

УДК 519.6; 537.8

Качественные модели сверхизлучения в инвертированных средах

А. В. Киричок, А. В. Мишин

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина

Обговорується динаміка дворівневої системи поблизу порогу індукованого випромінювання, коли початкова інверсія населеностей дорівнює квадратному кореню від повної кількості станів. За перевищення цього порогу кількість квантів починає зростати експоненціально у часі. В роботі зроблено спробу пояснити природу цього порогу. Для цього було виділено спонтанну та індуковану складові у структурі випромінювання та проведено відповідну редукцію системи рівнянь. Використання якісних моделей в значній мірі прояснило деталі процесів формування імпульсу індукованого випромінювання та росту інтенсивності спонтанного випромінювання.

Ключові слова: *новий поріг індукованого випромінювання, імпульс індукованого випромінювання, квазікласична модель, випромінювання згустку заряджених часток.*

Обсуждается динамика двухуровневой системы вблизи порога индуцированного излучения, когда начальная инверсия заселенностей равна корню квадратному из полного числа состояний. При превышении этого порога число квантов начинает расти экспоненциально со временем. В работе сделана попытка пояснить природу этого порога. Для этого было выделено в структуре излучения спонтанной и индуцированной составляющих и проведена соответствующая редукция системы уравнений. Использование качественных моделей в значительной степени прояснило детали процессов формирования импульса индуцированного излучения и роста интенсивности спонтанного излучения.

Ключевые слова: *новый порог индуцированного излучения, импульс индуцированного излучения, квазиклассическая модель, излучение пучка заряженных частиц.*

Discussed the dynamics of the two-layer system near the threshold of stimulated emission when initial population inversion is equal to the square root of full number of states. The number of quanta begins to grow exponential if this threshold is exceeded. In current work an effort was made to clarify the nature of this threshold. So, spontaneous and induced constituents of an emission were isolated and corresponding reduction in the equations system was made. Using of qualitative models largely clarified details of the process of formation of the stimulated emission pulse and an increase in intensity of the spontaneous emission.

Key words: *new threshold of stimulated emission, momentum of stimulated emission, quasiclassical model, radiation beam of charged particles.*

1. Введение

Описание физических явлений с помощью систем уравнений в частных производных, выведенных на основе наблюдений и экспериментальных фактов часто скрывает от исследователя ряд важных явлений. Особенно в тех случаях, когда в данной области изменения переменных и для некоторых интервалов параметров исследователи не ожидают обнаружить аномалий и смены тенденций в динамике систем. Полезным для создания эффективных имитационных моделей является использование эвристических, основанных на эмпирических данных подходов к описанию процессов, внесение в известные универсальные уравнения и описания полезных изменений. Ибо по мнению А.

Пуанкаре «главным образом уравнения нас должны учить тому, что можно и что следует в них изменить». Ниже рассмотрим две качественные модели сверхизлучения, основанные на выделении важных характеристик, основанных на эмпирическом опыте и редукции традиционных систем уравнения для выделения динамики этих характеристик.

В первой модели двухуровневой квантовой системы [1] обсуждается выделение в структуре излучения спонтанной и индуцированной составляющих и соответствующей редукции системы уравнений. Спонтанным принято называть излучение осциллятора (или иного излучателя), не навязанное внешним полем на данной частоте. Индуцированным или вынужденным называют излучение, возникающее вследствие воздействия внешнего поля на источник излучения на той же самой частоте. Существовали трудности интерпретация индуцированного излучения как излучения когерентного. Ибо в квантовом описании, где в отличие от классического случая нельзя было ничего сказать о фазах полей, излучаемых отдельными атомами и молекулами, представление о когерентности излучения практически не используется. Тем не менее Ч. Таунс, опираясь на многочисленные экспериментальные факты полагал, что «...энергия, излучаемая молекулярными системами, имеет то же самое распределение поля и ту же самую частоту, что и индуцирующее излучение, а следовательно и постоянную (возможно нулевую) разность фаз» [2].

Во второй работе обсуждается излучение в среде пучка заряженных частиц, начальная функция распределения по скоростям которого в пространстве скоростей содержит инвертированный участок, в котором число частиц с ростом значения скорости увеличивается. В этом случае (см., например, [3]) возможно как спонтанное, так и индуцированное излучение резонансных волн среды. Резонансные условия здесь состоят в синхронизации скорости пучка и фазовой скорости коллективных возмущений среды.

Целью работы является построение и анализ качественных моделей двухуровневой системы и пучка заряженных частиц в среде с разделением спонтанного и индуцированного излучения.

2. Качественная модель описания двухуровневой системы

Рассмотрим поведение инвертированной двухуровневой квантовой системы вблизи обнаруженного в работах [1] порога индуцированного излучения. Ниже этого порога излучение в пространственно однородных системах возможно только спонтанное. Согласно представлениям А. Эйнштейна [1], описание двухуровневой системы при наличии излучения на частоте перехода $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \hbar\omega_{12}$ следующее

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = -(u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 + w_{12} \cdot N_k \cdot n_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -w_{12} \cdot N_k \cdot n_1 + (u_{21} + w_{12} \cdot N_k) \cdot n_2,$$

причем полное число частиц системы на первом и на втором уровне постоянно $n_1 + n_2 = Const$, $u_{21} \cdot n_2$ - скорость изменения количества квантов второго возбужденного уровня за счет спонтанных процессов излучения. Скорость

изменения количества квантов (частиц) на этих уровнях за счет индуцированных процессов излучения $w_{21} \cdot N_k \cdot n_2$ и поглощения $w_{12} \cdot N_k \cdot n_1$. Здесь N_k - число квантов излучения на частоте перехода, для которого справедливо уравнение

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 - (w_{12} \cdot N_k) \cdot n_1 \quad (2)$$

Перепишем систему уравнений (1)-(2) в виде

$$\partial n_2 / \partial t = -n_2 - \mu \cdot N_k, \quad (3)$$

$$\partial \mu / \partial t = -2n_2 - 2\mu \cdot N_k, \quad (4)$$

$$\partial N_k / \partial t = n_2 + \mu \cdot N_k \quad (5)$$

где $\tau = w_{21} \cdot t$, $u_{21} = w_{21} = w_{12}$. Ниже обсудим случай, когда инверсия $\mu = n_2 - n_1 \ll n_1, n_2$. Если начальное значение инверсии μ_0 оказывается больше или меньше порогового значения [4], равного

$$\mu_{TH2} = 2(N)^{1/2}, \quad (6)$$

в системе возможно появление индуцированное излучение, рост которого во времени приобретает экспоненциальный характер.

Можно, пренебрегая процессами стабилизации числа квантов, на качественном уровне предположить, что слагаемые в правых частях уравнений (2) пропорциональные N_k , отвечают индуцированным когерентным процессам, также как и число квантов N_k , записанное там же. Рационально представить число квантов как сумму индуцированной когерентной и спонтанной, некогерентной, составляющих $N_k = N_k^{(incoh)} + N_k^{(coh)}$ и записать уравнения (1)-(2) в виде

$$\partial n_2 / \partial \tau = -n_2 - \mu \cdot N_k^{(coh)} \quad (7)$$

$$\partial \mu / \partial \tau = -2n_2 - 2\mu \cdot N_k^{(coh)} \quad (8)$$

$$\partial N_k^{(incoh)} / \partial \tau = n_2 \quad (9)$$

$$\partial N_k^{(coh)} / \partial \tau = \mu \cdot N_k^{(coh)} \quad (10)$$

где $u_{21} = w_{21} = w_{12}$, $n_2 = (N + \mu) / 2$, а полное число частиц на двух уровнях $N = n_1 + n_2$.

Сравним характеры развития процесса описываемого уравнениями (11)-(13) (верхняя часть таблицы 1) и процесса, описываемого уравнениями (14)-(15) (нижняя часть таблицы 1).

Таблица 1. Качественная и традиционная системы уравнений вблизи порога(б)	
Качественная система уравнений	
$\partial M / \partial T = -N_0 - 2M \cdot N_c$;	(11)
$\partial N_{inc} / \partial T = N_0 - \theta \cdot N_{inc}$;	(12)
$\partial N_c / \partial T = M \cdot N_c - \theta \cdot N_c$.	(13)
Традиционная система уравнений	

$$\partial M_1 / \partial T = -2n_{21} - 2M \cdot N_1; \quad (14)$$

$$\partial N_1 / \partial T = n_{21} + M_1 \cdot N_1 - \theta \cdot N_1. \quad (15)$$

где $N_{inc} = N_k^{(inc)} / \mu_0$, $N_c = N_k^{(coh)} / \mu_0$, $M = \mu / \mu_0$, $M = M_1 = \mu / \mu_0$, $T = w_{21} \cdot \mu_0 \cdot t = \mu_0 \cdot \tau$, $N_1 = N_k / \mu_0$, единственным удобным для анализа свободным параметром является $N_0 = N / \mu_0^2$. Для корректности сравнения будем считать, что общее число реальных состояний $N = n_1 + n_2 = 10^{12}$, а пороговая инверсия $N_0 = N / \mu_0^2$, $\mu_{0th} = \sqrt{N} = 10^6$. Переход к единой шкале времени будем оценивать согласно соотношению $T = \tau \cdot \mu_0$, где T - время в каждом отдельном случае. Начальные значения определим следующим образом $M(T=0) = M_1(T=0) = 1$, $N_{inc}(T=0) = N_{inc} / \mu_0 = 3 \cdot 10^4 / \mu_0$; $N_c(T=0) = N_c / \mu_0 = 3 \cdot 10^4 / \mu_0$; $N_1(T=0) = N_k / \mu_0 = 3 \cdot 10^4 / \mu_0$.

Поглощение энергии поля учитывается значением $\theta = \delta / \mu_0$.

В отсутствие поглощения энергии квантов согласно качественному описанию (11)-(13) после уменьшения амплитуды импульса когерентного излучения число квантов спонтанного излучения продолжает расти. В традиционной модели (14)-(15) процессы поглощения ограничивают рост полного числа квантов, и уровень излучения выходит на свое стационарное значение. Однако сравнивая динамику процессов можно понять, что после уменьшения амплитуды когерентного импульса основной вклад в полное число квантов дает спонтанный процесс. То есть, на временах, превышающих длительность когерентного импульса, доминирует некогерентное излучение.

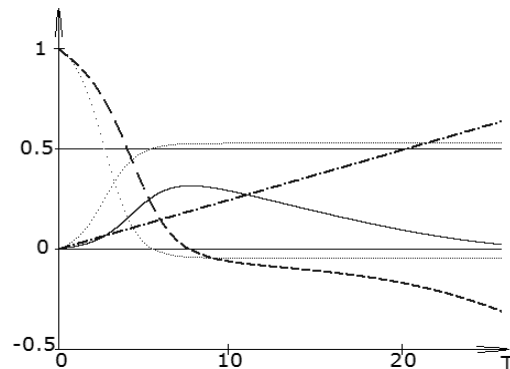


Рис.1. Поведение величин M_1 и N_1 (точки), M (пунктир), N_c и N_{inc} (сплошная и штрихпунктирная линии, соответственно) при отсутствии поглощения ($\theta = 0$) и при $N_0 = N / \mu_0^2 = 0.05$.

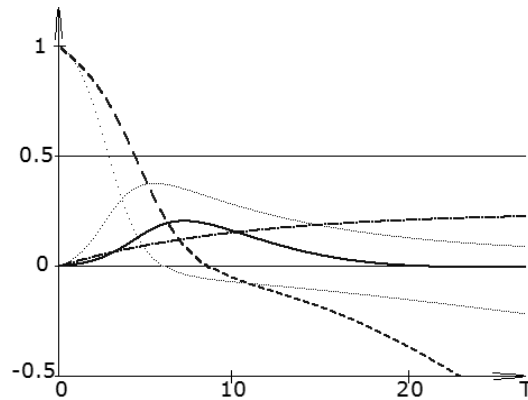


Рис.2. Поведение величин M_1 и N_1 (точки), M (пунктир), N_c и N_{inc} (сплошная и штрихпунктирная линии, соответственно) при отсутствии поглощения ($\delta = 2 \cdot 10^5$, $\theta = \delta / \mu_0 = 0.045$) и при $N_0 = N / \mu_0^2 = 0.05$.

Учет поглощения квантов поля подавляет процессы генерации, поэтому было выбраны сравнительно небольшие уровни потерь их энергии, то есть $\delta = 2 \cdot 10^5$ и $\delta = 4 \cdot 10^5$.

Характер процесса генерации сохраняет те же черты. Однако теперь поглощение ограничивает время существования генерации и отличия между двумя описаниями менее выражены. Следует обратить внимание на тот факт, что в случае фиксированного конечного уровня потерь или поглощения энергии квантов, размер когерентного импульса не меняется даже при значительном увеличении уровня инверсии заселенностей.

3. Качественное описание излучения пучка заряженных частиц

Рассмотрим процесс спонтанного излучения плазменных волн электронным пучком, движущимся со скоростью v в направлении оси OZ в холодной плазме. Ограничимся для простоты описания одномерным случаем. Для пучка частиц с функцией распределения

$$f_b = [n_{b0} / \sqrt{\pi} \cdot v_{Tb}] \cdot \exp\{-(v - v_{0b})^2 / v_{Tb}^2\} \quad (16)$$

(где n_{b0} - однородная в пространстве плотность электронов пучка, v_{0b} , $v_{Tb} = \sqrt{2T_b/m}$ - средняя и тепловая скорости пучка соответственно, при этом $v_{0b} \gg v_{Tb}$, T_b - температура пучка в энергетических единицах, m - масса покоя электрона), изменение плотности энергии поля в единице объема пучка в единицу времени за счет спонтанного излучения плазменных (ленгмюровских) колебаний (которое при отсутствии пространственной модуляции пучка имеет случайный характер), равно

$$\frac{\partial E_k^{(spont)}}{\partial t} = \int dk \int v \cdot f_k(v) \cdot F(k) \quad (17)$$

где сила радиационного торможения, приходящаяся на одну частицу пучка равна

$$F(k) = 4\pi \cdot ie^2 / [k\varepsilon(kv_{0b}, k)], \quad (18)$$

причем связь между плотностью энергии E_k и напряженностью электрического поля плазмонов E_k определяется соотношением

$$E_k = \frac{\partial \omega \varepsilon(\omega, k)}{\partial \omega} |E_k|^2 \approx \frac{\omega_{pe}^2}{4\pi \omega^2(k)} |E_k|^2, \quad \text{диэлектрическая проницаемость плазмы}$$

$$\varepsilon(\omega, k) = \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + i\nu_{ei})}, \quad e - \text{заряд электрона, } n_{p0} - \text{плотность электронов}$$

плазмы, k и $\omega(k) = \omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_{p0} / m}$ - волновое число и частота ленгмюровской волны. Можно показать, что с учетом всех приведенных соотношений, уравнение для изменения плотности энергии ленгмюровских колебаний при спонтанном излучении принимает вид

$$\frac{\partial E_k^{(spon)}}{\partial t} = 2\pi^2 e^2 \frac{\omega^2(k)}{k^3} f_b\left(\frac{\omega(k)}{k}\right). \quad (19)$$

Изменения функции распределения за счет спонтанных процессов можно представить как

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_b(v)}{\partial t} &= 2\pi^2 e^2 \frac{\omega(k)}{\hbar k^3} \left\{ f_b(v) \Big|_{v=\frac{\omega(k)}{k} + \frac{\hbar k}{m}} - f_b(v) \Big|_{v=\frac{\omega(k)}{k}} \right\} = \dots \\ &\dots = 2\pi^2 e^2 \frac{\omega(k)}{k^2 \cdot m} \cdot \frac{\partial f_b(v)}{\partial v} \Big|_{v=\frac{\omega(k)}{k} + \frac{\hbar k}{m}} \end{aligned} \quad (20)$$

Часто спонтанным излучением пучка пренебрегают по сравнению с вынужденным (индуцированным) излучением.

Вынужденное излучение происходит под воздействием поля внешнего по отношению к каждому излучателю. При этом происходит синхронизация фаз излучателей и излучение приобретает когерентный характер. Выражение для изменения энергии поля такого вынужденного когерентного излучения можно получить в рамках классического описания прямым вычислением или привлекая квантовые представления:

$$\frac{\partial E_k^{(ind)}}{\partial t} = 2\pi^2 e^2 \cdot \frac{\omega(k)}{k^3} \cdot E_k^{ind} \cdot \frac{k}{m} \frac{\partial f_b(v)}{\partial v} \Big|_{v=\frac{\omega(k)}{k}} = \gamma_L \cdot E_k^{ind}, \quad (21)$$

где $\gamma_L = (\sqrt{\pi}/2) \frac{\omega_b^2 \omega(k)}{k^3 v_{Tb}^3} \exp\left\{-\frac{[kv_{0b} - \omega(k)]^2}{k^2 v_{Tb}^2}\right\} [kv_{0b} - \omega(k)]$ - в случае

выбранной нами ранее функции распределения электронов пучка (1) известный [3] инкремент кинетической пучково-плазменной неустойчивости (неустойчивости пучка с большим разбросом по скоростям $(n_{b0}/n_{p0}) \ll (v_{Tb}^3/v_0^3)$) в отсутствие потерь энергии плазмонов. Изменения

функции распределения за счет индуцированных процессов описываются известным уравнением квазилинейной теории:

$$\frac{\partial f_{b0}(\varepsilon)}{\partial t} = 2\pi^2 e^2 E_k^{ind} v \cdot \omega(k) \cdot \frac{\partial^2 f_{b0}(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon(k)}. \quad (22)$$

где $\varepsilon = mv^2/2$, $\varepsilon(k) = m\omega^2(k)^2/2k^2$.

Рационально переписать уравнения для изменения квантов спонтанного и индуцированного излучения, соответственно $N_k^{spon} = E_k^{spon}/\hbar\omega(k)$ и $N_k^{ind} = E_k^{ind}/\hbar\omega(k)$, выбрав масштаб времени $2\pi^2 \cdot t \cdot e^2 \omega(k)/\hbar k^3 = \tau$, то есть

$$\frac{\partial N_k^{(spon)}}{\partial \tau} = f_b(v) \Big|_{v=\frac{\omega(k)}{k}} = f_b[\varepsilon(k)], \quad (23)$$

$$\frac{\partial N_k^{(ind)}}{\partial t} = N_k^{(ind)} \cdot \frac{\hbar k}{m} \frac{\partial f_b(v)}{\partial v} \Big|_{v=\frac{\omega(k)}{k}} = \hbar\omega \cdot N_k^{(ind)} \cdot \frac{\partial f_b(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon(k)}, \quad (24)$$

Таким образом, в простой нормировке система уравнений, описывающая релаксацию пучка в условиях возбуждения ленгмюровских колебаний, может быть записана в виде

$$\partial n_s / \partial \tau = -n_s - \mu_0 \cdot (n_s - n_{s-1}) \cdot N_s^{(ind)} + \mu_0 \cdot (n_{s+1} - n_s) \cdot N_{s+1}^{(ind)} \quad (25)$$

$$\partial N_s^{(spon)} / \partial \tau = n_s, \quad (26)$$

$$\partial N_s^{(ind)} / \partial \tau = \mu_0 \cdot (n_s - n_{s-1}) \cdot N_s^{(ind)}, \quad (27)$$

где использованы следующие выражения, $N_s^{(spon)} = N_{ks}^{(spon)}/\mu_0$, $N_s^{(ind)} = N_{ks}^{(ind)}/\mu_0$, $N_{ks}^{ind} - N_{ks-1}^{ind} = \mu_0$. Обратим внимание на то, что уравнения используют разделение на спонтанное и индуцированное излучение.

Рассмотрим случай, когда с максимальным линейным инкрементом возбуждаются колебания в режиме генерации индуцированного излучения, при этом выделим только резонансный интервал скоростей пучка, $N_s^{(ind)} = N^{(ind)}$, $N^{(ind)}|_{\tau=0} = 0.1$, $1 < s < \Sigma = 100$, $N_s^{(spon)}|_{\tau=0} = 0$, $\mu_0 = 0.5$, $n_s|_{\tau=0} = 1 + \mu_0(s-1)$. Уравнения (27) сводятся к одному

$$\partial N^{(ind)} / \partial \tau = \mu_0 \cdot (n_\Sigma - n_1) \cdot N^{(ind)}, \quad (28)$$

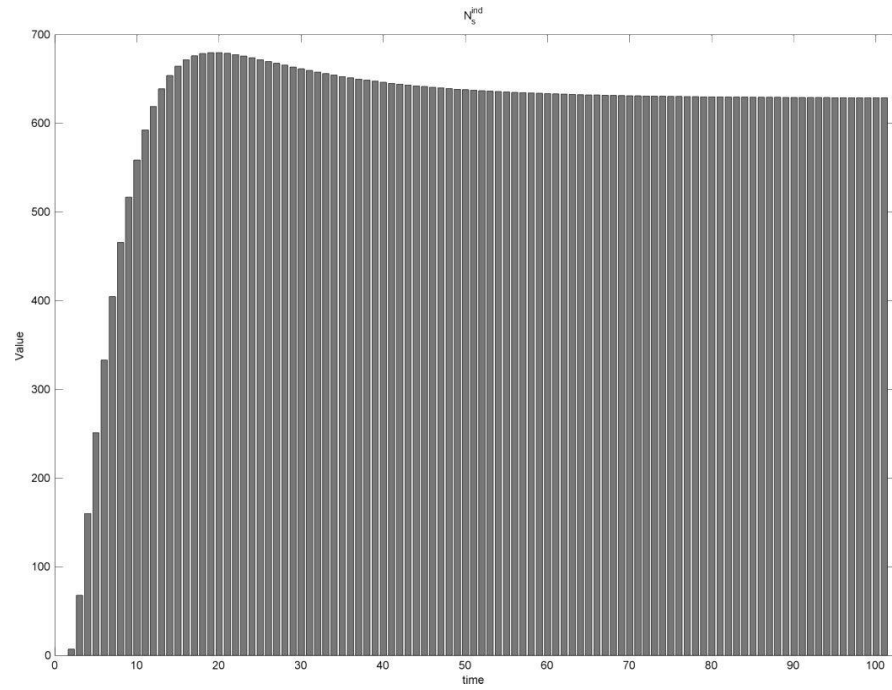


Рис. 3а). Поведення величини $N_s^{(ind)}$ в резонансному інтервалі.

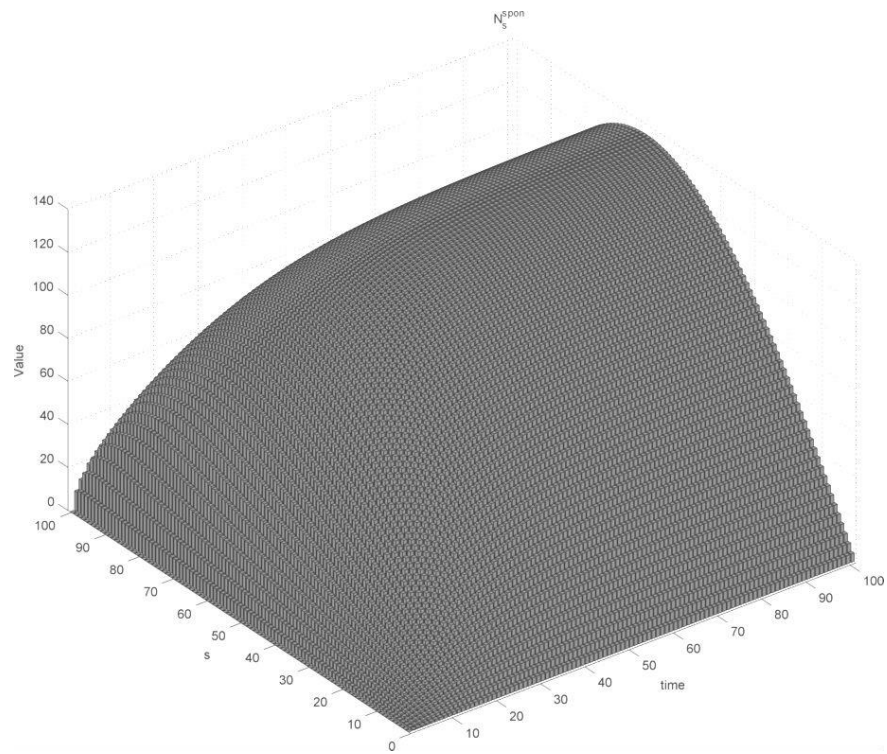


Рис. 3б). Поведення величини $N_s^{(spon)}$

На рис. 3а) показан рост квантов индуцированного излучения в резонансном интервале, на рис. 3б) можно видеть как изменяется величина спонтанного излучения.

На рис.4 показано изменение инверсии в результате излучения.

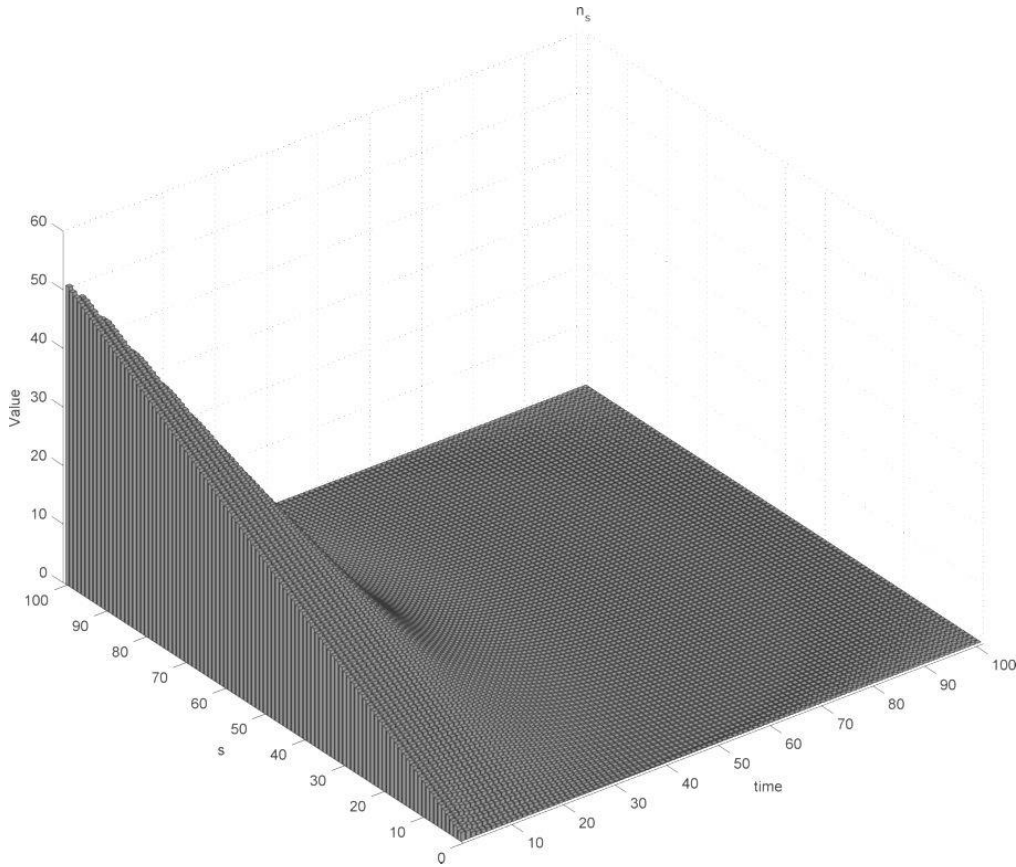


Рис.4. Поведение величины n_s

Представляет также интерес рассмотреть режим, когда учитывается также и нерезонансные области пучка в пространстве скоростей. Пусть резонансная область отвечает значениям $30 < s < 70$, а нерезонансные области $1 < s < 29$ и $71 < s < \Sigma = 100$.

$$n_s|_{\tau=0} = 1 + \mu_0(s-1), \quad \mu_0 = 0.9,$$

$$N_{30}^{(ind)} = N_{31}^{(ind)} = \dots = N_{70}^{(ind)} = N^{(ind)}, \quad N^{(ind)}|_{\tau=0} = 0.1, \quad N_s^{(spon)}|_{\tau=0} = 0,$$

$$N_1^{(ind)}|_{\tau=0} = \dots = N_{29}^{(ind)}|_{\tau=0} = 0.1, \quad N_{71}^{(ind)}|_{\tau=0} = \dots = N_{\Sigma}^{(ind)}|_{\tau=0} = 0.1.$$

Уравнения (27) для резонансных областей сводятся к одному

$$\partial N^{(ind)} / \partial \tau = \mu_0 \cdot (n_{70} - n_{30}) \cdot N^{(ind)}, \quad (29)$$

а для нерезонансных следует воспользоваться уравнениями (27).

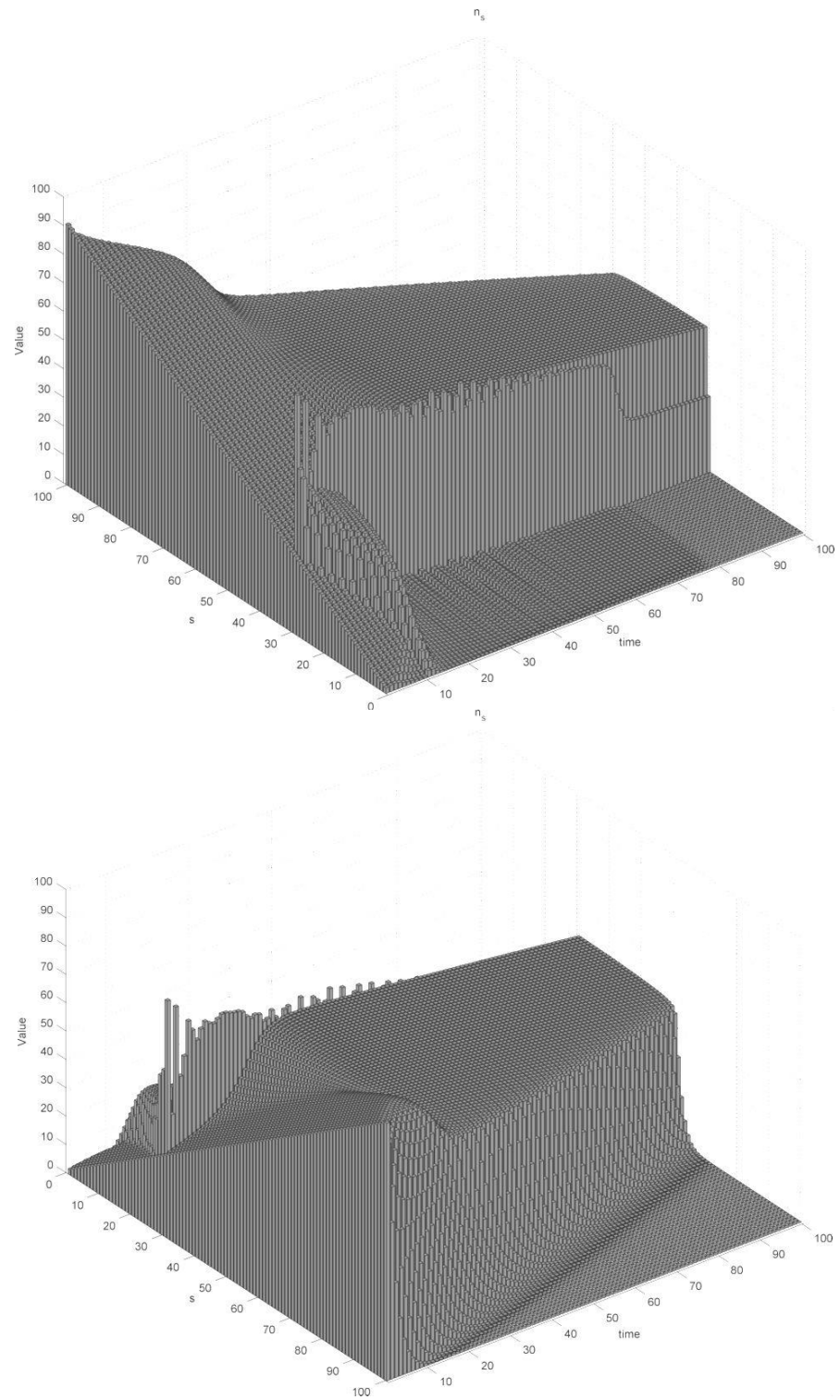


Рис.5. Поведение величины n_s с учетом нерезонансных областей пучка.

В этом случае индуцированный процесс формирует «плато» у функции распределения (см. рис.5), ширина и высота которого постепенно уменьшается из-за действия спонтанных процессов.

4. Выводы

Обсуждаемый в первой модели двухуровневой системы порог когерентного излучения отвечает случаю, когда случайно распределенное по фазам спонтанное излучение сравнивается с излучением индуцированным. Последнее в большей степени когерентное излучение, или представляет собой несколько узких волновых пакетов когерентного излучения. При относительно небольших уровнях инверсии $\sqrt{N} \ll \mu_0 \ll N$ когерентное излучение всегда присутствует в виде достаточно короткого импульса с длительностью $\tau < (\mu_0 / N)$. На больших временах $\tau > (\mu_0 / N)$ доминирует некогерентное излучение. При учете поглощения, даже небольшого, длительность когерентного импульса практически не меняется при росте инверсии, по крайней мере, достаточно далеко от порога.

Разделение излучения на индуцированную и спонтанную часть также позволяет понять не только характер искажения функции распределения пучка заряженных частиц, распространяющегося в плазменной среде, но и причины его вызывающие.

Таким образом, использование качественных моделей, использующих разделение квантов поля по их происхождению проясняет детали процесса формирования импульса индуцированного излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.Einstein . Quantentheorie der Strahlung. // Mitteilungen d. Phys. Ges. Zurich, Nr. 18, (1916); Phys. Zs. Nr.18, p.121, (1917); перев.: К квантовой теории излучения. УФН, 1965, т. 86, в. 3, с.371-381.
2. Таунс Ч. Получение когерентного излучения с помощью атомов и молекул./УФН, 1966, том.88, в. 3 с.461-483.
3. Основы плазменной электроники / А. Н. Кондратенко, В. М. Куклин – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 320 с.
4. Kuklin V.M., Zagorodny A.G. To realization condition of maser radiation/ XIV Khariton's Topical Scientific Readings "High-Power Pulsed Electrophysics" March 12-16, 2012. Sarov, Russia.