

УДК 539.3+519.60

**Русанов
Роман Андрійович**

доктор філософії., старший дослідник старший науковий
співробітник
Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН
України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: yubykoff@gmail.com;
<https://orcid.org/0000-0001-7089-8993>

**Биков
Юрій Адольфович**

к.т.н., старший науковий співробітник
Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН
України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: yubykoff@gmail.com;
<https://orcid.org/0000-0001-7089-8993>

**Дегтярьов
Кирило Георгійович**

к.т.н., науковий співробітник
Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН
України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: kdegt89@gmail.com;
<https://orcid.org/0000-0002-4486-2468>

**Стрельнікова
Олена Олександрівна**

Д.т.н., проф., провідний науковий співробітник
Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН
України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: elena15@gmxl.com;
<https://orcid.org/0000-0003-0707-7214>

**Чугай
Марина Олександрівна**

к.т.н., старший науковий співробітник
Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН
України, м. Харків, вул. Комунальників, 2/10, 61023
e-mail: chugay.marina@gmail.com;
<https://orcid.org/0000-0002-0696-4527>

Комп'ютерне моделювання міцності та коливань елементів парових турбін

Метою роботи є розроблення ефективного методу для дослідження міцності та коливань елементів парових турбін.

Актуальність

У сучасних умовах стає все більш актуальною проблема заміни або оновлення обладнання, що працює протягом тривалого часу. Зростаючі вимоги до надійності та ефективності електростанцій зумовлюють необхідність модернізації гідротурбінного і паротурбінного обладнання, яке використовується на гідроелектростанціях. Ситуація з енергетичним обладнанням особливо загострилася в умовах бойових дій. Під час експлуатації лопатки гідравлічних і парових турбін зазнають значних навантажень від робочого середовища (рідини), з яким вони взаємодіють. Такі навантаження викликають вимушені коливання лопаток. Якщо частоти цих коливань збігаються з частотами зовнішніх сил, може виникнути резонанс, що призводить до серйозних пошкоджень або виходу обладнання з ладу. Це обумовлює актуальність теми цього дослідження.

Методи дослідження

Для розв'язання задачі моделювання міцності та коливань елементів парових турбін використані методи заданих форм та скінченних елементів

Результати

Побудовано неперервні та дискретні математичні моделі для визначення напружень та деформацій в пружних елементах конструкцій, а також знаходження частот та форм їх вільних коливань. Дискретна математична модель заснована на використанні методів скінченних та граничних елементів. Статичні характеристики та форми вільних коливань лопатей у повітрі обчислюються за допомогою метода скінченних елементів. Матриця приєднаних мас рідини визначається методом граничних елементів. Припускається, що рідина є нестисливою та ідеальною, а її рух, індукований коливаннями лопаті, є безвихровим. Задачу визначення тиску рідини зведено до розв'язання гіперсингулярного інтегрального рівняння. Запропоновано ефективний числовий метод для його розв'язання. Визначено напружено-деформований стан та прогнози лопаті під дією аеродинамічних, вагових та інерційних навантажень. Встановлені зони максимальних напружень, надані рекомендації щодо покращення геометричних параметрів моделі, та з можливого застосування матеріалів з покращеними характеристиками.

Висновки

Побудовано математичну модель для дослідження статичних та динамічних характеристик елементів гідравлічних та парових турбін. Для побудови дискретної моделі, прийнятної для проведення числових розрахунків, використані

методи скінченних та граничних елементів. Проведено дослідження статичного стану лопатки другого вінця останнього ступеня ЦНТ парової турбіни потужністю 1000+ МВт на 1500 об/хв. Виявлені зони максимальних напружень. Надані рекомендації щодо покращення геометричних параметрів моделі, та з можливого застосування матеріалів з покращеними характеристиками. В подальшому передбачається проведення модального аналізу, як з урахуванням, так і без врахування приєднаних мас рідини.

Ключові слова: методи скінченних та граничних елементів, лопатки парових турбін, напружено-деформований стан, приєднані маси рідини, гіперсингулярні інтегральні рівняння

Як цитувати: Русанов Р. А., Биков Ю. А., Дегтярьов К. Г., Стрельнікова О. О., Чугай М. О. Комп'ютерне моделювання міцності та коливань елементів парових турбін. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2024. вип. 63. С.73-81. : <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-07>

How to quote: R. A. Rusanov, Yu. A. Bykov, K.G. Degtyarev, O. O. Strelnikova, and M. O. Chugay "Computer modeling of strength and vibrations of steam turbine elements" *Bulletin of V. N. Karazin Kharkiv National University, series Mathematical modelling. Information technology. Automated control systems*, vol. 63, pp.73-81, 2024. : <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-63-07>[in Ukrainian]

1 Вступ

Останнім часом набуває актуальності проблема відновлення повної заміни обладнання, що діє довгий час. Зріст рівня вимог до надійності та ефективності електростанцій потребує модернізації гідротурбінного та паротурбінного обладнання на гідроелектростанціях. Особливо ускладнилась ситуація з енергетичним обладнанням в теперішній час бойових дій. У процесі експлуатації лопатки гідравлічних та парових турбіни відчувають значні навантаження з боку середовища (рідини), з яким вони взаємодіють. Такі навантаження призводить до їх вимушених коливань. Якщо власні частоти коливань лопатей та частоти коливань діючих сил близькі, то існує ймовірність виникнення резонансу, що призводить до виходу з ладу обладнання. Тому основна вимога до устаткування на етапі проектування – достатні міцність та жорсткість. Це веде до високих вимог до точності розрахунків власних частот на коливань лопатей.

Такі розрахунки використовуються як для прогнозу строку служби для вже діючої робочої конструкції, так і під час проектування нової. В останньому випадку необхідно прогнозувати велику кількість факторів, наприклад, середні напруження, що створюються відцентровою силою та статичним тиском води, змінні напруження, що викликаються зовнішнім навантаженням від тиску води. Все це потребує розроблення високоточних та оперативних методів і комп'ютерних програм дослідження міцності та динаміки. При виборі матеріалів для виготовлення гідротурбін потребується компромісне рішення. З одного боку, цей матеріал повинен забезпечувати максимальну статичну міцність деталі за усіх можливих навантажень, високу кавітаційно-ерозійну міцність та високий строк служби. З іншого ж боку, звісно, при проектуванні прагнуть використання найбільш дешевих металів та сплавів і максимально скороченого циклу виготовлення гідротурбіни взагалі. Необхідно також враховувати умови транспортування деталей гідротурбіни на місце монтажу та особливості її зборки. Вирішення цих питань також потребує розроблення нових ефективних числових методів.

2 Постановка проблеми та огляд сучасного стану питання

Актуальними питаннями сьогодення залишаються проблеми обчислення міцносних та динамічних характеристик енергетичного обладнання з метою уточнення залишкового ресурсу та забезпечення надійності та безпеки конструкцій під час експлуатації. Одним з таких питань є визначення напружено-деформованого стану, частот та форм вільних коливань конструктивних елементів при врахуванні взаємодії з водним або повітряним середовищем [1]- [2]. Це відіграє вирішальну роль у забезпеченні стабільності та зменшенні потенційних небезпек при експлуатації резервуарів, частково заповнених рідиною.

Методи скінчених та граничних елементів використовують зокрема в роботах [3] - [7], тощо. Це найбільш розповсюджені серед сучасних чисельних методів. Методи граничних елементів спираються на використання сингулярних інтегральних рівнянь. Сингулярні та гіперсингулярні інтегральні рівняння розглядаються як ефективний інструмент для розв'язування великого класу крайових задач механіки та математичної фізики. Серед них проблеми механіки руйнування [8], проблеми взаємодії рідини та конструкції [9], дифракції електромагнітних хвиль [10], проблеми

аеродинаміки, що стосуються великих [11] і малих [12] вітряних і морських турбін [13], аналіз напружень та деформацій композитів і нанокompозитів [14]. Саме методи скінченних та граничних елементів надалі використовуються при побудові дискретних математичних моделей для дослідження напружено-деформованого стану, міцності та коливань елементів гідравлічних та парових турбін.

3 Мета дослідження та формулювання задачі

Мета дослідження полягає в розробленні неперервних та дискретних моделей елементів енергетичного обладнання за дії експлуатаційних навантажень та комп'ютерному моделюванні статичних та динамічних характеристик.

3.1. Основні співвідношення

Для опису динаміки пружної конструкції та рідини застосовуються фундаментальні принципи механіки суцільного середовища. Розглянемо пружне тіло, що займає область Σ з межею, позначеною як Γ , на яке діють об'ємні та поверхневі сили. Крім того, частина межі, Γ_1 , контактує з рідиною. Моделі неперервного середовища спрямовані на визначення полів напружень σ_{ij} , деформацій ε_{ij} , переміщень u_i , температури T , тиску p і густини ρ як функцій часу. Для визначення цих полів використовується наступні співвідношення:

рівняння руху в напруженнях

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}; \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3.1)$$

співвідношення Коші для малих деформацій

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (3.2)$$

а також умови сумісності деформацій, граничні та початкові умови, рівняння стану, що пов'язує тиск, температуру та густину середовища. Зв'язок між пружними деформаціями та напруженнями описується законом Гука

$$\sigma_{ij}^e = \delta_{ij} \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}^e + \mu \left(\frac{\partial u_j^e}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i^e}{\partial x_j} \right), \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (3.3)$$

Тут $\mu = E[2(1+\nu)]^{-1}$ – модуль зсуву; $\lambda = E\nu[(1+\nu)(1-2\nu)]^{-1}$ – коефіцієнт Ламе; E , та ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона.

3.2 Дискретне формулювання задачі

Для розв'язання рівнянь руху (3.3) використано метод зважених нев'язок. Невідомі функції зображено рядами по базисним фінітним функціям $\{\psi_n\}_{n=1}^{N_1}$, і як пробні використано функції з цього ж самого базису,. Шляхом інтегрування отриманих співвідношень по об'єму та перетворення об'ємних інтегралів у поверхневі інтеграли отримано скінчено-елементне формулювання даної задачі у такому вигляді:

$$[M_S] \ddot{\mathbf{u}}^e + [C_S] \dot{\mathbf{u}}^e + [K_S] \mathbf{u}^e = \{\mathbf{f}_S\} + \{\mathbf{f}_{pr}\} \quad (3.4)$$

де $[M_S]$, $[C_S]$, $[K_S]$ – матриці мас, демпфування та жорсткості, $\{\mathbf{f}_S\}$ – вектор зусиль, що діють на пружне тіло; $\{\mathbf{f}_{pr}\}$ – вектор зусиль, що характеризують тиск рідини на змочені поверхні пружного тіла. Для знаходження вектору $\{\mathbf{f}_{pr}\}$ сформулюємо початково-крайової задачі з механіки рідини.

Якщо рідина є нестисливою та нев'язкою, а її рух безвихровим, то існує потенціал швидкостей Φ , такий що $\mathbf{v}(x, y, z, t) = \operatorname{grad} \Phi(x, y, z, t)$, та задовольняє рівнянню Лапласа. На бокових поверхнях пружного елемента ставимо умови непроникнення. Сформулюємо крайову задачу відносно потенціалу $\Phi(x, y, z, t)$

$$\Delta \Phi = 0, \quad \frac{\partial \Phi^\pm}{\partial \mathbf{n}} = (\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{n}), \quad (3.5)$$

де $\mathbf{n}$ є одиничною нормаллю до поверхні елемента. Величину тиску P визначимо з лінеаризованого інтегралу Коші-Лагранжа

$$P = -\rho_l \left[\frac{\partial \Phi^+(x, y, z, t)}{\partial t} - \frac{\partial \Phi^-(x, y, z, t)}{\partial t} \right], \quad (3.6)$$

Гармонічний потенціал подвійного шару обрано як інтегральне зображення невідомого потенціалу швидкостей

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma(\xi, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_\xi} \left[\frac{1}{|\mathbf{x} - \xi|} \right] dS_\xi, \quad \mathbf{x} = (x, y, z), \quad \xi = (\xi, \eta, \zeta). \quad (3.7)$$

Тут $\Gamma(\xi, t)$ - невідома густина потенціалу, $\mathbf{n}_\xi$ є одиничним вектором нормалі до поверхні S_ξ .

4 Метод заданих форм

Застосовуємо таке подання для визначення невідомих пружних переміщень:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{U}_k(x, y, z), \quad (4.1)$$

в якому $\mathbf{U}_k$ є формами коливань елементу конструкції в повітрі (без врахування приєднаних мас). Маємо

$$\Gamma(\xi, t) = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \Gamma_k(\xi). \quad (4.2)$$

Тут функції $\Gamma_k(\xi)$ визначаються шляхом розв'язання гіперсингулярних інтегральних рівнянь у вигляді

$$\mathbf{n} \Gamma_k = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(\xi) \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{n}_x \partial \mathbf{n}_\xi} \left[\frac{1}{|\mathbf{x} - \xi|} \right] dS_\xi = (\mathbf{U}_k, \mathbf{n}). \quad (4.3)$$

В рівнянні (4.3) інтеграл існує в сенсі Адамара [15], а саме:

$$\mathbf{n} \Gamma_k = \frac{1}{4\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \iint_S \Gamma_k(\xi) \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x} + \varepsilon \mathbf{n}(\mathbf{x})) \partial \mathbf{n}(\xi)} \frac{1}{|\mathbf{x} - \xi|} dS_\xi.$$

З (3.6) отримуємо

$$\Phi^+ - \Phi^- = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \Gamma_k(\mathbf{x}), \quad P = -\rho_l \sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \Gamma_k(\mathbf{x}),$$

де ρ_l – густина рідини.

Власні форми коливань $\mathbf{U}_k$ лопаті в повітрі були розраховані за допомогою методом скінченних елементів (МКЕ), [16]. Числовий розв'язок гіперсингулярного рівняння (4.3) виконано методом граничних елементів (МГЕ) з постійною апроксимацією густини $\Gamma_k(\mathbf{x})$ на елементах [17].

Подання (4.1) дозволяє звести задачу (3.4) до проблеми власних значень з урахуванням приєднаних мас. З використанням співвідношень [18]

$$\mathbf{K}_S(\mathbf{U}_k) = \omega_k^2 \mathbf{M}_S(\mathbf{U}_k), \quad (\mathbf{M}_S(\mathbf{U}_k), \mathbf{U}_j) = \delta_{kj}$$

де ω_k – власні частоти коливань пружного елемента у повітрі, отримаємо за умови відсутності демпфування

$$\ddot{c}_l(t) [\delta_{kl} + \rho_l \sum_{k=1}^N (\mathbf{n} \Gamma_k(\mathbf{x}), \mathbf{U}_l)] + \omega_l^2 \delta_{kl} c_l(t) = (\mathbf{F}, \mathbf{U}_l).$$

Припускаємо, що $\mathbf{F} = 0$, $c_l(t) = C_l \exp(i\Omega_l t)$, будемо мати

$$\omega_l^2 \mathbf{I} \mathbf{C} - \Omega(\mathbf{I} + \rho_l \mathbf{M}_l) \mathbf{C},$$

де $\mathbf{M}_l$ – матриця приєднаних мас рідини

5 Аналіз числових результатів

Спочатку виконано статичний розрахунок лопатки другого вінця останнього ступеня ЦНТ парової турбіни потужністю 1000+ МВт на 1500 об/хв, рисунок 5.1

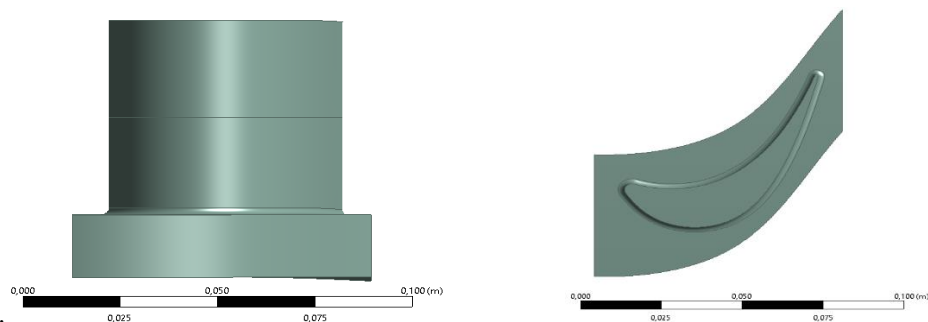


Рис. 5.1 Модель лопатки другого віня

Геометричні та фізичні параметри були обрані такими. Кріплення – по внутрішній поверхні втулки; частота обертання – 1500 об/хв; матеріал лопатки сталь з такими характеристиками: густина $\rho = 7850 \text{ кг/м}^3$, модуль пружності $E = 210 \text{ ГПа}$. Побудовані якісні скінчено елементні моделі з кількістю елементів від 700 000 до 2 000 000 в залежності від розміру лопатки. На галтелях і в місцях виникнення максимальних напружень були створені додаткові сітки згущення для отримання більш точних результатів, рисунок 5.2.

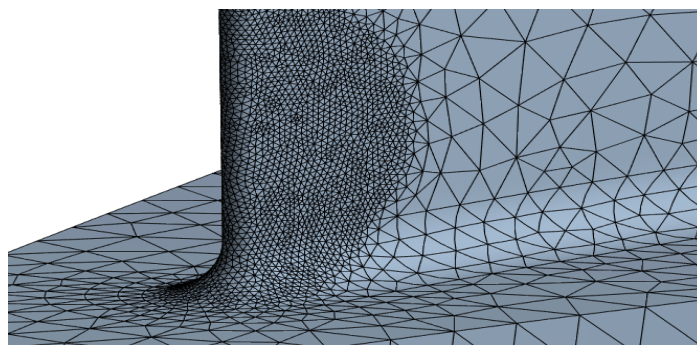


Рис. 5.2 Скінчено-елементна сітка лопатки другого віня

Після побудови сітки за допомогою метода скінченних елементів знаходимо невідомі переміщення шляхом розв'язання системи диференціальних рівнянь (3.4). Далі знаходимо напруження за формулою (3.3). Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень [18], в цій лопатці подано на рисунку 5.3.

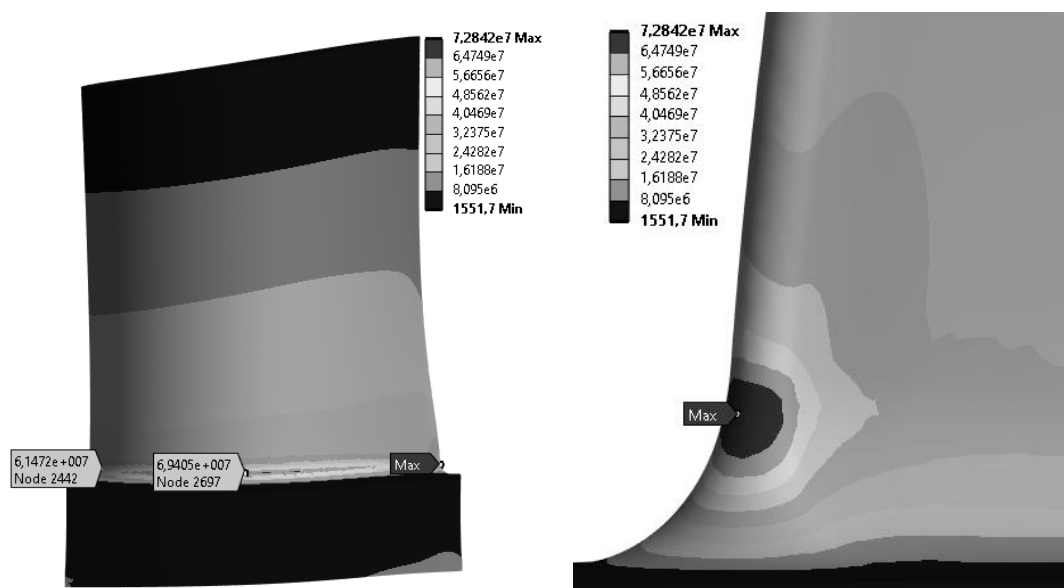


Рис. 5.3 Розподіл напружень в лопатці

Максимальне напруження виникає у кореня лопатки. Спостерігається три максимуми - біля вхідної кромки, на вихідний кромці та посередині довжини лопатки на її зовнішній стороні. Найбільший максимум складає 46Мпа і є безпечним для будь-якої марки сталі.

Встановлено, що лопатки другого вінця не відчувають значних навантажень. Це дозволяє використовувати відносно недорогі матеріали, яких буде достатньо для безвідмовної роботи обладнання протягом тривалого періоду, навіть з урахуванням повзучості і поступової деградації матеріалу. Єдине, що варто додатково враховувати, це температура, до якої будуть розігріті описані лопатки. Висока температура значно знижує властивості конструкційних матеріалів, і навіть високоякісна сталь може не витримати заданих навантажень при підвищених температурах. При виборі матеріалу слід орієнтуватися на те, щоб межа плинності при заданій температурі була приблизно в два рази вище, ніж напруження, що виникають.

Таким же чином, використанням рівнянь (3.4) виконується й модальний аналіз (при цьому $\{f_s\} = \{f_{pr}\} = 0$), оскільки необхідні матриці мас та жорсткості побудовані, й задача зводиться до числового розв'язання проблеми власних значень.

Висновки

Побудовано математичну модель для дослідження статичних та динамічних характеристик елементів гідравлічних та парових турбін. Для побудови дискретної моделі, прийнятної для проведення числових розрахунків, використані методи скінченних та граничних елементів. Проведено дослідження статичного стану лопатки другого вінця останнього ступеня ЦНТ парової турбіни потужністю 1000+ МВт на 1500 об/хв. Виявлені зони максимальних напружень. Надані рекомендації щодо покращення геометричних параметрів моделі, та з можливого застосування матеріалів з покращеними характеристиками. В подальшому передбачається проведення модального аналізу, як з урахуванням, так і без врахування приєднаних мас рідини.

Робота виконана в рамках наукової теми «Удосконалення та розробка основного обладнання турбоагрегатів енергоблоків АЕС, у тому числі з використанням технологій малих модульних реакторів та акумулювання енергії, з метою забезпечення енергетичної безпеки та стійкого розвитку економіки України у воєнний та повоєнний періоди» бюджетної програми «Наукові і науково-технічні (експериментальні) роботи за пріоритетним напрямом «Технології тепло-, електро- та атомної енергетики для забезпечення енергетичної безпеки України» на 2023-2024 рр.», код програмної класифікації видатків (КПКВК) 6541230 (прикладні дослідження).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Murawski K. Technical Stability of Very Slender Rectangular Columns Compressed by Ball-And-Socket Joints without Friction, *Int. Journal of Structural Glass and Advanced Materials Research*, vol. 4(1), pp. 186-208, (2020). DOI: [10.3844/sgamrsp.2020.186.208](https://doi.org/10.3844/sgamrsp.2020.186.208)
2. Герасимов. Г.Г. Виготовлення гідротурбінного обладнання ГЕС – Рівне, 2016, 330с. <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/4735>
3. Bertolini P., Eder M. A., Taglialegne L., Valvo P. S.: Stresses in constant tapered beams with thin-walled rectangular and circular cross sections. *Thin-Walled Structures*, 137, 527–540, (2019), DOI: [10.1016/j.tvs.2019.01.008](https://doi.org/10.1016/j.tvs.2019.01.008).
4. Gontarovskiy, P., Smetankina, N., Garmash, N., Melezhyk, I. Numerical Analysis of Stress-Strain State of Fuel Tanks of Launch Vehicles in 3D Formulation. *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems*, Springer, Cham, 188, 609–619, (2021), DOI: [10.1007/978-3-030-66717-7_52](https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_52)
5. Gimperlein, H., Oezdemir, C., Stephan, E. P., A time-dependent FEM-BEM coupling method for fluid-structure interaction in 3D. *Applied Numerical Math.*, 152, 49 – 65, (2020), <https://doi.org/10.1016/j.apnum.2020.01.023>.
6. Tong C., Shao Y., Bingham H.B. & Hanssen, F.C. W., An Adaptive Harmonic Polynomial Cell Method with Immersed Boundaries: Accuracy, Stability and Applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 122, pp. 2945–2980, 2021. <https://doi.org/10.1002/nme.6648>

7. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Tonkonozhenko A., Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, vol. 25(3), pp.117-132, 2020. [DOI:10.2478/ijame-2020-0038](https://doi.org/10.2478/ijame-2020-0038)
8. Nordin M. H., Hamzah K. B., Khashiie N. S., Waini I., Zainal N. A., Sayed Nordin S. K. Derivation of hyper-singular integral equations for thermoelectric bonded materials featuring a crack parallel to interface. *Mathematical modeling and computing*, 10(4), збю 1230–1238 (2023), [DOI: 10.23939/mmc2023.04.1230](https://doi.org/10.23939/mmc2023.04.1230).
9. Choudhary N., Kumar N., Strelnikova E., Gnitko V., Kriutchenko D., Degtyariov K. Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*, vol. 33(8), 101589, 2021. doi.org/10.1016/j.jksus.2021.101589.
10. Hewett, D. P., Langdon, S. and Chandler-Wilde, S. N.: A frequency-independent boundary element method for scattering by two-dimensional screens and apertures, *IMA J. Numer. Anal.*, 35, pp. 1698–1728, (2015), <https://doi.org/10.1093/imanum/dru043>
11. Sumbatyan, M.A., Mescheryakov, K.I.: Two-dimensional integral equation for a thin wind turbine blade rotating in the round tunnel, *Mechanics Research Communications*, 85, pp. 1-4, (2017), <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2017.07.007>
12. Sierikova, O., Strelnikova, E., Degtyariov, K.: Numerical Simulation of Strength and Aerodynamic Characteristics of Small Wind Turbine Blades. In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds) *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2022. ICTM 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*, 657. Springer, Cham. (2022), https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_31.
13. Salvatore, F., Sarichloo, Z., Calcagni, D.: Marine Turbine Hydrodynamics by a Boundary Element Method with Viscous Flow Correction. *Journal of Marine Science and Engineering*. 6(2),53. (2018), <https://doi.org/10.3390/jmse6020053>
14. Sierikova O., Strelnikova E., Gnitko V. and Degtyarev K.: Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods, *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine, pp. 351-356 (2021), <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086>
15. Avramov, K.V., and E.A. Strel'nikova. "Chaotic oscillations of plates interacting on both sides with a fluid flow." *International Applied Mechanics*, vol. 50, no. 3, 2014, pp. 329-335.
16. Sriti, M.: Improved blade element momentum theory (BEM) for predicting the aerodynamic performances of horizontal Axis wind turbine blade (HAWT), *Technische Mechanik*, 38, pp. 191–202, 2018, [DOI: 10.24352/UB.OVGU-2018-028](https://doi.org/10.24352/UB.OVGU-2018-028).
17. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariov K., Strelnikova E. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, vol.126, pp.189-200, 2019. WIT Press, <https://doi.org/10.2495/BE420171>.
18. Gnitko, V., Martynenko, O., Vierushkin, I., Kononenko, Y., Degtyarev, K. (2023). Coupled Finite and Boundary Element Methods in Fluid-Structure Interaction Problems for Power Machine Units. In: Altenbach, H., et al. *Advances in Mechanical and Power Engineering. CAMPE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-18487-1_29

REFERENCES

1. K.Murawski, (2020). Technical Stability of Very Slender Rectangular Columns Compressed by Ball-And-Socket Joints without Friction, *Int. Journal of Structural Glass and Advanced Materials Research*, vol, 4(1), pp. 186-208, [DOI: 10.3844/sgamrsp.2020.186.208](https://doi.org/10.3844/sgamrsp.2020.186.208)
2. G.G.Gerasimov, (2016). Production of hydro turbine equipment for hydroelectric plants – Rivne, 2016, 330c. <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/4735>
3. P. Bertolini, M. A. Eder, L. Taglialegne, P. S.: Valvo (2019). Stresses in constant tapered beams with thin-walled rectangular and circular cross sections. *Thin-Walled Structures*, 137, pp. 527–540, [DOI:10.1016/j.tws.2019.01.008](https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.01.008).

4. P. Gontarovskiy, N. Smetankina, N. Garmash, I. Melezhyk, (2021). Numerical Analysis of Stress-Strain State of Fuel Tanks of Launch Vehicles in 3D Formulation. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, Springer, Cham, 188, pp. 609–619, [DOI:10.1007/978-3-030-66717-7_52](https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_52)
5. H. Gimperlein, C. Oezdemir, E. P. Stephan, (2020). A time-dependent FEM-BEM coupling method for fluid-structure interaction in 3D. *Applied Numerical Math.*, 152, pp. 49 - 65, <https://doi.org/10.1016/j.apnum.2020.01.023>.
6. C. Tong, Y. Shao, H. B. Bingham & F. C. W. Hanssen, (2021) An Adaptive Harmonic Polynomial Cell Method with Immersed Boundaries: Accuracy, Stability and Applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 122, pp. 2945–2980, <https://doi.org/10.1002/nme.6648>
7. E. Strelnikova, D. Kriutchenko, V. Gnitko, A. Tonkonozhenko, (2020). Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations, *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 25, Issue 3, P. 117-132, [DOI: 10.2478/ijame-2020-0038](https://doi.org/10.2478/ijame-2020-0038).
8. M. H. Nordin, K. B. Hamzah, N. S. Khashiie, I. Waini, N. A. Zainal S. K. Sayed Nordin, (2023), Derivation of hyper-singular integral equations for thermoelectric bonded materials featuring a crack parallel to interface. *Mathematical modeling and computing*, 10(4), 1230–1238 [DOI: 10.23939/mmc2023.04.1230](https://doi.org/10.23939/mmc2023.04.1230).
9. N. Choudhary, N. Kumar, E. Strelnikova, V. Gnitko, D. Kriutchenko, K. Degtyariov, (2021). Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*, vol. 33(8), 101589, doi.org/10.1016/j.jksus.2021.101589.
10. O. Sierikova, E. Strelnikova, Gnitko V, Degtyarev K. (2021). Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods. *IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, pp. 351–356, [doi: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086](https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086)
11. V. Gnitko, A. Karaiev, K. Degtyariov, E. Strelnikova, (2019). Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, Vol. 126, P. 189-200, WIT Press, [DOI:10.2495/BE420171](https://doi.org/10.2495/BE420171).
12. O. Sierikova, E. Strelnikova, K. Degtyariov, (2022), Numerical Simulation of Strength and Aerodynamic Characteristics of Small Wind Turbine Blades. In: *Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds) Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2022. ICTM 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*, 657. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_31.
13. F. Salvatore, Z. Sarichloo, D. Calcagni, (2018). Marine Turbine Hydrodynamics by a Boundary Element Method with Viscous Flow Correction. *Journal of Marine Science and Engineering*. 6(2), 53. <https://doi.org/10.3390/jmse6020053>
14. O. Sierikova, E. Strelnikova and K. Degtyariov, (2022). Strength Characteristics of Liquid Storage Tanks with Nanocomposites as Reservoir Materials, *2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine, pp. 1-7, [DOI:10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916369](https://doi.org/10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916369).
15. K. V. Avramov, and E. A. Strel'nikova. (2014) Chaotic oscillations of plates interacting on both sides with a fluid flow. *International Applied Mechanics*, vol. 50, no. 3, 2014, pp. 329-335.
16. M. Sriti, (2018). Improved blade element momentum theory (BEM) for predicting the aerodynamic performances of horizontal Axis wind turbine blade (HAWT), *Technische Mechanik*, 38, pp. 191–202, [DOI: 10.24352/UB.OVGU-2018-028](https://doi.org/10.24352/UB.OVGU-2018-028).
17. V. Gnitko, A. Karaiev, K. Degtyariov E. Strelnikova, (2019). Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, vol. 126, pp. 189-200, WIT Press, <https://doi.org/10.2495/BE420171>.
18. V. Gnitko, O. Martynenko, I. Vierushkin, Y. Kononenko, K. Degtyarev, (2023). Coupled Finite and Boundary Element Methods in Fluid-Structure Interaction Problems for Power Machine Units. In: *Altenbach, H., et al. Advances in Mechanical and Power Engineering . CAMPE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-18487-1_29

Rusanov Roman	<i>PhD, senior researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>
Bykov Yurij	<i>PhD, senior researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>
Degtyarev Kyryl	<i>PhD, researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>Vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>
Strelnikova Olena	<i>DSc, Prof., leading researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>
Chugay Marina	<i>PhD, senior researcher</i> <i>A. Pidhorny Institute of Power Machines and Systems</i> <i>vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine</i>

Computer modelling of strength and vibrations of steam turbine elements

The objective of this study is to develop an effective method for analyzing the strength and vibrations of steam turbine components.

Relevance

In modern circumstances, the need to replace or upgrade equipment that has been in operation for extended periods has become increasingly critical. The rising demands for enhanced reliability and efficiency of power plants have made the modernization of hydroturbine and steam turbine systems at hydroelectric facilities a pressing priority. The situation with power equipment has become particularly challenging in the context of ongoing hostilities. During operation, the blades of hydraulic and steam turbines are exposed to significant loads from the working medium (fluid) they interact with, resulting in forced oscillations. If the natural frequencies of these oscillations align with the frequencies of external forces, resonance can occur, potentially causing severe damage or even complete equipment failure. This underscores the importance and timeliness of this study, which seeks to address these critical issues and enhance the performance and reliability of turbine equipment.

Research methods

To solve the problem of modelling the strength and vibrations of steam turbine elements, the methods of given modes as well as finite and boundary element methods were used

The results

Both continuous and discrete mathematical models were created to assess stresses and deformations in elastic elements of structures and to determine the frequencies and modes of their free oscillations. The discrete mathematical model employs finite and boundary element methods. Using the finite element method, the static characteristics and free oscillation modes of blades in air are calculated. The boundary element method is used to determine the matrix of attached fluid masses, assuming the fluid is incompressible, ideal, and its motion induced by the blade oscillations is vortex-free. The fluid pressure problem is simplified to a hypersingular integral equation, for which an effective numerical solution method is proposed. The method is relied on analytical formulae for calculating both singular and hypersingular parts. Additionally, the stress-strain state and deflections of the blade under aerodynamic, weight, and inertial loads are determined. Areas of maximum stress are identified, and recommendations for improving the geometric parameters of the model and the potential use of materials with enhanced properties are provided.

Conclusions

The mathematical model has been developed to analyze the static and dynamic characteristics of hydraulic and steam turbine components. To create a discrete model suitable for numerical simulations, the finite element and boundary element methods were employed. The static state of the blade in the second crown of the final stage of a CNT steam turbine, operating at a capacity of over 1000 MW and a speed of 1500 rpm, has been thoroughly investigated. Zones of maximum stress were identified, providing critical insights into the structural performance. Based on the findings, recommendations have been proposed to optimize the geometric parameters of the blade and explore the potential application of materials with enhanced properties. Future work will involve conducting a detailed modal analysis to evaluate the vibrational characteristics of the blade, both with and without considering the attached fluid masses, to gain deeper insights into its dynamic behavior.

Keywords: finite and boundary element methods, steam turbine blades, stress-strain state, attached fluid masses, hypersingular integral equations..

Keywords: finite and boundary element methods, steam turbine blades, stress-strain state, attached fluid masses, hypersingular integral equations.