

УДК 532.5+51-7

Математическое моделирование и прогнозирование динамики речного русла участка реки Северский Донец

Н.Н. Кизилова, Н.Л. Рычак, А.А. Халин

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина**e-mail: n.kizilova@gmail.com*

Исследуется течение на участке реки Северский Донец на территории Харьковской области на основе данных многолетних измерений профиля русла с шагом 10 см. Геометрия участка русла на поверхности Земли определялась по гидрологическим картам, а профили восстанавливались сплайнами по данным измерений. Измерения показали вариабельность профиля в соответствии с изменением профиля дна и уровнем осадков. Разработана математическая модель, которая позволяет рассчитывать скорости потока, динамические давление и вязкое трение, предсказывать эволюцию береговых линий русла, наличие застойных зон с медленной циркуляцией, прогнозировать динамику донных наносов и зарастание русла. Модель также позволяет планировать инженерно-гидрогеологические меры по предотвращению размыва и зарастания рек, улучшения циркуляции и повышения качества речных вод.

Ключевые слова: математическое моделирование, гидрогеология, речные русла, экология.

Досліджується течія на ділянці річки Сівєрський Донець на території Харківської області на основі даних багаторічних вимірювань профілю русла з кроком 10 см. Геометрія досліджуваної ділянки русла на поверхні Землі визначалася по гідрологічним картками, а профілі поперечних перерізів відновлювалися сплайнами за результатами вимірювань. Аналіз результатів показав варіабельність профілю перерізів відповідно до зміни профілю дна і рівню опадів поточного року. Розроблено математичну модель, що описує параметри потоку в залежності від ухилу і профілю річкового русла. Модель дозволяє розраховувати швидкості потоку, динамічний тиск і в'язке тертя, передбачати еволюцію берегових ліній русла, наявність застійних зон з повільною циркуляцією, прогнозувати динаміку донних заметів і заростання русла. На основі тривимірної моделі течії води в руслі із заданою геометрією проведені чисельні розрахунки методом скінченних елементів. Розраховані швидкості течії і показано наявність відривних застійних зон з повільною циркуляцією, в яких прискорюється заростання русла і погіршення якості води. Розрахунки динамічного тиску і в'язкого тертя показали наявність ділянок з підвищеним тиском, яке може при тривалому впливі руйнувати берегову лінію, сприяти утворенню донних наносів, збільшенню площі застійних зон з повільною циркуляцією. Оскільки в таких випадках у річковій системі присутня система позитивних зворотних зв'язків, які викликають погіршення циркуляції і якості води та не можуть бути зупинені природним шляхом, а вимагають спеціальних інженерно-гідрогеологічних заходів. Розроблена модель дозволяє планувати різні конкретні заходи щодо запобігання розмиву і заростання річок, поліпшення циркуляції і підвищення якості річкових вод шляхом їх внесення у вихідну геометричну модель і кількісну оцінку викликаних ними змін гідродинамічних факторів, що впливають на еволюцію річкового русла.

Ключові слова: математичне моделювання, гідрогеологія, річкові русла, екологія.

The flow in the section of the Seversky Donets river in Kharkiv region is studied based on long-term measurements of the channel profile in a 10 cm increments. The geometry of the studied channel section on the Earth's surface has been determined by hydrological maps, and the cross-section profiles have been reconstructed by splines from the measurement results. The analysis of the results has revealed the profile variability in accordance with the change in the bottom sediments and the current year rainfall. A mathematical model describing the flow parameters in dependence on the slope and profile of the river channel has been developed. The model allows calculating flow velocities, dynamic pressure and viscous friction, predicting the evolution of coastal channel lines, the presence of stagnant zones with slow circulation, and predicting the dynamics of bottom drifts and channel overgrowing. Based on the three-dimensional flow of water in the channel with given geometry, numerical calculations by the finite element method are carried out. The flow rates are calculated and the presence of separated stagnant zones with slow circulation in which the channel overgrowing and water quality deterioration could be amplified is shown. Calculations of dynamic pressure and viscous friction shows the presence of areas with increased pressure which, in time, can ruin the riverbanks, contribute to the formation of bottom sediments, and increase the area of stagnant zones with slow circulation. Since there is a system of positive feedbacks in the river ecosystem, the resulting deterioration in circulation and water quality cannot be stopped naturally and require special engineering and hydrogeological measures. The developed model allows planning various specific measures to prevent river erosion and overgrowth, to improve circulation and water quality by introducing the changes into the original geometric model as well as quantifying the changes caused by hydrodynamic factors that affect the evolution of the river system.

Key words: mathematical modeling, hydrogeology, river channels, ecology.

1. Введение

Дискретные, континуальные и синтетические модели речных русел с учетом их геометрии, состава донных отложений, скорости течения воды, наличия поверхностного стока и др. параметров широко используются для расчета сноса придонных отложений и миграции русла, качества воды и переноса загрязнений, экологической экспертизы экосистемы и других практических задач [1-4].

Математическое моделирование и численные расчеты поля скоростей, завихренности, напряжений трения и других гидродинамических параметров позволяют оценить риски эрозии береговой линии, размывов дна, выявить участки с замедленными течениями, в которых вследствие недостаточной циркуляции воды будет происходить зарастание дна и ухудшение качества воды.

В данной работе приведены результаты математического моделирования и расчетов скорости движения воды, распределений давлений, трения и других гидродинамических параметров, способствующих миграции русла, его зарастанию и ухудшению качества воды.

2. Материалы и методы

Геометрия участка русла реки Северский Донец, расположенного на территории Харьковской области (Рис.1а,б), определялась по гидрогеологическим картам и данным Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) с разрешением 3¹.

Профили речного дна определялись путем осреднения данных в ходе полевых измерений вдоль четырех поперечных сечений (Рис.1а,б). Измерения проводились в первой декаде июня. При этом поперек русла от левого до правого берега протягивался канат с нанесенными с шагом 10 см метками. Лодка постепенно перемещалась вдоль каната, и глубина реки определялась около каждой метки с помощью грузила. Эволюция профилей дна в соответствующих сечениях показана на Рис.2а-г.

Измерялись также уклон вдоль русла и скорости течения реки вдоль серединной линии, вблизи левого и правого берегов. Была зафиксирована динамика изменений глубины и ширины реки, связанная с засушливым или дождливым летом соответственно, а также связанные с переносом наносов и зарастанием русла изменения профилей дна.

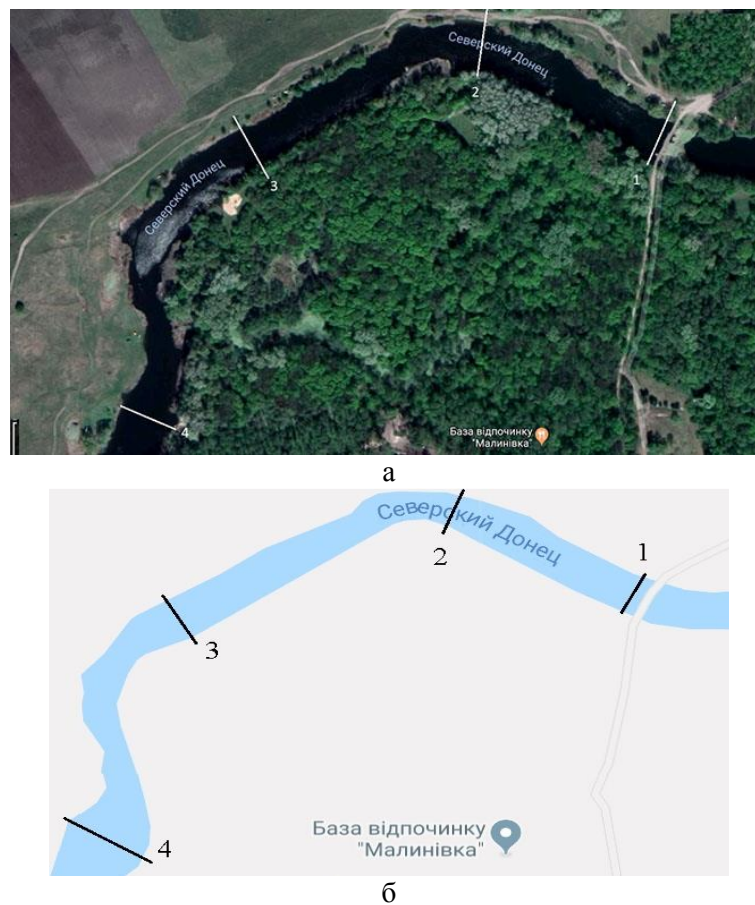


Рис. 1. Сегмент реки Северский Донец на спутниковом снимке (а) и географической карте (б).

¹ <https://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>

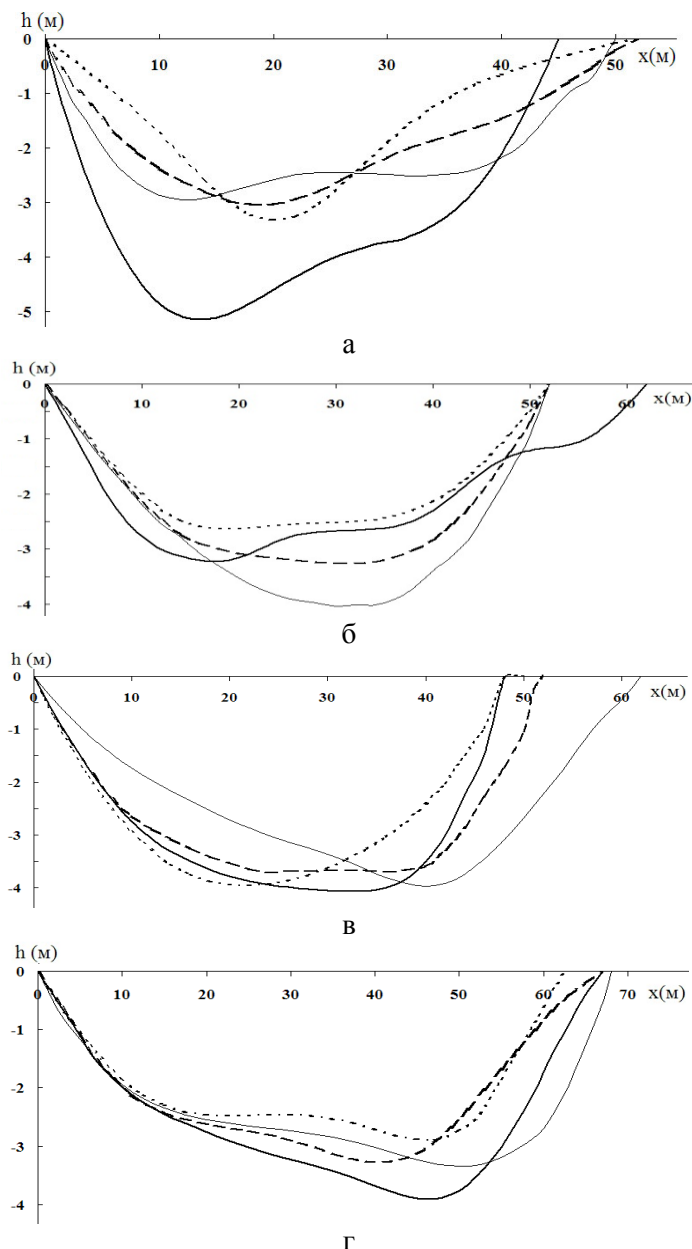


Рис.2. Профили исследуемого участка русла, измеренные в 2015-2018 гг. на участках 1(а), 2(б), 3(в), 4(г).

На всех профилях зафиксировано, что правый берег является более крутым, чем левый, в соответствии с действием силы Кориолиса в Северном полушарии, однако степень крутизны правого и пологости левого берегов изменяется в связи с эрозионными процессами и переносом донных отложений. Русло реки на исследованном участке извилистое; река дважды поворачивает в левую сторону и один раз – в правую сторону под углами $124.8^\circ, 116.7^\circ, 144.3^\circ$ соответственно. Следовательно, за счет инерции потока водная масса будет сноситься в сторону правого, правого и левого берега при трех соответствующих поворотах, вызывая дополнительный размыв соответствующих берегов и перенос донных отложений. Детальный ответ на вопрос о дальнейшей эволюции русла и зависимости этого процесса от уровня выпавших осадков и температуры воздуха, может быть дан с помощью математического моделирования течения речных вод в канале со сложной геометрией.

3. Математическая модель русловых потоков

Наиболее распространенными моделями речных русел являются одномерные модели [5], основанные на уравнении

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \text{div}(\bar{q}) = q_c, \quad (1)$$

где $h = z + H + \frac{v^2}{2g}$ - динамический напор, v - скорость, g - ускорение свободного падения, $H(x)$ - глубина русла, z и x - вертикальная и продольная координаты, q_c - распределенные источники массы вдоль русла (притоки), $\bar{q} = -kK\sqrt{h}$ - поток, $k = H^{5/3}$ - проводимость сечения канала, $K = \sqrt{S}/m$ - трение на смоченной поверхности русла, $S = (\partial h / \partial x)^2 + (\partial h / \partial z)^2$ - уклон, m - коэффициент Маннинга.

Уравнение (1) достаточно хорошо описывает изменение скорости потока для слабоизвилистых рек, однако в рассматриваемом случае наличие нескольких последовательных разнонаправленных поворотов приводит к тому, что инерция потока и его снос в поперечном к течению направлении существенно влияют на гидродинамические параметры течения. Таким образом, необходимы расчеты на трехмерной модели с учетом реальной формы канала.

Рассмотрим течение вязкой несжимаемой жидкости (воды) в открытом канале, форма которого соответствует оцифрованным берегам исследуемого участка Северского Донца, а смоченная поверхность восстанавливалась процедурой рендеринга по известным профилям в 4-х сечениях (Рис.1,2). Результат восстановления показан для профилей 2015 г. на Рис.3а.

Скорость и давление в потоке описывались уравнениями Навье-Стокса

$$\begin{aligned} \text{div}(\bar{v}) &= 0, \\ \rho \frac{d\bar{v}}{dt} &= -\nabla p + \mu \Delta \bar{v} + \rho \bar{g}, \end{aligned} \quad (2)$$

где ρ и μ - плотность и вязкость жидкости, p - гидростатическое давление.

Граничные условия для уравнений (2) имеют вид

$$\bar{v}|_{\Gamma_1} = 0, \quad p|_{\Gamma_2} = p_{\text{atm}}, \quad (3)$$

где p_{atm} - атмосферное давление, Γ_1 и Γ_2 - смоченная и свободная поверхности речного русла соответственно.

Для произвольной поверхности канала Γ_1 система (2)-(3) может быть решена численно методом конечных элементов (МКЭ).

4. Численные расчеты и анализ результатов

По результатам оцифровки границ области Γ_2 для рассматриваемого участка реки Северский Донец была построена трехмерная геометрическая модель (Рис.3а) и однородная сетка. На Рис.2б показана сетка в одном из поперечных сечений русла, а на Рис.3в - на участке свободной поверхности. Общее число узлов и конечных элементов составило 3287240 и 2112328 соответственно. Выбранные значения определялись экспериментально путем получения mesh-независимого численного решения. Геометрия и сетка были построены в пакете AnSys 15.0 - версии популярного МКЭ-софта, которая является бесплатной для высших учебных заведений.

Характерные значения числа Рейнольдса для рассматриваемого случая $Re = 10^3 - 10^4$, поэтому были использованы модели как ламинарного, так и турбулентного течений (Spalart-Allmaras model) с численной схемой второго порядка и точностью расчетов 10^{-5} .

Результаты расчетов поля скоростей представлены на Рис.4а,б в виде линий тока на свободной поверхности, окрашенных в соответствии с величиной скорости. Хорошо видны участки ускоренного течения в наиболее узких поперечных сечениях русла, а также участки отрыва линий тока и областей с застойной вихревой циркуляцией вблизи расширенных зон русла. В силу низких значений скорости потока эти области являются наиболее вероятными для ускоренного зарастания различной водной растительностью и ухудшения качества воды. В соответствии с геофизическими данными [2-4], на участках с ускоряющимся течением происходит размыв дна и перенос донных отложений на участки с замедляющимся течением, что еще больше ухудшает циркуляцию и способствует зарастанию всего дна. На поворотах русла наблюдается снос ядра течения к одному из берегов, что приводит к размыванию береговой линии, что заметно как на виде сверху (Рис.4), так и в последовательных поперечных

сеченнях после поворотов русла (Рис.5). Рассчитанные значения скорости соответствуют данным измерений (Табл.1).

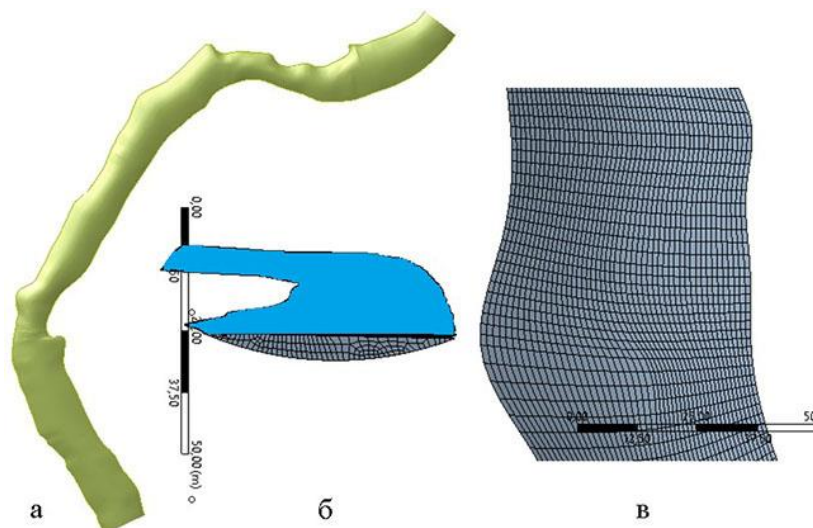


Рис.3. Трехмерная модель рассматриваемого речного русла (вид снизу) – а, сетка в поперечном сечении (вид сбоку) – б, сетка на участке свободной поверхности (вид сверху) – в.

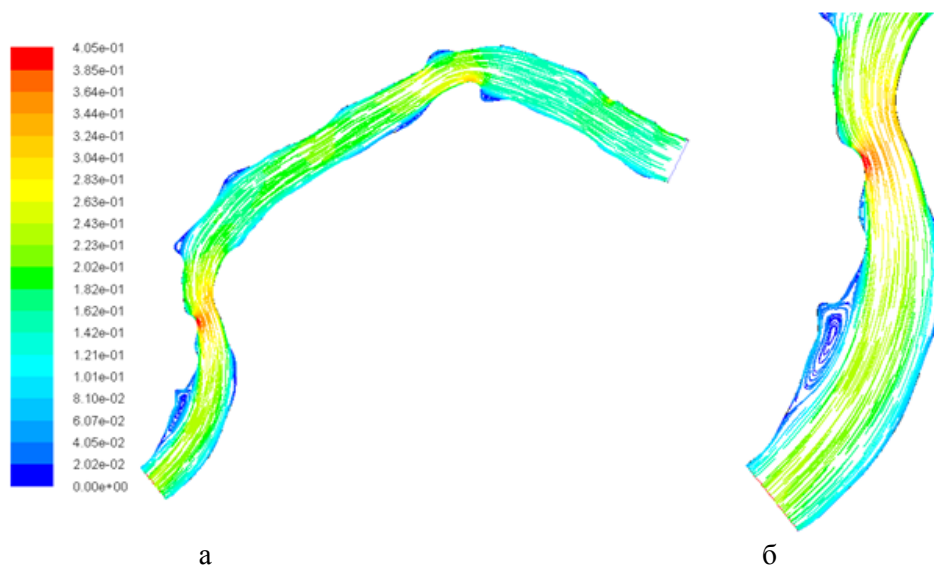
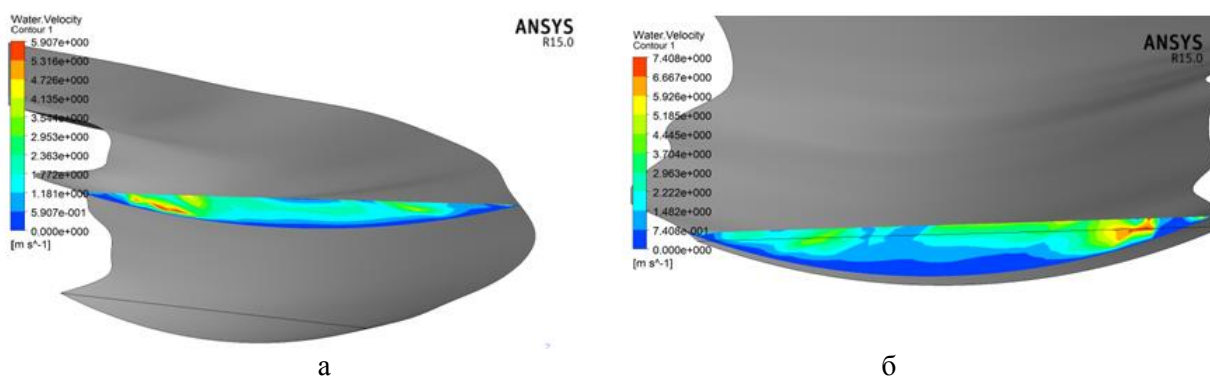
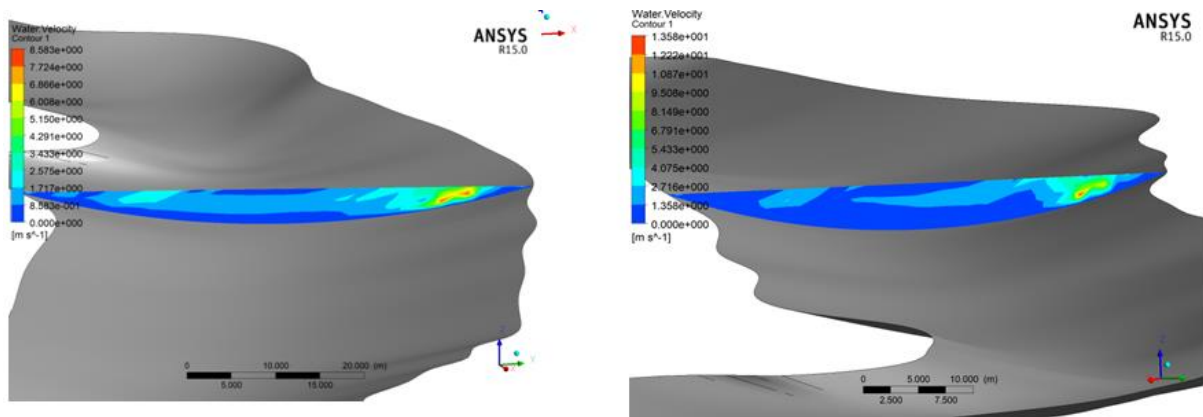


Рис.4. Линии тока на свободной поверхности рассматриваемого участка русла (а) и между сечениями 3 и 4 (б).





В

Г

Рис.5. Контурные графики величины скорости в поперечных сечениях 1 (а), 2(б), 3 (в), 4 (г).

На Рис.6 представлены результаты расчетов напряжений трения на смоченной поверхности русла. На участках с резкими измерениями ширины русла, а также после поворотов отмечаются повышенные значения трения вплоть до $\sigma = 2.73$ Па, способные вызывать как эрозию береговой линии, так и перемещение донных отложений. Полученные численные результаты имеют один и тот же порядок значений при расчетах как на модели ламинарного течения в канале, так и модели Spalart-Allmaras турбулентного течения [5].

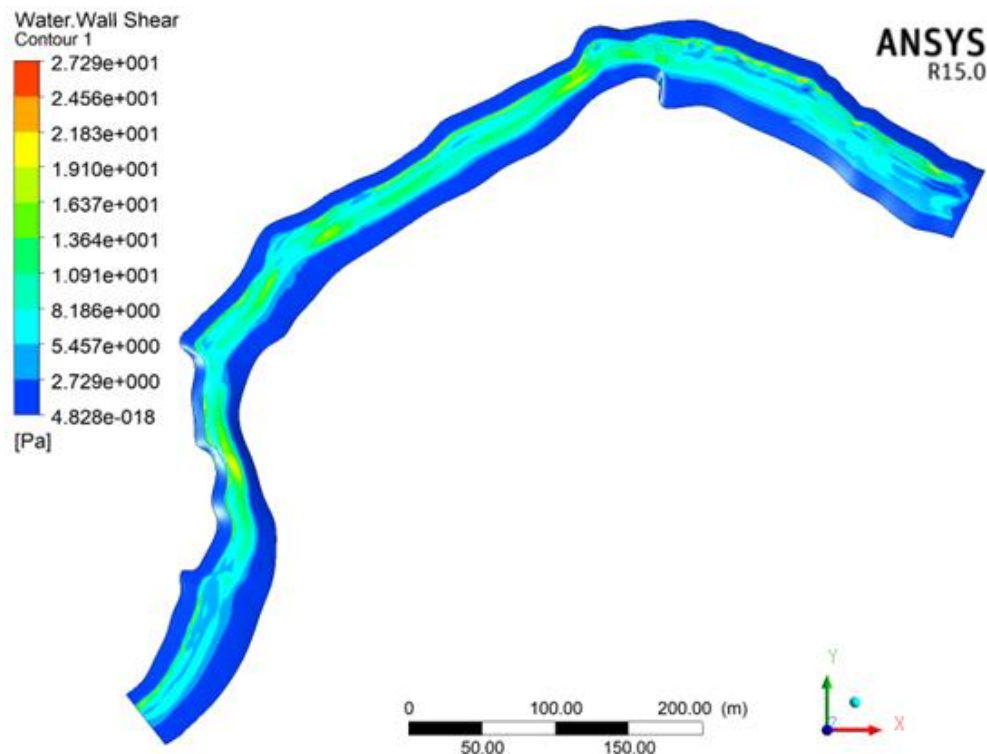


Рис.6. Контурный график напряжений трения на донной поверхности (вид сверху).

Валидация модели (2)-(3) проводилась путем сравнения величин скорости течения в трех точках (серединная линия, на расстоянии 20 см от левого и правого берега) 4-х сечений с профилями, соответствующими 2015-2018 гг., и данных измерений (Табл.1). Хорошее соответствие расчетных и измеренных величин подтверждает достоверность модели и возможность проводить количественную оценку результатов различных инженерных

гидрофизических сооружений по защите береговой линии и динамики эволюции русла и его пропускной способности методами system dynamics approach.

Табл.1. Величины скорости течения v (м/с) у поверхности воды на разных участках сечений 1-4; значения слева и справа от косой черты соответствуют рассчитанным и измеренным значениям.

	2015 г.	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Сечение 1				
у левого берега	0.085/0.09	0.096/0.11	0.098/0.10	0.090/0.09
серединная линия	0.382/0.40	0.454/0.42	0.334/0.35	0.431/0.38
у правого берега	0.126/0.14	0.141/0.13	0.139/0.15	0.133/0.12
Сечение 2				
у левого берега	0.283/0.30	0.322/0.35	0.397/0.40	0.303/0.35
серединная линия	0.554/0.50	0.584/0.55	0.612/0.55	0.488/0.45
у правого берега	0.332/0.35	0.478/0.45	0.528/0.50	0.384/0.40
Сечение 3				
у левого берега	0.078/0.10	0.088/0.12	0.092/0.12	0.075/0.08
серединная линия	0.354/0.30	0.403/0.45	0.392/0.40	0.498/0.45
у правого берега	0.142/0.15	0.128/0.14	0.155/0.14	0.125/0.13
Сечение 4				
у левого берега	0.075/0.08	0.082/0.10	0.089/0.11	0.084/0.09
серединная линия	0.332/0.35	0.396/0.40	0.427/0.45	0.406/0.45
у правого берега	0.136/0.12	0.139/0.15	0.122/0.14	0.120/0.13

5. Выводы

В работе построена математическая модель динамики речного русла на примере участка реки Северский Донец, которая позволяет определять зоны, подверженные эрозии или зарастанию вследствие повышенных или пониженных скоростей течения, а также переносу донных отложений за счет касательных напряжений в придонных зонах. В дальнейшем модель будет использована для расчетов эволюции русла и эффективности инженерных гидрофизических мероприятий по улучшению циркуляции и качества воды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Thermo-Hydro-Mechanical-Chemical Processes in Porous Media: Benchmarks and Examples. Ed. By O. Kolditz, U.-J. Goerke, H. Shao, W. Wang. Springer Science Business Media. 2012. 399 p.
2. Гришанин К.В. Гидравлическое сопротивление естественных русел. СПб: Гидрометеоздат, 1992. 183с.
3. Латипов К.Ш., Шаюсупов М. О русловых потоках с переменным расходом. Ташкент: Изд-во „ФАН”, 1979. 192с.
4. Боровков В.С. Динамика русловых потоков на урбанизированных территориях. Ленинград: Гидрометеоздат, 1989. 286с.
5. Khalin A.A., Kizilova N.N., Rychak N.L. On numerical modeling of the river flows with validation on the measurement data. 3rd Intern. Conf. *Differential equations and Control Theory*: Book of Abstracts. Kharkiv, Ukraine, 2018. P.28-29.

REFERENCES

1. O. Kolditz, U.-J. Goerke, H. Shao, W. Wang (eds.), *Thermo-Hydro-Mechanical-Chemical Processes in Porous Media: Benchmarks and Examples*. Springer Science Business Media, 2012.
2. K. V. Grishanin, *Hydraulicheskoye soprotivleniye jestestvennyh rusel*. SPb: Hydrometeoizdat, 1992. [in Russian]
3. K.Sh. Latypov, M.O. Shajusupov, *O ruslovyh potokah s peremennym rashodom*. Tashkent: FAN, 1979. [in Russian]

4. V.S. Borovkov, *Dynamika ruslovykh potokov na urbanizirovannykh territorijah*. Leningrad: Hydrometeoizdat, 1989. [in Russian]
5. A.A. Khalin, N.N. Kizilova, N.L. Rychak, "On numerical modeling of the river flows with validation on the measurement data", *3rd Intern. Conf. "Differential equations and Control Theory"*, *Book of Abstracts*, Kharkiv, 28-29, 2018.

Кизилова Наталья Николаевна - доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры прикладной математики, Харьковского национального университета имени В.Н. Каразіна, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022; e-mail: n.kizilova@gmail.com; ORCID: 0000-0001-9981-7616.

Кізілова Наталія Миколаївна – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри прикладної математики, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022; e-mail: n.kizilova@gmail.com; ORCID: 0000-0001-9981-7616.

Kizilova Natalya M. - DSc, professor of the Department of Applied Mathematics, V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine; e-mail: n.kizilova@gmail.com; ORCID: 0000-0001-9981-7616.

Рычак Наталия Львовна – кандидат географических наук, доцент кафедры экологии и неоекологии, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразіна, площадь Свободы, 6, Харьков – 22, Украина, 61022; e-mail: rychak@ukr.net ; ORCID: 0000-0003-1620-3059.

Ричак Наталія Львівна – кандидат географічних наук, доцент кафедри екології та неоекології, Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 6, Харків 22, Україна, 61022; e-mail: rychak@ukr.net ; ORCID: 0000-0003-1620-3059.

Rychak Nataliya L. – Ph.D., Associate Professor of the Department of Ecology and Neoeology, V.N. Karazin Kharkiv National University, 6 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine; ; e-mail: rychak@ukr.net ; ORCID: 0000-0003-1620-3059.

Халин Анатолий Андреевич – студент Харьковского национального университета имени В.Н. Каразіна, площадь Свободы, 4, Харьков-22, Украина, 61022; e-mail: khalinx21@gmail.com; ORCID: 0000-0002-3828-5086.

Халін Анатолій Андрійович – студент Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, Харків-22, Україна, 61022; e-mail: khalinx21@gmail.com; ORCID: 0000-0002-3828-5086.

Khalin Anatoly A. – student of V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine; e-mail: khalinx21@gmail.com; ORCID: 0000-0002-3828-5086.