DOI: 10.26565/2310-9513-2020-11-05

УДК 313.42

ПРОБЛЕМА СТІЙКОСТІ КЕРОВАНОГО ІННОВАЦІЙНОГО ПРОЦЕСУ

Воронін Анатолій Віталійович
канд. техн. наук, доцент
кафедра вищої математики та економіко-математичних методів
Харківський національний університет імені Семена Кузнеця
проспект Науки 9а, м. Харків, Україна, 61166
e-mail: anatolii.voronin@m.hneu.edu.ua
ORCID http://orcid/0000-0003-2570-0508
Железнякова Еліна Юріївна
канд. фіз.-мат.наук, доцент
кафедра вищої математики та економіко-математичних методів
Харківський національний університет імені Семена Кузнеця
проспект Науки 9а, м. Харків, Україна, 61166
e-mail: elina.zhelezniakova@m.hneu.edu.ua
ORCID http://orcid/ 0000-0001-6409-4761

Пропоноване дослідження присвячене проблемі керування інноваційними процесами на рівні державних виконавчих механізмів. Метою роботи є побудова математичної моделі регульованого інноваційного процесу й дослідження структурної стійкості положень рівноваги відповідної нелінійної динамічної системи. У методології технічного прогнозування значну роль відіграє так звана логістична модель, яка має сугубо нелінійні властивості – насичення і кумулятивність. Відомо, що одночасно із прискоренням економічного розвитку підсилюється вплив протидіючих факторів, які або стабілізують ріст інноваційної продукції, або процес набуває циклічний характер. Це, у свою чергу, актуалізує комплекс заходів щодо регулювання інноваційної діяльності новаторів. Виникає необхідність у зміні місткості ринку інновацій. Це можна реалізувати шляхом уведення керування зі зворотним зв'язком по технологічно значимому показникові інноваційної діяльності в традиційну логістичну модель поширення інновацій. Важливо відзначити, що наявність вбудованого лінійного інерційного регулятора в нелінійну систему не гарантує автоматично стійкість досягнутих положень рівноваги. Для цього в роботі отримані математичні умови стійкості на площині параметрів динамічної системи. Зокрема виявлений нестійкий режим автоколивань в околиці бажаного положення рівноваги. Такий режим уважається небезпечною границею втрати стійкості й необхідно реалізовувати підстроювання параметрів регулятора щоб уникнути небажаних біфуркацій і катастроф. Це робить актуальним у загальній методології техніко-економічного прогнозування пророкування циклів і інших кризових явищ, своєчасне виявлення й ідентифікацію негативних тенденцій динаміки нововведень. Запропонований у даній роботі підхід дозволить більш якісно діагностувати проблемні стани досліджуваних систем, а також реалізовувати пошук ефективних шляхів виходу з них з метою синтезу антикризових програм інноваційного розвитку.

Ключові слова: інновація, державне керування, регулятор, кумулятивність, логістична модель, біфуркація, стійкість, автоколивання.

Постановка проблеми.

Інноваційна система нашої держави перебуває в кризовому стані відповідно до політичних подій останніх років. Безперервний перерозподіл сфер впливу на рівні вищої виконавчої влади вкрай утрудняє функціонування й удосконалювання системи організаційного, економічного й інформаційного забезпечення розвитку інноваційних процесів на державному рівні в ринковому середовищі. При цьому необхідно враховувати, що ринок інновацій має власні тенденції розвитку неорієнтованими на державну підтримку й спрямованими на просування інноваційних продуктів у реальну економіку. Державна політика в сфері інноватики повинна бути спрямована на реалізацію ряду дій:

1) створення сприятливих умов для впровадження інновацій у виробничу діяльність;

2) формування потенційних умов для збільшення попиту на інноваційну продукцію на внутрішньому ринку;

3) послідовне зростання бюджетних витрат для потреб науково-технічної діяльності.

Розробка стратегії інноваційного розвитку і її можливості впливати на формування частки нововведень у структурі ВВП (валового внутрішнього продукту) вимагає розробки алгоритму взаємодії ендогенних і екзогенних значущих показників у вигляді єдиної економіко-математичної моделі. Зазначена модель допомагає зрозуміти еволюцію інноваційних процесів і виявити причинно-наслідкові зв'язки.

Аналіз досліджень і публікацій.

У сучасній економічній науці приділяється велика увага вивченню технологічних змін в економічному середовищі на феноменологічному рівні. Дослідженню різноманітних інноваційних процесів присвячено велику кількість робіт. Так, наприклад, у роботі Грудциної Ю. В. [1] виконаний аналіз поточного стану й тенденцій розвитку інноваційної діяльності в Україні на прикладі динаміки об'ємів реалізованої інноваційної продукції за допомогою декількох видів трендових моделей. Єршова Г. В. [2] надала статистику й структуру фінансування інноваційних розробок із вказівкою рекомендацій для розробки системи пріоритетів державних інноваційних проектів. З більш ранніх робіт українських учених слід зазначити статтю Булєєва В. П. [3], що стосується соціальноекономічних проблем інноваційного розвитку, а також фундаментальну монографію Геєца В. М. і Семиноженка В. П. [4], що узагальнює цілий ряд методологічних підходів до дослідження інноваційних процесів разом із синтезом управлінських розв'язків у даній сфері. У якості фундаментальної базової основи економічного (інноваційного) прогнозування є теорія передбачення Кондратьєва Н. Д. [5] і теорія інноватики Шумпетера Й. [6], розвинені Яковцом Ю. В. [7]. У роботі Вороніна А. В. [8] запропоновано модель синергетичного керування інноваційним процесом з обліком істотних нелінійностей при завданні керуючих впливів і досліджено стійкість відповідних положень рівноваги. Проте, незважаючи на цілий ряд відносних досягнень, при розв'язку конкретних приватних задач опис ефектів, пов'язаних з інноватикою, залишається недостатньо дослідженим ряд структурних взаємозв'язків, що визначають глобальну еволюцію інноваційного розвитку.

Метою роботи є дослідження структурної стійкості математичної моделі поширення інновацій при наявності динамічного регулюючого впливу.

Методи дослідження.

У статті використаний сучасний апарат математичної теорії стійкості нелінійних динамічних систем у рамках синергетичної парадигми.

Результати.

Феномен нерівномірного технічного розвитку різних економічних систем досить добре відомий і представлений у великій кількості емпіричних досліджень інноваційної еволюції. У практиці технічного прогнозування існує множина математичних моделей, що відбивають специфічну форму динаміки інноваційних процесів. Найбільш простим з них є так звана логістична модель, якої притаманні типово нелінійні ефекти — кумулятивність і насичення. Для нелінійних динамічних моделей, що описують логістичними кривими, характерно, що на однакові прирости незалежної змінної та сама нелінійна (у нашому випадку квадратична) функція відгукується по-різному залежно від того, якому значенню незалежної змінної надається приріст. Зазначені моделі економічних систем головним чином відрізняються від класичних лінійних економетричних моделей з постійними приростами наявністю бістабільності, особливо при наближенні характерних параметрів до критичних меж, для розглянутого об'єкта відбуваються фазові переходи, що супроводжуються важливими структурними перетвореннями.

У самій спрощеній формі процес еволюції нової технології може бути описаний за допомогою логістичної кривої, обумовленої звичайним диференціальним рівнянням:

$$\dot{u} = \alpha\left(u - l_1\right)\left(l_2 - u\right), \tag{1}$$

де t — часовий ресурс для розвитку нової технології, $u = u(t)$ — технологічно й економічно значущий показник, що характеризує нову технологію (інновацію), α — постійна часового масштабу, що характеризує час перехідного процесу, l_1, l_2 — позитивні числа, що є двосторонніми обмежниками значущого показника поширення інновації.

Нижня границя l_1 характеризує вихідні, стартові можливості для зростання інноваційного продукту, а l_2 можна вважати верхньою межею зростання для інноваційного показника $u(t)$. Ємністю інноваційного ринку вважається різниця між l_2 і l_1 [9].

Зі збільшенням витрат на освоєння даної нової технології її значущий показник може тільки зростати й, отже, $u(t)$ є монотонно зростаючою функцією. Швидкість зростання величини $u(t)$, згідно з явним виглядом рівняння (1), прямо пропорційна різниці цієї величини й нижнього рівня l_1 й демонструє, що $u(t)$ зростає тим швидше, чим більше ця різниця. З іншого боку, наявність у правій частині рівняння (1) множника $\left(l_1 - u\right)$ визначає стримування зростання $u(t)$ за мірою наближення до технологічного максимуму. У цьому випадку слід урахувати, що математична форма диференціального рівняння (1) є модельним механізмом дії фазових переходів стосовно кумулятивних процесів.

Диференціальне рівняння (1) може бути приведено до вигляду, що містить менше число параметрів. Якщо $\alpha = 1$, $y = u - l_1$, одержимо інше зображення для (1):

$$\dot{y} = y\left(l - y\right), \tag{2}$$

де параметр $l = l_2 - l_1 > 0$ має сенс місткості ринку інноваційного продукту.

Очевидно, що диференціальне рівняння (2) має два особливі розв'язки $y_1^* = 0$, $y_2^* = l$, що є положеннями рівноваги процесу поширення інновацій. При цьому слід зазначити, що $y_1^* = 0$ є нестійке положення рівноваги (repeller), а $y_2^* = l$ — стійке (attractor). Таким чином, має місце самоорганізація інноваційного процесу без яких-небудь зовнішніх впливів.

Цілком реалістична ситуація, коли слід ураховувати певні фактори, що виявляють вплив на швидкість поширення інновацій. Прикладом такого фактору може служити сукупність заходів щодо регулювання інноваційної активності підприємців з боку органів державної влади. При цьому найбільш важливою метою державного регулювання інноваційними процесами є досягнення деякого нового положення рівноваги, відмінного за величиною від значення місткості ринку l для даного продукту. Тут доречно відзначити, що досягнути цього нового положення рівноваги можна двома способами. Якщо в якості керуючого впливу використовувати регулятор з позитивним зворотним зв'язком, то нове положення рівноваги побільшає місткість ринку. У випадку застосування негативного зворотного зв'язку регулювання значущого показника буде досягнутий інший ефект.

Формалізуємо керування у вигляді додаткового доданка в правій частині рівняння (2):

$$\dot{y} = y(l-y) + w, \tag{3}$$

де $w = w(y)$ – регулятор, реалізований у вигляді негативного зворотного зв'язку за відхиленням значущого показника $y(t)$.

Структура регулятора задається в наступному вигляді:

$$w = -k \cdot x,\ x(t) = \int_0^t \Phi(\tau)\, y(t-\tau)\, d\tau. \tag{4}$$

Тут величина $x(t)$ є вихідною характеристикою лінійного регулятора з імпульсною перехідною функцією $\Phi(t)$, $k > 0$ – постійний коефіцієнт.

Функція $\Phi(t)$ конкретизує явну форму керуючого впливу й по суті є інерційною ланкою відповідного порядку з умовою нормування:

$$\int_0^{+\infty} \Phi(\tau)\, d\tau = 1.$$

Нехай $\Phi_1(t) = ae^{-at}$. Дана функція являє собою перехідну функцію лінійного фільтра першого порядку, де $a > 0$ – характеристика інерційності лінійного регулятора. З (3) і (4) одержимо інтегро-диференціальне рівняння:

$$\dot{y} = y(l-y) - k\int_0^t a \cdot e^{-a\tau} y(t-\tau)\, d\tau. \tag{5}$$

Шляхом елементарних перетворень рівняння (5) можна надати у формі системи двох звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= y(l-y) - kx, \\ \dot{x} &= a(y-x). \end{aligned} \tag{6}$$

Система (6) має два положення рівноваги:

1) $y_1^* = 0$, $x_1^* = 0$;

2) $y_2^* = l-k$, $x_2^* = l-k$, $l > k$. (7)

Перепишемо систему (6) у нових позначеннях $\tilde{y} = y - y^*$, $\tilde{x} = x - x^*$, які є відхиленнями від рівноваги значень вихідних змінних x і y:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{y}} &= \left(l - 2y^*\right)\tilde{y} - k\tilde{x} - \tilde{y}^2, \\ \dot{\tilde{x}} &= a\tilde{y} - a\tilde{x}. \end{aligned} \tag{8}$$

Матриця лінійної частини системи (8) має характеристичний поліном:

$$\lambda^2 + \left(2y^* + a - l\right)\lambda + a\left(k - l + 2y^*\right) = 0, \tag{9}$$

корені якого λ_1 й λ_2 є власними значеннями вихідної системи диференціальних рівнянь.

У випадку тривіального положення рівноваги $y_1^* = 0$ квадратне рівняння (9) запишеться так:

$$\lambda^2 + (a-l)\lambda + a(k-l) = 0. \tag{10}$$

З умови $l > k$ випливає, що вільний член (10) є негативним числом, тобто корені λ_1 й λ_2 мають різні знаки. Це означає, що є хитка рівновага типу «сідло».

Розглянемо поведінкові властивості системи (8) в околі нетривіального положення рівноваги $y_2^* = l-k$. У цьому випадку спектральне рівняння (9) набуває вигляду:

$$\lambda^2 + (l + a - 2k)\lambda + a(l-k) = 0. \tag{11}$$

Графічне зображення динамічної системи (8) в околі положення $y_2^* = l-k$ для області стійкості, обумовленої коефіцієнтами характеристичного рівняння (11) має вигляд (див. рис.1):

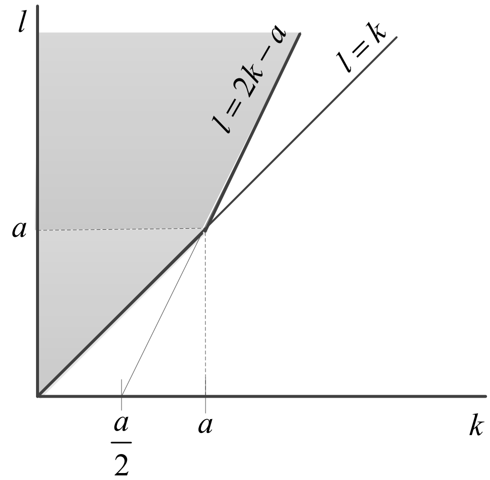


Рис. 1. Параметрична область стійкості динамічної системи (8)

Очевидно, що в околі особливої точки y_2^* вільний член у рівнянні (11) завжди позитивний і може мати місце положення рівноваги вузлового або фокусного типу. Розглянемо більш детально ситуацію, коли коефіцієнт при змінній у першому ступені в рівнянні (11) є малою знакозмінною величиною.

Нехай $\mu = 2k - l - a$. Припускаючи $l = 2k - a - \mu$ перепишемо рівняння (11) у форму:

$$\lambda^2 - \mu\lambda + a(l-k) = 0. \tag{12}$$

Визначимо розв'язки (12) у такий спосіб

$$\lambda_{1,2} = \alpha(\mu) \pm i\omega(\mu), \quad (13)$$

де:

$$\alpha(\mu) = \frac{\mu}{2},$$

$$\omega(\mu) = \sqrt{a(k-a)} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{k-a}}\mu, \; i^2 = -1.$$

Якщо $\mu = 0$ маємо $\alpha(0) = 0$, $\omega(0) = \sqrt{a(k-a)}$ і розв'язки (12) стануть чисто уявними $\lambda_{1,2}(0) = \pm i\omega(0)$.

Можна вважати, що при переході значення μ через критичне $\mu^* = 0$ відбувається зміна стійкості положення рівноваги y_2^*: стійкий фокус стає нестійким і навпаки. Такий тип зміни стійкості супроводжується біфуркацією Хопфа (10) з появою (або знищенням) граничного циклу й відповідними періодичними розв'язками.

Якщо продиференціювати за параметром μ власні числа (13), то якщо $\mu = 0$ одержимо:

$$\alpha'(0) = \frac{1}{2}, \; \omega'(0) = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{k-a}} = -\frac{a}{2\omega} \quad (14)$$

і, з урахуванням того, що $\omega(0) > 0$ маємо дотримання всіх умов біфуркаційної теореми Хопфа.

Із системи (8) виключимо біфуркаційний параметр $l = 2k - a$. Тоді (8) запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{y}} &= a\tilde{y} - k\tilde{x} - \tilde{y}^2, \\ \dot{\tilde{x}} &= a\tilde{y} - a\tilde{x}. \end{aligned} \quad (15)$$

Для детального вивчення властивостей біфуркації Хопфа необхідно перетворити систему (15) до виду нормальної форми Пуанкаре [11] за допомогою змінних: $\tilde{y} = av_1 - \omega v_2$, $\tilde{x} = av_1$. Тут і далі $\omega = \omega(0)$.

Після необхідних перетворень система двох звичайних диференціальних рівнянь (15) набуде вигляду відповідної нормальної форми:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= -\omega v_2, \\ \dot{v}_2 &= \omega v_1 + \frac{a^2}{\omega}v_1^2 - 2av_1v_2 + \omega v_2^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Представляється зручним систему двох диференціальних рівнянь (16) перетворити до одного комплексного диференціального рівняння щодо змінної $z = v_1 + iv_2$.

У загальному вигляді рівняння запишеться так:

$$\dot{z} = i\omega z + g_{20}\frac{z^2}{2} + g_{11}z \cdot \bar{z} + g_{02}\frac{\bar{z}^2}{2}, \quad (17)$$

де $\bar{z} = v_1 - iv_2$ – спряжена змінна. Постійні коефіцієнти при нелінійних доданках (17) визначаються із системи (16) за допомогою формул:

$$\begin{aligned} g_{20} &= -\frac{a}{2} + \frac{i}{2}\left(\frac{a^2}{\omega} - \omega\right); \\ g_{11} &= \frac{i}{2}\left(\frac{a^2}{\omega} + \omega\right); \\ g_{02} &= \frac{a}{2} + \frac{i}{2}\left(\frac{a^2}{\omega} - \omega\right). \end{aligned} \quad ; \quad (18)$$

Для визначення основних характеристик граничного циклу необхідно за допомогою (18) знайти явне зображення для першої величини Ляпунова $c_1(0)$. Загальною формулою для неї є наступний комплексний вираз:

$$c_1(0) = \frac{i}{2\omega}\left(g_{20}g_{11} - 2|g_{11}|^2 - \frac{1}{3}|g_{02}|^2\right).$$

З урахуванням явних зображень (18) одержимо конкретні значення для дійсної й уявної частин $c_1(0)$.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} c_1(0) &= \frac{a}{8}\left(\left(\frac{a}{\omega}\right)^2 + 1\right); \\ \operatorname{Im} c_1(0) &= -\frac{\omega}{8}\left(\left(\frac{a}{\omega}\right)^4 - \frac{11}{3}\left(\frac{a}{\omega}\right)^2 + \frac{1}{3}\right). \end{aligned} \quad ; (19)$$

З умови $\operatorname{Re} c_1(0) > 0$ випливає, що граничний цикл є нестійким. Для визначення малої амплітуди ε й періоду T циклічних коливань необхідно знайти допоміжні параметри μ_2 й τ_2 за алгоритмом:

$$\begin{aligned} \mu_2 &= -\frac{\operatorname{Re} c_1(0)}{\alpha'(0)} = -\frac{a}{4}\left(\left(\frac{a}{\omega}\right)^2 + 1\right), \\ \tau_2 &= -\frac{1}{\omega}\left(\operatorname{Im} c_1(0) + \mu_2\omega'(0)\right) = \\ &= \frac{1}{8}\left(2\left(\frac{a}{\omega}\right)^4 - \frac{8}{3}\left(\frac{a}{\omega}\right)^2 + \frac{1}{3}\right). \end{aligned} \quad (20)$$

Тоді мала амплітуда коливань приблизно дорівнює

$$\varepsilon \approx \left(\frac{2k - a - l}{\mu_2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

Значення періоду циклу визначається виразом:

$$T \approx \frac{2\pi}{\omega}\left(1 + \tau_2\varepsilon^2\right). \quad (22)$$

Періодичний розв'язок малої амплітуди комплексного диференціального рівняння (17) має вигляд:

$$z \approx \varepsilon \cdot e^{\frac{2\pi i t}{T}} + i\varepsilon^2 \left[g_{02} e^{-\frac{4\pi i t}{T}} - 3 g_{20} e^{\frac{4\pi i t}{T}} + 6 g_{11} \right]. \quad (23)$$

Повертаючись до дійсних змінних $\tilde{x}(t)$ і $\tilde{y}(t)$ й з урахуванням того, що $v_1 = \operatorname{Re} z$, $v_2 = \operatorname{Im} z$, одержимо результат для відхилень значущого показника $\tilde{y}(t)$ й регулятора $\tilde{x}(t)$ від рівноважних значень:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) &= a \cdot \operatorname{Re} z(t) - \omega \cdot \operatorname{Im} z(t), \\ \tilde{x}(t) &= a \cdot \operatorname{Re} z(t). \end{aligned} \quad (24)$$

Раніше було встановлено, що в результаті субкритичної біфуркації Хопфа виникаючий граничний цикл є нестійким і існує сімейство нестійких періодичних орбіт навколо стійкого фокусу. Даний жорсткий автоколивальний режим супроводжується катастрофічною втратою стійкості й гістерезисом (незворотністю).

На рис. 2 представлено результати моделювання автоколивального режиму в динамічній системі (16) при значенні параметрів $a = 1$, $\omega = 1$.

Припустимо, що лінійний регулятор $x(t)$ має інерційність другого порядку з імпульсною перехідною характеристикою $\Phi_2(t) = a^2 \cdot t \cdot e^{-at}$.

Тоді інтегро-диференціальне рівняння (5) перетвориться до вигляду:

$$\dot{y} = y(l - y) - k \int_0^t a^2 \cdot \tau \cdot e^{-a\tau} y(t - \tau) d\tau. \quad (25)$$

Рівняння (25) перетвориться до вигляду системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= y(l - y) - kx, \\ \tilde{x}(t) &= a \cdot \operatorname{Re} z(t). \end{aligned} \quad (26)$$

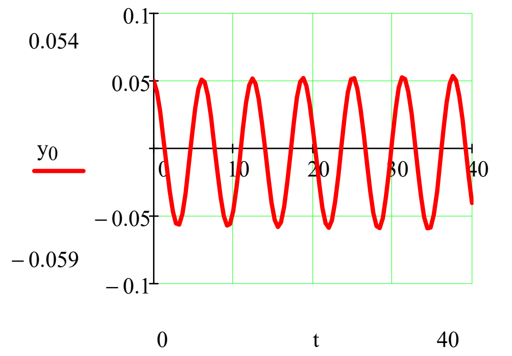
Система диференціальних рівнянь (26) має такі ж положення рівноваги як і система (6), що обумовлені за допомогою (7).

Уведемо нові змінні $x_1 = y - y^*$, $x_2 = x - x^*$, $x_3 = \dot{x}_2$, що мають те саме розуміння відхилень від рівноваги і перетворимо (26) до вигляду системи трьох звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. За допомогою елементарних перетворень одержимо наступну систему:

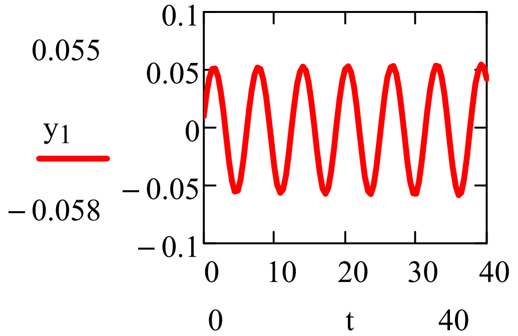
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (l - 2y^*) x_1 - k x_2 - x_1^2, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ \dot{x}_3 &= a^2 \cdot x_1 - a^2 \cdot x_2 - 2a \cdot x_3. \end{aligned} \quad (27)$$

Лінійна частина системи (27) має характеристичний багаточлен третього порядку для визначення власних чисел λ_1, λ_2, λ_3:

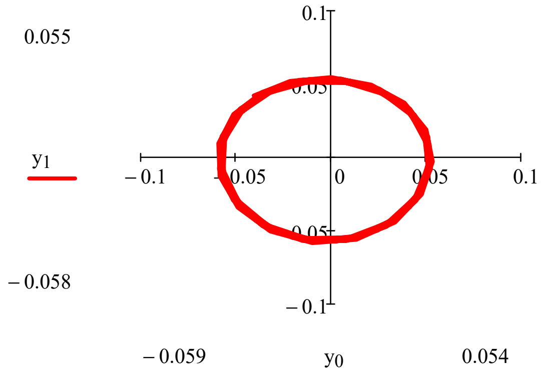
$$\begin{aligned} &\lambda^3 + (2y^* - l + 2a)\lambda^2 + (a^2 + 2a)\lambda + \\ &+ a^2 (2y^* - l + k) = 0 \end{aligned}. \quad (28)$$



а) розв'язання $v_1(t)$ за початковою умовою $v_1(0) = 0,05$



б) розв'язання $v_2(t)$ за початковою умовою $v_2(0) = 0,01$



в) фазовий портрет системи (16), де $v_2 = f(v_1)$

Рис. 2. Автоколивальний режим у часовому просторі $v_1(t), v_2(t)$

У випадку тривіальної рівноваги $y_1^* = 0$ кубічне рівняння (28) перепишеться у вигляді:

$$\lambda^3 + (2a - l)\lambda^2 + (a^2 + 2a)\lambda + a^2(k - l) = 0. \quad (29)$$

Виходячи зі співвідношення $l > k$ вільний член (29) є негативним, що свідчить про порушення умов стійкості рівноваги $y_1^* = 0$. Для нетривіальної особливої точки $y_2^* = l - k$ маємо явне зображення для характеристичного рівняння:

$$\lambda^3 + (l - 2k + 2a)\lambda^2 + \\ +(a^2 + 2a)\lambda + a^2(l - k) = 0 \quad (30)$$

Умови стійкості для нетривіального положення рівноваги згідно із критерієм Гурвіца [11] набувають вигляд:

$$\begin{aligned} &l - 2k + 2a > 0, \\ &l - k > 0, \\ &(l - 2k + 2a)(a + 2) > a(l - k). \end{aligned} \quad (31)$$

Система нерівностей (31) може бути представлена в такий спосіб:

$$\begin{aligned} &l - k > 0, \\ &l - k > k - 2a, \\ &l - k > \left(\frac{a}{2} + 1\right)(k - 2a). \end{aligned} \quad (32)$$

У такому випадку друга нерівність поглинається третьою і для параметрів l і k, уважая a фіксованим, маємо систему двох нерівностей

$$\begin{aligned} &l > k, \\ &l > \left(\frac{a}{2} + 2\right)k - a^2 - 2a. \end{aligned} \quad (33)$$

Дані прямі мають загальну точку з координатами $l = 2a$, $k = 2a$ і на рис. 3 зображена область стійкості динамічної системи (27) в околі положення рівноваги $y_2^* = l - k$.

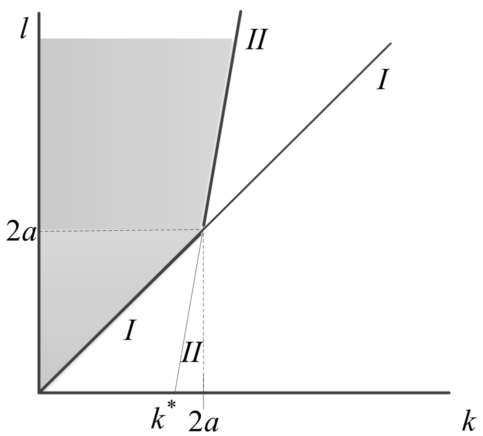


Рис. 3. Область стійкості системи (27)

Тут промінь $I : l = k$, промінь II: $l = \left(\frac{a}{2} + 2\right)k - a^2 - 2a$.

Точка $k^* = 2 \cdot a\left(1 - \frac{2}{a + 4}\right)$ є початковою для променя II в позитивній області параметрів. На границі I області стійкості $l = k < 2a$ характеристичне рівняння (30) набуває вигляду:

$$\lambda^3 + (2a - k)\lambda^2 + (a^2 + 2a)\lambda = 0. \quad (34)$$

З (34) очевидно, що є корінь $\lambda = 0$. Система (27) є негрубою.

На іншій межі області стійкості $l = \left(\frac{a}{2} + 2\right)k - a^2 - 2a > 2a$ спектральне рівняння (30) перетвориться у форму:

$$\lambda^3 + (l - 2k + 2a)\lambda^2 + (a^2 + 2a)\lambda + \\ +(l - 2k + 2a)(a^2 + 2a) = 0 \quad (35)$$

Вираз (35) факторизується очевидним чином:

$$(\lambda + l - 2k + 2a)(\lambda^2 + a^2 + 2a) = 0. \quad (36)$$

Рівняння (36) має явний розв'язок:

$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0$, $\lambda_3 = 2k - l - 2a < 0$, $\omega_0^2 = a^2 + 2a$.

При наявності таких спектральних значень у системі (27) можлива біфуркація Хопфа з появою періодичних розв'язків. Поведінкові властивості даного автоколивального режиму можливо досліджувати за допомогою методу центрального многостатності.

Найцікавішу динамічну поведінку в системі (27) можна спостерігати в точці перетинання променів I і II: $l = 2a$, $k = 2a$. Кубічне рівняння (30) набуде дворазового виродження:

$$\lambda^3 + (a^2 + 2a)\lambda = 0 \quad (37)$$

з власними значеннями $\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0$, $\lambda_3 = 0$. При наявності малих коливань у параметрах вихідної динамічної системи (27) можна виявити інваріантні тори й нерегулярну хаотичну поведінку в малому околі $y_2^* = l - k$.

Висновки.

У роботі предметно розглянуто проблему регулювання процесу розповсюдження інновацій в економічному середовищі. Побудовано відповідну математичну модель як результат об'єднання традиційної логістичної системи з лінійним інерційним регулятором. Проаналізовано вплив параметрів керуючих змінних на нелінійні динамічні властивості досліджуваного об'єкта. Отримано аналітичними методами на якісному рівні умови виникнення жорсткого автоколивального режиму. Дані явища слід уважати небезпечними режимами функціонування регульованого інноваційного процесу й вони пов'язані з різкими стрибкоподібними порушеннями рівноваги, з катастрофічними руйнуваннями інноваційного ринку. Подібні ефекти можна пояснити за допомогою методів аналізу стійкості нелінійних динамічних систем.

THE PROBLEM OF SUSTAINABILITY OF THE CONTROLLED INNOVATION PROCESS

Anatoliy Voronin, PhD (Technical Sciences), Associate Professor, Department of Higher Mathematics and Economic and Mathematical Methods, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, pr-t Nauki, 9-a, Kharkov, Ukraine, 61166, e-mail: anatolii.voronin@m.hneu.edu.ua; ORCID http://orcid/0000-0003-2570-0508
Elina Zhelezniakova, PhD (Physics and Mathematics Sciences), Associate Professor, Department of Higher Mathematics and Economic and Mathematical Methods, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, pr-t Nauki, 9-a, Kharkov, Ukraine, 61166, e-mail: elina.zhelezniakova@m.hneu.edu.ua; ORCID http://orcid/ 0000-0001-6409-4761

The present study is devoted to the problem of managing innovative processes at the level of state executive structures. The aim of the work is to build a mathematical model of a regulated innovation process and study of the structural stability of the equilibrium positions of the corresponding nonlinear dynamic system. An important role in the methodology of technical forecasting is played by the so-called logistics model, which has purely non-linear properties - saturation and cumulativeness. It is known that simultaneously with the acceleration of economic development, the influence of opposing factors is increasing, which either stabilize the growth of innovative products, or the process takes on a cyclical character. This, in turn, actualizes a set of measures to regulate the innovative activities of innovators. The need for changing the capacity of the innovation market occurs. This can be achieved by introducing feedback management on a technologically significant indicator of innovation in the traditional logistic model of diffusion of innovation. It is important to note that the presence of a built-in linear inertial controller in a nonlinear system does not automatically guarantee the stability of the achieved equilibrium positions. For this, the mathematical stability conditions on the plane of the parameters of the dynamical system are obtained. In particular, an unstable mode of self-oscillations was revealed in the vicinity of the desired equilibrium position. Such a regime is considered a dangerous boundary for loss of stability, and it is necessary to realize adjustment of the regulator’s parameters in order to avoid undesirable bifurcations and catastrophes. This makes it relevant to detect and identify negative trends in innovation dynamics. The approach proposed in this paper will make it possible to better diagnose the problems of the state of the systems under study, as well as to search for effective ways out of them in order to synthesize anti-crisis innovative development programs.
Keywords: innovation, government, regulator, cumulative, logistic model, bifurcation, stability, self-oscillation.

ПРОБЛЕМА УСТОЙЧИВОСТИ УПРАВЛЯЕМОГО ИННОВАЦИОННОГО ПРОЦЕССА

Воронин Анатолий Витальевич, канд. техн. наук, доцент, кафедра высшей математики и экономико-математических методов, Харковский национальный университет имени Семена Кузнеца, проспект Науки 9а, г. Харьков, Украина, 61166, e-mail: anatolii.voronin@m.hneu.edu.ua; ORCID http://orcid/0000-0003-2570-0508
Железнякова Элина Юрьевна, канд. физ.-мат.наук, доцент, кафедра высшей математики и экономико-математических методов, Харковский национальный университет имени Семена Кузнеца, проспект Науки 9а, г. Харьков, Украина, 61166, e-mail: elina.zhelezniakova@m.hneu.edu.ua; ORCID http://orcid/ 0000-0001-6409-4761

Настоящее исследование посвящено проблеме управления инновационными процессами на уровне государственных исполнительных механизмов. Целью работы является построение математической модели регулируемого инновационного процесса и исследование структурной устойчивости положений равновесия соответствующей нелинейной динамической системы. В методологии технического прогнозирования значительную роль играет так называемая логистическая модель, обладающая сугубо нелинейными свойствами – насыщением и кумулятивностью. Известно, что одновременно с ускорением экономического развития усиливается влияние противодействующих факторов, которые либо стабилизируют рост инновационной продукции, либо процесс принимает циклический характер. Это, в свою очередь, актуализирует комплекс мер по регулированию инновационной деятельности новаторов. Возникает необходимость в изменении емкости рынка инноваций. Это можно реализовать путем введения управления с обратной связью по технологически значимому показателю инновационной деятельности в традиционную логистическую модель распространения инноваций. Важно отметить, что наличие встроенного линейного инерционного регулятора в нелинейную систему не гарантирует автоматически устойчивость достигнутых положений равновесия. Для этого в работе получены математические условия устойчивости на плоскости параметров динамической системы. В частности выявлен неустойчивый режим автоколебаний в окрестности желаемого положения равновесия. Такой режим считается опасной границей потери устойчивости и необходимо реализовывать подстройку параметров регулятора во избежание нежелательных бифуркаций и катастроф. Это делает актуальным в общей методологии технико-экономического прогнозирования предсказание циклов и других кризисных явлений, своевременное обнаружение и идентификацию негативных тенденций динамики нововведений. Предложенный в данной работе подход позволит более качественно диагностировать проблемные состояния исследуемых систем, а также реализовывать поиск эффективных путей выхода из них с целью синтеза антикризисных программ инновационного развития.
Ключевые слова: инновация, государственное управление, регулятор, кумулятивность, логистическая модель, бифуркация, устойчивость, автоколебания.

References

1. Grudtsina Yu. V. (2019) Innovatsiina diyal'nist' v Ukraïni: analiz ta prognozuvannya [Innovation activity in Ukraine: analysis and forecasting] *Biznes Inform*, 2, pp. 78-84. (in Ukraine)
2. Iershova H. V. (2017) Innovatsiina diyal'nist' v Ukraïni: osnovni tendentsiï ta problemi [Innovation activity in Ukraine: main trends and problems] *Ekonomika i prognozuvannya*, 4, pp.137-148. (in Ukraine)
3. Buleev I. P. (2007) Sotsial'nye aspekty innovatsionno-investitsionnoi deyatel'nosti v Ukraine [Social aspects of innovation and investment in Ukraine] *Biznes Inform*, 7, pp.33-39.
4. Geєts' V. M., Seminozhenko V. P. (2006) *Innovatsiini perspektivi v Ukraïni [Innovative prospects in Ukraine].* Kh.: Konstanta (in Ukraine)
5. Kondrat'ev N. D. (2002) *Bol'shie tsikly kon"yunktury i teoriya predvideniya [Big business cycles and foresight theory].* M.:Ekonomika (in Russian)
6. Shumpeter Y. A. (1939) *Business Cysles.* New York.
7. Yakovets Yu. V. (1999) *Tsikly. Krizisy. Prognozy [Cycles. Crises. Forecasts].* M.: Nauka. (in Russian)

8. Voronin A. V. (2007) Sinergeticheskoe upravlenie innovatsionnym protsessom [Synergetic management of the innovation process] *Biznes Inform*, 7. pp. 96-100. (in Russian)
9. Glaz'ev S. Yu. (1990) *Ekonomicheskaya teoriya tekhnicheskogo razvitiya [Economic Theory of Technical Development]*. M.: Nauka. (in Russian)
10. Voronin A. V. (2006) *Tsikly v zadachakh nelineinoi makroekonomiki [Cycles in the problems of nonlinear macroeconomics]*. Kh.: ID «INZhEK». (in Russian)
11. Khessard B., Kazarinov N., Ven I. (1985) *Teoriya i prilozheniya bifurkatsii rozhdeniya tsikla: Per. s angl [Theory and applications of bifurcation of the birth cycle: Per. with english]*. M.: Mir. (in Russian)

Література

1. Грудцина Ю. В. Інноваційна діяльність в Україні: аналіз та прогнозування. *Бізнес Інформ*. 2019. №2. С.78-84.
2. Єршова Г. В. Інноваційна діяльність в Україні: основні тенденції та проблеми. *Економіка і прогнозування*. 2017. №4. С.137-148.
3. Булеев И. П. Социальные аспекты инновационно-инвестиционной деятельности в Украине. *Бизнес Информ.* 2007. №7. С.33-39.
4. Геєць В. М., Семиноженко В. П. Інноваційні перспективи в Україні. Х.: Константа, 2006. 272с.
5. Кондратьев Н. Д. Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения. М.: Экономика, 2002. 767с.
6. Shumpeter Y. A. Business Cycles. New York, 1939. 1128 p.
7. Яковец Ю. В. Циклы. Кризисы. Прогнозы. М.: Наука, 1999. 308с.
8. Воронин А. В. Синергетическое управление инновационным процессом. *Бизнес Информ*. 2007. № 7. С.96-100.
9. Глазьев С. Ю. Экономическая теория технического развития. М.: Наука, 1990. 284с.
10. Воронин А. В. Циклы в задачах нелинейной макроэкономики. Х.: ИД «ИНЖЭК», 2006. 136 с.
11. Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла: Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 280с.