DOI.

УДК 519.856:519.6

Метод синтеза решений многокритериальных задач стохастической оптимизации со смешанными условиями

А.В. Безлюбченко[1], Е.С. Меняйлов[1], М.Л. Угрюмов[2], К.М. Угрюмова[1], С.В. Черныш[1]
[1]Харьковский национальный аэрокосмический университет имени Н. Е. Жуковского «ХАИ», Чкалова 27, г. Харьков, 61070, Украина
[2]Харковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы 4, г. Харьков, 61022, Украина
e-mail: j.menyailov@khai.edu

Розглядається постановка задачі оцінювання критеріїв вибору рішень (цільових функцій) і шуканих величин в багатокритеріальних задачах при апріорній невизначеності даних. представлено види скалярних згорток цільових функцій для багатокритеріальних задач ідентифікації математичних моделей, оптимізації та прийняття рішень. Розглядаються модель і метод синтезу рішень багатокритеріальних задач стохастичною оптимізації зі змішаними умовами (MV-задач). Розроблено обчислювальний метод синтезу рішень задач цього класу, заснований на меметичному алгоритмі, в якому реалізовано спільне використання еволюційного методу, з мінливими від епохи до епохи параметрами, а також методу звужуючих околиць і рандомізованого методу прокладки шляхів. Представлені приклади реалізації запропонованого методу при вирішенні тестових завдань в детермінованому і стохастичному формулюванні. Застосування пропонованих розробок забезпечує ефективне робастне оцінювання шуканих величин при параметричній невизначеності вхідних даних і зниження інформаційної складності методу синтезу квазірішення.

Ключові слова: *стохастичне програмування; обчислювальна математика, чисельний аналіз і програмування (машинна математика), меметічний алгоритм.*

Рассматривается постановка задачи оценивания критериев выбора решений (целевых функций) и искомых величин в многокритериальных задачах при априорной неопределенности данных. Представлены виды скалярных сверток целевых функций для многокритериальных задач идентификации математических моделей, оптимизации и принятия решений. Рассматриваются модель и метод синтеза решений многокритериальных задач стохастической оптимизации со смешанными условиями (MV-задач). Разработан вычислительный метод синтеза решений задач этого класса, основанный на меметическом алгоритме, в котором реализовано совместное использование эволюционного метода с изменяющимися от эпохи к эпохе параметрами: операторов вещественного кодирования, функции приспособленности и релаксации, а также метод в котором реализовано совместное использование эволюционного метода с изменяющимися от эпохи к эпохе параметрами: операторов, а также метода сужающихся окрестностей и рандомизированного метода прокладки путей. Представлены примеры реализации предложенного метода при решении тестовых задач в детерминированной и стохастической формулировках. Применение предлагаемых разработок обеспечивает эффективное робастное оценивание искомых величин при параметрической неопределенности входных данных и снижение информационной сложности метода синтеза квазирешений.

Ключевые слова: *стохастическое программировании; вычислительная математика, численный анализ и программирование (машинная математика), меметический алгоритм.*

The problem of the definition of decision selection criteria (objective functions) and sought-for quantities estimation are considered in the multi-objective problems under a priori uncertain data. The types of decision selection criteria scalar convolution are obtained for the multi-objective problems of the development of robust meta-models, mathematical models identification, optimization and decision making. A model and a method for the synthesis of solutions of multicriteria problems of stochastic optimization with mixed conditions (MV-problems) are considered. A computational method for the synthesis of solutions of problems of this class is developed, based on a memetic algorithm. Examples of the implementation of the proposed method for solving test problems in deterministic and stochastic formulations are presented. Application of the proposed developments provides an effective robust estimation of the sought values for the parametric uncertainty of the input data and a reduction in the information complexity of the method for synthesizing quasisolutions.

Keywords: *stochastic programming; computational mathematics, numerical analysis and programming (computer mathematics), memetic algorithm.*

1 Введение

Одной из актуальных проблем при создании объектов новой техники является проблема снижения затрат на доводку и при эксплуатации систем и процессов. Решение этой технической проблемы возможно за счет внедрения в практику методов робастного оптимального проектирования и интеллектуального диагностирования систем и процессов.

При разработке последних возникают математические проблемы: оценивание неопределенностей, структуризация регуляризирующих алгоритмов и высокая вычислительная сложность методов синтеза квазирешений практических задач в условиях неопределенности.

К настоящему времени опубликовано множество работ, посвященных описанию моделей синтеза решений, методов оценивания целевых функций и искомых величин в многокритериальных задач идентификации математических моделей, оптимизации и принятия решений при проектировании, совершенствовании и диагностировании технических, а также медико-биологических систем – при параметрической неопределенности данных [1-15].

В качестве вычислительных методов синтеза решений задач стохастической оптимизации используются локально-стохастические методы (в том числе на основе самоорганизации):

- стохастические квазиградиентные алгоритмы [16-19];
- эволюционные (генетические алгоритмы, иммунные) [20-25, 14, 15];
- популяционные (имитации движения: стаи перелетных птиц; муравьиных, пчелиных колоний) [26-31].

Результатом исследований стали разработанные методы синтеза решений M-, V-, P-задач, задач стохастической оптимизации со смешанными условиями и реализующие их программные средства, которые в настоящее время применяются для решения практических задач.

Следует отметить, в большинстве работ, посвященных оцениванию целевых функций и искомых величин в вышеперечисленных задачах отсутствует анализ значимости переменных нелинейных моделей с учетом их коррелируемости и точности измерения.

К недостаткам рассмотренных вычислительных методов следует отнести следующие: отсутствие самоадаптации в процессе работы, низкая их эффективность на заключительном этапе оптимизации. Большое влияние на эффективность алгоритмов, реализующих эти методы, оказывает выбор используемых свободных параметров при настройке алгоритмов.

Таким образом, возникает необходимость в совершенствовании существующих и разработке новых математических методов оценивания целевых функций и искомых величин в многокритериальных задачах идентификации математических моделей, оптимизации и принятия решений при априорной неопределенности данных.

Целью данного исследования является разработка модели и метода синтеза решений многокритериальных задач стохастической оптимизации со смешанными условиями (MV-задач).

В процессе исследования авторами структурирован вычислительный метод синтеза решений задач этого класса, основанный на меметическом алгоритме, в котором реализовано совместное использование эволюционного метода с изменяющимися от эпохи к эпохе параметрами: операторов вещественного кодирования, функции приспособленности и релаксации, а также метода сужающихся окрестностей и рандомизированного метода прокладки путей.

Представлены примеры реализации предложенного метода при решении тестовых задач в детерминированной и стохастической формулировках.

2 Постановки задач стохастической оптимизации со смешанными условиями

Пусть X^0 – вектор случайных величин размерности M (параметры модели, управляющие переменные, переменные состояния), F^0 – вектор случайных величин размерности I (данные измерений, целевых функции). Величины F^0 можно найти с использованием исходной математической модели (ИММ) объекта исследования, представленном в виде $F^0 = F(X^0)$, где F – вектор-функция.

Определим проекции X^0 и F^0 как случайные величины с нормальным законом распределения, задав их математические ожидания, средние квадратические отклонения и корреляционные матрицы. Приведенные входные данные позволяют перейти к представлению X^0 и F^0 как систем нескольких случайных величин с многомерным нормальным законом распределения.

В соответствии с концепцией степенных средних А.Н. Колмогорова, будем использовать в качестве критериев проверки гипотезы о равенстве центров распределений для репрезентативных выборок из двух многомерных генеральных совокупностей t - статистику Стьюдента, а гипотезы о равенстве ковариационных матриц – многомерный аналог критерия В.И. Романовского Ro :

$$t=\sqrt{\frac{n_\alpha}{2}MD^2}\,, \qquad (1)$$

где n_α – размерность выборок из генеральных совокупностей;

MD – расстояние Махаланобиса;

$$Ro=\frac{\left|\chi^2-k\right|}{\sqrt{2k}},\ k=n_\alpha-3, \qquad (2)$$

где $\chi^2=\frac{n_\alpha}{N}\left(\sigma^0\right)^T R\sigma^0$ - многомерный аналог критерия согласия Пирсона;

N – размерность X^0 (или F^0);

$\sigma^0=\left\{\frac{\sigma_n}{\sigma_n^*}\right\},\ n=1..N$;

σ_n,σ_n^* – средние квадратические отклонения переменных $x_n\in X^0$ (индекс * - желаемые значения);

R – корреляционная матрица.

Определим логарифмическую функцию правдоподобия. Окончательный вид скалярной свертки целевых функций для задач принятия решений с использованием (1-2) имеет вид [15]:

$$L\left(\hat{X}/t_F,Ro_F\right)=\frac{1}{2}\left(t_F^2+Ro_F+t_X^2+Ro_X\right)+C_L\,.$$

В дальнейшем в качестве скалярной свертки целевых функций в MV-задачах, полагая, что $R_X=R_F=E$, где R_X и R_F – корреляционные матрицы , использовалась свертка [15] :

$$\begin{aligned}E=&\frac{1}{2I}\sum_{i=1}^{I}\left\{f_{fit}\left[\left(\mu_i(f_i^*)\frac{\Delta_{f_i}}{f_i^*}\right)^2\left(1+\sigma_{f_i}^0\right)^{-2}\right]+\beta_f\cdot f_{fit}\left(\frac{\left|\chi_{f_i}^2-k\right|}{\sqrt{2k}}\right)\right\}+\\&+\gamma\frac{1}{2M}\sum_{m=1}^{M}\left\{f_{fit}\left[\left(\mu_m(x_m^*)\frac{\Delta_{xm}}{x_m^*}\right)^2\left(1+\sigma_{xm}^0\right)^{-2}\right]+\beta_x\cdot f_{fit}\left(\frac{\left|\chi_{xm}^2-k\right|}{\sqrt{2k}}\right)\right\}\end{aligned}, \qquad (3)$$

где $\Delta_{f_i}=M_\alpha[f_i]-f_i^*,\ \chi_{f_i}^2=n_\alpha\frac{M_\alpha\left[\left(f_i-M_\alpha[f_i]\right)^2\right]}{\left(\sigma_{f_i}^*\right)^2};\ \sigma_{f_i}^\circ=\left\{\frac{\sigma_{f_i}}{\sigma_{f_i}^*}\right\}$;

$$\frac{\left|\chi_{f_i}^2-k\right|}{\sqrt{2k}}=\frac{n_\alpha}{\sqrt{2(n_\alpha-3)}}\left|(\sigma_{f_i}^\circ)^2-1+\frac{3}{n_\alpha}\right|;$$

$$\Delta_{xm}=M_\alpha[x_m]-x_m^*,\ \chi_{xm}^2=n_\alpha\frac{M_\alpha\left[\left(x_m-M_\alpha[x_m]\right)^2\right]}{\left(\sigma_m^*\right)^2};\ \sigma_{xm}^\circ=\left\{\frac{\sigma_{xm}}{\sigma_{xm}^*}\right\};$$

$$\frac{\left|\chi_{xm}^2-k\right|}{\sqrt{2k}}=\frac{n_\alpha}{\sqrt{2(n_\alpha-3)}}\left|(\sigma_{xm}^\circ)^2-1+\frac{3}{n_\alpha}\right|,$$

$x_m^*,\ \sigma_m^*$ – значения математического ожидания и среднего квадратического отклонения переменной x_m для прототипа;

σ_{xm} – среднее квадратическое отклонение переменной $x_m\in X^0$.

$f_i^*,\ \sigma_{f_i}^*$ – значения математического ожидания и среднего квадратического отклонения критериев выбора решений f_i для прототипа;

σ_{f_i} – среднее квадратическое отклонение критериев выбора решений $f_i\in F^0$.

f_{fit} – функция приспособленности (ФПр),

$f_{fit}(d) = 1 - \exp(-C \cdot d)$, $C > 0$ (выбирается из условия, что начальное значение $E_{av}^{(1)}$ было: $E_{av}^{(1)} < 1$), d – аргумент ФПр ($d > 0$);

$\mu_i(f_i^*)$, $\mu_m(x_m^*)$ – функции принадлежности;

γ – параметр регуляризации ($\gamma = 0$ – идентификация, $\gamma = 1$ – оптимизация);

β_f, β_x – параметры робастности.

Таким образом, задача оценивания $\hat{X} = \left(M\left[X^0\right], \sigma_X^0\right)$ (в частности, *ЗРКРЦ)* может быть сведена к МЗСО со смешанными условиями (в нашем случае MV-задачи), квазирешением которой, согласно принципу максимума правдоподобия (М-оценка), является [14, 15]:

$$\hat{X} = \arg\inf_{\hat{X} \in D_X} E\left(\hat{X} / t_F, Ro_F\right), \tag{4}$$

где D_X – множество корректности, определяющееся в общем случае системой предпочтений ЛПР. В данном случае предполагалось, что D_X является выпуклым множеством.

3 Эволюционный метод решения задачи стохастической оптимизации со смешанными условиями

Квазирешение поставленной задачи (нормальное решение) может быть найдено методом регуляризации [15, 32]. Синтез квазирешений многокритериальных задач системной модификации в детерминированной и стохастической (MV-задача) формулировках осуществлялся с помощью вычислительного метода, основанного на меметическом алгоритме.

Определим эволюционный метод (ЭМ) как модификацию генетического алгоритма (ГА), с изменяющимися от эпохи к эпохе параметрами, для решения поставленной задачи. В данной работе представлены описание ГА и элементы новизны, отличающие предлагаемый эволюционный метод от классического ГА.

Работа генетического алгоритма (ГА) начинается с задания ограничений на управляющие переменные, с которыми манипулирует ГА. Обычно такие условия задаются системой неравенств, ограничивающих каждую управляющую переменную с двух сторон: $x_m^{'} \le x_m \le x_m^{''}$, $m = 1..M_d$, где x_m – набор из M_d управляющих переменных; $x_m^{'}$ и $x_m^{''}$ – их нижние и верхние границы, соответственно. В нашем случае ограничения задавались в виде $X^\circ \in O(P, R^\circ)$, где $O(P, R^\circ)$ – эллипсоид с центром в точке P и радиусом R°. В ограниченной таким образом области поиска случайным образом с равномерным или нормальным распределением формируется начальный набор переменных. Набор переменных x_m, соответствующий какому-либо решению, будем называть особью, а общий набор особей – популяцией.

После образования начальной выборки и ее кодирования начинается работа самого ГА. В качестве эвристики при отборе родительских особей был выбран метод рулетки. Данный метод позволяет отбирать особи с лучшими значениями скалярной свертки критериев выбора решений (целевых функций) с большей вероятностью, чем при равномерной выборке.

В данной работе использован вещественный оператор кроссовера, имитирующий бинарный [31], он формирует две новых хромосомы $x_{1,m}^{(t+1)}$, $x_{2,m}^{(t+1)}$ по принципу:

$$x_{1,m}^{(t+1)} = 0.5((1-u_1)x_{1,m}^{(t)} + (1+u_1)x_{2,m}^{(t)}),$$
$$x_{2,m}^{(t+1)} = 0.5((1-u_1)x_{2,m}^{(t)} + (1+u_1)x_{1,m}^{(t)}),$$

где u_1, u_2 – случайные величины, плотность распределения вероятности которых подчинена закону:

$$\xi(u)=\begin{cases}(2u)^{\frac{1}{1+b}}, u\ge 0,5\\ \left(\frac{1}{2(1-u)}\right)^{\frac{1}{1+b}}, u<0,5\end{cases},$$

где $b\in[2,5]$ – натуральное число (свободный параметр оператора кроссовера), увеличение которого влечет за собой увеличение вероятности появления особи потомка в окрестности особи родителя и наоборот. В дальнейшем использовался закон изменения параметра вещественного оператора кроссовера от номера эпохи:

$$b=2+3(\frac{t}{T})^n,\ n\in[0,5].$$

В качестве вещественного оператора мутации, использован оператор неравномерной мутации Михалевича [31], относящийся к классу нестационарных мутаторов. Новое значение гена $x_m^{(t+1)}$, подлежащего изменению, вычисляется по формуле:

$$x_m^{(t+1)}=\begin{cases}x_m^{(t)}+\delta(t,x_m''-x_m^{(t)}),u_1=0\\ x_m^{(t)}+\delta(t,x_m^{(t)}-x_m'),u_1=1\end{cases},$$

где $u_1=u_{sign}^{\pm}$ – целое случайное число, с равномерной вероятностью принимающее значение 0 или 1, функцию $\delta(t,y)$, можно определить как

$$\delta(t,y)=y\left(1-u_2^{(1-\frac{t}{T})^b}\right),$$

где $u_2=U(0,1)$ – случайное число,

b – свободный параметр оператора, определяющий степень зависимости значений функции от номера эпохи (рекомендуемое значение $b=5$). Легко видно, что $\delta(t,y)$ принимает значения в интервале $[0,y]$ и с ростом номера эпохи t этот интервал сужается. В результате на начальных эпохах ГА, оказывается близким к оператору случайной мутации, а на завершающих эпохах, производит мутации, обеспечивающие близость значений величин $x_m^{(t)}$ и $x_m^{(t+1)}$.

После проведения операций кроссовера и мутации выбирается наиболее приспособленная особь (в случае поиска решений многокритериальных задач параметрической оптимизации (многокритериального принятия решений) – особь с наиболее подходящей скалярной сверткой критериев выбора решений), которая и помещается в набор особей для следующей эпохе алгоритма.

Дополнительно при создании новой популяции использовался также элитный отбор. В рассматриваемом случае для каждой новой популяции отбирались из предыдущей популяции особи, у которых скалярная свертка критериев выбора решений E была меньше некоторого порогового значения $E<E_c$, где E_c – среднее значение скалярной свертки критериев выбора решений популяции для текущей эпохи. Элитный отбор способствует быстрой сходимости алгоритма.

Эпохи повторяются до тех пор, пока не будет выполнено условие остановки. Данным условием может служить либо выполнение максимально допустимого количества эпох T, либо отсутствие изменений с заданной погрешностью скалярной свертки критериев выбора решений в популяции на протяжении определенного количества эпох. На последней эпохе в качестве рационального решения задачи выбиралась особь, для которой скалярная свертка критериев выбора решений минимальна.

Особенностью классического ГА является быстрая сходимость на первых нескольких эпохах, и, в тоже время, невысокая точность нахождения экстремума для сложных критериев выбора решений.

Одним из средств повышения скорости сходимости ГА является, как известно, кластеризация. Для повышения скорости сходимости и точности нахождения экстремума была разработан метод сужающихся окрестностей (Decremental Neighborhood Method), реализующий идеи кластеризации [14]. Суть этого метода заключается в следующем. Вначале происходит запуск ГА с равномерным распределением начальной популяции по всей области поиска $[x_m^{'}, x_m^{''}]$. Получаем особь с наилучшей для данных настроек ГА скалярной сверткой критериев выбора решений. Найденный экстремум $\hat{X}^{\circ}$ используется далее как центр новой области определения управляющих переменных метода. Область определения следующей эпохи ГА задаем в виде:

$$\mathrm{D_X} = [k_x x_m^{'} + (1-k_x)\hat{x}_m, k_x x_m^{''} + (1-k_x)\hat{x}_m],$$

где k_x – параметр релаксации. Число особей (в дальнейшем – число мини-популяций) для следующей эпохи и параметр релаксации выбираются по формулам: $k_x = \exp(-\alpha \frac{t}{T}), \alpha \le 1$, соответственно. Таким образом, последовательно производится запуск ЭМ с уменьшающимися областью определения управляющих переменных, числом особей (мини-популяций), параметром релаксации; увеличивающимся параметром функции приспособленности до тех пор, пока не будет выполнено условие остановки.

Для решения задач оптимизации или модификации в стохастических постановках необходимо рассчитывать математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение критериев выбора решений (КВР). Предложен следующий подход: поскольку заранее отсутствует информация о параметрах распределения случайной величины КВР, то для их определения для каждого набора управляющих переменных x_m формируется выборка по нормальному закону распределения (мини-популяция) с заданными математическим ожиданием x_{mc} и средним квадратическим отклонением σ_m. Далее, на основе сформированной выборки рассчитывается множество значений КВР, по которому, в свою очередь, рассчитываются математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение КВР. Причем, чем больший объем выборки, тем более точно будут рассчитаны эти величины. В тоже время необходимо минимизировать размер такой выборки, поскольку даже единичный расчет КВР может требовать значительных вычислительных ресурсов. Проведен анализ зависимости точности расчета КВР от объема выборки. Рациональной является выборка (мини-популяция) объемом в 30-100 особей, поскольку дальнейшее увеличение выборки не приводит к повышению точности расчета параметров выборки.

4 Меметический алгоритм синтеза решений задач стохастической оптимизации со смешанными условиями

Пусть $M = \{m_k\}, k = 1\ldots K$ – множество мемов (стратегий), K – число стратегий (гиперэвристик). Определим меметический алгоритм (МА) как гибридный популяционный алгоритм, основанный на использовании гиперэвристик. В нашем случае будем использовать: m_1 – ЭМ, m_2 – рандомизированный метод прокладки путей (Randomized Path Relinking Method) [15, 31].

Рассмотрим особенности предлагаемой реализации рандомизированного метода прокладки путей (РМПП). Определим для текущей эпохи $p(p = 1\ldots P)$ для каждой мини-популяции $l(l = 1\ldots L)$, где L – число мини-популяций с параметрами: математическим ожиданием $M[X_l^0]$ и средним квадратическим отклонением $\sigma_{X_l}^{\circ}$, значения скалярной свертки критериев выбора решений E_l.

Далее на множестве $\{E_l\}$ выполним отбор отсечением по правилу:

$$(\forall l = 1...L) E_l \to \{E_j'\}, j = 1...J : E_j' < E_l .$$

Следующее за $X_l = (M[X_l^\circ], \sigma_{X_l}^\circ)$ решение, согласно РМПП, будем искать путем перемещения мини-популяции l в сторону случайного решения X_j. Отбор X_j осуществлялся методом рулетки с учетом вероятности отбора, определяемой по формуле: $P(X_j) = 1 - \frac{E'_j}{\sum_{j=1}^{J} E'_j}$.

Движение мини-популяции с параметрами $\mathrm{X_l}$ в сторону более привлекательной с параметрами $\mathrm{X_j}$, выбранной случайным образом с учетом вероятности отбора $\mathrm{P(X_j)}$, осуществляется из условия, что расстояния между мини-популяциями значимы. Последнее обеспечивается превышением значений статистик Стьюдента и В.И. Романовского выше критических.

5 Результаты решения тестовых задач

Рассмотрим примеры реализации предложенного метода при решении тестовых задач в детерминированной и стохастической формулировках. Были выбраны функции, на базе которых были проведены расчетные исследования. Например, функция Розенброка имеет вид:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2],$$

где n – количество переменных.

Функция унимодальная и имеет глобальный минимум, который лежит в узкой параболической долине. Выбранная функция при $n = 2$ имеет минимум в точке $\hat{x} = (1,1)$: $f(\hat{x}) = 0$. Была выбрана область определения переменных: $D_X = [-2.048, 2.048] \times [-2.048, 2.048]$.

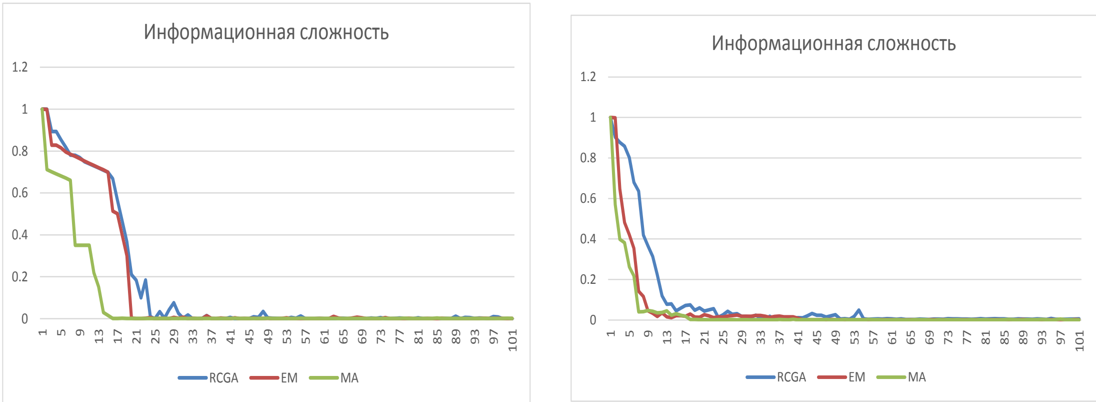
Функция Растригина имеет вид:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = 10n + \sum_{i=1}^{n} \left(x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) \right).$$

Данная функция одержит 4 глобальных и 96 локальных минимумов. Эта функция при $n = 2$ имеет минимум в точке $\hat{x} = (0,0)$: $f(\hat{x}) = 0$. Была выбрана область определения переменных: $D_X = [-5.12, 5.12] \times [-5.12, 5.12]$.

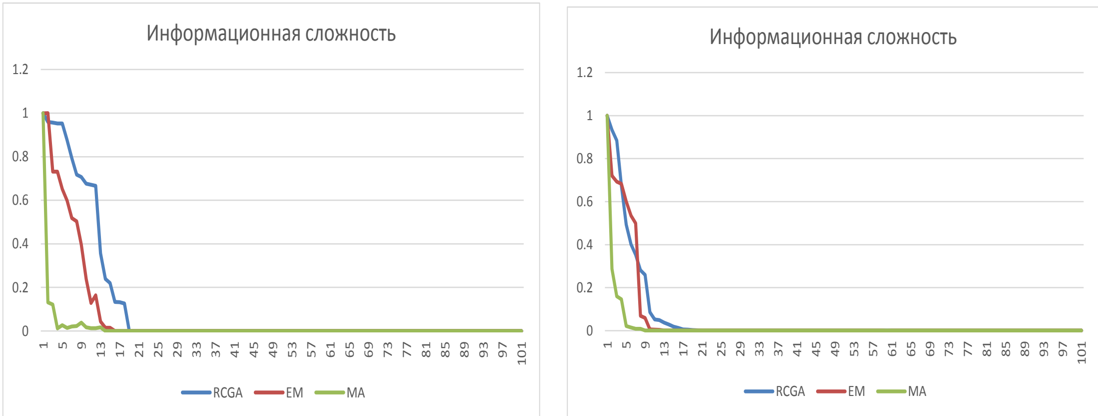
Определение. Сложностью (информационной) $\mathrm{O_B}(k, \varepsilon)$ класса задач $(A, \mathrm{D_x})$, где $D_x \subset R^k$ – конечное множество допустимых решений (подмножество корректности) для всех задач A-класса, k – размерность задачи, будем называть минимальное число шагов $l_B(k, \varepsilon)$, при котором существует некоторый метод B, решающий задачу A-класса с трудоемкостью не более $l_B(k, \varepsilon)$ и погрешностью, не превышающей ε [1].

Результаты анализа сходимости (информационная сложность) предложенных вычислительных методов (RCGA – генетический алгоритм с вещественными операторами, EM – RCGA и метод сужающих окрестностей, МА – ЭМ и РМПП) при решении задач нахождения экстремумов рассмотренных функций в детерминированной и стохастической формулировках в форме $[E^\circ, t]$ представлены на рис.1, 2.



а) б)

Рис. 1 – Результаты анализа сходимости предложенных вычислительных методов при решении задачи нахождения экстремума функции Розенброка в детерминированной (а) и стохастической (б) формулировках



а) б)

Рис. 2 – Результаты анализа сходимости предложенных вычислительных методов при решении задачи нахождения экстремума функции Растригина в детерминированной (а) и стохастической (б) формулировках

Совместное использование в разработанном методе, основанном на меметическом алгоритме, эволюционного метода с изменяющимися от эпохи к эпохе параметрами: операторов вещественного кодирования, функции приспособленности и релаксации, а также метода сужающихся окрестностей и рандомизированного метода прокладки путей, обеспечивает снижение информационной и временной сложностей предлагаемого меметического алгоритма, по сравнению с классическим ГА, не менее чем в несколько раз.

6. Заключение

Рассматривается постановка задачи оценивания критериев выбора решений (целевых функций) и искомых величин в многокритериальных задачах при априорной неопределенности данных. Представлены виды скалярных сверток целевых функций для многокритериальных задач идентификации математических моделей, оптимизации и принятия решений. Предложены модель и метод синтеза решений многокритериальных задач стохастической оптимизации со смешанными условиями (MV-задач). Синтез квазирешений этой задачи осуществляется регуляризацией поиска минимума сглаживающего функционала в форме скалярной свертки целевых функций

Разработан вычислительный метод синтеза решений задач этого класса, основанный на меметическом алгоритме, в котором реализовано совместное использование эволюционного метода с изменяющимися от эпохи к эпохе параметрами: операторов вещественного кодирования, функции приспособленности и релаксации, а также метода сужающихся окрестностей и рандомизированного метода прокладки путей.

Представлены примеры реализации предложенного метода при решении тестовых задач в детерминированной и стохастической формулировках.

Применение предлагаемых разработок обеспечивает эффективное робастное оценивание искомых величин при параметрической неопределенности входных данных и снижение информационной сложности метода синтеза квазирешений, что иллюстрирует актуальность применения представленного метода в инженерной практике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юдин Д. Б. Вычислительные методы теории принятия решений : монография. Москва : физ.-мат. лит., 1989. 320 с.
2. Egorov I. N. Optimization of Gas Turbine Engine Elements by Probability Criteria. *ASME 1993 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, Cincinnati, Ohio, USA, May 24–27, 1993, 8 p.
3. Gelfand A. E. Model choice: A minimum posterior predictive loss approach. *Biometrika*. 1998. Vol. 85, Issue 1. 11p.
4. Giunta A. A. Perspectives on optimization under uncertainty: algorithms and applications.*10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Albany, New York, 30 August -1 September, 2004, 10 p.
5. Gneiting T. Strictly Proper Scoring Rules, Prediction, and Estimation. *American Statistical Association Journal of the American Statistical Association*,Vol. 102, No. 477, March 2007, P. 359 – 378.
6. Волин Ю. М., Островский Г. М. Многокритериальная оптимизация технологических процессов в условиях неопределенности. *Autom. Remote Control*, 3 (68). 2007. С. 523–538
7. Лысенко Э. В., Пономаренко В. П., Писклакова В. П. Системологический анализ проблемы принятия решений в условиях многокритериальности и неопределенности. *АСУ и приборы автоматики*. 2008. №145. С.104-109.
8. Левин В. И. Моделирование задач оптимизации в условиях интервальной неопределенности. *Известия Пензенского государственного педагогического университета имени В.Г.Белинского*. Физико-математические науки. 2011. № 26. С.589-595.
9. Erfani T., Utyuzhnikov S. V. Control of robust design in multiobjective optimization under uncertainties. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, February 2012, Vol. 45, Is. 2, PP. 247–256.
10. Вересников Г. С., Панкова Л. А., Пронина В. А. Многокритериальная оптимизация в задачах предварительного аэродинамического проектирования в условиях неопределённости. *Журнал ИПУ РАН*. 2014. №2. С.161-163.
11. Левин В. И. Оптимизация в условиях неопределенности методом детерминизации. *Журнал. Управління у технічних системах.* 2015. №4. С. 104 - 112.
12. Brevault L. Balesdent M., Berend N., Le Riche R. Multi-level hierarchical MDO formulation with functional coupling satisfaction under uncertainty, application to sounding rocket design. *11th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimisation*, Sydney Australia, 7 -12, June 2015, 6 p.
13. Lee S., Rhee D., Yee K. Optimal Arrangement of the Film Cooling Holes Considering the Manufacturing Tolerance for High Pressure Turbine Nozzle. *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Seoul, South Korea, June 13–17, 2016, 10 p.
14. Трончук А. А., Угрюмова Е. М. Математические модели и эволюционный метод решения задач стохастической оптимизации. Вісник Харківського національного університету. Збірник наукових праць. Серія: «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». 2012. Випуск 19 (№ 1015). С. 292-305.
15. Meniailov Ievgen, Khustochka Olexandr, Ugryumova Kateryna, Chernysh Sergey, Yepifanov Sergiy, Ugryumov Mykhaylo. Mathematical Models and Methods of Effective Estimation in Multi-Objective Optimization Problems under Uncertainties. *Advances in Structural and Multidisciplinary Optimization: Proceedings of the 12th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO12)* / By Axel Schumacher (05th - 09th, June 2017, Braunschweig, Germany). SpringerLink, 2018. 2115 p. (ISBN: 978-331-967-987-7) (Paper No. 0011, P.411-427)

16. Граничин О. Н., Поляк Б. Т. Рандомизированные алгоритмы оптимизации и оценивания при почти произвольных помехах : учебное пособие. / отв ред.А. В. Назин. Москва : Наука, 2003. 291с.
17. Егорова Ю. Е., Язенин А. В. Стохастический квазиградиентный метод решения задач возможностно-вероятностной оптимизации одного класса. *Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика*. 2014. № 4. С. 57–70.
18. Исавнин А. Г., Хамидуллин М. Р. Решение ряда экономических задач алгоритмами метода штрафных функций с неполной минимизацией вспомогательных функций. *Экономический анализ: теория и практика.* 2012. №20. С. 62–66.
19. Улитин Г. М., Царенко С. Н. Метод усреднения в задачах о продольном ударе стержней переменного сечения. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика*. 2016 № 1. С. 43–48.
20. Снитюк В. Е. Аспекты эволюционного моделирования в задачах оптимизации. *Искусственный интеллект.* 2005. № 4. С. 284-291.
21. Курейчик В. М. Модифицированные генетические операторы. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика*. 2009. №1. С. 7–14.
22. Karaboga D. A. Simple and Global Optimization Algorithm for Engineering Problems: Dierential Evolution Algorithm. *Turk J Elec Engin,* VOL.12, NO.1, 2004, P. 53–60.
23. Пантелеев А. В., Дмитраков И. Ф. Применение метода дифференциальной эволюции для оптимизации параметров аэрокосмических систем. *Электронный журнал «Труды МАИ»*. 2010. Выпуск № 37. 10 с.
24. Чивилихин Д. С. Эволюционные стратегии с адаптивным параметром на основе свойств ландшафта функции приспособленности. *Материалы научной конференции по проблемам информатики*. 2013. С. 525–531.
25. Сахаров М. К., Карпенко А. П. Меметические алгоритмы для решения задачи глобальной нелинейной оптимизации. Обзор. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2015. №12. С. 119–142.
26. Баранюк В. В., Смирнова О. С. Детализация онтологической модели по роевым алгоритмам, основанным на поведении насекомых и животных. *International Journal of Open Information Technologies scholar*. 2015. № 12. Том 3. С. 18–27.
27. Ходашинский И. А., Горбунов И. В., Дудин П. А. Алгоритмы муравьиной и пчелиной колонии для обучения нечетких систем. *Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники*. 2009. № 2 (20). С. 157–161.
28. Лебедев Б. К., Лебедев В. Б. Размещение на основе метода пчелиной колонии. *Известия Южного федерального университета. Технические науки*. 2010. № 12(20). С. 12–20.
29. Чернышев Ю. О., Григорьев Г. В., Венцов Н. Н. Искусственные иммунные системы: обзор и современное состояние. *Программные продукты и системы*. 2014. №4 (108). С. 136–142.
30. Пантелеев А. В., Метлицкая Д. В. Применение метода искусственных иммунных систем в задачах поиска условного экстремума функций. *Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации*. 2012. №184. С. 54–61.
31. Карпенко А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой : учебное пособие. Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. 446с.
32. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач : учебное пособие. Москва : Наука, физ.-мат. лит., 1986. 288 с.

REFERENCES

[1] D. B. Yudin, Computational methods of decision theory: monograph. Moscow : Phys.-Mat. Lit., 1989. 320 p.
[2] I. N. Egorov, Optimization of Gas Turbine Engine Elements by Probability Criteria. *ASME 1993 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, Cincinnati, Ohio, USA, May 24–27, 1993, 8 p.
[3] A. E. Gelfand, Model choice: A minimum posterior predictive loss approach. *Biometrika.* 1998, Vol. 85, Issue 1, 1 March, 11p.

[4] A. A. Giunta, Perspectives on optimization under uncertainty: algorithms and applications.*10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference,* Albany, New York, 30 August -1 September, 2004, 10 p.

[5] T. Gneiting, Strictly Proper Scoring Rules, Prediction, and Estimation. *American Statistical Association Journal of the American Statistical Association*,Vol. 102, No. 477, March 2007, pp. 359 – 378.

[6] Yu. M. Volin and G. M. Ostrovsky, Multi-criteria optimization of technological processes in conditions of uncertainty, *Avtomat. and Telemekh.* 2007. No. 3, pp. 523–538

[7] E. V. Lysenko, V. P. Ponomarenko and V. P Pisklakova, A systemological analysis of the problem of decision making under conditions of multicriteriality and uncertainty. ACS and automation devices. 2008. №145. pp.104-109.

[8] V. I. Levin., Modeling of optimization problems in the conditions of interval uncertainty. *Izvestiya Penza State Pedagogical University named after V.G. Belinsky. Physics and Mathematics*. 2011. No. 26. pp.589-595.

[9] T. Erfani and S. V. Utyuzhnikov, Control of robust design in multiobjective optimization under uncertainties. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, February 2012, Vol. 45, Is. 2, pp. 247–256.

[10] G. S. Veresnikov, L. A. Pankova and V. A. Pronina, Multi-criteria optimization in problems of preliminary aerodynamic projection under uncertainty. *Journal IPU RAS*. 2014. №2. p.161-163.

[11] V.I. Levin, Optimization under uncertainty by the method of determinism. *Journal. Manage technical systems*. 2015. №4. pp. 104 - 112.

[12] L. Brevault, M. Balesdent, Berend N. and R. Le Riche, Multi-level hierarchical MDO formulation with functional coupling satisfaction under uncertainty, application to sounding rocket design. *11th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimisation*, Sydney Australia, 7 -12, June 2015, 6 p.

[13] S. Lee, D. Rhee and K. Yee, Optimal Arrangement of the Film Cooling Holes Considering the Manufacturing Tolerance for High Pressure Turbine Nozzle. *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Seoul, South Korea, June 13–17, 2016, 10 p.

[14] A. A. Tronchuk and E. M. Ugryumova, *Mathematical models and an evolutionary method for solving stochastic optimization problems. Bulletin of Kharkiv National University. Zbirnik naukovih Prats. Seriya: "Mathematical modeliwania. Informacion technology. Automation system management*. 2012. Vipusk 19 (No. 1015). pp. 292-305.

[15] Ievgen Meniailov, Olexandr Khustochka, Kateryna Ugryumova, Sergey Chernysh, Sergiy Yepifanov and Mykhaylo Ugryumov, Mathematical Models and Methods of Effective Estimation in Multi-Objective Optimization Problems under Uncertainties. *Advances in Structural and Multidisciplinary Optimization: Proceedings of the 12th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO12)* / By Axel Schumacher (05th - 09th, June 2017, Braunschweig, Germany). SpringerLink, 2018. 2115 p. (ISBN: 978-331-967-987-7) (Paper No. 0011, P.411-427)

[16] O. N. Granichin and B. T. Polyak. Randomized Optimization and Estimation Algorithms with Almost Random Interference: study guide. A. V. Nazin Ed. Moscow : Science, 2003. 291 p.

[17] Yu. E. Egorova and A.V. Yazenin, A stochastic quasigradient method for solving problems of probabilistic-probabilistic optimization of one class. *Bulletin of Tver State University. Series: Applied Mathematics*. 2014. No. 4. pp. 57–70.

[18] A. G. Isavnin and M. R. Khamidullin, The solution of a number of economic problems by the algorithms of the method of penalty functions with incomplete minimization of auxiliary functions. *Economic analysis: theory and practice*. 2012. №20. pp. 62–66.

[19] G. M. Ulitin and S. N. Tsarenko, The averaging method in problems of longitudinal impact of rods of variable cross section. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematics. Mechanics. Physics*. 2016 № 1. pp. 43–48.

[20] V. E. Cnityuk, Aspects of evolutionary modeling in optimization problems. *Artificial Intelligence.* 2005. No. 4. pp. 284-291.

[21] V. M. Kureichik, Modified genetic operators. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematics. Mechanics. Physics*. 2009. №1. pp. 7–14.

[22] D. A. Karaboga, Simple and Global Optimization Algorithm for Engineering Problems: Dierential Evolution Algorithm. *Turk J Elec Engin*, VOL.12, NO.1, 2004, pp. 53–60.
[23] A. V. Panteleev and I. F. Dmitrakov, Application of the method of differential evolution for optimization of parameters of aerospace systems. *Electronic journal "Proceedings of the MAI"*. 2010. Issue number 37. 10 p.
[24] D. S. Chivilikhin, Evolutionary strategies with an adaptive parameter based on the properties of the landscape of the fitness function. *Proceedings of the scientific conference on computer science*. 2013. pp. 525–531.
[25] M. K. Sakharov and A. P. Karpenko, Memetic algorithms for solving the global nonlinear optimization problem. Overview. *Science and education: a scientific publication MSTU. N.E. Bauman*. 2015. №12. pp. 119–142.
[26] V. V. Baranyuk and O. S. Smirnova, Detailing the ontological model using swarm algorithms based on the behavior of insects and animals. *International Journal of Open Information Technologies scholar*. 2015. № 12. Volume 3. pp. 18–27.
[27] I. A. Khodashinsky, I. V. Gorbunov and P. A. Dudin, Algorithms of the ant and bee colony for training fuzzy systems. *Reports of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics*. 2009. № 2 (20). pp. 157–161.
[28] B. K. Lebedev and V. B Lebedev, Placement on the basis of the bee colony method. *Proceedings of the Southern Federal University. Technical science.* 2010. No. 12 (20). pp. 12–20.
[29] Yu. O. Chernyshev, G. V. Grigoriev and N. N. Ventsov, Artificial immune systems: an overview and current state. *Software products and systems.* 2014. №4 (108). pp. 136–142.
[30] A. V Panteleev. and D. V. Metlitskaya, Application of the method of artificial immune systems in the search for conditional extremum of functions. *Scientific Bulletin of the Moscow State Technical University of Civil Aviation*. 2012. № 184. Pp. 54–61.
[31] A. P. Karpenko. Modern algorithms of search optimization. Algorithms inspired by nature: study guide. Moscow: Moscow. State Technical University Publishing House N.E. Bauman, 2014. 446s.
[32] A. N. Tikhonov and V. Ya Arsenin. Methods for solving incorrect tasks: a tutorial. Moscow : Science, phys.-mat. lit., 1986. 288 p.

Меняйлов Евгений Сергеевич – старший преподаватель кафедры 304 «Информатики», Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», *ул. Чкалова 17, Харьков, 61070, Украина, e-mail: j.menyailov@khai.edu; ORCID: 0000-0002-9440-8378.*

Черныш Сергей Викторович *– аспирант кафедры 304 «Информатики», Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», ул. Чкалова 17, Харьков, 61070, Украина, e-mail: 91sergey@gmail.com; ORCID: 0000-0002-1750-5158.*

Безлюбченко Артем Вячеславович *– аспирант кафедры 304 «Информатики», Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт»,*
ул. Чкалова 17, Харьков, 61070, Украина, e-mail: artem.wide@gmail.com.

Угрюмов Михаил Леонидович *– д.т.н., проф. кафедры «Системотехники», Харковский национальный университет имени В. Н. Каразина, площадь Свободы 4, г. Харьков, 61022, Украина, e-mail: m.ugryumov@khai.edu; ORCID: 0000-0003-0902-2735.*

Угрюмова Катерина Михайловна – *к.т.н., с.н.с., Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», ул. Чкалова 17, Харьков, 61070, Украина, e-mail: ukatya80@mail.ru; ORCID: 0000-0003-0043-2121.*

Надійшла у першій редакції 27.01.2018, в останній - 20.11.2018.