

UDC 539.3

Stationary problem of heat conductivity for complex-shape multilayer plates

A.I. Malykhina, D.O. Merkulov, O.V. Postnyi, N.V. Smetankina

*A. N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Pozharsky str., 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine
e-mail: nsmetankina@ukr.net*

A method for calculating stationary temperature fields in a complex-shape multilayer plate when it is heated with film heat sources is proposed. Convective heat exchange takes place on the outer surfaces of the plate. The solution of the stationary heat conduction problem is obtained for a three-dimensional formulation based on the immersion method. A comparative analysis of the temperature distribution along the thickness of a square plate with the results obtained by finite element method has been carried out. As an example, the problem of stationary thermal conductivity for a five-layer glazing element of a vehicle when heated with a film heat source has been solved.

Key words: *multilayer plate, complex form, stationary thermal conductivity, film heat source.*

Запропоновано метод розрахунку стаціонарних температурних полів у багатошаровій пластині складної форми при впливі плівкових джерел тепла. На зовнішніх поверхнях пластини відбувається конвективний теплообмін. Рівняння теплопровідності і граничні умови отримані з варіаційного рівняння теплового балансу. Розв'язок задачі стаціонарної теплопровідності отримано в тривимірній постановці на основі методу занурення. Похідні шуканої функції температури вздовж поперечної координати, що входять у рівняння теплопровідності, а також умови конвективного теплообміну на верхній і нижній поверхнях пластини та умови рівності потоків тепла й температур на межах контакту шарів, замінюються їх скінченно-різницею поданням. Для цього використовуються симетричні різниці. Вихідна багатошарова пластина довільної форми в плані занурюється в допоміжну багатошарову пластину, що охоплює, з тією же композицією шарів. Форма пластини, що охоплює, вибирається таким чином, щоб можливо було отримати простий аналітичний розв'язок. У даній роботі роль пластини, що охоплює, виконує прямокутна пластина з нульовими умовами на контурі. Щоб забезпечити виконання реальних граничних умов, до допоміжної пластини в кожній вузловій точці по товщині вздовж вихідного контуру додаються додаткові компенсуючі джерела. Їх інтенсивності визначаються з умови задоволення вихідним граничним умовам. Функції температури в шарах і на бічній поверхні, а також щільності внутрішніх теплових джерел розвиваються в тригонометричні ряди по функціях, що задовольняють граничні умовам допоміжної пластини, а також у ряд уздовж вихідного контуру. У результаті перетворень система інтегральних рівнянь зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь щодо коефіцієнтів розвинення в ряд функцій компенсуючих джерел. Проведено порівнювальний аналіз розподілу температури вздовж товщини квадратної пластини з результатами, одержаними методом скінченних елементів. Як приклад розв'язана задача стаціонарної теплопровідності для п'ятишарового елемента осткління транспортного засобу при нагріванні плівковим джерелом тепла.

Ключові слова: *багатошарова пластина, складна форма, стаціонарна теплопровідність, плівкове джерело тепла.*

Предложен метод расчета стационарных температурных полей в многослойной пластине сложной формы при воздействии пленочных источников тепла. На внешних поверхностях пластини происходит конвективный теплообмен. Уравнения теплопроводности и граничные условия получены из вариационного уравнения теплового баланса. Решение задачи стационарной теплопроводности получено в трехмерной постановке на основе метода погружения. Производные искомой функции температуры вдоль поперечной координаты, входящих в уравнение теплопроводности, а также условия конвективного теплообмена на верхней и нижней поверхностях пластини и условия равенства потоков тепла и температур на границах контакта слоев, заменяются их конечно-разностным представлением. Для этого используются симметричные разности. Выходная многослойная пластина произвольной формы в плане погружается во вспомогательную многослойную пластину, которая охватывает, с той же композицией слоев. Форма пластини, которая охватывает, выбирается таким образом, чтобы можно было получить простое аналитическое решение. В данной работе роль охватывающей пластини выполняет прямоугольная пластина с нулевыми условиями на контуре. Чтобы обеспечить выполнение реальных граничных условий, к вспомогательной пластине в каждой узловой точке по толщине вдоль исходного контура добавляются дополнительные компенсирующие источники. Их интенсивности определяются из условия удовлетворения выходным граничным условиям. Функции температуры в слоях и на боковой поверхности, а также плотности внутренних тепловых источников развиваются в тригонометрические ряды по функциям, удовлетворяющие предельные условиям вспомогательной пластини, а также в ряд вдоль исходного контура. В результате преобразований система интегральных уравнений сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения в ряд функций компенсирующих источников. Проведен сравнительный анализ распределения температуры вдоль толщины квадратной пластини с результатами, полученными методом конечных элементов. В качестве примера решена задача стационарной теплопроводности для пятислойного элемента остекления транспортного средства при нагревании пленочным источником тепла.

Ключевые слова: *многослойная пластина, сложная форма, стационарная теплопроводность, пленочный источник тепла.*

1 Introduction

Analysis of the literature shows that the problem of thermal conductivity of multilayer plates on the outer surfaces of which convective heat exchange takes place have been fully studied for the plates of a standard shape in the plane [1, 2]. For non-standard plates FEM and R-functions are mainly applied [3, 4]. As a rule, internal heat sources in the objects under consideration are absent.

Therefore, the development of methods for calculating temperature fields in multilayer plates having an arbitrary shape, with convective heat transfer on the outer surfaces and the presence of distributed interlayer film heat sources is an urgent problem.

In publications [5-7] similar problems were solved on the basis of a two-dimensional theory. This paper proposes an approach based on a three-dimensional theory.

2 Formulation of the problem

We consider a multilayer plate which is assembled from I layers with constant thickness h_i . The plate is referred to the Cartesian system of coordinates, which is related to the outer surface of the first layer (Fig.1). On the coordinate plane, the plate occupies the area Ω bounded by the contour

$L: x_L=x(s), y_L = y(s)$. On the outside S_0, S_I and the side $\left(S_L = \sum_{i=1}^I S_L^i \right)$ surfaces of the plate are convective heat transfer.

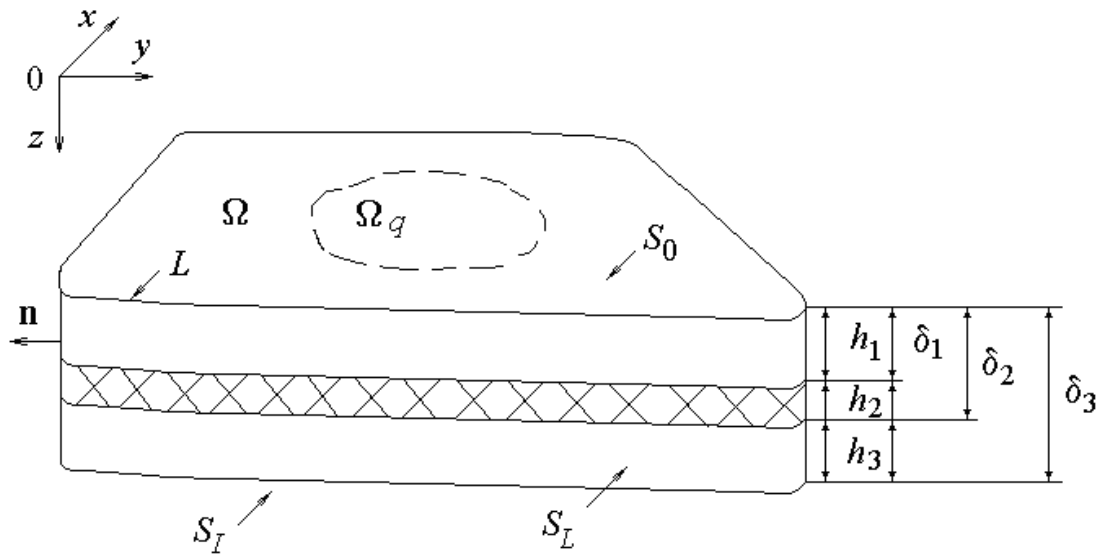


Fig.1 Multilayer plate

The temperature distribution in the layers of the plate is determined by the equation:

$$\Delta T^i = -\frac{Q^i}{k_i}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (x, y) \in \Omega, \quad \delta_{i-1} \leq z \leq \delta_i, \quad (1)$$

where i is the layer number ($i = \overline{1, I}$); $\delta_i = \sum_{j=1}^i h_j$; h_j is the thickness of the j -th layer, T^i is temperature of the i -th layer, Q^i is internal heat source of the i -th layer, k_i is thermal conductivity of the i -th layer.

Boundary conditions on the side surface:

$$\frac{\partial T^i}{\partial \mathbf{n}} + \frac{H_L^i}{k_i} (T^i - T_L^i) = 0, \quad (x, y, z) \in S_L^i, \quad (x, y, z) \in S_L^j, \quad i = \overline{1, I}, \quad (2)$$

where T_L^i is temperature on the side of the i -th layer, H_L^i is convective heat transfer coefficient on the side surface of the i -th layer.

Conditions of convective heat transfer on the upper and lower surfaces of the plate:

$$-\frac{\partial T^1}{\partial z} + \frac{H_1}{k_1}(T^1 - T_\infty^1) = 0, \quad z = 0, \quad \frac{\partial T^I}{\partial z} + \frac{H_I}{k_I}(T^I - T_\infty^I) = 0, \quad z = \delta_I, \quad (3)$$

where T_∞^1 and T_∞^I are environment temperatures at the boundary between the first and I -th layer, H_1 and H_I are coefficients of convective heat transfer on the outer and inner surface of the plate respectively.

Conditions for the equality of heat fluxes and temperatures at contact boundaries of layers, taking into account thermal loads on surfaces of the layers, are written as:

$$k_i \frac{\partial T^i}{\partial z} + k_{i+1} \frac{\partial T^{i+1}}{\partial z} - q_i = 0, \quad T^i = T^{i+1}, \quad z = \delta_i, \quad (4)$$

$$\text{where } q_i = \begin{cases} q_i^0, & x_1 \leq x \leq x_2, \quad y_1 \leq y \leq y_2 \\ 0, & 0 \leq x < x_1, \quad x_2 < x \leq A, \quad 0 \leq y < y_1, \quad y_2 < y \leq B \end{cases},$$

q_i^0 is heat flux arising from the action of the film heat source located at the contact boundary of adjacent layers.

Derivatives of the desired function with respect to the transverse coordinate z included in equations (1) as well as conditions (3) and (4) will be replaced by their finite-difference representation. To do this, we use symmetric difference [8]:

$$\frac{\partial T_r^i}{\partial z} = \frac{T_{r+1}^i - T_{r-1}^i}{2\Delta_{h_i}}, \quad \frac{\partial^2 T_r^i}{\partial z^2} = \frac{T_{r+1}^i - 2T_r^i + T_{r-1}^i}{\Delta_{h_i}^2},$$

where $\Delta_{h_i} = \frac{h_i}{r_i}$ is grid spacing, $r_i + 1$ is the number of nodes in the i -th layer, T_r^i is the value of the desired function in the r -th node of the i -th layer.

As a result, the system of equations (1) takes the form:

$$T_{r-1}^i - (2 + \Delta_{h_i}^2 \left(\frac{d^2}{x^2} + \frac{d^2}{y^2} \right)) T_r^i + T_{r+1}^i = -\frac{\Delta_{h_i}^2}{k_i} Q_r^i. \quad (5)$$

The conditions of convective heat transfer on the upper and lower surfaces of the plate (3) and the conditions on the interface of the adjacent layers (4) take the following form:

$$-\left(\frac{T_1^1 - T_{-1}^1}{2\Delta_{h_1}} \right) + \frac{H_1}{k_1}(T_0^1 - T_\infty^1) = 0, \quad z = 0, \\ \left(\frac{T_{r_i+1}^I - T_{r_i-1}^I}{2\Delta_{h_i}} \right) + \frac{H_I}{k_I}(T_{r_i}^I - T_\infty^I) = 0, \quad z = \delta_I \quad (6)$$

$$k_i \left(\frac{T_{r_i+1}^i - T_{r_i-1}^i}{2\Delta_{h_i}} \right) + k_{i+1} \left(\frac{T_{r_i+1}^{i+1} - T_{r_i-1}^{i+1}}{2\Delta_{h_{i+1}}} \right) - q_i = 0, \quad T^i = T^{i+1}, \quad z = \delta_i \quad (7)$$

Conditions (6) and (7) allow excluding the values of the desired functions at the nodal points with the numbers: $r = -1$ and $r = r_i + 1$ in the i -th layer ($i = \overline{1, I}$), as well as with numbers $r = 0$ (in all layers, excepting the first layer) from the system (5)

As a result, we obtain a system of equations in the following form:

$$[A]T = B + [C]Q \quad (8)$$

To solve the system (8) an approach similar to the immersion method [9] is applied. The original multilayer plate of arbitrary shape in the plane is immersed in the auxiliary covering multilayer plate with the same composition of layers. The shape of the enclosing plate is chosen so that it is possible to obtain a simple analytical solution. In this paper, a rectangular plate with zero conditions on the contour is used as a covering plate (Fig.2).

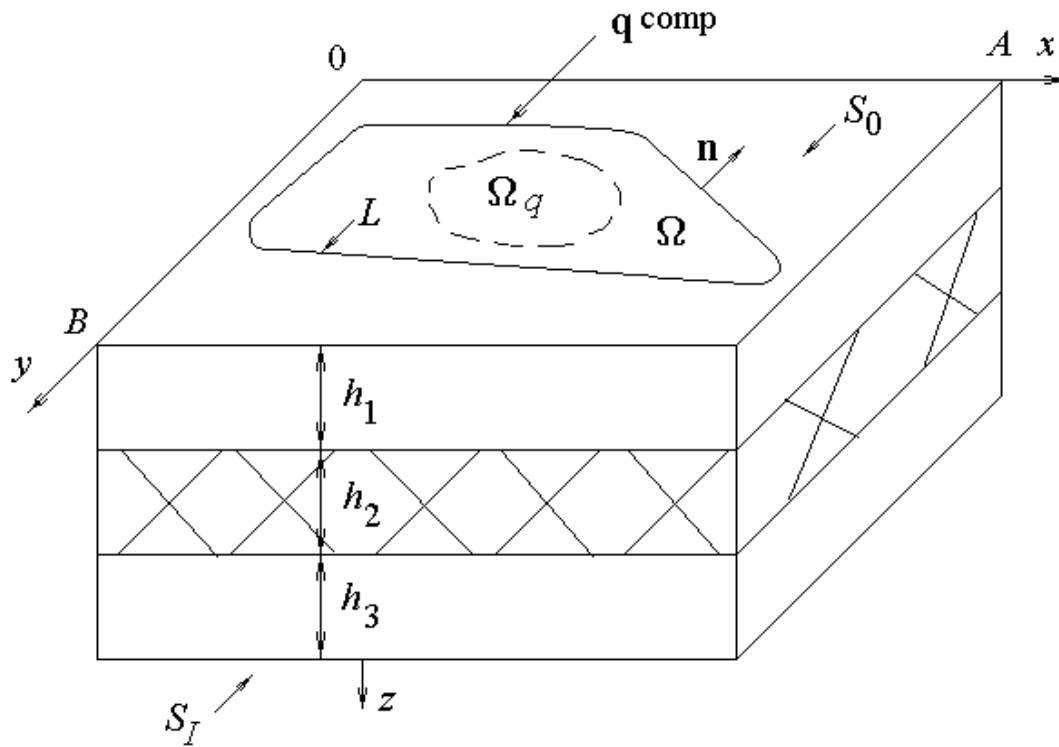


Fig.2 Auxiliary plate

The conditions of convective heat transfer on the upper and lower surfaces of the auxiliary plate coincide with the conditions of heat transfer on the surfaces of the original plate. To ensure that actual boundary conditions are met for the auxiliary plate at each node point in thickness along the border L additional compensating heat sources are attached $q_{ir}^{КОМП}(x, y)$, $(x, y) \in L$ and included in the system of heat conduction equations (8) in the form:

$$q_r^i(x, y) = \int_0^{s^*} q_{ir}^{КОМП}(x_L, y_L) \delta(x - x_L, y - y_L) ds, \quad r = 0, 1, 2,$$

where $\delta(x - x_L, y - y_L)$ – is two-dimensional Dirac δ -function, s^* is contour length L .

Satisfying the boundary conditions for the contour leads to a system of integral equations for determining the distributions of compensating sources:

$$\mathbf{B}^L \mathbf{T} | \mathbf{q}^{КОМП}(x, y) | = 0, \quad x, y \in L. \tag{9}$$

Further $T_r^i(x, y)$ and $q_r^i(x, y)$ are decomposed into trigonometric series in functions satisfying the boundary conditions at the boundary of the enclosing rectangular plate:

$$T_r^i(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N T_{mnr}^i \sin \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B},$$

$$q_r^i(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mnr}^i \sin \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B},$$

where A and B – side lengths of the enclosing rectangular plate.

In addition, the functions T_r^i and q_r^i , included in the boundary conditions of the original plate are decomposed in a row along the contour L [10-12]:

$$T_r^i(s) = \sum_{\mu=0}^{\mu^*} \sum_{\alpha=1,2} T_{\alpha\mu}^i d_{\alpha\mu}(s), \quad q_r^i(s) = \sum_{\mu=0}^{\mu^*} \sum_{\alpha=1,2} q_{\alpha\mu}^i d_{\alpha\mu}(s),$$

$$\text{where } d_{1\mu} = \sin[\mu\gamma(s)], \quad d_{2\mu} = \cos[\mu\gamma(s)], \quad \gamma(s) = \frac{2\pi \int_0^s d\tilde{s}}{\int_0^{s^*} d\tilde{s}}, \quad 0 \leq \gamma(s) \leq 2\pi.$$

As a result of transformations, the system of integral equations (9) is reduced to a system of linear algebraic equations for coefficients of expansion in a series of functions of compensating sources $q_{\mu\alpha}^i$.

3 Numerical examples

A comparison of the results calculated on the basis of the proposed approach with the results obtained in [1] using the finite element method and on the basis of two-dimensional theory has been carried out. In this paper a square plate is considered.

Initial data are as $I = 5$ (the number of layers); $l_1 = l_2 = 0,9$ m (linear dimensions of the plate); $h_1 = 0,005$ m, $h_2 = 0,003$ m, $h_3 = 0,015$ m, $h_4 = 0,002$ m, $h_5 = 0,020$ m (layer thickness); $k_i = 1,60$ W/(m·°C) ($i = 1, 3, 5$); $k_i = 0,17$ W/(m·°C) ($i = 2, 4$) (thermal conductivity coefficients of the layer material); $H_1 = 80$ W/(m²·°C), $H_1 = 25$ W/(m²·°C) (convective heat exchange coefficients); $T_\infty^1 = -16$ °C, $T_\infty^1 = 20$ °C (ambient temperatures).

Fig. 3 shows the temperature distribution across the thickness of the five-layer plate at the midpoint. The calculation results are shown with a solid line. The results obtained by the finite element method are shown with a dashed line; results on the basis of the two-dimensional theory are presented with markers.

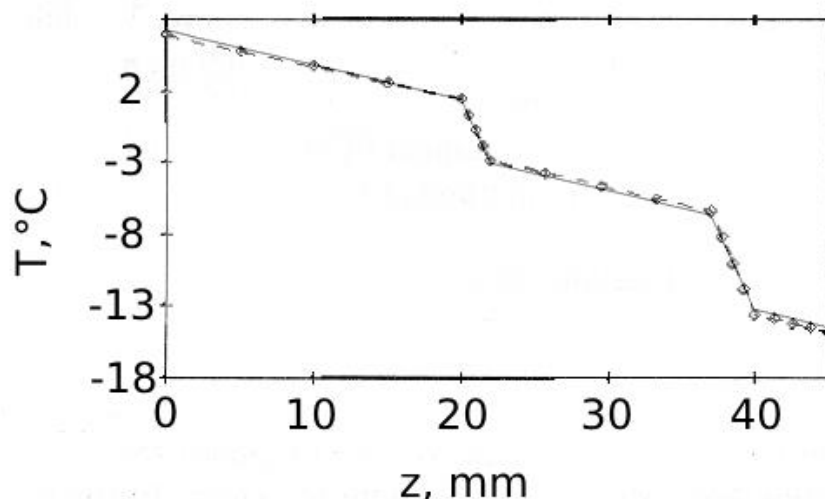


Fig.3 Temperature distribution over the thickness of a five-layer plate

Therefore we consider the thermal state of a five-layer plate, the design diagram of which is shown in Fig.4. The location of the heat source is shown in the figure with a dashed line.

The plate has the following geometrical and thermal characteristics: number of layers $I = 5$; sizes shown in Fig. 4, $l_1 = 0,95$ m, $l_2 = 0,55$ m, $l_3 = 0,89$ m, $l_4 = 0,46$ m, $R_1 = 0,15$ m, $R_2 = 0,15$ m, $R_3 = 0,17$ m, $R_4 = 0,16$ m; layer thickness $h_1 = 0,005$ m, $h_2 = 0,003$ m, $h_3 = 0,01$ m, $h_4 = 0,002$ m, $h_5 = 0,012$ m; thermal conductivity coefficients of layer material $k_i = 1,61$ W/(m·°C) ($i = 1, 3, 5$); $k_i = 0,17$ W/(m·°C) ($i = 2, 4$); convective heat transfer coefficients $H_1 = 90$ W/(m²·°C), $H_1 = 40$ W/(m²·°C); ambient temperature: $T_\infty^1 = -20$ °C, $T_\infty^1 = 20$ °C.

The power of the film heat source located between the first and second layers: $q_1 = 4000 \text{ W/m}^2$, and its dimensions (see Fig.4) – $a = 1 \text{ m}$, $b = 0,6 \text{ m}$.

On the contour of the original plate $T_L^i = 0$.

Fig.4 shows the temperature distribution over the plate thickness in section $A - A$ indicated in the design diagram with a thick dashed line.

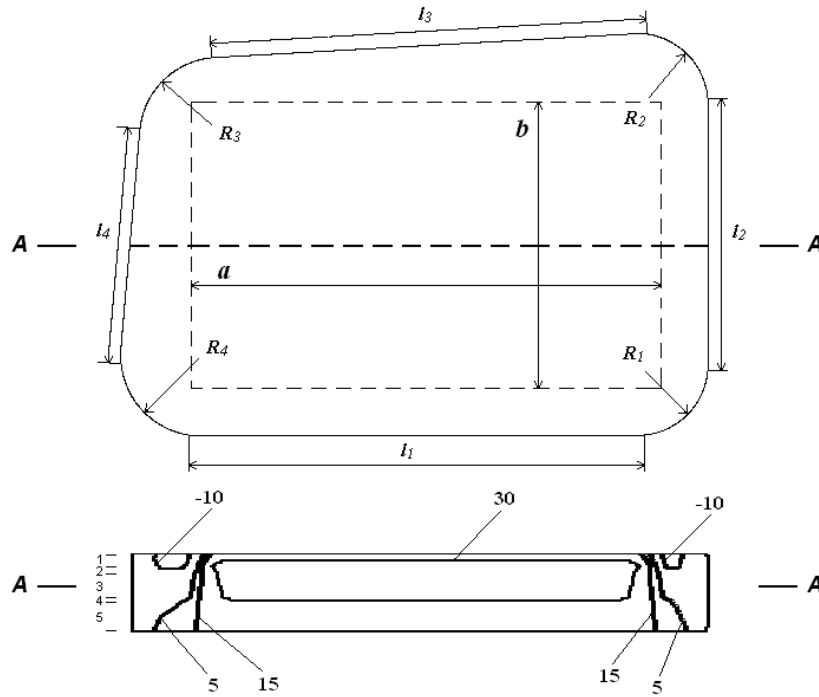


Fig.4 The design scheme and the temperature distribution across the thickness of the plate in cross section $A - A$

Fig. 5–7 show the temperature fields on the outer surfaces of the plate and the interface of the 1st and 2nd layers. On the outer surface of the first layer (Fig. 5) and the surface containing the heat source (Fig. 6) a sharp change in temperature is observed near the edge of the region occupied by the heat-generating film. Such changes can lead to significant temperature stresses in the layers of the plate. On the outer surface of the fifth layer (Fig. 7) the temperature takes only positive values.

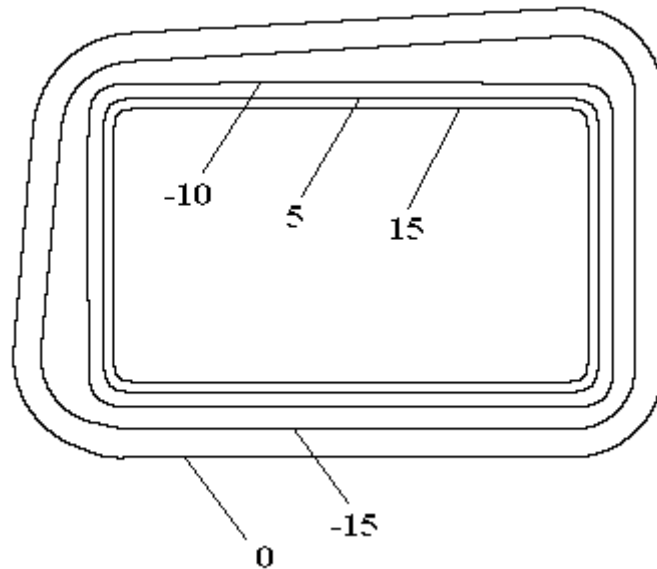


Fig.5 Surface temperature distribution S_1

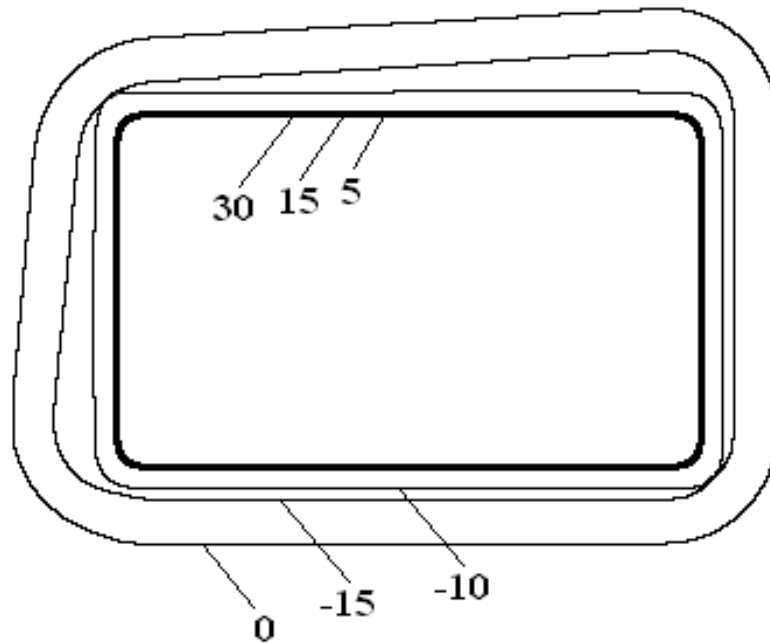


Fig.6 Temperature distribution on the surface S_2 (surface with heat source)

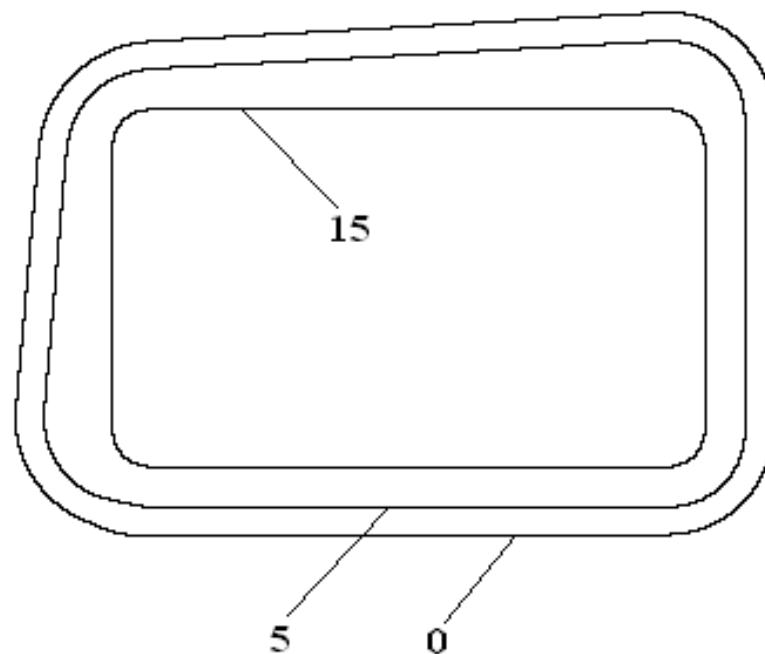


Fig.7 Temperature distribution on the surface S_5

4 Conclusion

The method for solving problems of stationary heat conduction in a three-dimensional formulation for multilayer plates has been developed. It allows describing the thermal state of non-standard plates.

The comparison of the obtained results with the results presented in [1] confirms the reliability of the proposed approach. The calculations carried out for the plate shown in Fig. 4 demonstrate the capabilities of the method.

The proposed approach can be applied in designing heating systems for multilayer glazing of various vehicles.

ЛІТЕРАТУРА

1. Kantor B.Ya., Smetankina N.V., Shupikov A.N. Analysis of non-stationary temperature fields in laminated strips and plates. *Int. J. Solids and Structures*. 2001. Vol. 38. P. 8673 – 8684.
2. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
3. Сахаров А.С. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под общ. редакцией А.С. Сахарова и И. Альтенбаха. Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1982. 480 с.
4. Рвачев В.Л., Слесаренко А.П., Литвин М.М. Расчет температурного поля кусочно-однородных тел сложной формы. *Теплофизика и теплотехника*. 1977. Вып. 32. С. 18–22.
5. Сметанкіна Н.В., Свет Є.В. Розрахунок температурних полів у багатошарових пластинах складної форми. *Машинознавство*. 2003. № 4. С. 8–12.
6. Сметанкіна Н.В., Свет Є.В., Шупиков А.Н. Задача стационарной теплопроводности многослойных пластин сложной формы в плане. *Пробл. машиностроения*. 2004. Т. 7, № 3. С. 25–31.
7. Smetankina N.V., Shupikov A.N., Svet Ye.V. Nonstationary heat conduction in complex-shape laminated plates. *Trans. ASME. J. of Heat Transfer*. March, 2007. Vol. 129. P. 335–341.
8. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975. 632 с.
9. Smetankina N. V., Shupikov A. N., Sotrikhin S. Yu., Yareschenko V. G. Dynamic response of an elliptic plate to impact loading. Theory and experiment. *Int. J. of Impact Engng*. 2007. Vol. 34 № 2 P. 264-276.
10. Zielinski A.P. On curvilinear distribution expressed by double Fourier series. *J. Appl. Math. and Phys*. 1980. Vol. 31. P. 717–729.
11. Zielinski A.P. Metoda trygonometrycznych szeregów określonych na konture w zastosowaniu do płyt o brzegu swobodnym i swobodnie podpartym. *Rozpr. inż.* 1982. Vol. 30, № 2. P. 151–165.
12. Zielinski A.P. A contour series method applied to shells. *Thin-Walled Struct.* 1985. N 3. P. 217–229.

REFERENCES

1. B. Ya. Kantor, N. V. Smetankina, A. N. Shupikov “Analysis of non-stationary temperature fields in laminated strips and plates”. *Int. J. Solids and Structures*, vol. 38, pp. 8673 – 8684, 2001.
2. V. V. Bolotin, Iu. N. Novichkov. “Mechanics of multilayer structures” Moskva: Mashinostroenie, 1980. 375 p. [in Russian]
3. A. S. Sakharov The finite element method in solid mechanics. Kyiv: Vyshcha shkola, 1982, 480 p. [in Russian]
4. V. L. Rvachev, A. P. Slesarenko, M. M. Litvin “Calculation of the temperature field of piecewise homogeneous bodies of complex shape” *Teplofizika i teplotekhnika*, no. 32, pp.18–22, 1977. [in Russian]
5. N. V. Smetankina, Ye. V. Svet “Calculation of temperature fields in multilayer plates of complex shape” *Mashinoznavstvo*, vol. 4, pp.8–12, 2003. [in Ukrainian]
6. N. V. Smetankina “Modeling of non-stationary heat condition in laminated strips” Seventeenth International Scientific Mykhailo Kravchuk Conference (May 19–20, 2016, Kyiv): Conference materials. vol. 1. Differential and integral equations and its applications. Kyiv: NTUU «KPI», pp. 35-38, 2016.
7. N. V. Smetankina, A. N. Shupikov, Ye. V. Svet “Nonstationary heat conduction in complex-shape laminated plates”, *Trans. ASME. J. of Heat Transfer*, vol. 129, pp. 335–341, March, 2007.
8. N. S. Bakhvalov. *Numerical methods*. Nauka, pp. 632, 1975. [in Russian]
9. N. V. Smetankina, A. N. Shupikov, S. Yu. Sotrikhin, V. G. Yareschenko. “Dynamic response of an elliptic plate to impact loading. Theory and experiment”. *Int. J. of Impact Engng*, vol. 34, no. 2, pp. 264-276, 2007.
10. A. P. Zielinski “On curvilinear distribution expressed by double Fourier series” *J. Appl. Math. and Phys*. vol. 31, pp. 717–729, 1980.
11. A. P. Zielinski “Metoda trygonometrycznych szeregów określonych na konture w zastosowaniu do płyt o brzegu swobodnym i swobodnie podpartym” *Rozpr. inż.*, vol. 30, no. 2. pp. 151–165, 1982.

12. A. P. Zielinski “A contour series method applied to shells” Thin-Walled Struct, no. 3, pp. 217–229, 1985.

Smetankina Natalia Volodymyrivna is Dr. Sci. (Tech.), Prof.; A. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of NAS of Ukraine, Kharkiv, Pozharsky str., 2/10, 61046; Ukraine; e-mail: nsmetankina@ukr.net; ORCID: 0000-0001-9528-3741.

Malykhina Alyona Igorevna is postgraduate student; A. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of NAS of Ukraine, Kharkiv, Pozharsky str., 2/10, 61046; Ukraine; e-mail: alyonamalukhina@gmail.com; ORCID: 0000-0001-9659-2562.

Merkulov Dmytro Oleksandrovych is postgraduate student; A. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of NAS of Ukraine, Kharkiv, Pozharsky str., 2/10, 61046; Ukraine; e-mail: kulmerov@gmail.com; ORCID: 0000-0001-5697-200X.

Postnyi Oleksii Vitaliiovych is postgraduate student; A. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of NAS of Ukraine, Kharkiv, Pozharsky str., 2/10, 61046; Ukraine; e-mail: alekh.po@gmail.com; ORCID: 0000-0002-3151-3891.

Сметанкина Наталья Владимировна - доктор физико-математических наук. (Техн.), Проф.; Институт проблем машиностроения им. А. Подгорного НАН Украины, Харьков, ул. Пожарского, 2/10, 61046; Украина; электронная почта: nsmetankina@ukr.net; ORCID: 0000-0001-9528-3741.

Малыхина Алена Игоревна - аспирант; Институт проблем машиностроения им. А. Подгорного НАН Украины, Харьков, ул. Пожарского, 2/10, 61046; Украина; электронная почта: alyonamalukhina@gmail.com; ORCID: 0000-0001-9659-2562.

Меркулов Дмитрий Александрович - аспирант; Институт проблем машиностроения им. А. Подгорного НАН Украины, Харьков, ул. Пожарского, 2/10, 61046; Украина; электронная почта: kulmerov@gmail.com; ORCID: 0000-0001-5697-200X.

Постный Алексей Виталиевич - аспирант; Институт проблем машиностроения им. А. Подгорного НАН Украины, Харьков, ул. Пожарского, 2/10, 61046; Украина; электронная почта: alekh.po@gmail.com; ORCID: 0000-0002-3151-3891.

Сметанкина Наталія Володимирівна - доктор фізико-математичних наук. (Технічна.), Проф.; Інститут проблем машинобудування ім. А. Підгорного НАН України, Харків, вул. Пожарського, 2/10, 61046; Україна; електронна пошта: nsmetankina@ukr.net; ORCID: 0000-0001-9528-3741.

Малыхина Олена Игорівна - аспірант; Інститут проблем машинобудування ім. А. Підгорного НАН України, Харків, вул. Пожарського, 2/10, 61046; Україна; електронна пошта: alyonamalukhina@gmail.com; ORCID: 0000-0001-9659-2562.

Меркулов Дмитро Олександрович - аспірант; Інститут проблем машинобудування ім. А. Підгорного НАН України, Харків, вул. Пожарського, 2/10, 61046; Україна; електронна пошта: kulmerov@gmail.com; ORCID: 0000-0001-5697-200X.

Посний Олексій Віталійович - аспірант; Інститут проблем машинобудування ім. А. Підгорного НАН України, Харків, вул. Пожарського, 2/10, 61046; Україна; електронна пошта: alekh.po@gmail.com; ORCID: 0000-0002-3151-3891.