

УДК 004.82

## Представлення баз нечітких знань за допомогою метаграфа та проведення нечіткого логічного виведення на його основі

М. Ю. Терновой, О. С. Штогріна

*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,  
Україна*

У роботі розширено підхід до представлення бази нечітких знань Мамдані у вигляді метаграфа та подальшого його використання. Даний підхід включає метод формування метаграфа, який однозначно відповідає базі нечітких знань. А також методи підготовки отриманого метаграфа для підвищення ефективності проведення нечіткого логічного виведення і знаходження деяких протиріч. Описано власне метод нечіткого логічного виведення на основі метаграфа, що представляє базу нечітких знань. Наведені приклади графічного представлення частин метаграфа, який представляє базу нечітких знань Мамдані.

**Ключевые слова:** база нечітких знань, лінгвістичні змінні, метаграф, протиріччя.

В работе расширен подход к представлению базы нечетких знаний Мамдани в виде метаграфа и дальнейшего его использования. Данный подход включает метод формирования метаграфа, который однозначно соответствует базе нечетких знаний. А также методы подготовки полученного метаграфа для повышения эффективности проведения нечеткого логического вывода и нахождения некоторых противоречий. Описан собственно метод нечеткого логического вывода на основе метаграфа, представляющего базу нечетких знаний. Приведены примеры графического представления частей метаграфа представляющего базу нечетких знаний Мамдани.

**Ключові слова:** база нечетких знаний, лингвистические переменные, метаграф, противоречия.

The paper describes an approach for Mamdani fuzzy knowledge base representation in the form of a metagraph and its further usage. This approach includes the method for construction of the metagraph, that biunique corresponds to the fuzzy knowledge base, methods for the metagraph preparation, that helps to increase the fuzzy inference efficiency and to determine some contradictions. The fuzzy inference based on the metagraph is proposed. The examples of the graphical representation of the fuzzy knowledge base in the form of the metagraph are given.

**Key words:** fuzzy knowledgebase, linguistic variables, metagraph, contradictions.

### Вступ

Якість та ефективність роботи експертних систем, які базуються на базах нечітких знань (БНЗ) залежить від форм представлення БНЗ та методів проведення нечіткого логічного виведення. Більшість існуючих систем для роботи з експертними знаннями пропонують зберігати знання у вигляді невпорядкованого набору правил «Якщо - То», але це ускладнює процес виведення, оскільки вимагає повного перебору правил [1, 2]. У роботах [3, 4] пропонуються методи та способи, за рахунок яких можливо підвищити ефективність проведення нечіткого логічного виведення, а також описуються умови, при виконанні яких можливо прискорити виведення. Але запропоновані методи розраховані на роботу тільки з деревоподібними БНЗ. Як наслідок, підвищення ефективності роботи з БНЗ, що не обов'язково є деревоподібними, та виявлення їх особливостей є актуальною задачею.

У роботі [5] описується одна з різновидностей графа - метаграф та розглянуто застосування метаграфів для формалізації логічного виведення. В роботі [6] запропоновано використовувати нечіткі метаграфи для подання нечітких знань. В даній роботі пропонується розширення даного підходу для подання та обробки знань, що представлені в базах нечітких знань Мамдані.

### Представлення бази нечітких знань у вигляді метаграфа

Розглянемо представлення БНЗ Мамдані у вигляді метаграфа, для цього спочатку наведемо їх визначення.

*Визначення 1.* База нечітких знань Мамдані - це модель представлення знань, яка включає наступні складові:

Множину лінгвістичних змінних  $\{X_i \mid i = \overline{1, N_X}\}$ , де  $X$  - ім'я ЛЗ,  $N_X$  - кількість ЛЗ, та кожна ЛЗ містить терм-множину  $T_i = \{t_i^k \mid k = \overline{1, N_i}\}$ , де  $t_i^k$  - терм, який має функцію належності (ФН)  $\mu_{t_i^k}$ , де  $k$  - номер терму,  $N_i$  - кількість термів ЛЗ  $X_i$ .

Множину правил «Якщо - То»  $P = \{P_g \mid g = \overline{1, N_P}\}$ , де  $N_P$  - кількість правил БНЗ.  $P_g$  це позначення для правил виду (1):

$$(P_l^z)_j = \text{ЯКЩО} (X_{j_1} = t_{j_1}^{k_1}) \text{ТА} (X_{j_2} = t_{j_2}^{k_2}) \text{ТА} \dots \text{ТА} (X_{j_{n_j}} = t_{j_{n_j}}^{k_{n_j}}) \text{ТО} (X_l = t_l^z), \quad (1)$$

де  $(P_l^z)_j$  -  $j$ -е правило для визначення  $z$ -го терму ЛЗ з ідентифікатором  $l$ , в якому  $X_{j_s}$  - лінгвістична змінна, яка оцінюється якісним термом  $t_{j_s}^{k_s}$ ;  $s = \overline{1, n_j}$  - номер ЛЗ в лівій частині  $j$ -го правила,  $n_j$  - кількість ЛЗ, що знаходяться в лівій частині  $j$ -го правила.

Для скорочення запису введемо позначення для лівої та правої частини правила  $P_g$ :

$$P_g = (P_g^A, P_g^C), \text{ де}$$

$$P_g^A = \{t_{j_s}^{k_s} \mid s = \overline{1, n_j}\} - \text{множина термів, які входять до лівої частини правила;}$$

$$P_g^C = t_l^z - \text{терм, що є результатом правила.}$$

Значимо, що в подальшому викладенні в даній роботі під БНЗ маються на увазі саме бази нечітких знань Мамдані.

В роботі [5] пропонується визначення метаграфа, як двійки: породжуючої множини та множини ребер. У роботі [7] до цього визначення додаються ще дві складові: множина метавершин та множина метаребер. Однак для більшості задач та конкретно для задачі представлення БНЗ Мамдані у вигляді метаграфа розділення на ребра та метаребра не потребуються, що обумовлено особливостями задач. Тому в подальшому будемо розглядати метаграф, визначення якого приведено нижче.

*Визначення 2.* Метаграф  $S = \langle V, M, E \rangle$  - це трійка множин, де  $V = \{v_r \mid r = \overline{1, N_V}\}$  - породжуюча множина (множина вершин метаграфа),  $N_V$  - кількість вершин метаграфа,  $M = \{m_q \mid q = \overline{1, N_M}\}$  - множина метавершин,  $N_M$  - кількість метавершин,  $E = \{e_h \mid h = \overline{1, N_E}\}$  - множина ребер,  $N_E$  - загальна кількість ребер у метаграфі.

Метавершина метаграфа - це вершина, яка включає множину вершин  $m_q = \{v_r \mid v_r \in V, r = \overline{1, N_{m_q}}\}$ , де  $N_{m_q}$  - кількість вершин, які входять до метавершини.

Для спрощення подальшого представлення матеріалу введемо поняття вузла метаграфа  $mv \in (V \cup M)$ . Таким чином вузол метаграфа - це або вершина, або метавершина.

Тоді ребро метаграфа визначається як  $e_h = (mv_{out}, mv_{in})$ , де  $mv_{out}$  - вузол, з якого виходить ребро,  $mv_{in}$  - вузол, до якого входить ребро відповідно.

Виходячи з вищенаведених визначень бази нечітких знань Мамдані та метаграфа нижче запропоновано підхід до представлення БНЗ у вигляді метаграфа, та його подальшого використання. Даний підхід включає метод формування метаграфа, метод нумерації вузлів метаграфа, метод виділення частини метаграфа, необхідної для визначення шуканої лінгвістичної змінної, та метод нечіткого логічного виведення на основі метаграфа, який представляє БНЗ.

Метод формування метаграфа, який представляє БНЗ, полягає у визначенні відображення  $F$ , яке дозволяє представити терми у вигляді вершин, а правила у вигляді метавершин та ребер метаграфа. В результаті такого представлення БНЗ всі правила, для визначення одного терму ЛЗ будуть згруповані та зв'язані з цим термом, це позбавить від повного перебору правил при проведенні нечіткого логічного виведення. Також з'явиться можливість виявлення ряду протиріч, що описані нижче, ще до початку проведення логічного виведення. Особливістю запропонованого методу є те, що отриманий в результаті такого відображення метаграф є ізоморфним до БНЗ, а отже є можливість однозначного відновлення БНЗ з метаграфа. Для надання такої можливості запропоновано пов'язати з вершиною додаткову інформацію про терм лінгвістичної змінної, якому дана вершина відповідає, та назву ЛЗ.

*Визначення 3.* Відображення  $F: БНЗ \longrightarrow S^l$ , де  $БНЗ$  - це база нечітких знань,  $S^l$  - метаграф, який відповідає БНЗ, діє наступним чином:

1. Кожен терм кожної ЛЗ відображається у вершину метаграфа  $F(t_i^k) = v(t_i^k)$ . Зазначимо, що вершина створюється лише в тому

випадку, коли в метаграфі не існує вершини  $v(t_i^k)$ , яка відповідає терму  $t_i^k$ , в іншому випадку дублікат вершини не створюється.

2. Кожне правило відображається наступним чином:

$$F(P_g) = S'_g = \langle V_g, M_g, E_g \rangle, \text{ де}$$

$S'_g$  - частина метаграфа, яка відповідає правилу  $P_g$ , що представляється формулою (1), де

$$V_g = \left\{ v(t_{j_1}^{k_1}), v(t_{j_2}^{k_2}), \dots, v(t_{j_{n_j}}^{k_{n_j}}), v(t_l^z) \right\}, \quad M_g = \{m_g\}, \quad E_g = \{e_g\}, \quad \text{де}$$

$$m_g = \left\{ v(t_{j_1}^{k_1}), v(t_{j_2}^{k_2}), \dots, v(t_{j_{n_j}}^{k_{n_j}}) \right\}, \quad e_g = (m_g, v(t_l^z)).$$

Метод формування метаграфа з неупорядкованої БНЗ буде полягати у застосуванні відображення  $F$  до кожного правила. При застосуванні відображення до  $S'$  додаються вершини, метавершини та ребра. Отже можемо сформулювати визначення метаграфа, який представляє БНЗ Мамдані.

*Визначення 4.* Будемо називати метаграфом, який представляє БНЗ Мамдані, такий метаграф  $S' = \langle V, M, E \rangle$ , який задовольняє наступним умовам:

1. Кожна вершина  $v(t_i^k)$  метаграфа  $S'$  відповідає терму ЛЗ  $t_i^k$ .
2. Кожна метавершина  $m_g = \{v_s \mid s = \overline{1, n_g}\}$  метаграфа  $S'$  відповідає  $P_g^A$  - лівій частині правила  $P_g$ . Метавершина  $m_g$  містить в собі вершини, які взаємооднозначно відповідають термам, що входять до  $P_g^A$ .
3. Кожне ребро  $e_g$  метаграфа  $S'$ , відповідає правилу  $P_g$  БНЗ. Ребро  $e_g = (m_g, v(t_l^z))$  виходить з метавершини  $m_g$ , та входить до вершини  $v(t_l^z)$ , яка відповідає терму  $t_l^z$  в  $P_g^C$ .

Отже, виходячи з вищевказаного визначення можна зробити наступні висновки стосовно структури метаграфа  $S'$ , який представляє БНЗ. На відміну від звичайного метаграфа, структура метаграфа  $S'$  має особливості зазначені нижче. Якщо метаграф не відповідає хоча б одному із пунктів, то він або не відповідає БНЗ Мамдані, або БНЗ, яка представлена даним метаграфом має протиріччя.

Особливості структури метаграфа  $S'$ :

1. Метаграф  $S'$  не може містити циклів, бо це буде означати, що в БНЗ, яку представляє даний метаграф, є протиріччя виду: лінгвістичні змінні визначають лінгвістичні змінні, від яких вони залежать.
2. Метаграф  $S'$  не містить ребер, які виходять з вершини  $\forall v(t_i^k) : \deg_{out}(v(t_i^k)) = 0$ .
3. Метаграф  $S'$  обов'язково містить вершини, які не включені до жодної метавершини  $\{v_r \mid \forall q : v_r \notin m_q\}$ . Це вершини, які відповідають термам ЛЗ, для визначення котрої сформована БНЗ. Відсутність таких вершин свідчить про наявність циклів у метаграфі, що призводить до невиконання п.1, або про те, що метаграф не відповідає БНЗ Мамдані.
4. Метаграф  $S'$  не може містити ребер, які входять у метавершину  $\forall m_g : \deg_{in}(m_g) = 0$ . Наявність таких ребер означає, що консеквент правила містить декілька складових, що суперечить визначенню БНЗ Мамдані.
5. З метавершини може виходити тільки одне ребро  $\forall m_g : \deg_{out}(m_g) = 1$ . Наявність ребер в кількості більшій за одиницю означає, що в БНЗ існує два правила з однаковими умовами та різними результатами, тобто  $\exists P_i, P_j : P_i^A = P_j^A \Rightarrow P_i^C \neq P_j^C$ , що є протиріччям.
6. Метавершина не може містити двох та більше вершин, які відповідають термам однієї ЛЗ  $\forall m_g, v(t_i^k), v(t_h^s) : v(t_i^k) \in m_g, v(t_h^s) \in m_g \Rightarrow i \neq h$ . Невиконання даної умови буде означати, що в БНЗ існує правило, в якому лінгвістична змінна одночасно приймає два значення, що є протиріччям.

Для прикладу наведемо графічне зображення частини метаграфа, яка відповідає правилу визначеному формулою (1) (рис. 1).

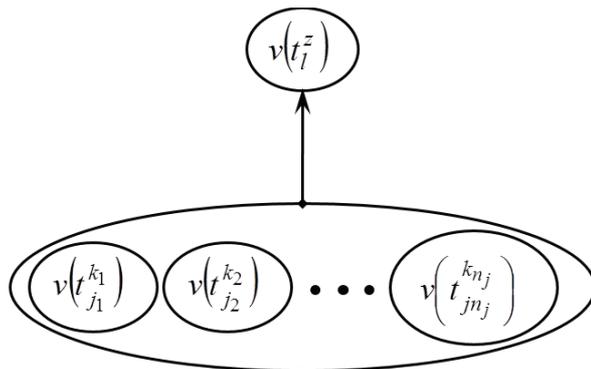


Рис.1 Частина метаграфа, яка відповідає правилу  $(P_i^z)_j$

Для випадку коли терм є результатом в декількох правилах  $(P_l^z)_j$ , які визначаються формулою (1), та кількість правил дорівнює  $b$ , то об'єднане правило можна записати через частку «АБО». Таке правило буде мати наступний вигляд:

$$P_l^z = \text{ЯКЩО} \left( X_{j_{11}} = t_{j_{11}}^{k_{11}} \right) \text{ТА} \left( X_{j_{12}} = t_{j_{12}}^{k_{12}} \right) \text{ТА} \dots \text{ТА} \left( X_{j_{1n_1}} = t_{j_{1n_1}}^{k_{1n_1}} \right) \text{АБО} \\ \left( X_{j_{21}} = t_{j_{21}}^{k_{21}} \right) \text{ТА} \left( X_{j_{22}} = t_{j_{22}}^{k_{22}} \right) \text{ТА} \dots \text{ТА} \left( X_{j_{2n_2}} = t_{j_{2n_2}}^{k_{2n_2}} \right) \text{АБО} \dots \\ \text{АБО} \left( X_{j_{b1}} = t_{j_{b1}}^{k_{b1}} \right) \text{ТА} \left( X_{j_{b2}} = t_{j_{b2}}^{k_{b2}} \right) \text{ТА} \dots \text{ТА} \left( X_{j_{bn_b}} = t_{j_{bn_b}}^{k_{bn_b}} \right) \text{ТО} \left( X_l = t_l^z \right) \quad (2)$$

Для правила, визначеного формулою (2), результатом відображення  $f(P_l^z) = S_z^l = (V_z, M_z, E_z)$  буде частина метаграфа  $S_z^l$ , де

$$V_z = \left\{ v \left( t_{j_{11}}^{k_{11}} \right), v \left( t_{j_{12}}^{k_{12}} \right), \dots, v \left( t_{j_{1n_1}}^{k_{1n_1}} \right), v \left( t_{j_{21}}^{k_{21}} \right), \dots, v \left( t_{j_{2n_2}}^{k_{2n_2}} \right), v \left( t_{j_{b1}}^{k_{b1}} \right), v \left( t_{j_{b2}}^{k_{b2}} \right), \dots, v \left( t_{j_{bn_b}}^{k_{bn_b}} \right), v \left( t_l^z \right) \right\}.$$

Причому (згідно п.1. визначення 4), не створюються дублікати вершин які відповідають однаковим термам,

$$M_z = \{m_1, m_2, \dots, m_b\}, \text{ де } m_s = \left\{ v \left( t_{j_{s1}}^{k_{s1}} \right), v \left( t_{j_{s2}}^{k_{s2}} \right), \dots, v \left( t_{j_{sn_s}}^{k_{sn_s}} \right) \right\}, \text{ та}$$

$$E_z = \left\{ \left( m_1, v \left( t_l^z \right) \right), \left( m_2, v \left( t_l^z \right) \right), \dots, \left( m_s, v \left( t_l^z \right) \right), \dots, \left( m_b, v \left( t_l^z \right) \right) \right\}.$$

Припустимо, що  $b = 3, n_1 = n_2 = n_3 = 3$  та у правилі  $P_l^z$  терми співпадають наступним чином:  $t_{j_{11}}^{k_{11}} = t_{j_{21}}^{k_{21}}, t_{j_{12}}^{k_{12}} = t_{j_{22}}^{k_{22}}$  та  $t_{j_{13}}^{k_{13}} = t_{j_{33}}^{k_{33}}$ , тоді графічне представлення частини метаграфа, яка відповідає частині БНЗ, що визначає терм ЛЗ  $t_l^z$  та визначається співвідношенням (2) показано на рис. 2.

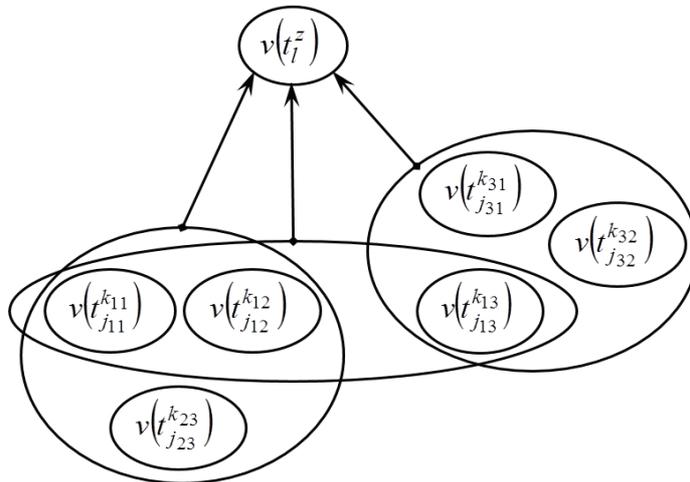


Рис.2 Частина метаграфа, яка відповідає правилу  $P_l^z$

### Нечітке логічне виведення на основі метаграфа, який представляє базу нечітких знань

Для проведення нечіткого логічного виведення з використанням метаграфа, він повинен бути правильно сформованим, тобто відповідати БНЗ, яка не містить протиріч та на основі якої можливо отримати значення необхідної ЛЗ.

Сформулюємо задачу підготовки метаграфа для підвищення ефективності проведення нечіткого логічного виведення з використанням метаграфа. Підготовка буде полягати у нумерації вузлів метаграфа, яка буде задавати порядок обходу метаграфа, тобто порядок використання правил без повного їх перебору.

Дано:

Метаграф  $S^I$ , який відповідає неупорядкованій БНЗ -  $BHЗ = \bigcup_{z,l,j} (P_l^z)_j$ .

Знайти:

Метаграф  $S^{II}$ , який відповідає БНЗ, з введеною на множині його вузлів нумерацією, яка відповідає порядку застосування правил при проведенні нечіткого логічного виведення.

Рішення даної задачі буде полягати у проведенні топологічного сортування метаграфа, в результаті якого буде введена нумерація вузлів. Це забезпечить виконання умови, що на момент використання правила всі його необхідні складові вже обчислені або відомі. Також перевагою попереднього введення такої нумерації буде запорука того, що в метаграфі відсутні цикли. Зазначимо, що при наявності циклів не можливо ввести правильну нумерацію.

Запропонований метод нумерації вузлів метаграфа, який представляє БНЗ Мамдані, базується на принципах обходу графа в глибину. Так, як і в методі обходу графу в глибину використовується поняття кольору вершини. В залежності від стану вузла метаграфа він може бути білим, сірим та чорним. Білий - початковий колір всіх вузлів, стан, коли вузол не розглядався. Сірий колір вузла означає, що вузол вже обробляється, але ще не отримав свого номеру. Чорним вузол стає коли його обробка закінчена та він отримав свій номер.

Запропонований метод складається з наступних кроків:

1. Знайти в метаграфі  $S^I$  множини білих вершин, які не входять до жодної метавершини  $V_0 = \{v_r \mid \forall q : v_r \notin m_q\}$ .
2. Виконати процедуру  $DFS(v_r)$  для кожної вершини з множини  $V_0$ .

При запуску процедури  $DFS(mv)$  вузол  $mv$  стає сірим, а по завершенню цієї процедури  $mv$  отримує номер та стає чорним.

Процедура  $DFS(mv)$ :

1. Якщо  $mv$  - вершина, то для кожної білої метавершини  $m$ , з якої виходить ребро, та входить до вершини  $mv$  виконати процедуру  $DFS(m)$ .

2. Якщо  $mv$  - метавершина, то для кожної білої вершини  $v$ , включеної до  $mv$ , виконати процедуру  $DFS(v)$ .
3. Зробити вузол  $mv$  чорним та пронумерувати його.

В результаті застосування даного методу отримуємо метаграф  $S''$ , який відповідає БНЗ, з введеною на множині його вузлів нумерацією. Якщо в процесі застосування даного методу процедура  $DFS(v)$  буде застосована до вершини, яка в даний час є сірою, то це буде означати наявність циклу в метаграфі.

Для визначення лінгвістичної змінної  $X_i$ , необхідно використовувати не всю БНЗ, а тільки частину, тобто тільки ті правила, які визначають задану ЛЗ. Використання лише необхідних правил дозволить суттєво скоротити час необхідний для виведення. Нижче сформульована постановка задачі виділення частини метаграфа, необхідної для визначення ЛЗ  $X_i$ .

Дано:

1. Метаграф  $S''$ , який відповідає БНЗ, з введеною нумерацією вузлів.
2. ЛЗ  $X_i$ , яку слід знайти.

Знайти:

Метаграф  $S_i''$ , який буде частиною метаграфа  $S''$  та буде містити відображення тільки тих правил, які використовуються при проведенні нечіткого логічного виведення для знаходження значення ЛЗ  $X_i$ .

Рішення даної задачі містить наступні етапи:

1. Створити допоміжну структуру даних – чергу  $L$ .
2. Знайти у графі  $S_i''$  всі вершини  $V_0 = \{v(t_i^k) \mid k = \overline{1, N_i}\}$ , які відповідають термам ЛЗ  $X_i$ .
3. Додати всі вершини з  $V_0$  в кінець черги  $L$ .
4. Якщо черга  $L$  не пуста перехід на п.5, інакше перехід на п.9.
5. Взяти з початку черги  $L$  вершину  $v(t_i^k)$ .
6. Додати до метаграфа  $S_i''$  наступні елементи, якщо вони там не присутні:
  - вершину  $v(t_i^k)$ ,
  - всі ребра, що входять у вершину  $v(t_i^k)$ ,
  - метавершини, з яких ці ребра виходять.
7. Вершини, які включені у метавершини, що додані на кроці 6 до метаграфа, додати в кінець черги  $L$ , якщо вони там не присутні.
8. Перехід на п.4.
9. Метаграф  $S_i''$  сформовано.

Сформулюємо задачу проведення нечіткого логічного виведення використовуючи пронумерований метаграф, який представляє частину БНЗ, для визначення ЛЗ  $X_i$ .

Дано:

1.  $X_i$  - ЛЗ, яку необхідно визначити.
2. Метаграф  $S_i^{//}$ .
3. Вектор вхідних даних  $x = (x_w | w = \overline{1, N_x})$ .

Знайти:

Значення ЛЗ  $X_i$ .

Метод логічного виведення для визначення ЛЗ  $X_i$  при використанні метаграфа  $S_i^{//}$  з введеною нумерацією вузлів буде складатись з наступних пунктів:

1. Визначити лінгвістичні змінні  $\{X_w | w = \overline{1, N_{vx}}\}$ , термам яких відповідають вершини  $v(t_i^k)$ , які не мають ребер, що входять  $\deg_{in}(v(t_i^k)) = 0$ .
2. Отримати з вектора  $x$  необхідні вхідні дані для проведення нечіткого логічного виведення  $(x_w | w = \overline{1, N_x})$ .
3. Провести фазифікацію, та записати отримані значення, як значення вершин  $v(t_i^k)$ .
4. Обходити вершини та метавершини в порядку збільшення їх номерів.
  - 4.1. Для кожної метавершини обчислити її значення, яке буде дорівнювати мінімуму серед значень вершин, які входять до даної метавершини.
  - 4.2. Для кожної вершини обчислити її значення, що буде дорівнювати максимуму зі значень метавершин, ребра з яких входять в задану вершину.
5. Якщо значення всіх вершин обчислено, провести дефазифікацію на основі значень вершин, які відповідають термам ЛЗ  $X_i$ , інакше перехід на п.4

### **Висновки**

В роботі запропоновано підхід до представлення БНЗ у вигляді метаграфа та його подальшого використання. Отриманий метаграф однозначно представляє БНЗ та дозволяє відновити її з метаграфа. Даний підхід дозволяє підвищити ефективність нечіткого логічного виведення та виявлення протиріч за рахунок використання лише необхідної частини правил та завданні порядку їх застосування.

Подальший розвиток роботи полягає в розробці методу інтеграції БНЗ за рахунок інтеграції метаграфів, та методів автоматичної візуалізації метаграфів, які представляють БНЗ, для надання можливостей графічного аналізу.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Субботін С. О. Подання й обробка знань у системах штучного інтелекту та підтримки прийняття рішень. - Навчальний посібник. - Запоріжжя: ЗНТУ, 2008. - 341 с.
2. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. - СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.: ил.
3. Глоба Л. С., Терновой М. Ю., Штогріна О. С. Створення баз нечітких знань для інтелектуальних систем управління // Комп'ютинг - Міжнародний науково-технічний журнал – 2008. – т.7, № 1. – С.70-79.
4. Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/1\\_7\\_5\\_6.php](http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/1_7_5_6.php) . – Электрон. текстовые данные.
5. Amit Basu, Robert W. Blanning Metagraphs and their applications. - Springer, 2010. - 160 p.
6. Zheng-Hua Tan. Fuzzy Metagraph and Its Combination with the Indexing Approach in Rule-Based Systems // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering. - 2006. - Vol. 18, No. 6. - pp.829-841.
7. Астанин С.В., Драгныш Н.В., Жуковская Н.К. Вложенные метаграфы как модели сложных объектов. - Электронный научный журнал Инженерный вестник Дона. - номер 4 (часть2) – 2012. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1434> . – Электрон. текстовые данные.