

УДК 368.91:004.942

Математические модели и система поддержки принятия решений для оценки финансового состояния страхового фонда

К. А. Базилевич, М. С. Мазорчук

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

Предлагается система поддержки принятия решений для оценки финансового состояния страхового фонда на основе моделей актуарной математики. Особенностью данной системы является наличие модуля генерации сценариев формирования страхового фонда при различных начальных условиях, наличие модуля расчета сбалансированного размера тарифной ставки, а также прогнозирование финансового состояния фонда под влиянием внешних и внутренних факторов. Приведена структура и основные результаты работы автоматизированной системы поддержки принятия решений.

Ключевые слова: система поддержки принятия решений, актуарные расчеты, страхование.

Пропонується система підтримки прийняття рішень для оцінки фінансового стану страхового фонду на основі моделей актуарної математики. Особливістю даної системи є наявність модуля генерації сценаріїв формування страхового фонду при різних початкових умовах, наявність модуля розрахунку збалансованого розміру тарифної ставки, а також прогнозування фінансового стану фонду під впливом зовнішніх і внутрішніх факторів. Приведено структуру та основні результати роботи автоматизованої системи підтримки прийняття рішень.

Ключові слова: система підтримки прийняття рішень, актуарні розрахунки, страхування.

Decision support system for assessment of the insurance fund financial state based on the models of actuarial mathematics is offered. A feature of this system is that it contains the module of scenarios generation for the insurance fund formation under different initial conditions, the module for calculating a balanced tariff rate, and forecasting of financial state of the fund under the influence of external and internal factors. The system structure is described and main results of the automated decision support are presented.

Key words: decision support system, actuarial calculations, insurance.

1. Постановка проблемы и ее актуальность

Процесс проведения страховой деятельности является сложно прогнозируемым и трудно управляемым, информационные потоки предметной области страхования разнородны и имеют большой объем, что затрудняет их автоматизацию и обработку.

Управление финансовым состоянием страхового фонда сопряжено со множеством неопределенностей и рисков: вероятность наступления того или иного страхового события, количество исков, поступающих в страховую компанию за определенный промежуток времени, продолжительность жизни и состояние здоровья конкретного страхователя, процесс инфляции и доходность инвестиций, а также многое другое. Для учета и прогнозирования воздействия подобных неопределенных факторов в страховании, а также для расчета и моделирования многих страховых показателей предлагается применять системы

поддержки принятия решений (СППР), которые помогут лицу, принимающему решение (ЛПР), в выборе рациональной стратегии управления.

В настоящее время рынок страхования в Украине находится на этапе своего развития и становления. Теоретическому обоснованию страхования посвящено множество отечественных и зарубежных работ [1-4]. Разработаны теоретические основы страхования [1], большое внимание уделяется актуарным методам [3], разработаны методики расчета тарифных ставок по отдельным видам страхования [4].

Однако, по-прежнему, отсутствуют автоматизированные средства, в том числе, СППР для оценивания финансового состояния страхового фонда, использование которых позволило бы получать конкретные практические результаты для страховщиков: обоснованную сбалансированную величину тарифной ставки, величину страховой премии, значение предельного возраста, при котором возможно заключение договора, состояние страхового фонда при разных условиях с заданной гарантией безопасности и т.д. для конкретных рыночных условий с учетом множества факторов внешней среды.

В работе [5] проводится подробный анализ существующих украинских автоматизированных систем поддержки принятия решений в страховании. Авторы работы делают выводы о том, что функциональных возможностей существующих систем в сфере поддержки страховых решений явно недостаточно. Существует необходимость в разработке новой автоматизированной СППР, которая позволила бы поддерживать управленческие решения страховщиков, а также оценивать риски, связанные в неопределенностью в страховании.

Для обеспечения эффективного управления страховым фондом необходимо проанализировать процессы, влияющие на его формирование, провести формализацию предметной области, а также разработать общую модель функционирования страхового фонда.

Объектом изучения в данной работе является процесс формирования страхового фонда для решения задач личного страхования.

Предметом изучения является разработка механизмов автоматизации расчетов в сфере личного страхования, а также системы поддержки принятия решения для страховщиков.

Личное страхование в Украине включает в себя страхование жизни, страхование от несчастных случаев, добровольное медицинское страхование, добровольное страхование дополнительной пенсии [1].

В работе решаются следующие задачи:

- 1) выявление факторов, которые оказывают влияние на финансовое состояние страхового фонда;
- 2) разработка и описание структуры СППР для оценки состояния страхового фонда и определения страховых показателей, необходимых ЛПР при проведении личного страхования;
- 3) разработка средств автоматизации данной СППР.

2. Общая модель процесса формирования страхового фонда при личном страховании

Личное страхование, в зависимости от срока проведения, может быть краткосрочным (рассматривается временной промежуток до одного года) и долгосрочным (от одного года до тридцати лет). В данной работе рассматриваются оба вида страхования. При моделировании страхового фонда по этим двум видам страхования необходимо учитывать разные факторы, которые зависят от специфики вида страхования.

Финансовое состояние страхового фонда (ФССФ) прежде всего определяется финансовыми потоками внутри фонда, а также внешними факторами влияния.

Факторы влияния – это внешние факторы, которые напрямую или косвенно влияют на численные характеристики денежных потоков страхового фонда.

Рассмотрим общую схему формирования ФССФ при проведении личного страхования, основанную на модели индивидуальных рисков [3]. Для формализации предметной области представим процесс формирования ФССФ в виде наглядной схемы (рис. 1).

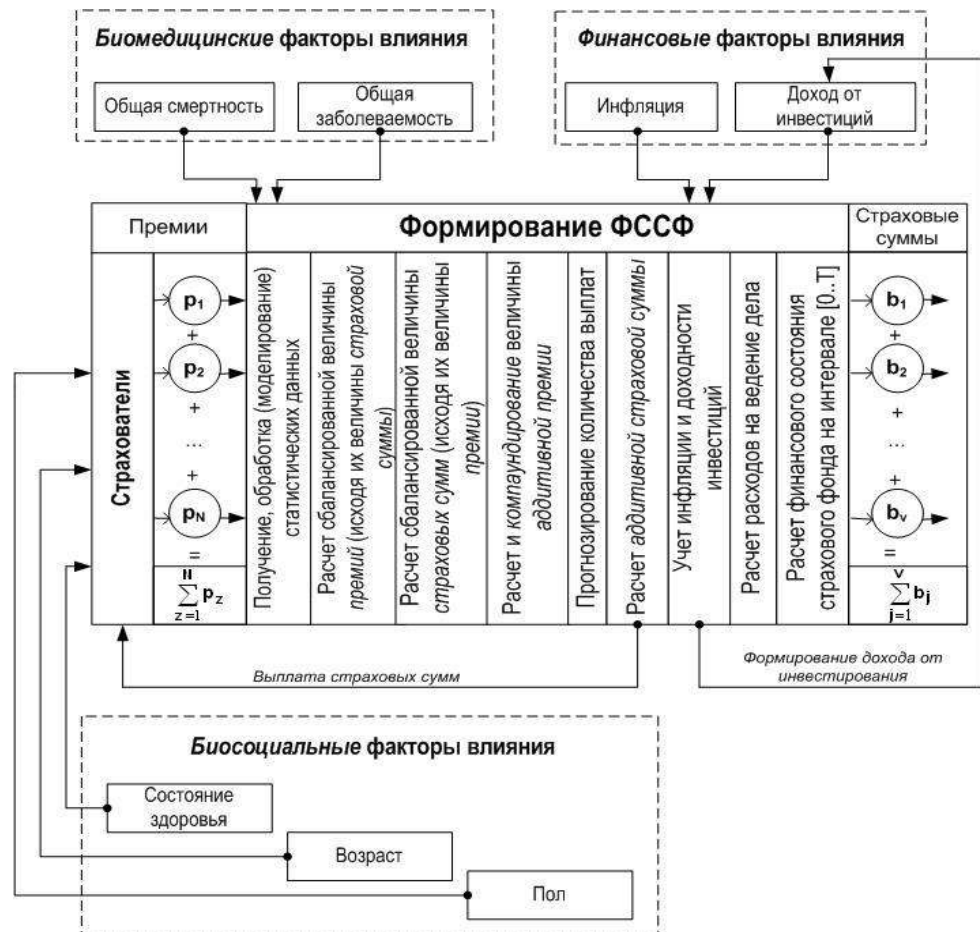


Рис. 1. Схема формирования финансового состояния страхового фонда и факторы влияния

Денежные суммы или величины p_1, p_2, \dots, p_N , которые платят страховой компании, называются страховыми премиями. Величины b_1, b_2, \dots, b_v , $v \leq N$, которые выплачивает компания в случае наступления страхового случая, называются страховыми выплатами [6], где N - количество страхователей, а v - количество страховых случаев (исков) в рассматриваемом периоде.

В рамках данной модели моменты времени поступления страховых премий и их размеры являются детерминированными величинами, а моменты выплат и их объемы – случайными, которые определяются на основе различных моделей смертности с учетом вероятностей рисков, влияющих на выплаты [3].

Пусть $t=0$ – это начальный момент моделирования страхового фонда, тогда $t=T$ – конечный, в котором производится оценка ФССФ. Параметр t характеризует время в годах и может принимать различные значения на интервале $[0, T]$.

Обозначим через величину F_T финансовое состояние страхового фонда на момент времени T , т.е. суммарный объем денежных поступлений и выплат в момент оценки. Величина F_T определяется на основе следующего соотношения:

$$F_T = \left(u + \sum_{z=1}^N p_z \right) \cdot (1+i)^T - \sum_{t=0}^T \sum_{j=1}^v b_{jt} \cdot (1+i)^{T-t},$$

где u – капитал страховой компании в начальный момент моделирования, i – предполагаемая процентная ставка в данном периоде, $\sum_{z=1}^N p_z \cdot (1+i)^T$ – суммарное (аддитивное) значение премий, приведенное к конечному моменту моделирования [7], N – количество страхователей, $\sum_{t=0}^T \sum_{j=1}^v b_{jt} \cdot (1+i)^{T-t}$ – суммарное (аддитивное) значение выплат, приведенное к конечному моменту моделирования, v – количество исков в рассматриваемом периоде.

В случае краткосрочного страхования ставкой доходности инвестиций можно пренебречь, т.к. рассматриваемый период слишком короткий для достаточного накопления средств, однако, в данной работе наращение осуществляется по сложной схеме процентов.

Величина процентной ставки учитывает не только доходность средств, но и риски, связанные с инфляцией и другими факторами, оказывающими влияние на процесс страхования.

На схеме также представлены факторы, оказывающие влияние на процесс страхования и состояние страхового фонда. Все внешние факторы влияния на ФССФ разделены на биомедицинские, биосоциальные и финансовые

К биомедицинским факторам относятся данные о популяционной динамике, т.е. смертности и состоянии здоровья популяции в стране, регионе, области, городе (в зависимости от потребности страховщика).

В случае отсутствия статистической информации необходимые данные могут быть смоделированы с использованием аналитических законов смертности и регрессионных моделей прогнозирования заболеваемости.

Пол, возраст, а также состояние здоровья страхователя можно отнести к биосоциальным факторам. Информация о биосоциальных факторах, характеризующих каждого страхователя, обычно хранится в личном деле. Состояние здоровья характеризуется группой, к которой можно отнести страхователя. Принадлежность к каждой группе определяется профессией, возрастом, полом, наличием хронических заболеваний страхователя.

К финансовым факторам можно отнести доход от инвестирования и инфляцию, которые учитываются при проведении долгосрочного страхования. Уровень инфляции и ожидаемую доходность инвестиций определяет сам страховщик.

3. Проектирование системы поддержки принятия решений

СППР предназначена для прогнозно-аналитического и информационного обеспечения процесса принятия решения при проведении личного страхования.

Среди основных этапов проектирования СППР можно выделить следующие:

1) разработка математических и алгоритмических моделей для расчета показателей ФССФ при личном страховании индивидов. Для расчета величины страховой премии при проведении страхования жизни в данной работе применяются математические модели, представленные в [6]. Для оценивания величины страховой премии добровольного медицинского и пенсионного страхования используются модели из [8,9]. Алгоритмические модели по всем видам личного страхования представлены в методическом пособии [8].

2) проектирование функциональных возможностей СППР;

3) проектирование и разработка средств автоматизации СППР для оценки ФССФ.

Функциональные возможности СППР:

1) обработка и хранение статистических данных о смертности и заболеваемости населения;

2) возможность восстановления данных в случае их неполноты по истории (с использованием различных моделей аппроксимации);

3) моделирование необходимых статистических данных в случае их отсутствия (методики расчета параметров для моделирования смертности по аналитическим законам описаны в [10]);

4) расчет сбалансированных тарифных ставок и страховых сумм (пенсий) по индивидуальным договорам для долгосрочного и краткосрочного страхования;

5) расчет аддитивной величины премий и страховых сумм (пенсий) по всем договорам при различных начальных условиях для долгосрочного и краткосрочного страхования;

6) анализ «что-если»: расчет и сохранение финансового состояния страхового фонда при различных начальных условиях для долгосрочного и краткосрочного страхования, сохранение всех возможных сценариев;

7) генерация сценариев формирования страхового фонда с учетом влияния различных факторов риска;

8) формирование базы рекомендаций для поддержки принятия решений ЛПР.

4. Архитектура автоматизированной системы поддержки принятия решений

На основе описанного выше проекта системы была разработана автоматизированная система поддержки принятия решений для оценки финансового состояния страхового фонда.

Данная система позволяет проводить моделирование и оценивать финансовое состояние фонда по страхованию жизни, медицинскому и пенсионному страхованию.

Рассмотрим архитектуру и автоматизированные средства СППР.

Графическое представление архитектуры данной автоматизированной СППР представлено на рис. 2.

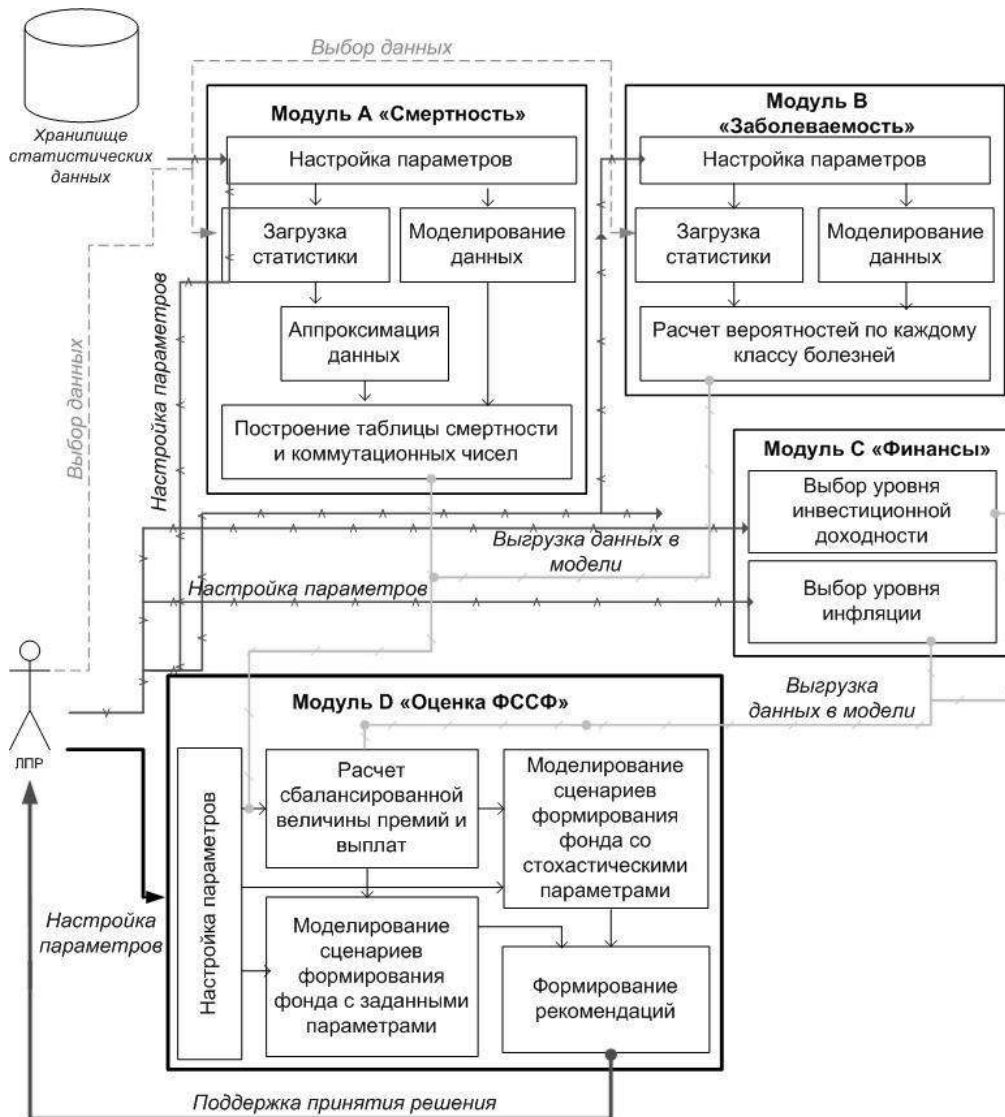


Рис. 2. Архитектура автоматизированной системы поддержки принятия решений для оценки финансового состояния страхового фонда

Автоматизированная СППР состоит из четырех основных функциональных блоков: моделирование или обработка популяционной динамики (блок А), моделирование или обработка заболеваемости по классам болезней (блок В), учет и настройка финансовых факторов (блок С) и центральный блок моделирования ФССФ, а также других страховых показателей (блок D).

5. Результаты работы автоматизированной системы поддержки принятия решений

Рассмотрим результаты работы предложенной системы на одном из видов личного страхования – страховании жизни.

Главный источник неопределенности по данному виду страхования – продолжительность жизни страхователя, о которой нельзя сказать ничего определенного. Поэтому, самый важный биомедицинский фактор для этого вида страхования – это статистическая информация о популяционной динамике, т.е. о количестве людей, умерших при переходе из одного возраста в другой (рис. 3, а). Автоматизированная СППР включает в себя подсистему моделирования популяционной динамики (смертности) на основании аналитических законов (рис. 3, б).

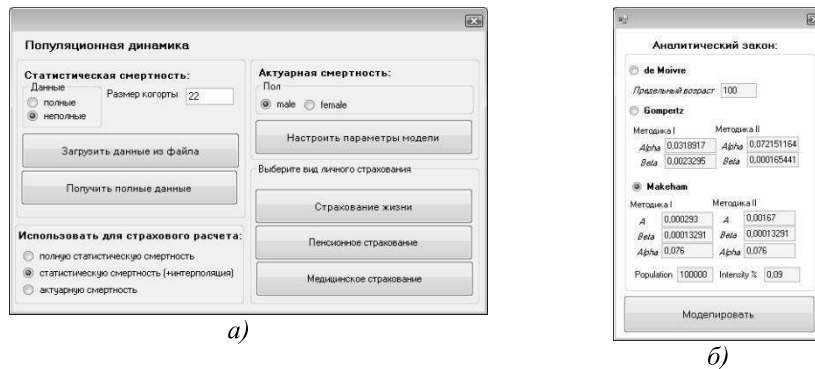


Рис. 3. Настройка параметров моделирования популяционной динамики: а) общие настройки модуля, б) параметры аналитических законов

Эта функция полезна ЛПР в случае отсутствия статистики за определенный период. Полученные данные могут быть представлены численно и графически (рис. 4.). Также, ЛПР предоставляется возможность выбрать закон с минимальной ошибкой моделирования на основании исходных данных (рис. 4).

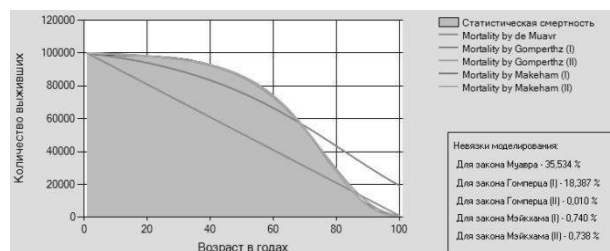


Рис. 4. Графическая интерпретация популяционной динамики по всем аналитическим законам, ошибки моделирования

В случае наличия статистики, происходит ее обработка (или аппроксимация, если данные неполные), а также построение таблицы смертности и коммутационных чисел (рис. 5).

x	Lx	Dx	Qx	Px	CDx	CMx	CNx	CCx
0	100000,0000	343,33333	0,00343	0,99657	100000,0000	16859,11242	2893981,96	353,63
1	98656,66667	343,33333	0,00345	0,99655	96754,04531	16305,47909	2793981,96	343,33
2	99313,33333	343,33333	0,00346	0,99654	93612,34172	15862,14575	2697227,91	333,33
3	98970,00000	45,00000	0,00045	0,99955	90571,57003	15620,81242	2603615,57	42,416
4	98925,00000	45,00000	0,00045	0,99955	87893,58122	15586,39560	2513044,00	41,181
5	98980,00000	45,00000	0,00046	0,99954	85294,75660	15545,21423	2425150,42	39,981
6	98935,00000	45,00000	0,00046	0,99954	82772,75651	15505,23231	2339855,66	38,817
7	98790,00000	26,40000	0,00027	0,99973	80325,31041	15466,41432	2257082,90	22,109
8	98763,60000	26,40000	0,00027	0,99973	77964,89785	15444,30533	2176757,59	21,465
9	98737,20000	26,40000	0,00027	0,99973	75673,84218	15422,83972	2098792,70	20,840
10	98710,80000	26,40000	0,00027	0,99973	73450,10561	15401,99931	2023118,85	20,233
11	98684,40000	26,40000	0,00027	0,99973	71291,71023	15381,76591	1949668,75	19,644
12	98658,00000	29,00000	0,00029	0,99971	69196,73622	15362,12183	1878377,04	20,950
13	98629,00000	29,00000	0,00029	0,99971	67161,54971	15341,17162	1809180,30	20,340
14	98600,00000	29,00000	0,00029	0,99971	65186,21565	15320,83160	1742018,75	19,747
15	98571,00000	29,00000	0,00029	0,99971	63268,97402	15301,08401	1676932,54	19,172
16	98542,00000	29,00000	0,00029	0,99971	61408,11652	15281,91159	1613563,56	18,614
17	98513,00000	74,80000	0,00076	0,99924	59601,98513	15263,29760	1552155,45	46,612
18	98438,20000	74,80000	0,00076	0,99924	57822,06786	15216,68471	1492593,46	45,255
19	98363,40000	74,80000	0,00076	0,99924	56095,27257	15171,42949	1434731,39	42,937
20	98288,60000	74,80000	0,00076	0,99924	54420,01473	15127,49296	1379636,12	42,657

Рис. 5. Численная интерпретация популяционной динамики (таблица смертности и коммутационные числа). Использованы статистические данные с аппроксимацией

Среди финансовых факторов учитываются инфляция и доход от инвестиций, а среди биосоциальных – учитывается возраст страхователя (рис. 6) и его пол (рис. 3, а).

Работу основной подсистемы по моделированию и оценке ФССФ можно увидеть на рис. 6.

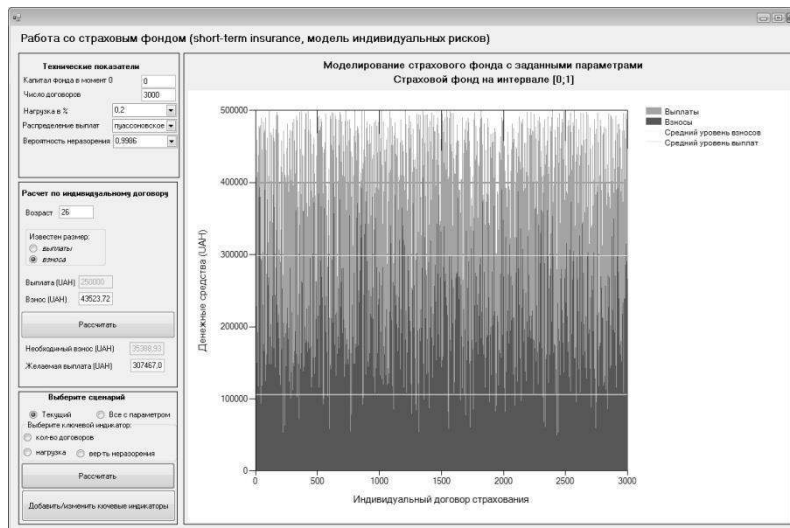


Рис. 6. Моделирование взносов и выплат страхового фонда для краткосрочного страхования жизни. Расчет по индивидуальному договору и общее состояние фонда

Подсистема моделювання ФССФ состоит из таких функциональных частей: настройка параметров (резерв фонда в начальный момент времени, общее число договоров, нагрузка в процентах (расходы на ведение дела и так далее), распределение выплат и вероятность неразорения страховщика); расчет по индивидуальному договору; моделирование ФССФ с разными параметрами.

Основные возможности системы:

1) *Анализ «Что-если».* Получение финансового состояния фонда в текущий момент времени при интересующих параметрах (рис. 6). При изменении значений страховые показатели пересчитываются автоматически.

2) *Сценарное моделирование.* Получение и сохранение состояния фонда при всех возможных вариациях ключевого индикатора. ЛПП может выбрать любое из прогнозируемых состояний и получить расчетные значения ключевых индикаторов, таких как:

- количество договоров (см. рис. 7);
- страховая нагрузка (см. рис. 8);
- вероятность неразорения (см. рис. 9).

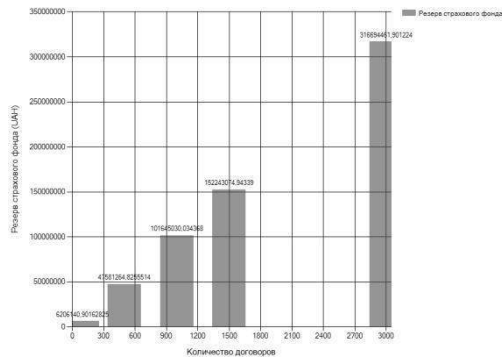


Рис. 7. Финансовое состояние страхового фонда при разных количествах договоров

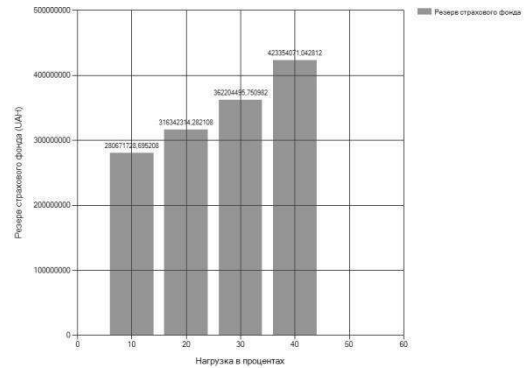


Рис. 8. Финансовое состояние страхового фонда при разной нагрузке

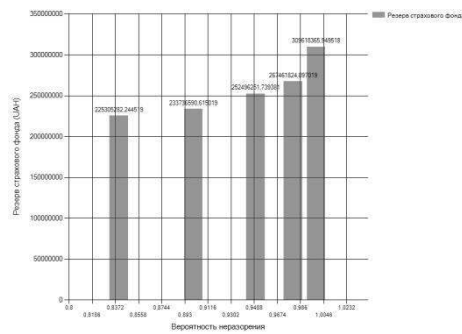


Рис. 9. Финансовое состояние страхового фонда при разных вероятностях неразорения

В системе существует возможность добавлять и настраивать дополнительные ключевые индикаторы.

При краткосрочном страховании моделируются возможные выплаты и взносы страхователей в течении одного года. Видно (см. рис. 6), что уровень взносов значительно ниже уровня выплат, однако, выплаты происходят с малой вероятностью, поэтому модель индивидуальных рисков покрывает все страховые иски с заданной вероятностью неразорения и позволяет накопить страховой резерв. При моделировании финансового состояния всего страхового фонда возраст страхователя, размер премии и страховой суммы (в заданном интервале) генерируются стохастически.

В результате работы системы формируется база рекомендаций (рис. 10). В данном случае можно увидеть оптимальный результат моделирования аналитическими законами смертности, ошибку моделирования; рекомендацию о возрасте страхователя. Был установлен предельный возраст страхователя для конкретного набора статистических данных. При страховании лиц старше установленного возраста, размер премии будет резко возрастать в связи с большей вероятностью смерти в течении года.

Рекомендации по формированию ФССФ

Страхование жизни (short-term insurance, модель индивидуальных рисков)

Популяционная динамика:

- Минимальная ошибка моделирования составила 0,010% при аналитическом законе Гемперца с параметрами методики II.
- Рекомендуется проводить страхование в возрасте до 57 лет, т.к. на основании выбранной статистической выборки вероятность смерти на интервале [57;100] резко возрастает, величина премии будет слишком высока.

ФССФ:

Выбраны такие параметры:

- ключевые индикаторы: количество испытаний, вероятность неразорения, нагрузка.
- моделируется пуассоновский поток выплат.

Получены результаты:

- усредненная вероятность смерти составила 0,0057062.
- ожидаемое количество исков составляет 19.
- рациональное количество договоров в диапазоне [100;3000] составляет 1500, при этом премия составляет 8,77% от выплаты, что является рациональным соотношением между прибыльностью и привлечением страхователей.
- рациональная величина неразорения страховщика составляет 0,9986, что обеспечивает максимально возможное покрытие рисков.
- ожидаемая аддитивная величина выплат составляет 5362474 UAH.
- финансовое состояние страхового фонда в момент выплаты по искам составляет 181448760 UAH.

Основные показатели ФССФ:

N#	Age	q	Benefit	Tn	Tb	u
0	39	0,00563331828248296	136237	39778,5265423136	49723,158177892	0,364975433824086
1	28	0,00254954415056732	163440	27000,0902094413	33750,1127618017	0,199186217904873
2	18	0,000759867612370024	352909	24023,8838590077	30029,8548237597	0,0850923462528858
3	52	0,0146191969736873	316005	200913,930758086	251142,413447608	0,794741897905437
4	18	0,000759867612370024	437792	29802,1987605947	37252,7484507434	0,0850923462528858
5	20	0,000761024167604411	396752	27035,8683111389	33794,8353889237	0,0851787398398084

Изменить параметры моделирования Добавить/изменить ключевые индикаторы Графическая интерпретация рекомендаций ОК

Рис. 10. База рекомендаций для поддержки принятия решений в страховании

Была найдена усредненная вероятность смерти для всей когорты, ожидаемое количество исков, ожидаемая аддитивная величина страховых выплат. Полученные данные позволяют оценить ФССФ в заданный момент времени с учетом влияния различных факторов риска.

Аналогичным образом рассчитывается финансовое состояние страхового фонда по долгосрочному страхованию жизни и другим видам личного страхования.

6. Выводы

В данной работе рассматривается процесс формирования страхового фонда при личном страховании по различным видам. Проведен анализ предметной области и выделено множество факторов, влияющих на процесс страхования. На основе разработанных математических моделей актуарной математики предложена автоматизированная СППР.

В результате моделирования можно спрогнозировать финансовое состояние страхового фонда в разные моменты времени с учетом множества факторов внешней среды, которые оказывают влияние на процесс страхования. Результатом работы системы является база рекомендаций, которая помогает ЛПР в принятии управленческих решений. Результаты данной статьи могут быть использованы как в работе страховых фондов, так и в работе страховых компаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Страхування: Підручник / За ред. В.Д. Базилевича. - К.: Знання, 2008. - С. 687-690.
2. Александрова М.М. Страхування: Навч.-метод. посіб. - К.: ЦУЛ, 2002. - С. 5-30.
3. Фалин Г. И., Фалин А.И. Актуарная математика в задачах. 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, - 2003. - С. 81-129.
4. Шоломицкий А.Г. Финансирование накопительных пенсий: актуарные методы и динамические модели // Обозрение прикладной и промышленной математики. - 2002. - Т. 9. - С. 544-577.
5. Гужва В.М., Скрипова А.С. Интеллектуальные системы поддержки принятия решений в страховании: потребности украинских страховых компаний и их удовлетворение // Бизнес Информ. - 2012. №3. - С. 183-187.
6. Базилевич К.А., Мазорчук М.С. Разработка алгоритмических моделей расчета тарифных ставок для краткосрочного и долгосрочного страхования жизни // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. - 2011. - №3(51). - С. 57-63
7. Мазорчук М.С., Соколов О.Ю., Бакуменко Н.С., Волков С.Г. Математичні основи фінансових розрахунків: навч. посібник. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2009. – 51 с.
8. Базилевич К.А., Мазорчук М.С. Особенности расчета страховых тарифов при добровольном медицинском страховании // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. - 2013. - №3(62). - С. 27-31.
9. Мазорчук М.С., Базилевич К.А., Бакуменко Н.С. Решение актуарных задач в страховании: учеб. пособие. - Х. : Нац. аерокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авіац. ін-т», 2013. - 50 с.
10. Базилевич К.А., Мазорчук М.С., Бакуменко Н.С. Алгоритмическая модель определения параметров модели популяционной динамики старения Гомперца // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. - 2014.- №3(67). - С. 27-32.

Надійшла у першій редакції 07.05.2015, в останній - 29.09.2015.