

УДК 519.876.5

Математичне моделювання змочування ґрунту на схилі в умовах багатоконпонентного неізотермічного солеперенесення

Т. В. Кутя

Національний університет водного господарства та природокористування,
м. Рівне, Україна

У статті побудовано двовимірну математичну модель процесу насичення ґрунту вологою при врахуванні дії додаткових факторів: змінної температури, хімічного порового розчину, засоленості ґрунту та нелінійності коефіцієнта фільтрації. Відповідну крайову задачу розв'язано безсітковим методом радіальних базисних функцій з використанням методу колокації в точці. Проведено аналіз числових експериментів.

Ключові слова: насичення, метод радіальних базисних функцій, багатоконпонентний солевий розчин, тепломасоперенесення, загіпсовані ґрунти.

В статье построено двумерную математическую модель процесса насыщения грунта влагой при учете действия дополнительных факторов: сменной температуры, химического порового раствора, засоленности почвы и нелинейности коэффициента фильтрации. Соответствующую краевую задачу решено бессеточным методом радиальных базисных функций с применением метода коллокации в точке. Проведен анализ численных экспериментов.

Ключевые слова: насыщение, метод радиальных базисных функций, многокомпонентный солевой раствор, теплосолеперенос, загипсованные грунты.

The article deals with the construction of two-dimensional mathematical model of soil moisture saturation taking into account the additional factors, such as the existence of heat, chemical pore solution, soil salinity and nonlinearity of filtration coefficient. The corresponding boundary value problem was solved by meshfree radial basis function method using point collocation method. The analysis of numerical experiments was provided.

Key words: saturation, radial basis functions method, multicomponent salt solution, heat and salt transfer, gypseous soil.

1. Загальна постановка задачі та її актуальність

Серед екзогенних геологічних процесів, що спостерігаються в межах України, зсуви відносяться до найпоширеніших і найбільш небезпечних. Згідно з регіональним картуванням зсувів та створеним за цими роботами кадастром, в межах України виділено більше 20000 зсувних геосистем [1], а нещодавно через зсуви схили Дніпра оголошені надзвичайною зоною. Під впливом господарської діяльності активність зсувних процесів схилів за останні 20 – 25 років значно зросла. Згідно з міжнародною статистикою до 80% зсувів у наш час пов'язано з діяльністю людини [2].

Зсув – це зміщення гірських порід, земляних мас вниз по схилу під дією власної ваги, поверхневих та підземних вод, а також у зв'язку з атмосферним та сейсмічним впливом. Практичне значення прогнозу зсувних зміщень особливо важливе тому, що протизсувні заходи при сучасному стані техніки коштують дорого і їх застосування економічно виправдане не всюди. Міри ж по попередженню зсувів часто більш прості і рентабельні, ніж міри по закріпленню

зсувів, які вже виникли і систематично зміщуються. Вивченню зсувних процесів з точки зору фізики та механіки їх виникнення і протікання присвячено роботу [3]. Математичним моделюванням зсувів займалися В.В. Скопецький, Ю.Г. Кривоніс, М.Е. Егліт, С.С. Григорян та інші [4-6].

Наявність витоків з водонесучих комунікацій є однією з причин значного поширення зсувів, що при взаємодії з іншими природними факторами може призвести до досягнення схилом граничного стану і подальшого його зміщення.

Завдання статті – дослідити процес промочування ґрунту з аварійної ділянки труби, що може бути частиною водопроводу, тепломагістралі або каналізаційної мережі та представляє собою ненапірне джерело вологи і може знаходитися у засоленому (як частковий випадок, у загіпсованому) ґрунті.

У зв'язку з невеликою глибиною закладання водонесучих комунікацій у разі аварії витік буде здійснюватись у поверхневий ґрунтовий шар, що разом з природними факторами може стати причиною поверхневих зсувів, які значною мірою залежать від ступеня вологонасичення ґрунту [7].

Такі аварії також небезпечні через їхню тривалість у часі. Це пов'язане з тим, що виток з комунікацій, що несуть воду під тиском (водопровід, тепломережі) швидко проявляються на поверхні ґрунту і перерви у водопостачанні вимагають швидкого ремонту. Виток з каналізаційних безнапірних, низьконапірних комунікацій (наприклад, через стики труб) не виявляються роками, бо не виходять на поверхню ґрунту.

Так, протік водопроводу став причиною масштабного зсуву у Дніпропетровську 2011р., який поховав під собою гаражний комплекс і тимчасово вивів з ладу систему водопостачання.

Закон Дарсі-Клюта швидкості фільтрації (вологоперенесення) є одним із найбільш відомих в теорії ненасичених пористих середовищ [8]. Однак у якості порової рідини там розглядається чиста вода. У природних умовах у поровій рідині присутні компоненти різних солей, які можуть вступати у взаємодію з хімічними речовинами, що містяться у ґрунті. Це призводить до необхідності розгляду багатокomпонентного хімічного розчину як порової рідини, що є однією із цілей статті.

2. Математична модель задачі

Розглянемо ґрунтовий схил – область Ω (рис. 1). У товщі ґрунту знаходиться трубопровід, на ділянці якого стався прорив. Довжина цієї ділянки вважається настільки великою, що поперечна фільтрація є досить несуттєвою. Отже, задачу можна розглядати як двовимірну. В результаті прориву відбувається змочування ґрунту схилу деяким хімічним розчином з температурою, відмінною від температури ґрунту. Завдання полягає у визначенні динаміки зміни області насичення з часом. Сам ґрунт є засоленим, тому є потреба розглядати процеси переносу багатокomпонентних хімічних розчинів [9, 10].

Математична модель двовимірної задачі вологоперенесення в ґрунтовому схилі з урахуванням переносу n -компонентного сольового розчину в неізотермічних умовах має вигляд:

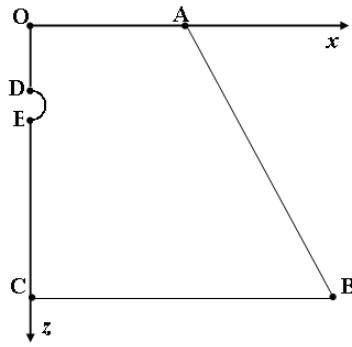


Рис. 1. Область розв'язання задачі

$$\frac{\partial s(x, z, t)}{\partial t} = \operatorname{div} \left[\mathbf{D}(s, c, T) \nabla s - \frac{1}{\theta_{\max} - \theta_{\min}} \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{K}_i^{(c)} \nabla c_i + \mathbf{K}^{(T)} \nabla T + \mathbf{K}(s, c, T) \nabla z \right) \right] \quad (1)$$

$$\sigma_s \frac{\partial c_i(x, z, t)}{\partial t} + \frac{\partial N_i}{\partial t} = \operatorname{div}(\mathbf{D}_i^{(c)} \nabla c_i) + \operatorname{div}(\mathbf{D}_i^{(T)} \nabla T) - \bar{\mathbf{v}} \nabla c_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_i(x, z, t)}{\partial t} = \gamma_i (c_i - C_i^*) N^{\alpha_i}, \quad i = \overline{1, n} \quad (3)$$

$$\left[\rho C_\rho s + \rho_{sk} C_{sk} (1 - \sigma) \right] \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\mathbf{K} \nabla T) - \rho C_\rho \bar{\mathbf{v}} \nabla T, \quad (4)$$

$$\bar{\mathbf{v}} = -\mathbf{D}(s, c, T) \nabla s (\theta_{\max} - \theta_{\min}) + \mathbf{K}(s, c, T) \nabla z + \sum_{i=1}^n \mathbf{K}_i^{(c)} \nabla c_i + \mathbf{K}^{(T)} \nabla T, \quad (5)$$

де $s = \frac{\theta - \theta_{\min}}{\theta_{\max} - \theta_{\min}}$, $0 \leq s \leq 1$ - функція насиченості, що виражена через об'ємну

вологість $\theta = \frac{V_g}{V}$, (V_g - об'єм рідини в елементі ґрунту загальним об'ємом V);

$\mathbf{D}(s, c, T)$ - проникність ґрунтової вологи (може розглядатися як нелінійний коефіцієнт дифузії); $\mathbf{K}(s, c, T)$ - коефіцієнт гідравлічної проникності ненасиченого середовища, що перетворюється у коефіцієнт фільтрації при повному насиченні; θ_{\max} - значення максимальної вологості; θ_{\min} - залишкова (мінімальна) вологість (або кількість рідини, яка залишається в ґрунті після повного осушення природним шляхом); $\mathbf{K}_i^{(c)}$, $\mathbf{K}^{(T)}$ - коефіцієнти хімічного та термічного осмосів, які мають тензорний характер; σ - пористість ґрунтового середовища; c_i - концентрація солі в рідкій фазі i -ої компоненти; $i = \overline{1, n}$, n - кількість компонентів сольового розчину; $\mathbf{D}_i^{(c)}$ - коефіцієнти (тензори) конвективної дифузії; $\mathbf{D}_i^{(T)}$ - коефіцієнти (тензори) термічної дифузії; $\bar{\mathbf{v}}$ -

вектор швидкості фільтрації; $N_i(x, z, t)$ - концентрація солей у твердій фазі для i -ої компоненти; γ_i - коефіцієнти швидкості масообміну для кожного компонента; C_i^* - концентрація граничного насичення в рідкій фазі; α_i - параметр, що визначається експериментальним шляхом; T - температура; ρ - густина порового розчину; C_p - питома теплоємність порового розчину; ρ_{sk} - густина скелету ґрунту; C_{sk} - питома теплоємність скелету; λ - коефіцієнт (тензор) теплопровідності вологого ґрунту.

Рівняння (1) описує зміну за часом насичення ґрунту деяким сольовим розчином з температурою, відмінною від температури ґрунту. Виведення рівняння (1) відрізняється від класичної теорії вологоперенесення [11-13] використанням закону (5). У свою чергу, в залежності (5), що є узагальненим законом Дарсі-Клюта на випадок руху сольових розчинів в неізотермічних умовах, враховано явища хімічного та термічного осмосу [14, 15], залежність $\mathbf{D}(s, c, T)$ та $\mathbf{K}(s, c, T)$ від насичення вологою, концентрації порового розчину хімічними речовинами та температури. Рівняння (2) описує зміну теплового режиму, а (3) та (4) – зміну сольового режиму у пористому середовищі у рідкій та твердій фазі відповідно.

На початок дослідження (в момент часу $t = 0$) вважаємо, що на всій досліджуваній області ґрунт сухий ($\theta_0 = \theta_{\min}$) і відома насиченість

$$s(x, z, 0) = s_0(x, z), (x, z) \in \bar{\Omega}. \quad (6)$$

Задано початкову концентрацію солей у твердій та рідкій фазі, а також температуру:

$$c_i(x, z, 0) = c_0^i(x, z), N_i(x, z, 0) = N_0^i(x, z), (x, z) \in \bar{\Omega}, \quad (7)$$

$$T(x, z, 0) = T_0(x, z), (x, z) \in \bar{\Omega}. \quad (8)$$

Також на ділянці контакту з атмосферою значення насиченості $s(x, z, t)$ вважаємо відомим.

$$s(x, z, t) \Big|_{OA \cup AB} = s_1(x, z, t), (x, z) \in OA \cup AB, t > 0. \quad (9)$$

На непроникній ділянці CB маємо граничну умову другого роду:

$$\left(-\mathbf{D}(s, c, T) \frac{\partial s(x, z, t)}{\partial z} \right) \Big|_{CB} = 0, (x, z) \in CB, t > 0. \quad (10)$$

Ділянка $OE \cup DC$ є віссю симетрії

$$\frac{\partial s(x, z, t)}{\partial x} \Big|_{OE \cup DC} = 0, (x, z) \in OE \cup DC, t > 0. \quad (11)$$

На ділянці ED (що моделює ділянку прориву труби) маємо повну насиченість ґрунту вологою, тому

$$s(x, z, t) \Big|_{ED} = 1, (x, z) \in ED, t > 0. \quad (12)$$

Граничні умови для концентрацій солей наступні:

$$\begin{aligned}
c_i(x, z, t) \Big|_{OA \cup AB \cup CB} &= c_1^i(x, z, t), \quad (x, z) \in OA \cup AB \cup CB, t > 0, \\
\frac{\partial c_i(x, z, t)}{\partial x} \Big|_{OE \cup DC} &= 0, \quad (x, z) \in OE \cup DC, t > 0, \\
c_i(x, z, t) \Big|_{ED} &= C_i^*, \quad (x, z) \in ED, t > 0;
\end{aligned} \tag{13}$$

а для температури:

$$\begin{aligned}
T(x, z, t) \Big|_{OA \cup AB \cup CB} &= T_1(x, z, t), \quad (x, z) \in OA \cup AB \cup CB, t > 0. \\
\frac{\partial T(x, z, t)}{\partial x} \Big|_{OE \cup DC} &= 0, \quad (x, z) \in OE \cup DC, t > 0, \\
T(x, z, t) \Big|_{ED} &= T^*, \quad (x, z) \in ED, t > 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

Тут $s_0(x, z), c_0^i(x, z), T_0(x, z), N_0^i(x, z), s_1(x, z, t), c_1^i(x, z, t), T_1(x, z, t)$ - задані функції; T^*, C_i^* - задані значення максимальної температури та концентрації відповідно.

Для обчислення нелінійних функцій $D(s, c, T)$ та $K(s, c, T)$ можна використовувемо такі емпіричні залежності, як модель Brooks-and-Correy, модель Mualem–Van Genuchten тощо [11, 12, 16]. Існують також інші залежності для коефіцієнтів дифузії та гідравлічної провідності, деякі з яких наведено в [12, 17, 18].

3. Числове розв'язання задачі

Для розв'язання крайової задачі (1)-(14) застосуємо метод колокації в точці [19] з використанням радіальних базисних функцій (РБФ) [20-22]. Цей метод не потребує покриття області геометричною сіткою, а лише множиною вузлів, де не потрібно встановлювати зв'язки між останніми. Покриємо замикання області $\overline{\Omega}$ колокаційними точками $(x_j, z_j), j = \overline{1, M}$, де точки з номерами з множини ω_γ лежать на межі, а з номерами з множини ω – в області Ω . Множина вузлових точок $(x_i, z_i), i = \overline{1, M}$ всередині області Ω та на межах, де задані граничні умови першого роду ($OA \cup AB$), співпадає з множиною колокаційних точок. На межах, де задаються граничні умови другого роду, виносимо вузлові точки за межі області для покращення точності методу. Вимагаємо, щоб в точках D та E були розміщені колокаційні точки.

Наближені значення невідомих функцій шукаємо у вигляді:

$$s(x, z, t) \approx \sum_{j=1}^M \alpha_{s_j}(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_s), \tag{15}$$

$$c_i(x, z, t) \approx \sum_{j=1}^M \alpha_{c_j}^{(i)}(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_{c_i}), \quad i = \overline{1, n}, \tag{16}$$

$$N_i(x, z, t) \approx \sum_{j=1}^M \alpha_{N_j}^{(i)}(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_{N_i}), \quad i = \overline{1, n}, \quad (17)$$

$$T(x, z, t) \approx \sum_{j=1}^M \alpha_{T_j}(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_T), \quad (18)$$

де $\alpha_{s_j}(t), \alpha_{c_j}^{(i)}(t), \alpha_{N_j}^{(i)}(t), \alpha_{T_j}(t), (j = \overline{1, M})$ – невідомі коефіцієнти, які залежать лише від часу; $\varphi_j(r_j, \varepsilon), j = \overline{1, M}$ – відомі РБФ з центром в точці (x_j, z_j) ; $r_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (z - z_j)^2}$ – відстань до вузла j ; $\varepsilon_s > 0, \varepsilon_{c_i} > 0, \varepsilon_{N_i} > 0, \varepsilon_T > 0$ – параметри форми.

Підставляючи наближені розв'язки (15)-(18) в рівняння (1)-(4), початкові (6)-(8) та граничні умови (9)-(14), а точку (x, z) послідовно покладаючи рівною кожній колокаційній точці $(x_i, z_i), i = \overline{1, M}$, отримуємо задачу Коші для системи нелінійних диференціальних рівнянь відносно векторів невідомих

$$\mathbf{b}_s(t) = \left\{ \alpha_{s_j}(t) \right\}_{j=1}^M, \quad \mathbf{b}_{c_i}(t) = \left\{ \alpha_{c_j}^{(i)}(t) \right\}_{j=1}^M, \quad \mathbf{b}_T(t) = \left\{ \alpha_{T_j}(t) \right\}_{j=1}^M, \\ \mathbf{b}_{N_i}(t) = \left\{ \alpha_{N_j}^{(i)}(t) \right\}_{j=1}^M :$$

$$\mathbf{M}^{(1)} \frac{d\mathbf{b}_s(t)}{dt} + \mathbf{L}^{(1)} \mathbf{b}_s(t) = \mathbf{F}^{(1)} + \sum_{i=1}^n \mathbf{P}^{(i)} \mathbf{b}_{c_i}(t) + \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{b}_T(t), \quad (19)$$

$$\mathbf{M}_i^{(2)} \frac{d\mathbf{b}_{c_i}(t)}{dt} + \mathbf{L}_i^{(2)} \mathbf{b}_{c_i}(t) = \mathbf{F}_i^{(2)} + \mathbf{R}_i^{(2)} \mathbf{b}_T(t), \quad i = \overline{1, n} \quad (20)$$

$$\mathbf{M}^{(3)} \frac{d\mathbf{b}_T(t)}{dt} + \mathbf{L}^{(3)} \mathbf{b}_T(t) = \mathbf{F}^{(3)}, \quad (21)$$

$$\mathbf{M}_i^{(4)} \frac{d\mathbf{b}_{N_i}(t)}{dt} = \mathbf{F}_i^{(4)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (22)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}^{(1)} \mathbf{b}_s^{(0)} = \tilde{\mathbf{F}}^{(1)}, \quad \tilde{\mathbf{M}}_i^{(2)} \mathbf{b}_{c_i}^{(0)}(t) = \tilde{\mathbf{F}}_i^{(2)}, \quad \tilde{\mathbf{M}}^{(3)} \mathbf{b}_T^{(0)}(t) = \tilde{\mathbf{F}}^{(3)}, \quad \tilde{\mathbf{M}}_i^{(4)} \mathbf{b}_{N_i}^{(0)} = \tilde{\mathbf{F}}_i^{(4)}, \quad (23)$$

$$\text{де} \quad \mathbf{b}_s^{(0)} = \left\{ a_{s_j}(0) \right\}_{j=1}^M, \quad \mathbf{b}_{c_i}^{(0)} = \left\{ a_{c_j}^{(i)}(0) \right\}_{j=1}^M, \quad \mathbf{b}_T^{(0)} = \left\{ a_{T_j}(0) \right\}_{j=1}^M,$$

$$\mathbf{b}_{N_i}^{(0)} = \left\{ a_{N_j}^{(i)}(0) \right\}_{j=1}^M, \quad \mathbf{M}^{(k)} = \left\{ m_{ij}^{(k)} \right\}_{i,j=1}^M, \quad \mathbf{F}^{(k)} = \left\{ f_i^{(k)} \right\}_{i=1}^M, \quad \tilde{\mathbf{F}}^{(k)} = \left\{ \tilde{f}_i^{(k)} \right\}_{i=1}^M,$$

$$\tilde{\mathbf{M}}^{(k)} = \left\{ \tilde{m}_{ij}^{(k)} \right\}_{i,j=1}^M, \quad k = \overline{1, n+2}, \quad \mathbf{L}^{(k)} = \left\{ l_{ij}^{(k)} \right\}_{i,j=1}^M, \quad k = \overline{1, 3}, \quad \mathbf{R}^{(k)} = \left\{ r_{ij}^{(k)} \right\}_{i,j=1}^M,$$

$$k = \overline{1, 2}, \quad \mathbf{P}^{(i)} = \left\{ p_j^{(i)} \right\}_{j=1}^M, \quad i = \overline{1, n}.$$

Визначення всіх елементів матриць та вектор-стовпців в (19)-(23) є однотипним і здійснюється за шаблоном методу колокації в точці. Тому для

зменшення громіздкості викладок наведемо такі формули лише для системи рівнянь (21). Маємо

$$m_{ij}^{(3)} = \begin{cases} [\rho C_{\rho s}(x_i, z_i) + \rho_{sk} C_{sk}(1 - \sigma)] \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T), & i \in \omega; \\ 0, & i \in \gamma; \end{cases}$$

$$l_{ij}^{(3)} = \begin{cases} -\lambda \left(\frac{\partial^2 \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T)}{\partial z^2} \right) + \\ + \rho C_{\rho} \left(v_x \frac{\partial \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T)}{\partial x} + v_z \frac{\partial \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T)}{\partial z} \right), & i \in \omega; \\ \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T), & i \in OA \cup AB \cup CB \cup ED; \\ \frac{\partial \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T)}{\partial x}, & i \in OE \cup DC; \end{cases}$$

$$f_i^{(3)} = \begin{cases} 0, & i \in \omega; \\ T_1(x_i, z_i), & i \in OA \cup AB \cup CB; \\ 0, & i \in OE \cup DC; \\ T_D(x_i, z_i), & i \in ED; \end{cases}$$

$$\tilde{m}_{ij}^{(3)} = \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T), \quad i = \overline{1, M}, \quad j = \overline{1, M}; \quad \tilde{f}_i^{(3)} = T_0(x_j, z_j), \quad i = \overline{1, M}.$$

Для числового розв’язання задачі Коші (19)-(23) поділимо часовий проміжок $[0; t_0]$ на m однакових частин з кроком $\tau = \frac{t_0}{m}$. Наближений розв’язок системи нелінійних диференціальних рівнянь можна знайти, наприклад, за допомогою лінеаризованої чисто неявної різницевої схеми [15]

$$\mathbf{M}^{(1)} \frac{\mathbf{\sigma}_s^{(k+1)} - \mathbf{\sigma}_s^{(k)}}{\tau} + \mathbf{L}^{(1)} \mathbf{\sigma}_s^{(k+1)} = \mathbf{F}^{(1)}(t_{(k+1)}) + \sum_{i=1}^n \mathbf{P}^{(i)} \mathbf{\sigma}_{c_i}^{(k)} + \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{\sigma}_T^{(k)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (24)$$

$$\mathbf{M}_i^{(2)} \frac{\mathbf{\sigma}_{c_i}^{(k+1)} - \mathbf{\sigma}_{c_i}^{(k)}}{\tau} + \mathbf{L}_i^{(2)} \mathbf{\sigma}_{c_i}^{(k+1)} = \mathbf{F}_i^{(2)}(t_{(k+1)}) + \mathbf{R}_i^{(2)} \mathbf{\sigma}_T^{(k+1)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (25)$$

$$\mathbf{M}^{(3)} \frac{\mathbf{\sigma}_T^{(k+1)} - \mathbf{\sigma}_T^{(k)}}{\tau} + \mathbf{L}^{(3)} \mathbf{\sigma}_T^{(k+1)} = \mathbf{F}^{(3)}(t_{(k+1)}), \quad (26)$$

$$\mathbf{M}_i^{(4)} \frac{\mathbf{N}_i^{(k+1)} - \mathbf{N}_i^{(k)}}{\tau} = \mathbf{F}_i^{(4)}(t_{(k+1)}), \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m-1}. \quad (27)$$

Тут верхніми індексами позначені значення матриць та векторів на відповідному часовому шарі. Рівняння (27) є результатом лінеаризації за Ньютоном різницевої схеми для системи нелінійних рівнянь (22), що відповідає рівнянню кінетики масообміну (3), де

$$\mathbf{F}_i^{(4)}(t_{(k+1)}) = \frac{\partial L_i}{\partial N_i}(\mathbf{N}_i^{(k)}) (\mathbf{N}_i^{(k+1)} - \mathbf{N}_i^{(k)}) + \mathbf{L}(\mathbf{N}_i^{(k)}).$$

4. Результати числових експериментів та їх аналіз

Експеримент 1. Розглянемо задачу вологоперенесення в ґрунтовому схилі (див. рис.1), коли з труби діаметром 0,3 м в безнапірному режимі витікає чиста вода.

Вхідні дані:

$$OA = 6 \text{ м}; \quad OD = 2 \text{ м}; \quad EC = 8 \text{ м}; \quad CB = 10 \text{ м}.$$

$$\sigma = 0,4; \quad k_s = 1 \frac{\text{м}}{\text{доба}}; \quad s_0 = 0,1; \quad s_1 = 0,1.$$

$$\theta_{\min} = 0,153; \quad \theta_{\max} = 0,250; \quad \psi_b = -0,2; \quad \lambda_h = 1; \quad c = 1,7.$$

Тут k_s - сталий коефіцієнт фільтрації. Процес досліджувався протягом $t_0 = 30$ діб з кроком по часу $\tau = 1$ доба. РБФ – мультиквадратична з параметром форми $\varepsilon = 5$. Область покриваємо 196 вузловими точками і такою ж кількістю колокаційних.

Як результат (рис. 2, а), область повного насичення ґрунту вологою невелика і знаходиться близько прориву, тоді як область часткового насичення, відмінного від природного стану ґрунту, значна і йде вглиб схилу, що говорить про вплив сили тяжіння на перенесення вологи. Відмітимо, що зміни, пов'язані з насиченням ґрунту вологою, на поверхні схилу не помітні.

Експеримент 2. Нехай прорив стався в каналізаційній трубі і в ґрунт надходять стічні води. Включаємо в розрахунок концентрацію кам'яної солі в рідкій фазі в розчині, що надходить з труби. Вважаємо, що на початок дослідження в поровій рідині є домішки NaCl, а тверда фаза відсутня. Значення коефіцієнта фільтрації беремо з експерименту 1 і вважаємо сталим. Вхідні дані для рівняння масопереносу солі:

$$\gamma_1 = 0 \text{ доба}^{-1}; \quad K_1^{(c)} = 2,9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{град} \cdot \text{доба}}; \quad D_1^{(c)} = 0,5 \frac{\text{м}^2}{\text{доба}};$$

$$C_i^* = 50 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad c_0^{(1)} = 5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

На рис. 2, б видно, що концентрація солі в рідині, що витікає, не має значного впливу на поширення вологи і діє лише за рахунок хімічного осмосу, а коефіцієнт фільтрації не залежить від концентрації солей.

Експеримент 3. Розглянемо випадок, коли в ґрунті знаходиться труба тепломагістралі і внаслідок аварії з неї витікає чиста тепла вода. Коефіцієнт фільтрації сталий. Вхідні дані:

$$\rho_{sk} = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \rho = 1100 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad c_p = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{м} \cdot \text{град}}; \quad c_{sk} = 836 \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{град}};$$

$$\lambda = 108 \frac{\text{кДж}}{\text{м} \cdot \text{град} \cdot \text{доба}}; \quad K^{(T)} = 2,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{град} \cdot \text{доба}}; \quad T^* = 70 \text{ }^\circ\text{C}; \quad T_0 = 4 \text{ }^\circ\text{C}.$$

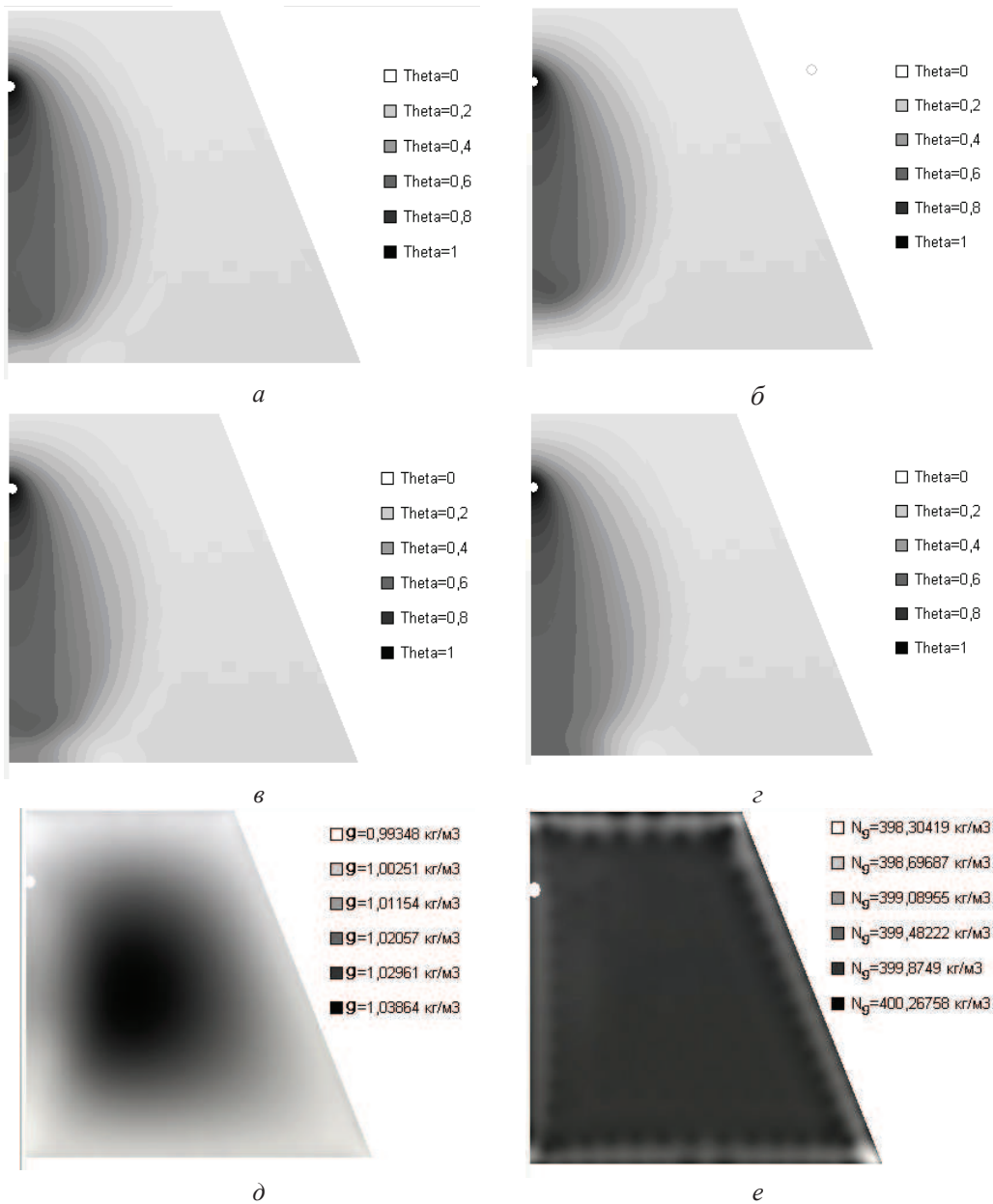


Рис. 2. Графічне представлення результатів експериментів

Як видно з рис. 2, в наявність поля температури зумовлює краще поширення води і збільшення площі зволоженого ґрунту.

Експеримент 4. Нехай внаслідок прориву з труби витікає тепла вода з розчином солі. Вхідні дані такі самі, як в експерименті 2 і 3. Залежність коефіцієнта фільтрації $K(c, T)$ від температури та концентрації солі апроксимуємо, використовуючи метод РБФ з експериментальними даними, взятими з монографії [15].

Сумісне врахування температури і концентрації рідини, що надходить з труби (рис. 2, з), помітно змінює картину зволоженості ґрунту, що важливо при моделюванні вологоперенесення, адже область часткового насичення ґрунту, відмінного від мінімального, значно ширша.

Експеримент 5. Нехай ґрунт досліджуваного схилу загіпсований на 20%, тобто $N_0^{(g)} = 400 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ [23]. З труби витікає розчин кам'яної солі концентрацією

C_1^* з температурою T^* . Для апроксимації залежності $C_2^*(c, T)$ використаємо метод РБФ з експериментальними даними взятими з [24]. Решта вхідних даних наступна:

$$\gamma_2 = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ доба}^{-1}; \quad \alpha = 0,5; \quad K_2(c) = 2,9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{град} \cdot \text{доба}}.$$

Процес розчинення гіпсу дуже повільний (рис. 2, д, е), але за час експерименту вже помітний приріст насиченості і зменшення загіпсованості ґрунту в області з більшою насиченістю. Можна прогнозувати, що з часом за рахунок розчинення гіпсу область насиченого ґрунту буде розширюватися.

5. Висновки за результатами і напрямки подальших досліджень

Отже, у статті побудовано і досліджено математичну модель вологоперенесення у ненасиченому ґрунті в результаті пробою у водонесучій комунікації, враховуючи вплив багатоконпонентного хімічного розчину та температури. Розв'язана відповідна крайова задача безсітковим методом радіальних базисних функцій.

Аналіз чисельних експериментів показав значну тривалість процесу змочування ґрунту вологою з ненапірного джерела та непомітність протікання цього процесу на поверхні, що може спричинити значні труднощі у виявленні та запобіганні аварії. Ефект на поширення води від дії температури є найбільшим з усіх факторів. Розчинення деяких солей підвищує осмотичний потенціал порового розчину і, в такому випадку, вода поширюється нерівномірно. Також взаємодія декількох компонентів солей (хлоридів, сульфатів, гідрокарбонатів) може спричинити покращення чи погіршення властивостей ґрунту та його структури, зокрема і зміну коефіцієнта вологоперенесення. Експерименти показують, що одночасний вплив тепло-солеперенесення не можна подати у вигляді суперпозиції окремо взятих процесів. Тому усі ці фактори необхідно враховувати при будівництві об'єктів чи розрахунку стійкості схилів.

У подальшому планується вирішення відповідної тривимірної крайової задачі та застосування до цієї моделі інших чисельних методів розв'язання рівнянь у частинних похідних.

ЛІТЕРАТУРА

1. Угненко Е.Б., Тимченко О.Н. Математическая модель прогнозирования возникновения грунтовых оползней // Вестник ХНАДУ. – 2010. – № 49. – С. 72-74.

2. Безпека життєдіяльності: Підручник / Под. ред. О.І. Запорожець. – К.: «Центр учбової літератури», 2013. – 448 с.
3. Емельянова Е.П. Основные закономерности оползневых процессов. – М.: Недра, 1972. – 308 с.
4. Кривонос Ю.Г., Скопецкий В.В. Математическое моделирование процессов формирования грунтовых и снеговых оползней // Прикладна гідромеханіка. – 2003. – Т. 5 (77). - № 1. – С. 36-41.
5. Эглит М.Э. Неустановившиеся движения в руслах и на склонах. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. - 96 с.
6. Математическое моделирование горных обвалов и оползней больших объемов / С.С. Григорян, Н.Н. Нилов, А.В. Остроумов, В.С. Федоренко // Инженерная геология. -1983. - №6. - С. 61-73.
7. Соколовська В.А. Фактори розвитку небезпечних інженерно-геологічних процесів в межах забудованих територій міст України // Містобудування та терит. планування. – 2004. – Вип. 19. – С. 226-231.
8. Шейдеггер А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. – М.: Гостоптехиздат, 1960. – 250 с.
9. Бомба А.Я., Сафоник А.П. Числово-асимптотичне наближення розв'язків сингулярно збурених задач процесів очищення рідин від багатоконпонентних забруднень // Вісник ХНУ. Серія Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. – 2012. - № 1037. – С. 18-27.
10. Мічута О.Р. Математичне моделювання впливу багатоконпонентних хімічних розчинів та неізотермічних умов на процеси консолідації ґрунтів в двовимірному випадку // Математичне та комп'ютерне моделювання. – 2012. – Вип. 6. – Сер. Технічні науки. – С. 143-153.
11. Caputo J.-G., Stepanyants Y. A. Front Solutions of Richards' Equation. // Transport in Porous Media. – 2007. – V. 74, Issue 1. – P. 1-20.
12. Feike J. Leij, Walter B. Russell, Scott M. Lesch Closed Form Expressions for Water Retention and Conductivity Data // Ground Water. – 1997. – Vol. 35, No 5. – P. 848 – 858.
13. Вабищевич П.Н. Математическое моделирование промачивания зоны аэрации в условиях близкого залегания грунтовых вод / П.Н. Вабищевич, А.О. Данияров // Математическое моделирование. – 1994. - Т. 6. - № 11. - С. 11-24.
14. Власюк А.П., Мартинюк П.М. Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації солевих розчинів в неізотермічних умовах. – Рівне: НУВГП, 2008. – 416с.
15. Власюк А.П., Мартинюк П.М. Чисельне розв'язування задач консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах тепло-масопереносу методом радіально-базисних функцій: Монографія. – Рівне: НУВГП, 2010. – 277 с.
16. Громадченко Т.В., Мартинюк П.М., Пашенко А.В. Математичне моделювання промочування сухого ґрунту в результаті аварії безнапірного водопроводу // Вісник ОДАБА. – 2012. - № 48, Ч.1. – С. 103 – 111.

17. W. Scott Sillers, Delwyn G. Fredlund. Statistical assessment of soil-water characteristic curve models for geotechnical engineering. – Canadian Geotechnical Journal. – 2001. - Vol.38. - No.6. – P. 1297-1313.
18. Fredlund D.G., Xing A. Equations for the soil-water characteristic curve. – Canadian Geotechnical Journal – 1994. - Vol.31. - No.4. – P. 521-532.
19. Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркін Г.Н. Приближенные методы математической физики. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 700 с.
20. Kansa E. J. Multiquadrics – a Scattered Data Approximation Scheme With Application to Computational Fluid-Dynamics. II. Solutions to Parabolic, Hyperbolic and Elliptic Partial Differential Equations // Comput. Math. Appl. — 1990. — Vol. 19. - No 8/9. — P. 147-161.
21. Колодяжний В.М., Рвачов В.О. Деякі властивості атомарних функцій багатьох змінних // Доповіді НАН України, № 1, 2005. – С. 12–20.
22. Колодяжний В.М., Лисина О.Ю. Численные схемы решения краевых задач на основе бессеточных методов с использованием РБФ и АРБФ // Проблемы машиностроения. – Т. 13, № 4. – 2010. – С. 49-56.
23. Fauziah Ahmad, MdAzlin MdSaid, Lamyaa Najah. Effect of Leaching and Gypsum Content on Properties of Gypseous Soil. – International Journal of Scientific and Research Publications, Vol. 2, Issue 9, September 2012. – p. 1-5.
24. Нгуен Фьонг Зунг. Исследование зависимости прочностных свойств грунта от его физического состояния // Инженерно-строительный журнал. – 2012. – № 9 (35). – С. 23-28.