

УДК 519.6, 51-76

Альтернативная эволюция стратегий с памятью

В.В.Поричанский¹, А.В.Приймак¹, В.В.Яновский^{1,2}¹Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, пл. Свободы, 4, 61000, Харьков, Украина²Институт монокристаллов, Национальная Академия Наук Украины, пр. Науки 60, 61001 Харьков, Украина

e-mail: yanov50@gmail.com

Рассмотрена альтернативная эволюция сообщества стратегий, ограниченных только глубиной памяти. В каждом поколении удаляется из сообщества стратегия, которая набирает максимальное количество очков эволюционных преимуществ. Такая альтернативная эволюция приводит к существенным изменениям сообщества по сравнению с его обычной эволюцией. В определенном смысле альтернативная эволюция поддерживает максимальную глубину памяти и сложность даже в большей степени чем обычная эволюция. Главное отличие состоит в абсолютной агрессивности стационарных стратегий относительно друг друга. Стационар формируют максимально агрессивные по отношению к друг другу стратегии. Глубина памяти и сложность стратегий являются эволюционно выгодными свойствами. Универсальная связь между средней агрессивностью и числом выплат на ход стратегии в среднем сохраняется.

Ключевые слова: эволюционное моделирование, дилемма заключенного, стратегия, память, сложность.

У рамках узагальненої «дилеми ув'язнених» розглянута еволюція популяції з повним набором стратегій поведінки, обмежених тільки глибиною пам'яті. При еволюції розглядається парна взаємодія стратегій, відповідно до ітерованої «дилеми ув'язнених». При цьому кожна стратегія взаємодіє з кожною, включаючи себе. Кожне наступне покоління популяції послідовно втрачає найбільш вигідні стратегії поведінки попереднього покоління. Показано, що збільшення пам'яті в популяції еволюційно вигідно. Переможці еволюційного відбору незмінно відносяться до агентам з максимальною пам'яттю. Вводиться поняття складності стратегії. Вводяться колективні змінні для отримання середніх показників спільноти стратегій та вивчається їх зміна із часом. Показано, що стратегії, які перемагають у природному відборі, мають максимальну або близьку до максимуму складність. Розглянуто альтернативну еволюцію спільноти стратегій, обмежених тільки глибиною пам'яті. У кожному поколінні видаляється зі спільноти стратегія, яка набирає максимальну кількість очок еволюційних переваг. Така альтернативна еволюція призводить до суттєвих змін спільноти в порівнянні із його звичайної еволюцією. У певному сенсі альтернативна еволюція, підтримує максимальну глибину пам'яті і складність навіть більшою мірою, ніж звичайна еволюція. Головна відмінність полягає в абсолютній агресивності стаціонарних стратегій одна щодо одної. Стаціонар формують максимально агресивні по відношенню одна до одної стратегії. Глибина пам'яті і складність стратегій, як і в звичайній еволюції, є еволюційно вигідними властивостями. Розглядається універсальний зв'язок між агресивністю популяції і кількістю очок еволюційних переваг, які отримує стратегія в середньому за хід. Універсальний зв'язок між середньою агресивністю і числом виплат на хід стратегії в середньому зберігається.

Ключові слова: еволюційне моделювання дилема ув'язнених, стратегія, пам'ять, складність.

Within the generalized prisoner's dilemma, the evolution of a population with a complete set of behavioral strategies limited only by memory depth has been examined. Evolution considers the pairing of strategies, in accordance with the iterated prisoner's dilemma. In doing so, each strategy interacts with each, including itself. Each subsequent generation of the population consistently loses the most profitable behavior strategies of the previous generation. Increasing population memory has been shown to be evolutionarily beneficial. The winners of evolutionary selection consistently are the agents with maximum memory. The concept of strategy complexity has been introduced. Collective variables are introduced to obtain the average of the family of strategies and their changes over time are studied. Strategies that succeed in natural selection have been shown to have maximum or near maximum complexity. An alternative evolution of a family of strategies limited only by memory depth is considered. In each generation, a strategy that maximizes the point of evolutionary benefits is removed from the family. Such an alternative evolution leads to significant changes in the family compared to the normal evolution. In some ways, alternative evolution maintains maximum memory depth and complexity even more than normal evolution. The main difference is the stationary strategies being absolute aggressive against each other. The stationary family is formed by the strategies being the most aggressive towards each other. Memory depth and complexity of strategies, as in normal evolution, are evolutionarily beneficial properties. The universal relation between the aggressiveness of the population and the number of points of evolutionary advantages that the strategy receives on average per turn is considered. On the whole, the universal link between average aggression and the number of strategy payoffs per turn is maintained.

Keywords: evolutionary modeling, prisoner's dilemma, strategy, memory, complexity.

1 Введение

Эволюция различных сообществ вызывает большой интерес и интенсивно исследуется в настоящее время. В основу описания поведения сообществ часто закладываются элементы теории игр [1-4]. Используя такой подход, можно выяснить появление множества разнообразных свойств у эволюционирующих популяций. Под эволюционными популяциями, следуя Дарвину, будем понимать множество объектов, которые подчиняются следующим принципам. Это 1) принцип наследственности, 2) принцип изменчивости и 3) естественного отбора.

В работе [6] изучено влияние памяти на процесс эволюции в простой постановке задачи Коши. Понимание памяти использовалось в самом широком смысле. Если действие объекта зависит не только от наблюдаемой ситуации, а и от предшествующих событий, то будем считать, что объект обладает памятью. Тогда большинство биологических объектов обладают памятью. Центральным и важным элементом работы была конкуренция в исходной популяции всех возможных стратегий с ограниченной сверху памятью. Это гарантирует, что не упущена ни одна стратегия, которая может изменить ход эволюции. При эволюции рассматривалось парное взаимодействие стратегий, в соответствии с итерированной дилеммой заключенных. При этом каждая стратегия взаимодействует с каждой, включая себя. В каждом поколении суммируя очки эволюционных преимуществ, которые зависят от матрицы выплат, определялась проигравшая стратегия. Правило отбора при нормальной эволюции состояло в удалении проигравшей или проигравших стратегий из следующего поколения стратегий. Рассмотрено 3 типа популяций. Популяции без памяти, популяции с глубиной памяти 1 и 2. Было показано, что глубина памяти и сложность стратегий являются эволюционно выгодными свойствами. Кроме этого автоматически оказалось, что агрессивность стратегий при эволюции уменьшается и достигает минимума в стационаре. Стационар формируют стратегии с нулевой агрессивностью по отношению к друг другу.

В этой работе рассмотрена альтернативная эволюция сообщества тех же стратегий. Под альтернативной эволюцией будем понимать эволюцию сообщества стратегий с противоположным правилом отбора. Из поколения удаляется победившая стратегия. Такое правило отбора приводит к принципиальным изменениям эволюции сообщества стратегий. Главное изменение состоит в росте агрессивности сообщества стратегий при альтернативной эволюции. Стационар образуют стратегии максимально агрессивные по отношению к друг другу. При этом глубина памяти и сложность стратегий остается близкими к максимально возможным. Сохраняется и универсальная связь между средней агрессивностью сообщества и числом очков эволюционных «преимуществ» на ход стратегии. По сути это означает наличие детерминированной связи между средней агрессивностью сообщества и числом очков эволюционных «преимуществ», получаемых стратегией на протяжении поколения.

2 Моделирование эволюции сообщества стратегий

Смоделируем процесс альтернативной эволюции сообщества стратегий с памятью. Пусть в популяции реализованы все стратегии с глубиной памяти меньше или равной k . Так как в этом случае учтены все стратегии, то в процессе эволюции не будут появляться другие стратегии. Принцип наследственности будет состоять в передаче стратегий потомкам. Принцип естественного отбора реализуем исключением или уничтожением определенных стратегий. При альтернативной эволюции удаляется стратегия набравшая максимальное число очков эволюционных преимуществ в каждом поколении. Рассмотрим к каким последствиям приводит такой способ отбора в сообществе стратегий.

При эволюции рассматривается парное взаимодействие стратегий, в соответствии с итерированной дилеммой заключенных. При этом каждая стратегия взаимодействует с каждой, включая себя. Для того, чтобы установить результат парного взаимодействия стратегий, определим матрицу выплат. Напомним, что дилемма заключенного двух игроков состоит в том, что каждый игрок может выбрать между сотрудничеством (1) или отказом (0). В зависимости от стратегии соперника, выбранный игрок получает a_{11} , если оба сотрудничают; a_{22} - если оба отказываются; a_{12} - если выбранный игрок сотрудничает, и противник отказывается; a_{21} - если выбранный отказывается, а противник сотрудничает. Матричные элементы, соответствующие дилемме заключенных, ограничены неравенствами $a_{21} > a_{11} > a_{22} > a_{12}$ и $2a_{11} > a_{21} + a_{12}$. В работе мы используем значения матрицы выплат Аксельрода $M1$ (Таблица 1) [4],

Таблица 1. Матрица выплат Аксельрода

	Кооперация	Отказ
Кооперация	3,3	0,5
Отказ	5,0	1,1

Таким образом, результат взаимодействия стратегий будет определяться этой матрицей. Собственно, эта матрица определяет число очков эволюционных преимуществ, получаемых стратегией при взаимодействии с другой стратегией. Разумеется, взаимодействие двух объектов

популяції на протязі життя або покоління здійснюється багаторазово і кількість взаємодій можна розглядати як параметр в такій грі. Ця гра відповідає ітерованій дилемі заключених [4]. Повторення ходів багаторазово вже дозволяє використовувати покарання за хід або преміювання. Очевидно, що в цьому випадку виключно важливо пам'ятати. Важливо нагадати, що кількість стратегій $N_k = 2^{2^{k+2}-1}$ зростає експоненціально з збільшенням глибини пам'яті k . Це означає, що індивідуальне слідування за таким величезним кількістю стратегій неможливо. Тому потрібно використовувати колективні змінні. В цій роботі зручно використовувати як такі змінні кількість стратегій з певною глибиною пам'яті a_j і кількість стратегій з певною складністю n_i де $j = 0, 1, \dots, k$ пробігає всі можливі значення глибини пам'яті, а i всі можливі значення складності стратегій. Наприклад, a_0 -кількість стратегій з нульовою пам'яттю, а n_1 -кількість стратегій складності 1. При вивченні поведінки пам'яті і складності стратегій суспільства в процесі еволюції це достатньо зручні колективні змінні.

2.1 Мир без пам'яті

Почнемо з обговорення еволюції найпростішого світу з глибиною пам'яті 0 або світу без пам'яті. Нехай кожна стратегія взаємодіє з іншою стратегією $n = 100$ разів в рамках ітерованій дилемі заключених. Такого кількості взаємодій достатньо для зниження впливу вибору першого ходу [5]. набір очок визначається матрицею виплат, наведеною вище, і сумується. Кожна стратегія в одній грі відповідає на перший хід вибраного суперника, а в іншій починає, роблячи перший хід в грі з тим же суперником. В цих іграх, які вона починає, є дві можливості зробити перший хід — це вибрати 0 або 1. Стратегія, роблячи певний перший хід, розглядається як окрема стратегія. Після проведення ігор між усіма такими стратегіями, включаючи себе, стратегії розподіляються по зайнятих місцях відповідно до набраних очок. Перше місце займає стратегія, набравши найбільшу суму очок. При альтернативній еволюції стратегія або стратегії, набравши максимальну кількість очок, виключаються і не передаються наступному поколінню. Залишені стратегії передаються наступному поколінню і знову вступають в боротьбу з початковими нульовими очками еволюційних переваг. Ці стратегії можна розглядати як нащадків попереднього покоління.

В цьому простому світі кількість стратегій достатньо мала ($N_0 = 8$). Тому існує можливість прослідкувати за всіма стратегіями. Однак, будемо використовувати колективні змінні. Як такі змінні зручно використовувати кількість стратегій a_i з певною глибиною пам'яті i і кількість стратегій n_i певної складності i [6]. В цьому світі всі стратегії мають 0 глибину пам'яті і тому змінні $a_0(t)$ просто відслідковують кількість стратегій $a_0(t) = N_0(t)$. Чітко, що при видаленні однієї стратегії на кожному етапі еволюції їх кількість лінійно падає з часом $N_0 = (1-t) + 8$. Тут $t = 1, 2, \dots, 8$ — дискретний час еволюції. При такій малій кількості збіг набраних очок кількома стратегіями відсутній. Тому час еволюції займає 8 етапів (або поколінь), після яких виживає одна стратегія і настає стаціонарний стан.

Перейдемо тепер до обговорення зміни складності стратегій суспільства [5, 6]. Це основна колективна характеристика, за якою можна класифікувати стратегії в цьому світі. Найбільш детальну інформацію про поведінку складності несуть кількість стратегій відповідної складності на кожному етапі еволюції. В світі з нульовою пам'яттю присутні стратегії складності 0, 1 і 2. Графіки зміни з часом кількості стратегій певної складності наведено на Рис.2.1,

З наведених залежностей (Рис.2.1) легко встановити час зникнення стратегій певної складності. Легко помітити, що незважаючи на введені правила відбору, примітивні стратегії n_0 зникають вже на 3 етапі еволюції. Стратегії складності 1 зберігаються в суспільстві до 7 етапу і стаціонарно формують стратегії максимальної складності. При звичайній еволюції в світі без пам'яті першими зникли стратегії складності 1, а нульової складності зникли тільки після 7 етапу еволюції. В цьому сенсі навіть при альтернативній еволюції складність стратегій еволюційно вигідна властивість.

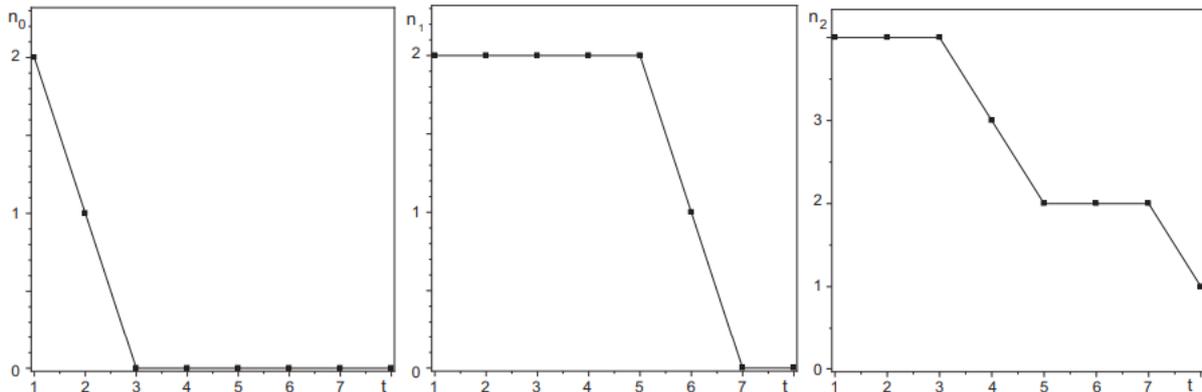


Рис.2.1 Слева – изменение n_0 - числа стратегий нулевой сложности. Посередине – эволюция n_1 - числа стратегий единичной сложности, справа – n_2 - сложности 2. Отметим, что точки соединены линиями только для наглядности и линии не играют никакого значения. Время дискретно.

Также можно получить среднее значение сложности всего «сообщества» на каждом этапе эволюции. Среднее значение сложности определяется следующим образом (Формула 2.1).

$$\bar{C}(t) = \frac{0 \cdot n_0 + 1 \cdot n_1 + 2 \cdot n_2}{n_0 + n_1 + n_2} = \frac{1 \cdot n_1 + 2 \cdot n_2}{n_0 + n_1 + n_2} \quad (2.1)$$

Зависимость средней сложности стратегий «сообщества» от времени эволюции показана на Рис.2.2. Средняя сложность демонстрирует достаточно сложное, осциллирующее поведение с выходом на максимальное значение в стационаре. Другими словами, средняя сложность сообщества стратегий возрастает в процессе эволюции. Это означает выгодность сложных стратегий даже в сообществах с альтернативным отбором. Интересно отметить, что характер зависимости средней сложности при альтернативной эволюции отличается от аналогичной зависимости при естественном правиле отбора отсутствием стадии, на которой средняя сложность становилась ниже начальной сложности стратегий сообщества. В этом смысле сложность при альтернативной эволюции увеличивается даже более «монотонно» или интенсивно.

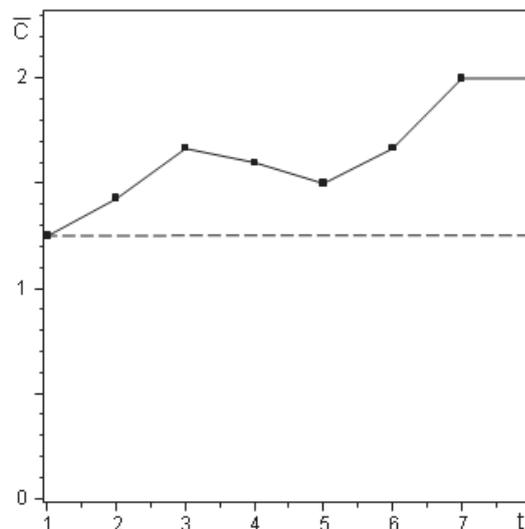


Рис.2.2 Изменение среднего значения сложности всего «сообщества» стратегий в процес- се эволюции. Пунктирная линия – начальное среднее значение сложности всех страте- гий «сообщества». Это значение соответствует среднему значению сложности сообщества стратегий в котором присутствуют все стратегии с нулевой глубиной памяти.

Обсудим теперь, какими свойствами обладают стратегии, которые, набирают максимальное число очко на разных этапах эволюции сообщества или доминирующие стратегии сообщества. Будем следить за сложностью, агрессивностью и числом выплат на ход, таких стратегий на разных этапах эволюции. На Рис.2.3 приведены соответствующие зависимости.

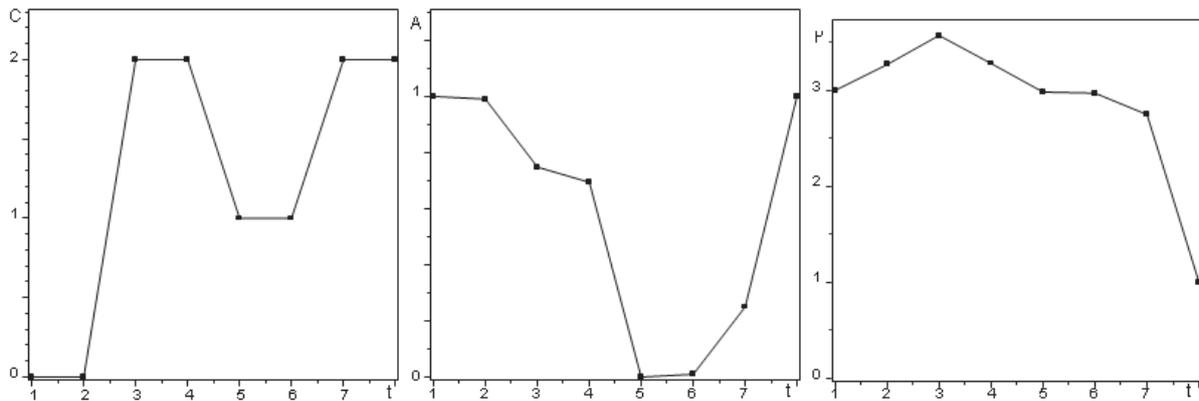


Рис.2.3 Слева сложность, стратегии набравших максимальное число очко на соответствующем этапе эволюции. В центре агрессивность, стратегии набравших максимальное число очко от времени. Справа число заработанных очко эволюционных преимуществ стратегией за один ход, набравших максимальное число очко на всех этапах эволюции

Видно, что на ранних этапах эволюции (до 2 этапа включительно) максимальное количество очко получали только примитивные стратегии с нулевой сложностью. При альтернативной эволюции они и были утеряны на этих этапах эволюции. Собственно, в этом и состоит причина более сильного роста сложности и механизм выхода в стационар более сложных стратегий с учетом правила отбора альтернативного сообщества. Напомним, что в этом случае удаляются, можно сказать, что удаляются победившие стратегии.

Явно выраженный ступенчатый характер изменения связан с небольшой численностью стратегий с нулевой глубиной памяти. Агрессивность победителей сначала падает, а затем нарастает до максимального значения. Минимум агрессивности коррелирует с периодом доминирования стратегий с промежуточной сложностью 1. Значение величины выплат на ход, победивших стратегий на разных этапах эволюции достигает максимума на 3 этапе эволюции и далее падает со временем. Минимум достигается в стационаре.

Перейдем теперь к обсуждению изменения со временем средней агрессивности и числа выплат на ход в среднем. Эти характеристики приведены на Рис.2.4. Легко заметить качественные изменения в поведении этих характеристик при альтернативной эволюции. Агрессивность в отличие от обычного случая (нормальной эволюции) сначала падает, а затем нарастает до максимального значения. Таким образом, сообщество стратегий становится более агрессивным в процессе альтернативной эволюции. Аналогичные качественные изменения претерпевает и изменение величины числа выплат на ход стратегии в среднем. В отличие от обычного случая [6] при альтернативной эволюции величина выплат достигает максимума и затем уменьшается. Этап достижения максимума выплат совпадает с этапом минимальной агрессивности сообщества стратегий.

Таким образом, при альтернативной эволюции агрессивность, выживающих стратегий возрастает, а величина выплат на ход в среднем уменьшается. В мире с нулевой памятью хорошо заметна корреляция в поведении средней агрессивности и среднего заработка на ход. Можно предположить, что связь между этими характеристиками определяется универсальным соотношением [6] (Формула 2.2).

$$A(t) = \sqrt{\lambda(P_{max} - P(t))} - a \quad (2.2)$$

На Рис.2.4 справа, приведено сравнение средней агрессивности, полученной численным моделированием, с эмпирической закономерностью, приведенной выше. Масштабный коэффициент выбран из соображений равенства этих характеристик на первом этапе эволюции $P_{max} = 3$, $\lambda = 5.3/8$ и $a = 0.2$.

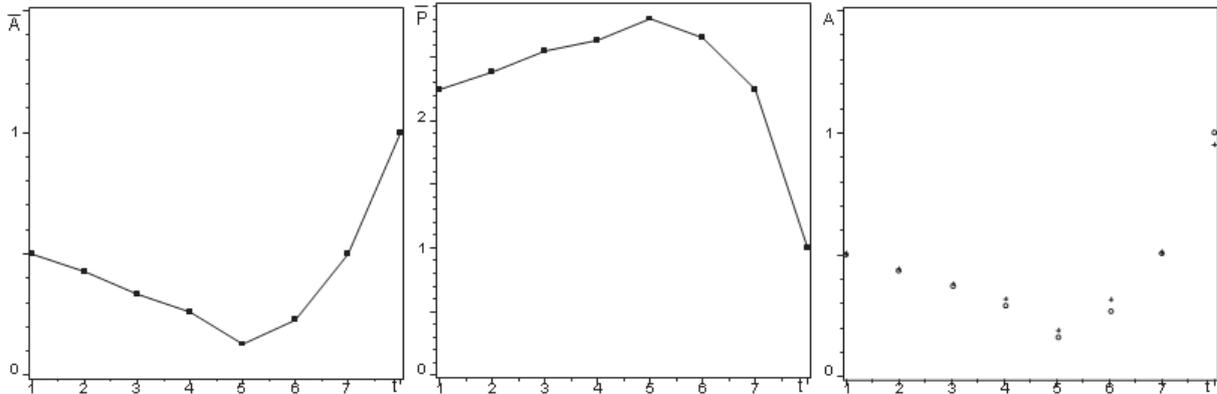


Рис.2.4 Слева изменение со временем средней агрессивности сообщества стратегий, в центре - числа выплат на ход стратегии в среднем. Справа сравнение агрессивности, полученной моделированием с агрессивностью, построенной по данным о числе выплат на ход стратегии в среднем (см. соотношение (1)).

Несмотря на небольшое отклонение в области минимума, графики демонстрируют хорошее согласие в поведении со временем этих характеристик. Разумеется, согласие можно улучшить, варьируя значения постоянных, входящих в соотношение (1). Здесь мы сохранили значения, которые использовались в различных вариантах эволюции [6, 7]. Среднее число выплат на ход стратегии зависит от средней агрессивности стратегий по квадратичному закону (Формула 2.3).

$$P(t) = P_{max} - \frac{1}{\lambda}(A(t) - a)^2 \quad (2.3)$$

Параметр a , который входит в это соотношение, приобретает простой физический смысл. Так можно заметить, что параметр a совпадает с минимальным значением агрессивности A_{min} сообщества стратегий при котором и достигается максимальное значение выплат. Поэтому удобно придать этому соотношению более наглядный вид (Формула 2.4).

$$P(t) = P_{max} - \frac{1}{\lambda}(A(t) - A_{min})^2 \quad (2.4)$$

Коэффициент λ зависит от выбора матрицы выплат. Таким образом, связь (2.3) между этими характеристиками сохраняется и при альтернативной эволюции. Однако поведение стратегий без памяти при альтернативной эволюции существенно отличается от их поведения при обычной эволюции.

2.2 Мир с глубиной памяти 1

Рассмотрим теперь альтернативную эволюцию сообщества стратегий с глубиной памяти 1. Принцип удаления победивших или стратегий, набравших максимальное число очков на каждом этапе эволюции, применяется и в этом случае. Время эволюции этого сообщества занимает 97 этапов и в стационарном состоянии остаются 8 стратегий (с учетом первого хода). В стационаре они получают одинаковое число очков эволюционных преимуществ. Агрессивность стратегий, формирующих стационар, по отношению к друг другу максимальна и равна 1. Это принципиально отличается от нулевой агрессивности стационарных стратегий при нормальной эволюции. Имена и характеристики стационарных стратегий при альтернативной эволюции приведены в таблице ниже

Таблиця 2. характеристики стаціонарних стратегій

Имя стратегии	Глубина памяти	Сложность
(0)(00)0001	1	4
(0)(01)0100	1	4
(0)(00)0100	1	4
(0)(00)0111	1	4
(0)(01)0001	1	4
(0)01	0	2
(0)(01)0111	1	4
(0)(01)0011	1	3

Видно, что стационар формируют стратегии максимальной сложности 4, только две стратегии имеют меньшую сложность 3 и 2. Прimitивные стратегии (нулевой сложности и сложности 1) не доживают до стационарного состояния. Эта закономерность проявляется и в глубине памяти стационарных стратегий - все кроме одной имеют максимальную глубину памяти.

Таким образом, в стационаре такого сообщества присутствуют только абсолютно агрессивные стратегии с максимальной глубиной памяти и сложностью. Только малая доля стратегий с меньшей глубиной памяти и сложностью, но абсолютно агрессивные входят в стационар. Отличие от стационара, возникающего при обычной эволюции состоит только в агрессивности стратегий. Стационар при обычной эволюции формируют стратегии нулевой агрессивности по отношению друг к другу.

Перейдем теперь к описанию эволюции такого сообщества стратегий. В этом мире уже встречаются стратегии с 0 (8 стратегий) и 1 глубиной памяти (96 стратегий). Поэтому в качестве нетривиальной коллективной переменной можно использовать и численность стратегий с определенной глубиной памяти. На Рис.2.5 приведены результаты численного моделирования поведения этих переменных при эволюции сообщества. Ступенчатая структура $a_0(t)$ связана с небольшой численностью таких стратегий и наличие участков сохранения их численности определяется исчезновением, более многочисленных, стратегий 1 глубины памяти на этих временных интервалах. Средний интервал сохранения $a_0(t)$ легко оценить, как $\Delta t = 97/8 \approx 12$, что и наблюдается на Рис.2.5 слева. Видно, что только одна стратегия с 0 глубиной памяти достигает стационара. Такая ступенчатая структура присутствует и в поведении $a_1(t)$, но мало заметна из-за большой численности стратегий глубины памяти 1.

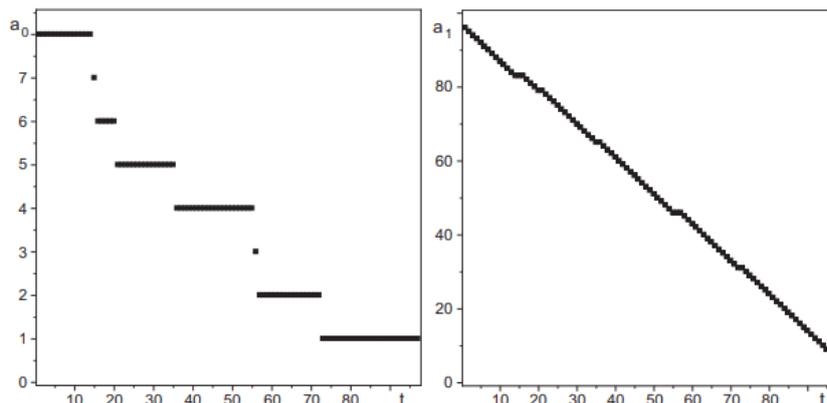


Рис.2.5 Слева – изменение a_0 - числа стратегий нулевой глубины памяти. Справа – эволюция a_1 - числа стратегий единичной глубины памяти. Время дискретно.

Следующие важные коллективные переменные — это численность стратегий определенной сложности. На Рис.2.6 приведена зависимость от времени этих переменных, полученные при численном моделировании эволюции. Хорошо заметно исчезновение примитивных стратегий. Так примитивные стратегии сложности 0 исчезают на 16 этапе эволюции (или поколений), а сложности 1 на 56 этапе. Зависимости $n_0(t)$ и $n_1(t)$ от времени

имеют характерную ступенчатую структуру, природа которой вполне аналогична описанной выше. Средний интервал сохранения их значений $\Delta t = 97/3 \approx 32$. Такая же структура наблюдается и остальных численностей стратегий $n_i(t)$ определенной сложности. Причина не в столь значительном различии их численности по сравнению с различием численности $a_0(t)$ и $a_1(t)$ на порядок.

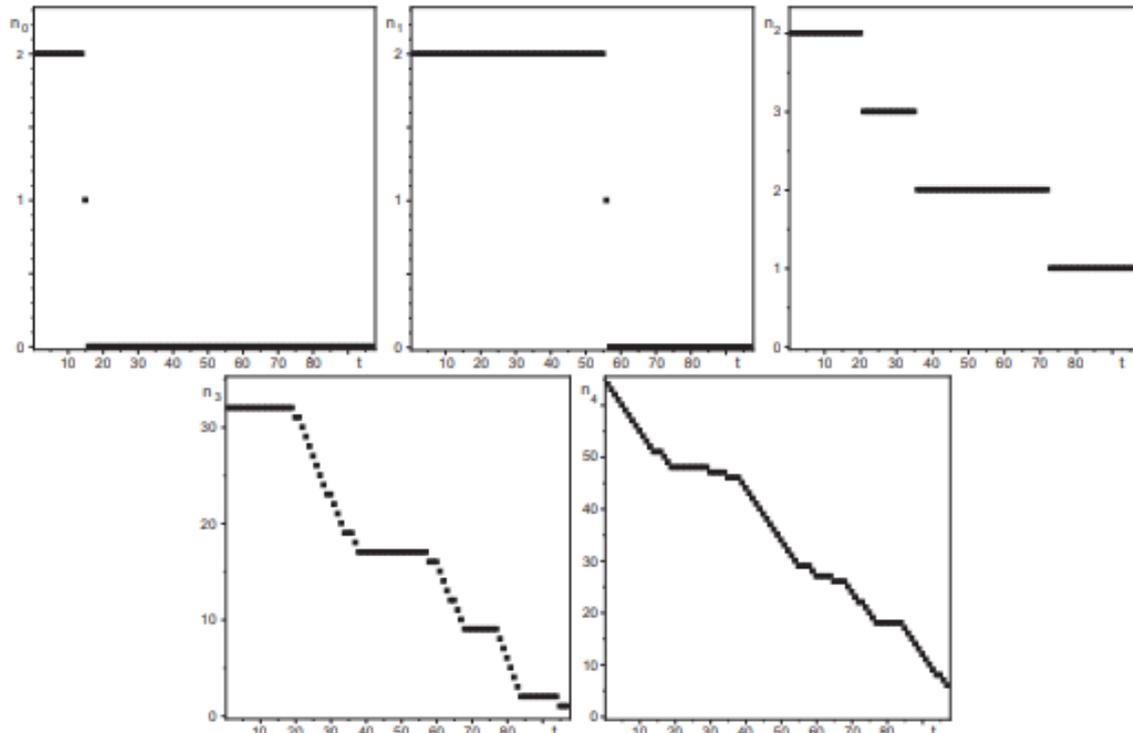


Рис.2.6 Изменение со временем n_i - числа стратегий i -ой сложности, $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Перейдем теперь к обсуждению доминирующих стратегий в процессе эволюции сообщества. Как и ранее, под доминирующей стратегией на определенном этапе будем понимать стратегию, которая победила или набрала максимальное число очков на этом этапе. На Рис.2.7 приведены основные характеристики стратегий, доминирующих на этапах эволюции. Видно, что за редкими исключениями доминирующие стратегии имели максимальную глубину памяти. Доля времени на которых доминировали стратегии с меньшей глубиной памяти составляет 7% всего времени эволюции. Аналогично доминирующие стратегии сложны. Доля доминирования примитивных стратегий 0 и 1 сложности составляет 4% времени эволюции. Доля доминирования максимально сложных стратегий составляет 59%. Напомним, что в каждом поколении при альтернативной эволюции уничтожались именно доминирующие стратегии. Несмотря на это стационар формируют оставшиеся сложные стратегии. Агрессивность доминирующих стратегий сильно флуктуирует и скорее напоминает хаотическую зависимость. Механизм появления такой хаотизации связан с удалением выигравшей стратегии. Действительно, при обычной эволюции, выигравшая стратегия сохраняла первенство на некотором временном интервале эволюции, а в случае альтернативной она удаляется при первой победе. Поэтому следующая, победившая стратегия может иметь характеристики существенно отличные от предыдущего победителя. Как следует из Рис.2.7 такая неустойчивость особенно проявляется в агрессивности. Более закономерным образом ведет себя зависимость числа эволюционных преимуществ победивших стратегий, со временем их значение монотонно убывает.

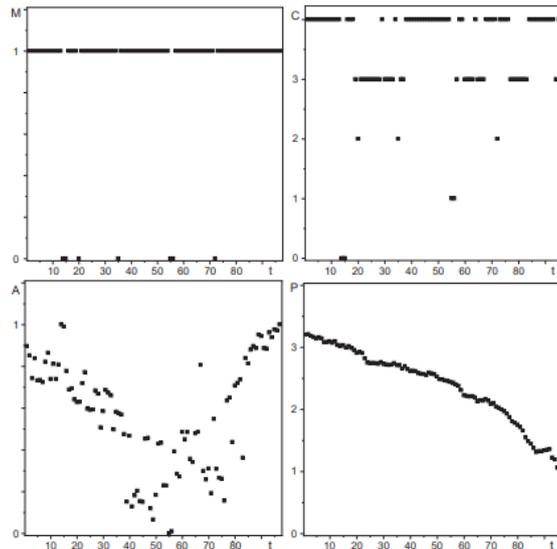


Рис.2.7 Слева сверху глубина памяти M , справа сверху C сложность, слева внизу агрессивность A и справа внизу число очкознаход P , выигравшей стратегии на соответствующем этапе эволюции.

Рассмотрим ниже поведение средних характеристик сообщества стратегий при альтернативной эволюции. Разумеется, их можно получить, используя зависимости $a_i(t)$ и $n_i(t)$. На Рис.2.8 показаны зависимости от времени средних характеристик стратегий сообщества. Легко заметить, что средняя глубина памяти меняется в процессе эволюции незначительно в окрестности максимального значения. Средняя сложность сообщества стратегий также слабо меняется вблизи максимального значения. Другими словами, средняя глубина памяти и сложность стратегий сообщества сохраняется в процессе эволюции. Наиболее явные изменения претерпевает средняя агрессивность стратегий сообщества и как следствие число выплат на ход стратегии в среднем. Поведение средней агрессивности сообщества при альтернативной эволюции после достижения минимума начинает монотонно возрастать и достигает максимального значения в стационаре. Напомним, что при нормальной эволюции агрессивность после достижения максимума монотонно падала, достигая в стационаре минимального значения. Поведение величины выплат на ход стратегии также противоположно изменению со временем величине выплат при нормальной эволюции. При этом связь между средней агрессивностью и числом выплат на ход сохраняется прежней. В этом можно убедиться из нижнего правого графика на Рис.2.8.

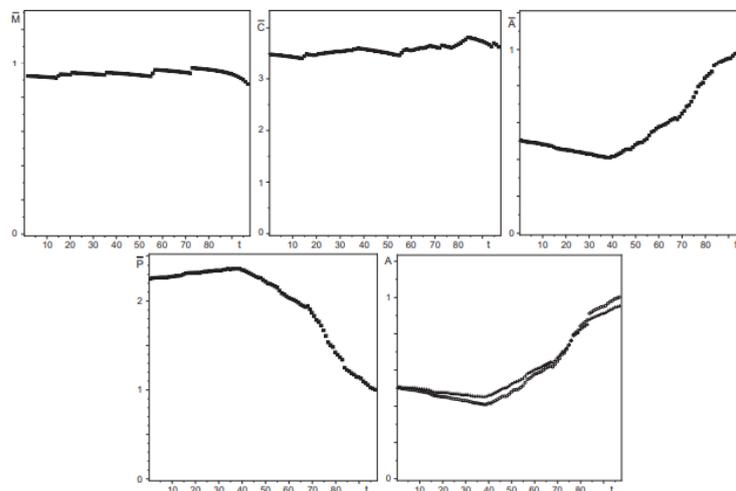


Рис.2.8 Слева – изменение средней сложности стратегий \bar{C} . Посредине – эволюция средней агрессивности стратегий \bar{A} справа – изменение числа выплат на ход стратегии в среднем \bar{P} . Внизу сравнение агрессивности, полученной моделированием (кружочки) с агрессивностью, построенной по данным о числе выплат на ход стратегии в среднем (крестики) (см. соотношение (1))

Таким образом, при альтернативной эволюции сообщества стратегий с глубиной памяти 1 в стационаре достигается максимальная агрессивность сообщества. При этом глубина памяти и сложностью выживших стратегий близка к максимальным значениям.

2.3 Мир с глубиной памяти 2

Перейдем теперь к обсуждению изменений при альтернативной эволюции сообщества стратегий при увеличении глубины памяти. Для этого рассмотрим сообщество стратегий с глубиной памяти не превышающей 2. Принцип удаления победивших стратегий на каждом этапе эволюции применяется и в этом мире. Матрица выплат и число ходов двух стратегий остается прежние. Естественно, что число всех возможных стратегий в этом мире увеличивается и равно 30824. Здесь снова под отдельной стратегией понимается стратегия с определенными начальными ходами. Как и ранее на каждом этапе будут удаляться стратегия (или стратегии), набравшая минимальное число эволюционных преимуществ. Далее всюду в качестве единицы временного масштаба будем использовать длительность 300 поколений. Время достижения стационара составляет 30694 поколений или выбранном масштабе 102.

В терминах коллективных переменных все стратегии разделим на 3 группы по глубине памяти и будем следить за изменением численности этих групп. Так $a_0(t)$ - число стратегий в обществе с глубиной памяти 0 на t -ом этапе, $a_1(t)$ - число стратегий с глубиной памяти 1 на t -ом этапе, а $a_2(t)$ - число стратегий с глубиной памяти 2 на t -ом этапе. При моделировании эволюции такого общества получена зависимость изменения численности этих групп со временем, которые приведены на Рис.2.9. Величины $a_0(t)$ и $a_1(t)$ как и в предыдущем мире (см. раздел 2.2) обладают заметной кусочно-постоянной структурой. Как отмечалось выше, природа этого связана с численностью $a_2(t)$, превышающей на несколько порядков величины $a_0(t)$ и $a_1(t)$. Главное отличие в поведении этих характеристик с увеличением глубины памяти сводится к исчезновению всех стратегий по мере эволюции, кроме имеющих максимальную глубину памяти. Стационар достигают только стратегии имеющие максимальную глубину памяти.

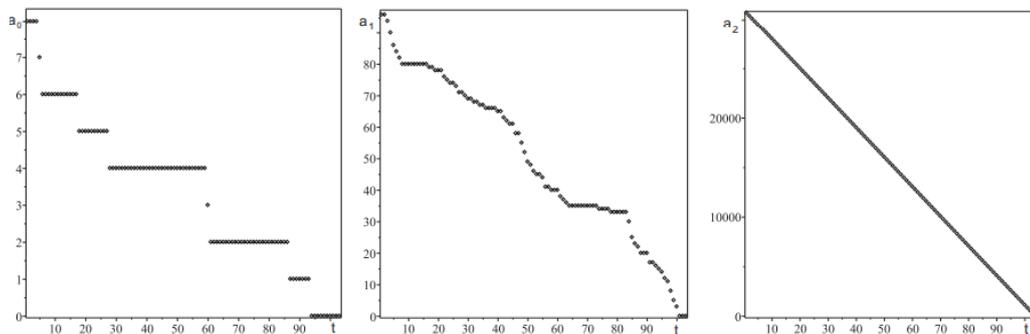


Рис.2.9 Изменение со временем a_i - числа стратегий i -ой глубины памяти $i = 0, 1, 2$.

Так стратегии с глубиной памяти 0 исчезают на 28200 этапе, самая агрессивная исчезает на 1174 этапе и самая «добропорядочная» на 17719 этапе. Стратегии с глубиной памяти 1 исчезают на 30300 этапе эволюции. Число оставшихся стратегий в стационаре равно 131.

Следующими величинами, за изменением которых при эволюции важно следить, являются численности стратегий определенной сложности $n_i(t)$. В рассматриваемом мире присутствуют стратегии сложности $i = 0, 1, 2, 3, \dots, 8$. Результаты численного моделирования показаны на Рис.2.10. Эти зависимости демонстрируют, что примитивные стратегии малой сложности исчезают из сообщества на ранних этапах эволюции, не достигая заключительных этапов борьбы за существование. Так, первыми исчезают стратегии сложности 0 – на 1800 этапе, стратегии 1-ой сложности исчезают на 18300 этапе, стратегии сложности 2 – на 30300, стратегии сложности 3 – на 27300 этапе, сложности 4 – на 30800 этапе, сложности 5 – на 28800 этапе. Стратегии более высокой сложности полностью не исчезают и некоторые из них формируют стационарное состояние.

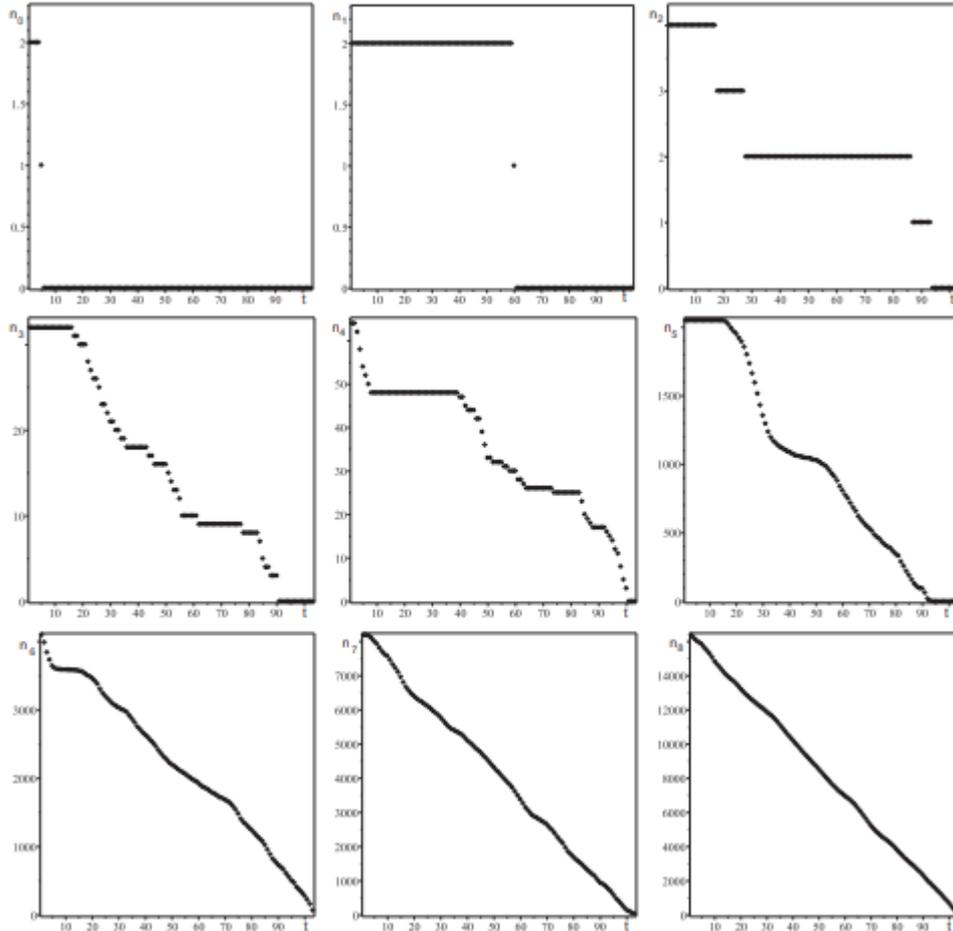


Рис.2.10 Изменение со временем π_i - числа стратегий i -ой сложности, $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Таким образом характерное поведение численности стратегий определенной сложности соответствует поведению этих характеристик и в предыдущем мире. Отличия носят количественный характер.

Перейдем к обсуждению доминирующих стратегий или стратегий, набравших максимальное число очков на соответствующем этапе эволюции этого мира. На Рис.2.11 показаны основные характеристики доминирующих стратегий на каждом этапе эволюции. Как и в предыдущем случае основная доля доминирования приходится на стратегии с максимальной глубиной памяти и максимальной сложности. Очевидная причина этого – большая численность таких стратегий и удаление победителя на каждом этапе. Кроме этого сохраняется высокая чувствительность агрессивности, победивших стратегий, к удалению победивших стратегий. Остальные зависимости отличаются только количественно, сохраняя типичный характер изменения со временем.

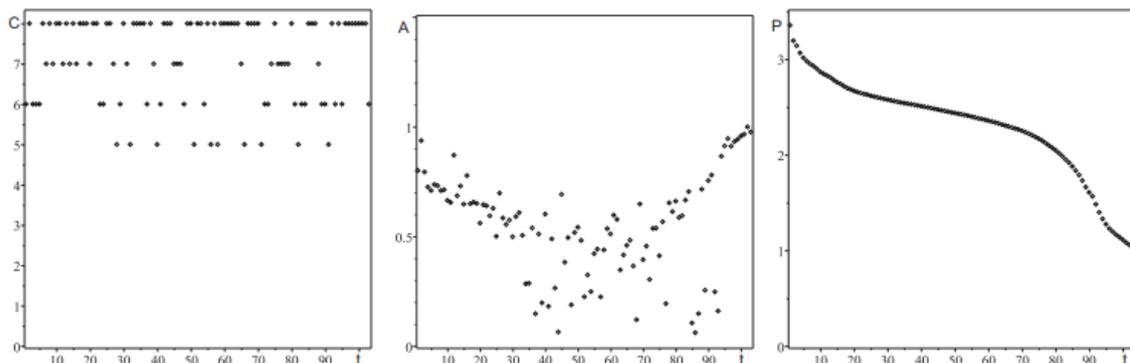


Рис.2.11 Слева – Сложность, в центре – агрессивность A и справа число очков на ход P , выигравшей стратегии на соответствующем этапе эволюции. Память выигравших стратегий на всех этапах равна 2.

Используя коллективные переменные можно получить средние характеристики сообщества стратегий и изучить их изменение со временем. На Рис.2.12 приведены изменения со временем средней сложности, агрессивности и числа выплат на ход. Среднее значение глубины памяти сохраняется близким к 2 на протяжении всей эволюции и из-за простоты поведения не приводится. Средняя сложность сохраняется на уровне среднего значения по всем стратегиям с глубиной памяти не превышающей 2. Небольшие флуктуации наблюдаются, как обычно, при уменьшении числа стратегий сообщества вблизи выхода на стационар. Средняя агрессивность после достижения минимума начинает увеличиваться и достигает максимума в стационаре. Стационар формируют абсолютно агрессивные по отношению к друг другу стратегии. Это изменение противоположное поведению средней агрессивности стратегий при нормальной эволюции [6]. Такое же качественное изменение претерпевает и среднее число выплат на ход стратегии. При этом связь между этими характеристиками сохраняется прежней (см. соотношение (1) и (3)).

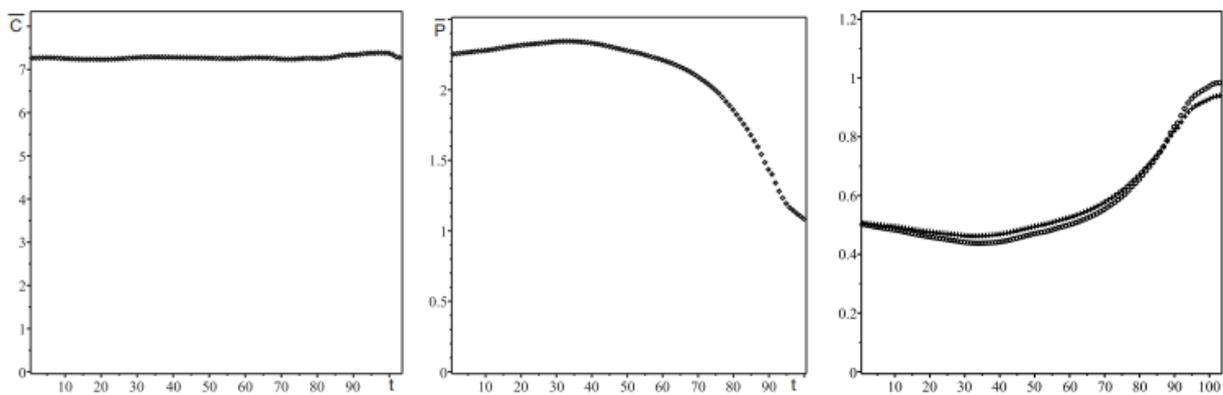


Рис.2.12 Слева – изменение средней сложности стратегий \bar{C} . Посредине – изменение числа выплат на ход стратегии в среднем \bar{P} . Справа – сравнение агрессивности, полученной моделированием (кружочки) с агрессивностью, построенной по данным о числе выплат на ход стратегии в среднем (крестики) (см. соотношение (1))

Теперь обсудим распределение стратегий в стационаре. На Рис.2.13 приведены соответствующие гистограммы полученные в результате моделирования альтернативной эволюции.

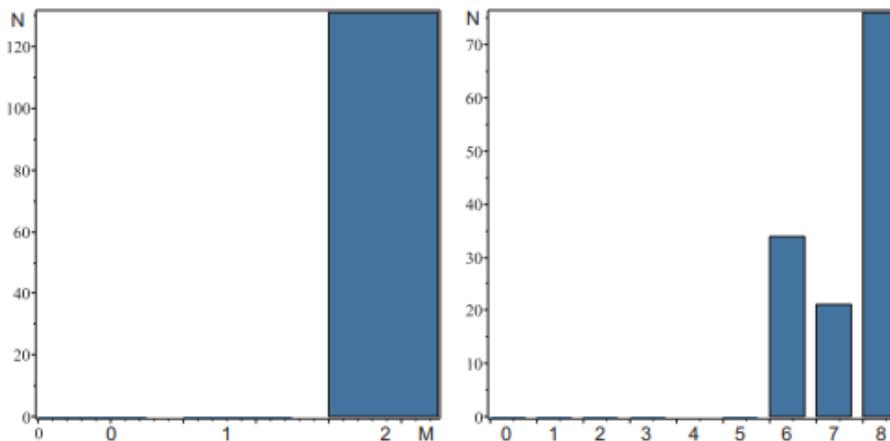


Рис.2.13 Слева численность стратегий определенной памяти, а справа численность стратегий определенной сложности в стационаре.

Легко видеть, что стационар формируют только стратегии с глубиной памяти 2. Кроме этого только стратегии сложности 6, 7 и 8 достигают стационарного состояния и большинство стратегий имеют максимальную для этого мира сложность. В определенном смысле альтернативная эволюция, как не парадоксально, поддерживает максимальную глубину памяти и сложность даже в большей степени чем обычная эволюция. Главное отличие состоит в абсолютной агрессивности стационарных стратегий относительно друг друга. Следует ожидать, что такое характерное поведение сохранится и при дальнейшем увеличении глубины памяти сообщества стратеги.

3 Заключение

Основное отличие альтернативной эволюции от обычной состоит в увеличении средней агрессивности сообщества стратегий после достижения минимума. Стационар формируют максимально агрессивные по отношению к друг другу стратегии. Образуется сообщество «пауков в банке». При этом по-прежнему глубина памяти и сложность стратегий являются эволюционно выгодными свойствами. Универсальная связь между средней агрессивностью и числом выплат на ход стратегии в среднем сохраняется и при альтернативной эволюции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вейбулл Дж. У. Эволюционная теория игр. MIT Press, Cambridge, MA. 1993.
2. Новак М.А. Эволюционная динамика. Кембридж, Массачусетс. 2006.
3. Claussen J.C. Дискретные стохастические процессы, уравнения репликатора и Фоккера-Планка коэволюционной динамики в конечных и бесконечных популяциях. *Banach Center Publications 80*. 2008. 17–31.
4. Аксельрод Р., Эволюция сотрудничества Basic Books. Нью-Йорк. 1984.
5. Куклин В.М., Приймак А.В., Яновский В.В. Влияние памяти на эволюцию популяций. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» т.29. 2016. с.41–66.
6. Куклин В.М., Приймак А.В., Яновский В.В. Память и эволюция сообществ, Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління».v.35. 2017. с.38–60.
7. Куклин В.М., Приймак А.В., Яновский В.В. Эволюция сообществ стратегий при наличии источников, Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». v.36. с.68–84., 2017.

REFERENCES

1. J.W. Weibull, *Evolutionary Game Theory*. MIT Press, Cambridge, MA, 1993.
2. M.A. Novak, *Evolutionary Dynamics*. Cambridge, Massachusetts, 2006.
3. J.C. Claussen, Discrete stochastic processes, replicator and Fokker-Planck equations of coevolutionary dynamics in finite and infinite populations, *Banach Center Publications 80*, 17–31, 2008.
4. R. Axelrod, *The Evolution of Collaboration*, Basic Books, New York, 1984).
5. V. M. Kuklin, A. V. Priymak, V. V. Yanovsky, “The influence of memory on the evolution of populations”. *Visnik of the Kharkiv National University named after V. N. Karazin, series “Mathematical Modeling. Information technology. Automation of the control system*, v.29, p.41-66, 2016. [in Russian]
6. V. M. Kuklin, A. V. Priymak, V. V. Yanovsky, “Memory and evolution of communities”, *Visnik of the Kharkiv National University named after V. N. Karazin, series “Mathematical Modeling. Information technology. Automation and control systems”*, v.35, p.38-60, 2017. [in Russian].
7. V.M. Kuklin, A.V. Priimak, V.V. Yanovsky, “Evolution of strategy communities with sources available”, *Visnik of the Kharkiv National University named after V. N. Karazin, Series Mathematical*

“*Modeling. Information technology. Automation and control systems*”. v. 36, p. 68-84, 2017. [in Russian].

Яновський Володимир Володимирович – доктор фізико-математичних наук, професор; професор кафедри штучного інтелекту та програмного забезпечення, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022; e-mail: yanov50@gmail.com; ORCID: 0000-0003-0461-749X.

Yanovsky Volodymyr V. PhD, Doctor of Science, Professor, Professor of Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine, e-mail: yanov50@gmail.com; ORCID: 0000-0003-0461-749X.

Яновский Владимир Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022; e-mail: yanov50@gmail.com; ORCID: 0000-0003-0461-749X.

Приймак Олексій Вікторович – старший викладач кафедри штучного інтелекту та програмного забезпечення, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022; e-mail: priymak@mail.com.

Priymak Oleksiy V. Senior Lecturer of Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine, e-mail: priymak@mail.com.

Приймак Алексей Викторович – старший преподаватель кафедры искусственного интеллекта и программного обеспечения, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022; e-mail: priymak@mail.com.

Поричанський Володимир Володимирович – студент кафедри моделювання систем і технологій, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022; e-mail: vladimir.porichansky@mail.com.

Porichansky Volodimir V. Student of Department of Artificial Intelligence and Software V. N. Karasin Kharkiv National University, Svobody Sq 4, 61022, Kharkiv, Ukraine, e-mail: vladimir.porichansky@mail.com.

Поричанский Владимир Владимирович – студент кафедры моделирования систем и технологий, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022; e-mail: vladimir.porichansky@mail.com.