

УДК 532.5+51-7

Математичне моделювання динаміки водних екосистем і можливостей їх самоочищення за умовами глобальних змін клімату

Н.Л. Ричак, Н.М. Кізілова

**Ричак
Наталія Львівна**

*к.геогр.н., доцент; доцент, Навчально-науковий інститут екології,
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, пл. Свободи, 6,
Харків-22, Україна, 61022;*

e-mail: rychak@ukr.net

<https://orcid.org/0000-0003-1620-3059>

**Кізілова
Наталія Миколаївна**

*д.ф.-м.н., професор; професор кафедри прикладної математики,
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, пл. Свободи, 4,
Харків-22, Україна, 61022;*

e-mail: n.kizilova@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-9981-7616>

Приведений детальний огляд математичних моделей переносу забруднень в повітрі, воді і ґрунті. Моделі представлені системами диференціальних рівнянь і використовуються для менеджменту водними ресурсами на певних територіях. Розглянуті детальні тривимірні рівняння переносу маси, імпульсу і тепла; осереднені двовимірні моделі переносу на мапах місцевості; одновимірні моделі переносу в річкових системах та нульвимірні компартментальні моделі. Враховані біотична компонента та вплив наслідків поступових глобальних змін клімату. Розглядаються постановки задач зовнішнього керування якості води, повітря і ґрунту, а також можливості екосистеми до самокерування. Обговорюються проблеми нечітких даних для валідації і використання математичних моделей для практичних потреб.

Ключові слова: динамічні системи, водні об'єкти, екологія, математичне моделювання, самоочищення.

Mathematical modeling of the dynamics of aquatic ecosystems and the possibilities of their self-cleaning at the conditions of global climate change

Rychak Nataliya

PhD in Geographical Sciences, Docent, Educational and Scientific Institute of Ecology, V.N. Karazin Kharkov National University, 6, Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

Kizilova Nataliya

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor; Professor of the Department of Applied Mathematics V.N. Karazin Kharkov National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

A detailed review of mathematical models of pollution dispersion in air, water and soil is presented in the article. The models are represented by the systems of differential equations and used for water resources management on urban landscapes. Detailed three-dimensional equations of mass, momentum and heat transfer, averaged two-dimensional dispersion models on terrain maps, one-dimensional dispersion models in river systems and zero-dimensional compartmental models have been considered. The biotic component and the impact of the effects of gradual global climate change have been taken into account. The tasks for external quality management of water, air and soil, as well as the possibilities of the ecosystem for self-management have been considered. The problems of fuzzy data for validation as well as the usage of mathematical models for practical purposes have been discussed.

Keywords: dynamical systems, water objects, ecology, mathematical modeling, self-cleaning.

1 Вступ

Забруднення атмосфери, яке пов'язане з господарською діяльністю людини, є важливим фактором, який впливає на якість поверхневих вод - річок, озер, ставків та інших джерел води. Викиди промислових підприємств і міського транспорту, змив органічних добрив із сільськогосподарських угідь приводять до переносу забруднень в атмосфері і поверхневих водах,

накопичення їх в підземних водах, ґрунтах і поверхневих водних об'єктах. Результатом є підвищення рівня забруднювачів, що в результаті впливає на склад флори і фауни водних екосистем, порушення водного балансу і біологічної рівноваги. Частково локальні порушення можуть відновитися за рахунок спроможності екосистем до самоочищення і відновлення, але часто для того потрібні локальні специфічні захисні заходи, які потребують планування, в тому числі з використанням математичних моделей [1]. В останні роки процеси переносу і накопичення забруднень прискорилися, а їх вплив на екосистеми, життя і здоров'я людини підсилюється за рахунок поступових процесів глобальних змін клімату [2-4]. В результаті підвищується середня температура повітря, тануть льодові щити і глетчери на різних континентах, підвищується солоність прісних вод, гинуть водні рослини і тварини, що викликає подальші ланцюги взаємопов'язаних негативних змін на рівні екосистем і ноосфери в цілому [5]. Робота присвячена огляду і порівняльному аналізу ефективності сучасних математичних моделей, які описують динаміку переносу, накопичення і розпаду забруднювачів, а також можливостей стабілізації і відновленню системи за рахунок як її самоочищення, так і спланованого керування її динамікою. Математичне моделювання якості води є важливим інструментом для планування та управління водними ресурсами, особливо на урбаністичних територіях.

2 Огляд математичних моделей

Інтерес до математичного моделювання процесів перенесення, накопичення та утилізації забруднень, які переносяться в атмосфері, ґрунтах, підземних та поверхневих водах, різко зріс наприкінці 1950-х – на початку 1960-х [1]. Це було пов'язано з вираженими змінами рівня забруднень навколишнього середовища відходами промисловості та інтенсивного сільського господарства, зафіксованим впливом екології на здоров'я та тривалість життя людини, а також зі зростанням продуктивності комп'ютерів і розробкою нових алгоритмів чисельного розв'язання систем алгебраїчних і диференціальних рівнянь. У рамках міжнародної програми International Biological Program з'явилися екологічні моделі (наприклад, CLEANER, 1974), засновані на рівняннях балансу забруднюючих речовин і розподілених джерел у вигляді можливостей самоочищення водою. Пізніше були розроблені детальніші моделі, які враховували фізичні процеси у водоймах, такі як циркуляція, стратифікація, змішування, осідання, а також температурні явища (модель LAKECO, 1974) та багатокомпонентні процеси (модель MS CLEANER, 1978). Уточнення таких моделей та їхня верифікація на основі екологічної інформації проводилася протягом 1970-80-х. Перші моделі відносилися до компартментальних (нульвимірних, 0D), в яких окремі тривимірні (3D) ділянки ландшафту замінювалися компартментами – водними, повітряними, ґрунтами, спорудами, і т.д. (Рис.1а). Процеси переносу маси (води, речовин, водоростей, бактерій та ін.) і тепла моделювалися відповідними дискретними рівняннями балансу компонент $C_{ij}(t)$ і температури $T(t)$ між компартментами $N_j(t)$ $i=1, \dots, k$, де $j=1, \dots, n$ - номер компоненти.

Поступовий прогрес в комп'ютерній техніці, математичному моделюванні, чисельним методам і методам вимірювань температур і концентрацій забруднень у відповідних пробах привели до переходу до одновимірних (1D) моделей зі змінними $C_{ij}(t, x)$, $T(t, x)$, де x – єдина просторова координата моделі, яка відлічується, наприклад, вздовж річки (Рис.1б). У цьому випадку теломасопереніс від припливів річки, від поверхових вод (дощ, сніг, і т.п.), від змиву з сільськогосподарських угідь, зливових стоків міст, викидів підприємств тощо можуть розглядатися як точкові джерела, які розташовані в деяких точках $\{x_1, \dots, x_p\}$ вздовж річки. Рівняння 1D математичної моделі являють собою системи звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) і для їх розв'язання використовувалися напіваналітичні методи або методи скінченних різниць.

Двовимірні (2D) моделі розглядають розподілення температури $T(t, x, y)$, водних мас і концентрацій $C_{ij}(t, x, y)$ забруднювачів і біологічних компонент на поверхні деякого ландшафту (Рис.1в). Рівняння 2D математичної моделі являють собою системи диференціальних рівнянь в часткових похідних (ДРЧП) і для їх розв'язання використовувалися методи сіток.

Значне зростання потужності комп'ютерних систем (кластерів, хмарних обчислень тощо) і розвинення методів скінченних/граничних елементів/об'ємів (МСЕ, МСО, МГЕ, МГО) дозволяє

проводити детальні розрахунки на 3D моделях (Рис.1г) з обчисленням розподілень температури $T(t, x, y, z)$, концентрацій $C_{ij}(t, x, y, z)$, відповідних потоків маси і тепла в довільних областях, структура і властивості яких відомі з попередніх геологічних (густина, пористості і проникливості ґрунтів), гідрологічних (підземні води, джерела), метеорологічних (погодні умови), кліматичних (особливості клімату місцевості) і екологічних (забруднювачі, якість води, біологічні складові) досліджень. На цьому підході засновані математичні моделі Water Quality Analysis Simulation Program (WASP) [6], модель EUTRO, яка включає рівняння наростання біомаси (евтрофікація) [7], та інші, частина з яких є у відкритому доступі [6,8].

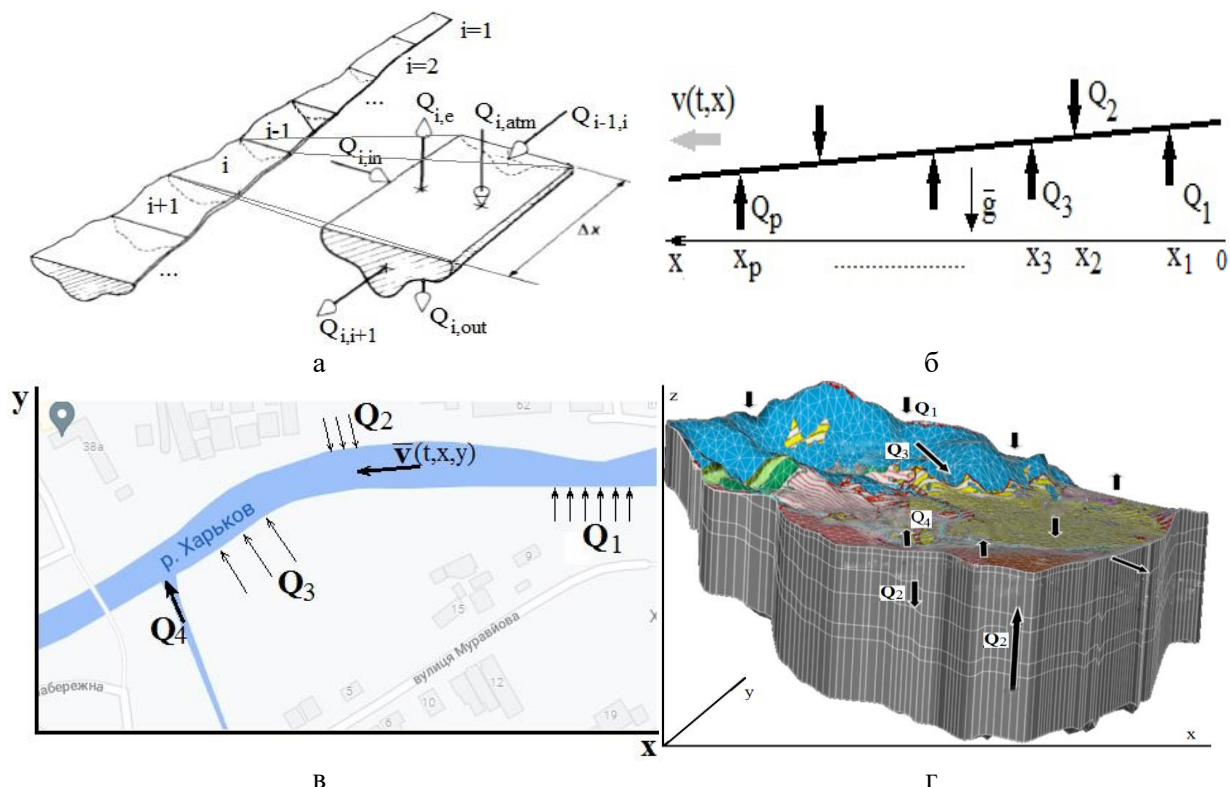


Рис.1. Різні типи математичних моделей екосистем: 0D(a), 1D (б), 2D (в), 3D (г).

Наявність великої кількості параметрів в таких математичних моделях вимагає дослідження релевантності і стійкості відповідних систем рівнянь, чутливості розв'язку до кожного з параметрів моделі, і валідації моделі шляхом порівняння розв'язку з результатами додаткових вимірювань значень розрахованих параметрів, тобто перевірка точності прогнозу, який дає відповідна математична модель.

3D математичні моделі базуються на рівняннях балансу маси, імпульсу і енергії, які у загальному вигляді для багатофазної (рідина, газ, ґрунти, біологічні складові) і багатокомпонентної (забруднюючі речовини, кисень, азот, і т.д.) системи мають вигляд [9]

$$\frac{\partial \rho^{\alpha\beta}}{\partial t} + \text{div}(\rho^{\alpha\beta} \vec{v}^{\alpha\beta}) = Q^{\alpha\beta} + M^{\beta} \sum_{\gamma} J_{\gamma}^{\alpha} v_{\gamma}^{\alpha\beta}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho^{\alpha\beta} \vec{v}^{\alpha\beta})}{\partial t} + \text{div}(\rho^{\alpha\beta} \vec{v}^{\alpha\beta} \oplus \vec{v}^{\alpha\beta}) = \text{div}(\hat{p}^{\alpha\beta}) + \vec{P}^{\alpha\beta} + \vec{F}^{\alpha\beta}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho^{\alpha\beta} e^{\alpha\beta})}{\partial t} + \text{div}(\rho^{\alpha\beta} e^{\alpha\beta} \vec{v}^{\alpha\beta}) = -\text{div}(\vec{J}_e^{\alpha\beta}) + \Theta^{\alpha\beta} + \vec{v}^{\alpha\beta} \cdot \vec{F}^{\alpha\beta}, \quad (3)$$

де $\rho^{\alpha\beta}$, $\vec{v}^{\alpha\beta}$, $Q^{\alpha\beta}$, M^{β} , J_{γ}^{α} , $v_{\gamma}^{\alpha\beta}$ - ефективна густина, швидкість, міцність джерела, молекулярна маса, швидкість хімічної реакції і стехіометричний коефіцієнт для компоненти β

фази α ; $\hat{p}^{\alpha\beta}$ - тензори напружень, $\bar{P}^{\alpha\beta}$ і $\bar{F}^{\alpha\beta}$ - міжфазні і зовнішні сили; $e^{\alpha\beta}$ - внутрішня енергія, $\bar{J}_e^{\alpha\beta}$ - потік тепла, $\Theta^{\alpha\beta}$ - міжфазний обмін енергією між компонентами.

Якщо підсумувати рівняння (1)-(3) за всіма компонентами β фази α , отримаємо 3D рівняння балансу між фазами (твердою, рідкою і газоподібною) у вигляді

$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} + \text{div}(\rho^\alpha \bar{v}^\alpha) = Q^\alpha, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho^\alpha \bar{v}^\alpha)}{\partial t} + \text{div}(\rho^\alpha \bar{v}^\alpha \oplus \bar{v}^\alpha) = \text{div}(\hat{p}^\alpha) + \bar{P}^\alpha + \bar{F}^\alpha, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho^\alpha e^\alpha)}{\partial t} + \text{div}(\rho^\alpha e^\alpha \bar{v}^\alpha) = -\text{div}(\bar{J}_e^\alpha) + \Theta^\alpha + \bar{v}^{\alpha\beta} \cdot \bar{F}^{\alpha\beta}, \quad (6)$$

де $\rho^\alpha = \sum_\beta \rho^{\alpha\beta}$, $\bar{v}^\alpha = (\rho^\alpha)^{-1} \sum_\beta \rho^{\alpha\beta} \bar{v}^{\alpha\beta}$, $e^\alpha = (\rho^\alpha \bar{v}^\alpha)^{-1} \sum_\beta e^{\alpha\beta} \rho^{\alpha\beta} \bar{v}^{\alpha\beta}$, $\bar{F}^\alpha = \sum_\beta \bar{F}^{\alpha\beta}$.

Рівняння (1) і (4) можна записати у вигляді відповідних рівнянь дифузії

$$\rho \frac{dC^{\alpha\beta}}{dt} = -\text{div}(\bar{J}^{\alpha\beta}) + Q^{\alpha\beta} + M^\beta \sum_\gamma J_\gamma^{\alpha\beta}, \quad (7)$$

$$\rho \frac{dC^\alpha}{dt} = -\text{div}(\bar{J}^\alpha) + Q^\alpha, \quad (8)$$

де $C^{\alpha\beta}$ і C^α - концентрації компонент і фаз, $\bar{J}^{\alpha\beta} = \rho^{\alpha\beta} (\bar{v}^{\alpha\beta} - \bar{v}) C^{\alpha\beta}$, $\bar{J}^\alpha = \rho^\alpha (\bar{v}^\alpha - \bar{v}) C^\alpha$, $\bar{v} = (\rho)^{-1} \sum_\alpha \rho^\alpha \bar{v}^\alpha$.

У випадку перенесення забруднень в воді і повітрі головними фазами є вода і газ відповідно, а моделі (1)-(3) і (4)-(6) є системами рівнянь механіки рідини і газу. Перенесення і накопичення забруднень у ґрунті описується на основі рівнянь (1)-(6), записаних для руху рідини або газу в пористому середовищі. Для насичених ґрунтів це рівняння Дарсі, а для ненасичених – рівняння Річардсона. Рішення 3D рівнянь вигляду (1)-(6) можливе з використанням методів скінченних або граничних елементів [8,9]. Для отримання практично важливих розв'язків потрібні дані про склад і властивості ґрунтів (пористість, проникливість), детальну геометрію поверхневих і підземних резервуарів води, а також статистичні дані аналізу проб води, ґрунтів і повітря у вигляді часових рядів [1-4].

Сума рівнянь (4)-(6) за всіма фазами дає рівняння механіки суцільних середовищ, які записуються як рівняння механіки рідини для ґрунтових вод і річкових систем. Наприклад, для випадку руху поверхневих вод рівняння (4), (5) мають вигляд

$$\chi \frac{\partial H}{\partial t} + (\bar{v}, \nabla) H = q, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v}, \nabla) \bar{v} = g(\nabla H + b) + g(b - S_f), \quad (10)$$

де H - глибина річки, χ - пористість русла річки, q – розподілені джерела або стоки води, b - уклін дна, S_f - поверхнєве тертя русла, g - прискорення вільного падіння.

З рівняння (6) аналогічно отримуємо рівняння переносу тепла

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = -\text{div}(\lambda \nabla T) + q_T \quad (11)$$

де T – температура, q_T - джерела тепла, c_p і λ - коефіцієнти теплоємності і теплопровідності.

Рух повітря описується моделями турбулентних течій $k - \omega$ або Spalart–Allmaras з двома та одним додатковим рівнянням відповідно. Використовуються і прямі розрахунки турбулентних вихрів або large eddy simulation з урахуванням Рейнольдсових турбулентних флуктуацій в

осереднених рівняннях Нав'є-Стокса [9]. Дифузія забруднень описується шляхом додавання (7) або (8) до моделі (9)-(10) або рівнянь Дарсі. За умовами впливу глобальних змін температури важливим є розв'язання повної системи (8)-(10) в силу залежностей коефіцієнтів всіх рівнянь, а також швидкостей біохімічних реакцій в (1) і (7), від температури.

Якщо в рівняннях (9)-(11) $\vec{v} = v\vec{e}_x$, то отримаємо 1D (Рис.16) модель річкової системи, яка описує рух води вздовж русла із заданим нахилом. Підземні точкові джерела додають воду до басейну, а пористе дно – відводить воду до гранту і шару ґрунтових вод. Притоки річок і штучні канали описуються точковими джерелами маси у відповідних точках і можуть задаватися, наприклад, у вигляді δ -функції. Розподілені джерела води відповідають змиву води від дощу і таненню снігу з поверхонь навколо русла. Інтенсивність цих джерел залежить від типу і куту нахилу поверхні, а також рівню осадків і температури. Відповідні формули і коефіцієнти є в довідниках [9] та імплементовані у пакети програм [8]. Чисельні розрахунки можуть проводитися з достатньою точністю за допомогою методу скінченних різниць.

У випадку $\vec{v} = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y$ (9)-(11) дають моделі 2D течій на географічних мапах із заданим нахилом місцевості $b(x, y)$. На відміну від 1D моделей, вони описують поперечний переніс води, забруднень і осадку вздовж русла, а також нерівномірну ерозію дна за рахунок сили Коріоліса в (5), які відсутні в 1D моделях.

Подальше осереднення рівнянь руху рідини і газу в атмосфері, пористих ґрунтах, поверхневих і підземних водоймах, дає рівняння 0D моделей переносу речовин, у тому числі забруднень, між компартментами, в якості яких можуть розглядатися окремі річки, пруди, підземні резервуари з будь-яким ступенем деталізації. Рівняння 0D моделей мають вигляд

$$V_w Z_w \frac{dM_w}{dt} = E_w + K_{aw} M_a + K_{sw} M_s - K_{ww} M_w, \quad (12)$$

$$V_a Z_a \frac{dM_a}{dt} = E_a + K_{wa} M_w + K_{sa} M_s - K_{aa} M_a, \quad (13)$$

$$V_s Z_s \frac{dM_s}{dt} = E_s + K_{ws} M_w + K_{as} M_a - K_{ss} M_s, \quad (14)$$

де індекси w, a, s відносяться до води, повітря і ґрунту або відповідної компоненти (наприклад, певного забруднювача в воді, повітрі і ґрунті відповідно; M позначає масу, Z і V – ємність і об'єм компартменту, K_{ij} - коефіцієнт переносу з компартменту i до j , а коефіцієнти типу K_{jj} включають акумуляцію, розкладання і хімічні перетворення в самій фазі.

В сучасних 0D моделях $E_{w,a,s}$ включає викиди забруднень до річкових вод, атмосфери та безпосередньо ґрунту (наприклад, речовин з автомобільних викидів); K_{aw} - атмосферні опади (до води), K_{sw} - ерозія ґрунтів і попадання твердих частинок до водойм, K_{wa} і K_{sa} - попадання аерозольних частинок і твердих частинок (наприклад, небезпечних мікрочастинок P_{10} , $P_{2.5}$) до атмосфери, K_{as} - атмосферні опади (до ґрунту), K_{ws} - осадження з води до придонних відкладень і ґрунту навколо русла.

3 Чисельні розрахунки і проблеми валідації математичних моделей

Чисельні розрахунки за 3D моделями потребують детальних даних геометрії шарів різних типів ґрунтів і води, а також геофізичних параметрів (густини, в'язкості, теплопровідності рідин з різними концентраціями завислих речовин; пористості, проникливості і термомеханічні параметри шарів ґрунтів), які обираються з відповідних довідників за типами ґрунту або формулами для густин і в'язкостей. Так само визначаються коефіцієнти поглинання і відбиття тепла, води і речовин твердими поверхнями, рослинними покривами тощо. Додавання до (14) рівнянь балансу для рослинного компартменту включає поглинання води коренями і випаровування кронами (транспірація) до атмосфери (K_{ws} і K_{sa} відповідно). Для 2D моделей дані про склад ґрунту не потрібні, тільки властивості поверхні області, включно з геометрією, пористістю і проникливістю дна водойм. Для 1D теж потрібні інтегральні дані, які описують поверхневий стік до річки води із забруднювачами. 0D моделі потребують інтегральних значень потоків маси і теплоти між компартментами атмосфери, ґрунту, придонних осадків, поверхневих і ґрунтових вод. В більш складних моделях враховуються кілька компартментів з однакової фази,

наприклад, чиста (питна) вода W_d (drinking water), технічна вода (для промисловості, сільського господарства) W_t (technical water), стічна (каналізаційна) вода W_w (waste water), оновлена (очищена) вода W_r (recycled water), втрачена вода W_l (lost water), підземні W_g і W_p поверхневі води. Тоді крім (12) маємо ще систему звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)

$$\begin{aligned} \frac{dW_p}{dt} &= J^+ + J_{ap} - J_{pg} - J_{pd}(N) - J_{pt}(N) - J_{pl} - J^-, & \frac{dW_g}{dt} &= J_{sg} + J_{sg} - J_{gd}(N) - J_{gt}(N), \\ \frac{dW_d}{dt} &= J_{pd}(N) + J_{gd}(N) + J_{dr} - J_{dl} - J_{dw}, & \frac{dW_w}{dt} &= J_{dw} + J_{tw} - J_{ws} - J_{wg} - J_{wr}, \\ \frac{dW_t}{dt} &= J_{pt}(N) + J_{gt}(N) + J_{tr} - J_{ind}(N) - J_{agr}(N) - J_{tl} - J_{tw}, & \frac{dW_r}{dt} &= J_{wr} + J_{lr} - J_{rt} - J_{rd}, \\ \frac{dW_l}{dt} &= J_{dl} + J_{tl} - J_{ls} - J_{lg} - J_{lr}, & M_w &= W_p + W_g - W_d - W_t - W_w + W_r - W_l, \end{aligned} \quad (15)$$

де J^+ , J^- - притік і відтік крізь границі області, J_{ij} - потік від компартменту і до j , функції $J_{ij}(N)$ - статистичні залежності між відповідними об'ємами води і чисельністю населення, а також типом промисловості, сільського господарства даного регіону.

Для замикання моделі (12)-(15) задається модель зростання чисельності населення

$$\frac{dN}{dt} = (k_b - k_d)N + m, \quad (16)$$

де k_b , k_d , m - коефіцієнти народжуваності, смертності і міграції, які залежать від індексів якості життя, якості і доступності води, в тому числі.

В системі ЗДР (12)-(16) деякі коефіцієнти обумовлені суто фізичними процесами переносу в природі (E_j, K_{ij}), тоді як інші можуть розглядатися як функції керування ($J_{dr}, J_{dl}, J_{dw}, J_{tr}, J_{tl}$ та ін.). Таким чином, зменшення втрат і підвищення якості і швидкості очищення і повторного використання води можуть привести до стійких циклічних розв'язків (12)-(16), що відповідає сталому розвиненню системи (sustainable development) і режимам самоочищення [1].

Для валідації моделі потрібні дані регулярних вимірювань вмісту забруднень в повітрі, водах і ґрунтах, рівней ґрунтових і поверхневих вод, які на жаль не наявні в деяких країнах [2-4].

5 Висновки

Рівень сучасної комп'ютерної техніки дозволяє проведення чисельних розрахунків на детальних 3D моделях масо- і тепло переносу водних екосистем, що потребує масиву гідрологічних і геофізичних даних. 1D і 0D моделі дозволяють проводити спрощені обчислення інтегральних параметрів (менеджмент водних систем, переніс і накопичення забруднень), що вимагає даних моніторингу ряду параметрів у вигляді часових рядів. Наведений детальний аналіз різних типів математичних моделей і їх програмних реалізацій.

ЛІТЕРАТУРА

1. Mathematical modeling of water quality: Streams, lakes, and reservoirs. Ed. by G.T. Orlob. J. Wiley&Sons. 1983. 518 p. <http://pure.iiasa.ac.at/id/eprint/2144/>
2. Кізілова Н.М., Ричак Н.Л., Чебукін Д.С., Лукієнко М.В. Екологічна оцінка якості поверхневих вод у бездошовий період в умовах міського водозбору. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, сер. «Геологія. Географія. Екологія»*. 2021. N54. P.289-305. <https://doi.org/10.26565/2410-7360-2021-54-22>
3. Ричак Н.Л., Кізілова Н.М. Моделювання якості поверхневих вод в умовах урболадшафтної геосистеми. "Advanced discoveries of modern science: experience, approaches and innovations." *Proceedings of I International Scientific and Theoretical Conference, April 9, 2021*. Amsterdam, the Netherlands: European Scientific Platform. 2021. Vol.1. P. 130-133. doi:10.36074/scientia-09.04.2021

4. Ричак Н.Л., Кізілова Н.М. Екологічні наслідки глобальних змін клімату на урбанізованих територіях. *Екологічні науки*. 2021. Вип.4(37). С.165-170. doi : 10.32846/2306-9716/2021.eco.4-37.25
5. *Climate Change 2021. The Physical Science Basis*. IPCC Report. WGI Press. 2021. 3949p. [https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/downloads/report/IPCC_AR6_WGI_Full_Report.pdf]
6. WASP [Електронний ресурс: <https://www.epa.gov/ceam/water-quality-analysis-simulation-program-wasp>]
7. Ambrose R.B. *A Hydrodynamic and Water Quality Model. Theory, User's Manual, and Programmer's Guide*. USEPA, Athens. 1988. <https://nepis.epa.gov/ZyPURL>
8. *OpenGeoSys. Open-source multi-physics* [Електронний ресурс: <https://www.opengeosys.org/>]
9. Kolditz O. *Computational methods in environmental fluid mechanics*. Springer. 2002. 378 p. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-04761-3>

REFERENCES

1. Mathematical modeling of water quality: Streams, lakes, and reservoirs. Ed. by G.T. Orlob. J. Willey&Sons. 1983. 518 p. <http://pure.iiasa.ac.at/id/eprint/2144/>
2. N. Kizilova, N. Rychak, D. Chebukin, M. Lukijenko, Ecological assessment of surface water quality in the rainless period in the conditions of urban catchment, *Bulletin of Kharkiv National University named after VN Karazina, Ser. "Geology. Geography. Ecology"*, 2021. N54. P.289-305. <https://doi.org/10.26565/2410-7360-2021-54-22>
3. N. Rychak, N. Kizilova, Modeling of surface water quality in the conditions of urban geosystem, "Advanced discoveries of modern science: experience, approaches and innovations." Proceedings of I International Scientific and Theoretical Conference, April 9, 2021. Amsterdam, the Netherlands: European Scientific Platform. 2021. Vol.1. P. 130-133. doi:10.36074/scientia-09.04.2021
4. N. Rychak, N. Kizilova, Environmental consequences of global climate change in urban areas, *Environmental sciences*, 2021, Vol.4(37), P.165-170. doi : 10.32846/2306-9716/2021.eco.4-37.25
5. *Climate Change 2021. The Physical Science Basis*. IPCC Report. WGI Press, 2021, 3949 p. [Електронний ресурс: https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/downloads/report/IPCC_AR6_WGI_Full_Report.pdf]
6. WASP [Електронний ресурс: <https://www.epa.gov/ceam/water-quality-analysis-simulation-program-wasp>]
7. R.B. Ambrose, "A Hydrodynamic and Water Quality Model. Theory, User's Manual, and Programmer's Guide", USEPA, Athens. 1988. <https://nepis.epa.gov/ZyPURL>
8. *OpenGeoSys. Open-source multi-physics* [Електронний ресурс: <https://www.opengeosys.org/>]
9. O. Kolditz, *Computational methods in environmental fluid mechanics*. Springer. 2002. 378 p. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-04761-3>