

УДК 681.5.015

Дядюн
Сергій Васильович

к.т.н., доцент; доцент кафедри моделювання систем і технологій;
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Майдан Свободи 4, Харків, Україна 61022
e-mail: s.v.dyadun@karazin.ua
<https://orcid.org/0000-0002-1910-8594>

Аналіз ефективності методів оптимізації поточкорозподілу в системах водопостачання з великою кількістю насосних станцій

Актуальність. В даний час досліджено методи оптимізації для невеликої кількості працюючих на мережу активних джерел. Однак при розробці систем оперативного управління режимами функціонування систем подачі та розподілу води (СПРВ) великих міст доводиться стикатися з великою кількістю насосних станцій (НС), що одночасно працюють на мережу. Складність розв'язання задачі оптимізації поточкорозподілу в СПРВ зростає зі збільшенням кількості спільно працюючих активних джерел, які є змінними оптимізації задачі, що розглядається.

Мета. В проблемі оперативного управління режимами функціонування СПРВ важливе місце посідає задача оптимізації поточкорозподілу у водопровідній мережі великої розмірності. Мета задачі - необхідно так розподілити навантаження (витрати) між НС, щоб при забезпеченні заданої якості постачання водою усіх споживачів досягався мінімум суми енерговитрат на насосних станціях. Розглянуто постановку задачі, методи її вирішення для СПРВ великого міста, на яку працює велика кількість насосних станцій. Необхідно провести порівняльний аналіз ефективності використання різних оптимізаційних методів для вирішення задачі оптимального розподілу навантаження між великою кількістю НС, одночасно працюючих на систему водопостачання мегаполісу.

Методи дослідження. Дану задачу можна вирішити методами нелінійного математичного програмування чи пошукової оптимізації на базі гідравлічного розрахунку водопровідної мережі. Її специфічна особливість – алгоритмічне завдання функції мети. При роботі на мережу двох активних джерел така задача зводиться до задачі одновимірної пошукової оптимізації. При більшій кількості змінних необхідно використовувати методи багатовимірної оптимізації. Для дослідження ефективності вирішення задачі оптимізації поточкорозподілу в СПРВ використовувалися найбільш ефективні та поширені методи: покоординатного спуску; сканування зі змінним кроком; деформованого багатогранника Нелдера-Міда; прямого пошуку Хука та Дживса; Розенброка; Пауелла.

Результати. Проведені дослідження показали, що найбільш ефективним за критеріями мінімуму витрат комп'ютерного часу та об'єму комп'ютерної пам'яті виявився метод прямого пошуку Хука і Дживса.

Висновки. Отримані результати доцільно використовувати для розробки та експлуатації систем оперативного управління режимами функціонування СПРВ великих міст, АРМ диспетчерів водопровідних мереж, САПР систем водопостачання для визначення оптимальних режимів функціонування СПРВ.

Ключові слова: математична модель, система водопостачання, насосна станція, функціонування, поточкорозподіл, оперативне управління, критерій, метод, ефективність.

Як цитувати: Дядюн С. В. Аналіз ефективності методів оптимізації поточкорозподілу в системах водопостачання з великою кількістю насосних станцій. *Вісник Харківського національного університету серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2024. вип. 61. С. 25–32.

<https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-61-03>

How to quote: Dyadun S. V., “Analysis of the effectiveness of flow distribution optimization methods in water supply systems with a large number of pumping stations”, *Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University series Mathematical Modeling. Information Technology. Automated Control Systems*, 2024, Issue 61, pp. 25–32. [In Ukrainian] <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2024-61-03>

1 Вступ

В даний час в достатній мірі досліджено і апробовано на практиці методи оптимізації для невеликої кількості працюючих на мережу активних джерел [1, 2, 22]. Однак при розробці систем оперативного управління технологічними процесами функціонування систем подачі та розподілу

води (СПРВ) великих міст і автоматизованих робочих місць (АРМ) диспетчерів водопровідних мереж доводиться стискатися з великою кількістю насосних станцій, що одночасно працюють на мережу. Складність розв'язання задачі оптимізації поточкорозподілу в СПРВ зростає зі збільшенням кількості спільно працюючих активних джерел, які є змінними оптимізації задачі, що розглядається.

Математичному моделюванню систем водопостачання та інших трубопровідних систем присвячено велику кількість робіт, серед яких хотілося б виділити [1-3, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 20], оперативному плануванню роботи СПРВ [1-3, 11, 14, 16], оптимізації режимів роботи насосних станцій СПРВ [13, 15, 17, 18].

У даній статті проводиться порівняльний аналіз ефективності використання різних оптимізаційних методів для визначення оптимального поточкорозподілу в системах водопостачання з великою кількістю насосних станцій.

2 Постановка проблеми

Системи подачі та розподілу води сучасних міст відносяться до класу великих систем, управління якими можливе лише в умовах неповної та недостовірної інформації про керований об'єкт.

У роботах [1-3] при оперативному управлінні СПРВ запропоновано і знайшов широке застосування на практиці підхід, суть якого полягає у використанні специфічних властивостей водопровідних мереж, пов'язаних з наявністю в них диктуючих точок, і полягає в тому, що якість функціонування всієї мережі можна характеризувати її станом у цих точках. Диктуючою точкою водопровідної мережі в даний час є така точка, в якій величина тиску в той же момент часу мінімальна. Стохастичний характер процесів водоспоживання викликає безперервну зміну поточкорозподілу в мережі та появу деякої множини диктуючих точок. Використання цих властивостей дозволяє синтезувати систему управління, яка б забезпечувала задану якість функціонування СПРВ в диктуючих точках.

Вирішення проблеми оперативного управління поточкорозподілом у системах подачі та розподілу води на кожному з етапів - оперативного планування та стабілізації - як правило, рознесене в часі та просторі, вимагає різного обсягу, складу та характеру оперативної інформації, різних математичних моделей, що описують об'єкт управління, критеріїв та методів вирішення задач управління. У той же час здійснення кожного з етапів управління забезпечується в результаті вирішення певного ряду задач. Ці задачі можна розділити на задачі моделювання, які вирішуються поза контуром реального управління, і безпосередньо задачі управління, які вирішуються в оперативному режимі.

Для вирішення задач етапу оперативного планування процесів поточкорозподілу в СПРВ найбільш адекватною математичною моделлю об'єкта управління є модель поточкорозподілу, що встановився. В основі моделі такого поточкорозподілу містяться відомості про топологію мережі та технологічні параметри всіх елементів еквівалентної схеми водопровідної мережі. Для вирішення задач стабілізації режимів використовуються динамічні моделі [1-3].

Відповідно до такого підходу процес оперативного управління поточкорозподілом у СПРВ розбивається на два етапи: оперативне планування режимів функціонування СПРВ та їх стабілізація [1-3]. Задача оперативного управління СПРВ формулюється як двоетапна задача нелінійного стохастичного програмування [2].

На верхньому рівні етапу оперативного планування режимів функціонування СПРВ вирішується задача оптимізації режимів функціонування насосних станцій при їх спільній роботі на мережу. У якості критерія використовується мінімум суми енерговитрат на насосних станціях. Як результат її вирішення визначаються значення витрат і тисків на виходах насосних станцій, які потрібно запланувати, а також місце розташування диктуючих на майбутній момент часу точок водопровідної мережі, в яких необхідно стабілізувати такі значення тиску [1,2,14]. Далі на нижньому рівні етапу оперативного планування режимів з метою забезпечення запланованих параметрів на виходах насосних станцій для кожної з них визначаються оптимальні структури та параметри її функціонування [13]. Стабілізація тисків у диктуючих точках мережі дозволяє скоригувати помилки планування шляхом уточнення тисків у цих точках.

3 Математична постановка задачі

Таким чином, у проблемі оперативного управління технологічними процесами функціонування систем подачі та розподілу води важливе місце посідає задача оптимізації потокорозподілу у водопровідній мережі. Розглянемо постановку задачі, методи її вирішення для СПРВ великого міста, на яку працює велика кількість насосних станцій (НС).

Мета цієї задачі полягає у визначенні таких значень компонент векторів витрати $q_{\text{вих}}^{(a)}$ і тиску $\overline{H}_{\text{вих}}^{(a)}$ на виході всіх насосних станцій, які при відомих прогнозних значеннях вузлових витрат q_j , $j \in N$ в мережі та виконанні всіх обмежень, що накладаються, забезпечували б досягнення максимуму деякого критерію, який характеризує ефективність функціонування СПРВ, тобто необхідно так розподілити навантаження (витрати) між НС, щоб при забезпеченні заданої якості постачання водою всіх споживачів досягався максимум ефективності.

Будемо використовувати у якості критерію ефективності функціонування СПРВ мінімум суми енерговитрат на насосних станціях. Позначимо L, M, N - відповідно безлічі активних елементів, магістральних ділянок мережі та фіктивних дуг зі споживачами; $E = L \cup M \cup N$. Індекс 1, відповідний елементам цих множин, характеризує їхню приналежність до гілок дерева графа мережі, індекс 2 - до хорд. Тоді задача оптимізації розподілу навантаження між СПРВ при їх спільній роботі на водопровідну мережу буде мати вигляд

$$\Phi[q_{\text{вих}}^{(a)}, \overline{H}_{\text{вих}}^{(a)}] = \sum_{i \in L} P_i^*(q_{\text{вих}i}^{(a)}, H_{\text{вих}i}^{(a)}) \rightarrow \min_{q_{\text{вих}i}^{(a)} \in \Omega} \quad (1)$$

$$\Omega: f_r = \text{sign} q_r r_r |q_r|^2 + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \text{sign} q_i r_i |q_i|^2 = 0, r \in M_2 \quad (2)$$

$$f_r = H_{rh} - H_{jk} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\text{sign} q_i r_i |q_i|^2 + h_i^{(\Gamma)}) = 0, r \in N, j \in L_1 \quad (3)$$

$$f_r = H_{jk} - H_{rh} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} (\text{sign} q_i r_i |q_i|^2 + h_i^{(\Gamma)}) = 0, r \in L_2, j \in L_1 \quad (4)$$

$$q_i = \sum_{r \in M_2 \cup L_2} b_{1ri} q_r + Q_i^+, i \in M_1 \cup N_1 \quad (5)$$

$$q_{\text{вих}i}^{(a)+} (H_{\text{вих}i}^{(a)}) \leq q_{\text{вих}i}^{(a)} \leq q_{\text{вих}i}^{(a)++} (H_{\text{вих}i}^{(a)}), i \in L \quad (6)$$

$$h_j \geq h_j^+, j \in N, \quad (7)$$

де $P_i^*(\cdot) = q_{\text{вих}i}^{(a)*} H_{\text{вих}i}^{(a)*}, i \in L; \quad (8)$

$$Q_i^+ = \sum_{r \in N} b_{1ri} q_r^+ = \text{const};$$

$q_{\text{вих}i}^{(a)*}, H_{\text{вих}i}^{(a)*}$ - оптимальні значення витрати та тиску на виході i -ї НС; b_{1ri} - елемент цикломатичної матриці $B_1[I]$; $q_i, i \in E$ - витрата води в i -й дузі водопровідної мережі; $r_i, i \in M$ - гідравлічний опір i -ї ділянки СПРВ; $h_i^{(\Gamma)}, i \in M$ - перепад геодезичних висот i -ї ділянки СПРВ; $q_{\text{вих}i}^{(a)+}, q_{\text{вих}i}^{(a)++}, i \in L$ - нижня і верхня межі значення витрати через НС, що залежать від величини $H_{\text{вих}i}^{(a)}$; $h_j, h_j^+, j \in N$ - тиск у j -му вузлі СПРВ, відповідно фактичний та мінімально допустимий, H_{rh}, H_{jk} - тиски відповідно на початку r -ї та в кінці j -ї дуги.

4 Методи вирішення

Дану задачу можна вирішити методами нелінійного математичного програмування чи пошукової оптимізації на базі гідравлічного розрахунку водопровідної мережі. Її специфічна особливість – алгоритмічне завдання функції мети.

Замість розв'язання складної задачі математичного програмування (1)-(8) доцільно в області

$$q_{\text{внх}}^{(a)+} (H_{\text{внх}}^{(a)}) \leq q_{\text{внх}}^{(a)} \leq q_{\text{внх}}^{(a)++} (H_{\text{внх}}^{(a)}), i \in L; \quad (9)$$

$$\sum_{i \in L} q_{\text{внх}}^{(a)} = \sum_{j \in N} q_j^{(n)} \quad (10)$$

шукати таку точку $\bar{q}_{\text{внх}}^{(a)} = [q_{\text{внх}}^{(a)}, i \in L]$, у якій після розв'язання задачі гідравлічного розрахунку значення критерію (1) найменше.

Як показали проведені дослідження, функція $\Phi[q_{\text{внх}}^{(a)}, \bar{H}_{\text{внх}}^{(a)}]$, яка визначається відповідно до виразу (1), завжди унімодальна і опукла вниз. Цікавою властивістю цієї задачі є те, що функція $\Phi[\cdot]$ поза допустимою областю не визначена. У цьому випадку достатньо замінити значення цільової функції в неприпустимих точках дуже великою позитивною величиною, і вони автоматично відкидатимуться в процесі пошуку [5, 6].

Найпростішим методом розв'язання задачі оптимізації поточкорозподілу в СПРВ є випадковий пошук в області Ω . Для мережі, на яку працює один активний елемент, розв'язання задачі гідравлічного розрахунку буде й оптимальним за критерієм (1). При роботі на мережу двох активних джерел така задача зводиться до задачі одновимірної пошукової оптимізації. За більшої кількості змінних необхідно використовувати методи багатовимірної оптимізації.

Для дослідження ефективності вирішення задачі оптимізації поточкорозподілу в СПРВ будемо використовувати також найбільш ефективні та поширені методи: покоординатного спуску; сканування зі змінним кроком; деформованого багатогранника Нелдера-Міда; прямого пошуку Хука та Дживса; Розенброка; Пауелла [4,6,21]. Оскільки функція мети задана алгоритмічно, не вдається отримати аналітичні вирази для її похідних. Тому застосування методів багатовимірної оптимізації більш високих порядків не уявляється можливим.

5 Результати досліджень

В якості критеріїв ефективності при порівнянні цих методів використовувалися витрати машинного часу, необхідного для досягнення збіжності алгоритмів, та обсяг пам'яті ПК, що займається. Дослідження проводилися на основі моделі реальної СПРВ, яка складається з 382 дуг мережі та 10 активних джерел. При імітаційному моделюванні кількість спільно працюючих на водопровідну мережу активних джерел варіювалася в межах $3 \leq l \leq 10$, відповідно кількість незалежних змінних $l - 1$.

За обсягом пам'яті ПК відмінності виявилися несуттєвими. В основному вони визначаються числом змінних l функції, що мінімізується, тоді як для обчислення функції мети використовуються масиви значно більшої розмірності.

Таким чином, будемо вважати основним критерій мінімуму витрат машинного часу.

Метод сканування зі змінним кроком найбільш простий у реалізації і дозволяє при досить густому розташуванні досліджуваних точок завжди знаходити глобальний екстремум. Однак, незважаючи на його надійність, він виявляється неефективним через надзвичайно велику кількість обчислень функції, що різко зростає зі збільшенням кількості змінних.

Недоліком методу покоординатного спуску є суттєва залежність його швидкості збіжності від вибору системи координат. Метод деформованого багатогранника недостатньо надійний. Метод Хука та Дживса працює по гребенях, його недолік полягає в тому, що можлива перепустка гребеня. Існують й інші методи мінімізації, які не потребують обчислення похідних цільової функції. Але більшість їх використовує різниці апроксимації приватних похідних функцій $f(x)$, тобто, сутнісно є варіантами градієнтних методів.

Результати чисельного аналізу при роботі на мережу трьох активних джерел свідчать про гарну збіжність всіх методів при відносно невеликій кількості ітерацій ($k < 30$). Метод деформованого багатогранника дещо поступається іншим методам. Метод покоординатного спуску швидко збігається на першому етапі визначення напрямку мінімізації, потім при роботі методів одновимірної мінімізації за напрямом його ефективність знижується. В процесі аналізу в якості процедури мінімізації за напрямом використовувалося кілька методів (метод золотого перерізу, метод Фібоначчі, обчислення мінімуму за допомогою квадратичної апроксимації з локалізацією точки мінімуму, метод дихотомії). Усі вони дають практично однакову збіжність.

Ефективність алгоритмів оптимізації поточкорозподілу в СПРВ залежить від розмірності задачі, тобто від кількості $l-1$ незалежних змінних. У деяких з методів, що розглядалися, на кожній ітерації виконується декілька обчислень функції. У табл.1 наведено кількість обчислень функції, необхідну для досягнення відносної похибки обчислення, яка дорівнює 0,005%, для різного числа змінних.

Таблиця 1.

Метод	Число змінних		
	2	5	9
Прямий пошук Хука і Дживса	23	136	230
Покоординатний спуск	22	498	1000
Деформований багатогранник Нелдера-Міда	29	1000	1000
Розенброка	17	174	348
Пауелла	18	209	303

Переваги методу Хука та Дживса очевидні. Навіть при 9 змінних він дає цілком прийнятну для практичних цілей швидкість збіжності, тоді як при роботі методу багатогранника, що деформується, необхідний ступінь точності не був досягнутий і при 1000 обчисленнях функції навіть для 5 змінних. Збіжність методу покоординатного спуску зі збільшенням числа змінних також погіршується. Це пов'язано з тим, що на кожній ітерації відбувається n звернень до підпрограми обчислення мінімуму функції за напрямом, яка вимагає до 10 обчислень функції (хоча кількість ітерацій під час роботи методів Хука і Дживса та покоординатного спуску відрізняється незначною мірою).

У табл.2 наведено кількість ітерацій, необхідних для досягнення заданої точності збіжності розглянутих алгоритмів, при різному числі змінних оптимізації.

Таблиця 2.

Метод	Число змінних	
	2	5
Прямий пошук Хука і Дживса	2-3	10-12
Покоординатний спуск	2-3	10-12
Деформований багатогранник Нелдера-Міда	15-17	100
Розенброка	2-3	10-15
Пауелла	2-3	10-15

6 Висновки

Таким чином, при вирішенні задач оптимізації поточкорозподілу в системах водопостачання великої розмірності (кількість активних джерел, що працюють на мережу, $3 \leq l \leq 10$) найбільш ефективним за критеріями витрат машинного часу і обсягу пам'яті ПК, що займається, є метод прямого пошуку Хука і Дживса.

Отримані результати доцільно використовувати для розробки та експлуатації систем оперативного управління технологічними процесами функціонування СПРВ великих міст, АРМ диспетчерів водопровідних мереж, САПР систем водопостачання для визначення оптимальних режимів функціонування СПРВ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д. Оперативное управление поточкораспределением в инженерных сетях. Харьков, 1980, 144с.
2. Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д., Дубровский В.В. Моделирование и оптимизация поточкораспределения в инженерных сетях. М.: Стройиздат, 1990, 368с.
3. Евдокимов А.Г., Дубровский В.В., Тевяшев А.Д. Поточкораспределение в инженерных сетях. М.: Стройиздат, 1979, 199с.
4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., 1975, 534с.

5. Растрингин Л.А. Системы экстремального управления. М., 1974, 630с.
6. Евдокимов А.Г. Минимизация функций и ее приложения к задачам автоматизированного управления инженерными сетями. Харьков, 1985, 288с.
7. Fallside, F., Perry, P.F., Burch, R.H., Marlow, K.C.: The Development of Modelling and Simulation Techniques Applied to a Computer - Based - Telecontrol Water Supply System. In: Computer Simulation of Water Resources Systems, 1975, No.12, pp. 617-639.
8. Абрамов Н.Н. Теория и методика расчета систем подачи и распределения воды. М.: Стройиздат, 1985, 288с.
9. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. М.: Наука, 1985, 279 с.
10. Новицкий Н.Н., Сухарев М.Г., Тевяшев А.Д. и др. Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. Изд-во "Наука", Новосибирск, 2015, 476с. <http://51.isem.irk.ru/semtps/works.php>
11. Tevyashev, A.D., Matvienko, O.I. About one approach to solve the problem of management of the development and operation of centralized water-supply systems. In: Econtechmod. An International Quarterly Journal. 2014, Vol. 3, Issue 3, pp. 61-76. <https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/d73ad31a-bb66-46ac-987f-14a1943d1b1b/content>
12. Novitsky N.N., Vanteyeva O.V. Modeling of stochastic hydraulic conditions of pipeline systems // Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM). 2014. No.1. P. 95-108. http://www.asmda.es/images/Corrected-BOOK_OF_ABSTRACTS-ASMDA2017-5-22.pdf
13. Дядюн С.В. Выбор оптимальных комбинаций агрегатов насосной станции городского водопровода. // Коммунальное хозяйство городов, Киев, Техніка, 1992, №1, с.63-70.
14. Дядюн С.В. Моделирование и рациональное управление системами водоснабжения при минимальном объеме оперативной информации // Радиоэлектроника и информатика, Харьков, ХНУРЭ, № 20, 2002, с.111-115. <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-i-ratsionalnoe-upravlenie-sistemami-vodosnabzheniya-pri-minimalnom-obeme-operativnoy-informatsii>
15. Reinbold, C., Hart, V. The search for energy savings: optimization of existing & new pumping stations. In: Florida Water Resources Journal, 2011, pp. 44-52.
16. Burgschweiger, J., Gnadig, B.B., Steinbach, M.C. Nonlinear programming techniques for operative planning in large drinking water networks. In: Konrad-Zuse-Zentrum fur Informationstechnik Berlin. – Berlin: ZIB-Report, 2005. <https://www.ifam.uni-hannover.de/fileadmin/ifam/ordner/steinbach/publications/final/14TOAMJ.pdf>
17. Pulido-Calvo, I. Gutiérrez-Estrada, J.C.: Selection and operation of pumping stations of water distribution systems. In: Environmental Research Journal, Nova Science Publishers. – 2011, Vol. 5, Issue 3, pp. 1-20. <https://sswm.info/node/4007>
18. B. Lipták. Pumping station optimization. In: Control Promoting Excellence in Process Automation, pp. 12-19 (2009) <https://www.controlglobal.com/manage/optimization/article/11381799/optimization-pumping-station-optimization-part-1-control-global>
19. Sergey Dyadun. Information Technologies to Estimation the Effectiveness of Water Supply Systems Control Depending on the Degree of Model Uncertainty // "ICT in Education, Research, and Industrial Applications: Integration, Harmonization, and Knowledge Transfer" – ICTERI '2020' / Kharkiv, V.N. Karazin National University, 2020, pp. 137-145. <http://ceur-ws.org/Vol-2740/20200137.pdf> <https://dblp.uni-trier.de/db/conf/icteri/icteri2020.html>
20. Dyadun S.V., Yakovlev S.V., Kobylin O.A. Mathematical Modeling of Steady Flow Distribution in Water Supply Networks with Pumping Stations and Regulating Capacitances // 2nd International Workshop of IT-professionals on Artificial Intelligence (ProfIT AI 2022), 2-4.12.2022, Łódź, Poland. 2022. p. 78-83. <https://ceur-ws.org/Vol-3348/> <https://ceur-ws.org/Vol-3348/short2.pdf>
21. Елизаров Е.Я., Савченко В.С. Численные методы нелинейного программирования. Донецк, 1982, 66с.
22. Койда Н.У., Мархель Э.Г. Расчет оптимального потокораспределения в сети с несколькими точками питания // Тез. докл. XVIII респ. конф. Ровно, 1969, с.21-23.

REFERENCES

1. A.G. Evdokimov, A.D. Tevyashev, *Operational control of the flow distribution in engineering networks*. Vishcha Shkola, Kharkov, 144 p. [in Russian] (1980)
2. A.G. Evdokimov, A.D. Tevyashev, V.V. Dubrovskiy, *Modeling and optimization of the flow distribution in engineering networks*. Stroyizdat, Moscow, 368 p. [in Russian] (1990)
3. A.G. Evdokimov, A.G., Tevyashev, A.D., V.V. Dubrovskiy, *Streaming distribution in engineering networks*. Stroyizdat, Moscow, 199 p. [in Russian] (1979)
4. D. Himmelblau, *Applied nonlinear programming*. Moscow, 534 p. [in Russian] (1975)
5. L.A. Rastrigin, *Extreme control systems*. Moscow, 630 p. [in Russian] (1974)
6. A.G. Evdokimov, *Minimization of functions and its application to the tasks of automatized control of engineering networks*. Kharkov, 288 p. [in Russian] (1985)
7. F. Fallside, P.F. Perry, R.H. Burch, K.C. Marlow, *The Development of Modelling and Simulation Techniques Applied to a Computer - Based - Telecontrol Water Supply System*. In: Computer Simulation of Water Resources Systems, No.12, pp. 617-639 (1975)
8. N.N. Abramov, *Theory and Methodology of Calculation of Water Supply and Distribution Systems*. Stroyizdat, Moscow, 288 p. [in Russian] (1985)
9. A.P. Merenkov, V.Y. Hasilev, *Theory of hydraulic circuits*. Nauka, Moscow, 279 p. [in Russian] (1985)
10. Energy Pipeline System: methodological and applied problems of mathematical modeling / N.N. Novitsky, M.G. Suharev, A.D. Tevyashev et al. - Novosibirsk: Science, 476 p. [in Russian] (2015) <http://51.isem.irk.ru/semtps/works.php>
11. A.D. Tevyashev, O.I. Matvienko, *About one approach to solve the problem of management of the development and operation of centralized water-supply systems*. In: Econtechmod. An International Quarterly Journal. Vol. 3, Issue 3, pp. 61–76 (2014) <https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/d73ad31a-bb66-46ac-987f-14a1943d1b1b/content>
12. N.N. Novitskii, O.V. Vanteyeva, *Modeling of stochastic hydraulic conditions of pipeline systems // Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM)*. No.1, P. 95-108 (2014) http://www.asmda.es/images/Corrected-BOOK_OF_ABSTRACTS-ASMDA2017-5-22.pdf
13. S.V. Dyadun, *Selection of the optimal combinations of the pump station units for the city water supply system*. In: City utilities. Kiev: Tehnika, Issue 1, pp. 63-70 (1992)
14. S.V. Dyadun, *Modeling and rational control of water supply systems with minimum volume of operative information*. In: *RadioElectronics & Informatics Journal*. Kharkov, KNURE, No. 20, pp. 111-115 [in Russian] (2002) <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-i-ratsionalnoe-upravlenie-sistemami-vodosnabzheniya-pri-minimalnom-obeme-operativnoy-informatsii>
15. C. Reinbold, V. Hart, *The search for energy savings: optimization of existing & new pumping stations*. In: Florida Water Resources Journal, pp. 44–52 (2011)
16. J. Burgschweiger, B.B. Gnadig, M.C. Steinbach, *Nonlinear programming techniques for operative planning in large drinking water networks*. In: Konrad-Zuse-Zentrum fur Informationstechnik Berlin. Berlin: ZIB-Report. (2005) <https://www.ifam.uni-hannover.de/fileadmin/ifam/ordner/steinbach/publications/final/14TOAMJ.pdf>
17. I. Pulido-Calvo, J.C. Gutiérrez-Estrada, *Selection and operation of pumping stations of water distribution systems*. In: Environmental Research Journal, Nova Science Publishers. Vol. 5, Issue 3, pp. 1–20 (2011) <https://sswm.info/node/4007>
18. B. Lipták. *Pumping station optimization*. In: Control Promoting Excellence in Process Automation, pp. 12–19 (2009) <https://www.controlglobal.com/manage/optimization/article/11381799/optimization-pumping-station-optimization-part-1-control-global>
19. Sergey Dyadun. *Information Technologies to Estimation the Effectiveness of Water Supply Systems Control Depending on the Degree of Model Uncertainty // "ICT in Education, Research, and Industrial Applications: Integration, Harmonization, and Knowledge Transfer" – ICTERI '2020' / Kharkiv, V.N.Karazin National University, pp. 137-145. (2020) <http://ceur-ws.org/Vol-2740/20200137.pdf> <https://dblp.uni-trier.de/db/conf/icteri/icteri2020.html>*
20. Dyadun S.V., Yakovlev S.V., Kobylin O.A. *Mathematical Modeling of Steady Flow Distribution in Water Supply Networks with Pumping Stations and Regulating Capacitances // 2nd International*

Workshop of IT-professionals on Artificial Intelligence (ProfIT AI 2022), 2-4.12.2022, Łódź, Poland -2022, Scopus , p. 78-83. <https://ceur-ws.org/Vol-3348/> <https://ceur-ws.org/Vol-3348/short2.pdf>

21. Elizarov E.Ya., Savchenko V.S. *Numerical methods of nonlinear programming*. Donetsk. 66 p. [in Russian] (1982)
22. Koida N.U., Markhel E.G. *Calculation of optimal flow distribution in a network with several power points // XVIII rep. conference*. Rivne, p.21-23. [in Russian] (1969)

Dyadun Sergey *PhD on Technical Sciences, Associate Professor;
Associate Professor of the Department of Modeling Systems and Technologies;
V.N. Karazin Kharkiv National University
4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine*

Analysis of the effectiveness of flow distribution optimization methods in water supply systems with a large number of pumping stations

Relevance. Currently, optimization methods for a small number of active sources working on the network have been studied. However, when developing operational control systems for water supply systems (WSS) of large cities, one has to deal with a large number of pumping stations (PS) simultaneously working to the network. The complexity of solving the problem of optimization of flow distribution in WSS increases with the increase in the number of active sources working together, which are variables of the optimization of the problem under consideration.

Goal. In the problem of operational control of the modes of operation of the WSS, the task of optimizing flow distribution in a large-scale water supply network occupies an important place. The purpose of the task is to distribute the load (expenditure) between the stations in such a way that, while ensuring the specified quality of water supply to all consumers, the minimum amount of energy consumption at the pumping stations is achieved. The formulation of the problem, the methods of its solution for the WSS of a large city, for which a large number of pumping stations work, are considered. It is necessary to conduct a comparative analysis of the effectiveness of the use of various optimization methods to solve the problem of optimal load distribution among a large number of pumping stations simultaneously working to the water supply system of the metropolis.

Research methods. This problem can be solved by methods of nonlinear mathematical programming or search optimization based on the hydraulic calculation of the water supply network. Its specific feature is the algorithmic task of the goal function. When working to a network of two active sources, this problem is reduced to a problem of one-dimensional search optimization. With a larger number of variables, it is necessary to use methods of multidimensional optimization. The most effective and common methods were used to study the effectiveness of solving the problem of flow distribution optimization in the WSS: coordinate descent; scanning with a variable step; deformed Nelder-Mead polyhedron; Hook and Jeeves direct search; Rosenbrock; Powell.

The results. The conducted research showed that the method of direct search of Hook and Jeeves was the most effective according to the criteria of the minimum expenditure of computer time and the amount of computer memory.

Conclusions. It is advisable to use the obtained results for the development and operation of systems for the operational management of the operation modes of the WSS of large cities, the control systems of dispatchers of water supply networks, CAD of water supply systems to determine the optimal modes of operation of the WSS.

Keywords: *mathematical model, water supply system, pump station, functioning, stream distribution, operational control, criterion, method, efficiency.*