

DOI 10.32820/2079-1747-2019-23-13-19

УДК 621.863.2

**ЕФЕКТ «ПЕРЕКАЧУВАННЯ ЕНЕРГІЇ» В КАНАТАХ  
ДВОКІНЦЕВОЇ ПІДНІМАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ**

©Осипова Т. М.

*Українська інженерно-педагогічна академія***Інформація про автора:**

**Осипова Тетяна Миколаївна:** ORCID: 0000-0002-1915-4734; [tanya\\_338@gmail.com](mailto:tanya_338@gmail.com); асистент кафедри металоріжучого обладнання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Проведено аналіз літературних джерел з вивчення коливальних процесів у канатах піднімальних установок.

Наведено еквівалентну крутильну динамічну схему двокінцевого підйомника з розгляду динамічних процесів у його канатопроводі й виявлення ефекту «перекачування енергії». Отримано аналітичні вирази в моментах сил пружності для двокінцевої барабанної піднімальної установки при одержанні імпульсу однією посудиною від армування стовбура при русі кінцевих вантажів у стовбурі.

Результати розв'язання диференціальних рівнянь подані у вигляді осцилограм. Визначено, що при коефіцієнтах розподілу  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  рівних або майже рівних одиниці, настає ефект «перекачування енергії» між пружними ланками трьохмасової механічної системи двокінцевої піднімальної установки та амплітуда коливань канатів змінюється від нуля до постійного значення, заданого початковими умовами. Для рівності одиниці коефіцієнтів розподілу трьохмасової системи необхідно виконати умову рівності моментів інерції крайніх дискретних мас і жорсткостей пружних ланок.

**Ключові слова:** піднімальна установка, динамічні навантаження, диференціальне рівняння, сила пружності, осцилограма.

**Осипова Т. М.** «Эффект «перекачки энергии» в канатах двухконцевой подъемной установки».

Проведен анализ литературных источников по изучению колебательных процессов в канатах подъемных установок.

Приведена эквивалентная крутильная динамическая схема двухконцевого подъемника для рассмотрения динамических процессов в его канатопроводе и выявления эффекта «перекачки энергии». Получены аналитические выражения в моментах сил упругости для двухконцевой барабанной подъемной установки при получении импульса одним сосудом от армировки ствола при движении концевых грузов в стволе.

Результаты решения дифференциальных уравнений представлены в виде осциллограмм. Определено, что при коэффициентах распределения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  равных или почти равных единице, наступает эффект «перекачки энергии» между упругими звеньями трехмассовой механической системы двухконцевой подъемной установки и амплитуда колебаний канатов меняется от нуля до постоянного значения, заданного начальными условиями. Для равенства единицы коэффициентов распределения трехмассовой системы необходимо выполнить равенства моментов инерции крайних дискретных масс и жесткостей упругих звеньев.

**Ключевые слова:** подъемная установка, динамические нагрузки, дифференциальное уравнение, сила упругости, осциллограмма.

**Osypova T.** «Effect «the energy transfer» in ropes of two-end lifting».

The analysis of the literature on the study to identify the effect of "energy transfer" in the ropes of drum lifting equipment. The determination of transient dynamic processes in the elastic connections of a lifting installation for a three-wheeler torsion system at moments of elastic forces is an important aspect for finding the strength characteristics of the ropes.

An equivalent torsional dynamic scheme of a two-end lift with discrete masses and elastic connections is given to consider the dynamic processes in its cable course and reveal the effect of "energy transfer". The masses of the ropes are given to discrete masses of the lifting installation according to the method of Timoshenko-Kozhevnikov. Analytical expressions are obtained in the moments of elastic forces for a double-end drum lifting installation when a pulse is received by one vessel from the barrel reinforcement when the end loads move in the shaft.

The numerical results of solving differential equations are presented in the form of oscillograms, from which it can be seen that in one cable the moment of elastic force of the lifting installation changes according to the law of the product of sines, and in the other cable - according to the law of the product of cosines. This phenomenon is called a beat or "energy transfer."

The results of solving differential equations are presented in the form of oscillograms. It was determined that when the distribution coefficients  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$  are equal to or almost equal to one, the effect of "energy transfer" occurs between the elastic links of the three-mass mechanical system of a two-end lifting installation and the amplitude of rope oscillations changes from zero to a constant value given by the initial conditions. For the equality of the unit of the distribution coefficients of the three-mass system, it is necessary to perform the equality of the moments of inertia of the extreme discrete masses and stiffnesses of the elastic links.

**Key words:** lift, dynamic loads, differential equation, elastic force, oscillogram.

## **Вступ**

Динаміка силових перехідних процесів канатних вантажопідійомних машин може бути описана диференціальними рівняннями з постійними коефіцієнтами як крутильної трьохмасової системи із пружними зв'язками. За деяких співвідношень жорсткісних та інерційних параметрів може проявитися ефект «перекачування енергії» в пружних ланках.

## **1. Аналіз літературних даних**

Напружений стан рейки залежить також від метода укладки на балках і на фундаментах (на прокладках, на шпалах або з спиранням підшви по всій довжині).

Рейки вантажного візка мостового крана, як правило, встановлюються безпосередньо на поясний лист прогонної балки. При проведенні розрахунків міцності такої балки треба враховувати ефективний коефіцієнт концентрації напружень, які виникають в місцях закріплення рейок і накладення зварювальних швів. Для того, щоб цьому запобігти, доцільно виключити кріплення рейок між діафрагмами. Це можливо досягнути, якщо провести укладку

рейки на прошарки над діафрагмами. При цьому ми не тільки звільняємо від місцевих напружень верхній пояс, але і запобігаємо його ушкодженню при рихтовці рейок.

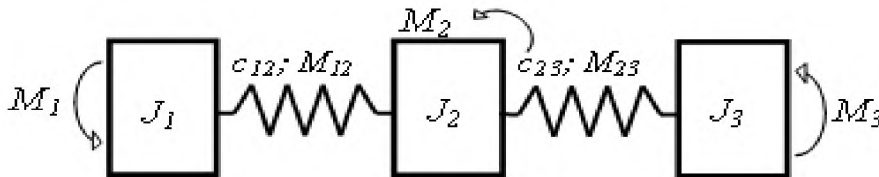
## 2. Мета і завдання дослідження

Метою даної роботи є виявлення умов ефекту «перекачування енергії» у канатах двокінцевої барабанної піднімальної установки.

Для досягнення поставленої мети необхідно одержати еквівалентну крутильну динамічну систему підйомника з дискретними масами та пружними ланками. Для визначення динамічних навантажень у канатах використаємо однорідне диференціальне рівняння без урахування дисипативних сил та за заданими початковими умовами.

## 3. Динамічні процеси в канатах двокінцевої піднімальної установки

Розглянемо двокінцевий підйомник, представлений трьохмасовою крутильною динамічною схемою при переході кінцевими вантажами середини стовбура (рис. 1).



**Рис. 1** – Еквівалентна крутильна динамічна схема двокінцевої піднімальної установки:  $J_1 = 71,453 \text{ т} \cdot \text{м}^2$ ,  $J_3 = 71,453 \text{ т} \cdot \text{м}^2$  – зведені моменти інерції кінцевих вантажів;  $J_2 = 624,682 \text{ т} \cdot \text{м}^2$  – сумарний зведений момент інерції ротора двигуна, редуктора та барабана;  $M_{12}, M_{23}$  – моменти сил пружності в канатах;  $c_{12} = 799,532 \text{ кНм/рад}$ ;  $c_{23} = 799,532 \text{ кНм/рад}$  – зведені крутильні жорсткості канатів;  $M_1 = 269,6 \text{ кНм}$ ,  $M_3 = 269,6 \text{ кНм}$  – зведені зовнішні моменти, що прикладаються до кінцевих вантажів;  $M_2 = 682,582 \text{ кНм}$  – зовнішній момент, що прикладається до барабана

Маси канатів зведемо до дискретних мас піднімальної установки за методом С.П. Тимошенко – С.Н. Кожевникова [6–9], тобто будемо розглядати систему з невагомими канатами.

Однорідне диференціальне рівняння [10–11] для трьохмасової системи з пружними зв'язками без урахування дисипативних сил має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{M}_{12} + \beta_{12}^2 \cdot M_{12} - \frac{c_{12}}{J_2'} M_{23} &= 0; \\ \ddot{M}_{23} + \beta_{23}^2 \cdot M_{23} - \frac{c_{23}}{J_2'} M_{12} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Розв'язок рівняння (1) шукаємо у вигляді наступних частинних рішень [3]:

$$M_{12} = A_1 \sin(\beta_j t + \psi), \quad M_{23} = A_2 \sin(\beta_j t + \psi), \quad (2)$$

де  $A_1, A_2$  – амплітуди коливань пружних моментів;  $\beta_j$  – головні частоти коливань трьохмасової системи;  $\psi$  – початкова фаза або кут зрушення.

Уведемо відношення амплітуд коливань канатів (коефіцієнт розподілу):

$$\gamma_j = \frac{M_{23}}{M_{12}} = \frac{A_2 \sin(\beta_j t + \psi)}{A_1 \sin(\beta_j t + \psi)} = \frac{A_2}{A_1} \quad (3)$$

$$\text{Звідки } A_2 = \gamma_j \cdot A_1. \quad (4)$$

Підставляючи співвідношення (2) у рівняння (1) з урахуванням (4) і скорочуючи на  $A_1 \sin(\beta_j t + \psi)$ , одержимо наступні алгебраїчні рівняння:

$$\begin{aligned} \beta_{12}^2 - \beta_j^2 - \frac{c_{12}}{J_2'} \gamma_j &= 0; \\ \beta_{23}^2 - \beta_j^2 - \frac{c_{23}}{J_2'} \cdot \frac{1}{\gamma_j} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Частоти головних коливань  $\beta_1$  і  $\beta_2$  з рівняння для трьохмасової системи із пружними зв'язками рівні [12]:

$$r^2 - \left( \frac{J_1 + J_2}{J_1 \cdot J_2} c_{12} + \frac{J_2 + J_3}{J_2 \cdot J_3} c_{23} \right) r + \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1 \cdot J_2 \cdot J_3} c_{12} \cdot c_{23} = 0, \quad (6)$$

де  $r = \beta_j^2$ .

З рівнянь (5) за відомих  $\beta_1^2$  і  $\beta_2^2$  знайдемо  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ :

$$\gamma_1 = \frac{(\beta_{12}^2 - \beta_1^2) J_2'}{c_{12}}; \quad \gamma_2 = \frac{c_{23}}{(\beta_{23}^2 - \beta_2^2) J_2'}. \quad (7)$$

Приймаємо  $\gamma_1$  зі знаком «+» для  $\beta_{12}^2 > \beta_1^2$  та  $\gamma_2$  – зі знаком «-» для  $\beta_{23}^2 > \beta_2^2$ .

Загальний розв'язок системи однорідних диференціальних рівнянь із постійними коефіцієнтами (1) шукаємо у вигляді [4]:

$$\begin{aligned} M_{12}(t) &= A_1^{(1)} \sin(\beta_1 t + \psi_1) + A_1^{(2)} \sin(\beta_2 t + \psi_2); \\ M_{23}(t) &= \gamma_1 \cdot A_1^{(1)} \sin(\beta_1 t + \psi_1) + \gamma_2 \cdot A_1^{(2)} \sin(\beta_2 t + \psi_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Рівняння (3.57) містять чотири довільні постійні  $A_1^{(1)}$ ,  $A_1^{(2)}$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ , які визначаються для  $t=0$  з наступних початкових умов:  $M_{12}(0) = M_{12(0)}$ ,  $\dot{M}_{12}(0) = \dot{M}_{12(0)}$ ,  $M_{23}(0) = M_{23(0)}$ ,  $\dot{M}_{23}(0) = \dot{M}_{23(0)}$ .

Беручи похідні за часом від (8), одержимо ще два відсутні рівняння для знаходження зазначених довільних постійних:

$$\begin{aligned} M_{12}(t) &= \beta_1 \cdot A_1^{(1)} \cos(\beta_1 t + \psi_1) + \beta_2 \cdot A_1^{(2)} \cos(\beta_2 t + \psi_2); \\ M_{23}(t) &= \beta_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1^{(1)} \cos(\beta_1 t + \psi_1) + \beta_2 \cdot \gamma_2 \cdot A_1^{(2)} \cos(\beta_2 t + \psi_2). \end{aligned} \quad (9)$$

З рівнянь (7) знайдено за яких співвідношеннях динамічних параметрів  $\gamma = 1$ :

$$\frac{J_1'}{c_{12}} = \frac{J_3'}{c_{23}}, \text{ що можливо у випадку, коли } J_1 = J_3, c_{12} = c_{23}.$$

Розглянемо приклад для початкових умов при  $t = 0$ :  $M_{12}(0) = 100 \text{ кНм}$ ,  $\dot{M}_{12}(0) = 0$ ,  $M_{23}(0) = 0$ ,  $\dot{M}_{23}(0) = 0$  для двокінцевої піднімальної установки з параметрами:  $J_1 = J_3 = 81,45 \text{ тм}^2$ ;  $J_2 = 624,682 \text{ тм}^2$ ;  $c_{12} = c_{23} = 933,306 \text{ кНм/рад}$ , що відповідає одержанню імпульсу однією посудиною від армування стовбура.

Тоді з рівнянь (8) і (9) маємо систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} M_{12(0)} &= A_1^{(1)} \sin \psi_1 + A_1^{(2)} \sin \psi_2; \\ 0 &= \gamma_1 \cdot A_1^{(1)} \sin \psi_1 + \gamma_2 \cdot A_1^{(2)} \sin \psi_2; \\ 0 &= \beta_1 \cdot A_1^{(1)} \cos \psi_1 + \beta_2 \cdot A_1^{(2)} \cos \psi_2; \\ 0 &= \beta_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1^{(1)} \cos \psi_1 + \beta_2 \cdot \gamma_2 \cdot A_1^{(2)} \cos \psi_2. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Приймаючи для розглянутого приклада  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = -1$  і  $\psi_1 = \psi_2 = \pi/2 = 1$  знайдемо із системи рівнянь (10):

$$A_1^{(1)} = A_1^2; \quad A_1^{(1)} = \frac{M_{12(0)}}{2}; \quad A_1^2 = \frac{M_{12(0)}}{2}. \quad (11)$$

Маючи вираження (11), знайдемо момент сил пружності  $M_{12}(t)$  з рівняння (8):

$$M_{12}(t) = \frac{M_{12(0)}}{2} \sin(\beta_1 t + \psi_1) + \frac{M_{12(0)}}{2} \sin(\beta_2 t + \psi_2). \quad (12)$$

Перетворимо рівняння (12):

$$\begin{aligned} M_{12}(t) &= \frac{M_{12(0)}}{2} \sin\left(\beta_1 t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{M_{12(0)}}{2} \sin\left(\beta_2 t + \frac{\pi}{2}\right); \\ M_{12}(t) &= \frac{M_{12(0)}}{2} (\cos \beta_1 t + \cos \beta_2 t); \\ M_{12}(t) &= \frac{M_{12(0)}}{2} \left(2 \cos \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} t \cdot \cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2} t\right); \\ M_{12}(t) &= M_{12(0)} \left(\cos \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} t \cdot \cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2} t\right). \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогічно перетворимо момент сил пружності  $M_{23}(t)$ :

$$\begin{aligned} M_{23}(t) &= \frac{M_{12(0)}}{2} (\cos \beta_1 t + \cos \beta_2 t); \\ M_{23}(t) &= M_{12(0)} \left(\sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} t \cdot \sin \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} t\right). \end{aligned} \quad (14)$$

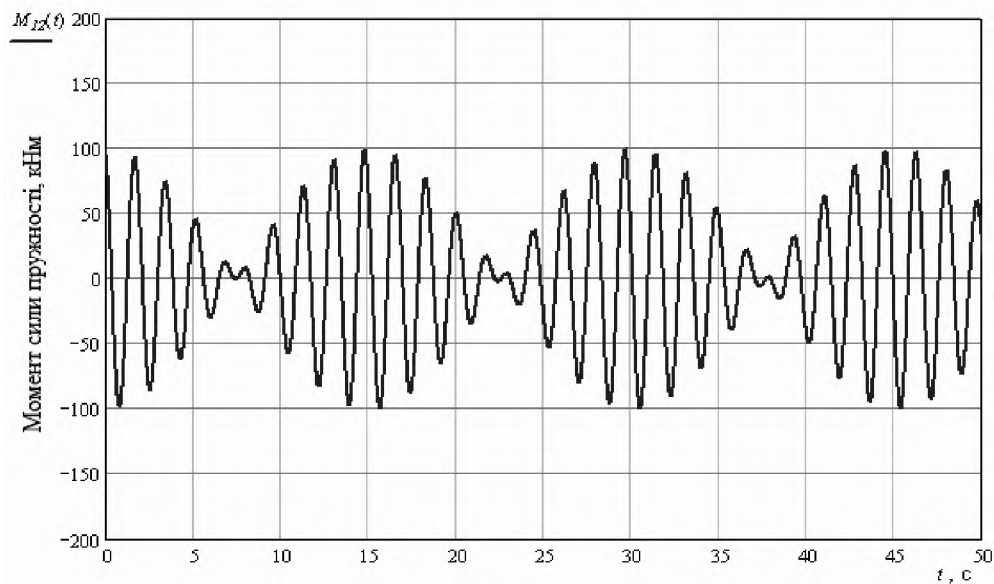
З виразів (13) і (14) видно, що момент  $M_{12}(t)$  змінюється за законом добутку косинусів, а момент  $M_{23}(t)$  змінюється за законом добутку синусів. Це явище називають биттям або «перекачуванням енергії» [2–5].

На рис. 2 подані осцилограми биттів у пружних ланках, отриманих у результаті проведення чисельного експерименту за розглянутих вище початкових умов і вихідних динамічних параметрах [13, 14]. Аналіз результатів проведених досліджень показує, що за коефіцієнтів розподілу  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ , які дорівнюють або практично дорівнюють одиниці, проявляється ефект «перекачування енергії» між пружними ланками трьохмасової механічної системи двокінцевої піднімальної установки. Результати теоретичних досліджень і чисельного експерименту збігаються, при цьому амплітуда коливань канатів змінюється від нуля до постійного значення, заданого початковими умовами.

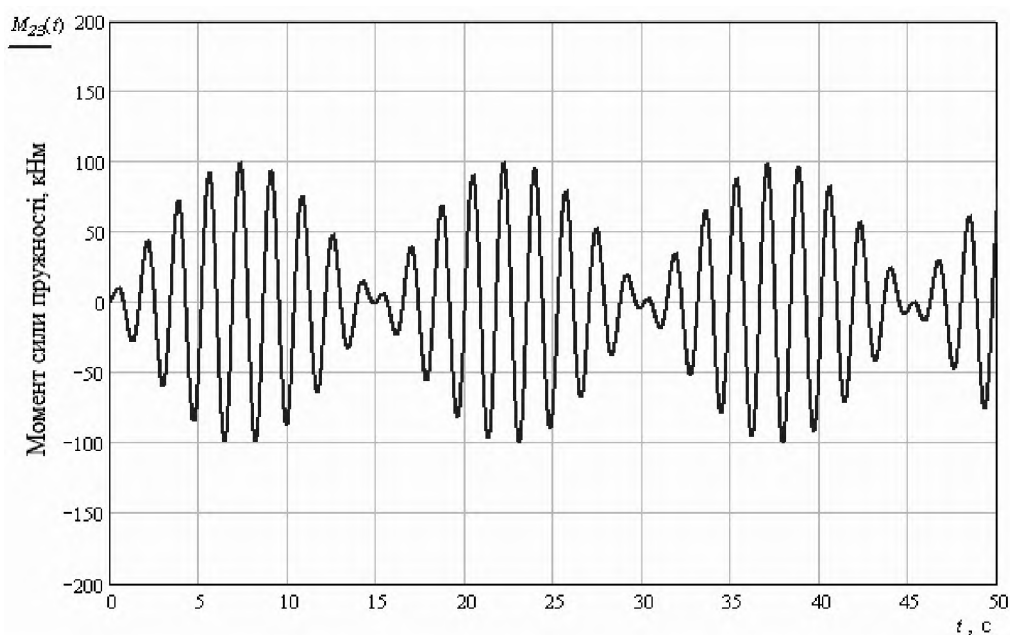
### Висновки

З вищевикладеного можна зробити висновки: для двокінцевої барабанної піднімальної установки отримані аналітичні вирази в моментах сил пружності для випадку отримання імпу-

льсу однією посудиною від армування стовбура під час руху кінцевих вантажів у стовбурі через значення коефіцієнтів розподілу  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ .



а)



б)

**Рис. 2** – Осцилограма перекачування енергії в трьохмасовій механічній системі із пружними зв'язками: а) момент сил пружності  $M_{12}$ , що змінюється за законом добутку косинусів; б) момент сил пружності  $M_{23}$ , що змінюється за законом добутку синусів

За коефіцієнтів розподілу  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = -1$  настає ефект перекачування енергії між пружними ланками трьохмасової механічної системи, за якого амплітуда коливань канатів змінюється від нуля до постійного значення, заданого початковими умовами. Для того, щоб коефіцієнти розподілу трьохмасової механічної системи із пружними зв'язками дорівнювали одиниці, необхідно умовою є рівність жорсткостей пружних ланок і рівність моментів інерції крайніх дискретних мас. Проведені дослідження дали змогу оцінити вплив методу укладки рейкових колій на балках

мосту на їх напружений стан. Як бачимо, найменші напруження будуть при встановлені рейок на коробчастих балках, а найменша поперечна сила буде при шпальному шляху на бетонних шпалах.

#### Список використаних джерел:

1. Глушко М. Ф. Стальные подъемные канаты / М. Ф. Глушко. – Киев : Техника, 1966. – 328 с.
2. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний / Я. Г. Пановко. – М. : Наука, 1971. – 240 с.
3. Яблонский А. А. Курс теории колебаний / А. А. Яблонский, С. С. Норейко. – М. : Высшая школа, 1975. – 248 с.
4. Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний / Л. И. Мандельштам. – М. : Наука, 1972. – 470 с.
5. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний / С. П. Стрелков. – М. : Наука, 1964. – 437 с.
6. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М. : Машиностроение, 1959. – 439 с.
7. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер; пер. с англ. Л. Г. Корнейчука. – М. : Машиностроение, 1985. – 472 с.
8. Кожевников С. Н. Динамика машин с упругими звеньями / С. Н. Кожевников. – Киев : Из-во АН УССР, 1961. – 160 с.
9. Кожевников С. Н. Динамика нестационарных процессов в машинах / С. Н. Кожевников. – Киев : Наукова думка, 1986. – 285 с.
10. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. – 4-е изд. – М. : Наука, 1974. – 332 с.
11. Матвеев Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Н. М. Матвеев. – 2-е изд., перераб. – М. : Высшая школа, 1963. – 547 с.
12. Федорова З. М. Подъемники : учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров. – Киев : Выш. шк., 1976. – 294 с.
13. Dagang Wang. Effect of various kinematic parameters of mine hoist on fretting parameters of hoisting rope and a new fretting fatigue test apparatus of steel wires / Dagang Wang, Dekun Zhang, Zefeng Zhang [et al.] // *Engineering Failure Analysis*. – 2012. – № 22. – Pp. 92-112.
14. Gaikwad A. V. Modeling And Analysis Of A Stair Case Lift For Material Handling System / A. V. Gaikwad, P. S. Ghawde, S. J. Kadam // *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*. – 2013. – Vol. 2, Iss. 7. – Pp. 2645-2649.

#### References

1. Glushko, MF 1966, *Stalnye podemnye kanaty*, [Steel hoisting ropes], Tehnika, Kiev.
2. Panovko, JaG 1971, *Vvedenie v teoriju mehanicheskikh kolebanij*, [Introduction to the theory of mechanical vibrations], Nauka, Moskva.
3. Jablonskij, AA & Norejko, SS 1975, *Kurs teorii kolebanij*, [Oscillation course], Vysshaja shkola, Moskva.
4. Mandelstam, LI 1972, *Lekcii po teorii kolebanij*, [Lectures on the theory of vibrations], Nauka, Moskva.
5. Strelkov, SP 1964, *Vvedenie v teoriju kolebanij*, [Introduction to the theory of oscillations], Nauka, Moskva.
6. Timoshenko, SP 1959, *Kolebanija v inzhenernom dele*, [Vibration problems in engineering], Mashinostroenie, Moskva.
7. Timoshenko, SP, Jang, DH & Uiver, U 1985, *Kolebanija v inzhenernom dele*, [Vibration problems in engineering], Mashinostroenie, Moskva.
8. Kozhevnikov, SN 1961, *Dinamika mashin s uprugimi zvenjiami*, [Dynamics of machines with elastic links], Izdatelstvo Akademii nauk Ukrainskoj sovetskoj socialisticheskoj respubliki, Kiev.
9. Kozhevnikov, SN 1986, *Dinamika nestacionarnyh processov v mashinah*, [Dynamics of non-stationary processes in machines], Naukova dumka, Kiev.
10. PONTYAGIN, LS 1974, *Obyknovennye differencialnye uravnenija*, [Ordinary Differential Equations], 4th edn , Nauka, Moskva.
11. Matveev, NM 1963, *Metody integrirrovaniya obyknovennyh differencialnyh uravnenij*, [Methods for integrating ordinary differential equations], 2nd edn, Vysshaja shkola, Moskva.
12. Fedorova, ZM, Lukin, IF & Nesterov, AP 1976, *Podemniki*, [Lifts], Vysshaja shkola, Kiev.
13. Dagang, W, Dekun, Z, Zefeng, Z & Shirong, G 2012, 'Effect of various kinematic parameters of mine hoist on fretting parameters of hoisting rope and a new fretting fatigue test apparatus of steel wires', *Engineering Failure Analysis*, no. 22, pp. 92-112.
14. Gaikwad, AV, Ghawde , PS & Kadam, SJ 2013, 'Modeling And Analysis Of A Stair Case Lift For Material Handling System', *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*, vol. 2, iss. 7, pp. 2645-2649.

Стаття надійшла до редакції 17 квітня 2019 р.