

УДК 629.439

Моделирование процесса тяги магнитолевитирующего поезда

В. А. Поляков, Н. М. Хачапуридзе

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины, Украина

Моделируется динамика процесса тяги магнитолевитирующего поезда. Проанализированы свойства имеющихся версий модели этого процесса. Синтезирована гибридная холистическая парадигма, ассимилирующая преимущества традиционных подходов, но свободная от их дефектов. Построена версия модели, свободная от недостатков её предыдущих версий. Приведен пример использования созданных парадигмы и модели. Их работоспособность подтверждена результатами анализа этого примера.

Ключевые слова: магнитолевитирующий поезд, линейный синхронный двигатель, реализация тяги, гибридная холистическая парадигма исследования, математическая модель.

Модельюється динаміка процесу тяги магнітолевітуючого поїзда. Проаналізовано властивості наявних версій моделі цього процесу. Синтезовано гібридну холистичну парадигму, що асимілює переваги традиційних підходів і не має їхніх дефектів. Побудовано версію моделі, вільну від недоліків її попередніх версій. Наведено приклад використання створених парадигми і моделі. Їхня працездатність підтверджена результатами аналізу цього прикладу.

Ключові слова: магнітолевітуючий поїзд, лінійний синхронний двигун, реалізація тяги, гібридна холистична парадигма дослідження, математична модель.

Dynamics of the traction process for a magnetically levitated train is under modeling. The properties of the existing versions of this process model are analyzed. A hybrid holistic paradigm, which assimilates the advantages of traditional approaches, but is free from their defects, has been synthesized. The version of the model is constructed, from which the drawbacks of previous versions are eliminated. The example of created paradigm and model using is given. Their operability has been confirmed by the results of this example analysis.

Keywords: magnetically levitated train, linear synchronous motor, traction realization, hybrid holistic research paradigm, mathematical model.

Введение в проблему

Во многих случаях для целей тяги магнитолевитирующих поездов (МЛП) целесообразно использовать линейные синхронные двигатели (ЛСД) [1, 12, 13]. Процессы, протекающие в их различных элементах, взаимосвязаны и являются частями единого суперпроцесса электромагнитно-механического энергопреобразования. Существенная сложность таких процессов побуждает исследователей к поиску путей сепаратного изучения их отдельных компонентов, ключевым из которых является электромагнитный. Его составляющие порознь с успехом могут изучаться [2, 14, 15] в рамках теорий электрических цепей, либо электромагнитного поля. Поэтому, различные версии математической модели (ММ) процесса тяги (ПТ) ЛСД МЛП строились [3, 4, 16] исходя из указанных автономных парадигмам его моделирования.

Анализ свойств имеющихся версий ММ ПТ ЛСД МЛП свидетельствует о том, что каждая из них обладает как преимуществами, так и недостатками. Версии модели, исходящие из теории электрических цепей, достаточно

функціональні. Но основным недостатком их уравнений является нестационарность коэффициентов, вызываемая переменностью значений взаимных индуктивностей контуров фаз якоря, как между собой, так и с контурами возбуждения, при изменении положения муфтера (подвижных частей ЛСД). Это снижает ценность версий, поскольку затрудняет моделирование [5]. Версии же модели, базирующиеся на теории поля, менее ресурсоёмки, однако и менее практичны – вследствие ограниченности их общности, вызываемой недостаточной адекватностью предположений построения этих версий.

Задача исследования

Изложенные соображения свидетельствуют об актуальности создания ММ ПТ ЛСД МЛП, ассимилирующей достоинства имеющихся версий такой модели, но свободной от их недостатков [5, 6]. Синтез такой модели является основной задачей настоящей работы.

Методика исследования

Тяга ЛСД является результатом взаимодействия, неподвижных друг относительно друга, магнитных полей токов его индуктора и якоря. Поэтому, при построении искомой ММ ПТ, в качестве его паттерна должен быть принят элементарный акт такого взаимодействия, который может быть описан выражением закона Ампера [7]:

$$f_{\lambda\chi} = l_{\lambda\chi} \cdot i^{\lambda} \cdot B_{\lambda\chi} \cdot \sin \alpha_{\lambda\chi}, \quad (1)$$

где $f_{\lambda\chi}$ – сила, взаимодействия полей, создаваемых токами, текущими в цепях χ -го прямолинейного элемента λ -го контура индуктора двигателя и его якоря; $l_{\lambda\chi}, i^{\lambda}, B_{\lambda\chi}, \alpha_{\lambda\chi}$ – длина упомянутого элемента, ток в нём, индукция (условно однородного – в пределах элемента) магнитного поля, в котором элемент находится, а также угол между \vec{i}^{λ} и $\vec{B}_{\lambda\chi}$.

Расчётные схемы обмоток возбуждения и якоря двигателя приняты, соответственно, в виде набора гальванически не связанных токопроводящих прямоугольных рамок, соответствующих контурам криомодулей, и трёхфазной электрической сети, каждой фазе которой соответствует отдельный контур. Тогда, в произвольный момент времени, тяга двигателя определима как векторная сумма величин $\vec{f}_{\lambda\chi} \forall \lambda \in [1, N], \chi \in [1, 4]$, каждая из которых, – это результат взаимодействия поля тока в одном из упомянутых прямолинейных элементов контуров возбуждения с полем, создаваемым токами якорной обмотке. В последнем выражении, N – число контуров возбуждения двигателя.

Электродинамика двигателя может быть описана уравнениями второго закона Кирхгофа [7]. Подсистема “контур возбуждения – якорная обмотка”, как правило, вырождена [8] – ёмкостные показатели её элементов пренебрежимо низки. Потому, в инерциальной системе отсчёта $Q_i^v \forall v \in [A, B, C, M]$, указанным уравнениям может быть придан вид [7]:

$$u_{\rho} = L_{\rho} \cdot \frac{d}{dt} i^{\rho} + L_{\rho\mu} \cdot \frac{d}{dt} i^{\mu} + r_{\rho} \cdot i^{\rho}$$

$$\forall \rho, \mu \in [A, B, C, M], \quad (2)$$

где $u_{\rho}, L_{\rho}, L_{\rho\mu}, r_{\rho} \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M]$ – электродвижущие силы (э. д. с.) источников, собственные и взаимные индуктивности, а также омические сопротивления элементов описываемой парциальной подсистемы;

$i^{\rho} \forall \rho \in [A, B, C, M]$ – токи в контурах якоря и возбуждения;

A, B, C, M – индексы, соответствующие этим контурам;

t – текущее время.

Поскольку муфта ЛСД движется относительно его статора, то многие из величин $L_{\rho\mu} \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M]$ имеют переменные во времени значения. Это, в свою очередь, приводит к нестационарности коэффициентов уравнений (2) и, как отмечено, существенно снижает практическую ценность версии модели. С целью устранения указанного недостатка, ПТ ЛСД следует рассматривать относительно координатной системы, в которой обмотки двигателя условно взаимно неподвижны. В таком качестве, удобнее всего принять [5] отсчётную систему $C_{\alpha} \eta^{\lambda} \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$, жёстко связанную с α -тым контуром обмотки возбуждения двигателя. Инерциальной $C_{\alpha} \eta^{\lambda} \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$, в общем случае, не является. В то же время, весьма желательно [9], чтобы уравнения, описывающие динамику электрической подсистемы ЛСД в координатах $\eta^{\lambda} \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$, имели тензорный характер. Такие уравнения могут быть получены [10], из равенств типа (2), путём замены в них локальных производных $\frac{d}{dt}$ абсолютными $\frac{D}{dt}$, а также перехода в этих равенствах к координатам $\eta^{\lambda} \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$. По отношению к произвольной координате η^{β} , соотношение между упомянутыми производными, как известно, имеет вид [10]:

$$\frac{D}{dt} \eta^{\beta} = \frac{d}{dt} \eta^{\beta} + e_{\beta\kappa\nu} \cdot \omega_{\kappa} \cdot \eta^{\nu}, \quad (3)$$

где $e_{\beta\kappa\nu}, \omega_{\kappa}$ – символ Леви-Чивита, а также вектор угловой скорости вращения $C_{\alpha} \eta^{\lambda} \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$.

После осуществления указанной замены производных, соотношения, полученные из (2), приобретают тензорный характер. Поэтому, в частности, их форма становится инвариантной по отношению к координатам, в которых они записаны. Переход же к координатам $\eta^{\lambda} \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$ выполняется согласно выражениям:

$$\eta^\lambda = g_\rho^\lambda \cdot i^\rho \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1, 3}], \quad (4)$$

где g_ρ^λ – матрица преобразования координат:

$$g_\rho^\lambda = \frac{\partial \eta^\lambda}{\partial i^\rho} \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1, 3}]. \quad (5)$$

В свою очередь, выражения для связей вида

$$\eta^\lambda = \eta^\lambda(i^\rho) \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1, 3}] \quad (6)$$

могут быть получены исходя из того, что [5], в процессе описываемого координатного преобразования, одним из его инвариантов являются, в частности, амплитудные значения токов, протекающих в рассматриваемых контурах.

С помощью же матрицы

$$g_\lambda^\rho = \frac{\partial i^\rho}{\partial \eta^\lambda} = (g_\rho^\lambda)^T \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1, 3}], \quad (7)$$

осуществимо обратное преобразование

$$i^\rho = g_\lambda^\rho \cdot \eta^\lambda \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1, 3}]. \quad (8)$$

После описанных преобразований, уравнения (2) приобретают вид

$$\begin{aligned} u_\lambda = L_\lambda \cdot \left(\frac{d}{dt} \eta^\lambda + e_{\lambda\alpha\nu} \cdot \omega_\alpha \cdot \eta^\nu \right) + \\ + L_{\lambda\zeta} \cdot \left(\frac{d}{dt} \eta^\zeta + e_{\zeta\alpha\sigma} \cdot \omega_\alpha \cdot \eta^\sigma \right) + r_\lambda \cdot \eta^\lambda \\ \forall \lambda, \nu, \zeta, \sigma \in [\overline{1, 3}]. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, уравнения (9) имеют постоянные коэффициенты, являются тензорными и описывают электродинамику ЛСД в координатах $\eta^\lambda \quad \forall \lambda \in [\overline{1, 3}]$. После их (как правило – численного) разрешения относительно переменных $\eta^\lambda \quad \forall \lambda \in [\overline{1, 3}]$, последние, с использованием соотношений (8), могут быть преобразованы в координаты $i^\rho \quad \forall \rho \in [A, B, C, M]$, значения которых определяют реальные токи в контурах двигателя.

Магнитная цепь ЛСД предполагается ненасыщенной [3]. Поэтому она может считаться условно-линейной подсистемой и, следовательно, к ней применим принцип аддитивности. Исходя из этого, результирующее поле фазы якорной обмотки двигателя в любой точке геометрического пространства $O\Xi_\chi \quad \forall \chi \in [\overline{1, 3}]$, в котором реально движется муфтер относительно статора,

может описываться как сумма полей, создаваемых в этой точке отдельными катушками такой фазы:

$$B_{\alpha q} = B_{\alpha \kappa q} \cdot e^{\kappa}; e^{\kappa} = 1 \forall \kappa \in [\overline{1, n_p}], q \in [\overline{1, 3}], \quad (10)$$

где n_p – число прямоугольных катушек [1], включённых в каждую из фаз якоря; $B_{\alpha q}, B_{\alpha \kappa q} \forall \kappa \in [\overline{1, n_p}]; q \in [\overline{1, 3}]$ – пространственные компоненты индукции поля, создаваемого всей обмоткой фазы α якоря, а также её отдельными катушками в рассматриваемой точке этого пространства.

В свою очередь, значения величин $B_{\alpha \kappa q} \forall \kappa \in [\overline{1, n_p}]; q \in [\overline{1, 3}]$ определимы согласно выражениям [11]:

$$B_{\alpha \kappa 1} = -\frac{i^*}{4 \cdot \pi} \cdot \left\{ \left[F_{12}(k_1', \varphi', \eta) + F_{12}(k_3', \varphi', \eta) \right]_{\varphi_1' = x_0 - l}^{\varphi_2' = x_0 - l - d} - \right. \\ \left. - \left[F_{12}(k_2', \psi', \eta) + F_{12}(k_4', \psi', \eta) \right]_{\psi_1' = x_0 + l}^{\psi_2' = x_0 + l + d} \right\} \begin{cases} \eta_2 = z_0 - h \\ \eta_1 = z_0 + h \end{cases}; \\ B_{\alpha \kappa 2} = -\frac{i^*}{4 \cdot \pi} \cdot \left\{ \left[F_{12}(k_1, \varphi, \eta) + F_{12}(k_4, \varphi, \eta) \right]_{\varphi_1' = x_0 + l}^{\varphi_2' = x_0 + l + d} - \right. \\ \left. - \left[F_{12}(k_2, \psi, \eta) + F_{12}(k_3, \psi, \eta) \right]_{\psi_1 = y_0 + a}^{\psi_2 = y_0 + a + d} \right\} \begin{cases} \eta_2 = z_0 - h \\ \eta_1 = z_0 + h \end{cases}; \\ \left\{ F_{12}(k, \varphi, \eta) \right\}_{\eta_1 = z_0 + h}^{\eta_2 = z_0 - h} = \left\{ \eta \cdot \operatorname{arctg} \frac{k \cdot \varphi - \eta^2}{\eta \cdot \sqrt{(k + \varphi)^2 + \varphi^2 + \eta^2}} - \right. \\ \left. - \varphi \cdot \operatorname{arsh} \frac{k + \varphi}{\sqrt{\varphi^2 + \eta^2}} - \frac{k}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{arsh} \frac{k + 2 \cdot \varphi}{\sqrt{k^2 + 2 \cdot \eta^2}} \right\}_{\eta_1 = z_0 + h}^{\eta_2 = z_0 - h}; \\ B_{\alpha \kappa 3} = -\frac{i^*}{4 \cdot \pi} \cdot \left\{ \left[f_3^0(k_1, \varphi, \eta) + f_3^0(k_4, \varphi, \eta) \right]_{\varphi_1 = y_0 - a}^{\varphi_2 = y_0 - a - d} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \left[f_3^0(k_2, \psi, \eta) + f_3^0(k_3, \psi, \eta) \right]_{\psi_1=y_0+a}^{\psi_2=y_0+a+d} + \\
& + \left[f_{31}(k_1', \varphi', \eta) + f_{31}(k_3', \varphi', \eta) \right]_{\varphi_1'=x_0-l}^{\varphi_2'=x_0-l-d} - \\
& - \left[f_{31}(k_2', \psi', \eta) + f_{31}(k_4', \psi', \eta) \right]_{\psi_1'=x_0+l}^{\psi_2'=x_0+l+d} \left. \begin{array}{l} \eta_2=z_0-h \\ \eta_1=z_0+h \end{array} \right\} \forall \kappa \in [1, n_p]
\end{aligned}$$

$$f_{31}(k, \varphi, \eta) = -\eta \cdot \operatorname{arsh} \frac{k + \varphi}{\sqrt{\varphi^2 + \eta^2}} +$$

$$+ \varphi \cdot \operatorname{arctg} \frac{(k + \varphi) \cdot \eta}{\varphi \cdot \sqrt{(k + \varphi)^2 + \varphi^2 + \eta^2}};$$

$$f_{32}(k, \varphi, \eta) = \sqrt{2} \cdot \eta \cdot \operatorname{arsh} \frac{k + 2 \cdot \varphi}{\sqrt{k^2 + 2 \cdot \eta^2}} -$$

$$- k \cdot \operatorname{arctg} \frac{(k + 2 \cdot \varphi) \cdot \eta}{k \cdot \sqrt{(k + \varphi)^2 + \varphi^2 + \eta^2}};$$

$$f_3^0(k, \varphi, \eta) = f_{31}(k, \varphi, \eta) + f_{32}(k, \varphi, \eta);$$

$$k_1' = -k_1 = [(y_0 - a) - (x_0 - l)];$$

$$k_2' = -k_2 = [(y_0 + a) - (x_0 + l)];$$

$$k_3' = k_3 = -[(y_0 + a) + (x_0 - l)];$$

$$k_4' = k_4 = -[(y_0 - a) + (x_0 + l)], \quad (11)$$

где i^* – плотность тока на единицу площади сечения обмотки катушки;

$2 \cdot h, d$ – высота и толщина её обмотки;

$2 \cdot l, 2 \cdot a$ – розміри її же внутрішнього пространства;

x_0, y_0, z_0 – координати точки пространства, в якій описується поле.

В вираженнях (11), крім того:

$$i^* = 0,5 \cdot i \cdot w \cdot (h \cdot d)^{(-1)}, \quad (12)$$

де w – число витків катушки.

Далі, в (12), замість i , послідовально підставляються значення фазових токів якоря $i^\rho \forall \rho \in [A, B, C]$ і, згідно (11) і (10), знаходяться компоненти $V_{\rho q} \forall \rho \in [A, B, C], q \in [\overline{1, 3}]$ індукції поля, створюваного кожним з них.

Пространство системи $O\Xi_\chi \forall \chi \in [\overline{1, 3}]$ – евклідово. Тому миттєве значення модуля вектора повної індукції поля, створюваного током ρ -ої фази якоря, може бути визначено вираженням

$$V_\rho = \sqrt{V_{\rho q}^{(2)} \cdot e^q}; \quad e^q = 1 \forall \rho \in [A, B, C], q \in [\overline{1, 3}]. \quad (13)$$

Кожне з значень V_α пропорційно породжує його i^α , змінюючись косинусоїдально. Тому індукція повного поля якоря в цілому змінюється [5] згідно закону

$$V_{res} = 1,5 \cdot V_{max} \cdot \exp(-j \cdot \omega \cdot t); \quad j^{(2)} = -1, \quad (14)$$

де V_{max}, ω – амплітуда і частота зміни індукції поля одного з токів $i^\rho \forall \rho \in [A, B, C]$.

Результат дослідження, верифікуючий його коректність

На основі синтезованої ММ ПТ ЛСД МЛП, була побудована відповідна комп'ютерна модель. В якості прикладу результатів функціонування останньої, на рис. 1 наведено отриману осцилограму сили тяги двигача в режимі розгону МЛП. Аналіз цього результату свідчить про спроможність моделей, а отже – об їх придатності, після верифікації і необхідної адаптації к вимогам конкретних практичних завдань, к використанню в процесі досліджень динаміки МЛП, оснащених ЛСД.

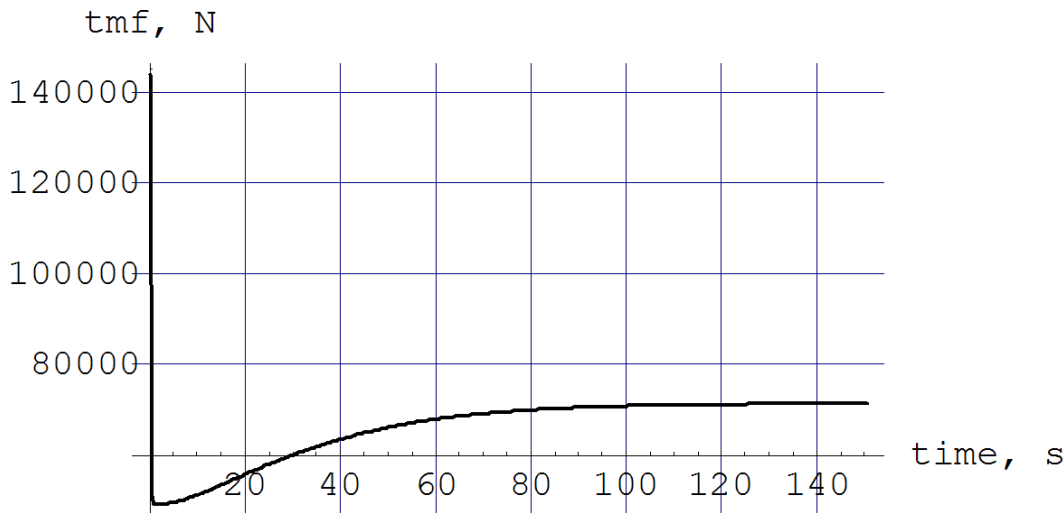


Рис. 1 Сила тяги ЛСД МЛП

Научная новизна и практическая значимость исследования

Научная новизна исследования усматривается в приоритетности создания интегративной холистической парадигмы, ассимилирующей преимущества теорий электрических цепей и магнитного поля, а также соответствующей версии модели РТ двигателя.

Практическая значимость создания указанных парадигмы и модели состоит, очевидно, в возможности существенного повышения эффективности динамических исследований МЛП, на фоне неповышения их ресурсоёмкости, при использовании в их процессе созданных парадигмы и модели.

Вывод

Создана версия ММ ПТ ЛСД МЛП, ассимилирующая достоинства версий модели, созданных в рамках автономных парадигм теорий цепей и поля, но свободная от недостатков таких версий. Этим исчерпывающе решена задача настоящей части исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией / Дзензерский В. А., Омеляненко В. И., Васильев С. В., Матин В. И., Сергеев С. А. – К.: Наук. думка, 2001. – 479 с.
2. Вольдек А.И. Электрические машины. – Л.: Энергия, 1984 – 832 с.
3. Поляков В. А., Хачапуридзе Н. М. Динамика тяговой электромагнитной подсистемы магнитолевитирующего поезда // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія “Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління” – 2012. Вып. 19. № 1015. – С. 268 - 273.
4. Поляков В. А., Хачапуридзе Н. М. Динамика тяговой подсистемы магнитолевитирующего поезда (полевая парадигма исследования) //

- Науковий вісник Херсонської морської академії – 2013. – № 1 (8). С. 258 - 266.
5. Сипайлов Г. А., Кононенко Е. В., Хорьков К. А. Электрические машины (специальный курс) – М.: Высш. шк., 1987. – 287 с.
 6. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
 7. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. – М.: Высш. шк., 1996. – 578 с.
 8. Львович А. Ю. Электромеханические системы. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. – 296 с.
 9. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1955. – 275 с.
 10. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1967. – 644 с.
 11. Бирюков В. А. Магнитное поле прямоугольной катушки с током // Журнал технической физики. – 1961. – Т. XXXI, № 4. – С. 428 - 435.
 12. Azukizava T. Optimum linear synchronous motor design for high speed ground transportation // IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems. – 1983. – V. Pas-102, № 10. – P. 3306 - 3314.
 13. Fujiwara S. Superconducting maglev and its electromagnetic characteristics // SAE Technical Paper Series. – 1995. – SAE 95-1922. – P. 1 - 6.
 14. Lakhavani S. T., Davson G. E. Study of a liner synchronous motor for high speed transport applications // 34th Vehicular Technol. Conf. – Pittsburg, 1984. – P. 220 - 225.
 15. Matsuoka K. Multi-phase current-fed inverter-driven linear motor and its application to the guided ground transportation system // The Proc. IPEC. – Tokyo, 1990. – V. 1. – P. 604 – 611.
 16. Wang, Xudong, Yuan, Shiyang, Wang, Zhaoan Three Dimensional Electromagnetic Field Equations and General Problems with Definitive Solution in Linear Motor Anisotropic Media // Transacti. of China Electrotechn. Soc., Vol 21, No.6, 2006, pp. 59-64