

УДК 519.688

## Моделирование напряжённо-деформированного состояния конструкций механики эластомеров в САПР FORTU-FEM

В. В. Лаврик

*Бердянский государственный педагогический университет, Украина*

Современные САПР ориентированы на решение разных классов задач механики твёрдого тела. Их преимуществами является удобство в работе с ними, высокая точность автоматизации. Однако следует отметить, что эффективное применение этих программ требует значительных затрат на закрепление принципов работы с ними. Но основным недостатком является то, что конкретную систему невозможно применить для решения задачи, метод решения которой не предусмотрен данной системой. В данной статье рассматривается САПР FORTU-FEM и схема, которая реализована в этой системе.

**Ключевые слова:** *объектно-ориентированное моделирование, конечные элементы, моментная схема, САПР.*

Сучасні САПР орієнтовані на розв'язок різних класів задач механіки твердого тіла. Їх перевагами є зручність у роботі з ними, висока точність автоматизації. Однак слід зазначити, що ефективно застосування цих програм вимагає значних витрат на закріплення принципів роботи з ними. Але основним недоліком є те, що конкретну систему неможливо застосувати для розв'язку завдання, метод вирішення якої непередбачений даною системою. У даній статті розглядається САПР FORTU-FEM і схема, яка реалізована в цій системі.

**Ключові слова:** *об'єктно-орієнтоване моделювання, скінчені елементи, моментна схема, САПР.*

Modern CAD oriented to the solution of various classes of problems of mechanics of solids. Their advantage is the ease of working with them, high precision automation. However, it should be noted that the effective use of these programs requires a considerable amount of work on the principles of securing them. But the main disadvantage is that a particular system can not be applied to solve the problem, the method of the solution of which is not specified by this system. This article discusses the CAD FORTU-FEM and the scheme, which is implemented in this system.

**Keywords:** *object-oriented modeling, finite elements, moments of diagram, CAD.*

### 1. Актуальность исследования.

Современные расчётно-вычислительные комплексы, предназначенные для изучения свойств материалов, находящиеся в напряжённо- деформированном состоянии, содержат целый ряд методов приближённых вычислений: решение больших систем алгебраических и трансцендентных уравнений, численное интегрирование и дифференцирование и т.д., а так же большое количество вспомогательных нестандартных расчётов. Реализация итерационных и пошаговых расчётных схем связана с неоднократным повторением этих операций. При программировании задач такого вида остро встают задачи экономии оперативной памяти вычислительной машины и, как следствие, скорости выполнения операций [1, 2]. Сравнительно много времени идёт как на подготовку задачи к программированию, так и на само программирование. Это

приводит к значительным затратам средств и времени на общую реализацию расчётов.

## **2. Постановка проблемы исследования.**

При решении практической задачи механики эластомеров встаёт проблема выбора наиболее удачной, по возможности оптимальной, расчётной схемы, которая базируется на целом ряде конкретных методов вычислительной математики [3]. Но, на данном этапе через недостаточные научные исследования говорить про оптимальность той или другой вычислительной схемы сложно. Это обстоятельство часто заставляет строить разные вычислительные алгоритмы, а потом сравнивать их преимущества и недостатки. Полученные окончательные и некоторые промежуточные результаты расчётов должны исследоваться на соответствия их механического смысла задачи. Это так же является необходимой частью расчётов, т.к. ошибки округления и проявление нестойкости некоторых расчётных алгоритмов могут значительно изменить результат. Процесс анализа результатов есть очень сложным и трудоёмким процессом [6].

Выходом из данной ситуации может быть разработка систем автоматизированного проектирования (САПР), которое позволило бы инженеру - программисту создавать надёжные модели в своей предметной области. Данные расчётные комплексы должны состоять из систем прикладных программ и содержать в своих библиотеках заранее разработанные модули расчётов конкретных объектов [5].

У этих САПР помимо многих достоинств есть существенный недостаток: если в системе не предусмотрен какой-либо метод расчёта конструкции, то данную систему невозможно применить для решения задачи.

Более перспективным направлением развития расчётно-вычислительных комплексов является переход к проблемно-ориентированным языкам высокого уровня в некоторых предметных областях. Автоматизированные системы, основанные на данном методе, дают пользователю возможность общения с САПР на близком к естественному проблемно-ориентированном языке. Инженер работает в своей предметной области, что повышает надёжность и эффективность разработанных прикладных программ [4].

## **3. Формулировка цели статьи.**

Целью данной статьи является представление инструментальной системы, позволяющей автоматизировать численный анализ широкого класса задач механики эластомеров с возможностью параметрического задания оптимальной схемы расчёта конструкции.

В работе представлена математическая модель расчёта конструкций из слабосжимаемых материалов, показан формальный способ описания схем расчётов механики эластомеров. Произведена апробация разработанной схемы на модели виброизолятора ВР-201.

#### 4. Моделирование задач механики эластомеров в напряжённо-деформированном состоянии

Объектно-ориентированный подход к программированию механической системы позволяет в отличие от традиционных технологий программирования разрабатывать все алгоритмы и процедуры в соответствии с законами математических абстракций [1] (рис. 1).

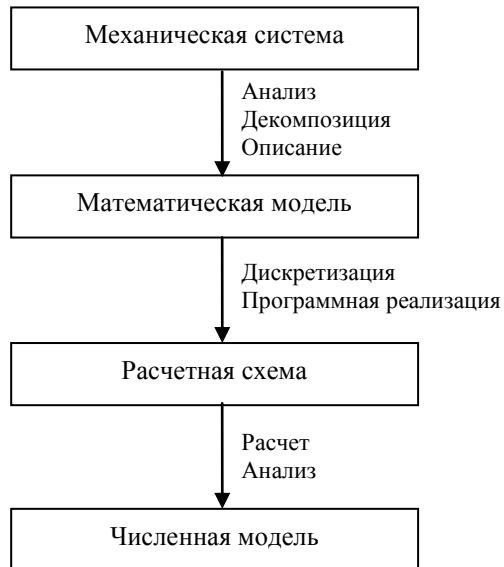


Рис. 1. Процесс объектно-ориентированного анализа и моделирования механической системы

Общую объектную модель механической системы, включающую описание составляющих ее механических объектов, связей между ними, а также состояний системы, можно представить в следующем виде (рис. 2).

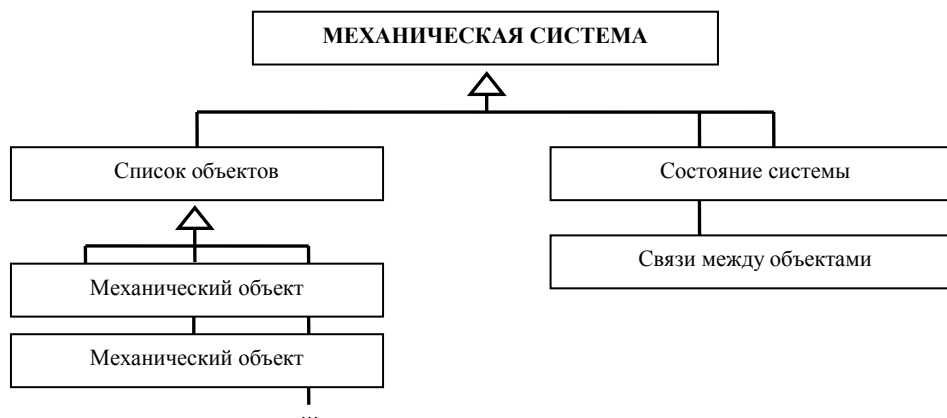


Рис. 2. Общая объектная модель механической системы

Информационную модель механической системы представим в виде унифицированного языка моделирования - языка графического описания для объектного моделирования в области разработки программного обеспечения – UML. Сама UML- диаграмма представлена на рис. 2.4.



Рис. 3. Общая информационная модель механического объекта

Сам механический объект можно представить в виде совокупности описания геометрической и математической моделей, а также его состояния (рис. 4).

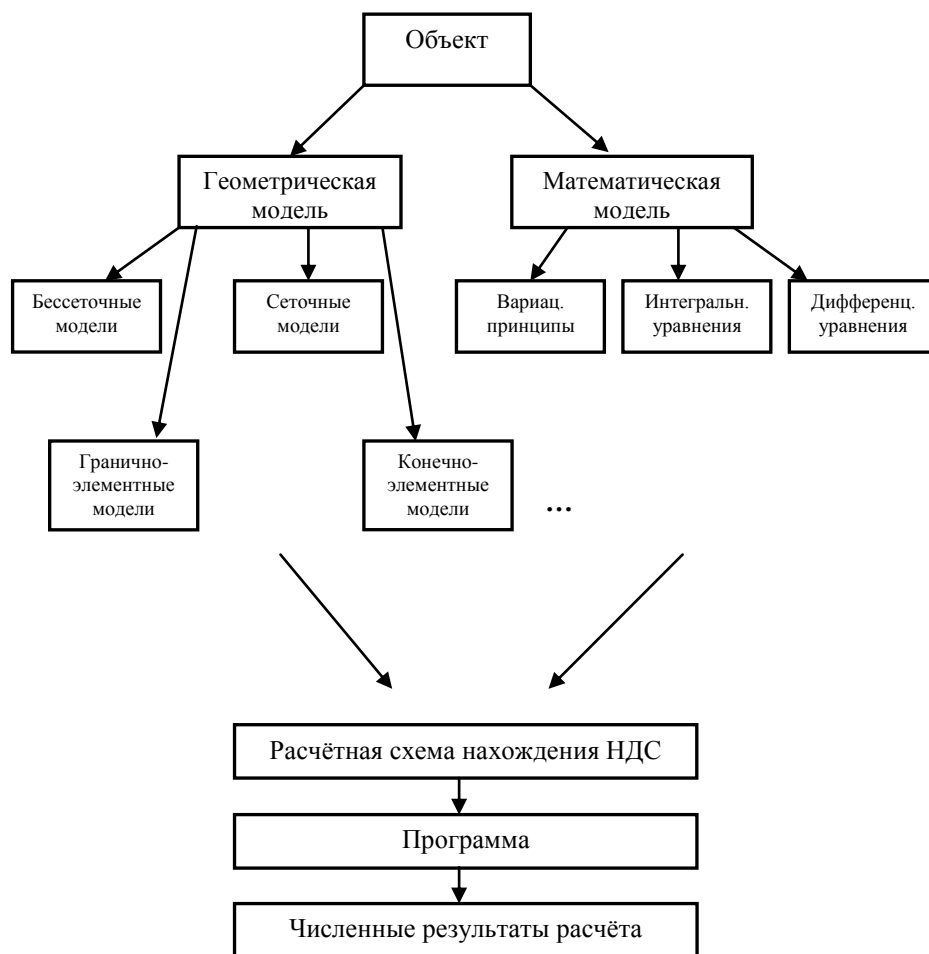


Рис. 4. Схема численного анализа НДС конструкций

Для реализации модели механической системы важно также выполнить анализ и формализацию возможных ее состояний в целом. Формализация состояния механической системы является достаточно трудоемким процессом, так как она напрямую зависит как от сложности самой системы, так и от выбранного способа ее дискретизации и расчета. Более подробно о состояниях механических систем в механике эластомеров можно ознакомиться в работах [1-5].

### 5. Формализация описания схем расчёта задач механики эластомеров

Объектно-ориентированный подход к декомпозиции механической системы при ее проектировании и анализе позволяет в отличие от традиционных способов разрабатывать все алгоритмы и процедуры анализа механического процесса в соответствии с законами математических абстракций. Однако, для эффективного применения метода объектно-ориентированной декомпозиции механической системы необходима разработка специального программного инструментария, позволяющего описывать, как саму структурированную механическую систему, так и связи в ней между образующими ее объектами, а также и вычислительную схему численного расчета [4, 5].

Одним из примеров реализации подобных проблемно-ориентированных программ является универсальная система FORTU- FEM, позволяющая описывать общую постановку задачи механики, геометрическую и физическую модель рассчитываемого механического объекта (или механической системы), а также схему расчета, основанную на записи соответствующего вариационного принципа и правил вывода из него.

В основу САПР FORTU- FEM положен метод конечных элементов и спроектирован так, что бы позволять изменять расчетную схему задач с целью её отладки и выбора оптимальной среди них.

Система FORTU- FEM состоит из трёх подсистем:

- подсистема подготовки начальных данных (препроцессор);
- подсистема расчёта (процессор);
- подсистема анализа полученных результатов (постпроцессор)

Общая схема работы системы FORTU- FEM приведена на рис.5.

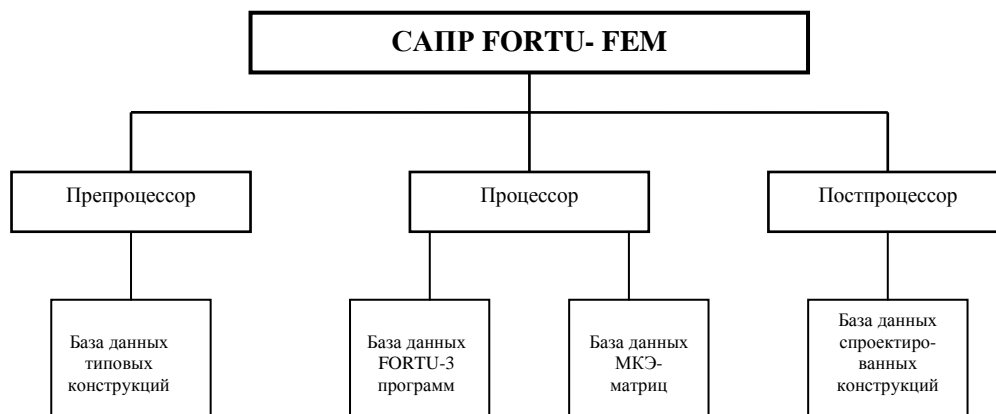


Рис.5. Структура системы автоматизированного проектирования FORTU-FEM

Успех решения непосредственно зависит от корректности модели, заданной на языке FORTU- 3. Точность расчёта определяется типом КЭ, густотой и структурой заданной конечно- элементной сетки, выбранной схемой расчёта.

### 6. Схема выводов вариационных соотношений в статике

В данный момент в рассмотренной системе FORTU-FEM разработан новый модуль, позволяющий инженеру- проектировщику самостоятельно выбирать методы расчёта конструкций. Для простоты восприятия рассмотрим используемую модель в её плоском представлении.

Энергия упругой деформации КЭ определяется из формулы [2, 7, 8]:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_V (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{xy} \varepsilon_{xy}) dv, \quad (1)$$

при этом её вариация, исходя из принципа Лагранжа, равна нулю  $\delta\Pi = 0$ .

Для нахождения элементов матрицы жёсткости зададим аппроксимирующую функцию для поля перемещений, которая определяет перемещения  $u(x, y)$  в любой точки внутри КЭ через перемещения узловых точек  $u_i$  этого же КЭ. Запишем аппроксимацию перемещения по первому направлению:

$$u(x, y) = \sum_{i=0}^3 u_i N_i(x, y), \quad (2)$$

где  $N_i(x, y)$  -функция формы, определяемые по формулам :

$$N_i(x, y) = \alpha^i_0 + \alpha^i_1 x + \alpha^i_2 y + \alpha^i_3 xy \quad (3)$$

при условии

$$N_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

Аналогично определяются формулы по второму направлению. Аппроксимация перемещения и функции формы определяются в виде:

$$v(x, y) = \sum_{i=0}^3 v_i N_i(x, y) \quad (5)$$

$$N_i(x, y) = \beta^i_0 + \beta^i_1 x + \beta^i_2 y + \beta^i_3 xy$$

Деформации  $\varepsilon$  внутри КЭ определяются через перемещения внутренних точек по следующим формулам:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (6)$$

Подставим в формулу (6) соответствующие значения из (4) и (5) получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= u_0(\alpha_1^0 + \alpha_3^0 y) + u_1(\alpha_1^1 + \alpha_3^1 y) + u_2(\alpha_1^2 + \alpha_3^2 y) + u_3(\alpha_1^3 + \alpha_3^3 y), \\ \varepsilon_{yy} &= v_0(\beta_1^0 + \beta_3^0 x) + v_1(\beta_1^1 + \beta_3^1 x) + v_2(\beta_1^2 + \beta_3^2 x) + v_3(\beta_1^3 + \beta_3^3 x), \\ \varepsilon_{xy} &= u_0(\alpha_2^0 + \alpha_3^0 x) + v_0(\beta_2^0 + \beta_3^0 y) + u_1(\alpha_2^1 + \alpha_3^1 x) + v_1(\beta_2^1 + \beta_3^1 y) + \\ &+ u_2(\alpha_2^2 + \alpha_3^2 x) + v_2(\beta_2^2 + \beta_3^2 y) + u_3(\alpha_2^3 + \alpha_3^3 x) + v_3(\beta_2^3 + \beta_3^3 y). \end{aligned} \quad (7)$$

Если в сплошной среде отсутствуют остаточные и температурные напряжения, то упругие напряжения  $\sigma$  внутри КЭ выражаются через деформации  $\varepsilon$  на основании закона Гука:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= (2\mu + \lambda)\varepsilon_{xx} + \lambda\varepsilon_{yy}, \\ \sigma_{yy} &= \lambda\varepsilon_{xx} + (2\mu + \lambda)\varepsilon_{yy}, \\ \sigma_{xy} &= \mu\varepsilon_{xy}\end{aligned}\quad (8)$$

Подставляем значения формул (7) в формулу (8) и после преобразований компоненты тензора напряжения будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= 2\mu(u_0(\alpha_1^0 + \alpha_3^0 y) + u_1(\alpha_1^1 + \alpha_3^1 y) + u_2(\alpha_1^2 + \alpha_3^2 y) + u_3(\alpha_1^3 + \alpha_3^3 y)) + \\ &+ \lambda(u_0(\alpha_1^0 + \alpha_3^0 y) + u_1(\alpha_1^1 + \alpha_3^1 y) + u_2(\alpha_1^2 + \alpha_3^2 y) + u_3(\alpha_1^3 + \alpha_3^3 y) + \\ &+ v_0(\beta_1^0 + \beta_3^0 x) + v_1(\beta_1^1 + \beta_3^1 x) + v_2(\beta_1^2 + \beta_3^2 x) + v_3(\beta_1^3 + \beta_3^3 x)) \\ \sigma_{yy} &= 2\mu(v_0(\beta_1^0 + \beta_3^0 x) + v_1(\beta_1^1 + \beta_3^1 x) + v_2(\beta_1^2 + \beta_3^2 x) + v_3(\beta_1^3 + \beta_3^3 x)) + \\ &+ \lambda(u_0(\alpha_1^0 + \alpha_3^0 y) + u_1(\alpha_1^1 + \alpha_3^1 y) + u_2(\alpha_1^2 + \alpha_3^2 y) + u_3(\alpha_1^3 + \alpha_3^3 y) + \\ &+ v_0(\beta_1^0 + \beta_3^0 x) + v_1(\beta_1^1 + \beta_3^1 x) + v_2(\beta_1^2 + \beta_3^2 x) + v_3(\beta_1^3 + \beta_3^3 x)) \\ \sigma_{xy} &= \mu(u_0(\alpha_2^0 + \alpha_3^0 x) + v_0(\beta_2^0 + \beta_3^0 y) + u_1(\alpha_2^1 + \alpha_3^1 x) + v_1(\beta_2^1 + \beta_3^1 y) + \\ &+ u_2(\alpha_2^2 + \alpha_3^2 x) + v_2(\beta_2^2 + \beta_3^2 y) + u_3(\alpha_2^3 + \alpha_3^3 x) + v_3(\beta_2^3 + \beta_3^3 y))\end{aligned}\quad (9)$$

Здесь  $\mu$ ,  $\lambda$  - параметры Ляме, которые находятся по формулам:

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad (10)$$

где  $E$ - модуль Юнга и  $\nu$ - коэффициент Пуассона являются физическими постоянными.

Элементарный объём можно найти из соотношения :

$$dv = \sqrt{g} dx dy \quad (11)$$

Рассмотренный метод конечных элементов требует, чтобы поле перемещения точек внутри КЭ аппроксимировалось полиномиальными функциями. Этот вариант МКЭ обладает медленной сходимостью в силу того, что эти функции, аппроксимирующие поля перемещений, включают слагаемые, описывающие жёсткие смещения КЭ и не учитывались «эффекты ложного сдвига». Эти недостатки можно устранить, используя метод моментных схем.

Основной принцип данного метода лежит в представлении аппроксимирующей функции в ряд Тейлора с последующим отбрасыванием  $n$ -ых членов ряда. Для четырёхугольного плоского конечного элемента эта функция, представленная в виде ряда, будет иметь следующий вид:

$$u_k = w_k^{00} + w_k^{10} \psi^{10} + w_k^{01} \psi^{01} + w_k^{11} \psi^{11} \quad (12)$$

где  $w_k^{pq}$ -коэффициенты разложения,  $\psi^{pq}$ - набор степенных координатных функций, определяемых по формуле:

$$\psi^{pq} = \frac{x^p y^q}{p! q!} \quad (p=0, 1; q=0, 1) \quad (13)$$

На основании формул (12), (13) получим выражения для производных от функции перемещения внутри КЭ:

$$u_{k',1} = w_k^{10} + w_k^{11}\psi^{01}, \quad u_{k',2} = w_k^{01} + w_k^{11}\psi^{01} \quad (14)$$

Компоненты тензора деформации разложим в ряд Тейлора в окрестности начала координат:

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{st} e^{(st)}_{ij} \psi^{(st)} \quad (15)$$

или

$$\varepsilon_{xx} = e_{11}^{00} + e_{11}^{01}\psi^{01}, \quad \varepsilon_{yy} = e_{22}^{00} + e_{22}^{10}\psi^{10}, \quad \varepsilon_{xy} = e_{12}^{00} \quad (16)$$

Коэффициенты разложения  $\varepsilon^{(st)}_{ij}$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} e_{11}^{(pq)} &= \sum_{\mu\nu} w_k^{(\mu+1\nu)} b_{(p+1-\mu q-\nu)}^{k'}; \\ e_{22}^{(pq)} &= \sum_{\mu\nu} w_k^{(\mu\nu+1)} b_{(p-\mu q+1-\nu)}^{k'}; \\ e_{12}^{(pq)} &= \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} \left( w_k^{(\mu\nu+1)} b_{(p+1-\mu q-\nu)}^{k'} + w_k^{(\mu+1\nu)} b_{(p-\mu q+1-\nu)}^{k'} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{где } b_{(\mu\nu)}^{k'} = \left. \frac{\partial^{(\mu+\nu)} z^{k'}}{(\partial x)^\mu (\partial y)^\nu} \right|_{x=0, y=0} \quad (18)$$

Для данного конечного элемента, учитывая формулы(15)-(18), тензоры деформации будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= e_{11}^{00} + e_{11}^{01}\psi^{01} = w_k^{10} b_{10}^{k'} + (w_k^{10} b_{11}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'}) y = w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y; \\ \varepsilon_{yy} &= e_{22}^{00} + e_{22}^{10}\psi^{10} = w_k^{01} b_{01}^{k'} + (w_k^{01} b_{11}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'}) x = w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x; \\ \varepsilon_{xy} &= e_{12}^{00} = \frac{1}{2} (w_k^{01} b_{10}^{k'} + w_k^{10} b_{01}^{k'}) \end{aligned} \quad (19)$$

Для нахождения плоских напряжений по методу моментных схем воспользуемся формулами (8). Получим:



$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= (2\mu + \lambda)(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y) + \lambda(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) = \\
&= 2\mu(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y) + \lambda(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y + w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) \\
\sigma_{yy} &= \lambda(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y) + (2\mu + \lambda)(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) = \\
&= 2\mu(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) + \lambda(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y + w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) \\
\sigma_{xy} &= \frac{1}{2} \mu (w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{10} b_{10}^{k'})
\end{aligned} \tag{20}$$

Для составления энергетического функционала воспользуемся формулой (1), подставив в неё соответствующие значения из формул (10), (11), (19), (20). Получим:

$$\begin{aligned}
\Pi &= \frac{1}{2} \iint_V (2\mu(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y) w_k^{10} b_{10}^{k'} + (2\mu(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y) w_k^{11} b_{10}^{k'} y + \\
&\quad + \lambda(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y) w_k^{10} b_{10}^{k'} + \lambda(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y) w_k^{11} b_{10}^{k'} y + \\
&\quad + \lambda(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) w_k^{10} b_{10}^{k'} + \lambda(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) w_k^{11} b_{10}^{k'} y + \\
&\quad + 2\mu(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) w_k^{01} b_{01}^{k'} + 2\mu(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) w_k^{11} b_{01}^{k'} x + \\
&\quad + \lambda(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) w_k^{01} b_{01}^{k'} + \lambda(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} x) w_k^{11} b_{01}^{k'} x + \\
&\quad + \lambda(w_k^{01} b_{01}^{k'} + w_k^{11} b_{01}^{k'} y) w_k^{01} b_{01}^{k'} + \lambda(w_k^{10} b_{10}^{k'} + w_k^{11} b_{10}^{k'} y) w_k^{11} b_{01}^{k'} x + \\
&\quad + \frac{1}{4} \mu (w_k^{01} b_{10}^{k'})^2 + \frac{1}{2} \mu w_k^{01} b_{10}^{k'} w_k^{10} b_{01}^{k'} + \frac{1}{4} \mu (w_k^{10} b_{01}^{k'})^2) dv
\end{aligned} \tag{21}$$

Таким образом, непосредственно из вариационных принципов можно с учётом моментной схемы выводить необходимые разрешающие соотношения для эластомеров с использованием различных теорий конечных элементов.

## 7. Исследование осадки резинового виброизолятора ВР-201

Рассмотрим объект сложной формы, такой как виброизолятор ВР-201. Виброизоляторы ВР служат для работы в качестве основных упругих и виброизоляционных элементов, связывающих между собой колеблющиеся и неподвижные части машин.

Материал, который используется для их производства, резиновая смесь 51-1562 ТУ 105 1325-79.

Расчёт объекта будет производиться с жёстко закреплённым основанием и распределённой нагрузкой на его верхнюю часть.

Согласно техническим характеристикам, приведённым в [9], рабочая нагрузка на виброизолятор составляет  $P_{раб} = 250H$ , предельная-

$P_{пред} = 400H$ . При этом осадка при рабочей нагрузке равна  $w_{раб} = 8 \cdot 10^{-3} м$ , а при предельной -  $w_{пред} = 12 \cdot 10^{-3} м$ .

В работе [10] приведены результаты испытания резины марки 51-1562 на протяжении  $t = 31350$  часов. При  $t = 0$  коэффициент Пуассона материала был равен  $\nu = 0,499$ . Но в процессе эксплуатации происходит износ материала и в конце срока коэффициент равен  $\nu = 0,467$ .

Размеры исследуемой конструкции представлены на рис. 6.а и 6.б.

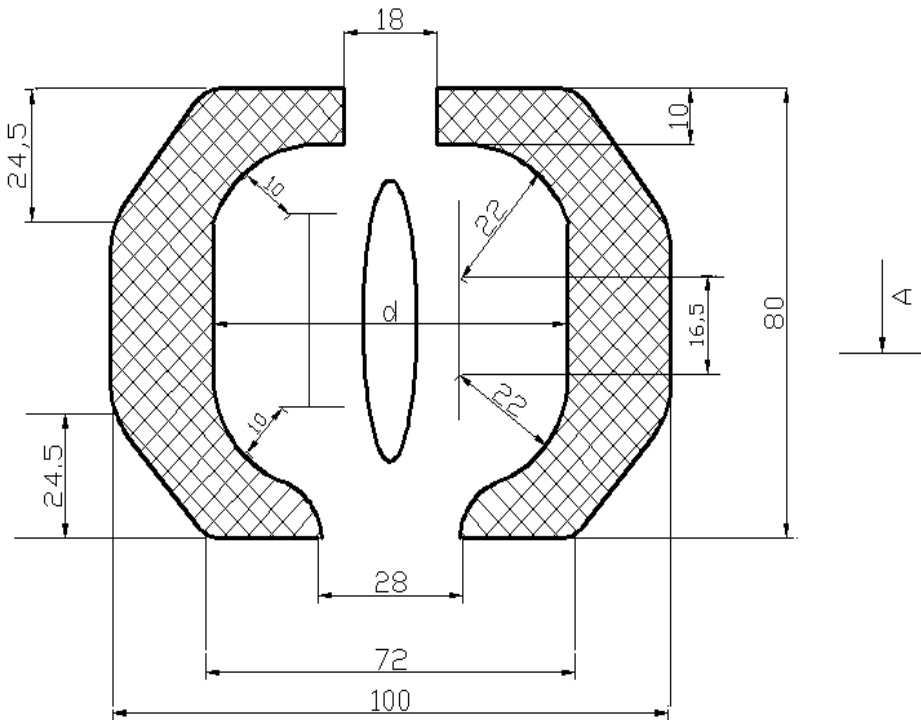


Рис. 6.а. Схема виброизолятора ВР-201

Данная задача решалась при  $E = 2.1 МПа$ .

С помощью препроцессора системы FORTU-FEM была построена регулярная конечно-элементная модель виброизолятора, состоящая из 12575 узлов и 6830 в форме параллелепипеда (рис. 7). Т. к. изучаемый объект является телом вращения, то для простоты и удобства расчёта будем рассматривать его четвертую часть.

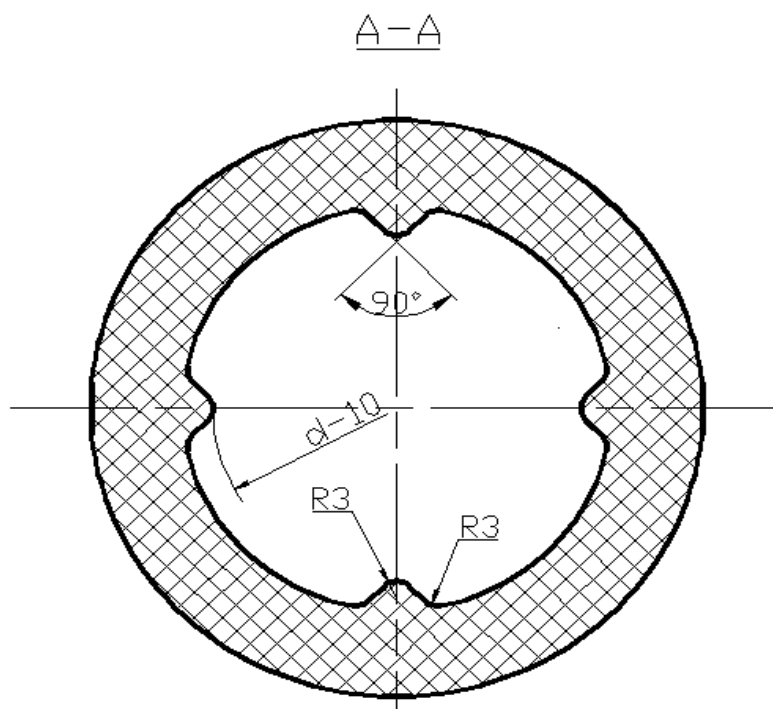


Рис. 6.б. Схема виброізолятора ВР-201

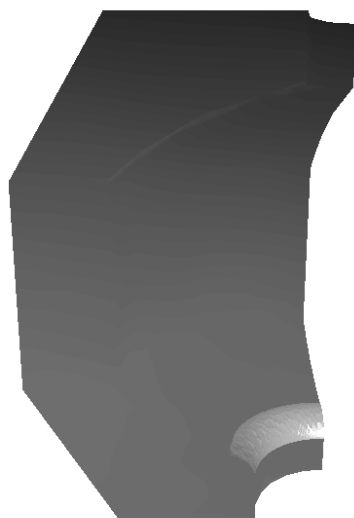


Рис 7. Модель виброізолятора ВР-201

Результаты расчёта при разных коэффициентах Пуассона представлены в таблице 1.

Таблиця 1. Результати расчёта виброизолятора ВР-201

Коэффициент Пуассона $\nu$	Модуль Юнга, Па	Осадка при рабочей нагрузке, $\text{м} \cdot 10^{-3}$	Осадка при предельной нагрузке, $\text{м} \cdot 10^{-3}$	$\varepsilon_{\text{раб}}, \%$	$\varepsilon_{\text{пред}}, \%$
0,467	5163840	10,97	17,55	13,7	21,9
0,470	5174400	10,69	17,11	13,4	21,4
0,473	5184960	10,39	16,63	13,0	20,8
0,476	5195520	10,07	16,11	12,6	20,1
0,479	5206080	9,72	15,55	12,2	19,4
0,482	5216640	9,34	14,95	11,7	18,7
0,485	5227200	8,90	14,24	11,1	17,8
0,488	5237760	8,41	13,46	10,5	16,8
0,490	5244800	8,03	12,85	10,0	16,1
0,491	5248320	7,82	12,51	9,8	15,6
0,494	5258880	7,08	11,33	8,9	14,2
0,499	5276480	4,75	7,60	5,9	9,5

Следует отметить, что при  $\nu = 0,49$  прогиб виброизолятора ВР-201 соответствует характеристикам, которые заявлены в технической документации.

На рис. 8 показаны графики зависимости разных видов осадок от коэффициента Пуассона.

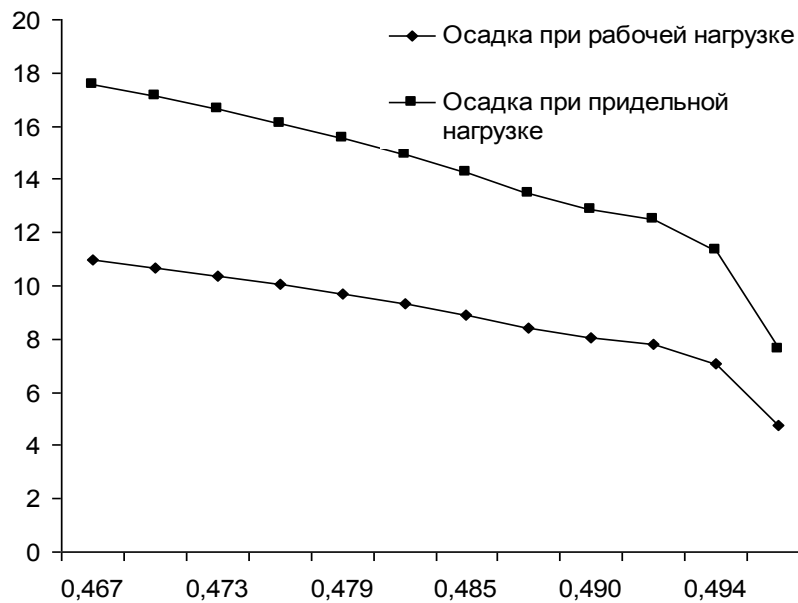


Рис.8. Графики зависимостей разных видов осадок от коэффициента Пуассона

Из представленных графиков можно заключить, что за время эксплуатации виброизолятора ВР-201, из-за износа материала осадка увеличивается более чем в два раза.

Для проверки эффективности работы рассматриваемой расчётной схемы сопоставили численные результаты расчётов нормальных напряжений в системе FORTU-FEM и MIRELA+ при различных вертикальных нагрузках (рис. 9).

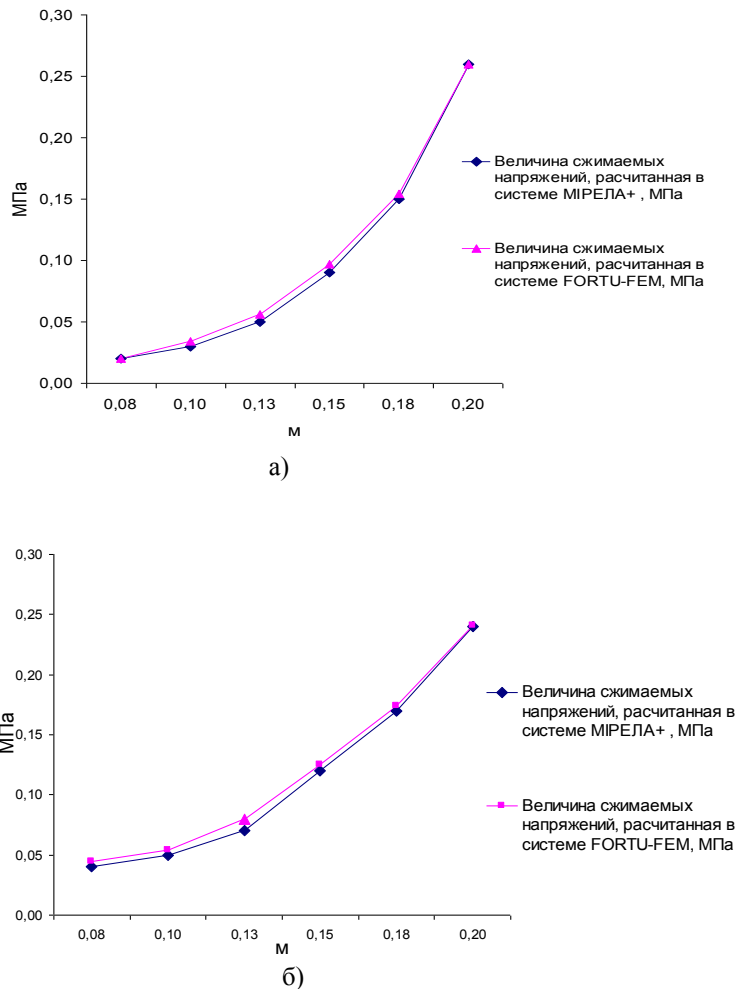


Рис. 9. Графики сравнения распределения нормальных напряжений в виброизоляторе ВР-201: а) при нагрузке 1,3 МПа, б) при нагрузке 0,79 МПа

Была выявлена хорошая согласованность данных.

## 8. Выводы и направления дальнейшего исследования

В статье представлены результаты, которые в соответствии с целью исследования в совокупности являются решением важной научно-технической проблемы: разработки универсальных систем автоматизации проектирования,

позволяющих инженеру- проектировщику самостоятельно выбирать схему расчёта конструкций из эластомеров, находящихся в напряжённо-деформированном состоянии. Для решения данной проблемы была проанализирована и охарактеризована моментная схема расчёта конечных элементов в механике. Это позволило внедрить разработанную модель в универсальную автоматизированную систему FORTU-FEM.

Точность и вероятность используемой схемы проверено на конкретном примере.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гоменюк С. И. Объектно-ориентированные модели и методы анализа механических процессов / С. И. Гоменюк. – Николаполь: Николапольская коммунальная типография, 2004. – 316 с.
2. Киричевский В. В. Метод конечных элементов в механике эластомеров / В. В. Киричевский. – К. : Наукова думка, 2002. – 655 с.
3. Vazhenov V. A., Sakharov A. S., Tsykhanovskii V. K., The Moment Finite-Element Scheme in Problems of Nonlinear Continuum Mechanics // *International Applied Mechanics*, Vol. 38, Issue 6, June 2002, P. 658-692.
4. Лаврик В.В. Инструментальная система FORTU-FEM: структура организации и перспективы дальнейшего развития / В. В. Лаврик // *Вестник Херсонского национального технического университета*. Вып. 3(39). – Херсон: ХНТУ. – 2010. – С. 244–251.
5. Lavrik V. et al. Development of the CAD system for designing non-standard constructions from elastomers / V. Lavrik et al // *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*. – Vol. 3, Issue 3, March 2014. – P. 10717– 10726.
6. Барабаш М.С., Артамонова А.Е. Методы организации обмена информацией между участниками процесса проектирования на основе ПК САПФИР / М.С. Барабаш, А.Е. Артамонова // *Сборник научных трудов «Перспективы развития программных комплексов для расчёта несущих зданий и сооружений»*. Курск: ЮЗГУ. – 2013. – С. 83– 90.
7. Michael N., A Unified analysis of three finite element methods for the Monge-Ampère equation // *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, Vol. 41, 2014, P. 262-288.
8. Miedzialowsk C., Kretowska J., Finite Element Analysis for the Modelling of Building Structures in Three Dimensional Schemes // *American Journal of Civil Engineering and Architecture*, Vol. 2, Issue 4, 2014, P. 143-148.
9. Сенченков И. К. Метод амплитудно-дифференциальной аппроксимации для расчёта динамических задач вязкоупругости / И. К. Сенченков // *Прикладная механика*. – 1982. – № 9. – С. 57–62.
10. Трелоар Л. Физика упругости каучука / Л. Трелоар. – М. : Иностран. литер., 1953. – 240 с.