

УДК 519.6, 537.5

Имитационное моделирование системы «электронный пучок – модуляционно неустойчивые плазменные колебания»

А. В. Приймак

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина

Выполнено объединение модели системы «электронный пучок - плазма» и гибридной модели модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме. Влияние моделей друг на друга частично симулировано через параметр уровня поглощения и законы сохранения энергии. Найдено такое поглощение в модели «электронный пучок - плазма», при котором динамика процессов в рассматриваемых моделях наиболее близка по энергетическим показателям. Показано использование переменного значения поглощения, которое рассчитывается из законов сохранения энергии двух моделей. Определены параметры многомодового режима в модели «электронный пучок - плазма».

Ключевые слова: модель пучка электронов в плазме, параметрическая неустойчивость ленгмюровских волн, модель Силина, баланс энергии в системе, имитация влияния моделей.

Виконано об'єднання моделі системи «електронний пучок - плазма» і гібридної моделі модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль в плазмі. Вплив моделей одна на одну частково імітований через параметр рівня поглинання і закони збереження енергії. Знайдено таке поглинання в моделі «електронний пучок - плазма», при якому динаміка процесів в розглянутих моделях найбільш близька за енергетичними показниками. Показано використання змінного значення поглинання, яке розраховується із законів збереження енергії двох моделей. Визначено параметри многомодового режиму в моделі «електронний пучок - плазма».

Ключові слова: модель пучка електронів в плазмі, параметрична нестійкість ленгмюрівських хвиль, модель Силина, баланс енергії в системі, імітація впливу моделей.

The integration of "electron beam - plasma" model and the hybrid model of modulation instability of Langmuir waves in plasma was performed. The influence of models on each other is partly simulated through the parameter of absorption level and the energy conservation law. In the "electron beam - plasma" model, such absorption level was found, in which the dynamics of processes in both considered models is the closest comparing by the energy indicators. It was shown how to use the variable absorption value, which is calculated from the energy conservation laws of two models. Also the parameters of the multimode regime in the "electron beam - plasma" model were defined.

Key words: model of electron beam in plasma, parametric instability of plasma waves, Silin's model, energy conservation laws, imitation of model influence.

1. Введение

Использование возбуждаемых пучком в плазме интенсивных колебаний представляет интерес для целей генерации и усиления [1–5], а также для нагрева электронов и ионов плазмы в условиях развития модуляционных неустойчивостей [6–14] и конечного поглощения энергии. В пучково-плазменных взаимодействиях развивается многомодовый режим генерации, возбуждаемые волновые пакеты имеют определенную спектральную ширину.

Создание полноценной аналитической модели взаимодействия пучка с плазмой является весьма сложной задачей, поэтому представляет интерес

использование имитационного моделирования, состоящего в имитации влияния пучка и плазмы друг на друга, используя их энергетические показатели.

Целью работы является объединение двух моделей:

- модели многомодового режима взаимодействия пучка электронов с плазмой в условиях линейного по амплитудам возмущений поглощения;

- модели модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме, которая описывает нелинейное поглощение.

При объединении моделей необходимо найти такой уровень поглощения Θ в модели «электронный пучок - плазма», динамика процесса которой близка к режиму работы модели модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн по энергетическим показателям.

2. Имитационное моделирование

В качестве одномерных гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме рассматривались модели Силина и Захарова [14, 17-19]. В настоящей работе используется гибридная модель Силина, т.к. нас интересовало возбуждение параметрически неустойчивых ленгмюровских волн именно пучком релятивистских электронов. Характерное время развития модуляционной неустойчивости $\omega_{pe} / \delta = 29.4$ в модели «электронный пучок - плазма» в работах [15, 16] в наибольшей степени соответствует модели Силина. Математическая модель Силина детально представлена в работах [17,20].

Математическая одномерная модель системы «электронный пучок - плазма» приведена в работе [15], физическая модель обсуждается в работе [16].

Математические модели изложены в единой системе обозначений далее.

Гибридная модель Силина [17,20]. Уравнения для высокочастотных колебаний представлены в виде уравнений для амплитуды и фазы в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_n}{\partial \tau} + \theta \cdot \frac{n^6}{n_M^6} \cdot e_n - \frac{|n|}{n} J_1(a_n) [M_{nr} \cos(\phi - \psi_n) - M_{ni} \sin(\phi - \psi_n)] + \\ + \frac{|n|}{2} \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m|} \cdot \{e_{-m} J_2(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \sin(2\phi - \psi_n - \psi_{-m}) + M_{n-m,i} \cos(2\phi - \psi_n - \psi_{-m})] + \\ + e_m \cdot J_0(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \sin(\psi_m - \psi_n) + M_{n-m,i} \cos(\psi_m - \psi_n)]\} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_n}{\partial \tau} - \Delta - \frac{|n|}{ne_n} J_1(a_n) [M_{nr} \sin(\phi - \psi_n) + M_{ni} \cos(\phi - \psi_n)] - \\ - \frac{|n|}{2e_n} \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m|} \cdot \{e_{-m} J_2(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \cos(2\phi - \psi_n - \psi_{-m}) - M_{n-m,i} \sin(2\phi - \psi_n - \psi_{-m})] + \\ + e_m \cdot J_0(a_{n-m}) [M_{n-m,r} \cos(\psi_m - \psi_n) - M_{n-m,i} \sin(\psi_m - \psi_n)]\} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\theta \cdot n^6 / n_M^6; \theta = 0.05$ определяет поглощение энергии ВЧ колебаний (поглощение Θ в модели «электронный пучок - плазма» и поглощение энергии ВЧ колебаний θ - различные параметры).

Уравнения движения ионов имеют вид

$$\frac{dv_s}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_e \omega_p^2}{M \delta^2} \right) \sum_{n \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|n|} \{ \bar{E}_{nr} \cos(2\pi n \xi_s) - \bar{E}_{ni} \sin(2\pi n \xi_s) \}, \quad (3)$$

$$\frac{d\xi_s}{d\tau} = v_s, \quad (4)$$

где параметром является величина $\frac{m_e \omega_p^2}{M \delta^2} = 0.43$.

Для безразмерной плотности ионов $M_n = M_{nr} + iM_{ni}$ используются выражения

$$M_{nr} = \left(\frac{\omega_0}{\delta}\right) \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \text{Cos}(2\pi n \cdot \xi_s) \cdot d\xi_{s0}, \quad (5)$$

$$M_{ni} = -\left(\frac{\omega_0}{\delta}\right) \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \text{Sin}(2\pi n \cdot \xi_s) \cdot d\xi_{s0}. \quad (6)$$

В выражения (5)-(6) входит параметр $\omega_0 / \delta = \omega_p / \delta$.

Безразмерная напряженность медленно меняющегося электрического поля $\bar{E}_n = \bar{E}_{nr} + i\bar{E}_{ni}$

$$\begin{aligned} \bar{E}_{nr} = & \frac{|n|}{n} \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}}\right) M_{ni} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] + \frac{1}{2} J_1(a_n) [e_n \cdot \text{Cos}(-\phi + \psi_n) - e_{-n} \text{Cos}(\phi - \psi_{-n})] + \\ & + \frac{1}{4} |n| |J_0(a_n)| \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m| |n-m|} e_{-m} \cdot e_m \text{Sin}(\psi_{n-m} - \psi_{-m}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{4} |n| |J_2(a_n)| \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{(n-m)}{|m| |n-m|} [e_{n-m} \cdot e_m \cdot \text{Sin}(\psi_{n-m} + \psi_m - 2\phi) + e_{-n+m} \cdot e_{-m} \cdot \text{Sin}(2\phi - \psi_{-n+m} - \psi_{-m})], \\ \bar{E}_{ni} = & -\frac{|n|}{n} \left(\frac{\delta}{\omega_p}\right) M_{nr} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] + \frac{1}{2} J_1(a_n) [e_n \text{Sin}(-\phi + \psi_n) - e_{-n} \text{Sin}(\phi - \psi_{-n})] - \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4} |n| |J_0(a_n)| \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{1}{|m| |n-m|} e_{-m} \cdot e_m \text{Cos}(\psi_{n-m} - \psi_{-m}) \\ & -\frac{1}{4} |n| |J_2(a_n)| \sum_{m \neq 0; \pm 1; n; n \pm 1} \frac{(n-m)}{|m| |n-m|} [e_{n-m} \cdot e_m \cdot \text{Cos}(\psi_{n-m} + \psi_m - 2\phi) + e_{-n+m} \cdot e_{-m} \cdot \text{Cos}(2\phi - \psi_{-n+m} - \psi_{-m})]. \end{aligned}$$

Выражения для безразмерной амплитуды и фазы внешней волны

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_0}{\partial \tau} = & -\frac{1}{2} \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|m|} \{M_{-mr} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \text{Cos}(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \text{Cos}(\psi_m - \phi)] - \\ & - M_{-mi} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \text{Sin}(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \text{Sin}(\psi_m - \phi)]\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} = & -\frac{1}{2a_0} \sum_{m \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|m|} \{M_{-mr} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \text{Sin}(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \text{Sin}(\psi_m - \phi)] - \\ & + M_{-mi} [e_{-m} \cdot J_2(a_m) \text{Cos}(\phi - \psi_{-m}) + e_m \cdot J_0(a_m) \text{Cos}(\psi_m - \phi)]\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Модель взаимодействия пучка электронов с плазмой в условиях конечного уровня диссипации [15]. Уравнения амплитуды A_{0p} и фазы φ_{0p} мод спектра:

$$\frac{1}{p} \frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} + \Theta \frac{A_{0p}}{p} = -R_{0p} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V_b / V_{0b}) \text{sin}(2\pi p \zeta_b - \varphi_{0p}) d\zeta_0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varphi_{0p}}{\partial \tau} + \Delta_p = R_{0p} \frac{p}{A_{0p}} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V_b / V_{0b}) \text{cos}(2\pi p \zeta_b - \varphi_{0p}) d\zeta_0, \quad (12)$$

где $R_{0p} = \frac{2\gamma_{b0}^3 p^2}{p_0 p^2 + p_0^2} G$, $G = 1$, $V_{0b} = \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{1}{2\pi p_0}$, $\Delta_p = \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{p}{p_0} \frac{p^2 - p_0^2}{p^2 + p_0^2}$, $\frac{\omega_{pe}}{\delta} = 29.4$.

Амплитуда a_0 и фаза ϕ_0 возбуждаемых пучком электронов длинноволновых ленгмюровских колебаний в фиксированной точке в лабораторной системе отсчета:

$$a_0 = p_0 \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}}\right)^2 \sqrt{\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\phi_{0p}')\right]^2 + \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\phi_{0p}')\right]^2}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_0}{\partial \tau} = & \left\{ \cos(\phi_0) \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[\frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} \frac{1}{p} \sin(\phi_{0p}') + \frac{A_{0p}}{p} \cos(\phi_{0p}') \frac{\partial \phi_{0p}'}{\partial \tau} \right] - \right. \\ & \left. - \sin(\phi_0) \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[\frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} \frac{1}{p} \cos(\phi_{0p}') - \frac{A_{0p}}{p} \sin(\phi_{0p}') \frac{\partial \phi_{0p}'}{\partial \tau} \right] \right\} / \\ & / \sqrt{\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\phi_{0p}')\right]^2 + \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\phi_{0p}')\right]^2}, \quad (14) \end{aligned}$$

где $\phi_{0p}' = \phi_{0p} + \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{(p - p_0)\tau}{p_0}$.

Уравнения движения частиц, моделирующих пучок:

$$\frac{d\zeta_b}{d\tau} = V_b, \quad (15)$$

$$\frac{dV_b}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\gamma_b^3} \sum_{p=1}^P \frac{A_{0p}}{p} \sin(2\pi p \zeta_b - \phi_{0p}), \quad (16)$$

где $\gamma_b = \gamma_b(\tau) = [1 - V_{0b}^2 (1 + \frac{V_b}{V_{0b}})^2 / C^2]^{-1/2}$, $C = \frac{1}{2\pi p_0} \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{1}{\beta_0}$, $\beta_0 = (1 - \gamma_{b0}^{-2})^{1/2}$.

Влияние двух обсуждаемых моделей друг на друга при их объединении.

Влияние модели Силина на модель «электронный пучок - плазма» осуществляется через использование поглощения $\Theta \frac{A_{0p}}{p}$ в уравнении A_{0p} (11), как и в работах [15, 16].

Влияние модели «электронный пучок - плазма» на модель Силина осуществляется через использование в последней уравнений a_0, ϕ_0 (13,14), а также через использование в рамках объединенной модели в уравнении $\frac{\partial \psi_n}{\partial \tau}$ (2)

величины фазовой расстройки $\Delta = -\frac{\partial \phi_0}{\partial \tau}$, в то время как в отдельной модели Силина ранее использовалось $\Delta = 1$:

После выхода значения a_0 на максимум уравнение a_0 из модели «электронный пучок - плазма» (13) заменяется на уравнение a_0 из отдельной модели Силина (9). Благодаря такой замене обеспечивается спадание a_0 до

близких к нулю значений. Без проведения замены после выхода на максимум a_0 спадает слабо, а затем сильно осциллирует.

Закон сохранения энергии в системе.

Для модели «электронный пучок - плазма» выполняется соотношение, представляющее собой закон сохранения энергии [15]

$$\sum_{p=1}^P \frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \frac{A_{0p}^2}{p^2} + 2\Theta \sum_{p=1}^P \left(\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \sum_0^\tau \frac{A_{0p}^2}{p^2} \partial\tau \right) + 2\pi C^2 \gamma_{b0}^3 \frac{\delta}{\omega_{pe}} G \frac{1}{N} \sum_{b=1}^N (\gamma_b - \gamma_{b0}) = const, \quad (17)$$

где первое слагаемое отвечает за плотность энергии поля продольных колебаний в текущий момент, второе - за энергию, потерянную за счет диссипативных механизмов поглощения энергии колебаний в плазме (столкновительная диссипация) в единице объема, третье - определяет энергию, потерянную частицами пучка в единице объема.

Закон сохранения энергии для модели Силина имеет вид

$$\frac{a_0^2}{4\pi p_0^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{p_0^2} \frac{1}{16\pi} \sum_n \frac{e_n^2}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{p_0^2} \frac{\theta}{8\pi} \int_0^\tau d\tau' \sum_n \frac{n^6}{n_M^6} \cdot \frac{e_n^2(\tau')}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{\pi}{2p_0^2} \frac{M}{m_{eo}} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 \cdot d\xi_0 = Const. \quad (18)$$

Здесь (18) энергия интенсивной длинноволновой ленгмюровской волны (1-е слагаемое) переходит сначала в энергию ВЧ ленгмюровского коротковолнового спектра (2-е слагаемое). Затем ВЧ поле вследствие затухания на электронах выгорает, передавая свою энергию электронам плазмы (3-е слагаемое). Каверны в этих условиях «схлопываются», возбуждаются НЧ волны, траектории ионов пересекаются и энергия «схлопнувшихся» каверн и НЧ спектра передается ионам (4-е слагаемое) [19]:

В рамках объединенной модели 2-е слагаемое выражения (17) соответствует сумме 2,3,4 слагаемых в выражении (18):

$$2\Theta \sum_{p=1}^P \left(\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \sum_0^\tau \frac{A_{0p}^2}{p^2} \partial\tau \right) = \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{p_0^2} \frac{1}{16\pi} \sum_n \frac{e_n^2}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{p_0^2} \frac{\theta}{8\pi} \int_0^\tau d\tau' \sum_n \frac{n^6}{n_M^6} \cdot \frac{e_n^2(\tau')}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{\pi}{2p_0^2} \frac{M}{m_{eo}} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 \cdot d\xi_0. \quad (19)$$

где сумма слагаемых в правой части (19) отвечает поглощению энергии поля, возбуждаемого пучком электронов в плазме.

Переменное значение поглощения Θ .

В работе [15] рассмотрены случаи постоянного значения поглощения в модели «электронный пучок - плазма» $\Theta = 0; 0.1; 0.3; 0.7; 1; 3; 5; 7$.

Из выражения (19) можно рассчитывать значение Θ , которое будет изменяться со временем τ :

$$\Theta = \frac{\frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{p_0^2} \frac{1}{16\pi} \sum_n \frac{e_n^2}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{p_0^2} \frac{\theta}{8\pi} \int_0^\tau d\tau' \sum_n \frac{n^6}{n_M^6} \cdot \frac{e_n^2(\tau')}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{\pi}{2p_0^2} \frac{M}{m_{eo}} \int_{-1/2}^{1/2} (d\xi)^2 \cdot d\xi_0}{2 \sum_{p=1}^P \left(\frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \sum_0^\tau \frac{A_{0p}^2}{p^2} \partial\tau \right)} \quad (20)$$

Рассчитанное значение Θ подставляется в уравнение (11).

3. Постановка задачи и начальные условия

Для выполнения цели работы проводится численный эксперимент на графическом процессоре с использованием технологии compute unified device architecture (CUDA) для ускорения вычислений. Применение CUDA детально описано в [17]. Численный эксперимент представляет собой решение задачи Коши методом Эйлера.

На первом этапе в рамках объединенной модели подбирается такое значение Θ , чтобы выполнялось равенство в выражении (19). Также подбирается такое значение релятивистского фактора γ_0 , при котором a_{0max} близко к значению 0.06. Это связано с тем, что в модели Силина $a_0|_{\tau=0} = a_{0max} = 0.06$. Также определяются значения $p_{min}; p_{max}$ из значений средней полуширины спектра, как это показано в [15]. Вычислительный эксперимент, как и в предыдущих работах [14, 17-19], продолжается пока энергия ионов $\sum_s (d\xi_s/dt)^2$ в модели

Силина не выйдет на постоянное значение.

На втором этапе в рамках объединенной модели рассчитывается переменное значение поглощения Θ из уравнения (20) и подставляется в уравнение (11) в каждый момент времени. При этом ожидается, что равенство в выражении (19) будет выполняться.

На третьем этапе сравниваются полученные в рамках объединенной модели результаты с результатами отдельной модели Силина.

Значения параметров модели «электронный пучок - плазма» соответствуют работе [15]. Число мод спектра $P = 150$. Значение $p_0 = 100$. Число частиц пучка $I = 50 \cdot P = 7500$. Частицы равномерно распределены в начальный момент времени на интервале $-0.5 < \zeta_b < 0.5$, скорости частиц $V_b|_{\tau=0} = 0$.

Начальные значения $\frac{A_{0p}}{p}|_{\tau=0} = 10^{-5}$, $\varphi_{0p}|_{\tau=0} \in [0; 2\pi]$ – случайное число,

$$a_0|_{\tau=0} = p_0 \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right)^2 \sqrt{\left[\sum_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi'_{0p}) \right]^2 + \left[\sum_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi'_{0p}) \right]^2}, \quad \phi_0|_{\tau=0} = 0.$$

Значения параметров модели Силина соответствуют работе [18]. Количество частиц, моделирующих ионы $S = 20000$. Частицы равномерно распределены на интервале $-1/2 < \xi < 1/2$, $v_s|_{\tau=0} = 0$. Число мод спектра $-N < n < N$, $N = S/100$.

Начальная амплитуда ВЧ мод задается формулой $e_n|_{\tau=0} = e_{n0} = (2 + g) \cdot 10^{-3}$, где

$g \in [0;1]$ - случайное число, $\psi_n|_{\tau=0}$ также случайным образом распределены в интервале $0 \div 2\pi$. Поглощение энергии ВЧ колебаний $\theta \cdot n^6 / n_M^6; \theta = 0.05; n_M = 20$.

4. Результаты численного эксперимента

Подбор значения Θ , при котором выполняется равенство (19).

В работе [15] было определено, что для значений $\Theta \approx 0.6$ скорость отбора энергии у пучка наибольшая. Поэтому проверяется выполнение равенства в выражении (19) для значений Θ вблизи 0.6 (рис.1). Для $\Theta = 0.3$ подобран релятивистский фактор $\gamma_0 = 5.25$, при котором $a_{0\max} = 0.05996$. Для $\Theta = 0.5$ подобран $\gamma_0 = 5.21$, при котором $a_{0\max} = 0.05996$. Для $\Theta = 0.7$ подобран $\gamma_0 = 4.926$, при котором $a_{0\max} = 0.05994$. Во всех трех случаях $\Theta = 0.3; 0.5; 0.7$ определены значения $p_{\min} = 96; p_{\max} = 104$.

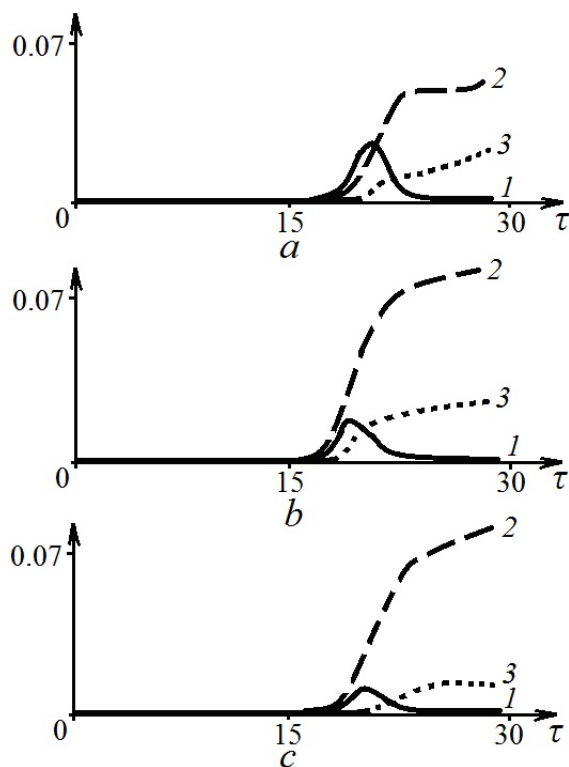


Рис.1. Поведение энергии поля (кривая 1), поглощения (кривая 2) и кривой 3 - суммы 2,3,4 слагаемых в выражении (18) от времени (a - $\Theta = 0.3$, b - $\Theta = 0.5$, c - $\Theta = 0.7$)

Из рисунка 1 видно, что при уменьшении поглощения Θ разница между кривыми 2 и 3, составляющими равенство (19), сокращается. Поэтому далее рассматриваются случаи еще более низкого значения поглощения $\Theta = 0.03; 0.05; 0.07$. Для всех трех случаев $\Theta = 0.03; 0.05; 0.07$ подобран релятивистский фактор $\gamma_0 = 4.085$ и определены значения $p_{\min} = 96; p_{\max} = 104$.

Для $\Theta = 0.03$ получено $a_{0\max} = 0.0598$. Для $\Theta = 0.05$ получено $a_{0\max} = 0.0601$. Для $\Theta = 0.07$ получено $a_{0\max} = 0.0603$. Из рисунка 2 видно, что равенство в выражении (19) лучше всего выполняется при $\Theta = 0.05$.

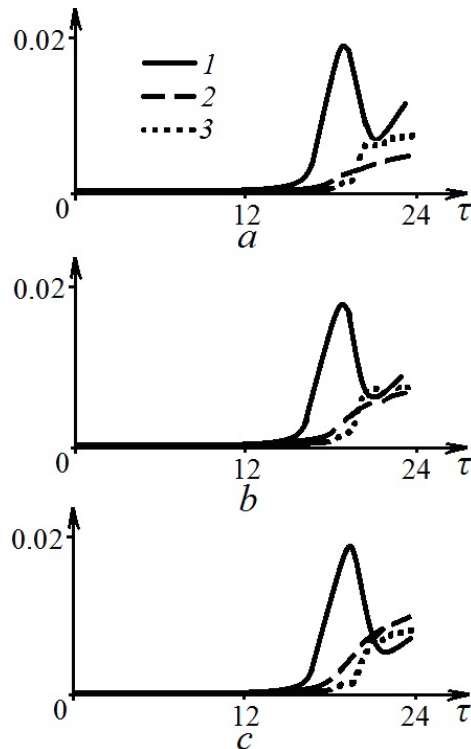


Рис.2. Поведение энергии поля (кривая 1), поглощения (кривая 2) и кривой 3 - суммы 2,3,4 слагаемых в выражении (19) от времени (а - $\Theta = 0.03$, б - $\Theta = 0.05$, с - $\Theta = 0.07$)

Вычисление переменного значения поглощения Θ

Переменное значение поглощения Θ рассчитывается из уравнения (20) и подставляется в уравнение (11) в каждый момент времени. Из рис.3 видно, что на начальной стадии численного эксперимента рассчитанное значение Θ оказывается слишком большим.

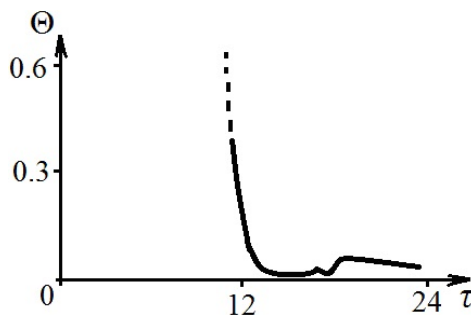


Рис.3. Поведение рассчитанного значения поглощения Θ от времени

Поэтому на начальной стадии численного эксперимента используется постоянное значение $\Theta = 0.05$, при котором, как было определено выше, выполняется равенство в выражении (19). После того, как рассчитанное значение поглощения станет меньше $\Theta = 0.05$, до конца счета в уравнение (11) будет подставляться именно рассчитанное Θ , даже если оно затем превысит $\Theta = 0.05$ (рис.4).

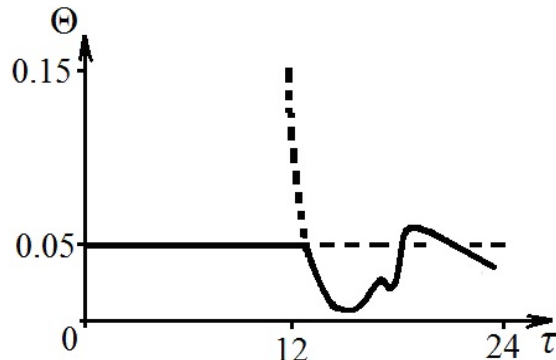


Рис.4. Подставляемое значение поглощения Θ в уравнение (11) от времени. Сначала подставляется постоянное значение $\Theta = 0.05$, затем рассчитанное Θ . Пунктиром показаны не используемые значения Θ

В результате получается полное совпадение составляющих равенства (19). При этом кривая 2 из рисунка 5 совпадает с кривой 3 из рисунка 2б.

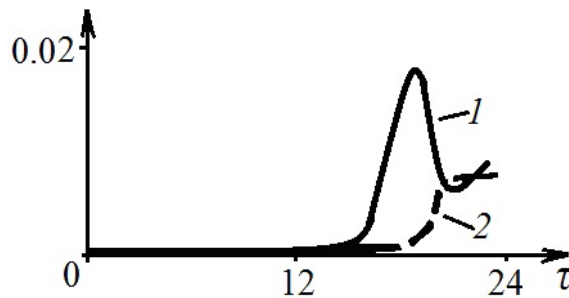


Рис.5. Поведение энергии поля (кривая 1), кривой 2 - совпадающих составляющих равенства (19) от времени

Сравнение результатов

В рамках объединенной модели для обеспечения спада амплитуды основной волны a_0 (рис.6) после выхода a_0 на максимум уравнение (13) заменяется на уравнение (9).

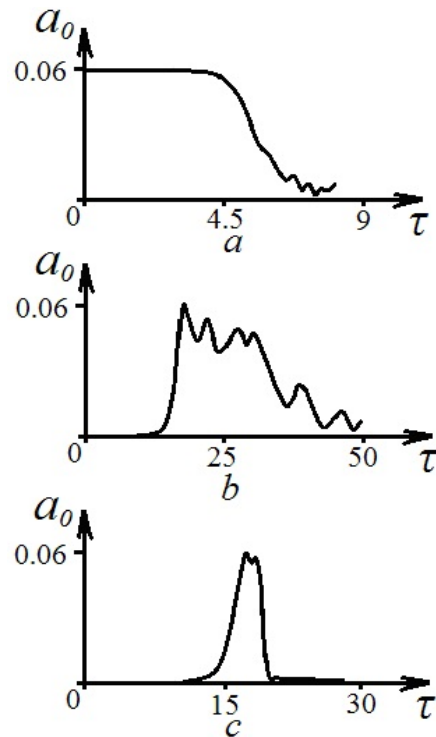


Рис.6. Поведення a_0 в окремій моделі Силина (а), в окремій моделі «електронний пучок - плазма» (б), в об'єднаній імітаційній моделі (с)

Вычислительный эксперимент продолжается до выхода энергии ионов на постоянное значение (рис.7). В объединенной модели кривая поведения энергии ионов от времени (кривая 2 рисунка 7) совпадает для случаев постоянного поглощения $\Theta = 0.05$ и переменного поглощения (рис.4):

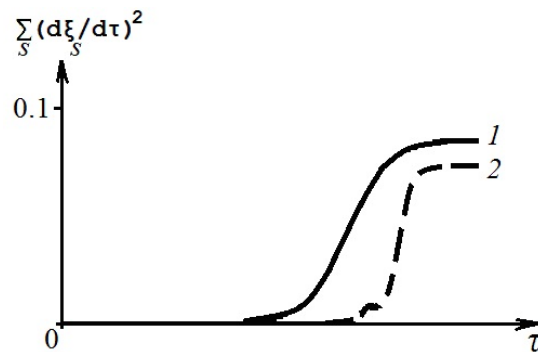


Рис.7. Энергия ионов $\sum_s (d\xi_s/dt)^2$ от времени (1 - в отдельной модели Силина, 2 - в объединенной модели)

Найдены отличия в распределении ионов по скоростям от наиболее близкого нормального распределения (способ нахождения отличий показан в [18]). Для

отдельной модели Силина отличия составляют 13%, в объединенной модели отличия меньше и составляют для $\Theta = 0.05$ - 8,3%, для переменного Θ - 8,1% (рис. 8).

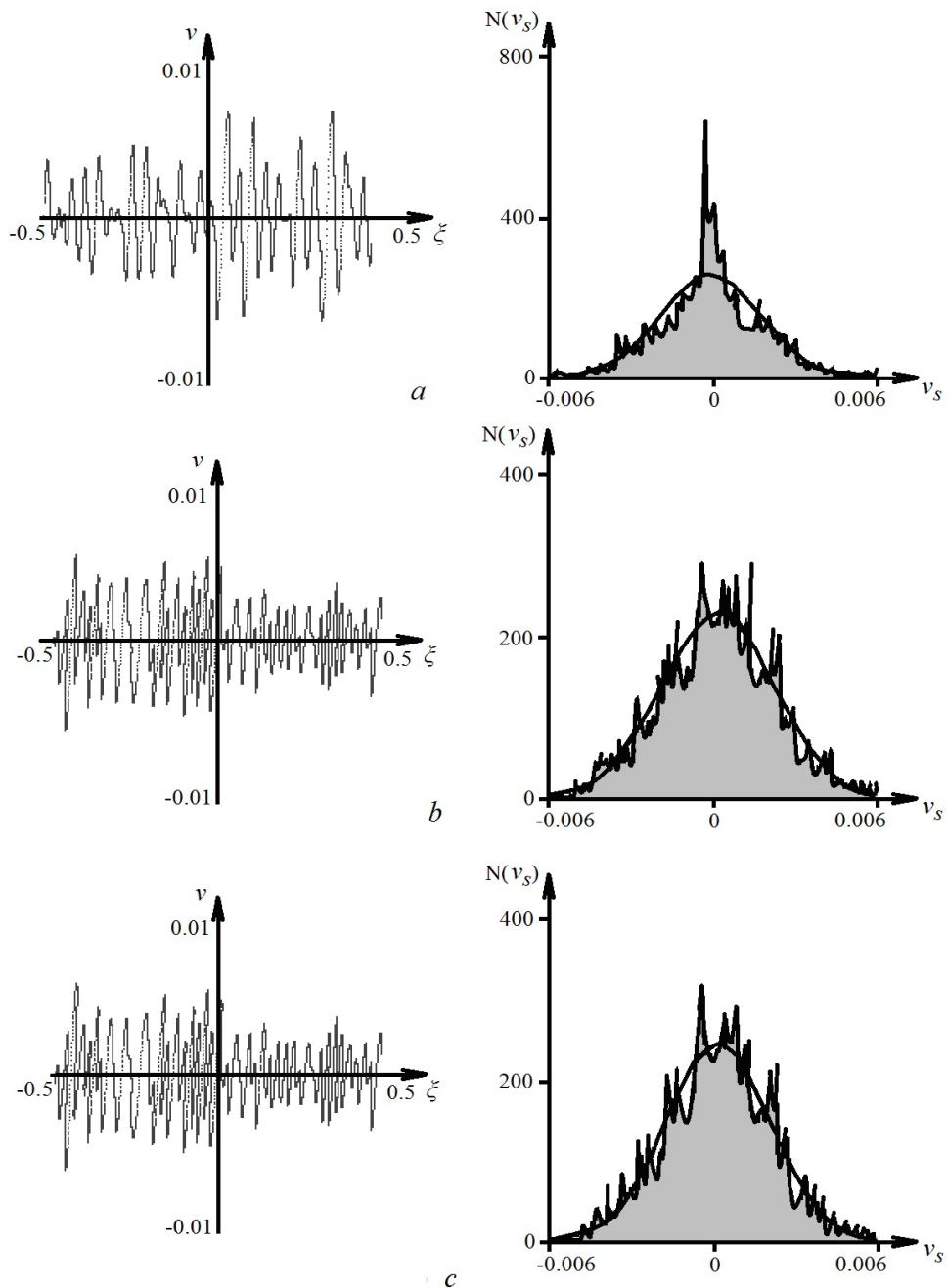


Рис.8. Ионы на плоскости (ξ, v) (слева) и распределение ионов по скоростям (справа) (a - в отдельной модели Силина, b - в объединенной модели для $\Theta = 0.05$, c - в объединенной модели для переменного Θ)

5. Выводы

Создана имитационная модель взаимодействия релятивистского пучка электронов с плазмой путем объединения 1D модели «электронный пучок - плазма» и 1D гибридной модели модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме (модель Силина) с имитацией влияния плазменных колебаний на пучок через параметр поглощения Θ . Определено, что степень влияния плазменных колебаний на пучок наиболее близко соответствует значению $\Theta = 0.05$.

Показано использование переменного значения Θ , которое рассчитывается из законов сохранения энергии рассматриваемых моделей. При переменном значении поглощения Θ степень влияния плазменных колебаний на пучок и степень развития модуляционной неустойчивости соответствуют постоянному значению $\Theta = 0.05$.

Корректность имитационной модели подтверждается наблюдением за развитием неустойчивости в численных экспериментах. Действительно, при возбуждении пучком интенсивной волны происходит быстрое развитие модуляционной неустойчивости, которая насыщается за время медленных осцилляций поля, возбуждаемого пучком. При насыщении модуляционной неустойчивости каверны в плазме успевают «схлопнуться», потери энергии внешней волны (играющей роль накачки для модуляционной неустойчивости) уменьшаются и поле, возбуждаемое пучком, восстанавливает свое максимальное значение, качественно сохраняя динамику, характерную для пучково-плазменного взаимодействия.

Автор выражает благодарность Куклину В.М. за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Файнберг Я. Б. Плазменная электроника. // Укр. физ. журн. 1978, Т. 23, № 11, с. 1885–901. Некоторые вопросы плазменной электроники // Физика плазмы. 1985, Т.11, № 11, с. 1398–1410.
2. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. – М.: Наука. Гл. ред. физ.–мат. лит., 1990. – 336с.
3. Шапиро В.Д., Шевченко В.И. Взаимодействие волна–частица в неравновесных средах. // Радиофизика, 1976, Т.19, №5–6, с.787–791.
4. Кондратенко А.Н., Куклин В.М. Основы плазменной электроники. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 320с.
5. Буц В.А., Лебедев А.Н. Когерентное излучение интенсивных электронных пучков. – М. Изд. ФИАН РАН. 2006. – 333с.
6. Силин В.П. Параметрический резонанс в плазме. ЖЭТФ, 1965, т. 48, в.6, с. 1679–1691.
7. Захаров В.Е. О спектре слабой турбулентности в плазме без магнитного поля. ЖЭТФ, 1966, том 51, вып.6., стр. 688–696.
8. Krueger, W. L., P. K. Kaw, J. M. Dawson, C. Oberman, Anomalous high-frequency resistivity and heating of a plasma, 1970, Phys. Rev. Lett., 24, p.987.
9. Силин В.П. Аномальная нелинейная диссипация высокочастотных радиоволн в плазме. УФН 1972, том 108, вып. 4., стр. 625–654.

10. Kruer W.L. Heating of underdense plasma by intense lasers. *Phys. Fluids*. 1973, V.16, N.9, p.1548–1550.
11. Иванов А.А. Никулин М.Г. Нелинейное взаимодействие ленгмюровских волн большой амплитуды в бесстолкновительной плазме. *ЖЭТФ*, 1973, т.65, №1, с.168–174.
12. Андреев Н.Е. Силин В.П., Стенчиков Г.Л. О насыщении параметрической неустойчивости плазмы в сильном электрическом поле. *Физика плазмы*. 1977, Т.3, №5, с.1088–1096.
13. Коврижных Л.М. Модуляционная неустойчивость и нелинейные волны в холодной плазме. *Физика плазмы*. 1977, Т.3, В.5, с. 1097–1105.
14. Belkin E.V., Kirichok A.V., Kuklin V.M., Pryjmak A.V., Zagorodny A.G. Dynamics of ions during development of parametric instability of langmuir waves/ *VANT*, 2013, N.4 (86). – series “Plasma Electronics and New Methods of Acceleration” issue 8. P.260–266.
15. Куклин В. М., Приймак А. В. Анализ модели системы «релятивистский электронный пучок-плазма». // *Вестник Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина. Сер. "Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления"* (в печати).
16. Загородний А.Г., Киричок А.В., Куклин В.М., Приймак А.В. Модуляция интегрального поля многомодовых пучковых неустойчивостей в плазме // *East Eur. J. Phys.* 2014. V.1 no.2. – С.53–66.
17. Приймак А.В. Анализ гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме. // *Вестник Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина*, - 2013. - № 1089. Сер. "Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления", вып. 23. - С. 145-162.
18. Загородний А.Г., Киричок А.В., Куклин В.М., Приймак А.В. Особенности нагрева ионов при развитии неустойчивости интенсивных ленгмюровских колебаний в плазме. // *Журнал "Физические основы приборостроения"*. - 2014. - Том 3, №1. - С.58-69.
19. Kirichok A.V., Kuklin V.M., Pryimak A.V., Zagorodny A.G. Ion heating, burnout of the HF field and ion sound generation with the development of modulation instability of an intensive Langmuir wave in a plasma. (в печати).
20. Kuklin V.M. Similarity of 1D Parametric Instability description of Langmuir waves. / *The Journal of Kharkiv National University, physical series: Nuclei, Particles, Fields*. – 2013. - №1041. - Iss.2(58). - P.20-32.