

УДК 656.072; 656.015; 519,12.176

Моделювання нечітких процесів управління транспортними системами пасажирських перевезень

Л.М. Козачок, О.Ю. Лісіна

**Козачок
Лариса Миколаївна**

ст. викладач
*Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
вул. Ярослава Мудрого 25, Харків, Україна, 61002*
e-mail: appl-math@ukr.net;
<https://orcid.org/0000-0002-5246-4246>

**Лісіна
Ольга Юліївна**

к. ф.-м. н., доцент
*Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
площа Свободи 4, Харків, Україна, 61022*
e-mail: lisina_korovina@ukr.net;
<https://orcid.org/0000-0002-2732-2136>

У пошуку нових ефективних методів та інструментів управління пасажирськими перевезеннями, які спрямовані на мінімізацію часу обслуговування та досягнення максимального показника задоволення потреб пасажирів у транспорті, роботу маршруту та вивчення пасажиропотоку на ньому корисно розглянути за допомогою методів нечіткої логіки, що забезпечують механізм роботи з неточними поняттями, вводять нечіткі множини, проводять з ними логічні дії та отримують кінцевий результат поставленої задачі. У даній роботі з використанням функцій приналежності нечітким множинам розроблено алгоритм пошуку розкладу роботи транспортних засобів на маршруті як послідовності інтервалів обслуговування, що відповідають у ході поставленої задачі нечіткій функції цілі – задоволення потреб населення у перевезеннях та нечітким обмеженням на використання транспортних засобів, які обслуговують маршрут міського пасажирського транспорту.

Ключові слова: транспортна система, математична модель, календарне планування, нечітка логіка, оптимальний розклад, алгоритмізація.

Modeling fuzzy management processes of passenger transport systems

Kozachok Larisa

Senior Lecturer
*Kharkiv National Automobile and Highway University, st. Yaroslava Mudrogo 25,
Kharkiv, Ukraine, 61002*

Lisina Olga

PhD of Physical and Mathematical Sciences, docent
*V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody Square 4, Kharkiv,
Ukraine, 61022*

The main tasks of organizing route transportation when considering processes in transport systems are to ensure a high level of management and the introduction of advanced working methods to meet the needs of the commuters, to ensure the quality of passenger service, to use vehicles of the enterprises' automobile fleet efficiently, to ensure transportation safety, as well as to reduce the cost of the necessary trips for the population. The main task of the passenger transport management should be the creation of schedules and the rational organization for the routes of vehicles. When looking for new effective methods and tools for managing passenger traffic, aimed at minimizing service time and achieving the maximum level of satisfaction of passengers, it is useful to consider the fuzzy logic methods. These methods provide and implement the mechanism of working with inaccurate concepts, introduce fuzzy sets of input data and allow performing logical actions with them as well as obtaining the final solution of the problem.

While setting the task of integer programming for creating a schedule for a train route, the target function and the system of restrictions on the desired values of unknowns are replaced by the functions of belonging to fuzzy sets, which indicate the average degree of belonging to the selected sets. Finding the values of the variables that are the solution to the problem and grouping them gives us a schedule for the route, which optimizes the target function under given restrictions. As the objective function, namely, the function of belonging to multiple time intervals, which correspond to the fuzzy function of the target in the studies, the numerical expression of the average degree of satisfaction of the needs of passengers is chosen. The time intervals – the average degree of use of vehicles during service during the daily operation of the route is chosen as the system of restrictions on

the desired variables. The algorithm for finding a solution space that is the basis for generating a schedule of vehicles on a route in the form of a sequence of service intervals corresponding to variable values has been developed.

The fuzzy objectives of the problem should be subject to the main criterion for creating a traffic schedule and optimal route control. That criterion takes into account the cost of the operation time of vehicles and the cost of waiting time for passengers.

Keywords: *transport system, mathematical model, scheduling, fuzzy logic, optimal schedule, algorithmization.*

Моделирование нечетких процессов управления транспортными системами пассажирских перевозок

**Козачок
Лариса Николаевна**

*ст. преподаватель
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет,
ул. Ярослава Мудрого 25, Харьков, Украина, 61002*

**Лисина
Ольга Юлиевна**

*к. ф.-м. н., доцент
Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
площадь Свободы 4, Харьков, Украина, 61022*

При поиске новых эффективных методов и инструментов управления пассажирскими перевозками, которые направлены на минимизацию времени обслуживания и достижение максимального уровня удовлетворения потребностей пассажиров в транспорте, работу маршрута и изучение пассажиропотока на нем полезно рассмотреть с помощью методов нечеткой логики. Данные методы предоставляют и внедряют в процесс поиска решения механизм работы с неточными понятиями, вводят нечеткие множества по входным данным, проводят с ними логические действия и получают конечный результат поставленной задачи. В этой исследовательской работе с использованием функций принадлежности нечеткого множества разработан алгоритм поиска расписания работы транспортных средств на маршруте как последовательности интервалов обслуживания, соответствующих в поставленной задаче нечеткой функции цели – удовлетворение потребностей населения в перевозках и нечетким ограничением на использование транспортных средств, обслуживающих маршрут городского пассажирского транспорта.

Ключевые слова: *транспортная система, математическая модель, календарное планирование, нечеткая логика, оптимальное расписание, алгоритмизация.*

1 Вступ

У ході розгляду різноманітних підходів до поліпшення роботи пасажирського транспорту у містах та методів, спрямованих на це, звернемо увагу на відповідні варіанти удосконалення управління перевезеннями пасажирів на маршрутах. У якості таких регуляторів можуть бути використані наступні показники: зменшення інтервалів між виходами на маршрут для виконання перевезень конкретними транспортними засобами, розробка розкладів, які враховують удосконалення якості роботи на маршруті, залучення інших видів транспортних засобів з певною пасажиромісткістю. Коректування та створення нових графіків роботи маршруту, нових розкладів обслуговування пасажирів транспортними засобами рухомого складу також мають спиратися на змінення інтервалів руху на маршруті, на змінення часу початку та закінчення роботи по перевезенню пасажирів [2, 3]. Велике значення у цих розробках набуває урахування змін пасажиропотоку впродовж робочої доби на маршруті та дослідження побудованої за необхідними об'ємами перевезень епюри інтенсивності пасажиропотоку та кількості транспортних засобів, що працюють на маршруті [1, 4].

Таким чином, побудова розкладів, що спираються на змінення часу роботи транспортних засобів на маршруті в залежності від кількості пасажирів, які використовують автобусний пасажирський транспорт в певні періоди часу та на певних ділянках є перспективним напрямком розвитку методів управління та врегулювання роботи маршрутів транспортних систем міст.

В багатьох наукових роботах також останнього часу надані розробки нових ефективних методів та інструментів управління пасажирськими перевезеннями, які спрямовані на мінімізацію часу обслуговування, досягнення максимального показника задоволення потреб пасажирів у транспорті на необхідних, економічно активних ділянках транспортної мережі міста та на мінімізацію затрат при використанні транспортних засобів на маршруті, тобто і на енергозбереження ресурсів економіки міст [5-7].

2 Основні поняття метода досліджень

Вивчення пасажиропотоку корисно розглянути за допомогою методів нечіткої логіки, які гарантують високий рівень обробки вхідних даних та низьку затримку у часі обробки цих даних. Також нечітка логіка допомагає визначати значення достовірності практичних результатів. Нечітка логіка при вірно введених означеннях дає також проміжні оцінки критеріїв між абсолютно вірним значенням та абсолютно хибним значенням з урахуванням того, що при більших значеннях функції приналежності до певної множини вище достовірність критерію, що розглядається.

Процес застосування нечіткої логіки до вхідних значень являє собою скінчену кількість правил, які використовуються при отриманні вихідних значень, та відповідно при прийнятті рішень для удосконалення технічних процесів. Поняття нечіткої множини введено Zadeh у роботах 1965 р. [8], воно є поняттям множини з нечіткими границями. На заміну цільовій функції цілочислового програмування введена функція приналежності множині, значення якої змінюються у інтервалі від 0 до 1, $\mu(x) \in [0; 1]$, вказуючи на ступінь відповідності обраній множині. Введемо позначення X деякої множини значень, відносно яких обговорюється критерій A , тоді нечітка множина елементів X буде надана як набір впорядкованих пар $\{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$, $\mu_A(x)$ – ступінь, який вказує наскільки x належить нечіткій множині A . Завдяки введеним поняттям у подальшому розвитку цієї теорії Беллман у 1970 році [9] задачі цілочислового програмування зміг звести до вирішення задач у поняттях нечіткої логіки, у яких цільова функція та система обмежень записуються як нечіткі множини. Вирішити ці задачі означає вирішення задачі сумісного виконання нечітких цілей та нечітких обмежень і, тобто, перетин відповідних множин.

Нечіткі множини та операції з ними будемо застосовувати для програмування та управління процесами на міському пасажирському транспорті. Нехай парк деякого транспортного підприємства складається з транспортних засобів рухомого складу у необмеженій кількості, спочатку зробимо таке припущення. Це транспортне підприємство обслуговує деякий маршрут пасажирських міських перевезень. Розглянемо можливі варіанти руху автобусів та посадки пасажирів у автобуси на зупинках.

Поняття часових станів, які створюють простір часових станів.

Як було описано у роботах Беллмана Р. Е. [9], простір Ω неперервного часу обслуговування перетворюється у дискретний скінчений простір станів Ω , де $|\Omega| < \infty$ з однаковими інтервалами часу у 1 хвилину

$$\forall \omega_i, \omega_{i+1} \in \Omega : \omega_{i+1} - \omega_i = 1.$$

Поняття простору часових етапів (відрізків часу).

Простір часового етапу Q ділиться на простір часового етапу Q , де $N = |Q| < \infty$ з еквівалентними інтервалами $s \in [5, 30]$ в залежності від обслуговування пасажирів. Часовий стан ω відповідає часовому етапу $q(\omega, s)$, який визначається наступним чином:

$$q(\omega, s) = [\omega, s].$$

Розклад роботи автобусів на маршруті по обслуговуванню пасажирів.

$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_N\}$ – розклад, який являє собою та надає проміжки часу обслуговування. Мається на увазі обслуговування пасажирів на маршруті певним автобусом при чому z_N є моментом часу відправлення на маршрут N -го автобусу, який відраховується від моменту часу виходу першого автобусу на маршрут. Також час початку та закінчення обслуговування пасажирів на маршруті z_1 та z_N задані спочатку, де N – кількість автобусів, працюючих на маршруті.

Знаходження значень змінних, які будуть рішенням задачі.

$t \in T$ є значеннями, що належать скінченій множині усіх значень інтервалів часу та являють собою проміжки часу, що проходять між двома послідовними зупинками автобусу:

$$t_1 < t_2 < \dots < t_M, |T| = M, t_{i+1} - t_i = 1, \forall i = \overline{1, M-1}.$$

Множина зупинок на маршруті.

Припустимо, що кількість пасажирів, які обслуговуються за інтервали часу $t_i, i = \overline{1, M}$, розподілена рівномірно. Множину зупинок позначимо $b_j \in \{b_1, b_2, \dots, b_j\}, j = \overline{1, J}$.

Максимальна пасажиромісткість являє собою максимальну кількість пасажирів, яка перевозиться одним автобусом, та позначається $p_i, i = \overline{1, N}$. Також для розгляду завдань можна використовувати поняття бажаної пасажиромісткості, яке було введено CederA.

Тобто для вивчення роботи по обслуговуванню на маршруті системи міського пасажирського транспорту та постановці задачі оптимізації вводяться умови з системи обмежень у певному часовому стані $\omega \in \Omega$ на певному часовому етапі $q \in Q$ та у певному проміжку часу $t \in T$.

Опишемо пасажиропотік.

Швидкість потоку пасажирів (інтенсивність), прибуваючих на зупинку на етапі $q \in Q$ позначимо v_i^q .

Множина пасажирів, що очікують автобусна зупинці $i \in J$ має міцність (кількість пасажирів) буде записано $v_i^q \cdot t$, час очікування автобуса цими пасажирами буде $\frac{v_i^q \cdot t^2}{2}$.

Інтенсивність потоку пасажирів, що використовують автобус, сідають у автобус на зупинці i , виходять з автобусу на зупинці j на часовому етапі $q \in Q$ позначимо λ_{ij}^q , а кількість таких пасажирів знаходиться як $v_i^q \cdot t \cdot \lambda_{ij}^q$.

Кількість пасажирів, що продовжують шлях поїздки у автобусі після j -ої зупинки позначимо $K_j^{\omega, t}$ при цьому проміжок часу ω буде різницею у часі між відправленням автобусу від зупинки j та останнім автобусом на маршруті у момент відправлення його від першої зупинки при розгляді певного часового стану ω

$$K_j^{\omega, t} = K_{j-1}^{\omega, t} + v_j^q \cdot t_{\omega} - \sum_{i=1}^{j-1} v_i^q \cdot t_{\omega} \cdot \lambda_{ij}^q. \quad (1)$$

Визначимо використаність конкретної зупинки, її **значущість**, яка залежить від кількості пасажирів, що заходять у автобус та виходять із автобусу на зупинці j при розгляді етапу часу q :

$$b_j^q = \frac{v_j^q + \sum_{i=1}^{j-1} v_i^q \cdot \lambda_{ij}^q}{\sum_{j=1}^J (v_j^q + \sum_{i=1}^{j-1} v_i^q \cdot \lambda_{ij}^q)}, \quad (2)$$

де $\sum_{j=1}^J b_j^q = 1$.

3 Використання методів нечіткої логіки для побудови оптимального розкладу роботи маршруту

Функцію приналежності до множини часових інтервалів, що відповідають нечіткій функції цілі, яка чисельно визначає ступінь задоволення потреб пасажирів, кількість яких $K_j^{\omega, t}$ є кількістю пасажирів, що відправляються від зупинки j , буде позначено $\mu_{g,p}(K_j^{\omega, t})$, де P – максимальна місткість транспортного засобу.

Позначимо $\mu_g^{\omega}(t)$ та $\mu_c^{\omega}(t)$ функції приналежності, які використовуються для цільової функції та системи обмежень, аргументом цих функцій буде часовий інтервал t , який розглядається у часовому стані ω транспортної системи. Приналежність часового інтервалу до необхідної множини часових інтервалів розглядається для кожної зупинки $j = \overline{1, J-1}$ з урахуванням значущості цієї зупинки як ваги, що була задані вище рівністю (2).

Для цих функцій приналежності отримаємо наступні формули:

$$\mu_g^{\omega}(t) = \sum_{j=1}^{J-1} b_j^q \cdot \mu_{g,p}(K_j^{\omega, t}) \quad (3)$$

$$\mu_c^{\omega}(t) = \sum_{j=1}^{J-1} b_j^q \cdot \mu_{c,p}(K_j^{\omega, t}) \quad (4)$$

Далі запишемо функцію приналежності, яка вказує на ступінь відповідності часового інтервалу t обслуговування транспортним засобом пасажирів нечіткій цільовій функції та нечітким обмеженням, тобто функцію приналежності до множини часових інтервалів, що найбільш

відповідають нечіткій цілі та нечітким обмеженням у певному часовому стані ω . Ця формула буде мати наступний вигляд:

$$\mu_o^\omega(t) = \mu_g^\omega(t) \wedge \mu_c^\omega(t). \quad (5)$$

Для $d \in (0; 1)$ введемо поняття d -рівня функції $\mu_o^\omega(t)$, який позначимо як множину $U_d(\mu_o)$, також позначимо n_o – кількість часових інтервалів, що будуть включені до оптимального розкладу Z^* роботи на маршруті та будуть оптимізувати цей розклад у часовому стані ω . Множина O_d^ω є підмножиною $U_d(\mu_o)$, що містить інтервали, які мають найвищий ступінь відповідності, відображений у функції приналежності, кількість елементів цієї множини буде n_o .

Таким чином

$$O_{d,n_o}^\omega(t) \subset U_d(\mu_o) = \overline{\{t | \mu_o^\omega(t) > d\}},$$

$$|\mu_{O_{d,n_o}^\omega}(t)| = |\mu_o| \leq n_o. \quad (6)$$

Для того, щоб оцінювати оптимальність розкладу руху Z транспортних засобів на маршруті необхідно обчислити величини, які є характеристиками цього розкладу, та за допомогою значень цих характеристик можна оптимізувати розклад руху. Спочатку запишемо формули для обчислення загального часу обслуговування пасажирів транспортними засобами на маршруті T_z , загального часу руху пасажирів, що залежить від стану транспортної системи, T_ω , загального часу очікування пасажирами транспортних засобів на маршруті T_w :

$$T_z = \sum_{\omega=z_1}^{z_N} \sum_{j=1}^{J-1} \omega_j^q \quad (7)$$

$$T_\omega = \sum_{\omega=z_2}^{z_N} \sum_{j=1}^{J-1} (K_j^{\omega,t} \cdot \omega_j^q) \quad (8)$$

$$T_w = \sum_{\omega=z_2}^{z_N} \sum_{j=1}^{J-1} \frac{v_j^q \cdot t_\omega^2}{2} \quad (9)$$

Далі ми можемо вивести формулу для обчислення середнього ступеню задоволення потреб населення у автобусах, які виконують перевезення на маршруті впродовж робочої доби як середнього значення функції приналежності до множини часових інтервалів, що найбільш відповідають нечіткій цілі, тобто ступінь відповідності цільовій функції. Також буде записана формула для обчислення середнього значення ступеню використання транспортних засобів впродовж добової роботи на маршруті як середнє значення функції приналежності, що вказує на ступінь відповідності нечітким обмеженням:

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_g &= \frac{1}{N-1} \sum_{\omega=z_2}^{z_N} \mu_g^\omega(t), \\ \bar{\mu}_c &= \frac{1}{N-1} \sum_{\omega=z_2}^{z_N} \mu_c^\omega(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Нечіткі цілі постановки задачі повинні підпорядковуватися головному критерію розгляду і вирішення задачі побудови розкладу руху та оптимального управління на маршруті, цей критерій враховує вартість роботи розкладу, що складається з вартості часу роботи транспортних засобів по обслуговуванню пасажирів та вартості часу очікування пасажирами транспортних засобів на маршруті:

$$C = c_z \cdot T_z + c_w \cdot T_w ,$$

де c_z - затрати на одну годину обслуговування маршруту транспортним засобом, c_w - затрати пасажирів за одну годину очікування на зупинках.

Визначення оптимального інтервалу часу t_ω для кожного часового стану ω .

При вирішенні задачі можна будувати чітку математичну модель з чіткими обмеженнями на пропускну здатність автобусів при цьому оптимальний часовий інтервал визначається так, щоб отримати максимальне сукупне навантаження, яке наближається до бажаної зайнятості транспортних засобів та вдоволення потреб населення у перевезеннях.

Якщо будувати нечітку модель для вирішення задачі, що поставлена, то оптимальні часові інтервали, що будуть входити до оптимального розкладу роботи на маршруті, визначаються як нечіткою цільовою функцією так і нечіткими обмеженнями, згрупованими у систему, у певному часовому стані роботи на маршруті:

$$t_\omega = \begin{cases} \arg \max \mu_0^\omega(t) & \text{якщо } \mu_0^\omega(t) \leq d , \\ O_{d,n_0}^\omega(t) & \text{якщо } \mu_0^\omega(t) > d , \end{cases} \quad (11)$$

при $t \in T = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$.

Математична модель при цьому перетворює чітку цільову функцію у дві нечіткі функції приналежності – нечітку ціль задоволення пасажирів та нечіткі обмеження використання пропускну спроможності транспортного засобу. Для певного часового інтервалу у певному стані часу кількість пасажирів у транспортному засобі на кожній зупинці b_j відрізняється. У наслідок цього $\mu_g^\omega(t)$ та $\mu_c^\omega(t)$ отримується агрегацією усіх μ_g та μ_c на зупинці јнад усіма зупинками $j = \{1, 2, \dots, J - 1\}$, враховуючи ваги кожної зупинки b_j^q на етапі роботи транспортної системи $q \in Q$.

4 Формування розкладу роботи транспортних засобів на маршруті по обслуговуванню пасажирів

У рівнянні знаходження часових інтервалів оптимального розкладу робіт сказано, що при $\mu_0^\omega(t) \leq d$ множина оптимальних часових інтервалів складається з одного елементу t_ω , що максимізує $\mu_0^\omega(t)$, де d – певний рівень значень функції приналежності. Якщо $\mu_0^\omega(t) > d$, то множина часових інтервалів оптимального розкладу є множиною $O_{d,n_0}^\omega(t)$, що складається з інтервалів, які мають найвищий ступінь відповідності, відображений у функції приналежності, кількість елементів цієї множини буде n_0 , елементи будуть розташовані у порядку не зростання їх величин. Рішенням поставленої задачі буде матриця O розміру $p \times q$, елементи якої будуть $O(\omega, t_\omega) = \mu_0^\omega(t)\omega$.

Простір прийняття рішень O є базою для формування розкладу Z як графіку часу обслуговування, при якому два послідовних відправлення автобусів по сполученню відповідають станам $\omega, \omega + t_\omega$, де t_ω - часовий інтервал, що відповідає стану ω .

Запишемо послідовні кроки пошуку простору рішень $O(\omega, t_\omega)$:

- Спочатку усім елементам матриці $O(\omega, t)$ присвоїмо нульові значення, також $K_j^{\omega,t} = 0$.
- У циклі по $\omega \in \Omega, t \in T, j = \overline{1, J-1}$ будемо обчислювати кількість пасажирів, які продовжують переміщення у автобусі після j -ї зупинки за формулою, наведеною вище:

$$K_j^{\omega,t} = K_{j-1}^{\omega,t} + t_\omega \left(v_j^q - \sum_{i=1}^{j-1} v_i^q \cdot \lambda_{ij}^q \right), \text{ де } q = \left[\frac{\omega}{\omega_0} \right].$$

- Знаходимо значення функцій приналежності у циклі по $\omega \in \Omega, t \in T$:

$$\mu_g^\omega(t) = \sum_{j=1}^{J-1} b_j^q \cdot \mu_{g,B}(K_j^{\omega,t}),$$

$$\mu_c^\omega(t) = \sum_{j=1}^{J-1} b_j^q \cdot \mu_{c,B}(K_j^{\omega,t}),$$

$$\mu_0^\omega(t) = \mu_g^\omega(t) \wedge \mu_c^\omega(t).$$

- У циклі по $t \in T$ обчислюємо оптимальні часові інтервали, множину, що відповідає простору рішень у вигляді матриці O

$$t_\omega = \arg \max \mu_0^\omega(t),$$

$$O(\omega, t_\omega) = \mu_0^\omega(t_\omega).$$

- Розташувати значення функції $\mu_0^\omega(t)$ по спаданню значень елементів, результат записати у вектор- стовпчик

$$spuskO = descending(\mu_0^\omega(t)).$$

- У циклі по $n = \overline{1, n_0}$ виконати наступні дії:

$$\text{якщо } spuskO(n) \leq d \text{ тоді } t_\omega = spuskO(n), \quad O(\omega, t_\omega) = spuskO(n).$$

5 Висновки

У ході виконання наведеного вище алгоритму ми отримуємо розклад роботи транспортних засобів на маршруті у запису послідовності інтервалів обслуговування. Цей розклад буде наближений до оптимального розкладу роботи, що можна розглянути, враховуючи кількість рейсів автобусів N , час обслуговування маршруту транспортними засобами T_z , час знаходження пасажирів у дорозі на маршруті T_ω , час очікування пасажирів транспортним засобом T_w , середню кількість пасажирів у автобусі P , середній ступінь задоволення потреб пасажирів $\overline{\mu_g}$ та середнє значення ступеню використання транспортних засобів впродовж добової роботи на маршруті $\overline{\mu_c}$. Вартість роботи рухомого складу на маршруті, що розглядається, за побудованим розкладом обчислюється наступним чином:

$$C = c_z \cdot T_z + c_w \cdot T_w$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Левковець П.Р., Мороз М.М., Кобилецький Р.В. Удосконалення логістичного управління перевезень пасажирів. *Вісник КДПУ імені Михайла Остроградського*. 2007. Вип. 6 (47). С. 113-115. [http://www.kdu.edu.ua/statti/2007-6\(47\)/113.pdf](http://www.kdu.edu.ua/statti/2007-6(47)/113.pdf)
2. Ceder A. Planning and Evaluation of Passenger Ferry Service in Hong Kong. *Transportation*. 2006. Vol. 33. P. 133–152. <https://www.worldtransitresearch.info/research/2324>
3. Ceder A., Voß S., Daduna J. Efficient Timetabling and Vehicle Scheduling for Public Transport. Computer-Aided Scheduling of Public Transport. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. 2001. Vol. 505. P. 37-52. https://doi.org/10.1007/978-3-642-56423-9_3
4. Горбачов П.Ф., Любий Є.В. Моделювання попиту на перевезення населення малих міст маршрутним пасажирським транспортом: монографія. Харків: ХНАДУ, 2014. 257 с. https://scholar.google.com.ua/citations?user=aOVv_AoAAAAJ&hl
5. Alvarez A., Casado S., Gonzalez Velarde J., Pacheco J. A computational tool for optimizing the urban public transport. *Journal of Computer System Sciences International*. 2010. Vol. 49(2). P. 244-252. https://www.researchgate.net/publication/226909691_A_computational_tool_for_optimizing_the_urban_public_transport_A_real_application

6. Leurent F. Transport capacity constraints on the mass transit system: systemic analysis. *European Transport Research Review*. 2011. Vol. 3. P. 11-21. <https://doi.org/10.1007/s12544-011-0046-5>
7. Marieke S. van der Tuin, Pel A.J. The disruption transport model: computing user delays resulting from infrastructure failures for multi-modal passenger & freight traffic. *European Transport Research Review*. 2020. Vol. 12. P. 1-10. <https://doi.org/10.1186/s12544-020-0398-9>
8. Zadeh L.A. Fuzzy sets. *Information and Control*. 1965. Vol. 8(3). P. 338-353. <https://doi.org/10.2307/2272014>
9. Bellman R.E., Zadeh L.A. *Decision-Making in a Fuzzy Environment*. *Management Science*. 1970. Vol. 17. 141-164. <https://doi.org/10.1287/mnsc.17.4.B141>

REFERENCES

1. P.R. Levkovec, M.M. Moroz, and R.V. Kobileckiy, “Improved logistics management of passenger transportation”, *Vestnik KDPU*, vol. 6(47), 113-115, 2007. [http://www.kdu.edu.ua/statti/2007-6\(47\)/113.pdf](http://www.kdu.edu.ua/statti/2007-6(47)/113.pdf) [in Ukrainian]
2. A. Ceder, “Planning and Evaluation of Passenger Ferry Service in Hong Kong”, *Transportation*, vol. 33, p. 133–152, 2006. <https://www.worldtransitresearch.info/research/2324>
3. A. Ceder, S. Voß, & J. Daduna, “Efficient Timetabling and Vehicle Scheduling for Public Transport. Computer-Aided Scheduling of Public Transport”, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, vol 505, 37-52, 2001. https://doi.org/10.1007/978-3-642-56423-9_3
4. P.F. Gorbachov, E.V. Lyubiy, “Modeling the demand for transportation of the population of small towns by route passenger transport: monograph”, Kharkov: KhNADU, 2014. https://scholar.google.com.ua/citations?user=aOVv_AoAAAAJ&hl [in Ukrainian]
5. A. Alvarez, S. Casado, J. Gonzalez Velarde, & J. Pacheco, “A computational tool for optimizing the urban public transport”, *Journal of Computer System Sciences International*, vol. 49(2), 244-252, 2010. https://www.researchgate.net/publication/226909691_A_computational_tool_for_optimizing_the_urban_public_transport_A_real_application
6. F. Leurent, “Transport capacity constraints on the mass transit system: systemic analysis”, *European Transport Research Review*, vol. 3: 11-21, 2011. <https://doi.org/10.1007/s12544-011-0046-5>
7. Tuin, Marieke S. van der and A. Pel, “The disruption transport model: computing user delays resulting from infrastructure failures for multi-modal passenger & freight traffic”, *European Transport Research Review*, vol. 12: 1-10, 2020. <https://doi.org/10.1186/s12544-020-0398-9>
8. L.A. Zadeh, “Fuzzy sets”, *Information and Control*, vol. 8(3), 338-353, 1965. <https://doi.org/10.2307/2272014>
9. R.E. Bellman, L.A. Zadeh, “Decision-Making in a Fuzzy Environment”, *Management Science*, vol. 17, 141-164, 1970. <https://doi.org/10.1287/mnsc.17.4.B141>