В. Н. Калюжный

Концепция «формализации» в преподавании прикладной лингвистики

В статье излагается опыт преподавания основ математики на отделении прикладной лингвистики филологического факультета ХНУ имени В. Н. Каразина. Рассматриваемые проблемы находятся на стыке философии, логики, психологии, педагогики. Предлагается вводить основные теоретические понятия путем систематического применения процедуры формализации.

Ключевые слова: аксиома, высказывание, доказательство, лингвистика, логика, математика, множество, структура, формализация, язык.

Отделение прикладной лингвистики в Харьковском национальном университете имени В. Н. Каразина (в прошлом – государственном университете имени А. М. Горького) было создано в 1960 году по инициативе двух факультетов: филологического и механико-математического. Уже это обстоятельство определило особые требования к специализации, находящейся на пересечении гуманитарного и точного знания. Задача данной статьи – рассмотреть наиболее сложные моменты изложения математики и логики, основываясь на многолетнем опыте преподавания на отделении прикладной лингвистики (ОСПЛ). В существующих учебниках подобные проблемы не освещаются. Можно надеяться, что предлагаемая статья окажется полезной как преподавателям, так и студентам.

Самостоятельный интерес может представлять сравнение подходов к изложению математики на двух гуманитарных факультетах: философском и филологическом (см.: Калюжный В. Н. Математика в философском образовании // Проблеми сучасної освіти: збірник науково-методичних праць. – Вип. 2. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2011. – С. 169–181). Сразу следует сказать, что если для философов важно ясно представлять природу математики и иметь широкий кругозор, то для специалистов в области прикладной лингвистики необходимо овладение конкретными знаниями и навыками.

Словосочетание «прикладная лингвистика» (ПЛ) может допускать различные толкования. Однако по характеру ПЛ существенно отличается от «прикладной математики», которая представляет собой совокупность разделов «чистой математики», допускающих применение в различных областях науки и техники. Как правило, практическое приложение математики завершается теми или иными вычислительными процедурами. «Прикладная лингвистика», напротив, весьма теоретизирована, что объясняется ее тесной связью со структурной и математической лингвистикой.

Структурная лингвистика изучает строение языка, зачастую используя для этого математические конструкции. Математическая лингвистика (превратившаяся, фактически, в один из разделов математики) занимается, в первую очередь, моделированием синтаксиса языка. Специализация «математическая лингвистика» существует, например, в Московском государственом университете им. М. В. Ломоносова, на опыт которого во многом ориентируются харьковчане. Нынешнее отделение прикладной лингвистики ХНУ имени В. Н. Каразина какое-то время называлось «структурная и прикладная лингвистика». Отсюда и используемая по сей день аббревиатура ОСПЛ. Но, как бы ни именовалось отделение, ясно, что у данной специальности концентрация математики должна быть весьма высокой.

В преподавании математики на отделении прикладной лингвистики необходимо учитывать его специфику – исходить из того, что центральным понятием лингвистики является «язык». В полном объеме это понятие формируется у студентов-филологов на протяжении всего курса обучения. Рабочее же (предварительное) понятие желательно иметь как можно раньше. Для целей логики и математики язык предпочтительно мыслить как знаковую систему, в связи с чем следует хотя бы упомянуть о семиотике – теории знаковых систем. В некотором приближении язык может быть представлен как множество элементов, имеющих значение. Тем самым, язык моделируется совокупностью двух множеств: «означающих» и «означаемых». При этом значение можно рассматривать как функцию, действующую из одного множества в другое. Упрощенно говоря, означающие – это имена, а означаемые – объекты, носящие эти имена. На самом деле, ситуация сложнее. Имя может указывать не только на предмет, но и на понятие об этом предмете (или его образ). Например, в предложении «Я написал статью» имя «статья» указывает на конкретный предмет, а во фразе «Мне нужно написать статью» имя «статья» указывает на понятие (представление) о статье. Ситуацию означивания отражает так называемый треугольник Фреге, тремя вершинами которого являются: 1) имя; 2) предмет с этим именем; 3) понятие об этом предмете, имеющее то же имя. Здесь предмет конкретен, а понятие – абстрактно. Соответственно, движение от предмета к понятию – это абстрагирование, а переход от понятия к предмету – конкретизация. На наш взгляд, треугольник Фреге следовало бы пополнить еще одной вершиной, маркирующей стоящий за словом образ, что приведет к своеобразному тетраэдру.

Отдельный интерес представляет ситуация, когда имя указывает лишь на отвлеченную сущность, например: истина, добро, красота, справедливость. Для нашей темы важно отметить, что все математические понятия имеют чисто абстрактную природу. В то же время, наименования математических понятий функционируют и в естественном языке. Характерным примером здесь может служить «прямая». Это и научный термин, и обиходное слово. Его естественно-языковое толкование далеко от математического: «прямая – это линия, не отклоняющаяся ни влево, ни вправо, ни вверх, ни вниз». То, что обыденное сознание именует «прямой», представляет собой неотчётливый образ, некое приближение к идеальной прямой. В геометрии понятие прямой задается системой аксиом. Например, фактор «прямизны» отражает аксиома: «Через любые две точки на плоскости можно провести прямую, и притом только одну» (кривых же, например, окружностей, через две точки можно провести любое число). Вместе с тем, вопрос, «что же такое прямая на самом деле», с современной точки зрения является некорректным. За последние 200 лет возникли разнообразные геометрии, в которых слово «прямая» обретает различный смысл.

В преподавании следует обратить внимание на следующую проблему методологического плана. Изучение любого предмета должно базироваться на адекватном языке. Соответственно, необходим и язык описания языковых феноменов. Этот исследовательский язык выступает языком второго порядка (более высокого уровня). Его принято называть «метаязык». Он должен быть у́же языка-объекта и при этом максимально четким. Но и здесь не все гладко. Коль скоро метаязык – тоже язык, он тоже должен описываться своим метаязыком. Получается целая пирамида метаязыков. На практике же вынуждено ограничиваются одним из них (который оказывается не столь совершенным, как требуется). Хуже того, зачастую происходит слияние (отождествление) языковых и метаязыковых средств.

При записи определений (наряду со словом «называется»), часто используют синонимичные обороты: «необходимо и достаточно», «тогда и только тогда», «если и только если». Но на каком языковом уровне они находятся? Последние выражения звучат вполне обыденно, однако в формальном плане они принадлежат логическому языку, находящемуся на высоком уровне абстракции. Для рассмотрения подобных проблем в логике существует особый раздел – «Теория определений».

Языковые значения фиксируются в словарях. Но не каждую лексему можно четко истолковать. Для словарей типично наличие «семантических кругов», то есть взаимной зависимости значений при невозможности прямо пояснить хотя бы одно из них. Для прикладной лингвистики важная задача – составление тезаурусов, то есть специализированных словарей (что требует специфических метаязыков). В качестве толкования термина естественно взять его непосредственное определение. Но на вопросы, что такое *точка, прямая, высказывание, множество...,* ответить подобным образом не удастся. Для получения ясности в этом вопросе, необходимо вникнуть в логическое строение математики.

Обращаясь к логике, следует понимать, что она существует в нескольких ипостасях: это и наука, и предмет этой науки. Очень часто логику определяют как «науку о правильном мышлении (правильных рассуждениях)». Однако более точно воспринимать логику как формализацию мыслительных процессов.

Логику часто подразделяют на «содержательную» («философскую») и «формальную» («символическую»). Как предельное воплощение последней, с конца XIX века начинает развиваться математическая логика. В XX веке она стала сердцевиной математического знания, в то же время, сосредоточив в себе мощный прикладной потенциал. Представляя собой фундамент науки в целом, логика должна лежать и в основе преподавания. В царской России логика была одним из основных предметов. В Советском Союзе отношение к ней менялось в зависимости от политической конъюнктуры. На филологическом факультете ХГУ имени А. М. Горького логика какое-то время преподавалась, но сейчас она не излагается даже «чистым» математикам.

Наличие курса «математической логики» на отделении ПЛ закономерно. Логика сама является языком и выступает «скелетом» естественных языков. В идеале, ее следует излагать в два этапа: в самом начале первого курса – введение в логику, а на старших курсах – в качестве спецкурса. К сожалению, реализовать подобный план довольно затруднительно.

Изначальную сложность в преподавании точных наук на гуманитарных факультетах представляет весьма низкий уровень подготовки абитуриентов и их настороженное отношение к математике. Особая проблема состоит в том, что необходимые идеи лежат в русле не традиционной, а современной математики. Кроме того, чрезвычайно низок образовательный уровень поступивших, у которых возникают серьезные трудности с восприятием таких категорий, как «идеальное», «абстрактное», «формальное». Студентам нелегко усвоить то общефилософское положение, что математика имеет идеальную природу, математические объекты возникают путем абстрагирования, а математические знания закреплены формализацией.

Для успешного овладения курсом математики необходимо освоить концепцию «формализации». Это связано с тем, что основными объектами прикладной лингвистики являются «формальный язык» и «формальная грамматика».

Хотя сам термин восходит к лексеме «форма», формализация – это не формотворчество и не оформление. В то время как обыденное сознание представляет форму как геометрическую (наглядную, образную), результат формализации – интеллигибелен, то есть имеет идеальную природу. В максимально общем плане, формализация – это преобразование не всегда четкого, эмпирически данного объекта в более определенный, теоретизированный предмет. При этом между исходным и итоговым пунктами должно быть известное подобие. При формализации сходство будет подчеркиваться, а различия элиминироваться путем абстрагирования, важное будет сохраняться, несущественное отбрасываться. Результат формализации выступает как средство для исследования исходного объекта, то есть своего рода моделью заданной области.

Широко трактуемая «формула» тесно связана с понятием языка. В принципе, «формула» – это запись, особого вида текст. То, что «формула» является неотъемлемым атрибутом математики, лишний раз подчеркивает языковую природу последней. За описание *синтаксиса* языка отвечает формальная грамматика. Смысловую же сторону отражает *семантика*.

Стоит напомнить, что привычная нам математическая символика возникла лишь в Новое время, тогда как возраст многих теорем исчисляется тысячелетиями. Кардинальная модификация способа записи не привела к изменению математического смысла, хотя и существенно прояснила его.

Наиболее распространенным логическим термином является «высказывание». Но что скрывается за этим словом? Ответ проблематичен. Прежде всего, нужно предостеречь от того, чтобы идти за поверхностным смыслом слова и думать, что высказывание – это «то, что высказывается».

В данном случае (довольно типичном для математики) означающее – «высказывание» – довольно произвольно связано с означаемым, что провоцирует неадекватное толкование. В традиционной логике в качестве синонимов слова «высказывание» используются «суждение» и «утверждение», что тоже уводит в сторону. Но как бы ни звучал термин, он должен обозначать нечто определенное.

В литературе по логике «высказывание», чаще всего, определяется как «предложение, относительно которого можно сказать, истинно оно или ложно». Но в этой дефиниции заключается ряд несообразностей. Прежде всего, высказывание принадлежит сфере логического, предложение же – сфере лингвистического (соответственно, каждое из них имеет свою структуру: логическую и грамматическую). Области эти, хотя и родственны, все же не пересекаются. Поэтому выразить одно через другое, в принципе, невозможно.

Отдельно следует пояснить, что понимается в формальной логике под понятиями «истина» и «ложь». Их трактовка далеко уходит от содержательного понимания «соответствия действительности». В логике постулируется существование двух чисто абстрактных «истинностных значений»: 1 или 0, (интуитивно соответствующих «истине» и «лжи»).

Ниже мы систематически будем использовать разного рода «логико-математические формализации», то есть, математические процедуры, порождающие объекты в сфере формальной логики.

Мы предлагаем рассматривать высказывание как логико-математическую формализацию предложения (в учебно-методической литературе такой подход нам не встретился). Более развернуто высказывание можно определить как некую абстракцию от предложения, которой приписывается одно из двух «истинностных значений» (1 или 0). Другими словами, высказывание – это элемент множества, на котором задана двузначная функция. При таком подходе, с одной стороны, сохраняется преемственность высказывания по отношению к предложению. В то же время, природа высказывания признается безразличной – оно не имеет ни смысла, ни структуры, но обладает истинностью. Такое «бедное» определение позволяет, как ни удивительно, построить содержательную теорию.

Подобно тому, как простые предложения соединяются в сложное, высказывания могут соединяться в комплексные высказывания. Роль сочинительных союзов при этом выполняют логические связки. Их определения, представленные в литературе, не вполне четки. Как правило, дизъюнкция / конъюнкция определяются как «логическое “или” / “и”». Неудовлетворительность такого подхода состоит в том, что здесь (как и выше) «или» / «и», являясь союзами, имеют лингвистическую, а не логическую природу.

Более точно будет сказать, что дизъюнкция / конъюнкция – это логические аналоги союзов «или» / «и». Еще точнее можно определить дизъюнкцию (конъюнкцию) как логико-математическую формализацию союзов «или» / «и». Филологам полезно иметь в виду, что на языковом уровне конъюнкция представляется также союзами «а» и «но» (в английском же языке эту смысловую нагрузку несет один союз – «but»). Эта формализация («стирающая» лишние оттенки) осуществляется с помощью так называемых «истинностных таблиц», заполняемых истинностными значениями (1 и 0). Дизъюнкция и конъюнкция рассматриваются как функции двух переменных, а истинностные таблицы задают значения этих функций. Каждая из этих двух таблиц может быть заменена одной формулировкой (правилом). Например, «дизъюнкция двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда одно из них истинно». Заметим, что данная констатация полностью соответствует интуиции.

Дизъюнкция и конъюнкция могут рассматриваться и как алгебраические операции на всей совокупности высказываний. С этой точки зрения, они (подобно числам) обладают свойствами коммутативности и ассоциативности. В то же время, для них выполняется и закон идемпотентности, который резко отличает их от сложения и умножения чисел. Суть его – в том, что дизъюнкция (конъюнкция) двух одинаковых высказываний остается равной тому же высказыванию. Кроме трех указанных законов, имеет смысл приводить законы «поглощения истины (лжи)» и «поглощения истиной (ложью)». В итоге, получается две группы по 5 законов (относительно которых можно сказать, что они находятся в отношении двойственности). К ним следует добавить два дистрибутивных закона, симметричных между собой. Этим ситуация в логике отличается от положения в области чисел, где имеется один дистрибутивный закон (сложения относительно умножения).

Что касается отрицания, то его часто определяют как «логическое “не”». Здесь можно сделать такие же замечания, что и выше: «не» – это частица, то есть языковой объект, который сам по себе не превратится в логический. Таким образом, мы снова говорим о логико-математической формализации. В качестве таковой возникает функция одной переменной, переводящая 1 в 0 и 0 в 1. С отрицанием связаны наиболее «именитые» логические законы: «противоречия», «исключенного третьего», «двойного отрицания» и два закона «Де Моргана».

Импликацию (обозначаемую символом $\Rightarrow$) лучше определять как формализацию отношения логического следования; она также осуществляется посредством таблицы истинности. Однако ее заполнение представляет психологические сложности. Конечно, с тем, что высказывание $1 \Rightarrow 0$ должно быть ложно, а высказывания $1 \Rightarrow 1$ и $0 \Rightarrow 0$ истинны, согласиться легко. Но то положение, что следование $0 \Rightarrow 1$ должно быть истинным, принимать не хочется – интуиция подсказывает, что из лжи должна следовать только ложь. Тем не менее, на это приходится идти из соображений целесообразности. Дело в том, что такое заполнение таблицы обеспечивает в дальнейшем вывод требуемых результатов. В основе всех подобных доказательств лежит выражение импликации через дизъюнкцию и отрицание (подчеркивающее вторичность этой связки). Импликацию лучше рассматривать не как операцию, а как отношение. В этом плане необходимо отметить, что она обладает свойствами рефлексивности и транзитивности. Вместо симметричности для импликации выполняется закон контрапозиции, лежащий в основе принципа доказательства от противного (в школе этот принцип обоснования не получает).

Помимо перечисленных, имеется немало других логических законов, доказательство которых можно предлагать студентам в качестве задач. В принципе, все свойства связок можно проверить с помощью истинностных таблиц. Однако это рутинная работа, для освоения которой достаточно пары примеров. Основным же методом доказательств должен выступать метод тождественных преобразований, основанных на базовых законах логики. Некоторые из этих законов могут быть приняты в качестве аксиом исчисления высказываний (что осуществляет формализацию более высокого уровня).

Изучает логика и переменные высказывания, которые называются «предикаты». Предикат – это функция, принимающая истинностные значения 1 и 0. Введение предикатов существенно обогащает логический язык. Возникает возможность записывать не только утверждения типа «дважды два – четыре», но и разного рода тождества, уравнения, неравенства. Предикаты могут зависеть от разного числа переменных: быть одноместными (например, $x \geq 0$), двухместными (например, $xy = yx$), трехместными (например, «точка C лежит между точками A и B»)...

Исчисление предикатов содержит две специальные конструкции (операторы), которые называются «кванторы». Квантор всеобщности схематизирует суждение типа: «для всех x выполняется...», а квантор существования отражает суждение типа: «существует x, для которого выполняется...». Формализация кванторов осуществляется путем фиксации их свойств (некоторые из этих законов могут быть взяты за аксиомы исчисления предикатов). Язык предикатов позволяет выразить любую математическую мысль, например, формализовать теорему: «для любого треугольника найдется вписанная в него окружность» (несколько неформальное «найдется» следует понимать как «существует»).

Подчеркнем, что для специализирующихся на прикладной лингвистике крайне важно освоить навыки перевода с «живого» научного языка на формальный. Сложность в том, что между лексемами и оборотами естественного языка и формулами исчисления предикатов не существует взаимно-однозначного соответствия. Кроме того, и устная, и письменная речь изобилуют пробелами (эллипсисами), которые нужно восстановить, а уже затем при помощи семантических преобразований привести предложение к стандартизированному виду.

Остановимся на двух примерах, вызывающих трудности у студентов. Из школьного курса известно, что «натуральное число является простым, если оно делится только на себя и на единицу». Основную проблему при переводе на формальный язык представляет частица «только», для которой нет непосредственного формального коррелята. Поэтому определение простого числа нужно преобразовать в такой вид: «число p является простым, если из того, что оно делится на некоторое число n, следует, что $n = p$ или $n = 1$». Для формализации же полученного предложения уже достаточно импликации.

Основная теорема арифметики состоит в том, что всякое натуральное число разлагается в произведение степеней простых чисел. Известную проблему здесь представляет глагол «разлагаться», который обозначает процесс, то есть некоторую динамику. На самом же деле, речь идет о равенстве, то есть о статике. То, что число «разлагается», означает, что для него «существует разложение», для записи чего используются кванторы существования.

В предшествующем изложении логика была представлена как совокупность выражений (высказываний) с заданными на них связками. Это подчеркивало языковой характер логики. Можно говорить и о языковом аспекте математики. Представим себе вначале стандартный математический текст. Большую его часть занимают «теоремы» и их «доказательства». Кроме того, встречаются разнообразные отступления, комментарии, исторические экскурсы. Со стороны может показаться, что математический текст написан на естественном (национальном) языке. На самом же деле, язык математики чрезвычайно беден (что не стоит считать недостатком). Многие его выражения могут быть заменены значками, прежде всего, логическими. Если оставить в стороне слова типа «вспомним», «рассмотрим», «перейдем», «далее нам понадобится»..., обеспечивающие связность текста, останется небольшое число чисто математических терминов. Становится ясно, что математический язык получается путем пополнения логического языка специальными лексемами (терминами). За каждым термином стоит свое понятие (которому отвечает то или иное наглядное представление, своя интуиция). Сами же по себе новые термины ничего не значат. Смысл этих терминов (содержание соответствующих понятий) раскрывается, лишь когда формулируется система аксиом, являющаяся текстом на полученном языке, и задающая связи между указанными понятиями.

Здесь возникает необходимость от лингвистических рассмотрений вновь обратиться к логическим, перейдя на более высокий уровень. Напомним, что в самом общем плане, главная задача логики – обеспечивать вывод нового знания. Для этого, собственно, и вводится отношение импликативности ($\Rightarrow$). Соответственно, многие законы для импликации (закон косвенного доказательства, закон разбора случаев и др.) моделируют те или иные схемы рассуждений. Анализируя доказательство какой-либо теоремы, мы увидим, что в нем используются установленные прежде результаты. Но аналогичная картина наблюдается и для этих – вспомогательных – теорем. Процесс редукции (сведения) новых утверждений к ранее доказанным не может быть бесконечным. Он непременно останавливается, причем на положениях в принципе недоказуемых. Эти положения называются «аксиомы». Несмотря на свою изначальность, аксиомы не обязаны быть очевидными. Первое представление об аксиоматическом подходе школа дает на примере геометрии, хотя об аксиоматике числовых систем там не говорится. Аналогичный эффект имеет место при анализе понятий. Каждое понятие раскрывается через другие, те, в свою очередь, – через еще какие-то. Подобный процесс также обрывается, причем на понятиях, которые ни к каким другим редуцировать невозможно. Эти понятия характеризуются как «первичные».

На сегодня все разделы математики имеют аксиоматическое построение. А саму аксиоматизацию следует рассматривать как разновидность формализации. В принципе, аксиоматический поход применим и к логике. В этом случае вопрос, что такое высказывание «на самом деле», снимается (что не запрещает как-то его истолковывать).

Математика в целом, разумеется, отличается от своей языковой ипостаси. С позиций семиотики, у всякого языка должна быть так называемая «референциальная функция», то есть способность указывать на некие вещи (иметь свою предметную область). Тем самым, возникает вопрос: что является предметом математики? Когда его задаешь вчерашним школьникам, в ответ часто слышишь: «числа» (при этом многие не отличают чисел от цифр).

Имеет смысл оттолкнуться от следующих примеров. Возьмем пару статей из геометрического тезауруса:

1) окружность – это геометрическое место точек плоскости, равноудалённых от заданной точки, называемой центром, на заданное ненулевое расстояние, называемое её радиусом;

2) отрезок – это часть прямой, заключенная между двумя точками (называемыми его концами).

На самом деле, выражения «геометрическое место точек плоскости» (бытовавшее в старых учебниках) и «часть» должны быть заменены терминами «множество» («подмножество»): «Окружность – это множество точек плоскости...», «Отрезок – это подмножество прямой...». Приходится говорить и о различных числовых множествах. В алгебре задача обнаружения корней уравнения означает, в действительности, нахождение множества его корней. В любом случае, математики используют (или подразумевают) слово «множество». Да и филологи имеют дело с разнообразными множествами: букв, слов, предложений, текстов и т. д.

Сказанное подводит к мысли, что базовым понятием в математике является «множество». Как ни странно, осознано это было лишь в конце XIX века. Возникшая тогда «теория множеств» интересовалась, в первую очередь, свойствами бесконечных множеств, которые для лингвистики не характерны. Будучи центральным понятием всей математики, «множество» не допускает прямого определения. Для пояснения можно прибегнуть к синонимам: «совокупность», «группа», «набор» и т. п. В русском языке слово «множество» ассоциируется с наречием «много». Но не нужно думать, что множество обязательно должно быть «большим». Множество М может состоять и из одного элемента а, что обозначается так: $M = \{a\}$. Еще более парадоксальным является так называемое «пустое множество» (вообще не содержащее элементов), которое в истории математики не сразу получило «право гражданства».

Достаточно легко усваиваются студентами способы получения новых множеств из старых. Простейшие подобные операции – объединение, пересечение – однотипны с логическими операциями конъюнкции и дизъюнкции. Принципиально иную природу имеет декартово произведение двух множеств, состоящее из множества всех упорядоченных пар элементов этих множеств. Упорядоченная пара (a, b) формализует изначальную интуицию о возможности упорядочить множество, состоящее из двух элементов – a и b. Еще с большим трудом воспринимается студентами конструкция «множества всех подмножеств данного множества» (тем более, что ее можно итерировать).

Однако слишком смелое образование новых множеств из старых приводит к парадоксам. Являясь аналогами чисто лингвистического «парадокса лжеца», они должны представлять для филологов специфический интерес. Преодоление парадоксов следует искать на пути аксиоматизации теории множеств. Как бы там ни было, аппарат множеств на сегодня вполне привычен для математиков.

Итак, множества образуют что-то типа строительного сырья математики. Но вспомогательный материал интересен, прежде всего, тем, что́ из него может быть сооружено. Это подводит к вопросу: а что же является центральным, наиболее содержательным объектом в математике? Четкий ответ на этот вопрос выкристаллизовался лишь в первой половине XX века: основными объектами изучения в математике являются «математические структуры». Прежде чем строго определять математическую структуру, желательно дать о ней предварительное представление. Необходимо подчеркнуть, что в основе каждой математической структуры лежит некоторое множество, на фундаменте которого возводятся дополнительные конструкции. Чтобы подвести к его четкому определению, имеет смысл привести ряд примеров. Разновидностью математических являются алгебраические структуры, то есть множества с заданными на них алгебраическими операциями. Это легко воспринимается на примерах числовых множеств с действиями сложения и умножения. Еще одним важным для лингвистики классом математических структур выступают упорядоченные множества (то есть множества с заданным на нем «отношением порядка»). Связано это с тем, что синтаксическую структуру предложения отражает так называемый «древесный порядок». Во многих приложениях возникает необходимость классификации, другими словами, разбиения заданного множества на попарно непересекающиеся классы. Несложно показать, что за каждым разбиением стоит «отношение эквивалентности» (примером которого в филологии может служить явление синонимии).

Теория отношений (включающая изучение указанных выше разновидностей) входит в необходимый минимум знаний по математике для филолога. Мотивируется это и тем, что, согласно Соссюру, язык – это система отношений. В теории множеств отношение формализуется как подмножество декартова квадрата (некоторого множества). Более общим, чем отношение, является понятие соответствия (мыслимое как подмножество декартова произведения двух различных множеств). Важность этого понятия для лингвистики состоит в том, что соответствие представляет собой наиболее общую (абстрактную) модель перевода. Другим частным случаем соответствия является функция (наиболее употребимое математическое понятие).

Используя введенную терминологию, можно дать итоговое определение математической структуры: это множество с заданным на нем набором отношений и функций. Математические структуры предоставляют широкие возможности для моделирования лингвистических феноменов, что осуществляется в структурной и математической лингвистике. Основные идеи этого подхода изложены, например, в книге : Ревзин И. И. Современная структурная лингвистика (Проблемы и методы). – М. : Наука, 1977. – 263 с.

В заключение подчеркнем, что преподавание математики на филологическом факультете должно ориентироваться на следующие факторы: 1) существенную математизацию прикладной лингвистики; 2) проникновение идей современной лингвистики в математическую логику и теорию множеств. Соответственно, нельзя допускать снижения объема и уровня преподавания математики на отделении прикладной лингвистики.