

УДК 532.546+514.86

## Дослідження зв'язку фрактальних та гідравлічних властивостей пористих структур верхніх дихальних шляхів деяких арктичних тварин

Н. М. Кізілова, О. В. Світличний, В. В. Чуйко

**Кізілова Наталія  
Миколаївна**

*д.ф.-м.н., професор; професор кафедри прикладної математики  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан  
Свободи 4, Харків, Україна, 61022  
e-mail: [n.kizilova@gmail.com](mailto:n.kizilova@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0001-9981-7616>*

**Світличний  
Олександр  
Володимирович**

*студент  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан  
Свободи 4, Харків, Україна, 61022  
e-mail: [wamkapwnz@gmail.com](mailto:wamkapwnz@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0001-9224-6371>*

**Чуйко Владислав  
Валерійович**

*студент  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан  
Свободи 4, Харків, Україна, 61022  
e-mail: [vladchuiko@gmail.com](mailto:vladchuiko@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-1173-3125>*

Вивчається зв'язок між гідродинамічними і фрактальними параметрами пористих структур верхніх дихальних шляхів арктичних тварин. Фрактальна розмірність  $D$  поперечних перерізів комп'ютерних томограм шляхів була обчислена методом counting box. Обчислені також пористість зразків, звивистість пор та еквівалентний гідравлічний діаметр  $D_h$  каналу. В якості моделей пористих структур використані фрактали Серпінського різних типів, для яких теж обчислені вищеназвані параметри, а також гідравлічні опори для стаціонарної течії. Виявлений ряд статистичних залежностей між розрахованими параметрами, але показана відсутність їх кореляцій з  $D$ . Аналіз закономірностей, що були обчислені для фрактальних пористих структур, показав, що однакові значення  $D$  можуть мати структури з різними пористостями та гідравлічним опором, і тому вибір адекватної моделі на основі тільки  $D$  вносить значну погрішність в результати розрахунків нагрівання повітря при проходженні кризь верхні дихальні шляхи. Статистичні залежності, властиві до досліджених природних зразків, можуть бути отримані тільки на основі мультифрактальних моделей, коли число і форма каналів, а також масштаб їх зменшення змінюються відповідним шляхом на кожній генерації.

**Ключові слова:** математичне моделювання, пористі середовища, тепломасообмін, фрактальна розмірність.

## Investigation of the relationship between fractal and hydraulic properties of porous structures of the upper respiratory tract of some Arctic animals

N. Kizilova, O. Svetlichny, V. Chujko

**Kizilova Natalya**

*DSc, professor  
V.N. Karazin Kharkov National University, 4 av.Svobody, Kharkiv 61022 Ukraine*

**Svietlichny Oleksandr**

*Student  
V.N. Karazin Kharkov National University, 4 av.Svobody, Kharkiv 61022 Ukraine*

**Chujko Vladyslav**

*Student  
V.N. Karazin Kharkov National University, 4 av.Svobody, Kharkiv 61022 Ukraine*

The respiratory ducts of animals and humans are presented by curved tubes with a complex geometry. The air moving through these structures is governed by a pressure drop between the inlet and outlet of the duct. The complex structures formed by thin walls and warmed by a constant blood flow at the body temperatures  $T=36-39$  C provide the fast and efficient warming of the

inhaled air to the body temperature and its moistening up to 100% humidity. The Arctic animals possess the most efficient nasal ducts allowing the heating of the inhaled air from  $T=-30-60\text{C}$  to  $T=38-39\text{C}$  in the duct with the length  $L=8-15$  only. The detailed geometry of the Arctic animals' nasal ducts have been obtained from the computed tomograms (CT) scans found in the open databases and previous publications. The highly porous structures observed on some slices are formed by fractal-like divisions of the walls protruded into the nasal lumen. Since the fractal structures are characterized by their fractal dimensions  $D$ , the relationships between the hydrodynamic properties and fractal dimensions of the porous structures of the Arctic animals' upper respiratory tract have been studied. The dimensions  $D$  of the cross sections of the tract have been calculated by the counting box method. The porosities of the samples, the tortuosity of the pores, and the equivalent hydraulic diameter  $D_h$  of the channel have been calculated. The Sierpinski fractals of various types have been used as models of porous structures, for which the parameters mentioned above, as well as hydraulic resistance to a stationary flow, have also been computed. A number of statistical dependencies between the calculated parameters have been revealed, but there is no correlation with  $D$ . It has been shown that the structures with different porosities and hydraulic resistance  $D_h$  can have the same values of  $D$ . Therefore, the choice of an adequate model based solely on  $D$  introduces significant errors in the calculations of air heating along the upper respiratory tract. The statistical dependences inherent in the natural samples studied can be obtained only on the basis of multifractal models in which the number and shape of the channels, as well as the scale of their decrease, change in a certain way at each generation.

**Key words:** *mathematical modeling, porous media, heat and mass exchange, fractal dimension.*

## Исследование связи фрактальных и гидравлических свойств пористых структур верхних дыхательных путей некоторых арктических ЖИВОТНЫХ

Н.Н. Кизилова, А.В. Светличный, В.В. Чуйко

**Кизилова Наталья Николаевна** *д.ф.-м.н., профессор,  
Харьковский национальный университет имени В.Н.Каразина, пл.Свободы,  
4, Харьков, 61022 Украина*

**Светличный Александр Владимирович** *студент  
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, пл. Свободы  
4, Харьков 61022, Украина*

**Чуйко Владислав Валериевич** *студент  
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, пл. Свободы  
4, Харьков 61022, Украина*

Изучается связь между гидродинамическими параметрами пористых структур верхних дыхательных путей арктических животных. Фрактальная размерность  $D$  поперечных сечений компьютерных томограмм путей была вычислена методом counting box. Вычислены также пористости образцов, извилистость пор и эквивалентный гидравлический диаметр  $D_h$  канала. В качестве моделей пористых структур использованы фракталы Серпинского разных видов, для которых тоже рассчитаны вышеуказанные параметры, а также гидравлические сопротивления к стационарному течению. Выявлен ряд статистических зависимостей между рассчитанными параметрами, но показано отсутствие их корреляций с  $D$ . Анализ закономерностей, которые были вычислены для фрактальных пористых структур, показал, что одинаковые значения  $D$  могут иметь структуры с различными пористостями и гидравлическим сопротивлением, и поэтому выбор адекватной модели на основе только  $D$  вносит значительную погрешность в результаты расчетов нагрева воздуха при прохождении через верхние дыхательные пути. Статистические зависимости, присущие исследованным природным образцам, могут быть получены только на основе мультифрактальных моделей, в которых число и форма каналов, а также масштаб их уменьшения изменяются определенным образом на каждой генерации.

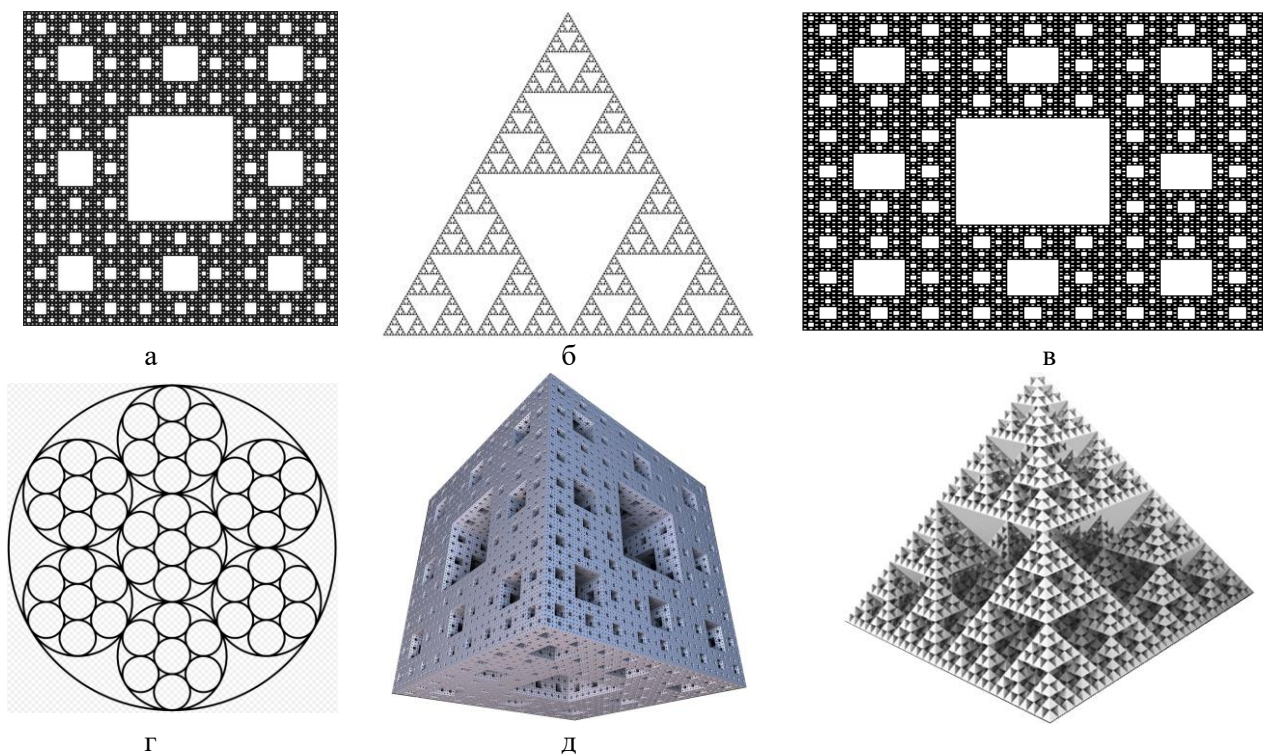
**Ключевые слова:** *математическое моделирование, пористые среды, тепломассоперенос, фрактальная размерность.*

### 1 Вступ

Пористі середовища широко поширені в природі і техніці, а дослідження деформацій пористих матеріалів та течій крізь них різних рідин та газів має велике прикладне значення [1]. На рівні великих масштабів це фільтрація ґрунтових вод, нафти або газу в ґрунтах з різними фізичними властивостями. В техніці фільтрація використовується для постачання, розділення, очищення сумішей. В біологічних тканинах рідини рухаються крізь пористі структури кісток, печінки, легенів та інших тканин. В мікро/нанопристроях використовуються мікро/нанофільтри для зміни фізичних властивостей рідин. У всіх випадках потрібно отримати робочі формули для ефективності відповідних фізичних процесів шляхом розв'язання задач прикладної математики,

для чого треба формалізувати опис властивостей пористих матеріалів, таких як пористість  $\rho = V_p / V$  та гідравлічна провідність  $K = \mu L Q / (\Delta P \cdot S)$ , де  $V_p$  і  $V$  – об’єми пор та матеріалу,  $\mu$  – в’язкість рідини,  $L$  і  $S$  – довжина та поперечний переріз зразка матеріалу,  $Q$  і  $\Delta P$  – об’ємна витрата та перепад гідростатичних тисків крізь зразок. Обчислення значень  $\rho$  і  $K$  потребують складних експериментальних вимірювань, тому багато зусиль прикладається для математичного моделювання пористих матеріалів та обчислення їх властивостей на простіших формулах [1]. Наприклад, для ізометричних пор обчислення  $\rho$  замінюються обчисленнями просвітності  $m = \Sigma_p / \Sigma$ , де  $\Sigma_p$  – загальна площа пор на поперечному перерізі  $\Sigma$  зразка. Таким чином, обчислення  $\rho$  можуть проводитись на перерізах ґрунтів та матеріалів або комп’ютерних томограмах (КТ) біологічних тканин шляхом комп’ютерного аналізу зображень. Для обчислень  $K$  використовуються різні спрощені моделі пористих середовищ як сукупності трубок (модель Козені), кульок з заданими діаметрами  $d_0$  (формула Кармана-Козені  $K = \rho^3 d_0^2 / (\kappa(1 - \rho^2))$ ), де  $\kappa$  – коефіцієнт звивистості пор, який залежить від типу розташування кульок). Найбільш плідні підходи пов’язані з моделюванням пористих середовищ як фрактальних структур.

Фрактальні або самоподібні структури, розмірність Хаусдорфа для яких відрізняється від їх геометричної розмірності, утворюються шляхом виключення з перетину або з об’єму матеріалу деяких складових частин, які поступово самоподібно зменшуються з масштабом зменшення  $r > 1$ . Типовими прикладами фрактальних пористих структур є квадратний та трикутний килими Серпінського (Рис.1а,б), які можуть бути узагальнені на прямокутні (Рис.1в) або шестикутні перерізи; кругові фрактали (Рис.1г) [2] ті їх узагальнення на довільні n-кутні області, наприклад, 5-кутники Дюрера; губка Менгера (Рис.1д), піраміда Серпінського (Рис.1е) або їх узагальнення на вищевказані випадки. Фрактальні моделі мають пори різних розмірів від макро- до нанорозмірних, що відповідає реальним природним матеріалам, а кругові фрактали (рис.1г) складаються з пучків кругових трубок з постійними діаметрами, хоча існують і більш компактні упакування трубок з різними діаметрами [2]. Фрактальний підхід дозволяє отримати формули для проникливості пористого середовища [3], у тому числі для зв’язаних пор [4] та подвійно-пористих або тріщинуватих середовищ [5].



**Рис.1.** Квадратний (а), трикутний (б) та прямокутний (в) килими Серпінського, круговий фрактал (г), губка Менгера (д) та піраміда Серпінського (е).

Фрактальна розмірність  $D$  пористих матеріалів або їх моделей може бути обчислена як

$$D = \frac{\log(N)}{\log(r)}, \quad (1)$$

де  $N$  – мінімальне число елементів з масштабом зменшення  $r$ , яке потрібне для повного покриття відповідної фрактальної структури на площині або у просторі. Фрактальні розмірності структур, наведених на Рис.1а-е, складають  $D=1.893$ ;  $1.585$ ;  $1.893$ ;  $1.77$ ;  $2.276$ ;  $2$  відповідно [1,2]. Таким чином, килими Серпінського як геометрично двовимірні структури, мають фрактальну розмірність  $D < 2$ , тривимірні губка Менгера та піраміда Серпінського мають  $D < 3$ . Ці геометричні моделі широко використовуються для моделювання шорстких поверхонь та пористих середовищ з різними фізичними властивостями, антен, сонячних панелей та інших технічних систем.

Для природних ґрунтів вимірювання дають значення  $D=1.112-1.526$  [6]. Для пористих металів  $D=1.25-1.43$ , а залежність між фрактальною розмірністю та пористістю описувалася емпіричною формулою [7]

$$D = k_2 + \frac{k_2 - k_1}{1 + \exp((g - k_0) / k_3)}, \quad (2)$$

де  $k_{0,1,2,3}$  - константи, різні для кожного з матеріалів.

Залежність (2) означає, що структури з різними фрактальними розмірностями можуть мати різну пористість та гідравлічну проникливість, і тому моделювання пористої структури фракталом з тією ж розмірністю може бути невірним з точки зору гідромеханіки. В даній роботі вивчається зв'язок фрактальних та гідравлічних властивостей деяких пористих структур, які зустрічаються в живій природі та відповідних фрактальних моделей.

## 2. Матеріали і методи

Зображення поперечних перетинів пористих структур верхніх дихальних шляхів арктичних тварин були отримані з опублікованих даних КТ-зображень [8]. Ці структури являють значний інтерес завдяки своїй здатності ефективно нагрівати та зволожувати повітря, яке вдихається, до температури тіла та 100% вологості [9]. Для обчислень були обрані КТ-зображення перерізів назальних пазух морської видри, яка має надзвичайно високе відношення поверхня/об'єм або  $\zeta = \Sigma_p / A$  де  $A$  - загальний просвіт дихального шляху на зображенні (області білого кольору на рис.2).



Рис.2. КТ знімки верхніх дихальних шляхів арктичної видри.<sup>1</sup>

Наведені на Рис.2а-и слайси мають продовжні координати  $x=0.52$ ;  $0.64$ ;  $0.74$ ;  $0.78$ ;  $0.81$ ;  $0.85$ ;  $0.92$ ;  $0.96$  відповідно. Морські видри адаптовані до температури води  $-4^{\circ}\text{C}$  та температури повітря до  $-70^{\circ}\text{C}$ , тому що повітря, яке вони вдихають, проходить крізь пористі структури їхніх верхніх дихальних шляхів, які нагріті за допомогою циркулюючої крові до температури тіла

<sup>1</sup> <https://etda.libraries.psu.edu/catalog/25064>

38.8С, тому повітря швидко підігрівається під час проходження крізь пористі структури з великим коефіцієнтом  $\zeta$  (Рис.2б,в). Фракталоподібні структури в верхніх частинах слайсів рис.2е-и відповідають області, яка розпізнає запахи та не приймають участь у нагріванні повітря. Детальний аналіз слайсів рис.2б,в показує, що пористі структури дихальних шляхів також утворені фракталоподібними розгалуженнями (L-дерева).

Значення  $\Sigma_p$  та  $A$  для кожного слайсу, які були облічені автоматично при проведенні КТ, наведені в [8]. Фрактальна розмірність кожної структури обчислювалась в даній роботі за допомогою алгоритму box counting вбудованих функцій Python 3.8.2.

### 3. Результати і обговорення

Значення  $\Sigma_p$ ,  $A$  і фрактальних розмірностей зображень Рис.2а-и наведені в Табл.1. Таким чином, структури, які відповідні за нагрівання повітря, мають фрактальну розмірність, близьку до розмірності квадратного килима Серпінського. Використовуючи обчислені дані, можна розрахувати коефіцієнт  $\zeta$  (периметр/переріз), безрозмірний фактор форми  $\xi = \Sigma_p^2 / A$  та гідралічний діаметр  $D_h = 4A / \Sigma_p$ , який використовується в механіці рідини як характеристика гідралічного опору каналів довільної складної форми [10]. Для трубки кругового перерізу  $D_h$  дорівнює її діаметру, а для каналу квадратного перерізу  $D_h$  дорівнює стороні квадрата. Результати розрахунків також наведені в Табл.1. Методами статистичного аналізу показана наявність наступних залежностей між обчисленими параметрами (Табл.2).

Табл.1. Значення фрактальних розмірностей перерізів дихального шляху морської видри.

Слайс (рис.2)	а	б	в	г	д	е	є	и
D	1.82	1.822	1.779	1.813	1.759	1.757	1.745	1.650
$\Sigma_p$ (мм)	270	1250	740	480	410	400	450	250
A (мм <sup>2</sup> )	120	260	230	180	165	160	152	110
$\zeta$	2.25	4.81	3.22	2.67	2.49	2.5	2.96	2.27
$\xi$	607.5	6012.6	2382.8	1281.6	1020.9	1000	1332	567.5
$D_h$ (мм)	1.78	0.832	1.24	1.5	1.61	1.6	1.35	1.76

Табл.2. Статистичні залежності між параметрами з Табл.1, ( $R^2$  - коефіцієнт детермінації).

$$\begin{aligned}
 A &= 5.92 \cdot \Sigma_p^{0.543}, R^2 = 0.942; & \xi &= 58.19 \cdot \zeta^{3.013}, R^2 = 0.964; \\
 \xi &= 0.168 \cdot \Sigma_p^{1.458}, R^2 = 0.992; & D_h &= 14.163 / \xi^{0.32}, R^2 = 0.963; \\
 D_h &= 23.8 / \Sigma_p^{0.459}, R^2 = 0.923; & \zeta &= 0.0042 \cdot A^{2.476}, R^2 = 0.893 \\
 \xi &= \zeta \Sigma_p; & D_h &= 4 / \zeta.
 \end{aligned}$$

Таким чином, пористі структури Рис.2б,в мають найвищі відношення  $\zeta$  (периметр/площа перерізу). Їх форма найскладніша, що характеризується найбільшими значеннями звивистості  $\xi > 2000$ . Гідралічний діаметр цих перерізів найменший, що відповідає еквівалентним круговим трубкам з діаметрами  $D_h < 1.25$  мм.

Згідно з підходом [1-6], математичною моделлю пористої структури слайсів Рис.2а-и може бути квадратний килим Серпінського (Рис.1а), а для слайсів Рис.2д-є – круговий фрактал. Згідно з (1), найближчу до цих слайсів фрактальну розмірність мають килими Серпінського з  $N=7.5$ ,  $r=3$  ( $D=1.834$ ),  $N=13$ ,  $r=4$  ( $D=1.85$ ),  $N=19$ ,  $r=5$  ( $D=1.829$ ).

Для порівняння гідромеханічних властивостей розглянемо область із заданою площиною  $A_0 = \text{const}$  та довільною початковою формою перерізу. Тоді початкові розміри квадратної, трикутної, прямокутної та діаметр кругової областей складуть, відповідно

$$a_{\square} = \sqrt{A_0}, a_{\Delta} = 2\sqrt{\frac{A_0}{\sqrt{3}}}, H = a_{\square} = \sqrt{\frac{A_0}{\lambda}}, a_O = 2\sqrt{\frac{A_0}{\pi}}, \quad (3)$$

де  $\lambda = W/H$  - фактор форми прямокутної області.

Значення  $\Sigma_p, A, m, D_h$  і  $\xi$ , розраховані з урахуванням (3) для квадратного, трикутного, і прямокутного (з початковими розмірами  $a_{\square} \times \lambda a_{\square}$  = висота  $\times$  ширина) килимів Серпінського та кругового фракталу, наведені в Табл.3. Для  $n \rightarrow \infty$  всі килими Серпінського перетворюються у Канторовий пил з нескінченим периметром  $\Sigma_{p\infty} \rightarrow \infty$  та початковою площиною  $A_{\infty} = A$ . Залежності з Табл.2, обчислені для  $n < 10$ , наведені на Рис. 3. Безрозмірні залежності  $m_n(n)$  ідентичні Рис.3б. Монотонно зростаючі залежності  $\Sigma_{pn}(n)$  і  $\xi_n(n)$  розташовані таким чином:

$$\Sigma_{\square, \lambda=5} > \Sigma_{\square, \lambda=4} > \Sigma_{\square, \lambda=3} > \Sigma_{\square, \lambda=2} > \Sigma_{\square, \lambda=1} > \Sigma_O > \Sigma_{\Delta},$$

$$\xi_{\square, \lambda=1} > \xi_O > \xi_{\Delta} > \xi_{\square, \lambda=2} > \xi_{\square, \lambda=3} > \xi_{\square, \lambda=4} > \xi_{\square, \lambda=5}.$$

Табл.3. Гідродинамічні параметри фрактальних структур, наведених на Рис.1а-г.

	$\Sigma_{pn}$	$A_n$	$m_n$	$D_h$	$\xi_n$
Рис.1а	$\frac{4}{5} \frac{8^n - 3^n}{3^n} a_{\square}$	$\frac{9^n - 8^n}{9^n} a_{\square}^2$	$1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n$	$\frac{5(9^n - 8^n)}{6^n(8^n - 3^n)} a_{\square}$	$0.48 \frac{(8^n - 3^n)^2}{9^n - 8^n}$
Рис.1б	$3 \frac{3^n - 2^n}{2^n} a_{\Delta}$	$\frac{\sqrt{3}}{4} \frac{4^n - 3^n}{4^n} a_{\Delta}^2$	$1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$	$\frac{a_{\Delta}}{4\sqrt{3}} \frac{4^n - 3^n}{2^n(3^n - 2^n)}$	$12\sqrt{3} \frac{(3^n - 2^n)^2}{4^n - 3^n}$
Рис.1в	$\frac{2(\lambda+1)}{5} \frac{8^n - 3^n}{3^n} a_{\square}$	$\lambda a_{\square}^2 \frac{9^n - 8^n}{9^n}$	$1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n$	$\frac{10\lambda a_{\square}}{(\lambda+1)} \frac{9^n - 8^n}{6^n(8^n - 3^n)}$	$\frac{4(\lambda+1)^2(8^n - 3^n)^2}{25\lambda(9^n - 8^n)}$
Рис.1г	$\pi a_O \frac{7^n}{3^n}$	$\pi a_O^2 \frac{7^n}{4 \cdot 9^n}$	$\left(\frac{7}{9}\right)^n$	$\frac{a_O}{16 \cdot 3^n}$	$4 \cdot 7^{n-1}$

У випадку каналів кругового, квадратного, прямокутного або трикутного перерізу, гідралічна провідність  $Z_{jn}$  відповідних фрактальних структур (Рис.1(а-г)) може бути обчислена за аналітичними формулами [8], які у безрозмірному вигляді  $Z_{jn}^{\circ} = Z_{jn} A_0^2 / \mu L$  мають вигляд

$$Z_{\Delta n}^{\circ} = 20\sqrt{3} \sum_{k=1}^n 2^{4k} 3^{k-1}, Z_{\square n}^{\circ} \sim \kappa \sum_{k=1}^n 9^k 8^{k-1}, Z_{O n}^{\circ} = \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^n (7 \cdot 3^4)^k, \quad (4)$$

причому для  $\lambda = 1, 2, 3, 4, 5$  маємо  $\kappa = 28.407; 8.746, 5.064; 3.768; 2.746$  відповідно.

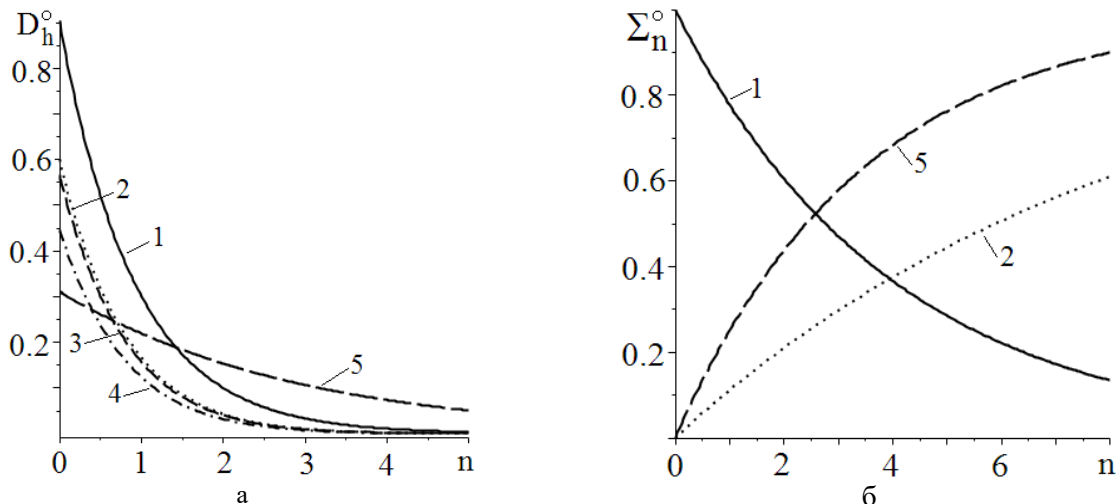


Рис.3. Безрозмірні залежності  $D_h(n)$  та  $\Sigma_{pn}(n)$  для розглянутих фрактальних структур.

Статистичний аналіз залежностей з Табл.3 виявив закономірності, які відповідають отриманим в Табл.2, тільки для  $\zeta(A)$  квадратного та трикутного і залежності  $\xi(\Sigma_p)$  трикутного килимів Серпінського. Таким чином, гідравлічний діаметр недостатньо точно описує реальне співвідношення периметр/переріз слайсів, поверхня/об'єм пористого матеріалу, звивистість пор та гідравлічний опір матеріалу, тому що гідравлічний діаметр трикутних, квадратних та прямокутних кожної з пор дорівнює радіусу вписаного кола і, таким чином, применшує площу перерізу та збільшує гідравлічний опір кожної з них, що вже після кількох ітерацій фракталу вносить суттєві похибки до загальної величини гідродинамічних параметрів.

#### 4. Висновки

Моделі пористих середовищ, які обираються для моделювання процесів переносу тільки на основі відповідності фрактальних розмірностей [1,3-7], можуть вносити суттєву похибку до результатів розрахунків процесів тепломасопереносу, оскільки вони не відповідають статистичним залежностям між гідравлічними параметрами природних середовищ (пористість, відношення периметр/переріз, звивистість пор) та значенням гідравлічного опору каналу. Кращими математичними моделями можуть бути мультифрактальні структури, в яких за рахунок вибору значень  $N_p$ ,  $r_p$  та форми каналів  $\varphi_p$  на кожному генерації мультифракталу можна забезпечити не тільки статистичні залежності вигляду (Табл. 2), що відповідають даним вимірювань на зразках матеріалу, але й фрактальні розмірності та гідравлічний опір каналу в цілому. Для розв'язання остатнього питання потрібні детальні чисельні CFD-розрахунки опору каналів вигляду (Рис.2) на основі методу скінчених елементів, що складає задачу подальших досліджень.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Agboola O., Onyango M.S., Popoola P., Oyewo O.A. *Fractal geometry and porosity. In: Fractal analysis - applications in physics, engineering and technology.* InTech Publ. 2017. <https://www.intechopen.com/books/fractal-analysis-applications-in-physics-engineering-and-technology>
2. Божокин С. В., Паришин Д. А. Фракталы и мультифракталы. Ижевск. НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 128 с. <http://lms.physics.spbstu.ru/28200129.pdf>
3. Yu B., Liu W. Fractal analysis of permeabilities for porous media. *AIChE Journal.* 2004. 50(1). pp. 46-57. <https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/aic.10004>
4. Fawziah U.Z., Rochmatulloh A.K., Feranie S., Tobing P.F.L., Latief F.D.E. Investigation on 3D fractal dimensi on as complexity parameter of interconnected pore in 3D porous media. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. 1204 012100. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1204/1/012100/pdf>
5. Miao T., Chen A., Xu Y., Cheng S., Yu B. A fractal permeability model for porous–fracture media with the transfer of fluids from porous matrix to fracture. *Fractals.* 2019. 27(6). 1950121. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218348X19501214>
6. Dathe A., Thullner M. The relationship between fractal properties of solid matrix and pore space in porous media. *Geoderma.* 2005. 129. pp. 279–290. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0016706105000078>
7. Tang H.P., Wang J.Z., Zhu J.L., et al. Fractal dimension of pore-structure of porous metal materials made by stainless steel powder. *Powder Technology.* 2012. 217. pp. 383–387. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0032591011005961>
8. Quigley A.P. A comparative study of the anatomy and functional morphology of the mammalian nasal cavity. MS Thesis. Pennsylvania State University. 2015. 46p. [https://etda.libraries.psu.edu/files/final\\_submissions/10836](https://etda.libraries.psu.edu/files/final_submissions/10836)
9. Solberg S.B.B., Kjelstrup S., Magnanelli E., Kizilova N., Barroso I.L.C., Acquarone M., Folkow L. Energy-Efficiency of Respiration in Mature and Newborn Reindeer. *Journal of Comparative Physiology, Ser.B.* 2020. 190(4). <https://link.springer.com/article/10.1007/s00360-020-01284-3>

10. White F.M. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, 2003. 480 p.  
[http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM240/Marchi/Bibliografia/White\\_2011\\_7ed\\_Fluid-Mechanics.pdf](http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM240/Marchi/Bibliografia/White_2011_7ed_Fluid-Mechanics.pdf)

## REFERENCES

1. O. Agboola, M.S. Onyango, P. Popoola, and O.A. Oyewo, “Fractal geometry and porosity. In: *Fractal analysis - applications in physics, engineering and technology*.” InTech Publ. 2017. <https://www.intechopen.com/books/fractal-analysis-applications-in-physics-engineering-and-technology>
2. S.V. Bozhokin, and D.A. Parshin, Fractals and multifractals. Izhevsk. NIC “Regular and chaotic dynamics.” 128 c. 2001. [in Russian] <http://lms.physics.spbstu.ru/28200129.pdf>
3. B. Yu, and W. Liu, “Fractal analysis of permeabilities for porous media” *AIChE Journal*, 50, no.1, pp. 46-57, 2004. <https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/aic.10004>
4. U.Z. Fawziah, A.K. Rochmatulloh, S. Feranie, et al. “Investigation on 3D fractal dimension as complexity parameter of interconnected pore in 3D porous media” *J. Phys. Conf. Ser.*, 1204, 012100, 2019. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1204/1/012100/pdf>
5. T. Miao, A. Chen, Y. Xu, et al. “A fractal permeability model for porous–fracture media with the transfer of fluids from porous matrix to fracture” *Fractals*, 27, no.6, 1950121, 2019. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218348X19501214>
6. A. Dathea, and M. Thullner, “The relationship between fractal properties of solid matrix and pore space in porous media” *Geoderma*, 129, pp. 279–290, 2005. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0016706105000078>
7. H.P. Tang, J.Z. Wang, J.L. Zhu, et al. “Fractal dimension of pore-structure of porous metal materials made by stainless steel powder.” *Powder Technology*, 217, pp. 383–387, 2012.
8. A.P. Quigley, “A comparative study of the anatomy and functional morphology of the mammalian nasal cavity” MS Thesis. Pennsylvania State University. 46p. 2015. [https://etda.libraries.psu.edu/files/final\\_submissions/10836](https://etda.libraries.psu.edu/files/final_submissions/10836)
9. S.B.B. Solberg, S. Kjelstrup, E. Magnanelli, et al. “Energy-Efficiency of Respiration in Mature and Newborn Reindeer.” *Journal of Comparative Physiology, Ser.B*, 190, no.4, pp. 509-520, 2020. <https://link.springer.com/article/10.1007/s00360-020-01284-3>
10. F.M. White, *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill. 480p. 2003. [http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM240/Marchi/Bibliografia/White\\_2011\\_7ed\\_Fluid-Mechanics.pdf](http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM240/Marchi/Bibliografia/White_2011_7ed_Fluid-Mechanics.pdf)