

УДК 539.3

Розрахункова модель для оцінки довговічності елементів конструкцій за наявності отворів та тріщин

¹К.Г. Дегтярьов, ²О.Л. Зайденварг, ³Р.П.Москаленко, ¹Ю.В.Науменко

³ Інститут проблем машинобудування НАН України ім. А.М. Підгорного
вулиця Пожарського, 2/10, Харків, 61046, Україна

¹ Національний аерокосмічний університет ім. Н.С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»
вулиця Чкалова, 17, Харків, 61000, Україна

² Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,
площа Свободи 4, Харків, 61022, Україна
rmpd2016@gmail.com

Розглянуто задачу визначення кількості циклів до руйнування для елементів конструкцій, які мають технологічні отвори кругової форми і послаблені тріщинами. Вважається, що конструкція піддана дії циклічного навантаження (розтяг-стиск) із заданими частотою і амплітудою. Розроблено методику визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для елемента конструкції з двома симетричними тріщинами, що виходять на контур отвору. Задачу визначення коефіцієнта інтенсивності напружень зведено до розв'язання сингулярного інтегрального рівняння. Для отримання числового розв'язку цього рівняння використано метод граничних елементів. Отримано формули для ефективного числового визначення сингулярних інтегралів із особливостями типу Коші і Адамара. Проведено дослідження точності розв'язку цих сингулярних рівнянь. Розглянуто граничні елементи з різною апроксимацією густини. Встановлено, що використання граничних елементів із кубічною апроксимацією густини приводить до суттєвого підвищення точності розв'язку. Густина, які фігурують як невідомі функції в розглянутих інтегральних рівняннях, використовуються для обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень. Проведено порівняння аналітичних і числових розв'язків розглянутого сингулярного рівняння. З використанням порогового значення коефіцієнта інтенсивності напружень визначається початкова довжина, при якій починається розвиток тріщин. На підставі критерію Періса визначено критичну кількість циклів навантаження, за яке тріщина підрастає до неприпустимого розміру. Це критичне число циклів є характеристикою довговічності. Для порівняння характеристик довговічності розглянуті задачі визначення критичного числа циклів для пластин з одиночними ізольованими тріщинами і з ланцюжками тріщин. Встановлено, що при однаковому рівні навантаження найменше критичне число циклів відповідає елементу конструкції з тріщинами в безпосередній близькості від технологічних отворів.

Ключові слова: довговічність, тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень, сингулярні інтегральні рівняння, критерій Періса.

Рассмотрена задача определения количества циклов до разрушения для элементов конструкций, имеющих технологические отверстия круговой формы и ослабленных трещинами. Предполагается, что конструкция подвержена действию циклической нагрузки (растяжение-сжатие) с заданными частотой и амплитудой. Разработана методика определения коэффициентов интенсивности напряжений для элемента конструкции с двумя симметричными трещинами, выходящими на контур отверстия. Задача определения коэффициента интенсивности напряжений сведена к решению сингулярного интегрального уравнения. Для численного решения этого уравнения использован метод граничных элементов. Получены формулы для эффективного численного определения сингулярных интегралов с особенностями типа Коши и Адамара. Проведено исследование точности решения рассматриваемого сингулярного уравнения. Рассмотрены граничные элементы с различной аппроксимацией плотности. Установлено, что использование граничных элементов с кубической аппроксимацией плотности приводит к существенному повышению точности решения. Плотности, фигурирующие в качестве неизвестных функций в рассматриваемых интегральных уравнениях, используются для вычисления коэффициентов интенсивности напряжений. Проведено сравнение аналитических и численных решений рассматриваемого сингулярного уравнения. С использованием порогового значения коэффициента интенсивности напряжений определяется начальная длина трещины, при которой начинается развитие трещин. На основании критерия Периса вычислено критическое количество циклов нагружения, за которое трещина подрастает до недопустимого размера. Это критическое число циклов является характеристикой долговечности. Для сравнения характеристик долговечности рассмотрены задачи определения критического числа циклов для пластин с одиночными изолированными трещинами и с цепочками трещин. Установлено, что при одинаковом уровне нагружения наименьшее критическое число циклов отвечает элементу конструкции с трещинами в окрестности технологических отверстий.

Ключевые слова: долговечность, трещина, коэффициент интенсивности напряжений, сингулярные интегральные уравнения, критерий Периса.

The problem of determining a number of cycles to failure for structural elements having technological holes of circular shape and weakened by cracks is considered. It is assumed that the structure is subject to cyclic loading (tension-compression) with given frequencies and amplitudes. A technique for determining stress intensity factors for the structural element with two symmetrical cracks adjoining a contour of hole has been developed. The problem of determining the stress intensity factor has been reduced to solving a singular integral equation. For the numerical solution of this equation, the boundary element method has been used. The formulas for the effective numerical simulation of singular integrals with singularities of the Cauchy and Hadamard type have been obtained. The solution accuracy of the considered singular equation is investigated. Boundary elements with different density approximations are considered. It has been established that the use of boundary elements with a cubic

approximation of density leads to a significant increase in the solution accuracy. Densities appearing as unknown functions in the considered integral equations are used to calculate stress intensity factors. Comparison of the analytical and numerical solutions of the considered singular equation, as well as the analytical and numerical values of the stress intensity coefficients has been performed. The initial crack length starting crack development has been determined by using the threshold value of the stress intensity factor. The critical number of loading cycles leading to cracks of an unacceptable size has been calculated based on the Paris criterion. This critical number of cycles is a characteristic of durability. To compare the durability characteristics, the problems of determining the critical number of cycles for plates with single isolated cracks and with crack chains are considered. It has been established that at the same loading level, the smallest critical number of cycles corresponds to a structural element with cracks in the vicinity of technological holes.

Key words: durability, crack, stress intensity factor, singular integral equations, Paris criterion.

1 Вступ

Реальні технологічні матеріали, які використовуються в сучасних конструкціях та спорудах, зазвичай мають різного роду мікрodefекти, розвинення яких під дією прикладених навантажень може призвести як до виходу з ладу окремих деталей та вузлів, так і до руйнування всієї конструкції. На теперішній час велика кількість обладнання в нафтохімічній та енергетичній галузях України практично відпрацювала свій нормативний ресурс. В зв'язку з цим виникають питання кваліфікованої оцінки залишкового ресурсу обладнання з метою встановлення черговості модернізації та заміни застарілих вузлів устаткування. При оцінці залишкового ресурсу важливим фактором є визначення довговічності обладнання за умови наявності та розвинення втомних тріщин під дією циклічних навантажень. Початкова довжина втомних тріщин є надзвичайно малою, саме тому такі тріщини не завжди ідентифікуються при візуальному огляді під час планових ремонтних робіт. Тому дослідження при оцінці довговічності проводять для так званих модельних тріщин. Ці модельні тріщини розташовують в місцях найвищої концентрації напружень. Оскільки заздалегідь невідома початкова форма тріщини, виникає необхідність дослідження тріщин різної форми за умови однакових умов навантаження з метою визначити найбільш небезпечні тріщини і далі дослідити довговічність елементів конструкцій саме з такими тріщинами. На цей час існує значна кількість наукових праць, присвячених дослідженням довговічності тіл з тріщинами, уточненому визначенню коефіцієнтів концентрації напружень, врахуванню пластичних деформацій в околиці вершин тріщини. Серед цих праць зазначимо відомі монографії Андрейківа О.Е., Дарчука А.І., [1] Панасюка В.В., Андрейківа О.Е., Ковчіка С.Є. [2], Махутова Н.А [3], Панасюка В.В., Саврука М.П., Дацишин А.П. [4] та статті [5] – [7], в яких детально висвітлюються зазначені питання. Новітні дослідження з теорії тріщин та включень, що утворюють скупчення, є фундаментом для створення сучасних технологій визначення залишкового ресурсу. В роботі [8] побудовано базу даних щодо тріщин в трубопроводах. В [9] надано оцінку довговічності авіаційного обладнання з мікротріщинами. В роботі [10] вивчаються взаємодіючі поверхневі тріщини, в [11] досліджено вплив ланцюжків тріщин та пор на міцність зварного шва при температурному навантаженні. Актуальним залишається питання визначення найбільш небезпечних тріщин, наявність яких призводить до швидкого руйнування конструктивних елементів.

2 Загальне формулювання задачі розрахунку довговічності плоских елементів конструкцій з тріщинами

Після дослідження статичного та динамічного напружено-деформованого стану та визначення частот вільних коливань конструкцій за допомогою експериментальних методів або числових методів скінченних та граничних елементів [12]-[14] з'ясовуються зони найбільшої концентрації напружень в конструктивному елементі. Ці зони зазвичай розташовуються поблизу отворів, границь елементів, місць розташування зварних швів, рис.2.1 а)-в). Саме в цих зонах розташовуємо модельні тріщини, 2.1 а),в), або ланцюжки тріщин, рис. 2.1б). Далі розглядаємо задачу визначення кількості циклів, яке витримує елемент конструкції до руйнування згідно з обраним критерієм. В цьому дослідженні використано критерій Періса [15].

Розглянуті ізольована тріщина, рис. 2.1а), ланцюжок тріщин, рис. 2.1б) та дві симетричні тріщини, що виходять на край отвору, , рис. 2.1в).

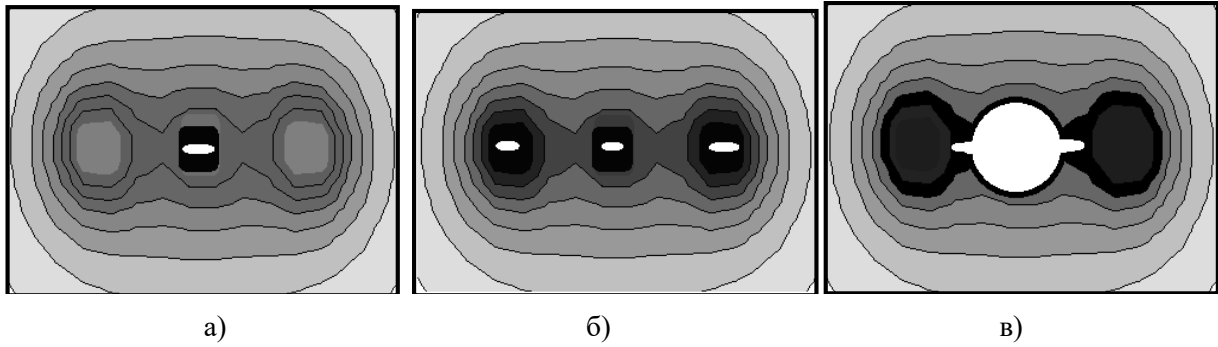


Рис.2.1. Модельні тріщини

Розглядаємо плоскі елементи конструкцій, які знаходяться під дією знакозмінного навантаження розтягу – стиску в напрямку, перпендикулярному лінії розташування тріщин.

Припустимо, що модельна тріщина розташована вздовж контуру L_0 . Нехай L_i ($i = 1, 2, \dots, K$) – контури отворів або границь елемента. При використанні інтегральних зображень [16] позначаємо невідомі густини як α_1, α_2 на контурі L_0 , а на контурах L_i ($i = 1, 2, \dots, K$) як β_i, γ_i ($i = 1, 2, \dots, K$). Позначимо як n_1^j, n_2^j ($j = 0, 1, 2, \dots, K$) компоненти зовнішньої одиничної нормалі до відповідних контурів. Припустимо, що елемент конструкції знаходиться під дією заданих зовнішніх навантажень S_{11}, S_{12}, S_{22} . В [16, 17] показано, що невідомі функції α_1, α_2 та β_i, γ_i ($i = 1, 2, \dots, K$) можна визначити з системи $2K + 2$ гіперсингулярних інтегральних рівнянь відносно $2K + 2$ невідомих функцій $\alpha_1, \alpha_2, \beta_i, \gamma_i$ ($i = 1, 2, \dots, K$)

$$M \left\{ \int_{L_0} \sum_{i=1}^2 H_i(\xi_i, x_j) \alpha_i(\xi_0) dL_0 + \sum_{i=1}^K \int_{L_i} [P_1(\xi_i, x_j) \beta_i(\xi_i) + Q_1(\xi_i, x_j) \gamma_i(\xi_i)] dL_i \right\} = n_1^j S_{11} + n_2^j S_{12},$$

$$M \left\{ \int_{L_0} \sum_{i=1}^2 H_i(\xi_i, x_j) \alpha_i(\xi_0) dL_0 + \sum_{i=1}^K \int_{L_i} [P_2(\xi_i, x_j) \beta_i(\xi_i) + Q_2(\xi_i, x_j) \gamma_i(\xi_i)] dL_i \right\} = n_1^j S_{12} + n_2^j S_{22}, \quad (2.1)$$

де $j = 0, 1, 2, \dots, K$, $M = -\frac{\mu(\lambda + \mu)}{\pi(\lambda + 2\mu)}$, λ, μ – параметри Ламе.

Перші доданки в інтегральних рівняннях системи (2.1) є гіперсингулярними складовими [16], а в ядрах $P_1(\xi_i, x_j)$, $Q_1(\xi_i, x_j)$, $P_2(\xi_i, x_j)$, $Q_2(\xi_i, x_j)$ наявні логарифмічні особливості або особливості типу Коші, якщо точки ξ_i та x_j співпадають. Числове розв'язання системи (2.1) здійснюється методом граничних елементів [17], [18].

Для коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) маємо вирази

$$k_1 = \frac{G}{2\pi(1-\nu)} (n_1^0 S_{12} + n_2^0 S_{22}) \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\alpha_2(x)}{\sqrt{r}}, \quad k_2 = \frac{G}{2\pi(1-\nu)} (n_1^0 S_{11} + n_2^0 S_{12}) \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\alpha_1(x)}{\sqrt{r}}, \quad (2.2)$$

де r – відстань між вершиною тріщини та точкою спостереження, G – модуль зсуву, ν – коефіцієнт Пуассона.

Для ізольованої тріщини довжиною $2l$, рис. 2.1а), маємо таку систему гіперсингулярних рівнянь [17]:

$$M \int_{-l}^l \frac{\alpha_1(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2} = S_{12}, \quad M \int_{-l}^l \frac{\alpha_2(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2} = S_{22}. \quad (2.3)$$

Якщо розглядається ланцюжок тріщин в умовах дії навантаження, перпендикулярного лінії розташування тріщин, рис. 2.1б), то відповідне гіперсингулярне рівняння набуває вигляду [7], [17]

$$\int_{-l}^l \alpha_2(\xi) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\xi-x-kd)^2} d\xi = p(x), \quad p(x) = S_{22}/M, \quad (2.4)$$

де l – половина довжини тріщини, d – відстань між центрами тріщин в ланцюжку.

В задачі визначення концентрації напружень для елемента конструкції з отвором радіусу R та двома симетричними тріщинами довжиною l , рис. 2.1в), що виходять на край отвору, маємо сингулярне рівняння [4]

$$\int_0^1 K(\eta, \xi) \alpha_2(\eta) d\eta = \pi S_{22}, \quad (2.5)$$

де $K(\eta, \xi) = P(\eta, \xi) + S(\eta, \xi)$,

$$P(\eta, \xi) = \frac{1}{\eta - \xi} + \frac{\lambda}{1 + \lambda\xi} + \frac{2(\xi^2 + 4\eta\xi - \eta^2) + 2\lambda\xi(\xi^2 + 9\eta\xi + 6\eta^2)}{2(1 + \lambda\xi)^2(1 + \lambda\eta)(\eta + \xi + \lambda\eta\xi)^3} +$$

$$+ \frac{2\lambda^2\eta\xi(4\xi^2 + 12\eta\xi + 3\eta^2) + 9\lambda^3\eta^2\xi^2(\xi + \eta) + 3\lambda^4\eta^3\xi^3}{2(1 + \lambda\xi)^2(1 + \lambda\eta)(\eta + \xi + \lambda\eta\xi)^3},$$

$$S(\eta, \xi) = \frac{\lambda}{2(1 + \lambda\xi)} + \frac{\lambda[3\eta^2 - 2\eta\xi - \xi^2 + \lambda(\eta^3 - \eta^2\xi - 7\eta\xi^2 - \xi^3)]}{2(1 + \lambda\xi)^2(1 + \lambda\eta)(\eta + \xi + \lambda\xi)^2} -$$

$$- \frac{\lambda[\lambda^2\eta\xi(3\xi^2 + 8\eta\xi + \eta^2) + 3\lambda^3\eta^2\xi^2(\xi + \eta) + \lambda^4\eta^3\xi^3]}{2(1 + \lambda\xi)^2(1 + \lambda\eta)(\eta + \xi + \lambda\xi)^2}.$$

Тут $\lambda = l/R$. Числові розв'язки отримані з використанням 80 граничних елементів зі сталою апроксимацією густини всередині елементів [17], [18].

На рис. 2.2 наведені числові та аналітичні розв'язки гіперсингулярних рівнянь (2.3), рис. 2.2а) та (2.4), рис. 2.2б).

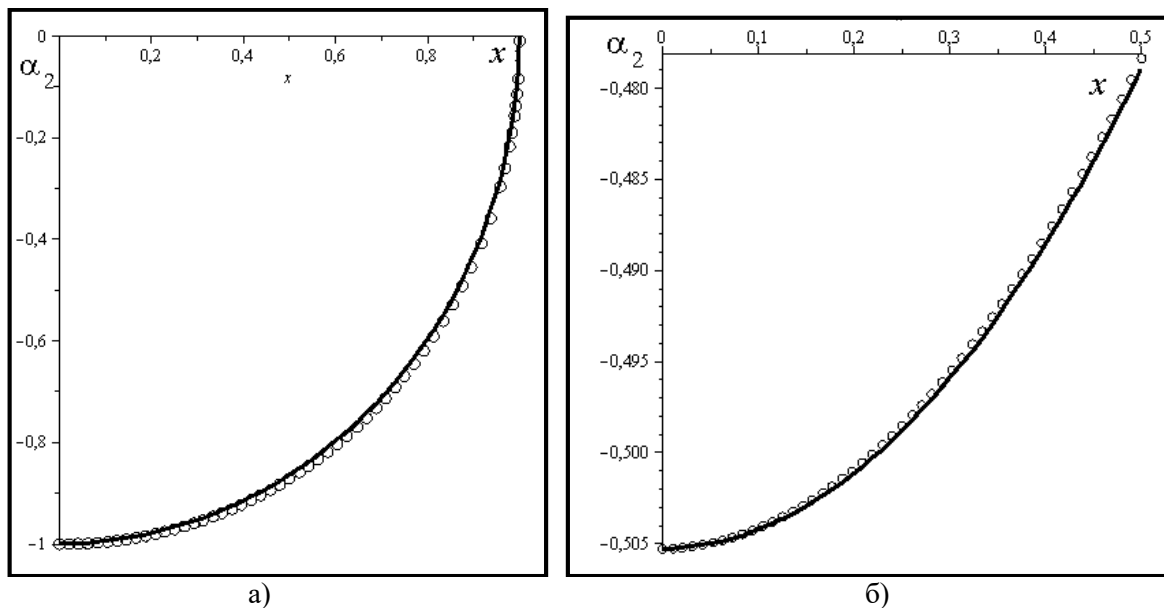


Рис.2.2. Порівняння числових та аналітичних розв'язків

Суцільні лінії на рис. 2.2 відповідають аналітичним розв'язкам, крапками позначені числові розв'язки, в розрахунках було досягнуто точність $\varepsilon = 10^{-3}$. Така точність була досягнута при використанні граничних елементів з кубічною апроксимацією невідомих густин на елементах [17]. Застосування граничних елементів із квадратичною, лінійною та сталою апроксимацією густини дозволило отримати лише точність, меншу, або рівну $\varepsilon = 10^{-2}$.

Для визначення критичної кількості циклів до руйнування використано залежність Періса [15]. Ця залежність має вигляд

$$\frac{dl}{dN} = \begin{cases} 10^{-20} & \Delta K < \Delta K_{th} \\ C(\Delta K)^m & \Delta K_{th} < \Delta K < K_{IC} \\ 10^3 & \Delta K > K_{IC} \end{cases} \quad (2.6)$$

Тут l – характерний розмір дефекту; N – критична кількість циклів; ΔK_{th} – порогове значення коефіцієнту інтенсивності напружень; K_{IC} – критичне значення КІН; величина $\Delta K = K_{max} - K_{min}$, K_{max} , K_{min} – максимальний та мінімальний КІН за один цикл навантаження; m – показник ступеня кривої втоми; C – характерна стала кривої втоми.

Вважаємо, що навантаження в циклі задовольняють співвідношенню

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = -1.$$

Тоді $\Delta K = K_{max} - K_{min} = 2K_{max}$. Число циклів до руйнування визначено шляхом інтегрування співвідношення (2.6), тобто маємо

$$dN = \frac{1}{C}(\Delta K)^{-m} dl; \quad \Delta K_{th} < \Delta K < K_{IC}.$$

Зауважимо, що при $\Delta K < \Delta K_{th}$ тріщини не розвиваються, а при $\Delta K > K_{IC}$ відбувається лавиноподібне розвинення тріщини, що веде до руйнування елемента конструкції.

Таким чином, отримано формулу для обчислення критичного числа циклів:

$$N = \frac{1}{C} \int_{l_0}^{l_1} (\Delta K)^{-m} dl, \quad \Delta K = 2K_{max}, \quad (2.7)$$

де l_0, l_1 – початковий та кінцевий розміри тріщини, що розглядається.

3 Аналіз числових результатів

Згідно з нормативним документом [19] допустимі напруження основного металу становлять $\sigma_0 = 147$ МПа, а для зварного шва ці напруження складають $\sigma_w = 95$ МПа. Вважаємо, що прикладене навантаження дорівнює $\sigma = \alpha\sigma_0$, якщо тріщина міститься в основному металі, та $\sigma = \alpha\sigma_w$ для тріщин, що розташовані в зоні зварного шва. Розглянуто матеріал з такими характеристиками: $C = 3.2 \cdot 10^{-11} \text{МПа} \sqrt{\text{м}}$ – характерна стала кривої втоми; $m = 3.09$ – показник степеню цієї кривої; $K_{IC} = 49 \text{МПа} \sqrt{\text{м}}$ – критичний коефіцієнт інтенсивності напружень; $\Delta K_{th} = 12 \text{МПа} \sqrt{\text{м}}$ – порогове значення КІН. Величини $K_{IC}, \Delta K_{th}$ визначені на ВАТ «Турбоатом» розрахунково-експериментальним методом з урахуванням результатів дослідження якості металу [20].

На рис. 3.1 цифрами 1 позначені залежності ΔK від довжини тріщини l при $\alpha = 1$, цифри 2 відповідають коефіцієнту навантаження $\alpha = 0.1$. Цифрами 3 позначені порогові значення КІН ΔK_{th} , а цифрами 4 – критичні значення КІН K_{IC} .

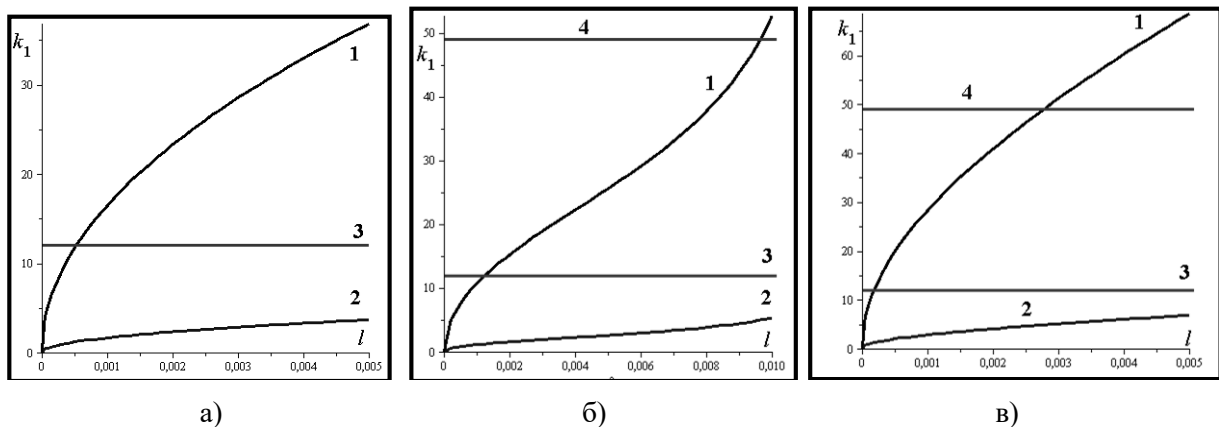


Рис.3.1. Розвинення тріщин за наявності різних дефектів

Рис. 3.1а) зображує КІН для ізольованої тріщини в пружній площині, рис. 2.1а) *дефект 1*; рис.3.1б) відповідає КІН для ланцюжка тріщин, $d = 0.025\text{м}$, рис. 2.1б), *дефект 2*; на рис. 3в) показано зміну КІН для двох симетричних тріщин, що виходить з кругового отвору радіуса $R = 0.1\text{м}$, рис.2.1в), *дефект 3*.

З отриманих результатів робимо висновок про те, що при рівні навантаження $\sigma = 0.1\sigma_0 = 14.7\text{МПа}$ для основного металу, та $\sigma = 0.1\sigma_w = 9.5\text{ МПа}$ для зварних швів не відбувається розвинення тріщин з початковими розмірами менш ніж 0.005м . Зауважимо, що зазвичай тріщини з розмірами, більш ніж 0.005м вважаються неприпустимими. Тобто, після проведення оглядових робіт елементи конструкцій за наявності таких тріщин підлягають ремонту або модернізації [19].

Далі з'ясуємо початкові розміри тріщин для навантажень $\sigma = \sigma_0 = 147\text{МПа}$ для основного металу, та $\sigma = \sigma_w = 95\text{ МПа}$ для тріщин, що розташовані в зоні зварних швів. Отримуємо такі значення: $l_0 = 0.0005\text{м}$ для ізольованої тріщини в зоні основного металу, $l_0 = 0.0012\text{м}$ для ланцюжка тріщин, що розташований в зоні зварного шва, $l_0 = 0.0002\text{м}$ для тріщин біля технологічного отвору в основному металі. Тріщини, що мають початковий розмір менш за обчислені значення l_0 , згідно з критерієм Періса, не розвиваються.

Обчислимо тепер кількість циклів навантаження для кожного із зазначених дефектів, якщо довжина тріщини змінюється від початкового значення l_0 до кінцевого значення $l_1 = 0.005\text{м}$, або до того значення, яке є неприпустимим з точки зору критерію $\Delta K > K_{IC}$. Отримані результати наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Кількість циклів навантаження

№ дефекту	$l_0, \text{м}$	$l_1, \text{м}$	Кількість циклів
1	0.0005	0.005	8485
2	0.0012	0.005	2647
3	0.0002	0.003	413

Надані результати свідчать про те, що навантаження з амплітудами, які практично дорівнюють допустимим, призводять до швидкого руйнування елементу конструкції з тріщинами. Найбільш небезпечними виявились дефекти, що розташовані поблизу технологічного отвору; в цьому випадку кількість циклів до підростання тріщин до неприпустимих розмірів, є на порядок меншою, ніж для як ізольованих тріщин, так і ланцюжків тріщин.

4 Висновки

Розроблено метод розрахунку критичної кількості циклів навантаження елементів конструкцій, що знаходяться в умовах знакозмінного циклічного навантаження. Припускається, що в зонах найбільшої концентрації напружень можуть знаходитись дефекти типу тріщин. Кількість циклів навантаження, яка призводить до підростання тріщин до неприпустимих розмірів, визначається згідно з критерієм Періса, який передбачає можливість обчислення коефіцієнту інтенсивності напружень для змінного розміру тріщини та заданого рівня навантажень. Розглянуто ізольовану тріщину, ланцюжок тріщин та дві симетричні тріщини, що виходять на край отвору. Для обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень запропоновано використовувати формули, засновані на застосуванні асимптотичної поведінки розв'язків гіперсингулярних інтегральних рівнянь. З'ясовано, що тріщини, які знаходяться в околі отворів, є найбільш небезпечними. В подальшому передбачається детальне вивчення втомних тріщин, які знаходяться в околі технологічних отворів, із залученням методу скінченних елементів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андрейкив А.Е. Драчек А.И. Усталостное разрушение и долговечность конструкций. Киев: Наук. Думка, 1987. 404 с.
2. Панасюк В.В. Андрейкив С.Е. Ковчик Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов. Киев: Наук. думка, 1971. 278 с.

3. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на усталостную прочность. М.: Машиностроение, 1981. 272 с.
4. Панасюк В.В. Саврук М.П., Дацьшин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. К.: Наук. думка, 1976. 444 с.
5. Kastratović G., Vidanović N., Grbović A., Rašuo B. Approximate determination of stress intensity factor for multiple surface cracks. *FME Transactions*. 2018. Vol. 46. N 1. P. 41–47.
6. Mirko S. Maksimović. Residual Life Estimation of Cracked Aircraft Structural Components / S. Mirko Maksimović, Ivana V. Vasović, Katarina S. Maksimović, Nataša Trišović, Stevan M. Maksimović . *FME Transactions*. 2018. Vol. 124. N 46. P. 124–128.
7. Зайденварг О.Л., Стрельникова Е.А. Гиперсингулярные уравнения в задачах прочности элементов конструкций с трещинами при температурном нагружении. *Вісник Харківського національного ун-ту. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2009. № 847. С. 191–196.
8. Bettayeb M., Bouali E, Abdelbaki N., Gaceb M. Establishment of a database and a classification of the defects in the metal of pipes according to their severity. *Procedia Engineering*. 2012. Vol. 42. P. 607–615.
9. Mirko S. Maksimović. Residual Life Estimation of Cracked Aircraft Structural Components S. / Mirko Maksimović, Ivana V. Vasović, Katarina S. Maksimović, Nataša Trišović, Stevan M. Maksimović. *FME Transactions*. 2018. Vol. 124. N 46. P. 124–128.
10. Guchinsky R.V., Petinov S.V. Numerical modeling of the surface fatigue crack propagation including the closure effect. *Int. J. Comput. Meth. Eng. Sci. Mech*. 2016. V. 17. DOI: 10.1080/15502287.2015.1125402.
11. Стрельникова Е. А., Ковч О. И. Исследование взаимного влияния пор в сварном шве под воздействием термосилового нагружения. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2015. №5. С. 59–63.
12. Місюра С.Ю., Сметанкіна Н.В., Місюра Є.Ю. Раціональне моделювання кришки гідротурбіни для аналізу міцності. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Динаміка і міцність машин. 2019. № 1. С. 34–39.
13. Medvedovskaya T. Strelnikova E., Medvedyeva K. Free hydroelastic vibrations of hydroturbine head covers. *Int. J. Eng. and Advanced Research Technology*. 2015. Vol. 1. No 1.– P.45–50.
14. Еселева Е.В., Гнитько В.И., Стрельникова Е.А. Собственные колебания сосудов высокого давления при взаимодействии с жидкостью. *Пробл. машиностроения*. 2006. №1. С.105 - 118.
15. Пэрис П., Эрдоган Ф. Критерии усталостного распространения трещин. *Техн. механика*. Сер. Д. 1987. № 4. С. 60–68.
16. Стрельникова Е. А. Гиперсингулярные интегральные уравнения в двумерных краевых задачах для уравнения Лапласа и уравнений Ламе. *Доп. НАН України*. 2001. №3. С. 27 – 31.
17. Кантор Б.Я., Стрельникова Е.А. Гиперсингулярные интегральные уравнения в задачах механики сплошной среды. Харьков: Новое слово, 2005. 252 с.
18. Gnitko V., Naumemko Y., Strelnikova E. Low Frequency Sloshing Analysis of Cylindrical Containers with Flat and Conical Baffles. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*. 2017. Vol. 22. Issue 4. P. 867–881.
19. Кантор Б., Стрельникова О., Медведовська Т., Ржевська І., Еселева О., Линник О., Зеленська О. Розрахунок залишкового ресурсу елементів проточної частини гідротурбін ГЕС та ГАЕС. Методичні вказівки: нормативний документ. СОУ-НМЕВ 40.1 –21677681–51: 2011: утв. Міністерством енергетики та вугільної промисловості України: введ в действие 07.07.11. К.: Міністерство енергетики та вугільної промисловості України, 2011. 76 с.
20. Стрельникова Е.А.. Вероятностная оценка долговечности вала гидротурбины при наличии трещин/ Е.А. Стрельникова, И.Г. Сирота, А.В. Линник, Л.А. Калембет, В.Н. Зархина, О.Л. Зайденварг. *Проблемы машиностроения* . 2017. Том 20, №1.С. 28–35.

REFERENCES

1. А.Е. Andreikyv, А.У. Darchuk , *Fatigue Failure And Lifespan of Constructions*. Kyev: Scientific Thought, 1987, 404 p. [in Russian]
2. V.V. Panasiuk А.Е. Andreikyv S.E. Kovchyk *Estimation Methods Of Construction Materials Crack Strength*. Kyev: Scientific Thought, 1971, 278 p. [in Russian]

3. Makhutov N.A., Deformation Cryterium Of Destruction And Fatigue Strength Structural Elements Calculation. M.:Mechanic Engineering. 1981, 272 p. [in Russian]
4. Panasiuk V.V., Stress Disribution Near Cracks In Plates And Claddings/ V.V. Panasiuk, M.P. Savruk, A.P. Datsyshyn. K.: Scientific Thought, 444 p,1976. [in Russian]
5. Kastratović G., “Approximate determination of stress intensity factor for multiple surface cracks” G. Kastratović, N.Vidanović, A. Grbović, B. Rašuo, *FME Transactions*. Vol. 46, N 1, R. 41-47, 2018.
6. Mirko S. Maksimović. Residual Life Estimation of Cracked Aircraft Structural Components S. / Mirko Maksimović, Ivana V. Vasović, Katarina S. Maksimović, Nataša Trišović, Stevan M. Maksimović, *FME Transactions*, Vol. 124, N 46, P. 124-128, 2018.
7. Zaydenvarg O.L. Strelnykova E.A., “Hypersingular Eqations In The Strength Problems Of Structural Components With Cracks Under Temperature Stress”. *Kharkiv National University Review. Series «Mathematical modeling. Information Technology. Automated Control Systems»*, № 847, P. 191-196, 2009. [in Russian]
8. Bettayeb M., Bouali E, Abdelbaki N., Gaceb M., “Establishment of a database and a classification of the defects in the metal of pipes according to their severity”. *Procedia Engineering*. Vol. 42, P. 607–615, 2012.
9. Mirko S. Maksimović. “Residual Life Estimation of Cracked Aircraft Structural Components”, S. Mirko Maksimović, Ivana V. Vasović, Katarina S. Maksimović, Nataša Trišović, Stevan M. Maksimović, *FME Transactions*. Vol. 124, N 46, P. 124–128, 2018.
10. Guchinsky R.V., Petinov S.V., “Numerical modeling of the surface fatigue crack propagation including the closure effect”. *Int. J. Comput. Meth. Eng. Sci. Mech*, V. 17, 2016. DOI: 10.1080/15502287.2015.1125402.
11. Strelnykova E. A., Kovch O. Y. “Research Of Mutual Influence Of Pores In A Weld Seab Under Thermal Power Stress”. *East-European Journal Of Modern Technologies*, №5, P. 59–63, 2015.
12. C.Iu. Misiura, N.V. Smetankina, Ye.Iu. Misiura, “Rational Modeling Of Hydroturbine Head Cover For Strength Analyses”. *National Technic University «KhPI» Review. Series: Dynamics And Strength Of Machines*, № 1, P. 34-39, 2019. [in Ukrainian]
13. Medvedovskaya T., Strelnikova E., Medvedyeva K., “Free hydroelastic vibrations of hydroturbine head covers”. *Int. J. Eng. and Advanced Research Technology*. Vol. 1, No 1, P.45-50, 2015.
14. Eseleva E.V., Hnytko V.Y., Strelnykova E.A., “Natural Vibration Of High Pressure Tanks Under Interference With A Liquid”. *Mechanic Engineering Problems*, №1, P.105 – 118, 2006. [in Russian]
15. Paris P., Erdogan F., “The Cryterium Of Fatigue Extension”. *Of Tech. Mechanics, Ser. D*, № 4, P. 60-68, 1987. [in Russian]
16. Strelnykova E. A. “Hypersingular Equations For Two-dimensional Boundary Problevs Of Laplace And Lame Equations”. *Dop. NSA of Ukraine*. №3, P. 27 – 31, 2001. [in Russian]
17. Kantor B.Ia., Strelnykova E. A. *Hypersingular equations In Continuum Mechanics Problems*. Kharkov: New Word, 2005, 252 p. [in Russian]
18. Gnitko V., Naumemko Y., Strelnikova E. “Low Frequency Sloshing Analysis of Cylindrical Containers with Flat and Conical Baffles”. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*. Vol. 22, Issue 4, P. 867-881, 2017.
19. Kantor B., Strelnikova O., Medvedovska T., Rzhavska I., Yesseleva O., Lynnyk O., Zelenska O. Rozrakhunok zalyshkovoho resursu elementiv protochnoi chastyny hidroturbin HES ta HAES. Methodology Guidelines: Spesification. SOU-NMEV 40.1 –21677681–51: 2011: st. By The Minister of Energy and Coal Mining of Ukraine: implementation 07.07.11. K.: Ministerstvo enerhetyky ta vuhilnoi promyslovosti Ukrainy, 2011. 76 s. [in Russian]
20. Strelnykova E.A.. “Probable Estimation Of Hydroturbine Shaft Lifespan Under Cracks Occurence”. E.A. Strelnykova, Y.H. Syrota, A.V. Lynnyk, L.A. Kalemбет, V.N. Zarkhyna, O.L. Zadenvarh// *Mechanic Engineering Problems*, Book 20, №1, P. 28-35, 2017.[in Russian]

Дегтярьов Кирило Георгійович – провідний інженер Інституту проблем машинобудування ім. Підорного НАН України. E-mail kdegt89@gmail.com; Orcid: 0000-0002-4486-2468.

Зайдєнвєрг Ольга Леонидівна – старший викладач кафедри вищої математики та системного аналізу Національного аерокосмічного університету ім. Н.С. Жуковського

«Харківський авіаційний інститут» Телефон +38-066-9827897, olgazaydenvarg@gmail.com; mailto:olga_z@gmail.com; ORCID: 0000-0001-7214-6656.

Москаленко Роман Павлович – аспірант Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, факультет комп'ютерних наук. Телефон: 050 598 7682 E-mail: rimancatomile@gmail.com; Orcid: 0000-0002-5167-2793

Науменко Юрій Віталійович, – аспірант, Інститут проблем машинобудування ім. А.Н. Підгорного НАНУ, вул. Пожарського, 2/10, Харків, 61046, Україна, E-mail: strelea@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9058-6727.

Дегтярев Кирилл Георгиевич - вєдуций инженер Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины. E-mail kdegt89@gmail.com Orcid: 0000-0002-4486-2468

Зайдєнвєрг Ольга Леонидовна – старший преподаватель кафедры высшей математики и системного анализа Национального аєрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» Телефон +38-066-9827897, olgazaydenvarg@gmail.com mailto:olga_z@gmail.com; ORCID: 0000-0001-7214-6656

Москаленко Роман Павлович – аспірант Харьковского национального университета имени В. Н. Каразіна, факультет компьютерных наук. Телефон: 050 598 7682 E-mail: rimancatomile@gmail.com Orcid: 0000-0002-5167-2793

Науменко Юрий Виталиевич, – аспірант, Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАНУ, ул. Пожарского, 2/10, Харьков, 61046, Украина, E-mail: strelea@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9058-6727.

Degtyarev Kirill Georgiyevich - Senior Engineer of A. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems. E-mail kdegt89@gmail.com. Orcid: 0000-0002-4486-2468.

Zaydenvarg Olga Leonidivna – senior lecturer of Department of Higher Mathematics and Systems Analysis of Н.Е. Zhukovsky National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute" , Phone: +38-066-9827897, olgazaydenvarg@gmail.com mailto:olga_z@gmail.com ORCID: 0000-0001-7214-6656.

Moskalenko Roman Pavlovich – Post graduate of Karazin National University, Scholl of Computer Sciences, Phone: 050 598 7682 E-mail: rimancatomile@gmail.com Orcid: 0000-0002-5167-2793.

Naumenko Yury Vytalievich, post graduate, A.Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems, ul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, Ukraine, 61046, E-mail: strelea@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9058-6727.