

УДК 517.946.9

Математична модель теплообміну у валковому калібрі

О.П. Дем'янченко¹, О.Б. Кобильська², В.П. Ляшенко²

¹ Азовський морський інститут національного університету «Одеська морська академія», майдан, вул. Чорноморська 19, м. Маріуполь, 87517, Україна

² Кременчуцький національний університет ім. М. Остроградського, вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 61046, Україна
e-mail: kobilskaya1983@gmail.com

Побудована фізична модель теплового процесу у валковому калібрі під час прокатки стрічки на двохвалковому прокатному стані. Запропонована математична модель температурного поля рухомого порожнистого валка прокатного стану циліндричної форми, що обертається навколо своєї осі зі сталою кутовою швидкістю. У математичній моделі враховані різні умови теплообміну внутрішньої та зовнішньої поверхні валка зі стрічкою та оточуючим його середовищем. Температурне поле порожнистого валка прокатного стану розглядається у вигляді початково крайової задачі для однорідного рівняння теплопровідності з неоднорідними, нелінійними граничними умовами, що залежать від кута обертання валка навколо своєї осі. Розглянуто також спрощену задачу визначення квазістаціонарного температурного поля, розв'язок якої зведено до розв'язку еквівалентного їй інтегрального рівняння типу Гаммерштейна з ядром у вигляді функції Гріна. За допомогою системи комп'ютерної математики Mathcad побудовано температурний розподіл поверхні валка. Розроблено алгоритм розв'язку неоднорідної задачі та побудовано температурний розподіл валка.

Ключові слова: математична модель, температурне поле, валковий калібр, крайова задача, інтегральне рівняння.

Построена физическая модель теплового процесса в валковом калибре во время прокатки ленты на двухвалковом прокатном стане. Предложена математическая модель температурного поля подвижного полого валка прокатного стана цилиндрической формы, который вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью. В математической модели учтены различные условия теплообмена внутренней и внешней поверхности валка с лентой и окружающей его средой. Температурное поле полого валка прокатного стана рассматривается в виде начально-краевой задачи для однородного нестационарного уравнения теплопроводности с неоднородными, нелинейными граничными условиями, которые зависят в том числе и от угла поворота валка вокруг своей оси. Рассмотрена также упрощенная задача определения квазистационарного температурного поля, решение которой сведено к решению эквивалентного ей интегрального уравнения типа Гаммерштейна с ядром в виде функции Грина. С помощью системы компьютерной математики Mathcad построено температурное распределение поверхности валка. Разработан алгоритм решения неоднородной задачи и построено температурное распределение валка.

Ключевые слова: математическая модель, температурное поле, валковый калибр, крайовая задача, интегральное уравнение.

A physical model of the thermal process in the roll caliber during the rolling of the tape on a two-roll rolling mill has been constructed. A mathematical model of the temperature field of a movable cylindrical hollow roll of a rolling mill rotating about its axis with constant angular velocity is proposed. The mathematical model takes into account different conditions of heat exchange of the inner and outer surfaces of the roll with the belt as well as surrounding environment. The temperature field of a hollow roll of a rolling mill is considered as an initial boundary-value problem for a homogeneous non-stationary heat equation with inhomogeneous, nonlinear boundary conditions, which also depend on the angle of rotation of the roll around its axis. The equation describes the temperature field of the rolls during uncontrolled heat transfer during rolling. It significantly depends on the time and number of revolutions around its axis. With a large number of revolutions of the roll around its axis, a quasi-stationary temperature distribution occurs. Therefore, the simplified problem of determining a quasistationary temperature field, which is associated with a thermal process that is time-independent, is considered. In this case, the temperature field is described using the boundary value problem in a ring for a homogeneous stationary heat equation with inhomogeneous boundary conditions and heat transfer conditions outside the ring, which lie from the angular coordinate. After the averaging operation, the solution of this problem is reduced to solving the equivalent integral equation of Hammerstein type with a kernel in the form of the Green's function. The temperature distribution of the roll surface has been built by the Mathcad computer mathematical system. An algorithm for solving an inhomogeneous problem has been developed and the temperature distribution of the roll has been constructed.

Keywords: mathematical model, temperature field, roll caliber, boundary value problem, integral equation.

1 Постановка проблеми

Сучасні вимоги щодо якості продукції у прокатному виробництві вимагають підвищення точності контролю температури валків у зоні прокатки [1-3]. Це можливо за рахунок керування температурним режимом роботи за допомогою математичної моделі теплового процесу у валковому калібрі. Однією із важливих умов оптимізації температурного режиму є чіткий контроль умов теплообміну валків з оточуючим їх середовищем. Для дослідження математичних моделей та розв'язку задач, що описують моделі теплообміну, необхідно мати достовірні експериментальні дані про теплове поле металу, що контактує з валками та про тепло

деформації під час прокатки [4-6]. У роботі [4] розглянута математична модель температурного поля слябу, що є заготовкою для гарячої прокатки листа, у вигляді двомірної задачі для нестационарного рівняння теплопровідності з подальшим розв'язком її явним кінцево-різницевим методом із залученням рівнянь балансу енергії.

2 Мета роботи

Метою роботи є побудова математичної моделі температурного поля порожнистого валка прокатного стану, який обертається навколо своєї осі зі сталою кутовою швидкістю, під час прокатки стрічки або профілю.

3 Матеріали і результати дослідження

Розглянемо фізичну модель. Зовнішня поверхня, у залежності від кута φ повороту валка прокатного стану навколо своєї осі, сприймає тепло від стрічки, що деформується, а потім втрачає його за межами зони деформації за законами Ньютона та Стефана-Больцмана. Внутрішня його поверхня втрачає тепло конвективним або кондуктивним способом, у окремих випадках ще і випромінюванням. У зоні контакту валка зі стрічкою тепло від поверхні передається до його осі теплопровідністю. У іншій частині валка тепло втрачається випромінюванням, конвективним або кондуктивним способом. Теплову взаємодію валка зі стрічкою, що обробляється, дозволяє враховувати умова спряження (гранична умова четвертого роду), або можна вважати, що температура поверхні валка і стрічки у зоні деформації однакові [7-9].

Така теплофізична модель процесу теплообміну під час прокатки приводить до математичної моделі, в основу якої покладено однорідне рівняння теплопровідності, яке в циліндричній системі координат має вигляд [10]

$$\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

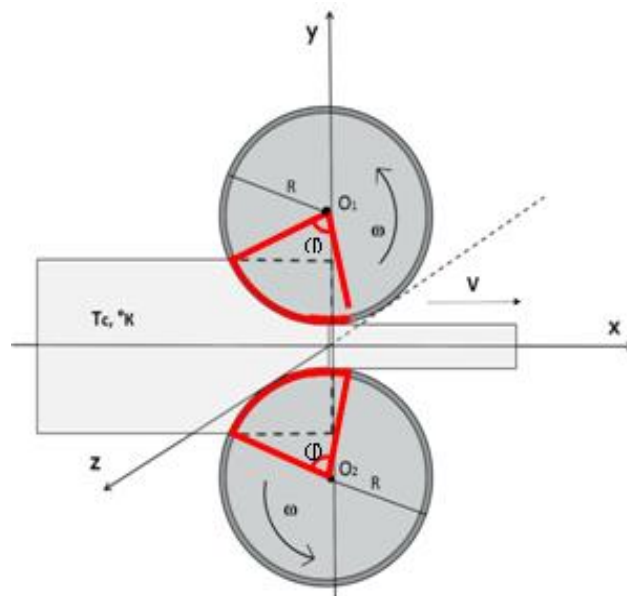


Рис.1. Схематичне зображення процесу прокатки

У випадку, коли $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, рівняння (1) описує квазістационарне температурне поле валкового калібру, коли після кожного оберту валка температура його поверхні не залежить від часу і залишається незмінною. Це ідеальний варіант, який можливий при жорсткому контролі умов

теплообміну під час прокатки. Така задача притаманна для процесу отримання стрічки у валковому кристалізаторі [11].

Нестационарне рівняння (1) описує температурне поле валків при неконтрольованому теплообміні під час прокатки. Воно суттєво залежить від часу, та кількості обертів навколо своєї осі.

Якщо вважати, що основи циліндричного валка теплоізолювані, а його температура не суттєво залежить від осової координати, то можна покласти $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$, а задачу визначення температурного розподілу на поверхні і у тілі валка звести до задачі визначення температурного розподілу осового перерізу порожнистого циліндра $T = T(r, \varphi, t)$, що обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω . Коли тепловий потік ортогональний осі обертання маємо початково-крайову задачу для рівняння (1) в області (Рис.2) $\Omega \times t = \{(r, \varphi) \mid R_1 < r < R, 0 < \varphi < 2\pi, t > 0\}$ [10-13].

$$\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = 0,$$

$$T(r, \varphi, 0) = T_0, \quad T(r, \varphi + 2\pi, t) = T(r, \varphi, t)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_1} = -h_2(T_{c_2} - T), \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = \bar{F}(\varphi, t, T), \quad (2)$$

$$\bar{F}(\varphi, t, T) = \begin{cases} h_2 T_M, & \omega t < \varphi < \varphi_0 + \omega t \\ h_1(T_c - T) + \kappa(T_c^4 - T^4), & \omega t + \varphi_0 < \varphi < \omega t + 2\pi \end{cases}$$

де $a^2 = \frac{\lambda}{c\rho}$; $h_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$; λ – коефіцієнт теплопровідності; c – теплоємність; ρ – густина матеріалу; α_i – коефіцієнт теплообміну, $T_M = T_m + T_d$, T_m – температура металу, що потрапляє у зону деформації, T_d – середнє збільшення значення температури у зоні деформації (викликане деформацією металу), T_c – температура середовища зовні кільця, T_{c_2} – температура всередині кільця.

При великому числі обертів валків навколо своєї осі встановлюється квазістационарний розподіл температури який не залежить від часу. Задача (2) спрощується і ми маємо задачу для рівняння теплопровідності у кільці $\Omega = \{(r, \varphi) \mid R_1 < r < R, 0 < \varphi < 2\pi\}$ [11] з неоднорідними граничними умовами та умовами теплообміну за межами кільця, що залежать від кутової координати φ .

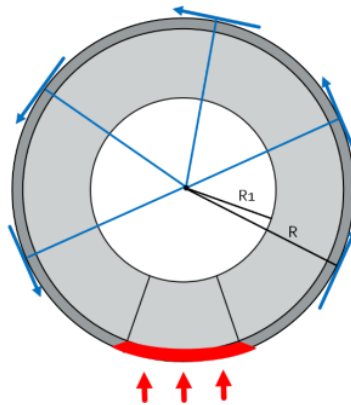


Рис.2. Радіальний переріз циліндричного валка

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = 0, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = \bar{F}_1(\varphi, T), \quad \bar{F}_1(\varphi, T) = \begin{cases} h_2 T_M & 0 < \varphi < \varphi_0, \\ h_1 (T_c - T) + \kappa (T_c^4 - T^4), & \varphi_0 < \varphi < 2\pi, \end{cases} \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_1} = -h_2 (T_{c2} - T), \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad (5)$$

$$T(r, \varphi + 2\pi) = T(r, \varphi). \quad (6)$$

Тут $\kappa = \frac{\varepsilon \sigma}{\lambda}$; ε – ступінь чорноти; σ – постійна Стефана-Больцмана. Якщо температурний розподіл кільця не залежить від радіуса, кільце термічно тонке, то можна перейти до розгляду усередненої за радіусом температури [9]. Розв'язок такої спрощеної задачі зведемо до розв'язку інтегрального рівняння типу Гаммерштейна з ядром у вигляді функції Гріна [13]. Для цього помножимо рівняння (3) задачі (3)-(6) на $r dr$ та зінтегруємо його в межах $R_1 < r < R$, де r_c – середнє значення радіуса кільця, $S = \pi(R^2 - R_1^2)$ – площа кільця.

Після операції усереднення отримаємо крайову задачу для звичайного диференціального рівняння другого порядку, яка розпадається на дві крайові задачі в області $\Omega_\varphi = \{\Omega_{\varphi_1} + \Omega_{\varphi_2}\}$

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} - \frac{2Rr_c^2 h_2}{S} u + \frac{2Rr_c^2}{S} \bar{F}(\varphi, u) + \frac{2Rr_c^2 h_1}{S} u = 0. \quad (7)$$

Перша задача в області $\Omega_{\varphi_1} = \{0 < \varphi < \varphi_0\}$ має вигляд

$$\frac{d^2 u_1}{d\varphi^2} - \frac{2r_c^2}{S} (Rh_2 - R_1 h_1) u_1 + \frac{2Rr_c^2}{S} h_2 T_M = 0, \quad (8)$$

$$u_1(0) = T_m, \quad u_1(\varphi_0) = T_M.$$

Увівши позначення $g^2 = \frac{2r_c^2}{S} (Rh_2 - R_1 h_1)$, $g_1 = \frac{2Rr_c^2 h_2 T_M}{S}$, отримаємо розв'язок задачі (8) у вигляді

$$u_1(\varphi) = C_1 e^{g\varphi} + C_2 e^{-g\varphi} + \frac{2Rh_2 T_M}{Rh_2 - R_1 h_1}. \quad (9)$$

Друга задача в області $\Omega_{\varphi_2} = \{\varphi_0 < \varphi < 2\pi\}$ має вигляд

$$\frac{d^2 u_2}{d\varphi^2} + g^2 u_2 = -h_1 T_0 - \tau (T_c^4 - u_2^4), \quad (10)$$

$$-\frac{du_2(\varphi_0)}{d\varphi} = (h_2 - h_1) u_2 + h_1 T_0 + \kappa (T_c^4 - u_2^4); \quad u_2(2\pi) = T_m,$$

де $\tau = a \times \kappa$, $a = \frac{2Rr_c^2}{S}$.

Для побудови функції Гріна для задачі (10) запишемо рівняння (10) в операторному вигляді

$$Lu = \tau u_2^4 - \tau T_c^4, \quad L = \frac{d^2}{d\varphi^2} + g^2. \quad (11)$$

Для знаходження функції u_2 будемо функцію Гріна для спряженого оператора L^* до оператора L у кожній з підобластей області $\Omega_\varphi = \{\Omega_{\varphi_1} + \Omega_{\varphi_2}\}$

$$\begin{cases} L^* G_i(\varphi; \xi) = -\delta(\varphi - \xi), \\ G_1(0) = 0, G_1(\varphi_0) = 0, G_2(\varphi_0) = 0, G_2(2\pi) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

де $\delta(\varphi - \xi)$ – дельта-функція Дірака, $L^* = \frac{d^2}{d\varphi^2} - g^2$.

В області $\Omega_{\varphi_2} = \{\varphi_0 < \varphi < \xi, \xi < \varphi < 2\pi\}$ функція $G_2(\varphi; \xi)$ повинна задовольняти однорідним умовам

$$L^* G_2(\varphi; \xi) = 0, \quad \varphi < \xi, \quad \varphi > \xi. \quad (13)$$

У кожній із підобластей $\Omega_{\varphi_1}, \Omega_{\varphi_2}$ $\varphi < \xi, \varphi > \xi$ представимо φ як загальний розв'язок однорідного рівняння (13) з однорідними крайовими умовами

$$\frac{d^2 G_i}{d\varphi^2} - g^2 = 0, \quad G_1(0) = 0, \quad G_1(\varphi_0) = 0, \quad G_2(\varphi_0) = 0, \quad G_2(2\pi) = 0, \quad (14)$$

де $x_{1,2} = \pm g$ – корені характеристичного рівняння. Тоді функція Гріна, що задовольняє задачі (14), має вигляд

$$G_i(\varphi; \xi) = \begin{cases} C_{i1}(\xi)e^{x_1\varphi} + C_{i2}(\xi)e^{x_2\varphi}, & \varphi < \xi \\ C_{i3}(\xi)e^{x_1\varphi} + C_{i4}(\xi)e^{x_2\varphi}, & \varphi > \xi \end{cases} \quad 0 < \varphi < \varphi_0 < 2\pi. \quad (15)$$

Скориставшись властивостями функції Гріна та однорідними граничними умовами, визначимо коефіцієнти $C_{i1} \div C_{i4}$ у кожній із підобластей області $\Omega_\varphi = \{\Omega_{\varphi_1} + \Omega_{\varphi_2}\}$, $\Omega_{\varphi_1} = \{0 < \varphi < \xi, \xi < \varphi < \varphi_0\}$, $\Omega_{\varphi_2} = \{\varphi_0 < \varphi < \xi, \xi < \varphi < 2\pi\}$ [14].

$$\begin{cases} C_{11}(\xi) + C_{12}(\xi) = 0, \\ C_{13}(\xi)e^{\varphi_0 x_1} + C_{14}(\xi)e^{\varphi_0 x_2} = 0, \\ C_{11}(\xi)e^{x_1 \xi} + C_{12}(\xi)e^{x_2 \xi} = C_{13}(\xi)e^{x_1 \xi} + C_{14}(\xi)e^{x_2 \xi} \\ -C_{11}(\xi)x_1 e^{x_1 \xi} - C_{12}(\xi)x_2 e^{x_2 \xi} + C_{13}(\xi)x_1 e^{x_1 \xi} + C_{14}(\xi)x_2 e^{x_2 \xi} = -1 \end{cases} \quad (16)$$

Введемо позначення

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2g(e^{x_1\varphi_0} - e^{x_2\varphi_0}), \quad g_{11}(\xi) = e^{x_2\varphi_0 + x_1\xi} + e^{x_1\varphi_0 + x_2\xi}, \\ g_{12}(\xi) &= e^{x_2\varphi_0 + x_1\xi} - e^{x_1\varphi_0 + x_2\xi}, \quad g_{13}(\xi) = (e^{x_2\xi} - e^{x_1\xi}), \\ \Delta_2 &= x_1(e^{x_2\varphi_0 + 2\pi x_1} - e^{x_1\varphi_0 + 2\pi x_2}) + x_2(e^{x_1\varphi_0 + 2\pi x_2} - e^{x_2\varphi_0 + 2\pi x_1}), \\ g_{21}(\xi) &= e^{x_2\xi + 2\pi x_1} - e^{x_1\xi + 2\pi x_2}, \quad g_{22}(\xi) = e^{x_1\varphi_0 + x_2\xi} - e^{x_2\varphi_0 + x_1\xi}. \end{aligned} \quad (17)$$

Врахувавши, що $x_1 + x_2 = 0$, а $x_1 - x_2 = 2g$ та підставивши значення коефіцієнтів $C_{i1}(\xi) \div C_{i4}(\xi)$ в (15), будемо мати функцію Гріна в області, $\Omega_\varphi = \{\Omega_{\varphi_1} + \Omega_{\varphi_2}\}$, де $\Omega_{\varphi_1} = \{0 < \varphi < \xi, \xi < \varphi < \varphi_0\}$, $\Omega_{\varphi_2} = \{\varphi_0 < \varphi < \xi, \xi < \varphi < 2\pi\}$

$$G_1(\varphi; \xi) = \frac{1}{\Delta_1} \begin{cases} -g_{11}(\xi)e^{x_1\varphi} + g_{12}(\xi)e^{x_2\varphi}, & \varphi < \xi \\ g_{13}(\xi)(e^{x_2\varphi_0}e^{x_1\varphi} - e^{x_1\varphi_0}e^{x_2\varphi}), & \varphi > \xi \end{cases} \quad 0 < \varphi < \varphi_0 \quad (18)$$

$$G_2(\varphi; \xi) = \frac{1}{\Delta_2} \begin{cases} g_{21}(\xi)(e^{x_1\varphi} - e^{x_2\varphi}), & \varphi < \xi \\ g_{22}(\xi)(e^{x_1\varphi} - e^{x_2\varphi}), & \varphi > \xi \end{cases} \quad \varphi_0 < \varphi < 2\pi \quad (19)$$

Рівняння Гаммерштейна у кожній підобласті має вигляд

$$\begin{aligned} u_{21}(\xi) &= u_{21}(0)G'_{1\varphi}(0, \xi) - u_{21}(\varphi_0)G'_{1\varphi}(\varphi_0, \xi) + \\ &+ \omega_1 \int_0^{\varphi_0} G_\varphi(\varphi, \xi) d\varphi - \tau \int_0^{\varphi_0} G_\varphi(\varphi, \xi) u_{21}^4 d\varphi, \quad \Omega_{\varphi_1} = \{0 < \varphi < \xi, \xi < \varphi < \varphi_0\} \\ u_{22}(\xi) &= u_{22}(\varphi_0)G'_{2\varphi}(\varphi_0, \xi) - u_{22}(2\pi)G'_{2\varphi}(2\pi, \xi) + \\ &+ \omega_2 \int_{\varphi_0}^{2\pi} G_2(\varphi, \xi) d\varphi - \tau \int_{\varphi_0}^{2\pi} G_2(\varphi, \xi) u_{22}^4 d\varphi, \quad \Omega_{\varphi_2} = \{\varphi_0 < \varphi < \xi, \xi < \varphi < 2\pi\} \end{aligned} \quad (20)$$

Після перетворень та обчислення інтегралів $\int_0^{\varphi_0} G_1(\varphi, \xi) d\varphi$ та $\int_{\varphi_0}^{2\pi} G_2(\varphi, \xi) d\varphi$ запишемо рівняння Гаммерштейна у вигляді

$$\begin{aligned} u(\xi) &= u_L(\xi) - \tau \int_0^{2\pi} G_i(\varphi; \xi) u^4 d\varphi, \\ u_L(\xi) &= u_{21}(0)G'_{\varphi}(0, \xi) - u_{21}(\varphi_0)G'_{\varphi}(\varphi_0, \xi) + \omega_1 \int_0^{\varphi_0} G_1(\varphi, \xi) d\varphi + \\ &+ u_{22}(\varphi_0)G'_{\varphi}(0, \xi) - u_{22}(2\pi)G'_{\varphi}(2\pi, \xi) + \omega_2 \int_{\varphi_0}^{\varphi_0} G_2(\varphi, \xi) d\varphi. \end{aligned} \quad (21)$$

Розв'язок інтегрального рівняння (21) знайдено із застосуванням модифікованого методу Ньютона у вигляді [15]

$$u(\xi) = u_L - \tau \bar{u}^4 \left(\int_0^{\varphi_0} G_1(\varphi, \xi) d\varphi + \int_{\varphi_0}^{2\pi} G_2(\varphi, \xi) d\varphi \right), \quad (22)$$

де \bar{u} – середнє значення температури валка та корінь рівняння $\bar{u} = A - B\bar{u}^4$,

$$A = \frac{1}{2\pi - \varphi_0} \int_0^{2\pi} u_L(\xi) d\xi, \quad B = \frac{\tau}{2\pi - \varphi_0} \left(\int_0^{\varphi_0} d\xi \int_0^{\varphi_0} G(\varphi; \xi) d\varphi + \int_{\varphi_0}^{2\pi} d\xi \int_{\varphi_0}^{2\pi} G(\varphi; \xi) d\varphi \right).$$

За розв'язками задач проведені чисельні експерименти. На рис.3 зображений температурний розподіл радіального перерізу сталевого циліндричного валка, що сприймає тепло в залежності від зміни кута повороту в інтервалі $0 < \varphi < \varphi_0$, та втрачає його за законами Ньютона та Стефана-Больцмана в інтервалі $\varphi_0 < \varphi < 2\pi$. Для чисельного експерименту були взяті теплофізичні характеристики заліза [16] $\lambda = 60 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ – коефіцієнт теплопровідності, $\rho_0 = 7780 \text{ кг/м}^3$ – густина заліза, $c = 460 \text{ Дж/К}$ – теплоємність заліза, $T_0 = 300 \text{ К}$ – початкова температура, $T_c = 300 \text{ К}$ – температура середовища, $T_{M1} = 900 \text{ К}$, $T_{m1} = 615 \text{ К}$, – температура металу, що обробляється, та температура металу на виході із зони деформації, $h_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$, $\alpha_1 = 100 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$, $\alpha_2 = 150 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$, $\varepsilon = 0.7$, $\sigma = 6.67 \times 10^{-8}$ – постійна Стефана-Больцмана, $R = 0.2 \text{ м}$ і $R_1 = 0.1 \text{ м}$ – зовнішній та внутрішній радіуси кільця. Графіки температурних розподілів поверхні та перерізу порожнистого циліндра побудовано за розв'язками задач (8),(9),(22) в середовищі Matcad та Matlab з допомогою GUI-додатка PDEToolbox.

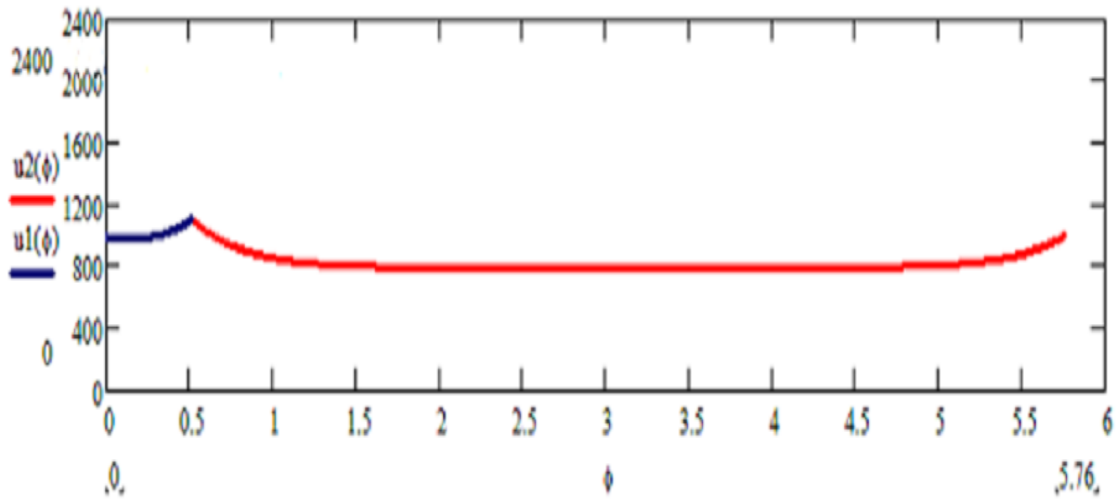


Рис.3. Квazистаціонарний температурний розподіл валка прокатного стану при умовах $T_{M2} = 1100 \text{ К}$, $T_{m2} = 995 \text{ К}$.

На рис. 4 зображений температурний розподіл перерізу сталевого циліндричного валка, який сприймає тепло в межах зміни кута повороту $0 < \varphi < \varphi_0$, а у межах $\varphi_0 < \varphi < 2\pi$ втрачає тепло за законами Ньютона та Стефана-Больцмана через 10с після початку процесу прокатки

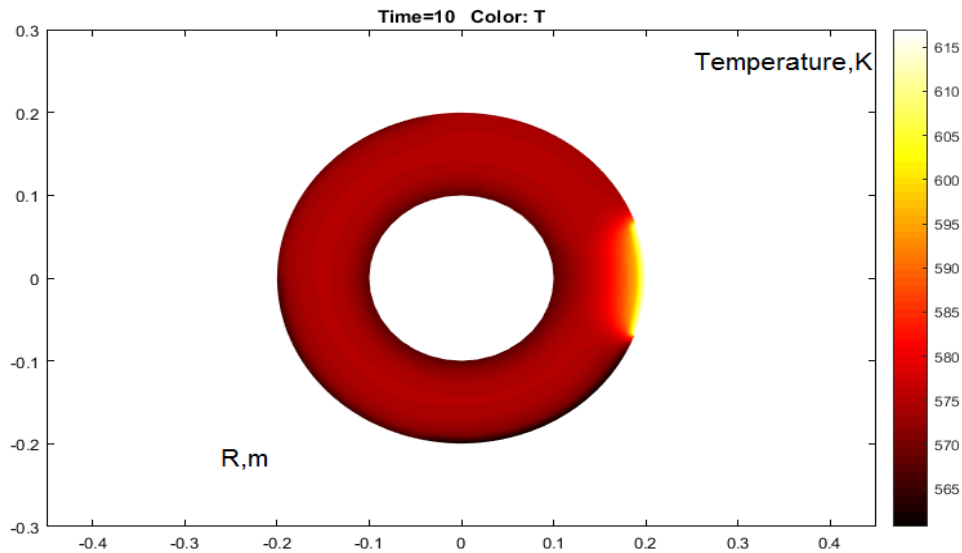


Рис.4. Температурний розподіл за розв'язком задачі (22) при $t=10$ с

4 Висновки

Побудовано фізичну модель теплового процесу у валковому калібрі під час прокатки стрічки на двохвалковому прокатному стані. Розглянуто математичну модель температурного поля рухомого порожнистого валка прокатного стану циліндричної форми, що обертається навколо своєї осі зі сталою кутовою швидкістю. У математичній моделі враховано різні умови теплообміну внутрішньої та зовнішньої поверхні валка зі стрічкою та оточуючим його середовищем. Температурне поле порожнистого валка прокатного стану розглянуто у вигляді початково крайової задачі для однорідного рівняння теплопровідності з неоднорідними, нелінійними граничними умовами, що залежать від кута обертання валка навколо своєї осі. Розглянуто спрощену математичну модель у вигляді задачі визначення квазістаціонарного температурного поля, розв'язок якої зведено до розв'язку еквівалентного їй інтегрального рівняння типу Гаммерштейна з ядром у вигляді функції Гріна. За допомогою системи комп'ютерної математики Mathcad побудовано температурний розподіл поверхні валка. Розроблено алгоритм розв'язку неоднорідної задачі та за допомогою GUI-додатка PDEToolbox Matlab побудовано температурний розподіл валка.

ЛІТЕРАТУРА

1. De Paepe, Simon P., Moerkerke I., Hermann J. C. Control of the temperature of the bar on entry to the finisher. *ECSC Steel RTD Programme*. 2000. P. 1–9.
2. Trishevskii O. I., Saltavets N. V. Mathematical model of the thermal state of strip in rolling. *Steel in translation*. 2009. Vol 39. №2. P. 42–44.
3. Тришевський О. І., Салтавець Н. В. Розробка математическої моделі теплового станія валков при прокатке. *Сталь*. 2011. №12. С.22–23.
4. Тришевський О. І., Салтавець М. В. Поділ слябів сіткою при рішенні двомірної задачі нестационарної теплопровідності явним кінцево-від'ємним методом. *Вісник НТУ «ХПІ»*. 2015. № 48 (1167). С. 45–49.
5. Лизоркин П. И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. М.: Наука, 1981. 216 с.
6. Тришевський О. І., Салтавець Н. В. Математическая модель теплового станія системи валок-полоса и её использование при реконструкции станов горячей прокатки. *Сборник научных трудов «Обработка металлов давлением»*. 2010. №2(23). С.53–59.
7. Березовский А. А. Лекции по нелинейным краевым задачам математической физики. Киев: Наукова думка, 1974. 452 с.
8. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Москва: Высшая школа, 1967. 599 с.

9. Березовская Л. М., Демьянченко О. П. Периодическая задача теплопроводности для цилиндра с термическим покрытием. *Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения*. 1998. С. 17 – 20.
10. Ляшенко В. П., Демьянченко О. П. К расчету температурного поля теплоизлучающего полого цилиндра. *Вестник ХГТУ*. 2002. т.2. № 15. С. 154–159.
11. Ляшенко В.П., Кобильська О.Б., Дем'янченко О.П. Математичні моделі теплообміну з умовами імпедансного типу у багатошарових областях. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2017. Вип. 6/2017 (106). С. 37–43.
12. Дем'янченко О. П. Математична модель теплообміну у двошарових валкових калібрах прокатних станів. Комп'ютерне моделювання в наукоємних технологіях: праці Міжнародної науково-технічної конференції (22-25 травня, Харків, 2018р.). Харків, 2018. С.94–95.
13. Ляшенко В. П., Дем'янченко О. П. Математична модель температурного поля валків під час прокатки стрічки . *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2018. Вып. 3(66). С. 182–188.
14. Ляшенко В. П., Кобильська О. Б., Бриль Т. С., Дем'янченко О. П. Нелінійні інтегральні рівняння у математичних моделях теплообміну рухомого осесиметричного середовища. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2017. Вип. 3(62), т 2. С. 133–137.
15. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Киев: Наукова думка, 1978. 292 с.
16. Кикоин И. К. Таблицы физических величин. Москва: Атомиздат, 1976. 1009 с.

REFERENCES

1. De Paere, P. Simon, I. Moerkerke, J. C. Hermann, “Controlling the temperature of the bar at the inlet to the finisher”. *ECSC Steel RTD Programme*. pp.1–9, 2000.
2. O. I. Trishevskii, N. V. Saltavets, “Mathematical model of the thermal state of strip in rolling”. *Steel in translation*, Vol. 39, №2, pp. 42–44, 2009.
3. O. I. Trishevsky, N. V. Saltavets, “Development of a mathematical model of the thermal state of the rolls during rolling”. *Steel*, №12, pp. 22–23, 2011. [in Russian]
4. O. I. Trishevsky, M. V. Saltavets, “The division of slab slabs in solving a two-dimensional problem of non-stationary thermal conductivity by an explicit finite-difference method”. *Bulletin of the National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”*, № 48 (1167), pp.45–49, 2015. [in Russian]
5. P. I. Lizorkin, *Course of differential and integral equations with additional chapters of analysis*. М.: Science, 1981, 216 p. [in Russian]
6. O. I. Trishevsky, N. V. Saltavets, “Mathematical model of the thermal state of the roll-strip system and its use in the reconstruction of hot rolling mills”. *Collection of scientific works "Processing of metals by pressure"*, №2 (23), pp.53–59, 2010. [in Russian]
7. A. A. Berezovsky, *Lectures on nonlinear boundary value problems of mathematical physics*. Kiev: Scientific Thought, 1974, 452 p. [in Russian]
8. A. V. Lykov, *The theory of thermal conductivity*. Moscow: Higher School, 1967, 599 p. [in Russian]
9. L. M. Berezovskaya, O. P. Demyanchenko, “Periodic problem of thermal conductivity for a cylinder with thermal coating “. *Nonlinear boundary value problems of mathematical physics and their applications*,. pp.17 – 20, 1998. [in Russian]
10. V. P. Lyashenko, O. P. Demyanchenko, “Calculation of the temperature field of a heat-radiating hollow cylinder”. *Bulletin of the Kherson National Technical University*, Vol. 2, No. 15, pp.154–159, 2002. [in Russian]
11. V. Lyashenko, E. Kobil'skaya, O. Demyanchenko, “Mathematical Model with complex heat transfer conduction in the spherical area”. *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyyi National University*, Vol. 6/2017 (106), pp. 37–43, 2017. [in Ukrainian]
12. O. P. Demyanchenko, “Mathematical model of heat transfer in two-layer roll calibers of rolling mills”. Computer simulation in high-tech technologies. Proceedings of the International Scientific and Technical Conference. pp. 94–95, 2018. [in Ukrainian]

13. V. P. Lyashenko, O. P. Dem'yanchenko, "Mathematical model of the temperature field of rolls during the rolling of the strip". *Bulletin of the Kherson National Technical University*, Issue 3 (66).pp. 182–188, 2018. [in Ukrainian]
14. V. P. Lyashenko, O. B. Kobyl'skaya, T. S. Bryl, O. P. Demyanchenko, "Nonlinear integral equations in mathematical models of heat transfer of a moving axisymmetric medium". *Bulletin of the Kherson National Technical University*, Issue 3 (62), Vol. 2, pp. 133–137, 2017. [in Ukrainian]
15. A. F. Verlan, V. S. Sizikov, *Methods for solving integral equations with software for computers*. Kiev: Naukova Dumka, 1978, 292 p. [in Russian]
16. I. K. Kikoin, *Tables of physical quantities*. Moscow: Atomizdat, 1976, 1009 p. [in Russian]

Дем'янченко Ольга Пантеліївна – старший викладач кафедри природничонаукових та гуманітарних дисциплін, Азовський морський інститут Національного університету "Одеська морська академія", вул. Чорноморська, 19, м. Маріуполь Україна, 87517; e-mail: olgademyanchenko@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4693-0364.

Дем'янченко Ольга Пантеліївна – старший преподаватель кафедры естественнонаучных и гуманитарных дисциплин, Азовский морской институт Национального университета "Одесская морская академия", ул. Черноморская, 19, г. Мариуполь Украина, 87517; e-mail: olgademyanchenko@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4693-0364.

Demyanchenko Olga Panteleivna – Senior Lecturer, Department of "Natural Science and Humanitarian Disciplines", Mariupol, Azov maritime institute of National university "Odessa maritime academy" 19, Chornomors'ka str. Ukraine, 87517, Mariupol e-mail: olgademyanchenko@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4693-0364.

Ляшенко Віктор Павлович – доктор технічних наук, професор; завідувач кафедри інформатики і вищої математики, Кременчуцький національний університет ім. Михайла Остроградського, вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 61046, Україна; e-mail: viklyash2903@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4538-631X.

Ляшенко Віктор Павлович – доктор технических наук, профессор заведующий кафедрой информатики и высшей математики, Кременчугский национальный университет им. Михаила Остроградского, ул. Первомайская, 20, г. Кременчук, 61046, Украина; e-mail: viklyash2903@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4538-631X.

Lyashenko Viktor Pavlovich – Doctor of Technical Science, Professor, Head of Department of Department of Mathematics and Computer Science, Kremenchuk National University named after Mikhail Ostrogradsky, 39600, 20, Pershotravneva Street, Kremenchuk, Ukraine; e-mail: viklyash2903@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4538-631X.

Кобильська Олена Борисівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент; доцент кафедри інформатики і вищої математики, Кременчуцький національний університет ім. Михайла Остроградського, вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 61046, Україна; e-mail: kobilskaya1983@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4210-1534.

Кобыльская Елена Борисовна – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры информатики и высшей математики, Кременчугский национальный университет им. Михаила Остроградского, ул. Первомайская, 20 39600, г. Кременчуг, Украина; e-mail: kobilskaya1983@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4210-1534.

Kobilskaya Elena Borisovna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics and Computer Science, Kremenchuk National University named after Mikhail Ostrogradsky, 39600, 20, Pershotravneva Street, Kremenchuk, Ukraine; e-mail: kobilskaya1983@gmail.com; ORCID: 0000-0002-4210-1534.