

УДК 51-76+616.9

Дослідження кореляцій динаміки захворювання на COVID-19 з деякими соціально-економічними факторами

А.А. Захарова, Н.М. Кізілова

**Захарова
Аліса Андріївна**

студентка, кафедра прикладної математики, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022;

*e-mail: alicedarcy@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-2539-5403>*

**Кізілова
Наталія Миколаївна**

д.ф.-м.н., професор; професор кафедри прикладної математики, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022;

*e-mail: n.kizilova@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-9981-7616>*

Досліджується динаміка поширення COVID-19 на основі статистичного аналізу часових рядів для числа інфікованих, одужалих, померлих, та ін. даних, які доступні з відкритих джерел. Було одібрано 60 країн, для яких були виявлені статистично значущі кореляції і отримані їх функціональні апроксимації. Виявлені найбільш інформативні показники епідемії. Показано, що вони залежать від ряду факторів, специфічних для даної країни, і повинні бути обчислені окремо для кожної хвилі та фази пандемії. Досліджені кореляції цих показників з рядом соціально-економічних факторів. Запропонована математична модель динаміки поширення захворювання у вигляді системи ЗДУ (адаптована SIR-модель) та обчислений критерій асимптотичної стійкості системи, який є показником необхідності введення локдауну. Ідентифікація параметрів математичної моделі для даної фази епідемії за рахунок аналізу статистичних даних дозволяє оцінювати зміни критерію стійкості за часом, прогнозувати та контролювати динаміку епідемії.

Ключові слова: динамічні системи, кореляційний аналіз, математичне моделювання, COVID-19.

Study of correlations of COVID-19 dynamics with social-economic factors

A. Zakharova, N. Kizilova

Zakharova Alisa

*student
V.N. Karazin Kharkov National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022,
Ukraine*

Kizilova Nataliya

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor; Professor of the
Department of Applied Mathematics
V.N. Karazin Kharkov National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022,
Ukraine*

Studying the current state of the dynamics of the COVID-19 spread is based on the statistical analysis of time series for the number of infected persons, recovered or died patients, the number of tests performed and other data available from open sources. The mathematical models of infectious diseases have been investigated. Sixty countries from Europe, Asia, Africa, North and South America and Oceania have been selected for the statistical analysis. Statistically significant dependences between the time series have been identified by means of correlation analysis, and their functional approximations have been obtained. The indicators that are the most informative for assessing the state of the epidemic and forecasting its further dynamics have been identified. It is shown that those indicators depend on a number of factors specific to a given country and, therefore, they should be calculated separately for each wave and phase of the pandemic. It has been confirmed that the averaged 14-day values for the new daily cases is a more reliable indicator of COVID-19 dynamics than the 1-day values but the approximation coefficients are country-specific. The correlation of the indicators with a number of socio-economic factors, among which the Human Development Index (HDI), tourism activity and social distance are the most significant, has been shown. The synergy of other factors that exhibited no significant effect separately should be noticed. A mathematical model of the disease spread dynamics as a system of ordinary differential equations (adapted SIR-model) is proposed and the criterion of asymptotic stability of the system, which is an indicator of the need for lockdown, is calculated. Identification of the parameters for the model of current phase of the epidemic by the analysis of statistical data allows assessing changes in the criterion of stability over time, predicting and controlling the dynamics of the epidemic.

Keywords: dynamical systems, correlation analysis, mathematical modeling, COVID-19.

Исследование корреляций динамики заболевания COVID-19 с некоторыми социально-экономическими факторами

А.А. Захарова, Н.М. Кизилова

**Захарова
Алиса Андреевна**

*студентка,
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, майдан
Свободы, 6, Харків-22, Украина, 61022*

**Кизилова
Наталья Николаевна**

*д.ф.-м.н., профессор; профессор кафедры прикладной математики,
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, майдан
Свободы, 6, Харків-22, Украина, 61022*

Исследуется динамика распространения COVID-19 на основе статистического анализа временных рядов для числа инфицированных, выздоровели, умерших, и др. данных, которые доступны из открытых источников. Было отобрано 60 стран, для которых были обнаружены статистически значимые корреляции и получены их функциональные аппроксимации. Выявлены наиболее информативные показатели эпидемии. Показано, что они зависят от ряда факторов, специфических для данной страны, и должны быть вычислены отдельно для каждой волны и фазы пандемии. Исследованы корреляции этих показателей с рядом социально-экономических факторов. Предложена математическая модель динамики распространения заболевания в виде системы ОДУ (адаптированная SIR-модель) и получен критерий асимптотической устойчивости системы, который является показателем необходимости введения локдауна. Идентификация параметров математической модели для конкретной фазы эпидемии за счет анализа статистических данных позволяет оценивать изменения критерия устойчивости по времени, прогнозировать и контролировать динамику эпидемии.

Ключевые слова: динамические системы, корреляционный анализ, математическое моделирование, COVID-19.

1 Вступ

Протягом пандемії вірусу COVID-19 станом на кінець листопада 2020 р. були охоплені 215 країн і територій, заражені понад 63 мільйонів людей і спричинено понад 1.5 мільйон смертей у всьому світі.¹ Протистояння розповсюдженню захворювання можливо тільки за умови об'єднаних зусиль біологів, фізіологів, лікарів, фармацевтів, біохіміків, біофізиків та математиків. Статистичні моделі багаторівневої обробки великих даних дозволяють виявити кореляції між різними факторами та рівнем захворюваності у різних країнах, побудувати регресійні залежності та використати їх для будівництва нових математичних моделей, які дозволять прогнозувати динаміку розповсюдження вірусу, знаходити найбільш ефективні засоби боротьби з ним та моделювати подібні випадки у майбутньому, щоб бути готовими до них [1]. Серед численних факторів, пов'язаних із ризиком COVID-19, виявлено, що економічна нерівність посилює ризик передачі COVID-19. Кількість ліжок на душу населення негативно корелює зі смертністю від COVID-19. Групи крові В і АВ виявлені захисними факторами для ризику COVID-19, тоді як група крові А була фактором ризику. Збільшення споживання овочів, їстівної олії, білків, вітаміну D та вітаміну К було пов'язано зі зниженням, тоді як збільшення споживання алкоголю було пов'язане з підвищенням ризику COVID-19. Інші фактори включали вік, стать, температуру, вологість, соціальну дистанцію, куріння, інвестиції в охорону здоров'я, рівень урбанізації та расу. Всебічна ідентифікація факторів, які впливають на передачу COVID-19 та летальний результат, може дати нові уявлення про пандемію COVID-19 та знайти ефективні стратегії запобігання та міграції поширення COVID-19.

На основі статистичного аналізу розробляють нові методи діагностики та прогнозування поширення та аналізу вірусів, які вводять показник нестабільності в динаміку пандемії [2]. У роботі [3] проведений аналіз часових рядів нових випадків, щоденних смертей та виконаних тестів в Великобританії та Німеччині для дослідження наслідків самоізоляції протягом карантину. Результати показали, що поява другої хвилі залежить майже виключно від швидкості, з якою працює імунітет, і що для реалізації рішення необхідно відстежувати якнайменше 20% безсимптомних заражених випадків. Подібний аналіз був проведений і для інших країн [4,5].

¹<https://www.worldometers.info/coronavirus/>

Оскільки одним з найважливіших способів передачі захворювання є соціальна активність, мобільність, якою охоплені більшість активних людей молодого та середнього віку [6], значний інтерес являє дослідження факторів, які сприяють соціальній активності і, таким чином, повинні бути належним шляхом модифіковані для запобігання розповсюдженню пандемії.

2 Матеріали і методи

В роботі проводилась статистична обробка «великих даних» з відкритих джерел щоденних вимірювань загальної кількості I_{tot} і D_{tot} та нових випадків на день I_{day} і D_{day} захворілих і померлих від COVID-19, загальні кількості активних A_{tot} , критичних C_{tot} та одужалих R_{tot} пацієнтів, кількості T_{tot} проведених тестів, а також загальноприйнятих показників, таких як денна кількість нових інфікованих на 100000 населення, середня кількість нових хворих за остатні 2 тижня I_{14} та інших.² Серед факторів, які найчастіше згадуються та вивчаються як найбільш впливові на динаміку хвороби в країні, кантоні, області тощо, є середній вік населення, доля літнього населення, індекс розвинення країни, кількість коштів, що витрачаються на медицину, Human Development Index (HDI), туристична активність, соціальна дистанція, рівень продажу тютюнових виробів, кількість курців, спортивна активність, кліматичні фактори та інші. Оскільки дослідити залежності від вище визначених факторів в рамках одного дослідження неможливо, були обрані соціально-економічні фактори. HDI - це сумарний показник середніх досягнень за ключовими параметрами людського розвитку: довге і здорове життя, рівень отриманих знань і гідний рівень життя, який розраховується як середнє геометричне нормованих індексів для кожного з трьох вимірів. Для детального уявлення найбільш вагомих параметрів, які повинні бути включені до математичної моделі, що дозволить прогнозувати динаміку пандемії та впливати на неї, проводився кореляційний аналіз між параметрами $\{I_{tot}, D_{tot}, I_{day}, D_{day}, I_{14}\}$ та різними соціально-економічними показниками з баз великих даних³, що були виміряні для кожної з країн в 2019 р. Для порівняння були відібрані 60 країн Європи (31), Азії (15), Африки (6), Північної (2) і Південної (4) Америки та Океанії (2). Методами кореляційного аналізу досліджувались таблиці коефіцієнтів кореляції. За наявності позитивної або негативної кореляції для діаграм розсіювання будувалися лінійні, експоненціальні та степеневі регресійні залежності методом найменших квадратів.

3 Результати статистичного аналізу даних

3.1 Статистичні залежності між показниками пандемії

Детальний аналіз показав, що кореляції між кумулятивними параметрами статистично незначні. Це може бути пов'язано з різною кумулятивною динамікою пандемії в країнах (перша хвиля, початок, пік, згасання або закінчення другої хвилі), введення суворих, середніх або легких обмежень, охопленість і доступність тестування, відкритість даних та ін. В цьому розділі наведені лише ті результати, які виявили статистично значущі кореляції та відповідні регресійні залежності з високим коефіцієнтом детермінації (R^2). На Рис. 1а,б відповідно наведені діаграми розсіювання $D_{mln}(I_{mln})$ і $I_{14}(I_{mln})$ для кількостей I_{day} , D_{day} , I_{14} перелічених на 1 млн. населення країни. На Рис. 1в,г наведені ті ж самі залежності, але тільки для країн Європи із зазначенням країн.

Значущі регресійні залежності (Рис. 1а) були знайдені для $D_{mln}(I_{mln})$ тільки для країн Африки ($\sim 0.035 \cdot x^{0.798}$; $R^2 = 0.9597$), тоді як залежності $I_{14}(I_{mln})$ - для країн Африки ($\sim 1.246 \cdot x^{1.001}$; $R^2 = 0.9954$), Азії ($\sim 1.515 \cdot x^{0.958}$; $R^2 = 0.9931$) і Європи ($\sim 2.309 \cdot x^{0.918}$; $R^2 = 0.9036$). Таким чином, географічне положення та рівень економічного розвинення країни не визначає залежності D/I за день, 2 тижня або за період пандемії, і інші фактори можуть бути суттєво більш значущими. В той же час, виявилась лінійна кореляція між I_{14} і I_{mln} (Рис. 1б). У вищенаведених ступеневих залежностей показник ступеню ~ 1 , але коефіцієнти залежностей різні для країн Африки, Азії і Європи. Значно вищий коефіцієнт залежності для країн Європи може бути пов'язаний з кількістю тестувань та доступністю даних. Для країн Півн. Америки та

² <https://ourworldindata.org/coronavirus-source-data>

³ <https://ourworldindata.org/>, <https://www.worldometers.info/>

Океанії (по 2 країни) регресійний аналіз не має сенсу, але формальний аналіз дає наступні залежності $D_{min}(I_{min})$ і $I_{14}(I_{min})$: Півн.Америци ($\sim 0.219 \cdot x^{0.458}$; $R^2 = 1$ і $\sim 0.576 \cdot x^{1.157}$; $R^2 = 1$) і для Океанії ($\sim 0.348 \cdot x^{0.657}$; $R^2 = 1$ і $\sim 0.941 \cdot x^{0.374}$; $R^2 = 1$). Таким чином, останні залежності суттєво відрізняються від статистичних. Таким чином, показник I_{min} , який прийнятий як поріг для введення локдауну в деяких країнах Європи, є обґрунтованим, але повинен розраховуватися окремо для кожної країни з урахуванням різниці в отриманих вище коефіцієнтів в регресійних залежностях. Наприклад, в воєводствах республіки Польщі офіційно прийнятий поріг $I_{day} > 10^2/10^{5.4}$. Загальна статистика для всіх 60 країн дає залежності $\sim 0.124 \cdot x^{0.574}$; $R^2 = 0.498$ і $\sim 1.438 \cdot x^{0.988}$; $R^2 = 0.9805$ для $D_{min}(I_{min})$ і $I_{14}(I_{min})$ відповідно. Як видно з Рис.1в,г чітких територіальних залежностей, які можна було б пояснити різницею в середньорічній температурі, вологості повітря та інших географічних та кліматичних факторах, не спостерігається. Всі країни Північної Європи, крім Швеції, виявляють низькі значення D_{min} , I_{min} , I_{14} , що пояснюється особливістю обраної Швецією тактики боротьби з COVID-19 протягом першої хвилі пандемії.

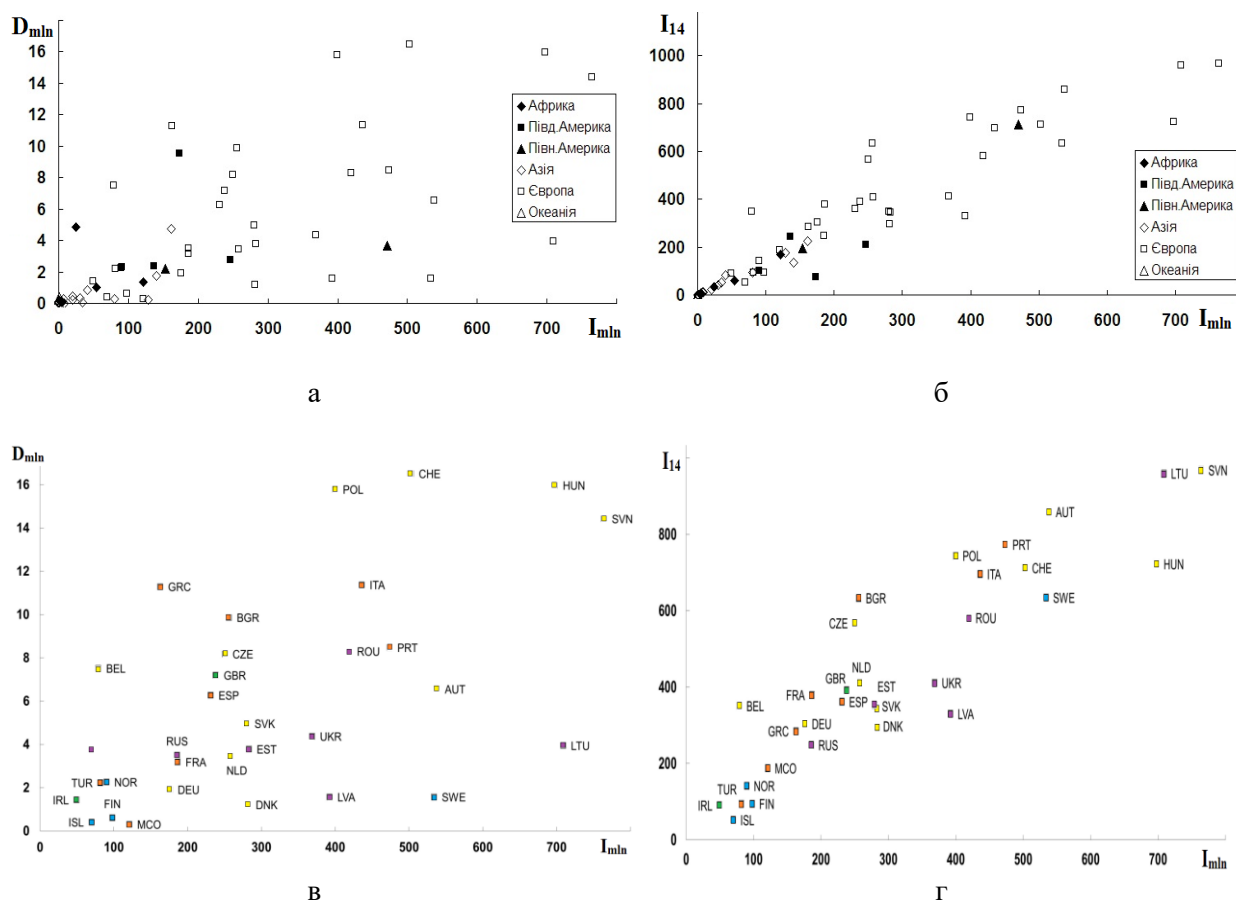


Рис. 1. Діаграми $D_{min}-I_{min}$ (а) і $I_{14}-I_{min}$ (б) станом на 1/12/2020 р. для 60 країн та ті ж діаграми (в), (г) для країн Європи. Умовні позначення: Austria (AUT), Belgium (BEL), Bulgaria (BGR), Czechia (CZE), Denmark (DNK), Estonia (EST), Finland (FIN), France (FRA), Germany (DEU), Greece (GRC), Hungary (HUN), Iceland (ISL), Ireland (IRL), Italy (ITA), Latvia (LVA), Lithuania (LTU), Monaco (MCO), Netherlands (NLD), Norway (NOR), Poland (POL), Portugal (PRT), Romania (ROU), Russia (RUS), Slovakia (SVK), Slovenia (SVN), Spain (ESP), Sweden (SWE), Switzerland (CHE), Turkey (TUR), Ukraine (UKR), United Kingdom (GBR); кольорами позначені країни північної (блакитний), південної (помаранчевий), східної (фіолетовий), західної (зелений) та центральної (жовтий) Європи.

Були виявлені також кореляції між кількостями A_{day} , R_{day} та C_{day} від I_{day} ($R^2 < 0.85$), але коефіцієнти відповідних регресійних залежностей різні у різних країн. Відповідно до даних

⁴ <https://tvn24.pl/polska/koronawirus>

різних досліджень [1-4], ці коефіцієнти залежать від рівня медичної допомоги в країні на даний час ті завантаженості шпиталів.

3.2 Вплив економічних факторів на показники розповсюдження пандемії

Кореляційний аналіз проводився між усіма показниками пандемії $\{I, D, A, C, R\}$ за день, за 2 тижня і загальною кількістю на 1.12.2020 р. Та вищезазначеними економічними факторами. Були розраховані коефіцієнти кореляції Пірсона (P_{ij}). Оскільки більшість параметрів пандемії не має нормального розподілу, були обчислені коефіцієнти Спірмена (P_{ij}). У разі достатньо великих значень $P.P > 0.5$ будувалися відповідні діаграми розсіювання та кореляційні залежності (лінійні, експоненціальні та ступеневі). За умовою $R^2 > 0.8$ робився висновок о наявності значущої кореляції. Величина середнього геометричного (СГ) трьох показників давала можливість оцінити наявність відповідних прямих функціональних залежностей [5-7]. Деякі результати розрахунків наведені в Табл. 1.

Таблиця 1. Наявність кореляцій між показниками:
 $CG > 0.8 (+)$, $0.8 > CG > 0.6 (\pm)$, $0.6 > CG > 0.4 (\mp)$, $0.4 > CG (-)$

		I_{tot}	A_{tot}	C_{tot}	R_{tot}	D_{tot}
1	Географічне положення країни	\mp	-	-	-	-
2	Площа країни	\pm	-	-	-	-
3	Щільність населення	\pm	\mp	\mp	\mp	\pm
4	ВВП на душу населення	\mp	\mp	\mp	\pm	\pm
5	Витрати на охорону здоров'я (% ВВП)	\pm	\mp	\mp	\pm	\pm
6	Рівень розвитку туризму (% ВВП)	+	\mp	\mp	\mp	\pm
7	Кількість туристів на душу населення	+	\pm	+	\pm	+
8	HDI	\pm	\pm	\mp	\pm	\mp

Таким чином, є слабка залежність як загальної, так і щоденної кількості різних стадій захворювання на COVID-19 від щільності населення, рівня ВВП на душу населення, витрат країни на охорону здоров'я та від загального індексу якості життя HDI. Значно вищий вплив має туристична привабливість країни та кількість туристів, які приїжджають, що по суті впливає на тимчасову щільність населення. Цей вплив помітніший для I_{tot} , в деяких випадках – для R_{tot} і D_{tot} , але значно слабкий для інших показників, які залежать від доступності та рівня медичної допомоги, а також від обраної владою тактики боротьби з пандемією.

3.3 Вплив соціальних факторів на показники розповсюдження пандемії

Серед різноманіття соціальних факторів вивчався вплив так званої соціальної дистанції, яка визначається як комфортна відстань для спілкування з незнайомою (social, $L_{soc} \sim 2$ м), прийнятною (accepted, $L_{acc} \sim 1.2-2$ м), знайомою (personal, $L_{pers} \sim 0.46-1.22$ м) та добре знайомою (intimate, $L_{int} < 0.46$ м) особою, середні значення яких вимірювалися в різних країнах. Проведений в роботі статистичний аналіз показав, що люди вибирають вид дистанції не тільки виходячи з відносин з людиною, але і з огляду на такі характеристики, як стать, вік, екологічні фактори (температура регіону, кількість захворювань в даній країні і темпи зростання населення), соціально-психологічні фактори (соціальне оточення, рівень колективізму, багатство суспільства, освіта, HDI). Вік є важливим фактором вибору дистанції і молоді люди обирають близькі дистанції у порівнянні з літніми людьми. Виявилось, що в бідніших країнах надають перевагу більш близьким міжособистісним дистанціям. Індекс HDI, який зв'язаний з рівнем соціальної довіри в країні, теж впливає на значення $\{L_{soc}, L_{acc}, L_{pers}, L_{int}\}$. Міжособистісні відстані збільшуються при взаємодії людей, які відрізняються соціальним статусом. В цілому, середня міжособистісна дистанція складає $L_{soc} = 1.35$ м; $L_{acc} = 1.02$ м; $L_{pers} = 0.92$ м; $L_{int} = 0.32$ м, що нижче загальноприйнятої безпечної дистанції при пандемії $L > 1.5$ м. Таким чином, вплив соціальних, екологічних та географічних факторів через так звану соціальну дистанцію може впливати на розповсюдження пандемії через значення $\{L_{acc}, L_{pers}, L_{int}\}$.

4 Математична модель і аналіз результатів

Серед математичних моделей динаміки інфекційних захворювань найбільш популярною та вивченою є SIR-модель⁵ (Sustainable-Infected-Recovered) або її модифікації. Оригінальна модель використала звичкі диференційні рівняння (ЗДР) для еволюції системи $\{\text{birth} \rightarrow S \rightarrow I \rightarrow R\}$, де S – кількість потенційно здорових осіб (sustainable). Відповідні зв'язки зображені на Рис.2.

Розширена модель включає також латентний період переходу $S \rightarrow I$ у вигляді затримання за часом або введення додаткової групи осіб E (exposed), які мають вірус (хворобу), але ще не мають симптомів і тому не можуть бути віднесені до групи I. На відміну від інших вірусів, для COVID-19 можливий також перехід $R \rightarrow S$, тобто особи, які одужали, можуть бути ще раз інфіковані. Крім того, група E складається з осіб, які є носіями вірусу, але не можуть інфікувати інших (E_{pass}) і тих, які можуть це зробити (E_{act}). Оскільки є детальна статистика динаміки кількостей A, C, D, ці групи теж можуть бути використані для розширеної моделі.

Модифіковані моделі мають значно більшу кількість параметрів, які потребують визначення (ідентифікації) на основі статистичного аналізу результатів вимірювань на «великих даних», але детальніше описують еволюцію динамічної системи та дають більше можливостей для керування динамікою та вивчення виходу з пандемії [7,8]. Оригінальна SIR-модель має мінімальну кількість параметрів, які можна ідентифікувати, але вона не дозволяє описувати складну багатоступінчасту динаміку як наростання, так і зменшення (релаксації) значень параметрів S, I, R.

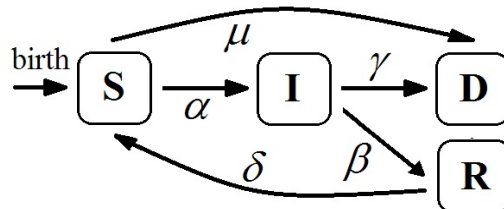


Рис.2. Схема SIR-моделі.

Відповідно до схеми взаємовідносин між групами (Рис.2), математична модель може бути записана у вигляді системи ЗДУ першого порядку [7,8]

$$\frac{dS}{dt} = (\lambda - \mu)S - \alpha SI + \delta R, \quad \frac{dI}{dt} = \alpha SI - (\beta + \gamma)I, \quad \frac{dR}{dt} = \beta I - \delta R, \quad (1)$$

де λ і μ - природні коефіцієнти народжуваності та смертності, α - імовірність захворювання при зустрічі з інфікованими, γ - коефіцієнт смертності від COVID-19, β - коефіцієнт одужання зі стійким імунітетом, δ - імовірність повторного інфікування COVID-19.

Значення λ і μ можуть бути отримані з річних статистичних таблиць, а значення $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ залежать від соціально-економічних факторів, які обговорювалися вище. Значення цих коефіцієнтів можуть бути отримані тільки шляхом статистичної обробки «великих даних»; вони різні для різних країн та залежать від поточних умов і тому можуть бути використані для оцінки заходів, які організує або може запропонувати чинна влада (локдаун різного ступеня або його відсутність), обов'язкові лабораторні дослідження і т.д.

Сума рівнянь (1) відповідає динаміці населення в цілому

$$\frac{dN}{dt} = (\lambda - \mu)S - \gamma I, \quad (2)$$

яка визначається тільки народжуваністю населення (λ) та його смертністю від звичайних факторів (μ) та COVID-19 (γ). Система (2) знаходиться у стаціонарному стані ($dN/dt=0$) якщо $I_0 = (\lambda - \mu)S_0 / \gamma$, $\lambda \geq \mu$.

Відношення I_0/S_0 в даній моделі відповідає індексу поширення захворювання $\mathfrak{R}_0 = (\lambda - \mu) / \gamma$, критичні значення якого ($\mathfrak{R}_0 < 0$) вимірюються за даними спостережень в різних країнах та є

⁵ M'Kendrick A.G. Applications of Mathematics to Medical Problems. Proc. Edinburgh Math. Soc. 1926. Vol.44. P.98-130.

головним чинником для введення локдауну [8]. В рамках математичних моделей значення \mathfrak{R}_0 відповідають ситуаціям, тобто наборам параметрів, коли розв'язки системи стають асимптотично нестійкими [8,9].

Для системи (1) стаціонарний розв'язок

$$S_0 = \frac{\beta + \gamma}{\alpha}, \quad I_0 = \frac{\lambda - \mu}{\gamma} S_0, \quad R_0 = \frac{\beta}{\delta} I_0 \quad (3)$$

є нестійким, якщо $\mathfrak{R}_0 = 12k_2^3 + 81k_3^2 + 12k_3k_1^3 - 3k_1k_2(k_1k_2 + 18k_3) < 0$,

де $k_1 = \delta + \frac{\beta(\lambda - \mu)}{\gamma}$, $k_2 = \frac{(\lambda - \mu)}{\gamma}((\beta + \delta)\beta + (2\beta + \gamma)\gamma)$, $k_3 = \gamma\lambda + \beta(\lambda - \mu)$.

Виконання останньої умови потребує чисельних оцінок параметрів моделі на основі статистичної обробки «великих даних» для даної країни, даної хвили і фази пандемії.

5 Висновки

Таким чином, різні соціально-економічні фактори, такі як географічне положення і площа країни, щільність населення, ВВП на душу населення, витрати на охорону здоров'я (% ВВП), рівень розвитку туризму (% ВВП), HDI та соціальна дистанція в різній мірі впливають на динаміку поширення пандемії. В роботі виявлена слабка залежність як загальної, так і щоденної кількості різних стадій захворювання на COVID-19 від щільності населення, рівня ВВП на душу населення, витрат країни на охорону здоров'я та від загального індексу якості життя HDI, а також сильна залежність – від туристичної привабливості країни, рівню HDI та соціальної дистанції у спілкуваннях з добре знайомими людьми. Отримані функціональні залежності для показників динаміки пандемії та географічних і соціально-економічних факторів, які можуть використатися в математичних моделях для кожної конкретної країни.

Виявлені також кореляції між кількістю інфікованих, померлих, одужалих, а також осіб в активному і критичному станах в залежності від країни і її географічної локації. Відповідні регресійні залежності можуть бути використані в SIR-моделі динаміки захворювання або в її більш детальній модифікації. З адаптованої SIR-моделі у вигляді системи трьох ЗДР отримані стаціонарні розв'язки та умови їх асимптотичної стійкості у вигляді обмежень на параметри моделі. Оскільки для даного випадку нестійкість системи означає неконтрольоване зростання числа захворілих і померлих з часом, отримані критерії стійкості є показниками контрольованої/неконтрольованої динаміки пандемії, які можуть ефективно використовуватися на практиці. Детальні оцінки параметрів моделі та умов стійкості для вибраних 60 країн будуть проведені в подальшій роботі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Li M., Zhang Zh., Cao W., et al. Identifying novel factors associated with COVID-19 transmission and fatality using the machine learning approach. *Science of the Total Environment*. 2020. 13 October, (in press). <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0048969720363397>
2. Varotsos C.A., Krapivin V.F. A new model for the spread of COVID-19 and the improvement of safety. *Safety Science*. 2020. Vol.132 (104962). <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2020.104962>
3. Friston K.J., Parr T., Zeidman P., et al. Testing and tracking in the UK: A dynamic causal modelling study. *Wellcome Open Res*. 2020. Vol.5. P.144. <https://wellcomeopenresearch.org/articles/5-144>
4. Wu J.T., Leung K., Leung G.M. Nowcasting and forecasting the potential domestic and international spread of the 2019-nCoV outbreak originating in Wuhan, China: a modelling study. *The Lancet*. 2020. Vol. 395(10225), P. 689–697. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(20\)30260-9](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(20)30260-9)
5. Lopez V., Cukic M. A dynamical model of SARS-CoV-2 based on people flow networks. *Safety Science*. 2021. Vol. 134. 105034. <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2020.105034>
6. Samanta S., Dubey V.K., Sarkar B. Measure of influences in social networks. *Applied Soft Computing Journal*. 2020. (in press) <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106858>

7. Bacaër N., Short A. *History of Mathematical Population Dynamics*. Springer-Verlag, London. 2011. 162 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-115-8>
8. Aldila D., Khoshnaw S.H.A., Safitri E., et al. A mathematical study on the spread of COVID-19 considering social distancing and rapid assessment: The case of Jakarta, Indonesia. *Chaos, Solitons and Fractals*. 2020. 139. 110042 <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110042>
9. Nikolopoulos K., Punia S., Schäfers A., et al. Forecasting and planning during a pandemic: COVID-19 growth rates, supply chain disruptions, and governmental decisions. *European Journal of Operational Research*. 2020. (in press) <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.08.001>

REFERENCES

1. M. Li, Zh. Zhang, W. Cao, et al., “Identifying novel factors associated with COVID-19 transmission and fatality using the machine learning approach”. *Science of the Total Environment*, 2020, 13 October, (in press) <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0048969720363397>
2. C.A. Varotsos, V.F. Krapivin, “A new model for the spread of COVID-19 and the improvement of safety”. *Safety Science*, 2020, Vol.132 (104962) <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2020.104962>
3. K.J. Friston, T. Parr, P. Zeidman, et al. “Testing and tracking in the UK: A dynamic causal modelling study”. *Wellcome Open Res.*, 2020, Vol.5, P.144 <https://wellcomeopenresearch.org/articles/5-144>
4. J.T. Wu, K. Leung, G.M. Leung, “Nowcasting and forecasting the potential domestic and international spread of the 2019-nCoV outbreak originating in Wuhan, China: a modelling study”. *The Lancet*, 2020, Vol. 395, (10225), P. 689–697 [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(20\)30260-9](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(20)30260-9)
5. V. Lopez, M. Cukic, “A dynamical model of SARS-CoV-2 based on people flow networks”. *Safety Science*, 2021, Vol. 134, 105034 <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2020.105034>
6. S. Samanta, V.K. Dubey, B. Sarkar, “Measure of influences in social networks”. *Applied Soft Computing Journal*, 2020 (in press) <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106858>
7. N. Bacaër, A. Short, *History of Mathematical Population Dynamics*. Springer-Verlag, London, 2011, 162 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-115-8>
8. D. Aldila, S.H.A. Khoshnaw, E. Safitri, et al., “A mathematical study on the spread of COVID-19 considering social distancing and rapid assessment: The case of Jakarta, Indonesia”. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2020, 139, 110042 <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110042>
9. K. Nikolopoulos, S. Punia, A. Schäfers, et al. “Forecasting and planning during a pandemic: COVID-19 growth rates, supply chain disruptions, and governmental decisions”. *European Journal of Operational Research*, 2020, (in press) <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.08.001>