sakun, VV Marushchenko - u 2013 05331; published 25.11.2013. Bull. №22. [in Ukrainian]
4. Grigoriev OM Determining the direction to the source of penetrating nuclear radiation. Information bulletin of the RHB protection troops № 1 (5), 2007 / OM Grigoriev, LB Bedenko, OV Sakun // — Scientific and information publication. — Kharkiv: KhGTV, 2007. — 112 p. [in Ukrainian]
5. Bilyk ZV Determination of the direction of a pulsed gamma source using a spherical absorber / ZV Bilyk, OM Grigoriev, Yu.V. Litvinov, ME Polyansky, OV Sakun, VV Marushchenko, I. Yu. Chernavsky // Kh. : Bulletin of NTU "KhPI", 2017. - № 4 (1226). - P. 89—94. [in Ukrainian]
6. Chernyavsky I. Yu. Determination of the direction to the source of penetrating nuclear radiation in conditions of uneven radioactive contamination / I. Yu. Chernyavsky // Collection of articles based on the materials of the All-Russian scientific-practical conference with international participation // Voronezh Institute of the State Fire Service of the Ministry of Emergencies of Russia. — Voronezh, 2013. — 404 p. [in Russian].
7. Bilyk ZV Method and means of control to determine the direction of point sources of gamma radiation / ZV Bilyk // Abstract of the dissertation for the degree of candidate of technical sciences. Specialty 05.11.13 - devices and methods of control and determination of the composition of substances. - Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. - 21 p. [in Ukrainian]
8. Grigoriev OM The current model of the device for increasing the protection of the tank from the metal action of the shock wave and gamma radiation of a nuclear explosion / OM Grigoriev, ZV

- Bilyk, OV Sakun, V. V. Marushchenko // Prospects for the development of armaments and military equipment of the land forces: Materials of the international scientific and technical. conf. — Lviv: DIA named after Hetman Peter Sagaidachny, 2013. — P. 207–208. [in Ukrainian]
9. Chernavskiy I. Yu. Assessment of the degree of radiation damage by predicting dose loads according to the combat capability sensor / I, Yu, Chernavskiy, V. V. Marushchenko, A. V. Matykin // — Systems of health and safety, 2016. — № 1 (45). — S. 196–202. [in Russian].
 10. Saybel A. G. Fundamentals of radar / A. G. Saybel // - M.: "Soviet radio", 1961. 384 p. [in Russian].
 11. 11. Linear attenuation coefficient of gamma radiation <https://www.studfile.net/previen/17021642/> [in Russian]
 12. Attenuation coefficient of gamma radiation, calculator [Electronic resource]. — Access mode: <https://www.cali.ru/153html>. [in Russian]
 13. 13. Akimov Yu. K. Semiconductor detectors in experimental physics / Yu. K. Akimov, OV Ignatiev, AI Kalinin, V. F. Kushneruk // — M.: Energoatomizdat, 1989. — 344 p. [in Russian]
 14. Semiconductor detectors [Electronic resource]. — Access mode: http://chemanalytica.com/book/novyy_spravochnik_khimika_i_tekhnologa/11_radioaktivnye_veshchestva_vrednye_veshchestva_gigienicheskie_normativy/5135
 15. Tolbanov OP Detectors of ionizing radiation on the basis of compensated gallium arsenide / OP Tolbanov // — Tomsk: Bulletin of Tomsk State University, 2005. — P. 155–163. [Electronic resource] — Access mode: <https://cyberleninka.ru/article/n/detektory-ioniziruyuschih-izlucheniya-na-osnove-kompensirovannogo-arsenida-galliya> [in Russian]
 16. Prokhorets IM Modeling and experimental study of CdTe (CdZnTe) detectors for measuring X-ray and γ -radiation [Electronic resource] — Access mode: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-i-eksperimentalnoe-issledovanie-cdte-cdznte-detektorov-dlya-izmereniya-rentgenovskogo-i-gamma-izlucheniya/viewer> [in Russian]
 17. Baranochnikov ML Receivers and detectors of radiation. Directory. Part 1 / M. L. Baranochnikov // — Electronic version. — Moscow, 2017. — P. 123–161 [Electronic resource] — Access mode: www.radioliga.com/Books/pdi2_1PDF. [in Russian]
 18. Davydov L. N. Radiation resistance of semiconductor detectors of corpuscular and gamma radiation / L. N. Davydov, A. A. Zakharchenko, L. V. Kutniy et al. physical "Kernels, particles, fields", vip. 1 (26), 2005. — P. 3-21. [in Russian]
 19. Bespalov VA Electrophysical properties of GaAs layers and characteristics of high-energy particle detectors based on them / VA Bespalov, AV Vorontsov, AA Gorbatshevich et al. // [Electronic resource]. — Access mode: http://elibrary.lt/resursai/Uzsienio%20leidiniai/ioffe/ztf/2004/03/ztf_t74v03_06.pdf [in Russian]
 20. Elin V. A. Ionizing radiation sensor based on crucible-free zone melting of conductivity type / V. A. Elin, M. M. Merkin // — International patent W 02017200416A1, IPC H01L31 / 117. Stated 05/08/2016 (RU2016119242A), published 11/23/2017. [Electronic resource]. — Access mode: <https://patents.google.com/patent/WO2017200416A1/ru> [in Russian]
 21. Vorobiev A. P. Semiconductor detectors of ionizing radiation based on gallium arsenide. Abstract for the degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences. — Protvino: Institute of High Energy Physics, 2005. — 28 p. [in Russian]
 22. Gavallini A., Fraboni B., Chirco P. et al. Electronic properties of traps induced by γ -irradiation in CdTe and CdZnTe detectors // Nucl. Instr. and Meth. A. — 2000. — V. 448. — P. 558–566.
 23. Gavallini A., Fraboni B., Dusi W. et al. Radiation effects on II–VI compound-based detectors // Nucl. Instr. and Meth. A. — 2002. — V. 476. — P. 770–778.
 24. Kutniy V. E. Development of dosimetric and spectrometric gamma-radiation registration units based on semiconductor compounds CdTe (CdZnTe) for Ukrainian NPPs / V. E. Kutniy, A. V. Rybka, D. V. Kutniy et al. // — Questions of atomic science and technology. Series; "Physics of radiation damage and radiation materials science", 2004. — No. 3. — P. 96–100. [in Russian]
 25. Ionizing radiation detectors based on cadmium-zinc telluride: Monograph / V.E. Kutny, A.V. Rybka, L.N. Davydov and others - Kharkiv: Printing House Madrid, 2021.-352 p. ISBN 978-617-7988-21-1. [in Russian]

УДК 519.6: 621.382.233

Прогнозування стаціонарного розподілу носіїв заряду в активній області $p-i-n$ структур методами теорії збурень

А.Я. Бомба, І.П. Мороз

Бомба Андрій Ярославович

*доктор технічних наук, професор; професор кафедри комп'ютерних наук та прикладної математики
Національний університет водного господарства та природокористування,
вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028
e-mail: abomba@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0001-5528-4192>*

Мороз Ігор Петрович

*кандидат фізико-математичних наук, доцент; докторант кафедри комп'ютерних наук та прикладної математики
Національний університет водного господарства та природокористування,
вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028
e-mail: igor_moroz@yahoo.com
<https://orcid.org/0000-0001-6381-2266>*

Розроблено методику прогнозування стаціонарного розподілу концентрації електронно-діркової плазми в i -області поверхнево-орієнтованих $p-i-n$ структур, яка забезпечує можливість з достатнім ступенем адекватності описувати стан плазми не тільки всередині активної області діода (відтворюючи результати застосування наближення амбіполярної дифузії), але й, що важливо, поблизу зон $p-i$ - та $n-i$ - контактів. Відповідна математична модель сформована у вигляді нелінійної сингулярно збуреної крайової задачі для системи рівнянь неперервності струму носіїв заряду та Пуассона. Отримано її наближений розв'язок у вигляді відповідних асимптотичних рядів за степенями малого параметра. Проведено комп'ютерний експеримент.

Ключові слова: метод збурень, сингулярно збурена крайова задача, асимптотичний ряд, примежова функція, дифузійно-дрейфовий процес, інтегральна поверхнево-орієнтована $p-i-n$ структура.

Prediction of the charge carriers stationary distribution in the active region of the $p-i-n$ structures by the perturbation theory methods

A. Bomba, I. Moroz

Bomba Andriy

*PhD, Doctor of Science, Professor, Prof. of Department of Computer Science and Applied Mathematics
National University of Water and Environmental Engineering, 11 Soborna str.,
Rivne, Ukraine, 33028*

Moroz Igor

*PhD, As. Professor, Doctoral Student of Department of Computer Science and Applied Mathematics
National University of Water and Environmental Engineering, 11 Soborna str.,
Rivne, Ukraine, 33028*

The $p-i-n$ diode is an electronic device that is widely used for switching a microwave signals. The theory of the $p-i-n$ diode is based on linear mathematical models that satisfactorily explain the diodes switching properties at low microwave power levels. The developed methods for modeling the corresponding devices on $p-i-n$ diodes turned out to be untenable when studying the properties of diodes and diode structures under the with high-power microwave signals (typical for high-power switches and protective devices). Here are faced with the need to take into account the mutual influence of diffusion-drift, wave, thermal processes, in which the nonlinear components of the mathematical models will dominate. The development of the computer technology and the corresponding mathematical methods (for example, the perturbation theory methods) determines the possibility of improving the existing $p-i-n$ diodes mathematical models and the possibility of the new approaches developing to the analysis of the nonlinear processes in $p-i-n$ diodes and similar electronic devices. The goal of this paper is to improve the mathematical model and methods for predicting the electron-hole plasma stationary distribution in the active region of surface-oriented $p-i-n$ structures based on the use of the boundary functions method. The mathematical model of the electron-hole plasma stationary distribution in the integrated surface-oriented $p-i-n$ structures active region is constructed in the form of the nonlinear

singularly perturbed boundary value problem for the system of equations of the charge carriers current continuity and Poisson. An approximate solution of the corresponding boundary value problem is found in the form of the asymptotic series leading terms in powers of a small parameter. A scheme for finding the problem solution is proposed, which automatically includes the classical formulations of problems for modeling the $p-i-n$ structures characteristics and allows you to make significant amendments to the solution. This ensures an increase in the level of adequacy of modeling and understanding of the features of a number of physical processes (diffusion-drift, recombinant, injection) in the $p-i-n$ diodes active region. We consider the proposed approach a promising tool for studying nonlinear thermal, diffusion-drift, generation-recombination stationary and non-stationary processes occurring in the $p-i-n$ structures elements under the action of the external microwave radiation, and predicting new physical effects in the studied systems, for example, due to the influence of local surface and bulk defects on the $p-i-n$ structures characteristics.

Keywords: *perturbation method, singularly perturbed boundary value problem, asymptotic series, boundary function, diffusion-drift process, integrated surface-oriented $p-i-n$ structure.*

Прогнозирование стационарного распределения носителей заряда в активной области $p-i-n$ структур методами теории возмущений

А.Я. Бомба, И.П. Мороз

**Бомба
Андрей Ярославович**

*доктор технических наук, профессор; профессор кафедры компьютерных наук и прикладной математики
Национальный университет водного хозяйства и природопользования, ул. Соборная, 11, г. Ривне, Украина, 33028*

**Мороз
Игорь Петрович**

*кандидат физико-математических наук, доцент; докторант кафедры компьютерных наук и прикладной математики
Национальный университет водного хозяйства и природопользования, ул. Соборная, 11, г. Ривне, Украина, 33028*

Разработана методика прогнозирования стационарного распределения концентрации электронно-дырочной плазмы в i -области поверхностно-ориентированных $p-i-n$ структур, которая обеспечивает возможность с достаточной степенью адекватности описывать состояние плазмы не только внутри активной области диода (воспроизводя результаты применения приближения амбиполярной диффузии), но и, что важно, вблизи зон $p-i$ - и $n-i$ - контактов. Соответствующая математическая модель сформирована в виде нелинейной сингулярно возмущенной краевой задачи для системы уравнений непрерывности тока носителей заряда и Пуассона. Получено ее приближенное решение в виде соответствующих асимптотических рядов по степеням малого параметра. Проведен компьютерный эксперимент.

Ключевые слова: *метод возмущений, сингулярно возмущенная краевая задача, асимптотический ряд, пограничная функция, диффузионно-дрейфовый процесс, интегральная поверхностно-ориентированная $p-i-n$ структура.*

1 Вступ

$P-i-n$ структури (плазмові діоди) – нелінійні активні елементи електронної техніки, які широко використовуються для комутації надвисокочастотного (НВЧ) електромагнітного поля (рис.1.1). Робота такого пристрою ґрунтується на зміні провідності активної області діода (i -області) шляхом формування електронно-діркової плазми під дією струму управління. Носії заряду потрапляють в активну область завдяки процесу інжекції з високолегованих p - та n - областей. В активній області відбувається дифузія та дрейф електронів і дірок, їх концентрація змінюється внаслідок генераційно-рекомбінаційних процесів. Базові характеристики $p-i-n$ діода – згасання, що вноситься у лінію передач, швидкодію – в основному визначають накопичений в i -області заряд та геометрія структурних елементів діода [1-6].

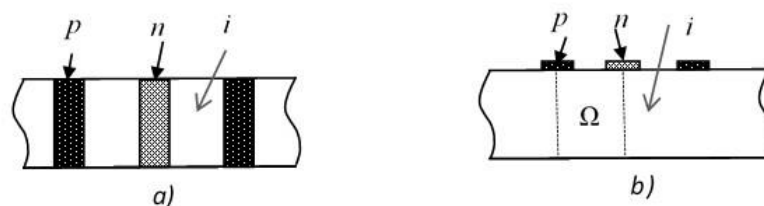


Рис.1.2 Схематичне зображення поперечного перерізу діодної збірки (а) та поверхнево-орієнтованої $p-i-n$ структури (б)

У техніці НВЧ використовуються різні типи $p-i-n$ структур: наприклад, діодні збірки (рис. 1.1, a); поверхнево-орієнтовані структури (рис. 1.1, b); “кремнієві вікна” тощо. У останні роки вивчаються властивості $p-i-n$ структур з розміщенням елементів на поверхні напівпровідникового кристалу, оскільки прогнозується підвищення технологічності виготовлення структур даного типу (шляхом застосування технології виготовлення інтегральних схем та вирішення проблеми узгодження з лінією передач на етапі проектування відповідної електродинамічної системи), покращення тепловідведення.

В основу базової математичної моделі, яка описує розподіл концентрації дірок (n), електронів (p) та потенціалу (φ) в активній області $p-i-n$ діодів (рис.1.2) у стаціонарному режимі роботи пристрою, покладають систему рівнянь неперервності струмів дірок та електронів, рівняння Пуассона [1,6,7]:

$$\begin{cases} \Delta n = \nabla n \nabla \varphi + n \Delta \varphi + \frac{1}{D_n \tau_n^*} n, \\ \Delta p = -\nabla p \nabla \varphi - p \Delta \varphi + \frac{1}{D_p \tau_p^*} p, \\ \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{e} \Delta \varphi = -(p - n + N_l), \end{cases} \quad (1.1)$$

де τ_p^* , τ_n^* – характерні релаксаційні часи життя дірок та електронів в i -області (у загальному випадку залежні від локальної концентрації електронів та дірок і визначаються певним механізмом рекомбінації носіїв заряду); $N_l = N_a - N_d \equiv N_l(r)$ – задана функція профілю легування (описує різницю концентрацій акцепторів і донорів в активній області); D_p , D_n – коефіцієнти дифузії відповідно дірок та електронів; e – заряд електрона; ε , ε_0 – відносна діелектрична проникність напівпровідника та діелектрична стала.

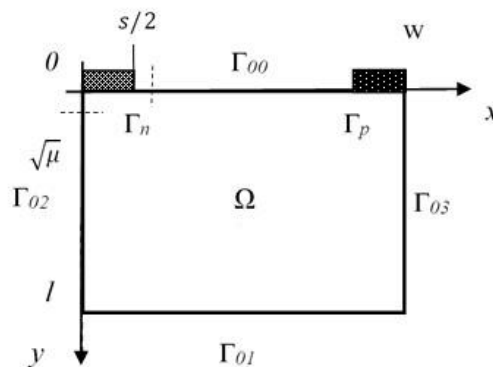


Рис.1.2 Елемент поверхнево-орієнтованої $p-i-n$ структури

Система рівнянь (1.1) доповнюється умовами на межі області $\partial\Omega=\Gamma$ ($\Gamma=\Gamma_n \cup \Gamma_p \cup \Gamma_0$). Граничні умови на інжекційних контактах (ділянках межі Γ_n , Γ_p) записують з урахуванням того, що через межу Γ_n переважно протікає електронний струм, відповідно через Γ_p – дірковий (при широкій активній області більша частина інжектованих носіїв заряду рекомбінує в i -області і не встигає потрапити в область протилежного контакту) [2,6]. Також враховано поверхневу рекомбінацію на контактах:

$$\begin{aligned} \left((\vec{j}_n + \vec{j}_{nr}) \cdot \vec{\nu} \right)_{\Gamma_n} &= J, \quad \left((\vec{j}_p + \vec{j}_{pr}) \cdot \vec{\nu} \right)_{\Gamma_n} = 0, \\ \left((\vec{j}_p + \vec{j}_{pr}) \cdot \vec{\nu} \right)_{\Gamma_p} &= J, \quad \left((\vec{j}_n + \vec{j}_{nr}) \cdot \vec{\nu} \right)_{\Gamma_p} = 0, \end{aligned} \quad (1.2)$$

де J – стала, що визначає густину інжекційного струму (струму управління); $\vec{\nu}$ – вектор нормалі до границі області; $\vec{j}_{n,p}$ – густина струму відповідно електронів і дірок ($\vec{j}_p = e\mu_p p \vec{E} - eD_p \nabla p$,

$\vec{j}_n = e\mu_n n \vec{E} + eD_n \nabla n$, $\vec{E} = -\nabla \varphi$; $\vec{j}_{m,rp}$ – густина рекомбінаційного струму ($(\vec{j}_{rp} \cdot \vec{v})|_{\Gamma} = e\alpha_p p$, $(\vec{j}_m \cdot \vec{v})|_{\Gamma} = e\alpha_n n$, $\alpha_{n,p}$ – швидкості поверхневої рекомбінації відповідно електронів і дірок).

Аналогічним способом визначають граничні умови на ділянці межі Γ_0 . (враховано відмінність швидкостей поверхневої рекомбінації на контактах та вільних від контактів ділянках):

$$\begin{aligned} \left((\vec{j}_n + \vec{j}_{nr}^*) \cdot \vec{v} \right)_{\Gamma_{00}} &= 0, & \left((\vec{j}_p + \vec{j}_{pr}^*) \cdot \vec{v} \right)_{\Gamma_{00}} &= 0, \\ \left((\vec{j}_n + \vec{j}_{nr}^*) \cdot \vec{v} \right)_{\Gamma_{01}} &= 0, & \left((\vec{j}_p + \vec{j}_{pr}^*) \cdot \vec{v} \right)_{\Gamma_{01}} &= 0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

Функція потенціалу повинна задовольняти наступні граничні умови:

$$\varphi|_{\Gamma_n} = 0, \quad \varphi|_{\Gamma_p} = U, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right|_{\Gamma_0} = 0, \quad (1.4)$$

де U – стала, що визначає напругу на p - i - n структурі. Припускається, що напруга у основному прикладена до високоомної ділянки p - i - n структури, падінням напруги на інжектуючих і омичних контактах нехтують.

Математична модель (1.1)-(1.4) описує стаціонарні дифузійно-дрейфовий та рекомбінаційний процеси і дозволяє прогнозувати розподіл носіїв заряду в активній області p - i - n діода та його основні характеристики. У базовій математичній моделі p - i - n діода не враховано ряду інших фізичних процесів, що спостерігаються у напівпровідникових пристроях: процеси розігріву, генерації носіїв заряду в об'ємі і на поверхні робочої області, особливості протікання інжекційних процесів на контактах тощо [1,6,7]. Проте навіть у спрощеному варіанті задача (1.1)-(1.4) є складною математичною задачею через нелінійність системи рівнянь (1.1).

Класичний розв'язок задачі (1.1)-(1.4) отримано шляхом введення у розгляд спрощуючих обмежень. Використовується наближення амбіполярної дифузії носіїв заряду [1,6,7], в рамках якого припускають рівність концентрації електронів і дірок в активній області діода. При цьому система рівнянь (1.1) приводиться до лінійного рівняння дифузії, розв'язок якого можна легко знайти в аналітичному вигляді. Очевидно, що умова рівності концентрацій природним чином забезпечується в глибині активної області p - i - n діода і порушується поблизу інжектуючих контактів. Отже, отриманий в рамках застосування наближення амбіполярної дифузії аналітичний результат не забезпечує належного рівня адекватності моделі.

У роботах [14,15] запропоновано шукати розв'язок задачі моделювання характеристик p - n діода (діод з різким p - n переходом, на відміну від p - i - n діода) асимптотичними методами [8-13]. P - n та p - i - n діоди (зокрема, поверхнево-орієнтовані p - i - n структури) мають суттєві відмінності у технічному виконанні, які обумовлюють особливості застосування модельних підходів, їх властивостей та практичного застосування. Відповідно, постановка задачі (1.1)-(1.4) відрізняється від відповідних постановок задач у роботах [14,15], а ідея застосування для аналізу задачі (1)-(4) методів теорії збурень (наприклад, [8-13]) вбачається нами перспективною.

Метою роботи є удосконалення математичної моделі і методики прогнозування розподілу електронно-діркової плазми в активній області поверхнево-орієнтованих p - i - n структур на основі застосування методу примежових функцій [8-13].

2 Постановка задачі

Розглянемо двовимірну просторову модель елемента поверхнево-орієнтованої p - i - n структури (область $\Omega = \{(x, y): 0 < x < w, 0 < y < l\}$, рис.1.2). Введемо безрозмірні змінні $\tilde{x} = \frac{x}{w}$ ($0 < \tilde{x} < 1$),

$$\tilde{y} = \frac{y}{w} \quad (0 < \tilde{y} < \frac{l}{w}), \quad \tilde{\varphi} = \frac{e\varphi}{kT}, \quad \tilde{U} = \frac{eU}{kT}, \quad \tilde{n} = \frac{n}{N_i} \quad (0 \leq \tilde{n} \leq \frac{n_{\max}}{N_i}), \quad \tilde{p} = \frac{p}{N_i} \quad (0 \leq \tilde{p} \leq \frac{p_{\max}}{N_i}),$$

де T – стала, визначає температуру (300 °K); k – стала Больцмана; N_i – концентрація електронів у власному напівпровіднику, залежить від обраного матеріалу напівпровідника. Розглянемо випадок різкої границі між легованими областями і областю власного напівпровідника:

$$N_a(x, y) = \begin{cases} 0, & (x, y) \in \Omega \\ \frac{N_{a0}}{N_i}, & (x, y) \in \Gamma_p \end{cases}; \quad N_d(x, y) = \begin{cases} 0, & (x, y) \in \Omega \\ \frac{N_{d0}}{N_i}, & (x, y) \in \Gamma_n \end{cases}.$$

Тоді систему рівнянь (1.1) перепишемо у безрозмірному вигляді:

$$\begin{cases} \mu \Delta \varphi = -(p - n), \\ \Delta n = \nabla n \nabla \varphi + n \Delta \varphi + A_n n, \\ \Delta p = -\nabla p \nabla \varphi - p \Delta \varphi + A_p p, \end{cases} \quad (2.1)$$

де $\mu = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 k T}{e^2 w^2 N_i}$ (малий параметр задачі, $\mu \sim 10^{-8}$), $A_n = \frac{w^2}{D_n \tau_n^*}$, $A_p = \frac{w^2}{D_p \tau_p^*}$. З метою спрощення

запису співвідношень знак “ \sim ” в (2.1) і наступних викладках опущено.

Умови (1.2)-(1.4) (також подані у безрозмірному вигляді) на межі області $\Gamma = \Gamma_n \cup \Gamma_p \cup \Gamma_0$ перепишемо наступним чином:

$$\begin{aligned} n E_V + \frac{1}{w} \frac{\partial n}{\partial \nu} - 2 \gamma_n n \Big|_{\Gamma_n} &= -\frac{J}{e D_n N_i}, \quad p E_V - \frac{1}{w} \frac{\partial p}{\partial \nu} - 2 \gamma_p p \Big|_{\Gamma_n} = 0, \quad \varphi|_{\Gamma_n} = 0, \\ -p E_V + \frac{1}{w} \frac{\partial p}{\partial \nu} - 2 \gamma_p p \Big|_{\Gamma_p} &= -\frac{J}{e D_p N_i}, \quad n E_V + \frac{1}{w} \frac{\partial n}{\partial \nu} + 2 \gamma_n n \Big|_{\Gamma_p} = 0, \quad \varphi|_{\Gamma_p} = U, \\ n E_V + \frac{1}{w} \frac{\partial n}{\partial \nu} + 2 \gamma_n^* n \Big|_{\Gamma_{00}} &= 0, \quad p E_V - \frac{1}{w} \frac{\partial p}{\partial \nu} + 2 \gamma_p^* p \Big|_{\Gamma_{00}} = 0, \\ n E_V + \frac{1}{w} \frac{\partial n}{\partial \nu} + 2 \gamma_n^* n \Big|_{\Gamma_{01}} &= 0, \quad p E_V - \frac{1}{w} \frac{\partial p}{\partial \nu} + 2 \gamma_p^* p \Big|_{\Gamma_{01}} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} \Big|_{\Gamma_0} = 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де $\bar{E} = -\nabla \varphi$, $\gamma_n = \frac{\alpha_n}{2 D_n}$, $\gamma_p = \frac{\alpha_p}{2 D_p}$ (у загальному випадку швидкості поверхневої рекомбінації

на контактах ($\alpha_{n,p}$) і на поверхні структури ($\alpha_{n,p}^*$) відрізняються). На ділянках межі області Γ_{02} , Γ_{03} використовується умови періодичності p - i - n структури:

$$n(0, y) = n(\pm 2i, y), \quad p(1, y) = p(1 \pm 2i, y). \quad (2.3)$$

3 Побудова асимптотичного розв’язку

Задача (2.1)-(2.3) є сингулярно збуреною. Беручи до уваги те, що на структуру її розв’язку в основному впливають умови на контактних ділянках Γ_n та Γ_p , через які здійснюється наповнення i -області неосновними носіями заряду, пропонуємо шукати розв’язок задачі (2.1)-(2.3) аналогічно до [8-13] у вигляді наступних асимптотичних рядів:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \varphi \\ n \\ p \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \varphi(x, y, \mu) \\ n(x, y, \mu) \\ p(x, y, \mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{(m)}(x, y, \mu) \\ N_{(m)}(x, y, \mu) \\ P_{(m)}(x, y, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{\Phi}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \\ \underline{N}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \\ \underline{P}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{\Phi}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \\ \overline{N}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \\ \overline{P}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{\varphi(m)}(x, y, \mu) \\ R_{n(m)}(x, y, \mu) \\ R_{p(m)}(x, y, \mu) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \mu^i \varphi_i(x, y) \\ \sum_{i=0}^m \mu^i n_i(x, y) \\ \sum_{i=0}^m \mu^i p_i(x, y) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \mu^i \Phi_i(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \mu^i \underline{N}_i(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \mu^i \underline{P}_i(\underline{\xi}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \mu^i \overline{\Phi}_i(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \mu^i \overline{N}_i(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \mu^i \overline{P}_i(\underline{\xi}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{\varphi(m)}(x, y, \mu) \\ R_{n(m)}(x, y, \mu) \\ R_{p(m)}(x, y, \mu) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

де $\Phi_{(m)}(x, y, \mu), N_{(m)}(x, y, \mu), P_{(m)}(x, y, \mu)$ - регулярні частини асимптотик; $\underline{\Phi}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu), \underline{N}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu), \underline{P}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu), \bar{\Phi}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu), \bar{N}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu), \bar{P}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu)$ - прилежові поправки асимптотик відповідно в околах точок $y=0, 0 \leq x \leq \frac{s}{2w}$ і $y=0, \frac{s}{2w} \leq x \leq 1 - \frac{s}{2w}$ ($\underline{\xi} = \frac{y}{\sqrt{\mu}}$ - регуляризуючий розтяг); $R_{\varphi(m)}(x, y, \mu), R_{n(m)}(x, y, \mu), R_{p(m)}(x, y, \mu)$ - залишкові члени.

Підставляючи (3.1) у рівняння системи (2.1) та умови (2.2)-(2.3) та застосувавши стандартну процедуру "прирівнювання" [8-13] формуємо послідовність задач для визначення компонент асимптотичних рядів (3.1). Головну увагу зосереджуємо на пошуку головних членів регулярних рядів (3.1), оскільки ці функції містять основну інформацію про поведінку електронно-діркової плазми. Зокрема, отримуємо наступні системи диференціальних рівнянь для знаходження $n_0, p_0, \varphi_0, \underline{\Phi}_0, \underline{N}_0, \underline{P}_0$:

$$\begin{cases} n_0 = p_0, \\ \Delta n_0 - \nabla(n_0 \nabla \varphi_0) - A_n n_0 = 0, \\ \Delta p_0 + \nabla(p_0 \nabla \varphi_0) - A_p p_0 = 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}^2} = -(\underline{P}_0 - \underline{N}_0), \\ \frac{\partial^2 \underline{N}_0}{\partial \underline{\xi}^2} - \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left(\underline{N}_0 \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} \right) = 0, \\ \frac{\partial^2 \underline{P}_0}{\partial \underline{\xi}^2} + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left(\underline{P}_0 \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} \right) = 0. \end{cases} \quad (3.3)$$

Граничні умови для систем рівнянь (3.2)-(3.3) набувають наступного виду:

$$\left. \frac{\partial n_0}{\partial y} - \beta w n_0 - \beta w \underline{N}_0 \right|_{y=0} = -\frac{J}{2eD_n} \frac{w}{N_i} \text{ при } 0 \leq x \leq \frac{s}{2w}, \quad \varphi_0 + \underline{\Phi}_0 \Big|_{0 \leq x \leq \frac{s}{2w}}^{y=0} = 0, \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{\partial n_0}{\partial y} + \beta w n_0 + \beta w \bar{P}_0 \right|_{y=0} = -\frac{J}{2eD_p} \frac{w}{N_i} \text{ при } 1 - \frac{s}{2w} \leq x \leq 1, \quad \varphi_0 + \bar{\Phi}_0 \Big|_{1 - \frac{s}{2w} \leq x \leq 1}^{y=0} = U,$$

$$\left. \frac{\partial n_0}{\partial y} + \beta^* w n_0 \right|_{y=0} = 0 \text{ при } \frac{s}{2w} \leq x \leq 1 - \frac{s}{2w}, \quad \left. \frac{\partial n_0}{\partial y} + \beta^* w n_0 \right|_{y=\frac{l}{w}} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right|_{y=0, y=\frac{l}{w}} = 0,$$

$$n_0(0, y) = n_0(x \pm 2i, y), \quad \left. \frac{\partial \underline{N}_0}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \underline{P}_0}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \bar{N}_0}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} = 0.$$

Також використовуємо характерні для прилежових функцій додаткові умови [8-13]:

$$\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{\Phi}_0(\underline{\xi}) = \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \bar{\Phi}_0(\underline{\xi}); \quad \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{N}_0(\underline{\xi}) = \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{P}_0(\underline{\xi}) = \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \bar{N}_0(\underline{\xi}) = \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \bar{P}_0(\underline{\xi}) = 0. \quad (3.5)$$

Для визначення $\bar{\Phi}_0(\underline{\xi}), \bar{N}_0(\underline{\xi}), \bar{P}_0(\underline{\xi})$ використовуємо систему рівнянь аналогічну (3.3).

Зауважимо, що система (3.2) приводиться до лінійного диференціального рівняння виду:

$$\Delta n_0 - \frac{1}{2}(A_n + A_p)n_0 = 0, \quad (3.6)$$

яке також отримують і в рамках застосування наближення амбіполяри дифузії [7].

Враховуючи періодичність розміщення елементів у досліджуваній системі, загальний розв'язок (3.6) шукаємо у вигляді ряду:

$$n_0(x, y) = \sum_{i=0}^{M-1} (C_{1i} \exp(-\eta_i y) + C_{2i} \exp(\eta_i y)) \cos \alpha_i x, \quad (3.7)$$

де $\alpha_i = \pi i$, $\eta_i^2 = \alpha_i^2 + \frac{1}{2}(A_n + A_p)$.

Сталі C_{1i} , C_{2i} визначаємо із системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що отримана на основі застосування умов (3.4) на ділянках межі області Ω при $y=0$ та $y=l/w$ та проектування на систему базисних функцій $\cos \alpha_j x$:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \sum_{i=0}^{M-1} (-\eta_i C_{1i} + \eta_i C_{2i}) \cos \alpha_i x \cos \alpha_j x dx &= \int_0^{\frac{s}{2w}} \left(-\frac{J}{2eD_n} \frac{w}{N_i} + \beta w \tilde{\Pi}_\infty^2 \right) \cos \alpha_j x dx + \\ + \beta w \int_0^{\frac{s}{2w}} \sum_{i=0}^{M-1} (C_{1i} + C_{2i}) \cos \alpha_i x \cos \alpha_j x dx - \beta^* w \int_{\frac{s}{2w}}^{1-\frac{s}{2w}} \sum_{i=0}^{M-1} (C_{1i} + C_{2i}) \cos \alpha_i x \cos \alpha_j x dx - \\ - \int_{1-\frac{s}{2w}}^1 \left(\frac{J}{2eD_p} \frac{w}{N_i} + \beta w \tilde{\Pi}_\infty^2 \right) \cos \alpha_j x dx - \beta w \int_{\frac{s}{2w}}^1 \sum_{i=0}^{M-1} (C_{1i} + C_{2i}) \cos \alpha_i x \cos \alpha_j x dx, \\ C_{2i} &= \frac{(\eta_i - \beta^* w)}{(\eta_i + \beta^* w)} \exp(-2\eta_i) C_{1i}, \quad j = \overline{0, (M-1)}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Примежові поправки знаходимо шляхом розв'язання задачі (3.3)-(3.4). Введемо заміни $V = \underline{P}_0 - \underline{N}_0$, $W = \underline{P}_0 + \underline{N}_0$. Тоді (3.3) приводимо до системи рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} \underline{\Phi}'_0 = \Pi, \\ \Pi' = V, \\ W' + (V\Pi) = C_W, \\ V' + (W\Pi) = C_V, \end{cases} \quad (3.9)$$

де C_W, C_V – сталі інтегрування.

Система рівнянь (3.9) доповнюється граничними умовами при $\underline{\xi}=0$ і $\underline{\xi} \rightarrow \infty$, які отримуємо із співвідношень (3.4) і (3.5) у вигляді:

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial W}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} = 0, \quad \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} V(\underline{\xi}) = \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} W(\underline{\xi}) = 0. \quad (3.10)$$

Для встановлення характеру поведінки функції $\Pi(\underline{\xi})$ скористаємось її фізичним змістом. Згідно (3.9) ця функція має зміст напруженості електричного поля, що створене примежовими зарядами. На межі області ($x=0$) значення потенціалу стає, тому $\left. \frac{\partial \Phi_0}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} = \Pi|_{\underline{\xi}=0} = 0$. У глибині активної області (при $\underline{\xi} \rightarrow \infty$) значення напруженості поля стає (Π_∞ , $\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \Pi = const$).

Розв'язками системи рівнянь (3.9) за умов (3.10) є функції виду:

$$W = -\frac{\Pi^2}{2} + \frac{\Pi_\infty^2}{2}, \quad V = \frac{\Pi^2}{2} - \frac{\Pi_\infty^2}{2}, \quad C_W = 0, \quad (3.11)$$

$$\Pi = \Pi(\underline{\xi}) = -\Pi_\infty \operatorname{th} \left(\frac{\Pi_\infty \underline{\xi}}{2} \right). \quad (3.12)$$

Таким чином, примежові концентрації носіїв заряду з співвідношень (3.11), (3.12) та з урахуванням використаних заміни $V = \underline{P}_0 - \underline{N}_0$, $W = \underline{P}_0 + \underline{N}_0$ отримуємо у наступному вигляді:

$$\underline{P}_0 = 0, \quad \underline{N}_0(\underline{\xi}) = \Pi_\infty^2 \left(1 - th^2 \left(\frac{\Pi_\infty \underline{\xi}}{2} \right) \right). \quad (3.13)$$

Примежові поправки $\bar{N}_0(\underline{\xi})$, $\bar{P}_0(\underline{\xi})$ знаходимо аналогічним способом:

$$\bar{P}_0(\underline{\xi}) = \Pi_\infty^2 \left(1 - th^2 \left(\frac{\Pi_\infty \underline{\xi}}{2} \right) \right), \quad \bar{N}_0 = 0. \quad (3.14)$$

Зауважимо, що у функціях (3.13), (3.14) фігурує однакова стала Π_∞ , оскільки у глибині активної області (при $\underline{\xi} \rightarrow \infty$) значення відповідних потенціалів електричного поля співпадають. Стала інтегрування Π_∞ встановлюється із використанням відповідних граничних умов (3.4) для потенціалу. Отримано трансцендентне рівняння виду:

$$\int_{\frac{s}{2w}}^{1-\frac{s}{2w}} \left(th \left(\frac{\Pi_\infty t}{2\sqrt{\mu}} \right) + th \left(\frac{\Pi_\infty (1-t)}{2\sqrt{\mu}} \right) \right) dt = \frac{U}{\Pi_\infty}. \quad (3.15)$$

Скориставшись міркуваннями, які аналогічні до [8-13], за додаткових умов гладкості та їх узгодженості, приходимо до оцінок залишкових членів асимптотичних рядів:

$$R_{\varphi(m)}(x, y, \mu) = O(\mu^{m+1}), \quad R_{n(m)}(x, y, \mu) = O(\mu^{m+1}), \quad R_{p(m)}(x, y, \mu) = O(\mu^{m+1}).$$

Таким чином, розподіл концентрації електронно-діркової плазми в активній області інтегральної поверхнево-орієнтованої p - i - n структури визначається функцією виду:

$$n(x, y) = \sum_{i=0}^{M-1} (C_{1i} \exp(-\eta_i y) + C_{2i} \exp(\eta_i y)) \sin \alpha_i x + \begin{cases} \Pi_\infty^2 \left(1 - th^2 \left(\frac{\Pi_\infty y}{2\sqrt{\mu}} \right) \right), & 0 \leq x \leq \frac{s}{2w}, 1 - \frac{s}{2w} \leq x \leq 1 \\ 0, & \frac{s}{2w} < x < 1 - \frac{s}{2w} \end{cases}. \quad (3.16)$$

4 Результати чисельних експериментів

Результати чисельного моделювання показано на графіках стаціонарного розподілу концентрації електронів і дірок в активній області елемента поверхнево-орієнтованої p - i - n структури (рис. 4.1, 4.2).

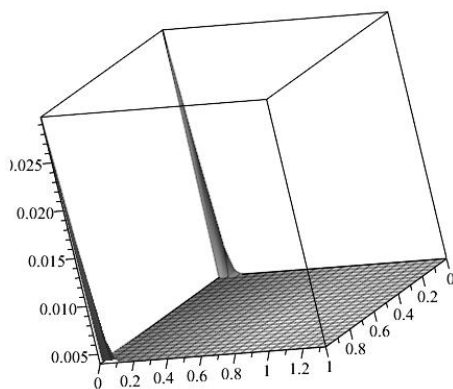


Рис.4.1 Розподіл концентрації електронно-діркової плазми в активній області згідно уточненої моделі, що враховує примежові поправки

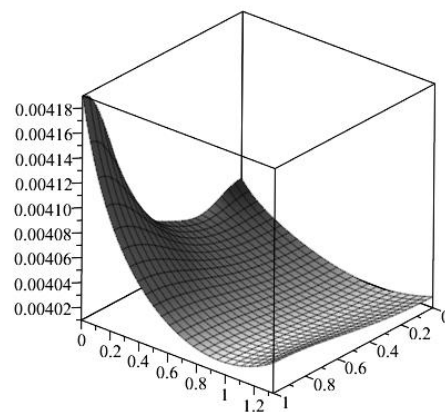


Рис.4.2 Розподіл концентрації носіїв заряду в активній області згідно моделі амбіполярної дифузії

В експериментах використано наступні значення сталих: $N_i = 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T = 300^\circ \text{ К}$, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$, $J = 0,4 \text{ МА/см}^2$, $U = 5 \text{ мВ}$, $w = 30 \text{ мкм}$, $s = 10 \text{ мкм}$, $D_n = 30 \text{ см}^2/\text{с}$, $D_p = 6 \text{ см}^2/\text{с}$, $\tau_n^* = 20 \text{ мкс}$, $\tau_p^* = 25 \text{ мкс}$.

Рис.4.1 ілюструє стаціонарний розподіл носіїв заряду в i -області p - i - n діода згідно удосконаленої математичної моделі (3.16). Спостерігається різкий ріст концентрації електронів у області поблизу n - i переходу і дірок поблизу p - i переходу. Підвищене значення концентрації носіїв заряду (~ 10 раз для зазначеного набору вхідних даних) спостерігається на відстані $\sim \sqrt{\mu}$ від межі n - i та p - i переходів. Такий характер стаціонарного розподілу концентрації плазми вбачається природним, оскільки об'єктивно у зоні інжекції носіїв заряду певного типу їх концентрація повинна значно переважати концентрацію зарядів протилежного типу через дію рекомбінаційних процесів. Цю особливість поведінки розподілу концентрації плазми у діоді не можна відобразити за допомогою класичної моделі амбіполярної дифузії.

Для порівняння результати моделювання в рамках класичного підходу показано на рис.4.2. Відмітимо, що згідно прогнозу за удосконаленою математичною моделлю p - i - n діода накопичений у i -області заряд на 3-5% перевищує значення аналогічного показника, що отримано традиційними методами. При цьому спостерігається перерозподіл концентрації плазми – у середині активної області діода концентрація плазми дещо знижується.

5 Висновки

Побудовано математичну модель стаціонарного розподілу електронно-діркової плазми в активній області інтегральних поверхнево-орієнтованих p - i - n структур у вигляді нелінійної сингулярно збуреної крайової задачі для системи рівнянь неперервності струму носіїв заряду та Пуассона. Знайдено наближений розв'язок відповідної крайової задачі у вигляді головних членів асимптотичних рядів за степенями малого параметра.

Запропоновано схему пошуку розв'язку поставленої задачі, що автоматично включає класичні постановки задач моделювання характеристик p - i - n структур і дозволяє внести суттєві поправки у розв'язок. Цим забезпечується підвищення рівня адекватності моделювання і розуміння особливостей протікання ряду фізичних процесів (дифузійно-дрейфового, рекомбінаційного, інжекційного) в активній області p - i - n діодів.

Запропонований підхід вважаємо перспективним інструментальним засобом для вивчення нелінійних теплових, дифузійно-дрейфових, генераційно-рекомбінаційних стаціонарних і нестаціонарних процесів, що протікають в елементах p - i - n структур під дією зовнішнього надвисокочастотного випромінювання, та прогнозування нових фізичних ефектів у досліджуваних системах, наприклад, обумовлених впливом локальних поверхневих і об'ємних дефектів на характеристики p - i - n структур.

ЛІТЕРАТУРА

1. Sze S., Kwok K. Physics of Semiconductor Devices . New York: Wiley-Interscience, 2006. 815 p.
2. Гусятинер М.С. Горбачев А.И. Полупроводниковые сверхвысокочастотные диоды. М.: Радио и связь, 1985. 262 с.
3. Lebedev I. V., Shnitnikov A. S., Dyakov I. V., Borisova N. A. Impedance properties of high-frequency PIN diodes. *Solid-State Electronics*, 1998. Vol. 41, № 1, pp. 121-128.
4. Grimalsky V. V., Kishenko Ya. I., Koshevaya S. V., Moroz I. P. The Interaction of Powerful Electromagnetic Waves With Integrated p-i-n-structures. *Doc. of Int. Symp. "Physics and Engineering of Mm and Submm Waves"*, June 7-10, 1994. Kharkov, Ukraine, vol.1, pp. 238-239.
5. Haine M.E., Rose F.W.G. On the conductance of p-i-n junctions at high microwave fields. *Solid-State Electron*, 1972. Vol.15, №.6, pp.687-705.
6. Адирович Э. И., Карагеоргий-Алкалаев П. М., Лейдерман А. Ю. Токи двойной инжекции в полупроводниках . Под ред. Гальперина. М.: Советское радио, 1978. 320 с.
7. Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1990. 685 с.
8. Тихонов А. Н. Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры. *Математический сборник*, 1952. Т. 31(73), № 3, С. 575-586.

9. Вишик М. И., Люстерник Л. А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром. *УМН*, 1957. Т.12, №5, С. 3-122.
10. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. шк., 1990. 208 с.
11. Бомба А.Я., Присяжнюк І.М., Присяжнюк О.В. Методи теорії збурень прогнозування процесів тепломасоперенесення в пористих та мікропористих середовищах. Рівне: О.Зень, 2017. 291 с.
12. Бомба А.Я. Про асимптотичний метод наближеного розв'язання однієї задачі масопереносу при фільтрації в пористому середовищі. *Український математичний журнал*, 1982. Т.34, № 4, С.37-40.
13. Smith D.R. Singular-Perturbation Theory. An Introduction with Applications. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985. 520 p.
14. Белянин М.П. Об асимптотическом решении одной модели p-n- перехода. *Вычислительная математика и математическая физика*, 1986. Т.26, №2, С.306-311.
15. Васильева А.Б., Стельмах В.Г. Сингулярно возмущенные системы теории полупроводниковых приборов. *Вычислительная математика и математическая физика*, 1977. Т.17, №2, С.339-348.

REFERENCES

1. Sze S., Kwok K. Physics of Semiconductor Devices . New York: Wiley-Interscience, 2006. 815 p.
2. Gusyatiner M.S. Gorbachov A.I. Semiconductor microwave diodes. Moscow: Radio and communication, 1985. 262 p. [in Russian]
3. Lebedev I. V., Shnitnikov A. S., Dyakov I. V., Borisova N. A. Impedance properties of high-frequency PIN diodes. *Solid-State Electronics*, 1998. Vol. 41, issue 1, pp. 121-128.
4. Grimalsky V. V., Kishenko Ya. I., Koshevaya S. V., Moroz I. P. The Interaction of Powerful Electromagnetic Waves With Integrated p-i-n-structures. *Doc. of Int. Symp. "Physics and Engineering of Mm and Submm Waves"*, June 7-10, 1994. Kharkov, Ukraine, vol.1, pp. 238-239.
5. Haine M.E., Rose F.W.G. On the conductance of p-i-n junctions at high microwave fields. *Solid-State Electron*, 1972. Vol.15, issue 6, pp.687-705.
6. Adirovich E. I., Karageorgiy-Alkalaev P. M., Leyderman A. Yu. Double injection currents in semiconductors. Moscow: Soviet radio, 1978. 320 p. [in Russian]
7. Bonch-Bruevich V. L., Kalashnikov S. G. Physics of Semiconductors. Moscow: Nauka, 1990. 685 p. [in Russian]
8. Tikhonov A. N. Systems of differential equations containing small parameters multiplying some of the derivatives. *Mat. Sb.*, 1952. Vol. 31(73), issue 3, pp. 575-586. [in Russian]
9. Vishik M. I., Lusternik L. A. Regular degeneration and boundary layer for linear differential equations with small parameter. *UMN*, 1957. Vol. 12, issue 5 (77), pp. 3-122. [in Russian]
10. Vasilieva A. B., Butuzov V. F. Asymptotic methods in the theory of singular perturbations. – Moscow: Vissh. shkola, 1990. 208 p. [in Russian]
11. Bomba A. Ya., Prysnyaguk I. M., Prysnyaguk O. V. Methods of perturbation theory for predicting heat and mass transfer processes in porous and microporous media. Rivne: O.Zen, 2017. 291 p. [in Ukrainian]
12. Bomba A. Ya. On the asymptotic method of approximate solution of one mass transfer problem during filtration in a porous medium. *Ukrainian Mathematical Journal*, 1982. Vol.34, issue 4, pp.37-40. [in Ukrainian]
13. Smith D.R. Singular-Perturbation Theory. An Introduction with Applications. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985. 520 p.
14. Belyanin M. P. On the asymptotic solution of a model of a (p – n) junction. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1986. Vol.26, issue 2, pp.306-311. [in Russian]
15. Vasilieva A. B., Stelmah V. G. Singularly perturbed systems of the theory of semiconductor devices. *Mathematics and Mathematical Physics*, 1977. Vol.17, issue 2, pp.339-348. [in Russian]

UDC 004.94

Computer modeling as a new method of research in natural science

V. Buts, I. Gushchin, V. Yanovsky, V. Kuklin, A. Mishyn, E. Poklonsky, A. Priymak,
S. Sevidov, O. Sporov

- Buts Vyacheslav** *PhD, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of laboratory of National Science Center “Kharkiv Institute of Physics and Technology”, Kharkiv, v. Akademichna 1, Ukraine, 61108
Professor of V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, Kharkiv-22, Ukraine, 61022
e-mail: vbuts1225@gmail.com*
- Gushchin Ivan** *senior teacher, Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine,
e-mail: i.v.gushchin@karazin.ua,
<http://orcid.org/0000-0002-1917-716X>*
- Yanovsky Volodymyr** *PhD, Doctor of Science, Professor, Professor of Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Sq. 4, Kharkiv-22, Ukraine, 61022
Head of the Theoretical Department, Institute for Single Crystals of the National Academy of Science of Ukraine, 60 Nauky str., c. Kharkiv, Ukraine, 61001.
e-mail: yanovsky@isc.kharkov.ua
<https://orcid.org/0000-0003-0461-749X>*
- Kuklin Volodymyr** *PhD, Doctor of Science, Professor, Head of Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine;
e-mail: v.m.kuklin@karazin.ua; kuklinvm1@gmail.com;
<https://orcid.org/0000-0002-0310-1582>*
- Mishyn Alex** *senior teacher, Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine,
e-mail: o.v.mishyn@karazin.ua,
<http://orcid.org/0000-0001-7478-757X>*
- Poklonsky Evhen** *PhD, associate professor of Artificial intelligence and interactive systems department, V. N. Karazin Kharkiv National University, m. Svobody 6, Kharkiv-22, Ukraine, 61022
e-mail: evpoklonsky@karazin.ua,
<http://orcid.org/0000-0001-5682-6694>*
- Prymak Aleksey** *PhD, senior teacher of Artificial intelligence and interactive systems department, V. N. Karazin Kharkiv National University, m. Svobody 6, Kharkiv-22, Ukraine, 61022
e-mail: priymak@mail.com
<http://orcid.org/0000-0003-2633-7456>*
- Sevidov Serhii** *PhD, associate professor of Artificial intelligence and interactive systems department, V. N. Karazin Kharkiv National University, m. Svobody 6, Kharkiv-22, Ukraine, 61022
e-mail: sevidov@karazin.ua,
<https://orcid.org/0000-0002-9927-9237>*
- Sporov Oleksandr** *PhD, associate professor of Artificial intelligence and interactive systems department, V. N. Karazin Kharkiv National University, m. Svobody 6, Kharkiv-22, Ukraine, 61022
e-mail: sporov@karazin.ua,
<https://orcid.org/0000-0002-4610-9656>*

Presently, computer networks are actively used for scientific research. That has significantly increased the capabilities of the researcher who analyzes processes and performs modeling, has brought new research opportunities, and therefore led to qualitative changes in scientific research. Both the speed of research and analysis of its results have sharply increased and, as a result of numerous experiments, it became possible to find new, previously unknown solutions, discover new effects and phenomena. The results of the work conducted by the scientific group of the Department of Artificial Intelligence and Software

of V.N. Karazin National University are presented in the article as the example of the new approach to scientific research. It shows that with the help of computer modeling, the physical phenomena previously unknown to researchers can be discovered.

Keywords: Numerical simulation, unstable convective medium, strategies with memory.

Комп'ютерне моделювання - новий метод досліджень у природничих науках

В.А Буц, І.В. Гущин, В.В. Яновський, В.М. Куклін, О.В. Мішин, Є.В. Поклонський,
О. Приймак, С.М. Севидов, О.Є. Спорів

**Буц
В'ячеслав
Олександрович**

*доктор фізико-математичних наук, професор; завідувач лабораторії
Національного наукового центру ХФПІ, вул. Академічна 1, Харків-
108, Україна; 610108
професор Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна,
майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022*

**Гущин
Іван
Валерійович**

*старший викладач, кафедра штучного інтелекту та програмного
забезпечення, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
майдан Свободи 4, м. Харків-22, Україна; 61022*

**Яновський
Володимир
Володимирович**

*доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри
штучного інтелекту та програмного забезпечення
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
майдан Свободи 6, Харків-22, Україна, 61022
Завідувач теоретичним відділом, інститут монокристалів НАН України,
пр.Науки 60, Харків, Україна, 61001*

**Куклін
Володимир
Михайлович**

*доктор фізико-математичних наук, професор; завідувач кафедри штучного
інтелекту та програмного забезпечення, Харківський національний
університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, Харків-22, Україна,
61022*

**Мішин
Олександр
Вікторович**

*старший викладач, кафедра штучного інтелекту та програмного
забезпечення, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
майдан Свободи 6, м. Харків-22, Україна, 61022*

**Поклонський
Євген
Васильович**

*кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри штучного
інтелекту та програмного забезпечення,
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
майдан Свободи 6, Харків-22, Україна, 61022*

**Приймак
Олексій
Вікторович**

*кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри
штучного інтелекту та програмного забезпечення, Харківського
національного університету імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи 6, м.
Харків-22, Україна, 61022*

**Севидов
Сергій
Михайлович**

*кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри штучного
інтелекту та програмного забезпечення
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
майдан Свободи 6, Харків-22, Україна, 61022*

**Спорів
Олександр
Євгенович**

*кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри штучного
інтелекту та програмного забезпечення
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
майдан Свободи 6, Харків-22, Україна, 61022*

На даний час комп'ютери, зв'язані мережею, почали активно використовуватись для наукових досліджень. Це суттєво збільшило можливості дослідника, який проводить аналіз процесів та виконує розрахунки. Таке збільшення кількості доступних операцій призвело до якісних змін у наукових дослідженнях: вчені отримали нові можливості для дослідження процесів та пристроїв. Різко збільшилась швидкість проведення досліджень та аналізу їх результатів. Збільшення на порядки темпів всіх дослідницьких процедур, починаючи від постановки проблеми та закінчуючи детальним аналізом отриманого рішення та внесенням змін до структури досліджуваних моделей призвели до того, що в результаті чисельних експериментів стало можливим знаходити нові, раніше невідомі рішення, відкривати нові ефекти та явища. Персональний комп'ютер дозволив на багато порядків посилити індивідуальні можливості людини. Це дало можливість обробляти величезну кількість інформації, забезпечивши доступ через мережу до великої кількості наукових та технічних даних, до різноманітних літературних джерел, а також дозволило досліднику швидко знаходити експертів в різних галузях, незалежно від відстані. З'явилися нові методи та технології розрахунків, розширились

можливості діагностики отриманих результатів, суттєво зросли темпи аналізу як аналітичних конструкцій так і числових рішень, значно поліпшився доступ до великого масиву наукових даних, різко пришвидшилось усвідомлення дослідниками результатів своїх експериментів. Все це свідчить про новий характер наукових досліджень. Так, з'явилися такі дисципліни, як "комп'ютерна хімія", що змогла швидко створювати необхідні речовини із заданими властивостями, "комп'ютерна фізика", що дозволяє отримувати складні рішення, діагностувати їх, вносити зміни та вибирати параметри для моделей. Виникла нова реальність наукових досліджень - «людина-комп'ютер-мережа». В статті на прикладі результатів роботи наукової групи кафедри штучного інтелекту та програмного забезпечення Харківського Національного університету імені В.Н. Каразіна наведено результати нових підходів до наукових досліджень. Показано, як завдяки проведеному комп'ютерному моделюванню колективних процесів взаємодії заряджених частинок з полями та інших процесів було виявлено ряд фізичних явищ, що раніше не були відомі дослідникам.

Ключові слова: комп'ютерне моделювання, нестійке конвективне середовище, стратегії з пам'яттю.

Компьютерное моделирование - новый метод исследований в естественных науках

В.А. Буц, И.В. Гуцин, В.В. Яновский, В.М. Куклин, А.В. Мишин, Е.В. Поклонский,
А.В. Приймак, С.М. Севидов, А.Е. Споров

- Буц Вячеслав Александрович** доктор физико-математических наук, профессор; завідувач лабораторії Національного наукового центру ХФТІ, вул. Академічна 1, Харків-108, Україна; 610108
професор Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022
- Гуцин Иван Валерьевич** старший преподаватель, кафедра искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022
- Яновський Володимир Володимирович** доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту та програмного забезпечення Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи 4, Харків-22, Україна, 61022
Завідувач теоретичним відділом, інститут монокристалів НАН України, пр.Науки 60, Харків, Україна, 61001
- Куклин Владимир Михайлович** доктор физико-математических наук, профессор; заведующий кафедры искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022
- Мишин Александр Викторович** старший преподаватель, кафедра искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022
- Поклонский Евгений Васильевич** кандидат физико-математических наук, искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022
- Приймак Алексей Викторович** кандидат физико-математических наук, старший преподаватель, кафедра искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022
- Севидов Сергей Михайлович** кандидат физико-математических наук, искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022
- Споров Александр Евгеньевич** кандидат физико-математических наук, искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022

В настоящее время компьютеры, связанные сетью, начали активно использоваться для научных исследований. Это существенно увеличило возможности исследователя, который проводит анализ процессов и выполняет моделирование и привело к качественным изменениям в научных исследованиях: ученые получили новые возможности для исследования процессов и устройств. Резко увеличилась как скорость проведения исследований, так и скорость анализа их результатов, что привело к тому, что в результате многочисленных экспериментов стало возможным находить новые, ранее неизвестные решения, открывать новые эффекты и явления. Персональный компьютер позволил на много

порядков усилить индивидуальные возможности человека. Это дало возможность обрабатывать огромное количество информации, обеспечив доступ через сеть к большому количеству научных и технических данных, к различным литературным источникам, а также позволило исследователю быстро находить экспертов в различных областях. Все это свидетельствует о новом характере научных исследований. В результате упомянутых изменений появились такие дисциплины, как "компьютерная химия", которая смогла быстро создавать необходимые вещества с заданными свойствами, "компьютерная физика", которая позволяет получать сложные решения, диагностировать их, вносить изменения и выбирать параметры моделей. Возникла новая реальность научных исследований - «человек-компьютер-сеть». В статье на примере результатов работы научной группы кафедры искусственного интеллекта и программного обеспечения Харьковского Национального университета имени В.Н. Каразина приведены результаты новых подходов к научным исследованиям. Показано, как благодаря компьютерному моделированию были открыты физические явления, которые ранее не были известны исследователям.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, неустойчивая конвективная среда, стратегии памяти.

Introduction

No only new, previously unknown effects and phenomena, but even drastically stronger manifestations of the previously known phenomena in certain conditions are recognized as new scientific achievements. There are a number of examples of the latter such as laser-induced phenomena which are tens of orders of magnitude faster and more intense than spontaneous ones; nuclear chain reactions, which are orders of magnitude more powerful than ordinary spontaneous radioactive decay, as well as, collective processes of particle-field interactions, which promise a revolution in power engineering and already making presence in high-current electronics.

The widespread use of computer networks for scientific research is one of such phenomena. Improved analysis and calculation capabilities, as well as an increase in the number of available operations have led to qualitative changes in scientific research. An unprecedented level of interaction with personal computers has opened completely new and unexpected opportunities for researching process.

The speed of human-computer interaction, diagnostic analysis and visualization have been dramatically increased. Nowadays it has become possible not only to illustrate, refine and revise the results obtained as a result of numerical experiments, but also to find new, previously unknown solutions, and to discover new effects and phenomena. That has been facilitated by greatly increased pace of research; from setting the problem to obtaining a solution, its immediate analysis, updating the structure of models and ascertaining their influence immediately (in real-time), etc.

A personal computer has strengthened a researcher's individual capabilities by orders of magnitude. It has made it possible to process huge amounts of information, provide network access to a variety of literary sources, and connect a researcher with their associates, regardless of distance. It allows us to use new methods and technologies for calculations and expand our capabilities for diagnostics of the results obtained. The human awareness of the experimental results and analysis of models have increased dramatically.

The new approaches to the research have been appeared using the capabilities of personal computers and their network connection: "computer chemistry", which is able to search for the substances with given properties quickly, "computer physics", which allows obtaining complex solutions, diagnosing them, making changes and selecting the parameters of description models, as well as other new scientific directions.

Those changes in scientific research are illustrated below by using the results of the work conducted by the scientific group of the Department of Artificial Intelligence of V.N. Karazin Kharkiv National University. It shows that computer simulation has made it possible to discover a number of physical and other phenomena previously unknown to researchers.

Modeling the Ion heating phenomena with the development of modulation instability of an intensive Langmuir wave in plasma. Diagnostic possibilities.

The main problem in describing the processes of wave propagation in a plasma was the ambiguity of the nature of the absorption of RF energy by particles and the mechanism of their thermalization, that is, the formation of a normal energy distribution of particles, which only allows talking about their temperature. In [1], it is shown that the mechanism of formation of the normal energy distribution of particles is scattering by field inhomogeneities (the Fermi effect), which turned out to be more important than the mechanism of energy exchange between the field and particles traditionally explaining this phenomenon, known as Landau damping. The computerization made it possible to create a diagnostic stand demonstrating the process in real time (Fig. 1).

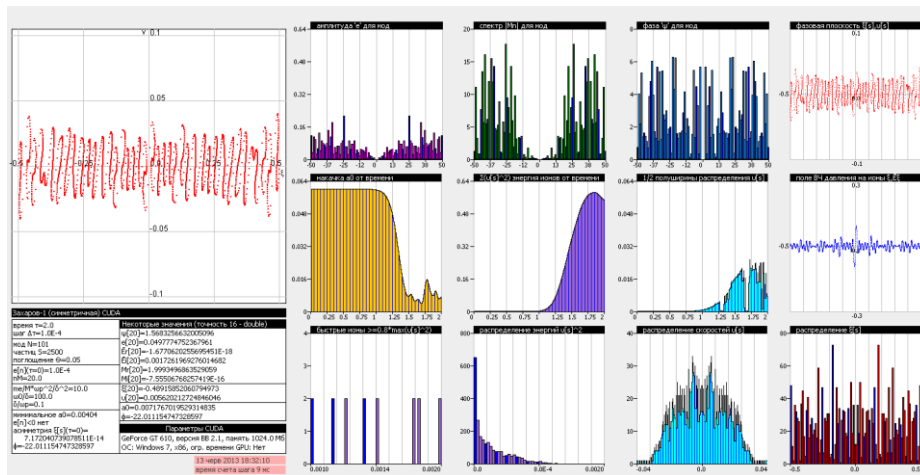


Fig. 1. Diagnostic stand for calculating systems of integro-differential equations on a computer (400 modes, 20,000 particles).

The occurrence of waves with abnormally large amplitude (> 20 meters)

Arising as a result of nonlinear interference of strong sea waves (an average wave amplitude in unrest ocean is 4-6 m., a period is 10-12 sec, phase velocity is more than 20 m/sec, group velocity is half as much, and wave decay lengths are measured in thousands of kilometers) the perturbation of anomalous amplitude is a sequence (group) of usually 3 waves, one of which is the largest, the frequency of occurrence (ensemble statistics and time) of such wave group is one for 10-20 thousand waves. For such long waves (200-250 m), the maximum achievable amplitude before collapse is about 30 m. They are most likely to appear when the modulation instability is starts to develop (in the range of hundreds of kilometers from the boundary of the zone of wind excitation of waves, the development time of the instability is 10 reverse increments i.e., about 2.5-3 hours). It is shown in [2] that the perturbation of the ocean surface arising during the development of modulation instability is similar to the Peregrine breather/soliton. These killer waves can propagate for the hundreds of kilometers [3].

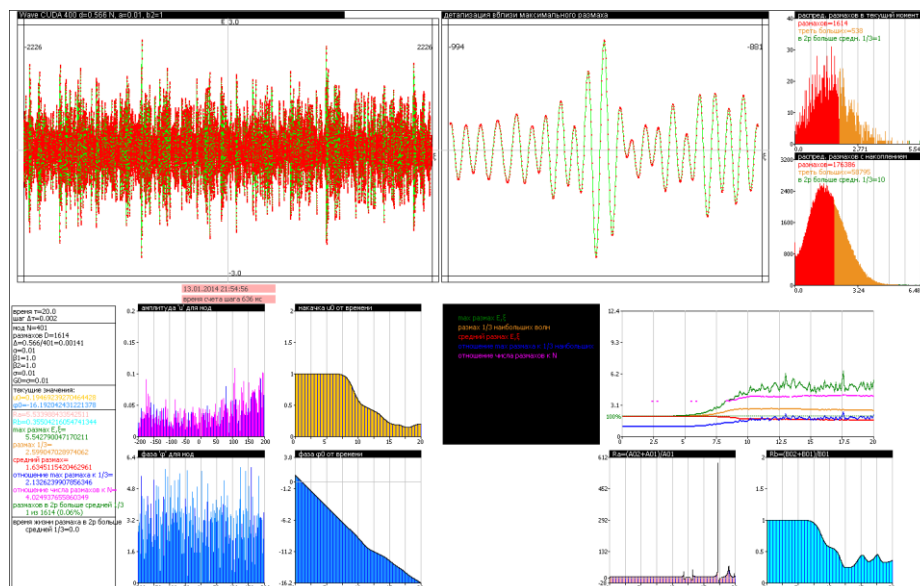


Fig. 2. A diagnostic stand for analyzing the behavior of individual wave packets and statistical processing of the results of modeling the behavior of waves of anomalous amplitude in the ocean.

Process of computer modeling has been carried out by using JCUDA technology which provides Java interoperability with CUDA (Fig. 2). The programs created by JCUDA provide the execution of program code written in the "C" programming language with addition of the code specific to CUDA technology.

Phase transitions in unstable convective medium

The results of the study [4] on the models of convective instability near the boundary of thin layers of liquid and gas are presented. All spatial perturbations of the same spatial scale, but of different orientations, interact with each other. In the case of a more realistic model of convection described by the Proctor-Sivashinsky equation, it is possible to observe both the first-order phase transition and the second-order phase transition and detect the form of the state function, which is responsible for the topology of the resulting convective structures: metastable rolls and stable square cells (Fig. 3-4). The phase transition times are inversely proportional to the difference in the values of state function $I = \sum_{m=1}^N A_m^2$ for two consecutive states.

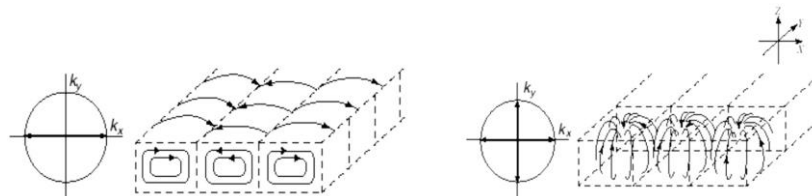


Fig. 3. Convective structures: rolls and square cells

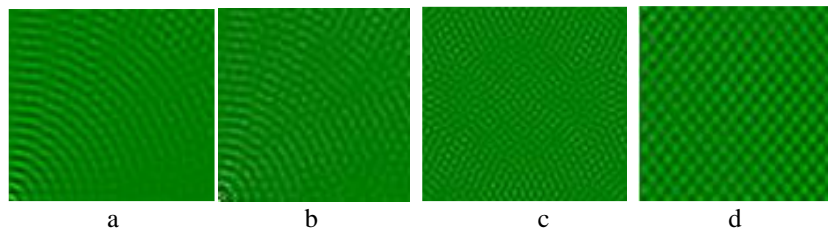


Fig. 4. The appearance of fragments of the spatial structure of the temperature field distribution on the surface of layer: a) after the structural phase transition of the first kind with the formation of convective rolls, b) with the transverse modulation of the rolls, c) during the formation of domains – a metastable spatial structure, after the destruction of the roll system, d) with the formation of a stable convective structure – square convective cells

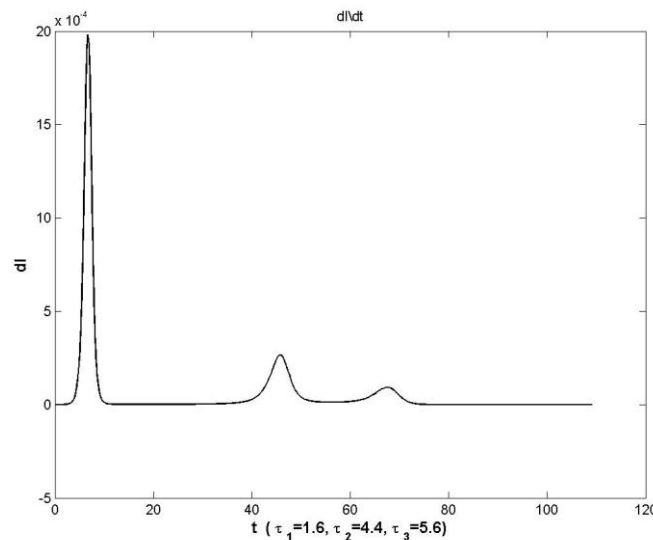


Fig. 5. The behavior of a state function derivative as a function of time. The characteristic times of transient processes $\tau_1 = 1.6$ are the time of occurrence of the “amorphous” state, $\tau_2 = 4.4$ the time of formation of pronounced shaft-like structures $\tau_3 \approx 5.6$, and the time of forming a system of cells for one of the implementations of the process of establishing convective motion.

From the graph (Fig. 5) it is possible to verify that the relative times of formation of states I (spatial structures) are

$$\tau_3 / \tau_2 \approx \Delta I_2 / \Delta I_3$$

inversely proportional to the difference between the values of the state function. A similar description of phase transitions which does not use phenomenological approaches and various speculative considerations, allows for a closer look at the nature of transients [5].

The physical nature of the second order phase transition.

The onset of longitudinal modulation of convective rolls leads to the occurrence of convective motion in a plane parallel to the direction of the rolls, which adds to the strong convection across the rolls. A decrease in the spatial period of the roll modulation leads to an increase in convection as a whole and its equalization in two perpendicular planes, an increase in the temperature on the upper surface of the layer and, accordingly, increase in the energy value, and therefore in the state function value, which indicates a change in the structure and a second-order phase transition.

If we assume that domains with a dominant structure arise and propagate in the convective zone, then we will have to admit that the correlation rate of spatial perturbations in this case is extremely high. This paradox is explained by the fact that the process of a second-order phase transition is described, at least here, by the equations, whose solutions form the set of eigenfunctions with different wave vectors:

$$\Phi = \varepsilon \sum_j A_j \exp(ik_j \cdot \mathbf{r}).$$

The process of phase transformations does not cover individual local regions, but the entire convection zone, where the conditions for the phase transition are satisfied. In this case the formation of local domains with a homogeneous spatial structure in different places of the convective layer is the result of the interference of these eigenfunctions.

Discovery of new phenomena: dynamo effects in hydrodynamic

As a result of the secondary modulation instability of the structure in Fig.4(d), large-scale structures consisting of convective vortices and poloidal vortices [6] are formed (Fig. 6-7) (similar vortices are considered in [7]). The latter which are the effect of a regular hydrodynamic dynamo, predicted by S.S. Moiseev are of the greatest interest.

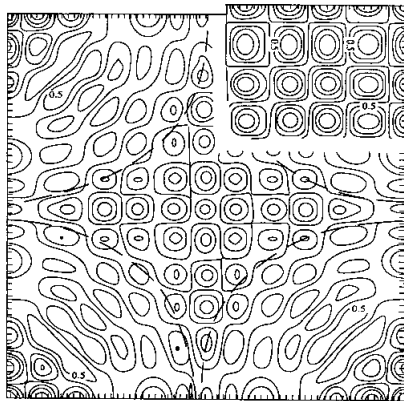


Fig. 6. It is a regular defect in the convective structure. In the upper corner is a fragment of the primary unperturbed structure. The dashed lines show the characteristic lines of the current of large-scale vortices.

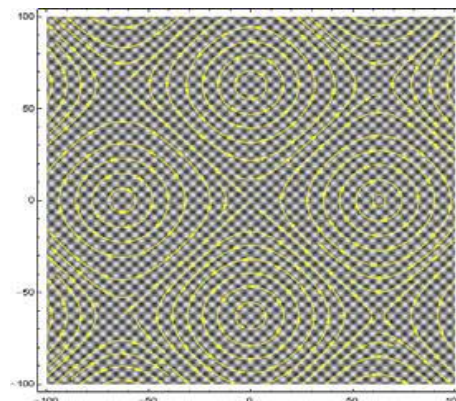


Fig. 7. In the background of a field of modulated convective cells, is the appearance of large poloidal vortices.

The detection of the effect of self-profiling of the electron bunch.

The effect of self-profiling (grouping) of a short (less than the wavelength of the wakefield) electron bunch moving in the plasma, which leads to an anomalous value of the field of its wake radiation is considered [8].

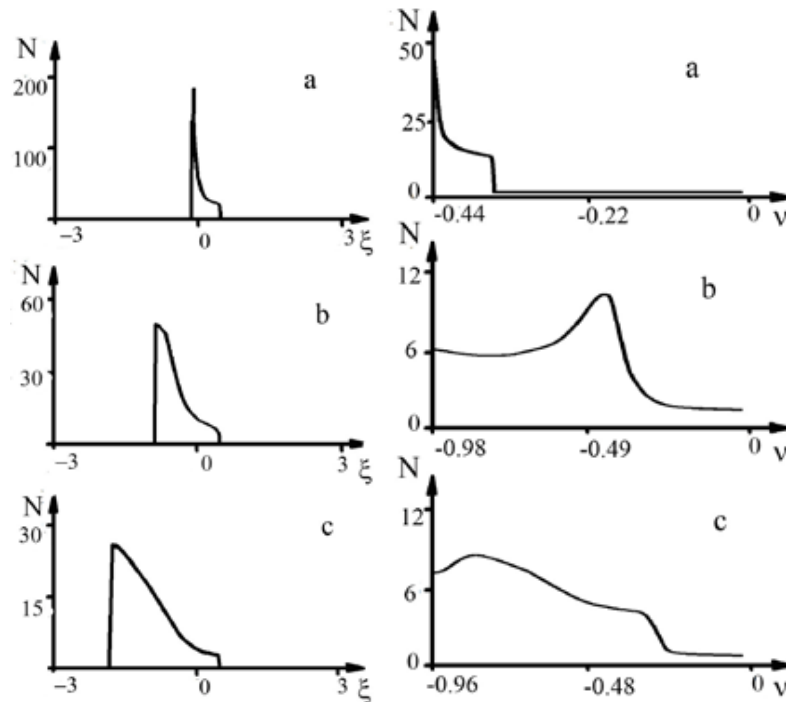


Fig. 8. Change in the distribution of particles in space ξ (left), and in velocities v (right) at different times

It is shown that the field amplitude in the extended region behind the bunch is the same for the case of the short bunch, and for the case when all particles of the bunch are gathered at one point. Previously, such profiling of density and speed has been done artificially, which is extremely difficult, and requires complex equipment and noticeable efforts. Computer modeling allows us to see the possibility of such self-profiling without any additional devices. This is extremely important for creating an effective acceleration regime in the wakefields of such a bunch.

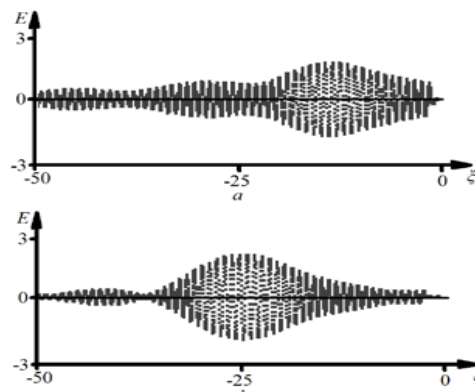


Fig. 9. View of the radiation field in the reference frame of the beam as a whole at different points in time (beam boundary at zero)

Detection of a new induced radiation threshold (due to the competition between spontaneous and induced processes).

Detecting the behavior changes $\ln\{dN_1 / N_1 dT\}$ (N_1 is the number of quanta) by numerical methods has made it possible to clarify the conditions for the appearance of induced radiation of a two-level system [9]. The threshold of occurrence is determined by the condition $N_0 = (n_1 + n_2) / (n_2 - n_1)^2 = 1$, where n_1 and n_2 are the number of states at the lower and upper energy levels, respectively.

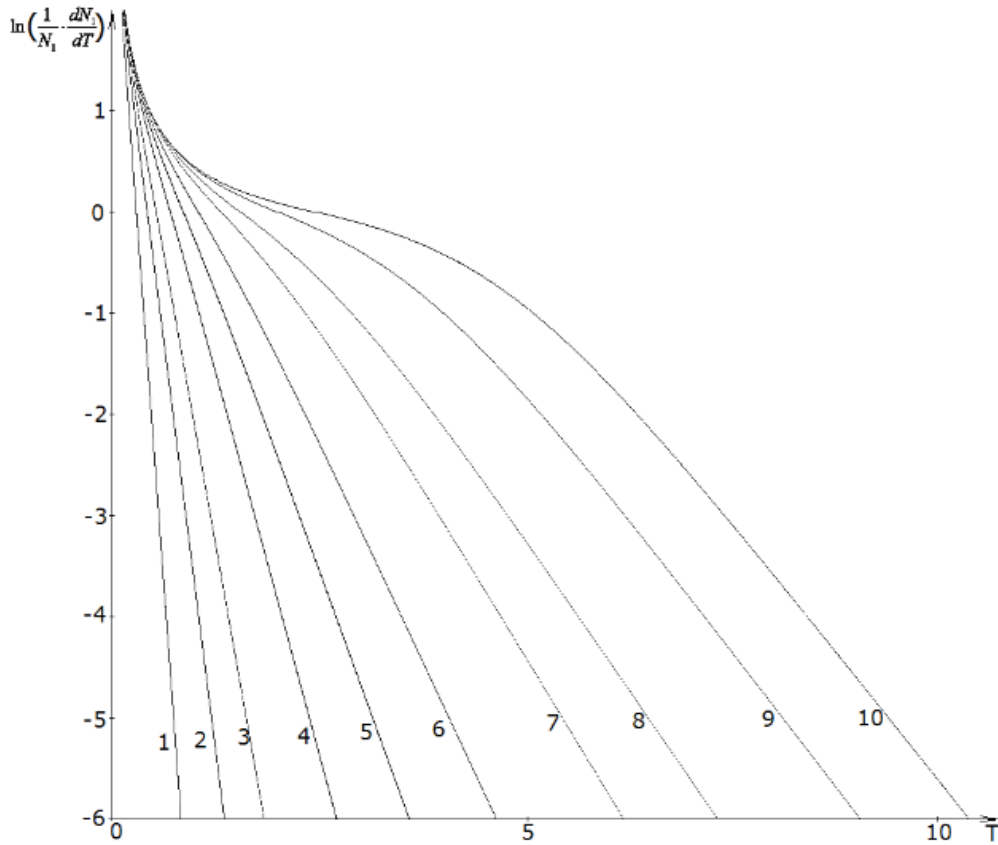


Fig. 10. A change in the nature of the process demonstrates a curve in the graph of the value $\ln\{dN_1 / N_1 dT\}$ depending on the ratio of the number of states of a two-level system to the square of the population inversion. $N_0=(n_1-n_2)/(n_2-n_1)$: 1) $N_0=30$; 2) $N_0=10$; 3) $N_0=5$; 4) $N_0=2$; 5) $N_0=1$; 6) $N_0=0.5$; 7) $N_0=0.2$; 8) $N_0=0.1$; 9) $N_0=0.03$; 10) $N_0=0.01$.

Periodic changes in the luminosity of quantum sources

In the equilibrium state, heated gas radiation sources are located near the threshold of the induced radiation $n_2 \geq n_1$. In this case the induced radiation can be comparable to spontaneous radiation, but only if there is a source of population inversion, which can be convection from denser heated layers $-v \cdot \partial \mu / \partial x \approx v \cdot \mu / l$ (here, v, l is the average velocity and the characteristic height of the convective layer). The conditions of this generation regime are discussed in [10,11]. A one-parameter system of equations that describes the generation of only induced radiation of a quantum source is reduced to two equations

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = K \cdot M - 2M \cdot N$$

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} = M \cdot N - 2N,$$

where $N = (N_c / \mu_0) \left(\frac{4\pi\omega\mu_0 |d_{ab}|^2}{\gamma_{12}\delta_D\hbar^2} \right)$, $M = (\mu / \mu_0) \left(\frac{4\pi\omega\mu_0 |d_{ab}|^2}{\delta_D\gamma_{12}\hbar^2} \right)$, $\tau = \delta_D t$, $K = (v / \delta_D l)$, where N_c and μ are the density of quanta of induced radiation and the population inversion per unit volume. The population inversion scale $\mu_0^2 \square (n_1 + n_2)$ is chosen so that $n_2 \geq n_1$, δ_D is the effective decrement of the source, γ_{12} is the line width, d_{ab} is the dipole moment of the active particle. The solution of the system of equations is presented in Fig.11. The phase plane (N, M) is shown in Fig. 12. The bold line on the graph represents a periodic change in the number of quanta, $N_{\max} = 20.188$, $N_{\min} = 4$, $N_{\max} - N_{\min} = 16.188$. It is seen that the constant component of the induced radiation is not zero.

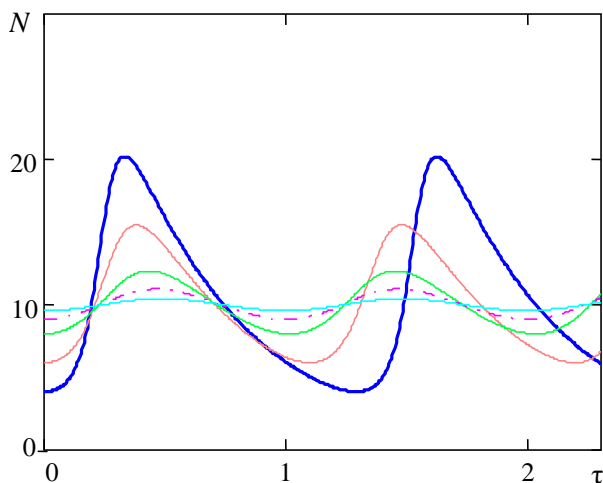


Fig. 11 Behavior of the field intensity N (ordinate axis) with time (abscissa axis).

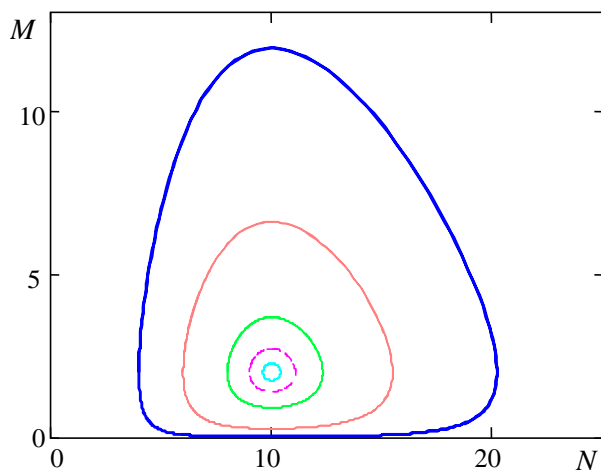


Fig. 12. Phase plane.

The model presented above can be used to describe changes in the luminosity of Cepheid stars. If we assume that the spontaneous emission of the cantilever source and the rest of the heated source is equal to $Nb = 8.748$, multiplying by $84,507 \cdot L_{\odot}$, where L_{\odot} is the luminosity of the Sun, we get the Delta Cephei, the star which is 272 parsec from us and has a maximum luminosity of $2000 L_{\odot}$ and using the relations $M = m - 5 \lg(d / d_0)$, $m = M + 5 \lg(d / d_0)$, $d_0 = 10$, $m_1 - m_2 = -2,5 \lg(L_1 / L_2)$, to change the stellar values, we obtain the following graph (see Fig.13), which coincides with the observational data presented in the literature.

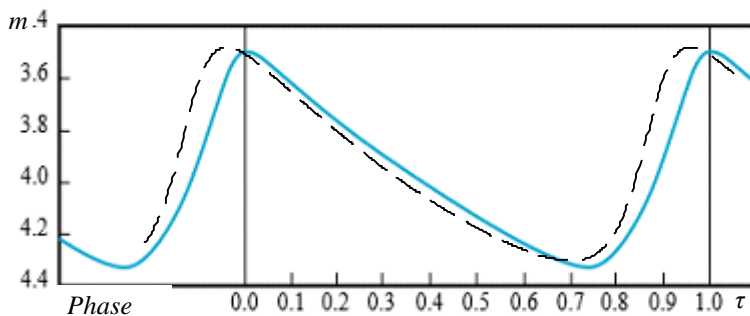


Fig.13. The change in the stellar magnitude of the star of the Delta Cephei with time. (solid curve received in the 1930s by N.F. Florey using a visual photometer) and the solution of equations of system in the same variables (dashed line) [11]

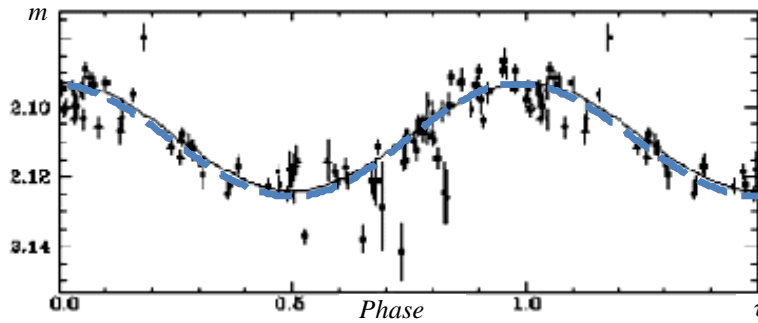


Fig. 14. The change in the magnitude of the North Star with time (solid curve) and the solution of the equations (dashed line) [11]

The attenuation of a wave packet in waveguides filled with an active medium, and plasma

When considering the processes of wave attenuation in a waveguide (resonator) filled with an active medium and in plasma with a finite electron temperature, the reason for the transition of the nature of the change in the field amplitude from oscillatory to monotonic with increasing line width of the wave packet is discussed [12].

The nature of the oscillations in a waveguide (resonator) filled with an active medium is associated with the interference of oscillations of the population inversion in local regions. Inversion changes occur with the Rabi frequency, which depends on the electric field of a standing wave formed as a result of reflections from the ends of the waveguide. In case of strong fields or with a significant population inversion, the line width can be neglected. In this case the field energy density is quite high $|E(t)|^2 / 4\pi \gg \gamma_{12}^2 \hbar^2 / |d_{ab}|^2$ (a similar relation can be given for population inversion $\mu \gg \gamma_{12}^2 \cdot \hbar / (\omega |d_{ab}|^2)$). At low levels of electric field intensity or a small population inversion, the inverse inequalities are satisfied and the line width should be taken into account, which leads to suppression of the interference of individual local inversion regions along the waveguide. The nature of the change in the field amplitude becomes monotonic.

In a similar way, the width of the spectrum of the wave packet affects the character of the Landau damping [6] on plasma electrons. In this case, the role of population inversion is played by the quantity $\mu = n_2 - n_1 = f(v_0 + \hbar k / m) - f(v_0) = (\hbar k / m) \cdot \partial f(v) / \partial v |_{v=v_0}$, where $f(v)$ is the velocity distribution function of the electrons, n_2, n_1 are the numbers of electrons whose velocity is less than and greater than the phase velocity of the wave.

The role of the Rabi frequency here is played by the oscillation frequency of the trapped particles in the potential well of the field $\Omega_{tr} = \sqrt{ekE / m_e}$ (here e, m_e is the charge and mass of the electron, k is the wave number of oscillations, and $v_{ph} = \omega / k$ is the phase velocity of the wave).

In the case of a small spectral width of the packet $\Delta k \cdot v_{ph} \approx \Delta \omega \ll \Omega_{tr}$, the process of wave attenuation acquires a characteristic oscillatory form associated with the exchange of energy between the wave and plasma electrons captured by its field. In the case of the reverse inequality, the monotonic character of the field attenuation is observed with the formation of a characteristic “plateau” in the vicinity of the phase velocity of the wave on the electron velocity distribution function corresponding to the state with zero population inversion, which is presented in this case as $\mu = (\hbar k / m) \cdot \partial f(v) / \partial v |_{v=v_0} = 0$.

The superradiance of a bunch of rotating electrons

Equations describing the excitation of a TE wave by a beam of electrons rotating in an external magnetic field in a waveguide in two regimes have been considered. In the first regime the interaction of the oscillators – rotating electrons in the magnetic field – is neglected. It is assumed that the beam electrons interact only with the waveguide modes. In the second case, in the superradiance regime, the beam electrons interact with each other due to their spontaneous radiation. The basic features of the description of the gyrotron gain regime are discussed in the article [13].

The world of strategies with memory [14]

Understanding the nature of the emergence of cooperative behavior in different systems has been of interest to researchers. As part of a generalized “prisoners’ dilemma”, it is considered that the evolution

of a population with a full set of behavioral strategies is limited only by the depth of memory. Each subsequent generation of the population successively loses the most disadvantageous strategies of behavior of the previous generation. It is shown that an increase in population memory is evolutionarily beneficial. The winners of evolutionary selection invariably refer to agents with maximum memory. The concept of strategy complexity is introduced. It is shown that strategies that win in natural selection have maximum or near maximum complexity. Despite the fact that according to the payout matrix the individual gain obtained from refusing to cooperate, exceeds the gain obtained from the cooperation at a separate stage of evolution, the winning strategies always belonged to the so-called respectable strategies that are clearly prone to cooperation. The changes in the average memory and complexity of a population with a fixed depth of strategy memory are insignificant during evolution. Aggression in the process of evolution decreases and tends to a minimum value.

REFERENCES

1. Kirichok A.V., Kuklin V.M., Pryjmak A.V., Zagorodny A.G. Ion heating, burnout of the HF field and ion sound generation with the development of modulation instability of an intensive Langmuir wave in a plasma. *Physics of Plasmas*, 22, 092118 (2015); *Physics–Uspekhi* – 2016. – V.59. – N.7. – P. 669–688.
2. Kuklin V.M. Selected chapters (theoretical physics). – Kh.: Kh.NU, 2018, – 224 p. (in Russian). <http://ekhnuir.univer.kharkov.ua/handle/123456789/13755>
3. Kuklin V.M. On frequency and spatial periodicity of the waves of the anomalous amplitude in the ocean / V.M. Kuklin, E.V. Poklonskiy. // *East European Journal of Physics* 2019. – V.6. – N4. – P. 41-46. <http://periodicals.karazin.ua/eejp/article/view/8561>
4. I.V. Gushchin, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin. Structural-phase transitions and state function in unstable convective medium/ *Problems of Atomic Science and Technology*, 2015. – N4 – series “Plasma Electronics and New Methods of Acceleration” – P. 252-254.
5. Gushchin I. V., Kirichok A. V., Kuklin V. M. Pattern Transitions in Unstable Viscous Convective Medium // *arXiv preprint arXiv:1311.3884*. – 2013.
6. A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, I.P. Panchenko. On the possibility of a dynamo mechanism in a nonequilibrium convective medium // *Reports of NASU*. 1997, № 4, p. 87-92.
7. A.V. Tur, V.V. Yanovsky. Point vortices with a rational necklace: New exact stationary solutions of the two-dimensional Euler equation // *Physics of Fluids*. 2004, v. 16, № 8, p. 2877-2885.
8. Kirichok A.V., Kuklin V.M., Mischin A.V., Pryimak A.V. Modelling of superradiation processes driven by an ultra-short bunch of charged particles moving through a plasma// *Problems of Atomic Science and Technology*, 2015. – N 4.– series “Plasma Electronics and New Methods of Acceleration”– p.255-257.
9. Kirichok A.V., Kuklin V.M., Mischin A.V., Pryjmak A.V., Zagorodny A.G. On the formation of pulses of coherent radiation in weakly inverted media/ *VANT*, 2013, N.4 (86). – series “Plasma Electronics and New Methods of Acceleration” issue 8. – P. 267-271.
10. Kirichok A.V., Kuklin V.M., Zagorodny A.G. On the nature of periodically pulsating radiation sources // *arXiv preprint arXiv / 1610.04628v1 [quant-ph]* – 2016.
11. Kostenko V. V., Kuklin V.M., E.V. Poklonskiy E.V. On the periodic change of the luminosity of the cosmic sources with an active medium./ *East Eur. J. Phys.* 2. 48-56 (2020) DOI:10.26565/2312-4334-2020-2-03
12. Kuklin V.M., Poklonskiy E.V., Sevidov S.M. On the attenuation of a wave packet in limited systems filled with an active medium and plasma / *East Eur. J. Phys.* 1. 37-46 (2020) DOI:10.26565/2312-4334-2020-1-02
13. Kuklin V. M., Litvinov D.N., Sporov V.E. The superradiance of bunch of rotating electrons // *Problem of Atomic science and technology. Ser. Plasma Electronics and new methods of acceleration*. Issue 10.- N.4 (116).- 2018.- pp. 221-224. <https://vant.kipt.kharkov.ua/TABFRAME.html>
14. V.M. Kuklin, V.V. Porichansky, A.V. Priymak, V.V. Yanovsky. The world of strategies with memory//*arXiv:1912.00697v1 [physics.soc-ph]* 2019.

УДК 004.855.5

Нейронні мережі в сучасну епоху

І.В. Гущин, В.М. Куклін, О.В. Мішин

Гущин Іван Валерійович *старший викладач, кафедра штучного інтелекту та програмного забезпечення, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи 4, м. Харків-22, Україна; 61022*
e-mail: i.v.gushchin@karazin.ua, <http://orcid.org/0000-0002-1917-716X>

Куклін Володимир Михайлович *доктор фізико-математичних наук, професор; завідувач кафедри штучного інтелекту та програмного забезпечення, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022*
e-mail: v.m.kuklin@karazin.ua; kuklinvm1@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-0310-1582>

Мішин Олександр Вікторович *старший викладач, кафедра штучного інтелекту та програмного забезпечення, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи 4, м. Харків-22, 61022, Україна;*
e-mail: o.v.mishyn@karazin.ua, <http://orcid.org/0000-0001-7478-757X>

Показана ідея застосовувати уявлення про роботу людського мозку як математичні моделі, які можна використовувати в безлічі прикладних задачах. Показано, що математичні та фізіологічні моделі по суті мають досить мало спільного, але основну ідею - застосовувати нейрони, як деякі самостійні обчислювальні вузли і комбінувати їх в шари - залишили і розвинули. Наведено історичні підґрунтя розвитку науки нейронних мереж, згадані основні дослідники, чії роботи впливали на вектор і темп розвитку технологій найсильніше. Показано, що нейронні мережі мали різну підтримку з боку інвесторів за час свого розвитку і пік масового інтересу до них був залежний від виникнення необхідних обчислювальних потужностей або проривний архітектури мережі. Такими були свого часу перцептрони, мережі з наявністю зворотного зв'язку, мережі, які застосовують операцію згортки для аналізу і класифікації зображень. Показано, що так зване глибоке навчання розвинулося на базі методів оптимізації ваг градієнтним спуском. Проведено огляд відомих рішень мереж навчання без учителя, зі зворотним зв'язком і мовні моделі. Генеративні моделі виглядають, як найбільш перспективний напрямок у розвитку наукової думки і створенні інтерпретованих рішень на базі нейронних мереж.

Ключові слова: нейронні мережі, перцептрон, навчання з учителем, навчання без учителя, глибоке навчання, зворотне поширення помилки, згортка матриць, поширене навчання, градієнтний спуск, функція активації.

Neural Networks in the Modern Age

I. Gushchin, V. Kuklin, A. Mishyn

Gushchin Ivan *senior teacher, Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine,*

Kuklin Volodymyr *PhD, Doctor of Science, Professor, Head of Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine;*

Mishyn Alex *senior teacher, Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine,*

The idea to apply representations about the work of the human brain as mathematical models, which can be used in a variety of applied tasks is shown. It is shown that mathematical and physiological models have quite little in common, but the basic idea - to apply neurons as some independent computational nodes and combine them into layers - has been developed to the current state of technology. The historical background of the development of neural network science is given and the main researchers, whose works have influenced the vector and the pace of technology development the most, are mentioned. It is shown that

neural networks had different support from investors during their development and the peak of mass interest in them depended on the emergence of necessary computing power or a breakthrough network architecture. Such networks were in its time perceptrons, networks with feedback, networks applying convolution operation for image analysis and classification. It is shown that the so-called deep learning has developed based on weight optimization methods by gradient descent. A review of known solutions of supervised learning, feedback, and language-based learning networks is conducted. Generative models look like the most promising direction in the development of scientific thought and the creation of interpretive solutions based on neural networks.

It is shown that in learning with a teacher, which is typical for deep neural networks, the optimization for it is performed by regularization procedures, which help to avoid diversity and provide error minimization during error back propagation.

Keywords: *neural networks, perceptron, learning with a teacher, learning without a teacher, deep learning, error back propagation, matrix convolution, layer-by-layer learning, gradient descent, activation function.*

Нейронные сети в современную эпоху

И.В.Гущин, В.М.Куклин, А.В.Мишин

Гущин Иван Валерьевич

старший преподаватель,, кафедра искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022

Куклин Владимир Михайлович

доктор физико-математических наук, профессор; заведующий кафедры искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022

Мишин Александр Викторович

старший преподаватель,, кафедра искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022

Показана идея применять представления о работе человеческого мозга как математические модели, которые можно использовать во множестве прикладных задачах. Показано, что математические и физиологические модели по сути имеют достаточно мало общего, но основную идею – применять нейроны, как некоторые самостоятельные вычислительные узлы и комбинировать их в слои – оставили и развили. Приведены исторические подоплеку развития науки нейронных сетей, упомянуты основные исследователи, чьи работы влияли на вектор и темп развития технологий сильнее всего. Показано, что нейронные сети имели различную поддержку со стороны инвесторов за время своего развития и пик массового интереса к ним был зависим от возникновения необходимых вычислительных мощностей или прорывной архитектуры сети. Такими были в свое время перцептроны, сети с наличием обратной связи, сети, применяющие операцию свертки для анализа и классификации изображений. Показано, что так называемое глубокое обучение развилось на базе методов оптимизации весов градиентным спуском. Проведен обзор известных решений сетей обучения без учителя, с обратной связью и языковые модели. Генеративные модели выглядят, как наиболее перспективное направление в развитии научной мысли и создании интерпретируемых решений на базе нейронных сетей.

Ключевые слова: *нейронные сети, перцептрон, обучение с учителем, обучение без учителя, глубокое обучение, обратное распространение ошибки, свертка матриц, послойное обучение, градиентный спуск, функция активации.*

1 Вступ

Зв'язок логіки і нервової діяльності підказала Мак-Каллоку У.С. і Піттсу В. в 1943 р ідею нейронної мережі [1]. Поява книги «Кібернетика, або управління і зв'язок в тварині і машині» в 1948 р. Н. Вінера, ознаменувало появу нової галузі знання - кібернетики. Здавалося, ці два напрямки повинні об'єднатися, що і сталося спочатку, але подальший розвиток теорії нейронних мереж У. Мак Каллоком призвело до відмови від об'єднання цієї теорії з кібернетикою.

Д. Хебб вже в 1949 р представляє алгоритми навчання нейронної мережі, але лише в 1958 році з'являється перцептрон Ф. Розенблатта. В 1960 році Б. Уїдроу надали Адалін - адаптивний суматор (використовується в системах обробки сигналів) на керованих резисторах-мімісторах.

Математики відзначили, що вид функції активації, яка передбачається бути обмеженою і нелінійною, якісно не впливає на характеристики мережі¹ для отримання потрібних рішень. В значно більшій мірі важливі зв'язки між нейронами. На відміну від природньої нейронної мережі, штучна мережа, взагалі кажучи, не передбачає змін числа і стану ваг окремих нейронів,

¹ Спираючись на роботу Стоуна, Хехт-Нільсон довів, що функції загального вигляду представимо в двошаровій мережі з прямими повними зв'язками [2]

форми передавальної функції і умов на її вході² вже в процесі вирішення завдань. Один нейрон дає можливість обчислити значення однієї нелінійної функції (передвальної), безліч нейронів може обчислювати значення суперпозиції таких функцій. Послідовно спрощуючи вид уявлення довільної функції як твори і суперпозиції стандартних функцій спочатку А. Н. Колмогоров [3], потім Г. Лоренц [4], а потім і Д. Шпрехер [5] прийшли до висновку, що будь-яка функція може бути представлена як кінцева сума деяких функцій, аргументом яких є кінцеві суми стандартних функцій. Іншими словами, шари мережі при певній її архітектурі формують суму своїх відгуків (кожен відгук у вигляді цієї деякої функції), аргументами якої є функції активації окремих нейронів. Математики підказали програмістам, що таким чином можна отримати в результаті будь-яку функцію, тобто мережа дозволяє розраховувати, що вона знайде рішення в будь-якому випадку³.

Згодом оптимізм згас. Невдачі машинного перекладу (в основному з російської на англійську) змусили розчарованих керівників США в період холодної війни згорнути фінансування цієї програми. Удачі логічних методів (символьні підходи - *symbolic reasoning*) штучного інтелекту відсунули на узбіччя підтримки чиновників прихильників коннективізму (винахідливого створення блоків з нейронів, як в мережі У. Питтса і У. Мак-Каллока) і успіх перцептронів. Сумніви А. П. Петрова і М. М. Бонгарда [7,8] в можливостях перцептрона в 1963р., а також робота однокурсника Ф. Роземблатта М. Мінського про неможливість вирішувати завдання з інваріантними уявленнями (див. також проблему єдиного рішення) в 1969 р, привели до першої зими в розвитку нейронних мереж. Хоча в цей час інтерес до цієї теми не пропав (див., наприклад, [9,10]). Т. Кохонен і Дж. Анлдерсон в 1972 р запропонували використовувати нейронні мережі як системи пам'яті. Б. В. Хакимов 1973 р використовували модель з синапсами для вирішення завдань, П. Дж. Веброс, а також А. І. Галушкин 1974 р обговорювали алгоритм зворотного поширення помилки, але ці роботи залишилися без уваги. Навіть ідея мережі, що самоорганізується - когнітрону і потім неокогнітрона Фукусіми (Fukushima, 1975, 1980) для розпізнавання образів не викликала інтересу, хоча через два десятиліття лягла в основу сучасної сверточної мережі. Чималу частку розчарування викликав негативний звіт Дж. Лайтхілла про можливість нейронних мереж. У цей період мільярдна галузь штучного інтелекту залишилась без фінансування через розчарування чиновників від науки.

Закінчення першої зими ознаменувало появу в 1982 р мережі з зворотними зв'язками Дж. Хопфілда і мережі Кохонена, причому остання навчалася без учителя і забезпечувала кластеризацію рішень самостійно. Потім в 1986 р ціла когорта дослідників (західних - Д. І. Румельхарт, Дж. Е. Хінтон, Р. Дж. Вільямс практично одночасно з вченими красноярської групи на чолі з С. І. Барцевим) повернулися до методу зворотного поширення помилки. Мережі спочатку були невеликими (кількість шарів, кількість нейронів, кількість синапсів-зв'язків), і тому не припинялися спроби створення їх формального - аналітичного опису, що пізніше призвело-таки до створення безлічі теорій глибокого навчання. У цей період стали домінуючими в усвідомленні проблем ролі нейрофізіологів і математиків. Перші, спираючись на знання систем головного мозку, пропонували все нові варіанти архітектури та способи конструювання рішень, а математики намагалися довести раціональність деяких, що сподобалися їм мереж і методів.

Підхід до підтримки досліджень завжди був традиційний для чиновників, особливо військових. Як відомо, агентство передових оборонних досліджень «ARPA» (тепер «DARPA») дало можливість М. Мінських, Г. А. Саймону, А. Ньюеллу і іншим авторитетам витратити будь-які засоби для прогресу в тих областях, які вченим здавалися перспективними. Але вже в 1969 р (поправка Менсфілда) від вчених і технологів зажадали вже цільових розробок. Звіти Дж. Лайтхілла та інших залучених військовими експертів привели з 1974 року в розпал економічної кризи до очікуваного згортання фінансування програм штучного інтелекту (ШІ). Після десятиліття черговий зими досліджень, в 1983 році DARPA запустили Ініціативу стратегічних обчислень (Strategic Computing Initiative). Програмою досліджень керувало Управління технологій обробки інформації (ІРТО). Через чотири роки, розчаровані результатами чиновники все згорнули, крім систем управління боєм DART, де, до речі, штучний інтелект проявив себе прекрасно під час першої війни в Перській затоці 1991 р. Відомим став скандальний факт

² У разі настройки і навчання мережі такі зміни можливі

³ Детальніше про математичної базі нейронних мереж см. [6].

висловлювання колеги вищезазначених вчених Х. Моравека, який звернув увагу громадськості на схильності вчених до нереалістичних прогнозів, а чиновників до завищеної вимогливості до результативності наукового пошуку. Агентство в цей же час також скасувало фінансування дослідникам з університету Карнегі-Меллона, які працювали над програмою розпізнавання мови (на основі прихованих марківських моделей), але тільки при проголошенні слів в певному порядку. Але, як водиться, розробки цих вчених допомогли розвинути ці методи лише через роки, до початку нового століття.

2 Нейронні мережі в XXI столітті

Ще раз про природний інтелект. Для пояснення змін в динаміці розвитку нейронних мереж корисно повернутися до природного інтелекту. Мозок - це нейронна мережа, яку можна з певними умовностями представляти, як багатопшарову структуру з нейронів (хоча в дійсності уявлення у вигляді шарів навряд чи відповідає реальності). На що слід звернути увагу, так це на те, що ці шари (або локальні масиви нейронів, що одне й те саме) окремо, вибірково не піддаються навчанню. Навчання проводиться відразу по всьому масиву нейронів або, принаймні, в значній його частині. Хоча відомо, що різні ділянки мозку відповідають за вироблення різних типів рішень⁴ бо окремі органи чуття підключено до різних досить великих ділянок мозку і зокрема його кори і процес навчання локалізовано саме там. Точно також деякі ділянки мозку пов'язані з руховим апаратом, вегетативною нервовою системою і т.п. Але якщо виключити це, то навряд чи в корі мозку наявна чітко організована пошарова переробка інформації, швидше за все формування рішень відбувається одночасно у великих масивах нейронів. А ось той факт, що навчальна вибірка у людини надзвичайно велика, є визначальним. Бо навчається людина довго.

Поява великих нейронних мереж з мільярдами нейронів, безпрецедентне збільшення швидкодії і неймовірне розширення обсягів пам'яті дозволило повернутися до напівзабутих мереж прямого поширення, використовувати систему навчання з учителем, від якої всі відвернулися, на базі зворотного поширення помилки. Тобто діяти досить прямолінійно. Бо з такими новими можливостями інтелектуальних обчислювальних систем можна було забути про багато колишніх хитрощів, які були вимушеними в умовах слабкої технічної бази. Ці нові технічні та обчислювальні можливості дозволили збільшити навчальні вибірки до багатьох тисяч прикладів. Багато експертів відзначають, що якщо таких прикладів буде кілька мільйонів, то здібності до навчання великих нейронних мереж перевершать можливості людини. Кількість нейронів в мережах подвоювалось кожні два з половиною роки, відбувалось також прискорене зростання числа зв'язків між ними-синапсів. Скоро можливості нейронних мереж і природного розуму зрівняються.

Поява теорій глибокого навчання. Успіхи в області створення і навчання великих нейронних систем породили нові мотиви в розвитку наукових напрямків - теорії так званого глибокого навчання для систем в основному прямого поширення (стали застосовувати мережі з згортковими шарами, де використовується операція матричної згортки для формування ознак зображення у задачах класифікації⁵).

Так як людина освоює світ поступово від простих речей до більш складних, не вимагаючи спочатку формального опису усвідомленого, то цей принцип вирішили застосувати і для навчання систем штучного інтелекту. Важливо, що, усвідомивши прості речі, людина використовує це знання для створення уявлень про речі більш складні. Формуючи при цьому мимоволі ієрархічну систему усвідомлення дійсності. Цей ієрархічний, поетапний підхід навчання стали називати глибоким навчанням. Слід зауважити, що далеко не завжди існує можливість отримати результат, що інтерпретується, з даних, взятих в проміжних шарах мереж глибокого навчання, але іноді цього не потрібно. Практика створення штучного інтелекту зіткнулася з проблемою внесення знань в прилади. Логічні системи отримання рішень зажадали

⁴ Також відомо, що при необхідності, наприклад, при травмах, мозок цілком здатний передати функції ураженої ділянки іншим, уцілілим при травмах областям кори. У нормальних умовах вибір функцій окремих локальних центрів прийняття рішень, мабуть, більше пов'язаний з шляхами надання інформації від органів чуття. І визначається зв'язками з виконавчими структурами, наприклад, руховим апаратом організму.

⁵ Більшість прикладних задач класифікацій можна представити як класифікацію зображень, а цю задачу краще розв'язує архітектура на базі згорткових шарів

величезних обсягів роботи по формуванню баз знань і даних, що здалося людям, охочим створити інтелект порівнянний з природним, тупиковим шляхом (див., наприклад, обговорення цього питання [11]). Хоча для багатьох обчислюваних задач це шлях знайшов своє застосування. Труднощі освоєння машиною знань про світ (рішення так званих необчислюваних завдань) було ускладнено впливом безлічі зовнішніх факторів, впливів на характер одержуваної інформації. Це явище мінливості однотипної інформації назвали її варіативністю. Перші нейронні мережі та обчислювальне середовище їхнього розміщення, володіючи порівняно нижчими технічними можливостями в порівнянні з нинішніми, не дозволили творцям цих приладів підступитися до подібних завдань.

Після першої хвилі нейронних систем на основі ідей нейрофізіологів⁶, коли навчали мало не кожен нейрон простих мережевих конструкцій типу одношарового перцептрона і після першої зими розчарування сформувалася друга (коннекціоністська) хвиля активності з технологіями навчання мереж⁷. Але завищені очікування інвесторів середини 90 років минулого століття до кінця першого десятиліття наступного століття знову заморозили інтерес до нейронних мереж⁸. Оживив інтерес до них канадський інститут перспективних досліджень (Canadian Institute for Advanced Research - CIFAR) профінансувавши програму нейронних обчислень і адаптивного сприйняття (Neural Computation and Adaptive Perception - NCAP). Алгоритми навчання вимагали великих обчислювальних потужностей, що вже до середини першого десятиліття було досягнуто. Дж. Хінтон з співавторами продемонстрував як в теорії можна було б ефективно навчати мережу за допомогою стратегії пошарового переднавчання). У 2007 р Дж. Хінтон використовував обмежену машину Больцмана (RBM - Restricted Boltzmann Machine) для навчання⁹.

Таким чином Дж. Хінтон з колегами спровокував сплеск інтересу до інтелектуальних мереж і почався третій етап розвитку цього науково-технологічного напрямку - глибоке навчання. Спираючись традиційно на досвід вивчення світу людиною вони вважали, що можна створити багатошарову мережу, кожен наступний шар якої, спираючись на здобуті знання попереднім шаром, виділяв би нові риси усвідомлюваного процесу [13]¹⁰. Аналітична теорія і програмні форми такого навчання засновані були на виставі, що мережі, що складаються з безлічі шарів можуть навчатися послідовно. Кожен шар спирається на дані попереднього і розширює уявлення про об'єкти опису. Тобто один шар описує просту схему - каркас об'єкта, наступний шар її доповнює і ускладнює і т.д. Це подання було реалізовано в формалізованих моделях опису і мало служити моделлю реальних систем отримання рішень в багатошарових і багатоеlementних системах. Такі уявлення також були інтуїтивно засновані на відомому факті кращого засвоєння нового матеріалу людиною на основі його попереднього знання (досвіду). Хоча це попереднє знання було освоєно в інших умовах і в інший час, але на це вже не звертали уваги. Іншими словами виникнення глибокого навчання, як представлення структури рішень у формі ієрархії

⁶ Вже на цьому етапі нейрофізіологи вичерпали запас ідей, який допомагав розвивати мережеві варіанти штучного інтелекту. Вважали, що це було пов'язано з недостатнім знанням роботи мозку. Хоча їхні експерименти дозволили усвідомити, що рішення різних завдань нейронами є однотипним в межах всього мозку (Von Melchner 2000).

⁷ Цей підхід спирався на уявлення, що процес роздумів може бути модульовано мережею з простих елементів зі зв'язками (нейрони і синапси; слова і семантичні ознаки а також їх зв'язки). Взагалі кажучи, коннекціонізм - це породження когнітивістики - вивчення процесу пізнання, що об'єднує різні дисципліни.

⁸ На тлі успіхів ядерних і графічних методів опису.

⁹ Джеффри Хінтону репортери раніше приписували наступне зауваження: «На більшості конференцій говорять про введення невеликих змін замість того, щоб гарненько подумати і запитати себе: «Чому те, що ми робимо зараз, не виходить? З чим це пов'язано? Давайте зосередимося на цьому ». Це навчання стали пізніше називати глибоким. Для цього використовували мережі з багатьма шарами (зокрема, в сучасних гаджетах і пошукових системах для розпізнавання осіб) до десятка. До речі, в гаджетах також використовували паралельні обчислення за технологією CUDA на графічних картах (GPU - graphics processing unit) [12]. Для стільникового зв'язку пізніше були створені спеціальні процесори - NPU (neural processing unit) і прискорювачі штучного інтелекту (AI accelerator).

¹⁰ Процес такого формального послідовного усвідомлення об'єкта представлений в [13]. За цими уявленнями, перший (видимий) шар формує на основі яскравих пікселів зображення його межі. Другий (прихований) шар, спираючись на ці дані, визначає кути і контури. Третій може на цій основі визначати мікроструктуру зображення і т.д.

вкладених концепцій, як часто вважають зросло із спроб використання аналогій з області нейрофізіології, потім конвекціоністського підходу, а потім стало наслідком зусиль Дж. Хінтона з колегами, які з 2006 року стали навчати мережу за допомогою стратегії пошарового навчання.

Далі уявлення про глибоке навчання розширилося на будь-які багаторівневі системи, кожен рівень яких навчається з використанням отриманих попередніми рівнями знань. Хоча досягнення перших хвиль розвитку і результати освоєння нейронних мереж, вплинули на формальні алгоритми цього глибокого навчання¹¹. Однак зараз теорія глибокого навчання використовує і інші досягнення науки: лінійну алгебру, теорію ймовірностей, теорію інформації, чисельну оптимізацію і багато іншого. Теорії глибокого навчання використовують також нові ідеї - так зване розподілене представлення - групи нейронів навчаються своїми функціями, використовуючи інші дані, що містять потрібні для цієї категорії якості¹². Раніше перспективні методи навчання без вчителя стали замінювати на навчання з учителем. Повернулися до напівзабутого зворотного поширення помилки для навчання, розвинули теорію моделювання нейронними мережами послідовностей¹³, з'явилися мережі з довгої короткостроковою пам'яттю (long short-term memory - LSTM).

Можливо декларовані уточнення шуканого уявлення і формування рішень в послідовних шарах великої мережі корисні для пояснення широкому загалу принципів глибокого навчання. Однак не важко побачити слабкість цього підходу в разі нейронних систем з елементами згорткових, рекурентних і рекурсивних (тим більше, що за загальним визнанням саме такі мережі показують кращі результати і навчання, і застосування) блоків, і тим більше в разі природного інтелекту, де висновок формується вже в загальному масиві нейронів і частково відображений в вихідному (або призначеному, або обраному вихідним) шарі. На базі рекурентних моделей розвинулися сучасні архітектури, які цілком успішно справляються із завданням генерації тексту і зображення (наприклад, GAN моделі, Bert або GPT). Однак в так званих залишкових мережах (ResNet) посилають один і той же сигнал на різні шари, комбінуючи потім пропущений через різні шари результат, що вже не зовсім підходить під вихідну фабулу пошарового навчання. Тобто такі мережі не зовсім підходять під класичну термінологію мереж прямого поширення, де один і той же сигнал послідовно проходить по верствам до виходу. У свою чергу в мережах на кшталт GAN, комбінуються LSTM і згорткові шари, тому що генеративні моделі повинні генерувати нове на базі якогось зразка. Особливо в відео контенті шари зі зворотним зв'язком і з пам'яттю справляються краще. Очевидно, що грамотна комбінація кращих інструментів може давати хороші результати. Мабуть тому апологети формальних теорій глибокого навчання намагаються відійти від проблем опису великих нейронних мереж і тим більше природного інтелекту, захоплюючись розвитком нових підходів, навіяних і стимульованих успіхами навчання великих нейронних систем.

Однак розробники нейронних мереж все більше уваги стали приділяти проблемам попередньої обробки і введення великих обсягів інформації на входи нейронних мереж. Найбільш важливою проблемою виявилася обробка мови і текстів природної мови, для чого потрібно застосовувати великі розмічені набори даних при навчанні.

3 Обробка текстів природної мови

Відволікаючись від з'ясування природи формування рішень всередині мережі, звернемо увагу на важливі проблеми введення інформації та її перетворення в форму, зручну для сприйняття мережею [14]. Ці проблеми дещо послабили (можливо незаслужено) інтерес практиків до застосування результатів теорій глибокого навчання. Незважаючи на виявлені здібності мереж до узагальнення, розробники і технологи все більше використовували спеціально підготовлені і розмічені набори, бази даних при навчанні нейронних мереж. Мережа, як правило, добре сприймає речові вектори даних, які зазвичай подаються на зовнішній вхідний шар і

¹¹ Так модель ADALINE могла передбачати числа виходячи з вхідних даних. Модифікований її варіант використовується в підходах глибокого навчання.

¹² Навчання визначення кольору може бути виконано на основі розгляду безлічі автомобілів.

¹³ Робота зі створення зв'язків послідовностей з іншими послідовностями дозволила в тілі нейронних мереж прискорити прогрес машинного перекладу.

обробляються прихованими шарами нейронної мережі. У мережах, які розпізнають мови або тексти початкові дані ще потрібно перетворити в векторну форму, зручну для роботи мережі.

Текстові дані і звуки мови спочатку класифікували за заздалегідь добре сформульованими ознаками (за рахунок лінійних класифікаторів), тобто вони повинні бути представлені в просторі ознак. Отримані таким чином (за допомогою унітарної кодування - т. зв. розріджене кодування) початкові вектори тексту, що враховують такі ознаки (в структурі вектора ознак наявність ознаки в певній позиції відзначається одиницею, а його відсутність - нулем) мають розмірність вельми значну - сотні тисяч і більше, а у відповідних їм векторів занурення, створених вже машиною (щільне кодування), розмірність виявляється на багато порядків менше. Тобто зазвичай вхідний шар (шар занурення, шар пошуку відповідності) таким чином виконує функцію виділення цих ознак і створення векторів занурення. Але це не означає, що приховані шари в режимі глибокого навчання не можуть зайнятися класифікацією (самостійно або, що проблематично, за попередньо отриманими правилами) даних від попередніх шарів. Якщо класифікаторів недостатньо, то використовують так звану попередню обробку документа замінюючи слова словниковими статтями - лемами з попередньо підготовлених баз даних цих статей.

Обговоримо нижче механізми класифікації текстів за різними системами ознак. Спочатку відбувається розбиття тексту на лексеми (tokenization) зазвичай це слова або групи слів. Для цього поділу користуються прогалинами, і знаками пунктуації. Для кожного слова леми - словникові статті, що пояснюють особливості застосування слова, розроблені зазвичай вручну. Ці леми об'єднані в словники, лексичні ресурси, що формують ознаки слів, до яких є доступ машині. Причому слід мати на увазі, що слова змінюють структуру і видозмінюються (флексії), що також в цих базах даних враховується одночасно. Національний інститут стандартів (National Institute of Standards) США розробив набір даних Mnist (60 тисяч зображень і їх міток, набір для розробки і тестування містить 10 тисяч зображень і міток), що описує цілі числа-цифри. Існують лексичні ресурси, зазвичай створені вручну, це надійніше і допомагає машині. Наприклад, WordNet - лексичний ресурс, зібраний вручну, пов'язує слова з їх сінсетом - семантичним знанням, - поняттям. FrameNet і VerbNet - лексичні ресурси, зібрані вручну для дієслів. Є Paraphrase (PPDB) - база даних парафраз. Тексти можна порівнювати на основі лічильників слів і порядку букв і слів (для англійської мови) в тексті. Тексти формують Bag-of-words - BOW, тобто «мішки» слів і відбувається їх оцінка (зважування) наприклад програмою TF-IDF за ознаками, за частотою появи (term frequency) по літерним биграмам (або по n-грамам). Це називають тематичною класифікацією - по мішку слів і мішку словесних биграмм. Для виключення неоднозначності передбачена оцінка по контексту, в мінімальній частини це вікно - найближче оточення слова. Це наслідок з дистрибутивної гіпотези мови: сенс слова завжди можна вивести з їх контексту. Розроблено biRNN - архітектура для узагальнення віконних ознак. Також існують проекти виду Universal Treebank Project - визначення частин мови по мітках POS (Part-of-speech tag), по положенню слова в реченні. Якщо слова представлені в векторній формі вже після процедури занурення, то відстань між словами визначаються з використанням однієї з відомих метрик. При навчанні з учителем, що характерно для глибоких (багатосарових) систем, використовують оптимізацію, яка складається в процедурах регуляризації - спробах уникнути багатозначності і заснована на перевазі помилок, які змінюються разом раз від разу рішенням (тобто перенавчання). Також намагаються забезпечити мінімізацію помилок (втрат) при зворотному поширенні помилки.

4 Висновок.

Успіхи в розробці нейронних мереж нового покоління, які були створені вже на сучасній технічній базі, викликали нову хвилю інтересу до створення теорій їх функціонування і навчання. Тим більше, що зросли технічні можливості, які дозволили спростити архітектури мереж і повернутися до архітектури перцептрона, тобто схемами прямого поширення. Хоча згодом більшість мереж глибокого навчання все ж складно було приписати до перцептронів, так як більш-менш загальноприйнята термінологія має на увазі називати перцептронами мережі з невеликою кількістю шарів і прямим поширенням сигналу, тоді як багато прикладних мереж вміщують в себе згорткові шари, dropout шари, pooling шари, зворотний зв'язок, шари підтримки, паралельні мережі). Так само не можна сказати, що саме мережі з прямим поширенням стали домінувати на ринку, швидше більшість завдань несли досить прикладний і простий характер,

рішення яких дозволяло грубо кажучи просто застосовувати багатошаровий перцептрон. Також відродився інтерес до навчання з учителем і використанню навчання зі зворотним поширенням помилки. Це надихнуло теоретиків на створення теорій так званого глибокого навчання, ідея якого полягала в послідовному навчанні шарів мережі, число яких вже можна було збільшувати.

Для мереж з декількома шарами в межах до десятка можна було використовувати пошарове навчання, хоча це вже було проблемою і вимагало використання технології паралельних обчислень і складного програмного забезпечення. Часто основною причиною відмови від спроб вирішувати будь-які проблеми простим збільшенням шарів, стала відсутність будь-яких альтернатив методом зворотного поширення помилки на базі градієнтного спуску, а саме тенденції загасання градієнта на якомусь проміжному шарі, що, хоч і вирішується певним чином, все таки не дозволяє додавати нескінченну кількість шарів і отримувати потрібні зміни ваг на найперших шарах. А ось для великих нейронних мереж пошарове навчання, яке розвивали теорії глибокого навчання по всій видимості застосовувати буде важко. Тому інтерес теоретиків в області глибокого навчання відволікся від нейромережових систем великої розмірності і в більшій мірі поширився на мережеві структури, які більше відповідали теоретичним уявленням. Але не можна не враховувати сучасні можливості технологій попереднього навчання. Існують проекти архітектур¹⁴, які під час навчання потребують мінімумі вихідних даних, які спираються на комбінацію навчених мережових рішень. Особливо для мереж, що використовують мову і тексти природної мови, на яких людство створило вражаючий монумент Знання. Крім того, практичне застосування можливостей сучасних нейронних систем безпосередньо пов'язано зі спілкуванням з людьми їхньою мовою.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мак-Каллок У. С., Питтс В. Логическое исчисление идей, относящихся к нервной активности Архивная копия от 27 ноября 2007 на Wayback Machine // Автоматы / Под ред. К. Э. Шеннона и Дж. Маккарти. – М.: Изд-во иностр. лит., 1956. – С. 363–384. (Перевод английской статьи 1943 г.). <http://raai.org/library/books/mcculloch/mcculloch.pdf>
2. Hecht-Nielsen R. Kolmogorov's Mapping Neural Network Existence Theorem, IEEE First Annual Int. Conf. on Neural Networks, San Diego, 1987, Vol. 3, pp. 11–13. <https://cs.uwaterloo.ca/~y328yu/classics/Hecht-Nielsen.pdf>
3. Колмогоров А. Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных // Известия АН СССР, 108 (1956), с. 179–182
4. Lorentz George. Metric entropy, widths, and superpositions of functions // American Mathematical Monthly . 1962, vol. 69, P.469–485. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00029890.1962.11989915>
5. Sprecher D. A. On the structure of continuous functions of several variables // Transactions of the American Mathematical Society 1965, vol. 115, P. 340–355. <https://www.jstor.org/stable/1994273>
6. Яновский В. В. Коллективный интеллект. НТК «Институт монокристаллов» НАН Украины – Киев: Наукова Думка, 2020.
7. Петров А. П. О возможностях перцептрона // Известия АН СССР, Техническая кибернетика. –1964. – №6.
8. Бонгард М. М. Проблемы узнавания. – М.: Физматгиз, 1967.
9. Круглов В. В., Борисов В. В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика – 2 изд. – М. Горячая линия - Телеком, 2002 – 382с. <https://studizba.com/files/show/djvu/1761-1-kruglov-v-v-borisov-v-v-iskusstvennye.html>
10. Куклин В. М. Особенности развития искусственного интеллекта на современном этапе // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління», 2018 с. 34-40 http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILE=&2_S21STR=VKhIM_AM_2018_40_6

¹⁴ <https://towardsdatascience.com/neural-network-architectures-156e5bad51ba>

11. Куклін В. М. Подання знань і операції над ними; навчальний посібник. / В. М. Куклін. Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2019. 164 с http://www-csd.univer.kharkov.ua/wp-content/uploads/2017/09/Kuklin_Podannya-znan....pdf.
12. Гушин І.В. Моделювання фізичних процесів із використанням технології CUDA : монографія / І. В. Гушин, В. М. Куклін, О. В. Мішин, О. В. Приймак. – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2017. – 116 с. <http://ekhnuir.univer.kharkov.ua/handle/123456789/14304>
13. Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. Глубокое обучение / пер. с англ. А. А. Слинкина. – 2-е изд., испр. – М.: ДМК Пресс, 2018. – 652 с.
14. Гольдберг Й. Г. Нейросетевые методы в обработке естественного языка / пер. с англ. А. А. Слинкина. – М.: ДМК Пресс, 2019. – 282 с. <https://www.livelib.ru/book/1003171275-nejrosetevye-metody-v-obrabotke-estestvennogo-yazyka-goldberg-j>

REFERENCES

1. W.S. McCulloch, W. Pitts. Logical calculus of ideas related to nervous activity Archived November 27, 2007 at the Wayback Machine // Ed. C.E. Shannon and J. McCarthy. - M. : Publishing house of foreign. lit., 1956. - pp. 363–384. (Translation of an English article of 1943). [in Russian]
2. Hecht-Nielsen R. Kolmogorov’s Mapping Neural Network Existence Theorem, IEEE First Annual Int. Conf. on Neural Networks, San Diego, 1987, Vol. 3, pp. 11–13.
3. A.N. Kolmogorov On the representation of continuous functions of several variables by superpositions of continuous functions of a smaller number of variables // *Izvestiya AN SSSR*, 108 (1956), p. 179-182 [in Russian]
4. Lorentz George. Metric entropy, widths, and superpositions of functions // *American Mathematical Monthly* . 1962, vol. 69, P.469–485.
5. Sprecher D. A. On the structure of continuous functions of several variables // *Transactions of the American Mathematical Society* 1965, vol. 115, P. 340–355.
6. V.V. Yanovsky Collective intelligence. STC "Institute of Single Crystals" NAS of Ukraine - Kiev: *Naukova Dumka*, 2020 [in Russian]
7. A.P.Petrov On the possibilities of the perceptron // *Izvestiya AN SSSR, Technical cybernetics*. – 1964. - No. 6. [in Russian]
8. M.M. Bongard Problems of recognition. - M. : *Fizmatgiz*, 1967. [in Russian]
9. V.V. Kruglov , V.V. Borisov Artificial neural networks. Theory and Practice - 2nd ed. - M. Hot line - *Telecom*, 2002 - 382s [in Russian]
10. V.M. Kuklin Features of the development of artificial intelligence at the present stage / *Bulletin of the Kharkiv National University of V.N. Karazina, seria "Mathematical model. Information technologies. Automated control systems "*, 2018 p. 34-40 [in Russian]
11. V.M. Kuklin Submission of knowledge and operations over them; tutorial. / V. M. Kuklin. Kh.: KhNU imeni V.N. Karazin, 2019.164 p. [in Ukrainian]
12. I.V. Gushchin Modeling of physical processes using CUDA technology: monograph / I.V. Gushchin, V.M. Kuklin, O.V. Mishin, O.V. Priymak. - Kharkiv: VN Karazin KhNU, 2017. - 116 p [in Ukrainian]
13. J. Goodfellow ,I. Benjio , A. Courville. Deep learning / trans. from English A. A. Slinkina. - 2nd ed., Rev. - M. : DMK Press, 2018 .-- 652 p [in Russian]
14. Goldberg YG Neural network methods in natural language processing / per. from English A. A. Slinkina. - M. : DMK Press, 2019 .-- 282 p. [in Russian]

UDC 004.056.53

Analysis of deauthentication attack in IEEE 802.11 networks and a proposal for its detection

R. Korolkov, S. Kutsak, V. Voskoboinyk

Korolkov Roman

*Senior Lecturer of the Information Security Department
National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zhukovsky St., 64, Zaporizhzhia,
69063, Ukraine
e-mail: romankor@zntu.edu.ua;
<https://orcid.org/0000-0001-5501-4600>*

Kutsak Serhii

*Senior Lecturer of the Information Security Department
National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zhukovsky St., 64, Zaporizhzhia,
69063, Ukraine
e-mail: kutsaksv@zntu.edu.ua;
<https://orcid.org/0000-0001-5238-8957>*

Voskoboinyk Volodymyr

*PhD, Professor of the Information Security Department
National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zhukovsky St., 64, Zaporizhzhia,
69063, Ukraine
e-mail: wskva2018@gmail.com;
<https://orcid.org/0000-0003-3786-8666>*

The issues related to IEEE 802.11 technology are considered in the article. The vulnerability that allows an attacker to perform a deauthentication attack is described in detail. Analysis and practical experiments have shown that the existing vulnerability of Wi-Fi technology presents danger to legitimate users, and by using it, an attacker can send deauthentication frames, which results in disrupting communication between clients and the access points to which they are connected. Kali Linux OS, Aircrack-ng tool to launch attacks and Wireshark to capture and analyze IEEE 802.11 frames has been used for research. Our experimental studies helped to identify the anomalies during the attack and the algorithm for detecting deauthentication attacks based on those anomalies has been developed. The proposed solution uses a combination of three parameters (reason code, timestmap, RSSI signal strength level), which in our opinion can reduce the frequency of false positives. It is proposed to use the DDA (Detector of Deauthentication Attack) to scan and analyze wireless traffic, and issue warnings if an attack is detected.

Keywords: *attack, deauthentication, injection of packets, connection, access point, frame, DoS, Linux, Wi-Fi.*

Аналіз атаки деавтентифікації в мережах IEEE 802.11 та пропозиція по її виявленню

Р.Ю. Корольков, С.В. Куцак, В.О. Воскобойник

**Корольков Роман
Юрійович**

*старший викладач кафедри "Захист інформації"
Національний університет "Запорізька політехніка", вул. Жуковського, 64,
м. Запоріжжя, 69063, Україна*

**Куцак Сергій
Вікторович**

*старший викладач кафедри "Захист інформації"
Національний університет "Запорізька політехніка", вул. Жуковського, 64,
м. Запоріжжя, 69063, Україна*

**Воскобойник
Володимир
Олександрович**

*к.т.н., професор кафедри "Захист інформації"
Національний університет "Запорізька політехніка", вул. Жуковського, 64,
м. Запоріжжя, 69063, Україна*

Безпроводові мережі використовують радіоефір та широкомовну природу фізичного рівня і через це надзвичайно вразливі до можливих атак і несанкціонованого доступу. У статті розглянуті питання, пов'язані з технологією IEEE 802.11, докладно описана вразливість, яка дозволяє зловмиснику виконувати DoS-атаку у ситуації, коли не використовуються захищені кадри управління Protected Management Frames (PMF). Аналіз і практичні експерименти

довели, що існуюча вразливість технології Wi-Fi до сих пір залишається небезпечною для кінцевих користувачів, і використовуючи її зловмисник може відправляти підроблені кадри деаутентифікації, що призводить до порушення зв'язку між клієнтами та точками доступу, до яких вони підключені. Дану атаку реалізовано на реальному випробувальному стенді безпроводової мережі і проведені обширні експерименти по вивченню поведінки мережних вузлів в нормальних умовах та під час атаки. Для реалізації атаки були використані: операційна система Kali Linux, інструмент Aircrack-ng для запуску атаки і Wireshark для захоплення і аналізу кадрів IEEE 802.11. Експериментальні дослідження дозволили виділити аномалії під час атаки і на підставі цього запропоновано алгоритм виявлення атак деаутентифікації. Пропонується використовувати детектор атаки деаутентифікації (Detector of Deauthentication Attack DDA), який буде сканувати та аналізувати безпроводовий мережний трафік, і видавати попередження у разі виявлення атаки. Запропоноване рішення використовує комбінації з трьох параметрів (код причини reason code, часова мітка timestamp, рівень потужності сигналу RSSI), що на наш погляд дозволить знизити частоту помилкових спрацьовувань.

Ключові слова: атака, деаутентифікація, ін'єкція пакетів, підключення, точка доступу, кадр, DoS, Linux, Wi-Fi.

Анализ атаки деаутентификации в сетях IEEE 802.11 и предложение по ее обнаружению

**Корольков Роман
Юрьевич**

*старший преподаватель кафедры "Защита информации"
Национальный университет "Запорожская политехника", ул. Жуковского,
64, г. Запорожье, 69063, Украина*

**Куцак Сергей
Викторович**

*старший преподаватель кафедры "Защита информации"
Национальный университет "Запорожская политехника", ул. Жуковского,
64, г. Запорожье, 69063, Украина*

**Воскобойник
Владимир
Александрович**

*к.т.н., профессор кафедры "Защита информации"
Национальный университет "Запорожская политехника", ул. Жуковского,
64, г. Запорожье, 69063, Украина*

В статье рассмотрены вопросы, связанные с технологией IEEE 802.11, подробно описана уязвимость, которая позволяет злоумышленнику выполнять DoS-атаку в ситуации, когда не используются защищенные кадры управления Protected Management Frames (PMF). Анализ и практические эксперименты показали, что существующая уязвимость технологии Wi-Fi до сих пор остается опасной для конечных пользователей, и используя ее злоумышленник может отправлять поддельные кадры деаутентификации, что приводит к нарушению связи между клиентами и точками доступа, к которым они подключены. Данную атаку реалізовано на реальному испытательном стенде беспроводной сети и проведены обширные эксперименты по изучению поведения сетевых узлов в нормальных условиях и во время атаки. Для реализации атаки были использованы: операционная система Kali Linux, инструмент Aircrack-ng для запуска атаки и Wireshark для захвата и анализа кадров IEEE 802.11. Экспериментальные исследования позволили выделить аномалии во время атаки и на основании этого предложен алгоритм обнаружения атак деаутентификации. Предлагается использовать детектор атаки деаутентификации (Detector of Deauthentication Attack DDA), который будет сканировать и анализировать беспроводной сетевой трафик, и выдавать предупреждения в случае обнаружения атаки. Предложенное решение использует комбинации из трех параметров (код причины reason code, временная метка timestamp, уровень мощности сигнала RSSI), что на наш взгляд позволит снизить частоту ложных срабатываний.

Ключевые слова: атака, деаутентификация, инъекция пакетов, подключение, точка доступа, кадр, DoS, Linux, Wi-Fi.

1 Introduction

IEEE 802.11 wireless networks have become one of the most widely used networks because it is supported by an extremely large number of devices, such as smartphones, laptops, tablets, IoT devices, etc. Unlike cable networks, where the interception of transferred information is impossible without physical access, wireless networks are vulnerable to unauthorized access and possible attacks, unless special measures are taken [1]. The passive access is natural for the wireless networks. Attackers can easily target wireless devices because the Wi-Fi network cannot prevent "listening" to transmitted traffic, as well as possibility to intercept and analyze packets. Therefore, an attacker can intercept information or attack the system with impunity.

Wi-Fi vulnerabilities and IEEE 802.11 security methods have been studied for a long time. Nevertheless, the issue of security has not become less important and ongoing research into the vulnerabilities of the IEEE 802.11 standard is necessary to prevent future transgressions.

A deauthentication attack, being one type of attack, which Wi-Fi networks are prone to, due to the shortcomings of the IEEE 802.11 protocols [2] is discussed in this article. A deauthentication attack is a denial-of-service (DoS) attack for one or more users and falls under the Management frame attack

category. The management frames are important system data packets that are used to control the communication of stations and access points [3].

Fig. 1.1 shows the frame structure of the IEEE 802.11 protocol at the MAC level. The critical part of the frame is "MAC Header and Data".

There are three types of frame:

1. Management frames (type 00)
2. Control frames (type 01)
3. Data frames (type 10)

The management frames are responsible for ensuring the interaction between the access point and the wireless clients and can be divided into subtypes (determined by the 4-bit value of the "SubType" field). These subtypes are responsible for the initial interactive operations between clients and access points.

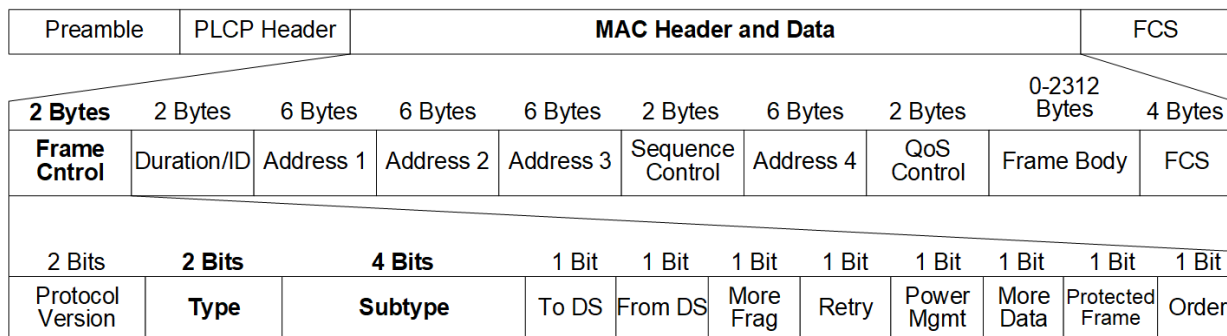


Fig.1.1 802.11 frame structure

The list of 12 subtypes of management frames defined by 802.11 standards is given in Tab. 1.

Table 1. Subtypes of the management frame

Type	Description	Subtype	Description
00	Management	0000	Association request
00	Management	0001	Association response
00	Management	0010	Reassociation request
00	Management	0011	Reassociation response
00	Management	0100	Probe request
00	Management	0101	Probe response
00	Management	1000	Beacon
00	Management	1001	ATIM
00	Management	1010	Disassociation
00	Management	1011	Authentication
00	Management	1100	Deauthentication
00	Management	1111	Reserved

Control frames are responsible for ensuring the proper exchange of data between the access point and the wireless clients. Control frames have three subtypes: CTS, RTS, ACK and are used for the CSMA/CA mechanism.

Data frames contain actual data received from the network layer and are protected by security mechanisms such as WEP, WPA or WPA2.

Unfortunately, unlike data frames that are transmitted over the network in an encrypted form, management frames are not encrypted. Due to the lack of encryption, 802.11 management frames are vulnerable to various threats, including deauthentication attacks [4]. An attacker could exploit this vulnerability by falsifying the MAC address of devices, impersonating a client or access point (AP), and sending deauthentication requests [5]. The frames are accepted as coming from other device and the established connection is broken [6]. Therefore, a DoS attack is a critical attack that disrupts a client's current transactions. Thus, a mechanism to detect this attack needs developing.

The attacker falsifies the MAC address of the legitimate client and periodically sends deauthentication frames [5]. Authentication cancellation requests cannot be ignored, and the access point responds

immediately by canceling client authentication. After a successful attack, the client station disconnects from the wireless network and cannot reconnect until attack stops [6].

A specific channel can also be targeted by performing a DoS attack on multiple users simultaneously [13].

2 Problem statement

The deauthentication attack is considered to be one of the most powerful DoS attacks in the field of wireless communication, but it is also one of the most difficult to identify accurately. Therefore, the aim of the work is a practical study of the interaction between the client and the AP during the exchange of frames in normal conditions and during the DoS-attack.

To solve the problem, the following tasks have been set.

1. Practical implementation of a deauthentication attack.
2. Analysis of frames during the attack to identify anomalies.
3. Development of an algorithm for detecting deauthentication attacks.

3 Concept of deauthentication attack and its implementation

The IEEE 802.11 Wi-Fi standard requires two mandatory sequential steps before a user can begin data transfer: authentication and association [7]. Therefore, a Wi-Fi client can be in any of 3 states [8], and the communication process between the client and the access point can be described as follows:

state 0: the client is not authenticated and not associated;

The client searches for a network by sending a test request frame (Probe request) on several channels. The AP sends a Probe response to the client after receiving a Probe request. The client connects to the AP with the strongest signal. Authentication between the client and the access point is required to prevent illegal clients from accessing the network. Thus, the client sends an authentication request to the AP. The AP responds to the client by sending an authentication response with a status code.

state 1: the client is authenticated but not associated;

After authentication, the client sends an association request frame to the AP for access to the wireless network through the AP. The AP sends an association response to the client and stores the client information in its own database.

state 2: the client is authenticated and associated.

The connection is established and the client is able to send data to the access point and vice versa.

Once the authentication and association steps are successfully completed, the client and AP perform a four-way handshake to prove PSK knowledge and use it to obtain encryption keys. Afterwards encrypted data can be exchanged between devices [9].

The user's device sends a Wi-Fi deauthentication frame to another device to end a secure connection. The deauthentication frame is a notification, not a request [10]. After accepting the deauthentication message (whether counterfeit or genuine), a receiving party cannot refuse to execute it [11], unless frame protection mode is enabled (802.11w: MFP or Management Frame Protection). When the client receives the deauthentication frame, it goes directly to state 0, regardless of the current state.

An attacker could take advantage of this by forging this message and thereby breaking the connection between the wireless devices and their access point. Thus, the client targeted attacks reaches state 0 and requires re-authentication and re-association.

We have implemented a deauthentication attack on a real wireless test bench and analyzed the impact of the attack on the bandwidth, which reaches zero during the attack [6]. The test bench consists of a wireless network, an access point and a client. The AP is connected to the Internet, and the client connects to the AP. The AP provides all services to the connected client (Fig. 3.1).

The exchange of frames between the client and the access point during the connection and attack is shown in Fig. 3.1.

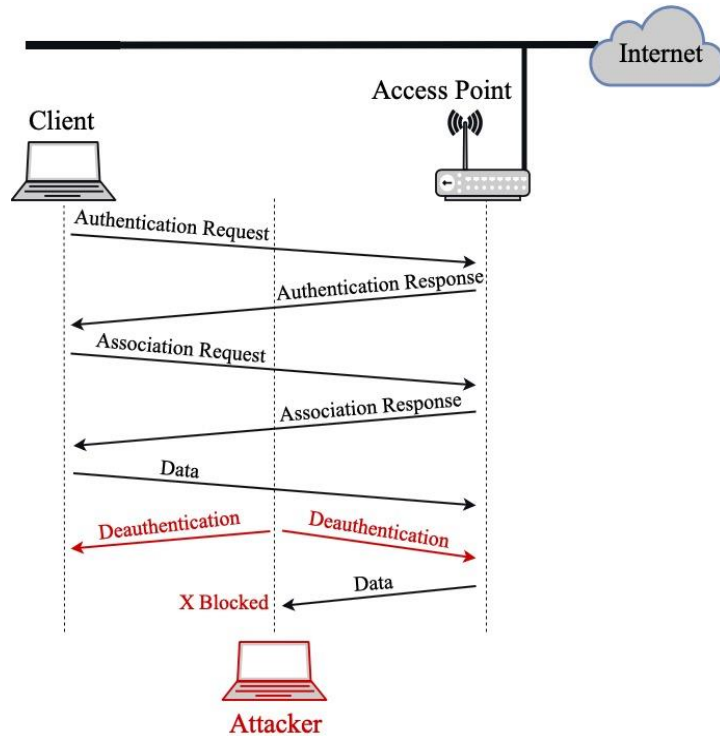


Fig.3.1 Deauthentication attack scenario

For our research, we used the Kali Linux OS and the Aircrack-ng tool to run a deauthentication attack. This tool has powerful utilities that can be used to put various wireless network cards in monitoring modes, as well as for packet injection [12].

The dual-band Wi-Fi adapter Alfa AWUS036ACH of 802.11ac standard on the Realtek RTL8812AU chipset with support for monitoring mode has been selected for the experiment.

The block diagram of the deauthentication attack algorithm is presented in Fig.3.2

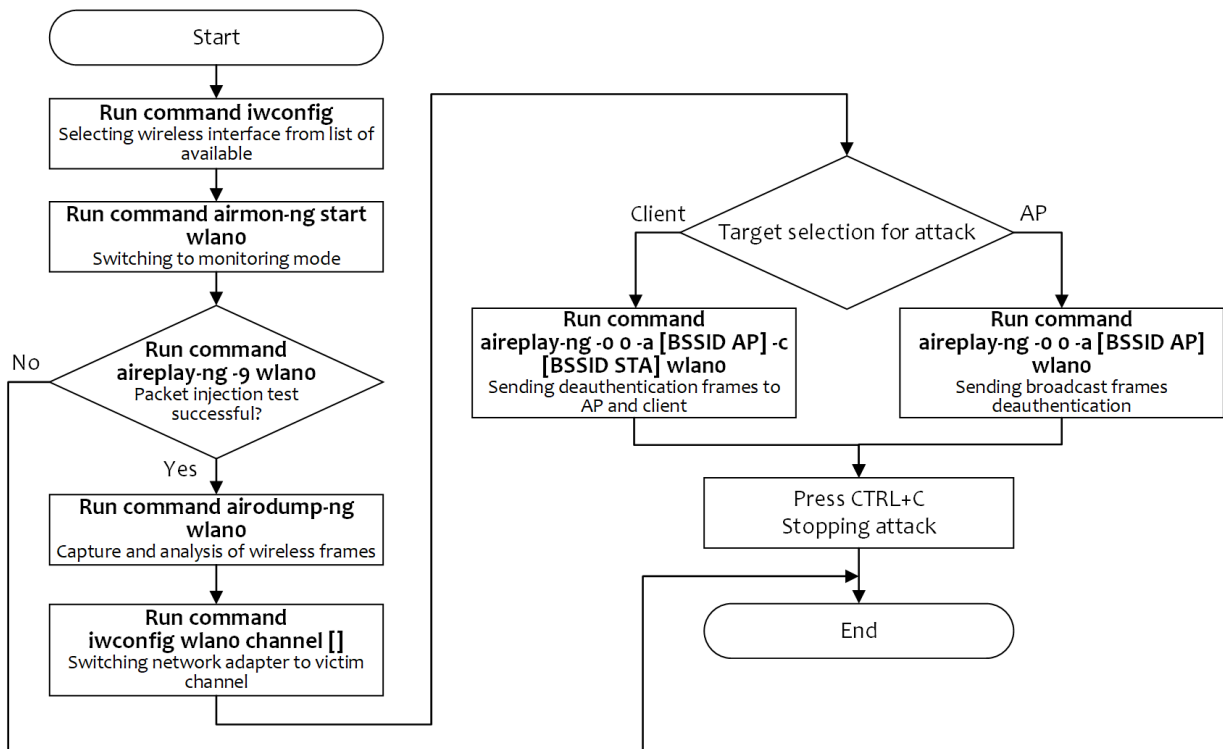


Fig.3.2 Block diagram of the deauthentication attack algorithm

The attacker spoofs a legitimate MAC-address of the client and sends periodic deauthentication frames [5]. Authentication cancellation requests cannot be ignored and the access point responds instantly to these requests by canceling client authentication. After a successful attack, the client station disconnects from the wireless network and cannot reconnect to it until the attacker stops the attack [6].

A particular channel could also be targeted to by performing DoS attack on multiple users simultaneously [13].

4. The frame analysis during a deauthentication attack

We have conducted extensive experiments to study the behavior of nodes both in normal conditions and during deauthentication attacks. A powerful Wireshark tool has been chosen to capture and analyze IEEE 802.11 frames.

Experimental studies have identified three anomalies during the attack of deauthentication.

4.1. Deauthentication frame flooding

Analysis of the deauthentication attack at the frame injection stage has shown that a successful attack requires the creation of a large number of deauthentication frames in a very short period of time. Fig. 4.1 shows the number of deauthentication broadcast frames sent by an attacker during an attack. The same type of observation has been made in the second case - a targeted attack on the client, as shown in Fig. 4.2.

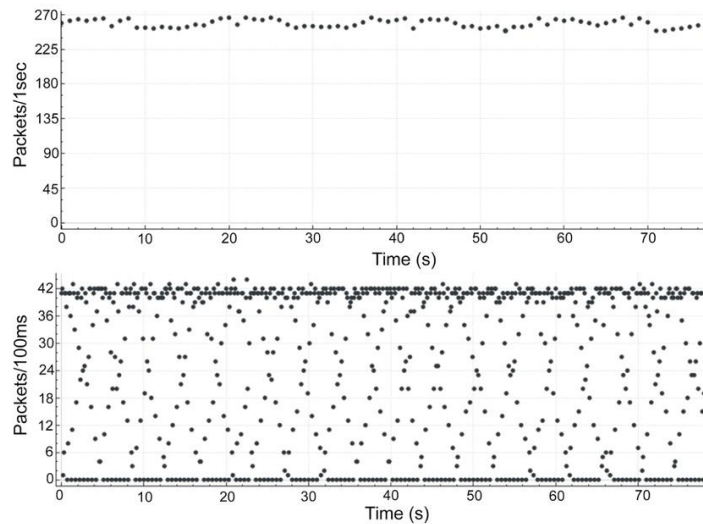


Fig.4.1 The distribution of deauthentication broadcast frames during the attack

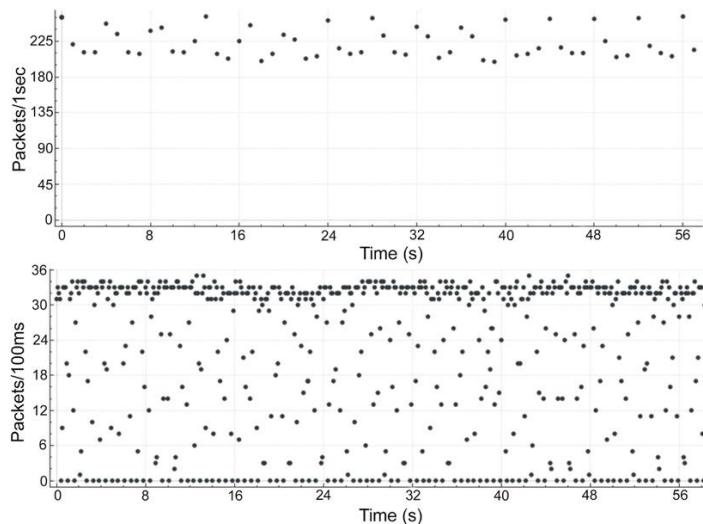


Fig.4.2 The distribution of deauthentication frames during a targeted attack on the client

The graphs show that there is a very small change in the time intervals between consecutive frames of deauthentication. In the case of a targeted attack on the client, the aireplay-ng command sends a total of 128 packets for each specified deauthentication message. 64 packets are sent to the AP, and 64 packets are sent to the client [6]. On average, 225-250 frames of deauthentication are sent by the program in 1 second, which is an anomaly, because it has been experimentally found that in 88% of cases, one deauthentication frame is enough to successfully complete a communication session [14].

4.2 Reason code for cancellation of authentication

The deauthentication frame contains the reason code, which explains why the connection is interrupted. Here are some of the common reason codes (Tab. 2) [15, 19].

Table 2. Reason codes for authentication cancellation

Code	Reason
0	Reserved
1	Unspecified reason
2	Previous authentication no longer valid
3	Station is leaving (or has left) IBSS or ESS
4	Disassociated due to inactivity
5	Disassociated because AP is unable to handle all currently associated stations
6	Class 2 frame received from nonauthenticated station
7	Class 3 frame received from nonassociated station
8	Disassociated because sending station is leaving (or has left) BSS
9	Station requesting (re)association is not authenticated with responding station
10	Disassociated because the information in the Power Capability element is unacceptable

Having analyzed the frames captured during the implementation of the attack by using the utility package Aircrack-ng, we have found that all frames of deauthentication have the reason code 7 (0x0007 Code 7) (Fig. 4.3), which has the following meaning: «Class 3 frame received from nonassociated station». We believe that the reason code 7 in the deauthentication frames may serve as an indicator of substitution deauthentication frames.

```

root@kali: ~
File Edit View Search Terminal Help
root@kali:~# aireplay-ng -0 0 -a 34:CE:00:5D:03:7A -c 4C:4E:03:CF:28:75 wlan0
15:27:39 Waiting for beacon frame (BSSID: 34:CE:00:5D:03:7A) on channel 11
15:27:40 Sending 64 directed DeAuth (code 7) STMAC: [4C:4E:03:CF:28:75] [ 8|45 ACKs]
15:27:41 Sending 64 directed DeAuth (code 7) STMAC: [4C:4E:03:CF:28:75] [ 9|33 ACKs]
15:27:41 Sending 64 directed DeAuth (code 7) STMAC: [4C:4E:03:CF:28:75] [ 0|55 ACKs]
15:27:42 Sending 64 directed DeAuth (code 7) STMAC: [4C:4E:03:CF:28:75] [ 0|60 ACKs]
15:27:42 Sending 64 directed DeAuth (code 7) STMAC: [4C:4E:03:CF:28:75] [ 8|61 ACKs]
15:27:43 Sending 64 directed DeAuth (code 7) STMAC: [4C:4E:03:CF:28:75] [ 6|63 ACKs]
15:27:43 Sending 64 directed DeAuth (code 7) STMAC: [4C:4E:03:CF:28:75] [ 0|62 ACKs]

    25 0.049129610          XiaomiE1_5d:03:7a          TctMobil_cf:28:75
    26 0.051420690          TctMobil_cf:28:75          XiaomiE1_5d:03:7a
  ▶ Frame 26: 44 bytes on wire (352 bits), 44 bytes captured (352 bits) on interface 0
  ▶ Radiotap Header v0, Length 18
  ▶ 802.11 radio information
  ▶ IEEE 802.11 Deauthentication, Flags: .....
    Type/Subtype: Deauthentication (0x000c)
  ▶ Frame Control Field: 0xc000
    .000 0001 0011 1010 = Duration: 314 microseconds
    Receiver address: XiaomiE1_5d:03:7a (34:ce:00:5d:03:7a)
    Destination address: XiaomiE1_5d:03:7a (34:ce:00:5d:03:7a)
    Transmitter address: TctMobil_cf:28:75 (4c:4e:03:cf:28:75)
    Source address: TctMobil_cf:28:75 (4c:4e:03:cf:28:75)
    BSS Id: XiaomiE1_5d:03:7a (34:ce:00:5d:03:7a)
    .... .. 0000 = Fragment number: 0
    0011 0100 0001 .... = Sequence number: 833
  ▶ IEEE 802.11 wireless LAN
  ▶ Fixed parameters (2 bytes)
    Reason code: Class 3 frame received from nonassociated STA (0x0007)

```

Fig.4.3 The reason code in the deauthentication frames

4.3 The level of signal strength RSSI

In case of successful deauthentication attack, the signal level of the attacker's network card is usually higher than the signal level of the legitimate AP. This is important, for example in the case of a MITM attack, when an attacker needs to use a deauthentication attack to forcibly disconnect the client from the AP and reconnect the client to a fake access point (Rogue AP) [20]. To do this, the attacker must be located closer to the AP than the legitimate client or increase the transmitter power of the network adapter that he uses to attack. Different countries have different technical regulations for Wi-Fi. While in most countries, including Ukraine, the transmitter power limit of the Wi-Fi network adapter is set to 20 dBm (100 mW), there are countries where the limit is set to 30 dBm [16]. An attacker could use that to their advantage by changing programmatically the country in which the device is expected to operate and thereby increasing the transmitter power to 30 dBm (1000 mW). The result of increasing the transmitter power of the network adapter from 18 dBm to 30 dBm is shown in Fig. 4.4.

```
root@kali:~# iwconfig
wlan0 IEEE 802.11 ESSID:off/any
      Mode:Managed Access Point: Not-Associated Tx-Power=18 dBm
      Retry short limit:7 RTS thr:off Fragment thr:off
      Encryption key:off
      Power Management:off

root@kali:~# iw reg set BZ
root@kali:~# iwconfig wlan0 txpower 30
root@kali:~# iwconfig
wlan0 IEEE 802.11 ESSID:off/any
      Mode:Managed Access Point: Not-Associated Tx-Power=30 dBm
      Retry short limit:7 RTS thr:off Fragment thr:off
      Encryption key:off
      Power Management:off
```

Fig.4.4 Changing the transmitter power of the network adapter

After launching the deauthentication attack, the RSSI values will be different (changed). In fact, the jump values can be determined by various factors, such as the distance between the legitimate AP and the attacker's network adapter, the position of the attack detector, and the transmitter power of both devices. On the Linux operating system, the RSSI value can be obtained from the RadioTap header. In the course of our experiments, we have recorded the average value of the signal level during the transmission of a legitimate AP and the jump of the average value of the RSSI during the deauthentication attack (Fig. 4.5).

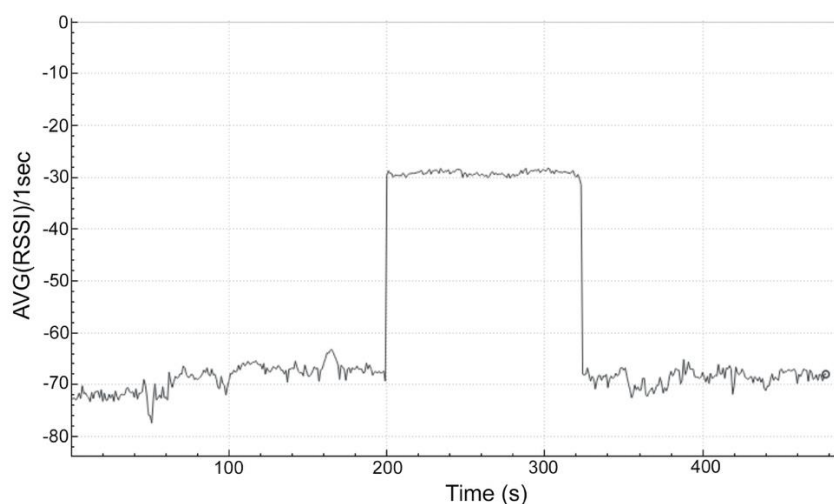


Fig.4.5 The average value of the RSSI for the legitimate AP before and during the attack

A sharp change in the RSSI value in deauthentication frames relative to other frames broadcasted by a legitimate AP may indicate an attack.

5. Literature review

Some authors propose to use the threshold number of deauthentication frames for identification of deauthentication attack [17]. When the number of deauthentication frames exceeds the threshold number, it is considered as a sign of deauthentication attack. However, there are some drawbacks to this approach. First, only one parameter is taken into account and other parameters related to the wireless network are ignored, which, in turns, leads to many false positives. Second, deauthentication frames can be sent by an attacker with variable frequency, which does not allow detecting the attack.

The two types of attacks, namely, the attack of deauthentication and the attack of the evil twin are investigated in [18]. To detect a deauthentication attack, only the reason code is taken into account. Other MAC header parameters are not considered. Because the reason code can also be included in a legitimate deauthentication frame, this detection method can increase the frequency of false positives as well.

The simplified solution to detect a deauthentication attack is proposed in [21]. The proposed algorithm uses the reason code and MAC timestamp parameters. However, the reason code can also be used by a legitimate deauthentication frame, and the deauthentication frames can be sent by an attacker at variable intervals. Therefore, we believe that those two parameters are not sufficient to reliably detect a deauthentication attack.

6. The proposed solution for detecting deauthentication attack

We offer an algorithm for detecting deauthentication attacks, which can reduce the frequency of false positives by using a combination of three parameters.

The main parameters that are considered in our algorithm to detect this attack:

- 1) Reason Code,
- 2) Timestamp,
- 3) Received Signal Strength Indicator (RSSI).

We propose to use a DDA (Detector of Deauthentication Attack), which scans the data of wireless traffic, analyzes them and issues a warning about a possible deauthentication attack (Fig. 6.1).

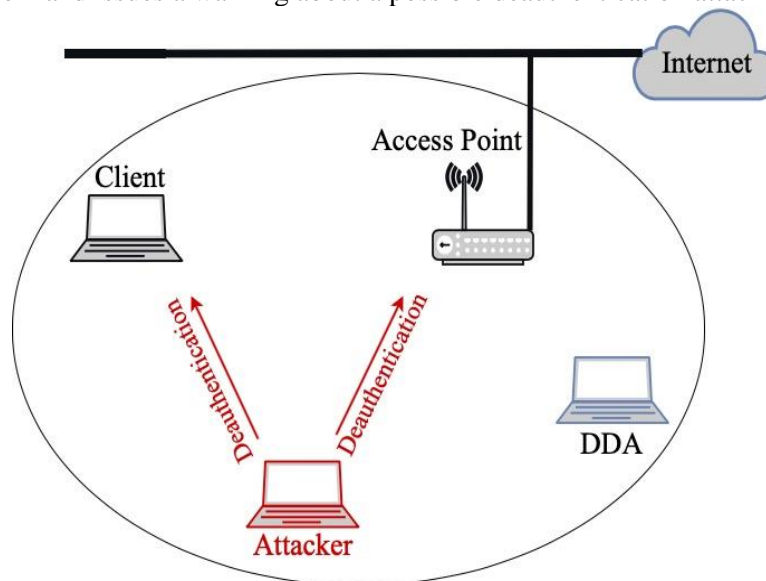


Fig.6.1 Scheme for detecting deauthentication attacks

Fig. 6.2 shows the algorithm for detecting a deauthentication attack. The DDA is started by switching the network interface to monitoring mode and switching to the appropriate AP channel. In this mode, the hardware interface is not connected to any network and is used for passive sniffing. The interface receives all packets in its listening channel for further analysis of AP frames and its associated client. The DDA analyzes the packets by extracting deauthentication frames (Type 00, Subtype 1100) from the total stream and analyzing their number per unit of time. If the value exceeds the set threshold, the DDA will issue an attack warning.

If the frequency of deauthentication frames does not exceed the set threshold, the DDA checks the reason code of the next deauthentication frame. In case the reason code is 7, the algorithm proceeds to checking the RSSI level of this frame so the final decision can be made.

After launching the deauthentication attack, DDA receives deauthentication frames with the modified RSSI values from the attacker. When $\Delta = | \overline{RSSI} - RSSI^{deauth} |$ the deviation of the RSSI value of the received deauthentication frame ($RSSI^{deauth}$) from the average RSSI values of the legitimate AP frames (\overline{RSSI}) exceeds the threshold value, the DDA issues an attack warning. Otherwise, the DDA monitoring node continues to monitor and analyze the received frames.

Monitoring the average values of RSSI frames from the legitimate AP is performed by means of a sliding window algorithm. The value of the RSSI level jump can be determined by various parameters, such as the distance between the legitimate AP and the attacker, the position of the monitoring node, as well as the power of the AP and the attacker's transmitters. In Fig. 4.5, the deviation of the mean RSSI value can reach 10 dBm. We propose to set the value of the attack threshold to 10 dBm. Otherwise, when the RSSI frame value deauthentication is less than 10 dBm, the DDA will assume that everything is fine. It should be noted that the 10 dBm threshold is set for the average value instead of not-averaged RSSI values, as it can often fluctuate by more than 10 dBm.

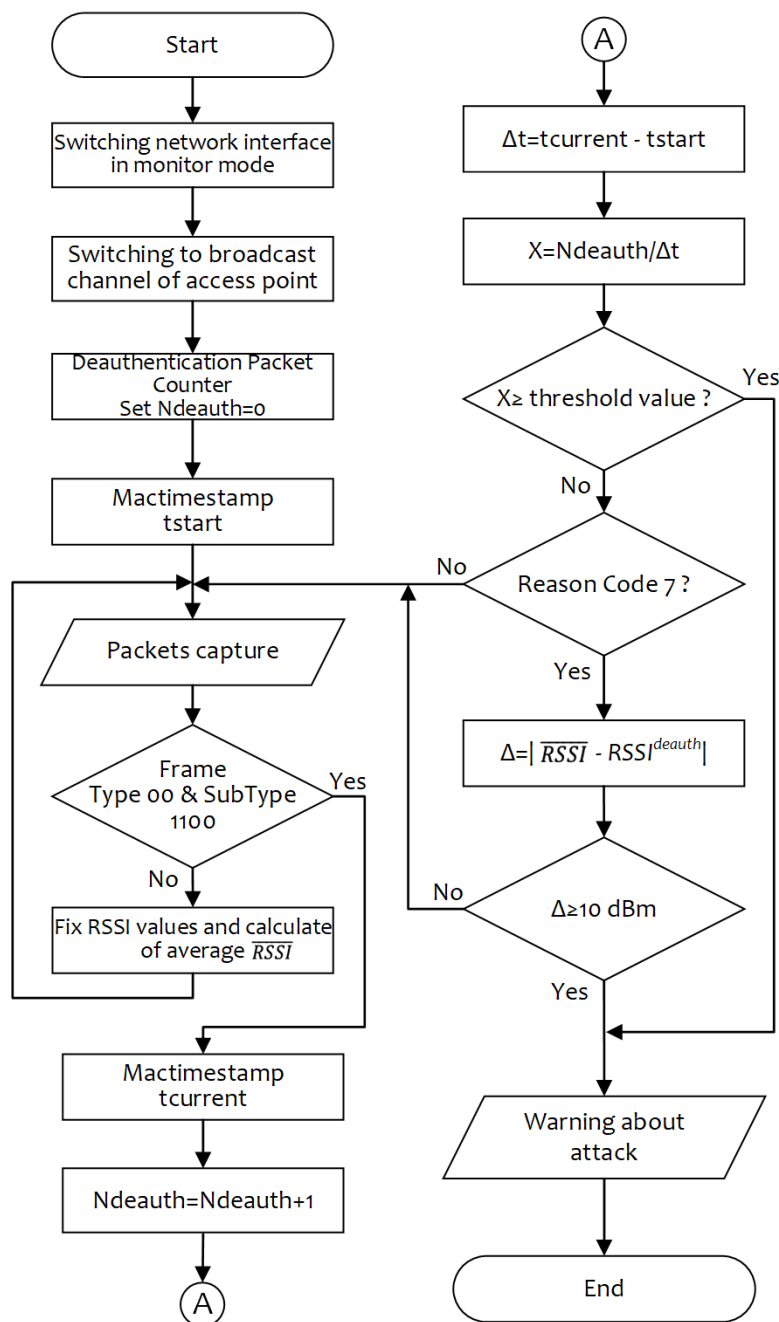


Fig.6.2 Block diagram of the algorithm for detecting deauthentication attacks

7. Conclusions

Our research and practical experiments have shown that due to the exchange of unencrypted management frames, wireless LANs are prone to DoS attacks, namely deauthentication attacks, which can completely disconnect a legitimate client from the network. Therefore, there is a need for an effective, easy and automated method of detecting attacks of deauthentication.

We propose to use the DDA, which scans and analyzes the wireless traffic data, and issues warnings in case of a possible attack. The DDA is based on a new algorithm for detecting deauthentication attacks, which uses a combination of three parameters reducing the frequency of false positives. The presented methodology is easy to implement, does not require system training, and can be used both in open and encrypted networks.

The deauthentication attack has been performed for one legitimate client in this research. Further this technique can be modified for several legitimate wireless network users. Future improvements can also increase the capabilities of the system. Due to the fact that the DDA algorithm is based on network traffic anomalies, it will be able to counteract some other threats, such as rogue access point for example.

REFERENCES

1. M. Waliullah and D. Gan, "Wireless LAN Security Threats & Vulnerabilities", *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, vol. 5, no. 1, pp. 176-183, 2014 <https://doi.org/10.14569/ijacsa.2014.050125>
2. C. Koliass, G. Kambourakis, A. Stavrou and S. Gritzalis, "Intrusion Detection in 802.11 Networks: Empirical Evaluation of Threats and a Public Dataset", *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 18, no. 1, pp. 184-208, 2016 <https://doi.org/10.1109/comst.2015.2402161>
3. M. Chan Aung and K. Thant, "Detection and mitigation of wireless link layer attacks", *2017 IEEE 15th International Conference on Software Engineering Research, Management and Applications (SERA)*, pp. 173-178, 2017 <https://doi.org/10.1109/sera.2017.7965725>
4. H. A. Noman, S. M. Abdullah, and H. I. Mohammed, "An automated approach to detect deauthentication and disassociation dos attacks on wireless 802.11 networks", *International Journal of Computer Science Issues (IJCSI)*, vol. 12, no. 4, pp. 107-112, 2015 <https://www.ijcsi.org/papers/IJCSI-12-4-107-112.pdf>
5. Deep Joshi, Dr. Ved Vyas Dwivedi, K.M.Pattani "De-Authentication attack on wireless network 802.11i using Kali Linux", *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, Volume, 04 Issue, pp. 1666-1669, 2017 <https://www.irjet.net/archives/V4/i1/IRJET-V4I1331.pdf>
6. Korolkov R. Y. and Kutsak S. V "The features of a deauthentication attack implementation in networks 802.11", *Ukrainian Information Security Research Journal*, vol. 21, no. 3, pp. 175-181, 2019 <https://doi.org/10.18372/2410-7840.21.13953> [in Ukrainian]
7. R. Cheema, D. Bansal and S. Sofat, "Deauthentication/Disassociation Attack: Implementation and Security in Wireless Mesh Networks", *International Journal of Computer Applications*, vol. 23, no. 7, pp. 7-15, 2011 <https://doi.org/10.5120/2901-3801>
8. J. Milliken, V. Selis, K. Yap and A. Marshall, "Impact of Metric Selection on Wireless DeAuthentication DoS Attack Performance", *IEEE Wireless Communications Letters*, vol. 2, no. 5, pp. 571-574, 2013 <https://doi.org/10.1109/wcl.2013.072513.130428>
9. C. Kohlios and T. Hayajneh, "A Comprehensive Attack Flow Model and Security Analysis for Wi-Fi and WPA3", *Electronics*, vol. 7, no. 11, p. 284, 2018. <https://doi.org/10.3390/electronics7110284>
10. Mofreh Salem, Amany Sarha, Mostafa Abu-Bakr "A DOS Attack Intrusion Detection and Inhibition Technique for Wireless Computer Networks" ICGST- CNIR, Volume (7), Issue (I), pp. 17-24, 2007 <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.469.5991>
11. IEEE standard for information technology-telecommunications and information exchange between systems-local and metropolitan area networks-specific requirements - part 11: Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications. IEEE Std 802.11-2007 (Revision of IEEE Std 802.11-1999), C1-1184, 2007 https://standards.ieee.org/standard/802_11-2007.html
12. Masiukiewicz Antoni, Tarykin Viktor, Podvornyi Vova, "Tools for Wi-Fi Network Security Analysis", *Vistula Scientific Quarterly*, 3(49), pp. 114-134, 2016 http://cejsh.icm.edu.pl/cejsh/element/bwmeta1.element.desklight-60891997-7f20-4acc-bda8-de4e8b4a3dac/c/KNUV_3_49_2016.114-134.pdf

13. John Bellardo and Stefan Savage "Denial-of-Service Attacks: Real Vulnerabilities and Practical Solutions", *Published in 12th USENIX Security Symposium Washington, D.C., USA*, pp. 15-27, 2003 <https://cseweb.ucsd.edu/~savage/papers/UsenixSec03.pdf>
14. M. Agarwal, S. Biswas and S. Nandi, "Detection of De-authentication Denial of Service attack in 802.11 networks", *2013 Annual IEEE India Conference (INDICON)*, pp. 1-6, 2013 <https://doi.org/10.1109/indcon.2013.6726015>
15. Deauthentication reason code table. [Online]. – Available: https://www.cisco.com/assets/sol/sb/WAP371_Emulators/WAP371_Emulator_v1-0-1-5/help/Apx_ReasonCodes2.html [Accessed: March 30, 2021].
16. How to increase wifi adapter power [Online]. – Available: <https://www.kalitut.com/2019/04/how-to-increase-wifi-txpower.html> [Accessed: March 30, 2021].
17. TJ OConnor "Detecting and responding to data link layer attacks", SANS Institute InfoSec Reading Room, October 13, 2010 <https://www.sans.org/reading-room/whitepapers/intrusion/paper/33513>
18. Z. Afzal, J. Rossebo, B. Talha and M. Chowdhury, "A Wireless Intrusion Detection System for 802.11 networks", *2016 International Conference on Wireless Communications, Signal Processing and Networking (WiSPNET)*, pp. 828-834, 2016 <https://doi.org/10.1109/wispnet.2016.7566249>
19. A. Arora, "Preventing wireless deauthentication attacks over 802.11 networks," *ArXiv*, vol. abs/1901.07301, 2019 <https://arxiv.org/pdf/1901.07301.pdf>
20. S. Wang, J. Wang, C. Feng and Z. Pan, "Wireless Network Penetration Testing and Security Auditing", *ITM Web of Conferences*, vol. 7, p. 03001, 2016 <https://doi.org/10.1051/itmconf/20160703001>
21. Rajinder Singh and Satish Kumar "A light weight solution for detecting de-authentication attack", *International Journal of Network Security & Its Applications (IJNSA)* vol. 11, no.1, pp. 15-26, 2019 <https://aircconline.com/ijnsa/V11N1/11119ijnsa02.pdf>

ЛІТЕРАТУРА

1. M. Waliullah and D. Gan, "Wireless LAN Security Threats & Vulnerabilities", *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, vol. 5, no. 1, pp. 176-183, 2014 <https://doi.org/10.14569/ijacsa.2014.050125>
2. C. Kolias, G. Kambourakis, A. Stavrou and S. Gritzalis, "Intrusion Detection in 802.11 Networks: Empirical Evaluation of Threats and a Public Dataset", *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 18, no. 1, pp. 184-208, 2016 <https://doi.org/10.1109/comst.2015.2402161>
3. M. Chan Aung and K. Thant, "Detection and mitigation of wireless link layer attacks", *2017 IEEE 15th International Conference on Software Engineering Research, Management and Applications (SERA)*, pp. 173-178, 2017 <https://doi.org/10.1109/sera.2017.7965725>
4. H. A. Noman, S. M. Abdullah, and H. I. Mohammed, "An automated approach to detect deauthentication and disassociation dos attacks on wireless 802.11 networks", *International Journal of Computer Science Issues (IJCSI)*, vol. 12, no. 4, pp. 107-112, 2015 <https://www.ijcsi.org/papers/IJCSI-12-4-107-112.pdf>
5. Deep Joshi, Dr. Ved Vyas Dwivedi, K.M.Pattani "De-Authentication attack on wireless network 802.11i using Kali Linux", *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, Volume, 04 Issue, pp. 1666-1669, 2017 <https://www.irjet.net/archives/V4/i1/IRJET-V4I1331.pdf>
6. Корольков Р.Ю., Куцак С.В. Особливості реалізація атаки деавтентифікації в мережах стандарту 802.11. *Захист інформації*, 21(3), 175-181, 2019 <https://doi.org/10.18372/2410-7840.21.13953>
7. R. Cheema, D. Bansal and S. Sofat, "Deauthentication/Disassociation Attack: Implementation and Security in Wireless Mesh Networks", *International Journal of Computer Applications*, vol. 23, no. 7, pp. 7-15, 2011 <https://doi.org/10.5120/2901-3801>
8. J. Milliken, V. Selis, K. Yap and A. Marshall, "Impact of Metric Selection on Wireless DeAuthentication DoS Attack Performance", *IEEE Wireless Communications Letters*, vol. 2, no. 5, pp. 571-574, 2013 <https://doi.org/10.1109/wcl.2013.072513.130428>
9. C. Kohlios and T. Hayajneh, "A Comprehensive Attack Flow Model and Security Analysis for Wi-Fi and WPA3", *Electronics*, vol. 7, no. 11, p. 284, 2018. <https://doi.org/10.3390/electronics7110284>

10. Mofreh Salem, Amany Sarha, Mostafa Abu-Bakr “A DOS Attack Intrusion Detection and Inhibition Technique for Wireless Computer Networks” ICGST- CNIR, Volume (7), Issue (I), pp. 17-24, 2007 <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.469.5991>
11. IEEE standard for information technology-telecommunications and information exchange between systems-local and metropolitan area networks-specific requirements - part 11: Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications. IEEE Std 802.11-2007 (Revision of IEEE Std 802.11-1999), C1–1184, 2007 https://standards.ieee.org/standard/802_11-2007.html
12. Masiukiewicz Antoni, Tarykin Viktor, Podvornyi Vova, “Tools for Wi-Fi Network Security Analysis”, *Vistula Scientific Quarterly*, 3(49), pp. 114-134, 2016 http://cejsh.icm.edu.pl/cejsh/element/bwmeta1.element.desklight-60891997-7f20-4acc-bda8-de4e8b4a3dac/c/KNUV_3_49_2016.114-134.pdf
13. John Bellardo and Stefan Savage “Denial-of-Service Attacks: Real Vulnerabilities and Practical Solutions”, *Published in 12th USENIX Security Symposium Washington, D.C., USA*, pp. 15-27, 2003 <https://cseweb.ucsd.edu/~savage/papers/UsenixSec03.pdf>
14. M. Agarwal, S. Biswas and S. Nandi, "Detection of De-authentication Denial of Service attack in 802.11 networks", *2013 Annual IEEE India Conference (INDICON)*, pp. 1-6, 2013 <https://doi.org/10.1109/indcon.2013.6726015>
15. Deauthentication reason code table. [Online]. – Available: https://www.cisco.com/assets/sol/sb/WAP371_Emulators/WAP371_Emulator_v1-0-1-5/help/Apx_ReasonCodes2.html [Accessed: March 30, 2021].
16. How to increase wifi adapter power [Online]. – Available: <https://www.kalitut.com/2019/04/how-to-increase-wifi-txpower.html> [Accessed: March 30, 2021].
17. TJ OConnor “Detecting and responding to data link layer attacks”, SANS Institute InfoSec Reading Room, October 13, 2010 <https://www.sans.org/reading-room/whitepapers/intrusion/paper/33513>
18. Z. Afzal, J. Rossebo, B. Talha and M. Chowdhury, "A Wireless Intrusion Detection System for 802.11 networks", *2016 International Conference on Wireless Communications, Signal Processing and Networking (WiSPNET)*, pp. 828-834, 2016 <https://doi.org/10.1109/wispnet.2016.7566249>
19. A. Arora, “Preventing wireless deauthentication attacks over 802.11 networks,” *ArXiv*, vol. abs/1901.07301, 2019 <https://arxiv.org/pdf/1901.07301.pdf>
20. S. Wang, J. Wang, C. Feng and Z. Pan, "Wireless Network Penetration Testing and Security Auditing", *ITM Web of Conferences*, vol. 7, p. 03001, 2016 <https://doi.org/10.1051/itmconf/20160703001>
21. Rajinder Singh and Satish Kumar “A light weight solution for detecting de-authentication attack”, *International Journal of Network Security & Its Applications (IJNSA)* vol. 11, no.1, pp. 15-26, 2019 <https://airconline.com/ijnsa/V11N1/11119ijnsa02.pdf>

UDC 539.3

The method of integral equations in the problems of studying oscillations of shells partially filled with liquid

Maria Myronenko

Myronenko Maria

PhD student

Institute of Mechanical Engineering Problems A. N. Podgorny NASU, st. Pozharsky, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine

e-mail: mariamyronenko87@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-0266-4463>

G-force reaching several g affect the stability of the launch vehicle in the launching phase. The mathematical modeling methods are used to study the longitudinal vibration stability of liquid-fueled launch vehicles in the launching phase. The paper presents the modeling of small oscillations of fluid motion in a rigid, partially filled shell of rotation. The modeling is based on the developed mathematical model: fluid is supposed to be ideal and incompressible, fluid motion being vortexless, velocity potential gradient being fluid velocity. The conditions for the velocity potential at the boundaries of the computational domain are determined. The kinematic boundary condition and dynamic boundary condition on the free surface and nonpermeability condition on the bottom and side surfaces of the tank are fulfilled. The solution of the differential equations system for the boundary conditions has been obtained. The liquid sloshing in a low gravity has been investigated and the boundary conditions have been generalized. In the dynamic boundary condition the surface tension is accounted for. The assumed mode method has been developed to solve problems of free and forced oscillations of shell structures with compartments filled with liquid. The system of differential equations relative to the elastic movements of the structure and the active liquid pressure is obtained. For its solution three sets of basic functions have been used. The gravitational component in the singular equation system in the problem of sloshing in a rigid shell is taken into account. The cases of control points being positioned on the liquid free surface, as well as on the shell surface are considered. The solution of the system of equations determines the velocity potential.

Key words: mathematical modeling, g-force, low gravity, surface tension, free surface, boundary element method.

Метод інтегральних рівнянь в задачах дослідження коливань оболонок, частково заповнених рідиною

Мироненко Марія
Леонідівна

аспірант

Інститут проблем машинобудування ім. А. Н. Підгорного НАНУ, вул. Пожарського, 2/10, Харків, 61046, Україна

Перевантаження на активних ділянках польоту впливають на стійкість ракети-носія та досягають величини у кілька g. Для дослідження стійкості рідинних ракет-носіїв щодо дії поздовжніх коливань на активній ділянці польоту застосовуються методи математичного моделювання. В статті наведено моделювання малих коливань руху рідини у жорсткій, частково заповненій оболонці обертання на основі розробленої математичної моделі: рідина ідеальна та нестислива, рух рідини є безвихровим, градієнт потенціалу швидкості є швидкістю рідини. Визначені умови для потенціалу швидкості на границях розрахункової області. Виконуються кінематична та динамічна умови на вільній поверхні та умова непротікання на днищі та бокових поверхнях резервуару. Отримано розв'язок системи диференціальних рівнянь з виконанням граничних умов. Досліджені коливання рідини в умовах низької гравітації та узагальнено граничні умови. В динамічній граничній умові здійснено врахування поверхневого натягу. Для розв'язання задач про власні та вимушені коливання оболоноквих конструкцій з відсіками, що містять рідину, розроблено метод заданих форм. Отримано систему диференціальних рівнянь відносно пружних переміщень конструкції та діючого тиску рідини, для розв'язання якої використано три набори базисних функцій. Виконано врахування гравітаційної складової у системі сингулярних рівнянь в задачі коливань рідини в жорсткій оболонці. При цьому розглянуті випадки положення контрольних точок на вільній поверхні рідини та на поверхні оболонки. Розв'язок системи рівнянь визначає потенціал швидкостей. Досліджено умови, при яких вплив поверхневого натягу стає несуттєвим. Отримані результати свідчать про те, що при значних параметрах перевантаження вплив поверхневого натягу стає несуттєвим. Але зі зменшенням цього параметру (при низьких рівнях гравітації) поверхневий натяг стає домінуючим.

Ключові слова: математичне моделювання, перевантаження, низька гравітація, поверхневий натяг, вільна поверхня, метод граничних елементів.

Метод интегральных уравнений в задачах исследования колебаний оболочек, частично заполненных жидкостью

Мироненко Мария аспирант

Леонидовна

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАНУ, ул. Пожарского, 2/10, Харьков, 61046, Украина

Перегрузки на активных участках полета влияют на устойчивость ракеты-носителя и достигают величины в несколько g . Для исследования устойчивости жидкостных ракет-носителей к действию продольных колебаний на активном участке полета применяются методы математического моделирования. В статье приведены моделирования малых колебаний движения жидкости в жесткой, частично заполненной оболочке вращения на основе разработанной математической модели: жидкость идеальная и несжимаемая, движение жидкости является безвихревым, градиент потенциала скорости является скоростью жидкости. Определены условия для потенциала скорости на границах расчетной области. Выполняются кинематическое и динамическое условия на свободной поверхности, условие непротекания на днище и боковых поверхностях резервуара. Получено решение системы дифференциальных уравнений с выполнением граничных условий. Исследованы колебания жидкости в условиях низкой гравитации и обобщены граничные условия. В динамическом граничном условии осуществлен учет поверхностного натяжения. Для решения задач о собственных и вынужденные колебания оболочечных конструкций с отсеками, содержащими жидкость, разработан метод заданных форм. Получена система дифференциальных уравнений относительно упругих перемещений конструкции и действующего давления жидкости, для решения которой использовано три набора базисных функций. Выполнен учет гравитационной составляющей в системе сингулярных уравнений в задаче колебаний жидкости в жесткой оболочке. При этом рассмотрены случаи положения точек на свободной поверхности жидкости и на поверхности оболочки. Решение системы уравнений определяет потенциал скоростей.

Ключевые слова: математическое моделирование, перегрузки, низкая гравитация, поверхностное натяжение, свободная поверхность, метод граничных элементов.

1. Introduction

The mission plan of the launch vehicle includes several thrust and coast phases. The pulsations of the engine thrust in the active part of the flight influence the rocket as a closed system, and cause oscillations of the missile body and liquid in the fuel lines [1]. This can lead to loss of stability and cause serious consequences.

Flight and control of the launch vehicle on the active part of the trajectory take place under the influence of such external forces as temperature changes and atmosphere density, wind disturbances, as well as liquid oscillations in fuel tanks which are caused by the full range of those external influences [2]. During the orbital shot the gravity and aerodynamic losses reduce the speed of the spacecraft by 2-3 km/s at the end of the active phase. Taking into account these factors, as well as other losses, the required launch speed will be exceeding the first cosmic velocity. The achievement of speed which exceeds 8000 m/s over a short period of time during the active part requires significant accelerations. For example, the acceleration of a 5000 kg rocket upon reaching orbit is approximately $6g$ [3]. Thus, the longitudinal acceleration acting on the launch vehicle in this flight path can reach several g and affect the stability.

A nonuniform rocket motion causes the appearance of inertial force, which is an additional load on structural elements. Accounting for the presence of rocket payload and assuming no angular oscillations of the rocket relative to the center of mass, the lateral-stability coefficient and longitudinal load factor, which show how the stress caused by the payload exceeds the payload weight, is determined in [4]. It is specified that the decrease in vehicle mass due to chemical combustion has the greatest effect on the longitudinal load coefficient, which changes unevenly on the active part of the trajectory and acquires the maximum value at the end of the engine working stage [4].

Researching stability of liquid-propellant missile concerning longitudinal oscillations on an active part of trajectory is pretty difficult on the ground. Verification tests in situ require significant material and financial costs, so the use of mathematical modeling techniques can help to avoid such expenses and contribute to solving the problem of longitudinal stability [5].

2. Problem statement

The elastic shell of revolution, which is partially filled with liquid, is considered. To simulate the flow of liquid, a computer model based on the postulates that the fluid is ideal and incompressible and the flow of fluid is vortex-free, has been developed. Only small-amplitude oscillation has been

investigated (linear theory). There is a velocity potential $\Phi(x, y, z, t)$, the gradient of which is the fluid velocity, namely:

$$V_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, V_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, V_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (2.1)$$

The motion equation of the shell system is presented in an operator form

$$LU + M\ddot{U} = pn + Q, \quad (2.2)$$

where L, M are the operators of elastic and mass forces;

p is liquid pressure on a wetted surface of a shell structure, N/m²;

n is an outer unit normal;

Q is exciting force, N.

Using the motion equations and the flow potentiality conditions, we arrive at the Cauchy-Lagrange integral in the form [6]:

$$p = -\rho_l \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + a_x(t)x + a_z(t)z + gz + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 \right], \quad (2.3)$$

where ρ_l is liquid density, kg/m³;

$a_x(t), a_z(t)$ are components of the acceleration of exciting force, m/sec²;

g is a gravity acceleration, m/sec².

If we consider small liquid oscillations (linear formulation), then $|\nabla \Phi|^2 \ll 1$, and from the formulas (2.3) we obtain

$$p = -\rho_l \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + a_x(t)x + a_z(t)z + gz \right]. \quad (2.4)$$

Assuming that the flow is vortex-free, the motion of an ideal incompressible fluid is described by the Laplace equation for the velocity potential.

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (2.5)$$

To determine the pressure, it is necessary to calculate the velocity potential. The boundary conditions are to be formulated for the velocity potential at the boundaries of the computational domain.

Nonpermeability condition is met on the bottom and the lateral surface. Kinematic and dynamic boundary conditions are fulfilled on the free surface. The defined conditions are as follows:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} + a_x(t)x + a_z(t)\zeta + g\zeta \right|_{S_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{\sigma} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (2.6)$$

where $w = (\mathbf{U}, \mathbf{n})$ is the normal component of displacement of shell structure;

$\zeta = \zeta(x, y, t)$ is the free surface motion function.

Thus, we have the differential equation system for determining five unknown functions $U_1, U_2, U_3, \Phi, \zeta$:

$$\begin{cases} \mathbf{LU} + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} = -\rho_l \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + a_x(t)x + a_z(t)z + gz \right) + \mathbf{Q}(t), \\ \nabla^2 \Phi = 0. \end{cases} \quad (2.7)$$

We solve a system of differential equations (2.7) by fulfilling the boundary conditions (2.6).

To obtain an unambiguous solution of the equations system (2.7) with boundary conditions (2.6), we add the Von Neumann condition:

$$\iint_{S_0} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} dS_0 = 0. \quad (2.8)$$

The differential equations system (2.7) should also be supplemented by the conditions for securing the shell structure, i.e. the conditions with respect to the vector-function \mathbf{U} .

2.1. Taking into account the surface tension in the study of liquid oscillations at low gravity

Note that the boundary conditions (2.6) in the case of low gravity must be generalized. Let σ_0 be the surface tension. According to the Laplace-Jung formula [7] we have

$$p_s = \sigma_0 \kappa, \quad (2.9)$$

where κ is the surface curvature.

The expression for the curvature can be linearized, as in [8]:

$$\kappa = -\Delta_s \zeta,$$

where Δ_s is the Laplacian.

Thus, the dynamic boundary condition on the free surface takes the form

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} + a_x(t)x + a_z(t)z + g\zeta - \frac{\sigma_0}{\rho_l} \Delta_s \zeta \right|_{S_0} = 0. \quad (2.10)$$

The condition (2.10) allows us to account for the surface tension, which becomes a determining factor in the study of oscillations of the shell structure under conditions of low gravity.

2.2. The assumed mode method

The assumed mode method has been developed to solve problems of proper oscillations and constrained oscillations of elastic shell structures with the liquid-filled compartment. A connected differential equations system with respect to the elastic displacements of the structure and the effective fluid pressure has been obtained. Three sets of basic functions are used to represent the solutions of this system. The first of them consists of normal oscillations modes of the structure in the absence of filler and is used to construct hydroelastic displacements. The second and third sets of basic functions are obtained by constructing the velocity potential and the function describing the time variation of the liquid free surface. The velocity potential is represented by the sum of two partial potentials. One of them corresponds to the liquid normal oscillations in the rigid reservoir, taking into account the gravity forces; the second refers to the normal oscillations of the elastic shell with the liquid without taking into account the gravity forces.

In general, we look for the displacements of the shell structure with compartments partially filled with liquid, in the form:

$$\mathbf{U} = \sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{u}_k, \quad (2.11)$$

where $c_k(t)$ is the unknown coefficients which are time-dependent only;

u_k is the oscillation modes of the unfilled shell structure;

N is the number of modes obtained in the calculations.

The orthogonality relations are satisfied [9]

$$L(u_k) = \Omega_k^2 M(u_k), \quad (M(u_k), u_j) = \delta_{kj}, \quad (L(u_k), u_j) = \Omega_k^2 \delta_{kj}, \quad (2.12)$$

where Ω_k is the k -frequency of natural oscillation of the unfilled elastic structure.

We find the velocity potential as the sum of two potentials $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$. The potential Φ_1 is represented in the form

$$\Phi_1 = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \phi_{1k} \quad (2.13)$$

where ϕ_{1k} is the basic functions.

In the formula (2.13), the time-dependent coefficients $c_k(t)$ are defined in the equation (2.11). For the functions ϕ_{1k} we have the following boundary value problems:

$$\nabla^2 \phi_{1k} = 0, \quad \left. \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial n} \right|_{\sigma} = w_k, \quad w_k = (u_k, n), \quad \phi_{1k} \Big|_{S_0} = 0 \quad (2.14)$$

These functions are presented in [10].

Let us represent the potential Φ_2 in the form of a normal oscillation mode of liquid in a rigid tank

$$\Phi_2 = \sum_{k=1}^M \dot{d}_k(t) \phi_{2k}, \quad (2.15)$$

where $d_k(t)$ is the unknown time-dependent coefficients;

ϕ_{2k} is the basic functions;

M is the number of modes obtained in the calculations.

For the functions ϕ_{2k} we formulate boundary value problems as follows:

$$\nabla^2 \phi_{2k} = 0, \quad \left. \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial n} \right|_{\sigma} = 0, \quad \left. \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial n} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial t} + g\zeta = 0. \quad (2.16)$$

Thus on a free surface we have a ratio

$$\frac{\partial \phi_{2k}}{\partial n} = \frac{\chi_k^2}{g} \phi_{2k}, \quad (2.17)$$

where χ_k is the frequency of normal oscillations of the free surface, Hz.

These basic functions are constructed in [11]. The free surface equation takes the form

$$\zeta = \zeta(x, y, t) = \sum_{k=1}^N c_k \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial n} + \sum_{k=1}^M d_k \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial n}, \quad (2.18)$$

and for the velocity potential we have

$$\Phi = \Phi(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k \phi_{1k} + \sum_{k=1}^M \dot{d}_k \phi_{2k}. \quad (2.19)$$

Note that the total potential (2.19) satisfies the following relations

$$\Delta \Phi = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_1} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}. \quad (2.20)$$

Thus, for the final solution of the initial boundary value problem (2.7) with boundary conditions (2.6), (2.9) - (2.10) it is necessary to satisfy the differential equations system (2.6) and the dynamic boundary condition on the free surface described by the first of equations (2.6), and if the surface tension is taken into account, it is described by the equation (2.10).

In this case, the following relation is fulfilled on the free surface:

$$\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k \phi_{1k} + \sum_{k=1}^M \ddot{d}_k \phi_{2k} + (g + a_z(t)) \left(\sum_{k=1}^N c_k \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial \mathbf{n}} + \sum_{k=1}^M d_k \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial \mathbf{n}} \right) + a_x(t)x = 0. \quad (2.21)$$

In addition, due to the equation (2.2) the relation is true

$$\begin{aligned} & L \left(\sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{u}_k \right) + M \left(\sum_{k=1}^M \ddot{c}_k(t) \mathbf{u}_k \right) = \\ & = -\rho_l \left[\left(\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \phi_{1k} + \sum_{k=1}^M \ddot{d}_k(t) \phi_{2k} \right) + a_x(t)x + a_z(t)z \right] + Q. \end{aligned} \quad (2.22)$$

In the equation (2.21) the surface tension is not taken into account.

From the relations (2.21), (2.22) we find the unknown functions of time $c_k(t)$ and $d_k(t)$. For their unambiguous definition we use the initial conditions

$$c_k(0) = c_{k0}, \quad \dot{c}_k(0) = c_{k1}, \quad d_k(0) = d_{k0}, \quad \dot{d}_k(0) = d_{k1}. \quad (2.23)$$

This makes it possible to investigate the forced oscillations of the shell structure with compartments partially filled with liquid. Since it is usually assumed that at the initial time the "shell-liquid" system is at rest, zero initial conditions are used in the calculations.

To study free oscillations, we assume that

$$c_k(t) = C_k \exp(i\omega t), \quad d_k(t) = D_k \exp(i\omega t). \quad (2.24)$$

Let us substitute these expressions into the relations (2.21), (2.22) and arrive at the eigenvalue problem, similar to that given in [11].

Next, we describe the method of reducing the task of determining the oscillation modes and frequencies of shell systems partially filled with liquid, to a set of singular equations.

3. The system of singular equations for velocity potential in the problem of liquid oscillations in a rigid shell taking into account a gravitational component

Let us represent the potential Φ_2 as follows

$$\varphi_2(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^n \dot{d}_k(t) \phi_{2k}(x, y, z)$$

where the functions ϕ_{2k} are determined from the relations (2.16).

Hereinafter, for simplicity of notation $\phi_{2k} = \psi$.

Let us represent ψ as a sum of the potentials of a simple and double layer [12]

$$2\pi\psi = \iint_S \frac{\partial\psi}{\partial n} \frac{1}{|P - P_0|} dS_0 - \iint_S \psi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|P - P_0|} dS; S \in S_1 \cup S_0 \quad (3.1)$$

Here $r(P, P_0) = |P - P_0|$ is the Cartesian distance between P and P_0 .

Let us consider different cases of the control point position. We leave the general integral solution

$$2\pi\psi = \iint_{S_1} 0 \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1 + \iint_{S_0} \frac{\partial\psi}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0 - \iint_{S_1} \psi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS - \iint_{S_1} \psi \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0. \quad (3.2)$$

a) Let $P_0 \in S_0$ (the control point is on a free surface):

$$2\pi\psi_0 = \iint_{S_0} \frac{k^2}{g} \psi_0 \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0 - \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1 - \iint_{S_0} \psi_0 \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0. \quad (3.3)$$

In this case we have

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{z - z_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}}; \quad (3.4)$$

In this case, on S_0 , $z = z_0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_{S_0} = 0$

Then

$$2\pi\psi_0(P_0) = \frac{k^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0 - \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1. \quad (3.5)$$

b) Let $P_0 \in S_1$ (the control point is on the shell surface). We have the following integral equations

$$2\pi\psi_1(P_0) = \iint_{S_0} \frac{\partial\psi}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0 - \iint_{S_1} \psi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1 - \iint_{S_0} \psi \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0; \quad (3.6)$$

$$2\pi\psi_1(P_0) = \frac{k^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0 - \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1 - \iint_{S_0} \psi_0 \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0. \quad (3.6)$$

Let us transform these equations by calculating the components with ψ_1 and ψ_0 . For control and integration points on the shell of revolution, we obtain

$$2\pi\psi_1 + \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1 = A\psi_1. \quad (3.7)$$

For control points belonging to the shell and integration points on the free surface we have

$$\frac{k^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0 - \iint_{S_0} \psi_0 \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_0 = \frac{k^2}{g} B\psi_0 - C\psi_0, \quad (3.8)$$

where

$$B\psi_0 = \iint_{S_0} \psi_0 \left(\frac{1}{r}\right) dS_0; \quad C\psi_0 = \iint_{S_0} \psi_0 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{1}{r}\right) dS_0. \quad (3.9)$$

For the control points on the liquid free surface and the integration points belonging to the shell of revolution we obtain

$$- \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1 = D\psi_1. \quad (3.10)$$

For control and integration points, which simultaneously belong to the liquid free surface, we have

$$2\pi\psi_0 - \frac{k^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r} dS_0 = 2\pi E\psi_0 - \frac{k^2}{g} F\psi_0, \quad (3.11)$$

where

$$F\psi_0 = \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r} dS_0 \quad (3.12)$$

For control points on the surface $P_0 \in S_1$ we obtain

$$A\psi_1 = \frac{k^2}{g} B\psi_0 - C\psi_0. \quad (3.13)$$

From (3.13) ψ_1 via ψ_0 is expressed as follows

$$\psi_1 = \frac{k^2}{g} A^{-1} B\psi_0 - A^{-1} C\psi_0. \quad (3.14)$$

For the control points from the liquid free surface $P_0 \in S_1$ we obtain

$$D\psi_1 = 2\pi E\psi_0 - \frac{k^2}{g} F\psi_0. \quad (3.15)$$

In (3.15) we substitute the expression for ψ_1 obtained above and arrive at the following integral relations

$$\begin{aligned} \frac{k^2}{g} DA^{-1} B\psi_0 - DA^{-1} C\psi_0 &= 2\pi E\psi_0 - \frac{k^2}{g} F\psi_0; \\ \frac{k^2}{g} (DA^{-1} B\psi_0 + F\psi_0) &= 2\pi E\psi_0 + DA^{-1} C\psi_0; \\ \frac{k^2}{g} \psi_0 &= (DA^{-1} B + F)^{-1} (2\pi E + DA^{-1} C)\psi_0; \end{aligned}$$

The last one takes the form

$$(\tilde{A} - \lambda E)\psi_0 = 0, \quad (3.16)$$

where

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= (DA^{-1} B + F)^{-1} (2\pi E + DA^{-1} C); \\ \lambda &= \frac{k^2}{g} \end{aligned}$$

That is, we came to the eigenvalue problem.

4. Reduction to one-dimensional singular equations

Let us construct integral equations to determine the potential in the form:

$$\begin{cases} 2\pi\psi_1 + \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS_1 - \frac{k^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r} dS_0 + \iint_{S_0} \psi_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) dS_0 = 0 \\ - \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS_1 - 2\pi\psi_0 + \frac{k^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r} dS_0 = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

From (3.16) we derive ψ_0 and κ .

The solution of the system (4.1) is sought in the form:

$$\psi = \psi(r, z) \cos \alpha \theta \quad (4.2)$$

where r, θ, z are cylindrical coordinates;

$$|r| = |P - P_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \theta_0)}. \quad (4.3)$$

The normal derivative takes the form

$$\frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|P - P_0|} = - \frac{n_r[r - r_0 \cos(\theta - \theta_0)] + n_z(z - z_0)}{(\sqrt{a - b \cos(\theta - \theta_0)})^3}; \quad (4.4)$$

$$a = r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2; b = 2rr_0.$$

The transformation of kernels leads to the following formulas for calculating integrals in (4.1).

$$\iint_{S_1} \psi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r(P, P_0)} \right) dS_1 = \int_r \psi(z) \Theta(z, z_0) r(z) d\Gamma, \quad (4.6)$$

$$\iint_{S_0} \psi \left(\frac{1}{r(P, P_0)} \right) dS_0 = \int_0^R \psi(\rho) \Phi(P, P_0) \rho d\rho \quad (4.7)$$

where

$$\Theta(z, z_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} \left\{ \frac{1}{2r} \left[\frac{r^2 - r_0^2 + (z - z_0)^2}{a - b} E_\alpha(k) - F_\alpha(k) \right] n_r + \frac{z_0 - z}{a - b} E_\alpha(k) n_z \right\} \quad (4.8)$$

$$\Phi(P, P_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} F_\alpha(k), \quad k^2 = \frac{2b}{a+b} \quad (4.9)$$

$$F_\alpha(k) = (-1)^\alpha \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2\alpha\theta d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (4.10)$$

$$E_\alpha(k) = (-1)^\alpha (1 - 4\alpha^2) \int_0^{\pi/2} \cos 2\alpha\theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta \quad (4.11)$$

In the given formulas $F_\alpha(k), E_\alpha(k)$ are integrals along the circumferential coordinate; Γ is the generating surface S_1 ; ρ is the polar coordinate of S_0 .

Let us calculate the matrices of integrated equations of the eigenvalue problem (3.6). We obtain the following formulas:

$$\begin{cases} A\psi_1 = \lambda B\psi_0 - C\psi_0; A\psi_1 + C\psi_0 - \lambda B\psi_0 = 0 \\ D\psi_1 = 2\pi E\psi_0 - \lambda F\psi_0; D\psi_1 - E\psi_0 + \lambda F\psi_0 = 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

or in a matrix form

$$\begin{pmatrix} A & C \\ D & -E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} B \\ -F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_0 \end{pmatrix} = 0 \tag{4.13}$$

Note that the obtained integral operators contain logarithmic features. To numerically determine such integrals the method proposed in [13, 14] has been used.

5. Free oscillations of shell structures at different gravity levels

To determine the conditions of stable movement of the shells partially filled with liquid under the action of external loads, at the first stage we find the frequencies and modes of oscillations of the "shell-liquid" system according to [9, 15, 16].

At first, we will limit ourselves to liquid oscillations in rigid shells. Note that in practice these oscillations correspond to the lowest oscillation frequencies which results in the detuning [9].

The cylindrical (C) and cylindrical-conical (CC) shells shown in Fig. 1 are considered. The frequencies and modes of liquid oscillations in these composite shells of revolution are obtained by the method proposed above.

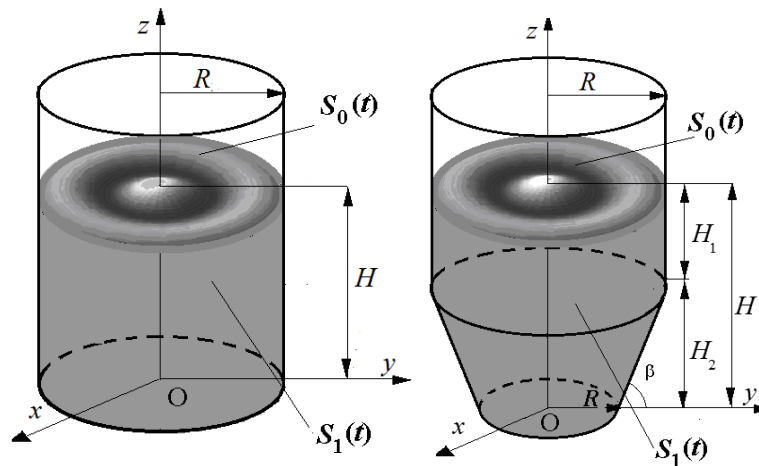


Fig. 1. Shells partially filled with liquid

Tab. 1 shows the frequencies of non-axisymmetric oscillations of the liquid for different shells with the following parameters: $H = 2$ m, $H_1 = H_2 = 1$ m, $R = 1$ m, $\beta = 60^\circ$.

Table 1. Frequencies of non-axisymmetric oscillations of the liquid, Hz

α	Shell type	n						
		1	2	3	4	5	6	7
1	C	4.2474	7.2352	9.1573	10.726	12.089	13.312	14.433
	CC	4.2346	7.2352	9.1573	10.726	12.089	13.312	14.433
2	C	5.4733	8.1148	9.8966	11.377	12.678	13.855	14.939
	CC	5.4718	8.1148	9.8966	11.377	12.678	13.855	14.939
3	C	6.4197	8.8719	10.558	11.973	13.226	14.364	15.417
	C	6.4195	8.8719	10.558	11.973	13.226	14.364	15.417

Fig. 2 shows the first modes of neosesymmetric oscillations of the liquid at $\alpha=1$.

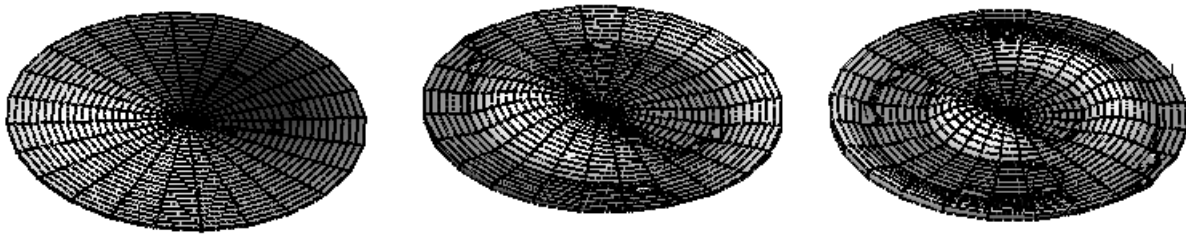


Fig. 2 The first modes of non-axisymmetric oscillations of the free surface, $\alpha = 1$

Note that for the selected parameters of the shells, the frequency and the modes of the oscillations are similar for both tanks considered. It indicates that for such parameters the shape of the bottom does not significantly affect the frequencies and modes of oscillations; the determining factor is the filling level of the shells H .

Next, we introduce the parameter [17], which characterizes the capillary length $\lambda_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_l g}}$. To take into account the surface tension, we use the formula [18]

$$\frac{\omega_{cl}^2}{g} = \frac{\omega_l^2}{g} \left[1 + \lambda_c^2 \frac{\omega_l^4}{g^2} \right], \quad l = 1, 2, \dots \quad (5.1)$$

where ω_{cl} , ω_l are the oscillation frequencies with and without accounting for the surface tension, respectively.

Let us determine the effect of surface tension. To do this we calculate the frequency parameters ω_l^2 / g for a cylindrical shell, the parameters of which are given above. Next, we select $\lambda_c^2 = 10^{-3}$ and calculate the frequency parameters ω_{cl}^2 / g taking the surface tension into account.

The results are shown in Tab. 2. The g-force parameter $n_g=1$ is used here, which corresponds to the level of gravity on the Earth's surface.

Table 2. Frequency parameters with accounting for surface tension

Frequencies and frequency parameters	l						
	1	2	3	4	5	6	7
ω_l^2 / g	1.8389	5.3361	8.5480	11.727	14.817	18.227	21.234
ω_{cl}^2 / g	1.8451	5.4880	9.1725	13.339	18.069	24.282	30.808
ω_l	4.2474	7.2352	9.1573	10.726	12.089	13.312	14.433
ω_{cl}	4.2544	7.3374	9.4859	11.439	13.314	15.434	17.384

Tab. 3 shows the data on the oscillation frequencies of the liquid at different values of the parameter n_g , with and without accounting for the surface tension respectively.

From the results above we see that even at $\lambda_c^2 = 10^{-3}$ there is a noticeable effect of surface tension, especially at high oscillation frequencies.

Table 3. Frequencies of oscillations at different values of the g-force parameter

The oscillation frequencies	G-force parameter n_g						
	0.1	0.25	0.5	1	2	3	4
ω_1	1.3431	2.1236	3.0032	4.2474	6.0065	7.3565	8.4946
ω_{e1}	1.5536	2.1803	3.0235	4.2544	6.0091	7.3579	8.4955

The obtained results indicate that for significant g-force parameters, the influence of surface tension becomes insignificant. But with the decrease of this parameter (at low levels of gravity) the influence of surface tension becomes dominant.

6. Conclusions

The integral equations method is generalized for the research of free liquid oscillations in shells at different values of the g-force parameter. A connected system of differential equations with respect to the elastic displacements of the structure and the effective fluid pressure has been obtained. Liquid oscillations in cylindrical and cylindrical-conical shells have been considered. It has been established that for the selected parameters of shells frequencies and forms of oscillations are similar for both shells considered. Therefore, for the selected parameters the shape of the bottom has a negligible effect on the frequencies and modes of oscillations; the determining factor is the level of filling of the shells. The results characterizing the influence of the parameters of g-force and surface tension have been obtained. The conditions under which the effect of surface tension becomes insignificant have been investigated.

ЛІТЕРАТУРА

- O'Neil, W.J. Project Galileo - The Jupiter Mission. In: Barbieri C., Rahe J.H., Johnson T.V. & Sohus A.M. (eds) *The Three Galileos: The Man, the Spacecraft, the Telescope*. Astrophysics and Space Science Library, Springer, Dordrecht. 1997, 220. P. 17-23. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-015-8790-7_8 (дата звернення: 22.11.2020).
- Silveira, A.M., Stephens, D.G., Leonard, H.W. An Experimental Investigation of Liquid Oscillation in Tanks with Various Baffles, NASA Technical Note D-715, Washington: National Aeronautics And Space Administration, 1961. P. 5-24. URL: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0256026> (дата звернення: 22.11.2020).
- Abramson, H.N. *Slosh Suppression*, NASA Technical Report SP-8031, Washington: National Aeronautics And Space Administration, 1969. P. 1-23. URL: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~cdhall/courses/aoe4065/NASADesignSPs/sp8031.pdf> (дата звернення: 22.11.2020).
- Nayfeh, Ali Hasan. Third-harmonic resonance in the interaction of capillary and gravity waves, *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, 48 (2). P. 385–395.
- Goldrick, L. F. Mc. An experiment on second-order capillary gravity resonant wave interaction, *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, 40(2). P. 251–271. URL: <https://doi.org/10.1017/s0022112071001630> (дата звернення: 22.11.2020).
- Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V., Degtyarev K., Boundary element method in nonlinear sloshing analysis for shells of revolution under longitudinal excitations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. Vol. 111. P. 78-87. DOI: doi.org/10.1016/j.enganabound.2019.10.008. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0955799719306149> (дата звернення: 22.11.2020).
- Ibrahim R. A. *Liquid sloshing dynamics: theory and applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. DOI:10.1017/CBO9780511536656.
- Gnitko V., Degtyariv K., Karaiev A., Strelnikova E. Singular boundary method in free vibration analysis of compound liquid-filled shells. *WIT Transactions on Engineering Sciences*. 2019. Vol. 126. P.189-200. DOI: 10.2495/BE420171. URL: <https://www.witpress.com/elibrary/wit-transactions-on-engineering-sciences/126/37317> (дата звернення: 22.11.2020)

9. Strelnikova A., Choudhary N., Kriutchenko D., Gnitko V., Tonkonozhenko A. Liquid vibrations in circular cylindrical tanks with and without baffles under horizontal and vertical excitations *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. Vol.120. P. 13-27. DOI: doi.org/10.1016/j.enganabound.2020.07.024. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0955799720302009> (дата звернення: 22.11.2020).
10. Еселева Е.В. Гнитько В.И., Стрельникова Е.А. Собственные колебания сосудов высокого давления при взаимодействии с жидкостью. *Пробл. машиностроения*. 2006. Т.9. №1. С.105 - 118.
11. Strelnikova E., Gnitko V., Krutchenko D., Naumemko Y. Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles *J. Modern Technology & Engineering*, 2018, Vol.3, No.1. P.15-52.
12. Brebbia C.A, Telles J.C.F, Wrobel L.C. Boundary element techniques: theory and applications in engineering. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 1984. P.15-52. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-48860-3>.
13. Karaiev A., Strelnikova E. Singular integrals in axisymmetric problems of elastostatics. *International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing*. 2020. Vol. 11, № 1. DOI: <https://doi.org/10.1142/S1793962320500038>. URL: https://www.researchgate.net/publication/338174729_Singular_Integrals_in_Axisymmetric_Problems_of_Elastostatics (дата звернення: 25.11.2020).
14. Strelnikova E., Medvedovskaya T. Free Hydroelastic Vibrations of Hydroturbine Head Covers Intern. *J. Eng. and Advanced Research Technology (IJEART)*. 2015. Vol. 1, No 1. P. 45–50. URL: <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.3527.4961>.
15. Butikov E. Analytical expressions for stability regions in the Ince–Strutt diagram of Mathieu equation. *American Journal of Physics*, 2018, Vol.86. P. 257–267. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.5021895>. URL: <https://aapt.scitation.org/doi/pdf/10.1119/1.5021895> (дата звернення: 25.11.2020).
16. Kolukula S. S., Chellapandi P. Dynamic stability of plane free surface of liquid in axisymmetric tanks, *Advances in Acoustics and Vibration*, 2013. P. 16. DOI: 10.1155 / 2013/298458. URL: https://www.researchgate.net/publication/258391808_Dynamic_Stability_of_Plane_Free_Surface_of_Liquid_in_Axisymmetric_Tanks (дата звернення: 25.11.2020).
17. Landau L. D., Lifshitz E. M. Fluid Mechanics, 2nd ed., Pergamon, New York, 1987. P. 238-250. URL: <https://users-physics.au.dk/srf/hydro/Landau+Lifshitz.pdf> (дата звернення: 26.11.2020).
18. Мироненко М. Л. Вимушені коливання паливних баків при різних числах Бонда. *Прикладні питання математичного моделювання*, 2019, том 2, №2. С. 50-57. URL: <https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.4> (дата звернення: 25.11.2020).

REFERENCES

1. O’Neil, W.J. Project Galileo - The Jupiter Mission. In: Barbieri C., Rahe J.H., Johnson T.V. & Sohus A.M. (eds) *The Three Galileos: The Man, the Spacecraft, the Telescope*. Astrophysics and Space Science Library, Springer, Dordrecht. 1997, 220, P. 17-23. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-015-8790-7_8 (Last accessed: 22.11.2020).
2. Silveira, A.M., Stephens, D.G., Leonard, H.W. An Experimental Investigation of Liquid Oscillation in Tanks with Various Baffles, NASA Technical Note D-715, Washington: National Aeronautics And Space Administration, 1961, P. 5-24. URL: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0256026> (Last accessed: 22.11.2020).
3. Abramson, H.N. *Slosh Suppression*, NASA Technical Report SP-8031, Washington: National Aeronautics And Space Administration, 1969, P. 1-23. URL: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~cdhall/courses/aoe4065/NASADesignSPs/sp8031.pdf> (Last accessed: 22.11.2020).
4. Nayfeh, Ali Hasan. Third-harmonic resonance in the interaction of capillary and gravity waves, *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, 48 (2), P. 385–395.
5. Goldrick, L. F. Mc. An experiment on second-order capillary gravity resonant wave interaction, *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, 40(2), P. 251–271. URL: <https://doi.org/10.1017/s0022112071001630> (Last accessed: 22.11.2020).
6. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V., Degtyarev K., Boundary element method in nonlinear

- sloshing analysis for shells of revolution under longitudinal excitations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. Vol. 111, P. 78-87. DOI: doi.org/10.1016/j.enganabound.2019.10.008. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0955799719306149> (Last accessed: 22.11.2020).
7. Ibrahim R. A. *Liquid sloshing dynamics: theory and applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. DOI:10.1017/CBO9780511536656.
 8. Gnitko V., Degtyariv K., Karaiev A., Strelnikova E. Singular boundary method in free vibration analysis of compound liquid-filled shells. *WIT Transactions on Engineering Sciences*. 2019. Vol. 126, P.189-200. DOI: 10.2495/BE420171. URL: <https://www.witpress.com/elibrary/wit-transactions-on-engineering-sciences/126/37317> (Last accessed: 22.11.2020)
 9. Strelnikova A., Choudhary N., Kriutchenko D., Gnitko V., Tonkonozhenko A. Liquid vibrations in circular cylindrical tanks with and without baffles under horizontal and vertical excitations *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. Vol.120, P. 13-27. DOI: doi.org/10.1016/j.enganabound.2020.07.024. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0955799720302009> (Last accessed: 22.11.2020).
 10. Eseleva E.V. Gnitko V.I. Strelnikova E.A. Natural oscillations pressure vessel interacting with the liquid. *Journal of Mechanical Engineering*. 2006. Vol.9. №1, P.105 - 118. [in Russian]
 11. Strelnikova E., Gnitko V., Krutchenko D., Naumemko Y. Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles *J. Modern Technology & Engineering*, 2018, Vol.3, No.1, P.15-52.
 12. Brebbia C.A, Telles J.C.F, Wrobel L.C. Boundary element techniques: theory and applications in engineering. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 1984, P.15-52. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-48860-3>.
 13. Karaiev A., Strelnikova E. Singular integrals in axisymmetric problems of elastostatics. *International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing*. 2020. Vol. 11, № 1. DOI: <https://doi.org/10.1142/S1793962320500038>. URL: https://www.researchgate.net/publication/338174729_Singular_Integrals_in_Axisymmetric_Problems_of_Elastostatics (Last accessed: 25.11.2020).
 14. Strelnikova E., Medvedovskaya T. Free Hydroelastic Vibrations of Hydroturbine Head Covers Intern. *J. Eng. and Advanced Research Technology (IJEART)*. 2015. Vol. 1, No 1, P. 45–50. DOI: 10.13140/RG.2.1.3527.4961.
 15. Butikov E. Analytical expressions for stability regions in the Ince–Strutt diagram of Mathieu equation. *American Journal of Physics*, 2018, Vol.86, P. 257–267. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.5021895>. URL: <https://aapt.scitation.org/doi/pdf/10.1119/1.5021895> (Last accessed: 25.11.2020).
 16. Kolukula S. S., Chellapandi P. Dynamic stability of plane free surface of liquid in axisymmetric tanks, *Advances in Acoustics and Vibration*, 2013, P. 16. DOI: 10.1155 / 2013/298458. URL: https://www.researchgate.net/publication/258391808_Dynamic_Stability_of_Plane_Free_Surface_of_Liquid_in_Axisymmetric_Tanks (Last accessed: 25.11.2020).
 17. Landau L. D., Lifshitz E. M. Fluid Mechanics, 2nd ed., Pergamon, New York, 1987, P. 238-250. URL: <https://users-phys.au.dk/srf/hydro/Landau+Lifshitz.pdf> (Last accessed: 26.11.2020).
 18. Myronenko M.L. Forced Vibrations of Fuel Tanks at Different Bond's Numbers. *Applied Questions of Mathematical Modelling*, 2019, Vol. 2, №2, P. 50-57. [in Ukrainian] URL: <https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.4> (Last accessed: 25.11.2020).

**ВІСНИК ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені В.Н. Каразіна**

Серія **«Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»**

Випуски даної серії розповсюджуються у академічних та наукових колах України та за її межами з метою оперативного висвітлення досліджень у таких актуальних галузях: математичне та комп'ютерне моделювання, обчислювальний експеримент, теорія і прикладні методи обробки інформації, захист інформації, програмно-апаратні системи інформаційного або управляючого призначення, застосування математичного моделювання та системного аналізу у високих, наукоємних технологіях, враховуючи технології створення програмної продукції. Приймаються роботи, що відносяться до напрямів фізико-математичних і технічних наук (бажаний об'єм 6-18 сторінок). Усі рукописи рецензуються.

Примітка. Протягом 2022-23 рр. редакційна колегія при інших рівних умовах надаватиме перевагу роботам, що представлені англійською мовою, якщо стаття отримала схвалення при рецензуванні.

Офіційний сайт <http://periodicals.karazin.ua/mia>
<http://mia.univer.kharkov.ua>

Email: journal-mia@karazin.ua

**ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени В.Н. Каразина**

Серія **«Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления»**

Випуски данной серии распространяются в академических и научных кругах Украины и за ее пределами с целью оперативного освещения исследований в следующих актуальных областях: математическое и компьютерное моделирование, вычислительный эксперимент, теория и прикладные методы обработки информации, защита информации, программно-аппаратные системы информационного или управляющего назначения, приложения математического моделирования и системного анализа в высоких, наукоёмких технологиях, включая технологии создания программной продукции. Принимаются работы, относящиеся к направлениям физико-математических и технических наук (желательный объем 6-18 страниц). Все рукописи рецензируются.

Примечание. На протяжении 2022-23 гг. редакционная коллегия при прочих равных условиях будет отдавать предпочтение работам, представленным на английском языке, если статья получила одобрение при рецензировании.

Официальный сайт <http://periodicals.karazin.ua/mia>
<http://mia.univer.kharkov.ua>

Email: journal-mia@karazin.ua

Наукове видання

**Вісник Харківського національного університету
імені В. Н. Каразіна**

Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології.
Автоматизовані системи управління»

Випуск 50

Збірник наукових праць

Українською та англійською мовами

Комп'ютерне верстання О.О. Афанасьєва

Підписано до друку 29.06.2021 р.
Формат 60x84/8. Папір офсетний. Друк цифровий.
Ум. друк. арк. – 7,1.
Обл.– вид. арк. – 8,9.
Наклад 50 пр. Зам. № 16/21
Безкоштовно

Видавець і виготовлювач
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3367 від 13.01.09

Видавництво Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
тел.: 705-24-32