

УДК 539.3:534.1

## Моделювання відгуку багатошарового оскління на статичне і динамічне навантаження

Н. В. Сметанкіна, С. В. Угрімов, О. М. Шупіков

*Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, Україна*

Запропоновано метод дослідження напружено-деформованого стану багатошарових елементів оскління літаків під впливом різних експлуатаційних факторів. Метод ґрунтується на уточненій моделі оскління та методі занурення області складної форми у плані в область канонічної форми. Задача зводиться до інтегрування системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь. Досліджено деформації та напруження у шарах елементів оскління під дією імпульсного та статичного навантажень. Теоретичні результати дослідження добре узгоджуються з експериментальними даними.

**Ключові слова:** багатошарове оскління, імпульсне навантаження, надлишковий тиск, метод занурення.

Предложен метод исследования напряженно-деформированного состояния многослойных элементов остекления самолетов при воздействии разных эксплуатационных факторов. Метод основывается на уточненной модели остекления и методе погружения области сложной формы в плане в область канонической формы. Задача сводится к интегрированию системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений. Исследованы деформации и напряжения в слоях элементов остекления под действием импульсной и статической нагрузок. Теоретические результаты исследования хорошо согласуются с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** многослойное остекление, импульсное нагружение, избыточное давление, метод погружения.

The method for analysis of the stress-strained state of laminated elements of the airplane glazing at effect of different operational factors is proposed. The method is based on the advanced glazing model and the method of immersing of an area of complicated shape in plan view to a canonical shape area. The problem is reduced to integration of systems of the singular integral-differential equations. Strains and stresses in layers of glazing elements under impulse and static loading are investigated. The theoretical results are consistent with experimental data.

**Keywords:** laminated glazing, impulse loading, overpressure, immersion method.

### 1. Вступ

Розвиток авіаційної техніки потребує удосконалення матеріалів, конструкцій і технологій виробництва оскління для кабін пілотів. Одним з найбільш важливих конструктивних елементів літальних апаратів є лобове оскління (ліхтарі й кабіни пілотів), тому що від його міцності залежить безпека екіпажа.

Збільшення швидкості й розмірів літаків, розширення мережі маршрутів і інтенсивності авіаційних вантажних і пасажирських перевезень приводять до зростання кількості зіткнень літальних апаратів із птахами [1, 2].

У більшості випадків проектування птахостійких елементів конструкцій літака здійснюється на основі експериментальних даних шляхом емпіричного підбору композиції пакета. Теоретичне обґрунтування конструкторських рішень практично відсутнє. Це пояснюється складністю розв'язання задач нестационарної динаміки багатошарових конструкцій при імпульсному й

ударному навантаженні, а також складністю опису процесу зіткнення із птахом [3, 4].

Велике значення для забезпечення нормального польоту має надійний і високоефективний захист від наддуву кабіни – статичного навантаження, яке виникає через перепад тисків зовні та всередині кабіни.

Таким чином, розробка методів розрахунку нестационарних коливань та напруженого стану багатошарового оскління є актуальним питанням.

Метою роботи є розробка методу розрахунку параметрів напружено-деформованого стану елементів багатошарового оскління при впливі статичних та динамічних навантажень, який дозволяє подати розв'язок задачі в аналітичному вигляді.

## 2. Постановка задачі

Будемо розглядати багатошарове скло як незамкнену шарувату циліндричну оболонку радіуса  $R$ , яка складена з  $I$  ізотропних шарів сталої товщини. На координатній поверхні  $xOy$  оболонка займає область  $\Omega$ , обмежену довільним контуром  $\Gamma$ :  $x_\Gamma = x_\Gamma(s)$ ,  $y_\Gamma = y_\Gamma(s)$  ( $s$  – поточна довжина дуги). За координатну поверхню приймається зовнішня поверхня першого шару. Координата  $x$  змінюється вздовж твірної, координата  $y$  – вздовж дуги поперечного перерізу оболонки. Додатний напрям осі  $Oz$  збігається з напрямом зовнішньої нормалі до координатної поверхні. На оболонку діють нестационарні навантаження  $\mathbf{P} = \{p_j(x, y, t)\}$ ,  $j = \overline{1, 3I+3}$ . Динамічна поведінка оболонки описується на основі кінематичних гіпотез, які враховують деформації поперечного зсуву, обтиснення вздовж товщини та інерції обертання нормального елемента у межах кожного шару [5, 6]

$$u_k^i = u_k + \sum_{j=1}^{i-1} h_j u_{3+I(k-1)+j} + (z - \delta_{i-1}) u_{3+I(k-1)+i}, \quad k = 1, 2, 3, \quad i = \overline{1, I}, \quad (1)$$

де  $\delta_i = \sum_{j=1}^i h_j$ ,  $\delta_{i-1} \leq z \leq \delta_i$ ;  $h_i$  – товщина  $i$ -го шару;  $u_k = u_k(x, y, t)$  ( $k = 1, 2, 3$ ) –

переміщення точки координатної поверхні в напрямку координатних осей;  $u_{3+I(k-1)+i} = u_{3+I(k-1)+i}(x, y, t)$  ( $k = 1, 2$ ) – кути повороту нормального елемента в  $i$ -му шарі навколо координатних осей  $Ox$  та  $Oy$ ;  $u_{3+2I+i} = u_{3+2I+i}(x, y, t)$  – обтиснення нормального елемента в  $i$ -му шарі;  $t$  – час.

Деформації шарів визначаються відповідно до формул Коші. Напруження і деформації в шарах зв'язані законом Гука. Рівняння руху багатошарової оболонки та граничні умови виводяться на основі варіаційного принципу Остроградського-Гамільтона з урахуванням гіпотез (1)

$$\mathbf{M} \mathbf{U}_{,tt} + \mathbf{A} \mathbf{U} = \mathbf{P}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}_{,t} = 0, \quad t = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{B}^\Gamma \mathbf{U} = \mathbf{P}^\Gamma, \quad (3)$$

де  $\mathbf{U}$  – вектор, компонентами якого є шукані функції переміщень (1);  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{A}$  – квадратні матриці порядку  $3I+3$  [5, 6];  $\mathbf{P}$  – вектор навантажень. Вигляд

елементів матриці  $\mathbf{V}^\Gamma$  та вектора граничних навантажень  $\mathbf{P}^\Gamma$  залежить від граничних умов на контурі оболонки [5, 6].

У випадку статичного навантаження система рівнянь руху оболонки перетворюється на систему рівнянь рівноваги.

### 3. Метод розв'язання

Розв'язання отриманої системи рівнянь (2) здійснюється методом занурення [5, 6]. Згідно з цим методом замість вихідної оболонки складної форми у плані розглядається допоміжна шарнірно оперта циліндрична оболонка прямокутної форми у плані того ж радіуса кривини, з тією ж композицією шарів. В області  $\Omega$  допоміжна оболонка навантажена так само, як і вихідна оболонка. Тотожність напружено-деформованого стану в області  $\Omega$  допоміжної оболонки стану вихідної оболонки забезпечується шляхом додавання компенсуючих навантажень  $q_j^{\text{comp}}(s, t)$ ,  $j = \overline{1, 3I+3}$ , які неперервно розподілені вздовж контуру  $\Gamma$ .

Компенсуючі навантаження входять у рівняння руху допоміжної оболонки у вигляді таких інтегральних співвідношень:

$$p_j^{\text{comp}}(x, y, t) = \sum_{k=1}^{3I+3} \oint_{\Gamma} \zeta_{jk} q_k^{\text{comp}}(s, t) \delta(x - x_\Gamma, y - y_\Gamma) ds, \quad j, k = \overline{1, 3I+3},$$

де  $\delta(x - x_\Gamma, y - y_\Gamma)$  – двовимірна  $\delta$ -функція.

Елементи матриці  $\zeta_{jk}$ , що не дорівнюють нулю, мають вигляд

$$\zeta_{11} = \zeta_{22} = \zeta_{3+i, 3+i} = \zeta_{3+I+i, 3+I+i} = y'_\Gamma, \quad \zeta_{33} = \zeta_{3+2I+i, 3+2I+i} = 1,$$

$$\zeta_{12} = \zeta_{3+i, 3+I+i} = x'_\Gamma, \quad \zeta_{21} = \zeta_{3+I+i, 3+i} = -x'_\Gamma, \quad i = \overline{1, I},$$

де  $x'_\Gamma = \frac{dx_\Gamma}{ds}$ ,  $y'_\Gamma = \frac{dy_\Gamma}{ds}$ .

Компенсуючі навантаження визначаються з розв'язку системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь, в основі якої лежать граничні умови вихідної оболонки (3). Метод розв'язання цієї системи полягає в тому, що переміщення  $U$  та навантаження розвиваються в тригонометричні ряди по функціях, що задовольняють умови шарнірного опирання допоміжної прямокутної оболонки

$$u_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y), \quad p_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y), \quad (4)$$

$$p_j^{\text{comp}}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}^{\text{comp}}(t) B_{jmn}(x, y),$$

$$B_{1mn} = \cos \alpha_m x \sin \beta_n y, \quad B_{2mn} = \sin \alpha_m x \cos \beta_n y, \quad B_{3mn} = \sin \alpha_m x \sin \beta_n y,$$

$$B_{3+i, mn} = B_{1mn}, \quad B_{3+I+i, mn} = B_{2mn}, \quad B_{3+2I+i, mn} = B_{3mn},$$

$$p_{jmn}(t) = \frac{4}{AB} \int_0^{\frac{AB}{2}} \int_0^{\frac{AB}{2}} p_j(t) B_{jmn}(x, y) dx dy,$$

$$p_{jmn}^{\text{comp}}(t) = \frac{4}{AB} \sum_{k=1}^{3I+3} \oint_{\Gamma} \zeta_{jk} q_k^{\text{comp}}(s,t) B_{jmn}(x_{\Gamma}, y_{\Gamma}) ds;$$

$$\alpha_m = m\pi/A, \beta_n = n\pi/B, m = \overline{1, m^*}, n = \overline{1, n^*}, i = \overline{1, I}, j = \overline{1, 3I+3},$$

де  $A$  – довжина твірної допоміжної оболонки;  $B$  – довжина напямної цієї оболонки.

Крім того, функції компенсуючих навантажень і граничних переміщень розвиваються в ряд уздовж контуру  $\Gamma$  [5, 6]

$$q_j^{\text{comp}}(s,t) = \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\mu=0}^{\infty} f_{j\alpha\mu}(t) d_{\alpha\mu}(s),$$

$$u_j(s,t) = \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\mu=0}^{\infty} u_{j\alpha\mu}(t) d_{\alpha\mu}(s), \quad j = \overline{1, 3I+3}, \quad (5)$$

де  $d_{1\mu} = \sin[\mu\gamma(s)]$ ,  $d_{2\mu} = \cos[\mu\gamma(s)]$ ,  $\gamma(s) = 2\pi \int_0^s d\tilde{s} / \int_0^{s^*} d\tilde{s}$ ,  $0 \leq \gamma(s) \leq 2\pi$ .

У результаті розвинення переміщень і зовнішніх навантажень у ряди (4) та (5) система (2) зводиться до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами і нульовими початковими умовами. Ця система інтегрується за допомогою однокрокового методу [5, 6], який ґрунтується на розвиненні розв'язку в ряд Тейлора.

Після обчислення компенсуючих навантажень, визначаються переміщення (1), деформації і напруження у шарах вихідної оболонки.

#### 4. Математична модель ударного імпульсу

Пропонується математична модель імпульсу тиску, що виникає при зіткненні багат шарового оскління зі птахом. Птах моделюється еліпсоїдом обертання з півосями  $a$ ,  $b$  і  $c$ . Експериментально встановлено, що область взаємодії птаха з елементом оскління являє собою еліптичну площадку [7, 8], а компоненти вектора навантаження  $\mathbf{P}$  в системі (2) можна подати у вигляді

$$p_1 = p_2 = p_{3+i} = p_{3+I+i} = p_{3+2I+i} = 0, \quad i = \overline{1, I}, \quad p_3 = \frac{1}{2} [1 + \text{sign}(\tau_b - t)] F(t),$$

де  $\tau_b$  – час дії імпульсу;  $F(t) = P_0(t) \left[ 1 - \frac{(x-x_1)^2}{u_b^2} - \frac{(y-y_1)^2}{v_b^2} \right]^{1/2}$ ;  $u_b$  и  $v_b$  –

півосі площадки навантаження, які встановлюються на основі експериментальних даних;  $x_1$  и  $y_1$  – координати точки перетинання траєкторії центра маси птаха з елементом оскління.

Функція  $p_3(x, y, t)$  задовольняє умову

$$P_b(t) = \iint_{\Omega(t)} p_3 d\Omega = \frac{2}{3} P_0 \pi u_b v_b,$$

де  $P_b(t)$  – сила контактної взаємодії птаха й оскління (миттєва сила удару);  
 $\Omega(t)$  – область контакту птаха й оскління. Звідси  $P_0(t)$

$$P_0(t) = \frac{3 P_b(t)}{2 \pi u_b v_b}.$$

### 5. Чисельні результати

Досліджено реакцію елемента оскління ліхтаря кабіни літака АН-24 на удар птаха. Оскління являє собою пружно оперту циліндричну оболонку з радіусом 1,1 м. Шари оболонки виконані з матеріалів з наступними характеристиками:  $E_i = 6,12 \cdot 10^4$  МПа (модуль пружності),  $\nu_i = 0,22$  (коефіцієнт Пуассона),  $i = 1, 3, 5$ ;  $E_2 = 1$  МПа,  $E_4 = 280$  МПа,  $\nu_i = 0,39$ ,  $i = 2, 4$ ;  $\rho_i = 2500$  кг/м<sup>3</sup>,  $i = 1, 3, 5$ ,  $\rho_i = 1200$  кг/м<sup>3</sup>,  $i = 2, 4$  (густина матеріалу);  $h_1 = 5$  мм,  $h_2 = 5$  мм,  $h_3 = 6$  мм,  $h_4 = 2$  мм,  $h_5 = 10$  мм (товщини шарів).

Удар наносився в середину зовнішньої поверхні оскління паралельно осі фюзеляжу літака. Також методом динамічної широкосмугової тензометрії проводилося експериментальне дослідження [5].

На рис. 1 показана розрахункова схема елемента оскління і позначена точка  $C$ , у якій досліджувалися деформації. Геометричні параметри елемента оскління такі:  $l_1 = 0,36$  м,  $l_2 = 0,39$  м,  $l_3 = 0,34$  м,  $l_4 = 0,45$  м,  $R_i = 0,04$  м,  $i = \overline{1, 4}$ .

Також на рис. 1 наведена залежність від часу головної деформації  $\varepsilon_1^5$  в точці  $C$  при ударі птаха 1,74 кг зі швидкістю 99,07 м/с. Результатам розрахунку відповідає суцільна лінія, результатам експерименту – пунктирна. Добре узгодження розрахункових і експериментальних даних підтверджує вірогідність результатів, одержаних за допомогою розробленого методу.

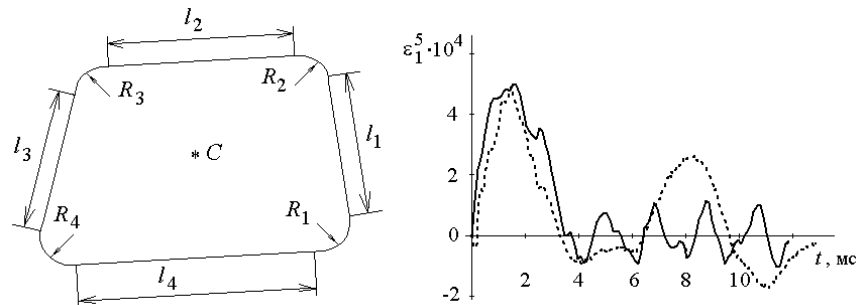


Рис. 1. Розрахункова схема та реакція елемента оскління літака АН-24 на удар птаха

Досліджено напружений стан елемента оскління літака типу ІЛ-76 під дією наддуву кабіни – статичного навантаження, рівномірно розподіленого по всій площі оскління з інтенсивністю навантаження  $P_0 = 0,172$  МПа. Це перепад тисків зовні й усередині кабіни літака на висоті 14500 м.

На рис. 2 наведена розрахункова схема оскління з такими геометричними параметрами:  $l_1 = 0,74$  м,  $l_2 = 0,16$  м,  $l_3 = 0,75$  м,  $l_4 = 0,26$  м,  $R_k = 0,03$  м,  $k = 1,4$ ,  $R = 2,5$  м. Шари виконані з матеріалів з наступними характеристиками:  $E_i = 6,8 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu_i = 0,22$ ,  $i = 1, 3, 5$ ;  $E_i = 2,2 \cdot 10^2$  МПа,  $\nu_i = 0,38$ ,  $i = 2, 4$ ;  $h_1 = 5$  мм,  $h_2 = 3$  мм,  $h_3 = 12$  мм,  $h_4 = 2$  мм,  $h_5 = 8$  мм.

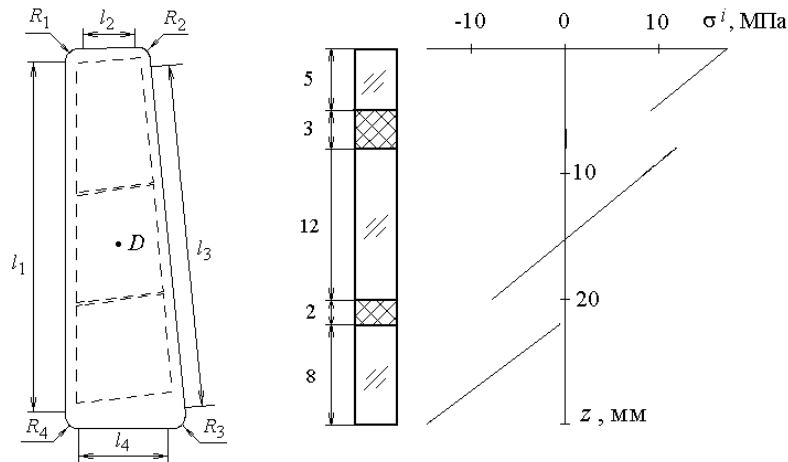


Рис. 2. Розрахункова схема та розподіл напруження вздовж елемента оскління літака типу ІІ-76

Крім того, на рис. 2 показано композицію шарів та розподіл головного напруження  $\sigma^i$  ( $i = \overline{1, I}$ ) вздовж товщини оскління в точці  $D$ . На рисунку видно, що на зовнішній поверхні оскління виникає розтягуюче напруження, яке є небезпечним. Але у розглядуваному випадку це напруження не перевищило допустимого значення.

### 5. Висновки за результатами й напрямки подальших досліджень

Створено метод дослідження напружено-деформованого стану багатошарових елементів оскління літаків, який базується на уточненій моделі оскління і враховує вплив різних експлуатаційних факторів.

Елементи оскління розглядаються як багатошарові незамкнені циліндричні оболонки складної форми в плані, поведінка яких досліджується в рамках теорії першого порядку, що враховує деформації поперечного зсуву, обтиснення по товщині й інерції обертання нормального елемента у кожному шарі. На основі методу занурення розв'язок задачі подано у вигляді тригонометричного ряду.

Можливості методу проілюстровані на прикладі розрахунку деформацій та напружень у шарах елементів оскління сучасних літаків під дією імпульсного (удар птаха) та статичного (надлишковий тиск) навантажень. Добре узгодження теоретичних і експериментальних даних підтвердило вірогідність результатів, одержаних за допомогою запропонованого методу.

Надалі метод можна застосувати до розрахунку елементів конструкцій літальних апаратів під дією інтенсивних навантажень, що дозволить скоротити витрати і час на передпроектні дослідження і натурні випробування.

Робота виконана у рамках Цільової комплексної програми наукових досліджень НАН України «Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин» («Ресурс»).

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Эндерс Г. Столкновения с птицами – постоянная угроза / Г. Эндерс // Аэропорт.– 2001.– № 5.– С.29-31.
2. Статистика авиакатастроф // Гражд. авиация.– 2007.– № 1.– С. 37–39.
3. Heimbs S. Computational methods for bird strike simulations: a review // Computers and Structures. – 2011. – v. 89, №. 23–24. – P. 2093–2112.
4. Shupikov A.N., Ugrimov S.V., Smetankina N.V., Yareshchenko V.G., Onhirsky G.G., Ukolov V.P., Samoylenko V.F., Avramenko V.L. Bird dummy for investigating the bird-strike resistance of aircraft components // J. of Aircraft.– 2013. – v. 50, № 3. – P. 817–826.
5. Нестационарные колебания многослойных пластин и оболочек и их оптимизация / А.Н. Шупиков, Я.П. Бузько, Н.В. Сметанкина, С.В. Угримов. – Харьков: Изд-во ХНЭУ, 2004.– 252 с.
6. Сметанкина Н.В. Нестационарное деформирование, термоупругость и оптимизация многослойных пластин и цилиндрических оболочек. – Харьков: Изд-во «Міськдрук», 2011.– 376 с.
7. Онгирский Г.Г. Влияние кинематических факторов на реакцию деформируемой преграды при столкновении с птицей / Г.Г. Онгирский, А.Н. Шупиков, С.В. Угримов // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – 2008. – Вып. 5(56). – С. 54-62.
8. Голощاپов В.Н., Лебединский В.И., Якоби В.Э., Янчина В.И. Некоторые результаты обобщения физических, геометрических и весовых характеристик птиц, необходимых для оценки динамических процессов при соударении с преградой // Защита материалов и технических устройств от птиц. Сер. Биологические повреждения.– М.: Наука, 1984.– С. 201–214.