

Volume 5 • Number 2 • 2018

ISSN 2312-4334

---

# East European Journal of Physics

---



V.N. Karazin Kharkiv National University Publishing

ISSN 2312-4334

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

# **East European Journal of Physics**

Volume 5 · Number 2

2018

# **East European Journal of Physics**

---

EEJP is an international peer-reviewed journal devoted to experimental and theoretical research on the nuclear physics, cosmic rays and particles, high-energy physics, solid state physics, plasma physics, physics of charged particle beams, plasma electronics, radiation materials science, physics of thin films, condensed matter physics, functional materials and coatings, medical physics and physical technologies in an interdisciplinary context.

Published quarterly in hard copy and online by V.N. Karazin Kharkiv National University Publishing.

ISSN 2312-4334 (Print), ISSN 2312-4539 (Online)

The editorial policy is to maintain the quality of published papers at the highest level by strict peer review.

Approved for publication by the Academic Council of the Karazin Kharkiv National University (April 27, 2018, Protocol No. 5). EEJP registered by the order of Ministry of Education of Ukraine № 747 of 07.13.2015, and included in the list of scientific specialized editions of Ukraine, which can be published results of dissertations for the degree of doctor and candidate of physical and mathematical sciences.

## **Editor-in-Chief**

Azarenkov N.A., Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

## **Deputy editor**

Girka I.O., Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

## **Executive Secretary**

Girnyk S.A., Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

## **Editorial Board**

Adamenko I.N., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Akulov V.P., City University of New York, USA

Antonov A.N., Institute of Nuclear Research and Nuclear Energy, Sofia, Bulgaria

Barannik E.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Beresnev V.M., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Berezhnoy Yu.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Bizyukov A.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Bragina L.L. STU Kharkiv Polytechnical Institute, Ukraine

Broda B., University of Lodz, Poland

Budagov Yu.A., Joint Institute of Nuclear Research, Dubna, Russia

Dovbnya A.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Dragovich B.G., University of Belgrade, Serbia

Duplij S.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Garkusha I.E., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Gofman Yu., Jerusalem College of Technology, Israel

Grekov D.L., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Karnaukhov I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Khodusov V.D., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Kondratenko A.N., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Korchin A.Yu., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Krivoruchenko M.I., Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, Russia

Lavrinenco S.D., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Lazurik V.T., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Mel'nik V.N., Institute of Radio Astronomy, Kharkiv, Ukraine

Merenkov N.P., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Neklyudov I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Noterdaeme J.-M., Max Planck Institute for Plasma Physics, Garching, Germany

Nurmagambetov A.Yu., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Onyschenko I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Ostrikov K.N., Plasma Nanoscience Centre Australia, Clayton, Australia

Peletminsky S.V., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Pilipenko N.N., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Radinschi I., Gheorghe Asachi Technical University, Iasi, Romania

Slyusarenko Yu.V., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Smolyakov A.I., University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada

Shul'ga N.F., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Tkachenko V.I., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Voyevodin V.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Yegorov O.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

## **Editorial office**

Department of Physics and Technologies, V.N. Karazin Kharkiv National University

Kurchatov av., 31, office 402, Kharkiv, 61108, Ukraine

**Tel:** +38-057-335-18-33,

**E-mail:** eejp@karazin.ua,

**Web-pages:** <http://periodicals.karazin.ua/eejp> (Open Journal System), <http://eejp.univer.kharkov.ua>

Certificate of State registration No.20644-10464P, 21.02.2014

# **East European Journal of Physics**

**Volume 5      Number 2      2018**

---

## **ORIGINAL PAPERS**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Chronological Products, Energy-Momentum Tensors of Scalar Fields for Particle Generations, and Indefinite Metrics</b><br>Yu.V. Kulish  | <b>4</b>  |
| <b>Effects of Scalar Boson in Elastic Proton-Electron Scattering</b><br>A.G. Gakh   | <b>16</b> |
| <b>Approach to Evaluate the Risk of Cancer for Different Number of Tumor Suppressor Genes in the Individual</b><br>M. Bondarenko, V. Knigavko, O. Zaytseva  | <b>23</b> |
| <b>Efficient Detector of Neutrons for <math>^9\text{Be}(\text{d},\text{n})</math> Generator</b><br>A.N. Dovbnya, E.L. Kuplennikov, S.S. Kandybei  | <b>27</b> |
| <b>A New Symmetry of Electroweak Lagrangian</b><br>K.K. Merkotan, T.M. Zelentsova, N.O. Chudak, D.A. Ptashynskiy, V.V. Urbanovich, O.S. Potienko, V.V. Voitenko, O.D. Berezovskyi, I.V. Sharph, V.D. Rusov      | <b>35</b> |
| <b>Processes Occurring in the Polyimide Films PM-A (AS Kapton H) During the Deformation and Cooling</b><br>I.S. Braude, V.G. Geidarov, Yu.M. Pogribnaya   | <b>49</b> |
| <b>Influence of Bias Potential and Substrate Orientation on Characteristics of Deposited Coating: the Role of Sputtering</b><br>A.I. Kalinichenko, E.N. Reshetnyak, V.E. Strel'nitskij                          | <b>54</b> |
| <b>Change Of Quality Of A Radioactive Waste Under Long Store Terms</b><br>M.S. Malovytia, S.A. Pismenetskiy, G.S. Hrushch, O.P. Shchus  | <b>62</b> |
| <b>Surface Electromagnetic Waves In A Gap Between Two Left-Handed Materials</b><br>V.K. Galaydych   | <b>68</b> |
| <b>Transformer Ratio Dependence on Bunch Length at Nonlinear Wakefield Excitation in Plasma by Electron Bunch with Gaussian Charge Distribution</b><br>D.S. Bondar, I.P. Levchuk, V.I. Maslov, I.N. Onishchenko | <b>72</b> |
| <b>Occurrence of Accelerating Field, Formation and Dynamics of Relativistic Electron Beam Near Jupiter</b><br>V.I. Maslov, I.P. Levchuk, S. Nikonova, I.N. Onishchenko  | <b>78</b> |

PACS: 03.65 G, 03.70, 11.00, 11.10; 11.10 E; 11.10 Q; 12.10; 14.40Aq

## CHRONOLOGICAL PRODUCTS, ENERGY-MOMENTUM TENSORS OF SCALAR FIELDS FOR PARTICLE GENERATIONS, AND INDEFINITE METRICS

**Yu.V. Kulish**

*Ukrainian State University of Railway Transport  
Sq. Feuerbach 7, Kharkiv region, 61050, Ukraine*

*e-mail: [Yu.V.Kulish@gmail.com](mailto:Yu.V.Kulish@gmail.com)*

Received February 22, 2018

The solutions of generalized Klein-Gordon equations are considered. The generalizations of the Klein-Gordon equation allow one to derive convergent integrals for the Green functions of these equations. The generalized equations are presented as products of the operators for the Klein-Gordon equation with different masses. The solutions of derived homogeneous equations (total fields) are sums of fields corresponding to particles with the same values of the spin, the electric charge, the parities, but with different masses. Such particles are grouped into the kinds (families, dynasties) with members which are the generations. The chronological products of the scalar fields for kinds of particles are obtained at arbitrary quantity of the generations. These chronological products are the causal Green functions of generalized Klein-Gordon equations. The Lagrangians for the generalized Klein-Gordon equations of arbitrary order are derived. These Lagrangians are used to obtain the energy-momentum tensors for the particle kinds at arbitrary quantity of generations. It is shown that the generalized Hamiltonians (for total fields) have got positive eigenvalues for all the generations. These results are derived with the use of the indefinite metrics.

**KEY WORDS:** generalized Klein-Gordon equations, generations of particles, chronological products of fields, Green functions, Lagrangians, particle energies, particle moments, indefinite metrics.

### ХРОНОЛОГІЧНІ ДОБУТКИ, ТЕНЗОРИ ЕНЕРГІЇ-ІМПУЛЬСУ СКАЛЯРНИХ ПОЛІВ ДЛЯ ПОКОЛІНЬ ЧАСТИНОК ТА ІНДЕФІНІТНА МЕТРИКА

**Ю.В. Куліш**

*Український державний університет залізничного транспорту  
м. Фейербаха 7, Харків, 61050, Україна*

Розглянуто розв'язки узагальнених рівнянь Клейна-Гордона. Узагальнення рівняння Клейна-Гордона дозволяє одержати збіжні інтеграли для функцій Гріна цих рівнянь. Узагальнені рівняння представляють собою добутки операторів рівняння Клейна-Гордона з різними масами. Розв'язки одержаних однорідних рівнянь (повні поля) є суми полів відповідних частинкам з однаковими значеннями спіну, електричного заряду, парностей, але з різними масами. Такі частинки групуються в роди (сім'ї, династії) з членами, які є поколіннями. Одержано хронологічні добутки скалярних полів для родів частинок з довільною кількістю поколінь. Ці хронологічні добутки є причинні функції Гріна узагальнених рівнянь Клейна-Гордона. Одержано лагранжіяни для узагальнених рівнянь Клейна-Гордона довільного порядку. Ці лагранжіяни використано для знаходження тензорів енергії-імпульсу для родів частинок з довільною кількістю поколінь. Показано, що узагальнені гамільтоніані (для повних полів) мають додатні власні значення для всіх поколінь. Ці результати одержано з використанням індефінітної метрики.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** Узагальнені рівняння Клейна-Гордона, покоління частинок, хронологічні добутки полів, функції Гріна, лагранжіяни, енергії частинок, імпульси частинок, індефінітна метрика.

### ХРОНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ, ТЕНЗОРЫ ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ ПОКОЛЕНИЙ ЧАСТИЦ И ИНДЕФИНИТНАЯ МЕТРИКА

**Ю.В. Кулиш**

*Украинский государственный университет железнодорожного транспорта  
пл. Фейербаха 7, Харьков, 61050, Украина*

Рассмотрены решения обобщенных уравнений Клейна-Гордона. Обобщение уравнений Клейна-Гордона позволяет получить сходящиеся интегралы для функций Грена этих уравнений. Обобщенные уравнения представляют собой произведения операторов уравнения Клейна-Гордона с разными массами. Решения полученных однородных уравнений (полные поля) являются суммами полей, соответствующих частинкам с одинаковыми величинами спина, электрического заряда, четностей, но с разными массами. Такие частицы группируются в рода (семьи, династии), которые являются поколениями. Получены хронологические произведения скалярных полей для родов частиц с произвольным количеством поколений. Эти хронологические произведения являются причинными функциями Грена обобщенных уравнений Клейна-Гордона. Получены лагранжианы обобщенных уравнений Клейна-Гордона произвольного порядка. Эти лагранжианы использованы для получения тензоров энергии-импульса родов частиц с произвольным количеством поколений. Показано, что обобщенные гамильтонианы (для полных полей) имеют положительные собственные числа для всех поколений. Эти результаты получены при использовании индефинитной метрики

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** обобщенные уравнения Клейна-Гордона, поколения частиц, хронологические произведения полей, функции Грена, лагранжианы, энергии частиц, импульсы частиц, индефинитная метрика.

It is known that reaction amplitudes are calculated with the use of the particle propagators and the vertex functions [1-8]. In the momentum representation all the particle propagators can be presented as products of the propagator for the

spinless particle and corresponding projection operator. The particle propagator of the spinless particle in coordinate representation is the causal Green function of the Klein-Gordon equation (the Klein-Gordon-Fock equation). It means that the Green functions of the Klein-Gordon equation and other wave equations for any spin particles are infinite improper four-fold integrals with respect to momentum variables. In Refs. [9, 10] it is shown that corresponding four-fold integrals for the Klein-Gordon and Dirac equations, as well as triple integral for the Yukawa potential, diverge. To eliminate these divergences the integrals for the Green functions have been generalized in Refs. [9, 10]. New Green functions correspond to equations with higher partial derivatives. Among these equations the generalized Klein-Gordon equation is very important, as many features of generalized equations may be seen. The  $\Phi(x)$  solutions of the generalized Klein-Gordon equations can be presented as sum of solutions of the Klein-Gordon equations for different particle masses. These sums correspond to some sets of particles. Therefore, values related to the solutions of the generalized Klein-Gordon equations can have some feature in a comparison with similar values for the Klein-Gordon equations. In particular, it is of importance to study Lagrangians and energy-momentum tensors for generalized equations.

The aim of present paper is the study of some topics related to the solutions of the generalized Klein-Gordon equations. Similar topics for one field are well known [1-8]. So, it is shown that the chronological product of quantized free solutions for the generalized Klein-Gordon equation is the causal Green function of this equation. In terms of the total fields the Lagrangians, the energy-momentum tensors, and a generalized Hamiltonian are derived. In particular, the question on the positive determination of the generalized Hamiltonian is investigated. In addition, conditions, which permit one to derive some general relations for the solution of the Klein-Gordon equations, are studied.

### RELATION OF CHRONOLOGICAL PRODUCTS FOR FIELDS AND GREEN FUNCTIONS

It is known that the  $\delta(x-x')$  - function and the  $G(x-x')$  Green functions of differential equation can be expanded in the set of eigenfunctions for the operator of this differential equation [11]. Accordingly to Refs. [2-6] the vacuum average of the chronological product for the scalar fields is related to the  $D(x,m)_c$  causal Green function. This relation is given by

$$\left\langle 0 \left| T(\varphi(x), \varphi(y)^+) \right| 0 \right\rangle = -iD(x-y, m)_c, \quad D(x, m)_c = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{-iqx}}{m^2 - q^2 - i\varepsilon} d^4q \quad (1)$$

The generalized Klein-Gordon equations and their  $\Phi(x)$  solutions (which are named as total fields and fields of particle generations) are considered in Appendix. It is of interest to study the relation between the chronological product of the quantized  $\Phi(x)$  total fields, which are the solutions of the homogeneous equation (A.1), and the Green function of this equation.

For the chronological product of the  $A(x)$  operator and the  $B(y)$  operator usual definition can be exploited:

$$T(A(x)B(y)) = \theta(x_0 - y_0) A(x) \cdot B(y) + \theta(y_0 - x_0) B(y) \cdot A(x) \quad (2)$$

The discontinuous function  $\theta(x_0)$  can be presented by the improper integral

$$\theta(x_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iqx_0} dq}{q - i\varepsilon} \quad (3)$$

We propose that the total  $\Phi(x)$  quantized field is given by

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \sum_{k=1}^N \sqrt{A_k} e^{i\delta_k} \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} \left[ e^{-ipx} a(\vec{p})_k + e^{ipx} b(\vec{p})_k^+ \right] = \sum_{k=1}^N \sqrt{A_k} e^{i\delta_k} \cdot \varphi(x)_k, \\ \varphi(x)_k &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} \left[ e^{-ipx} a(\vec{p})_k + e^{ipx} b(\vec{p})_k^+ \right], \\ \omega_k &= p_{0k} = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \end{aligned} \quad , \quad (4)$$

where  $\delta_k$  are some phases. The  $\delta_k$  phases can give parameters of mixing for composite states. The  $\varphi(x)_k$  field is the scalar quantized free field of the  $k$  number generation.

We use the indefinite metrics. The covariant normalization condition, the non-zero commutators of the  $a(\vec{p})_k$  ( $b(\vec{p})_k$ ) annihilation operators for particles (antiparticles) and the  $a(\vec{p})_k^+$  ( $b(\vec{p})_k^+$ ) creation operators are the generalizations of usual commutators for one particle:

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}_1, k_1, \sigma_1 | \vec{p}_2, k_2, \sigma_2 \rangle &= 2\omega_{k_1} (-1)^{k_1+1} \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_2), \\ [a(\vec{p}_1)_{k_1, \sigma_1}, a(\vec{p}_2)_{k_2, \sigma_2}^+] &= 2\omega_{k_1} (-1)^{k_1+1} \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_2), \\ [b(\vec{p}_1)_{k_1, \sigma_1}, b(\vec{p}_2)_{k_2, \sigma_2}^+] &= 2\omega_{k_1} (-1)^{k_1+1} \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_2), \\ \langle 0 | 0 \rangle &= 1 \end{aligned} \quad (5)$$

where  $\sigma_1, \sigma_2$  are some discrete quantum numbers. The signs in the relations (5) agree with the signs of the  $A_k$  coefficients  $(A_k = (-1)^{k+1} |A_k|)$ .

Using the formulae (2) and (4) the chronological product of the total scalar fields may be written as

$$\begin{aligned} T(\Phi(x)\Phi(y)^+) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{k_1, k_2=1}^N \sqrt{A_{k_1}} (\sqrt{A_{k_2}})^* \exp[i(\delta_{k_1} - \delta_{k_2})] \times \\ &\times \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2}{4\omega_{k_1} \omega_{k_2}} \left\{ \exp[i(-p_1 x + p_2 y)] \langle 0 | a(\vec{p}_1)_{k_1} a(\vec{p}_2)_{k_2}^+ | 0 \rangle \theta(x_0 - y_0) + \exp[i(p_1 x - p_2 y)] \langle 0 | b(\vec{p}_2)_{k_2} b(\vec{p}_1)_{k_1}^+ | 0 \rangle \theta(y_0 - x_0) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

The vacuum matrix elements of the products for the annihilation operators and the creation operators equal the corresponding commutators (5). After the substitutions of these commutators in the chronological product (6) we can write:

$$T(\Phi(x)\Phi(y)^+) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{k=1}^N |A_k| (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} \left\{ \exp[-ip(x-y)] \theta(x_0 - y_0) + \exp[ip(x-y)] \theta(y_0 - x_0) \right\} \quad (7)$$

Now it can be used the representation (3) for discontinuous function. Then we obtain four-fold integral for (7)

$$\begin{aligned} T(\Phi(x)\Phi(y)^+) &= \frac{1}{(2\pi)^4 i} \sum_{k=1}^N A_k \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{q - i\varepsilon} \cdot \\ &\cdot \left\{ \exp[i(q - \omega_k)(x_0 - y_0)] \exp[i\bar{p}(\bar{x} - \bar{y})] + \exp[-i(q - \omega_k)(x_0 - y_0)] \exp[-i\bar{p}(\bar{x} - \bar{y})] \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

In Ref. [12] has been shown that for  $N \geq 3$

$$\sum_{k=1}^N A_k \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} \exp[i\bar{p}(\bar{x} - \bar{y})] = \sum_{k=1}^N A_k \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} \exp[-i\bar{p}(\bar{x} - \bar{y})] \quad (9)$$

Note that each term in (9) is diverging triple integral. We change the variable of integration  $q$  in (8) by means of such variables:  $q = \omega_k - p_0$  in the first term and  $q = \omega_k + p_0$  in the second term. Then the T-product (8) with the use of (9) can be written as

$$\begin{aligned} T(\Phi(x)\Phi(y)^+) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \sum_{k=1}^N A_k \int \frac{d^4 p}{2\omega_k} \exp\{-ip(x-y)\} \cdot \left[ \frac{1}{\omega_k - p_0 - i\varepsilon} + \frac{1}{\omega_k + p_0 - i\varepsilon} \right] = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4 i} \sum_{k=1}^N A_k \int \frac{d^4 p}{2\omega_k} \exp[-ip(x-y)] \cdot \frac{2\omega_k}{\omega_k^2 - p_0^2 - 2i\varepsilon\omega_k} \end{aligned} \quad (10)$$

The  $\omega_k$  value (4) is positive and the  $2i\epsilon\omega_k$ -value is the imaginary positive infinitesimal numbers. Therefore, we may denote the  $2i\epsilon\omega_k$  value in (10) as the  $i\epsilon$  value. Now the T-product of the total fields (10) is given by

$$T(\Phi(x)\Phi(y)^+) = \frac{1}{(2\pi)^4} i \sum_{k=1}^N A_k \int d^4 p \frac{\exp[-ip(x-y)]}{m_k^2 - p^2 - i\epsilon} = -i \sum_{k=1}^N A_k D(x-y, m_k)_c = -i \bar{G}(x-y)_c \quad (11)$$

Thus, the chronological product of the total scalar fields (4) is related to the causal Green function (A.10) of the generalized Klein-Gordon equation (A.1), similarly to the (1) relation for one particle. This relation is the consequence of the indefinite metrics, expressed by the commutators (5), and the equality (9) at  $N \geq 3$ .

### Lagrangians for generalized Klein-Gordon equations

In Ref. [13] the Lagrangians for the generalized Dirac equations are derived. Therefore it is of interest to obtain the Lagrangian for the generalized Klein-Gordon equations. Operators of the generalized Klein-Gordon equations (A.1) are polynomials with respect to the  $\square$  operator of  $d'$  Alembert ( $d'$ Alembertian). They can be written as

$$\prod_{n=1}^N (\square + m_n^2) = \sum_{n=1}^N S(m_1^2, m_2^2, \dots, m_N^2)_{N-n} \square^n. \quad (12)$$

The  $S_k$  values are elementary symmetric functions [14]. They equal:

$$\begin{aligned} S(m_1^2, m_2^2, \dots, m_N^2)_0 &= 1, \\ S(m_1^2, m_2^2, \dots, m_N^2)_1 &= m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_N^2, \\ S(m_1^2, m_2^2, \dots, m_N^2)_2 &= m_1^2 m_2^2 + m_1^2 m_3^2 + \dots + m_{N-1}^2 m_N^2, \\ S(m_1^2, m_2^2, \dots, m_N^2)_3 &= m_1^2 m_2^2 m_3^2 + m_1^2 m_2^2 m_4^2 + \dots + m_{N-2}^2 m_{N-1}^2 m_N^2, \dots, \\ S(m_1^2, m_2^2, \dots, m_N^2)_N &= m_1^2 m_2^2 m_3^2 \cdots m_{N-1}^2 m_N^2. \end{aligned} \quad (13)$$

For these functions the formula can be written at  $k > 1$

$$S(m_1^2, m_2^2, \dots, m_N^2)_k = \sum_{i_k > i_{k-1} > \dots > i_2 > i_1 \geq 1}^N m_{i_1}^2 m_{i_2}^2 m_{i_3}^2 \cdots m_{i_{k-1}}^2 m_{i_k}^2. \quad (14)$$

In the case of equal masses ( $m_1^2 = m_2^2 = \dots = m_N^2 = m^2$ ) the elementary symmetric functions are related to the binomial coefficients  $C_N^k$

$$S(m^2, m^2, \dots, m_N^2)_k = m^{2k} C_N^k = m^{2k} \frac{N!}{k!(N-k)!} \quad (15)$$

As the operators of generalized Klein-Gordon equations (A.1) include the partial derivatives of the  $2N$  order and they are polynomials, Lagrangians for these equations must have polynomial structure. Let us denote

$$\begin{aligned} \Phi(x)_{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n} &= \partial_{\mu_1} \partial_{\mu_2} \cdots \partial_{\mu_n} \Phi(x) = \Phi x^n_\mu, \\ \Phi(x)^+_{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n} &= \partial_{\mu_1} \partial_{\mu_2} \cdots \partial_{\mu_n} \Phi(x)^+ = \Phi x^{+n}_\mu. \\ \partial x_\mu^n &= \partial_{\mu_1} \partial_{\mu_2} \cdots \partial_{\mu_n} = \frac{\partial^n}{\partial x_{\mu_1} \partial x_{\mu_2} \cdots \partial x_{\mu_n}} \end{aligned} \quad (16)$$

In general, the Lagrangian can depend on the  $x$  coordinates,  $\Phi(x)$ ,  $\Phi(x)^+$  fields, and their derivatives (16) for  $1 \leq n \leq N$ . Using the least action principle (the Ostrogradskii-Hamilton principle), the Ostrogradskii-Euler equations, which are generalizations of the Euler-Lagrange equations, can be derived (for example, see Refs. [15, 16]). The equation (A.1) for the  $\Phi(x)$ -field can be obtained by means of the variation of the Lagrangian  $L(x)$  with respect to the  $\Phi(x)^+$ -field and their derivatives. The equation for the  $\Phi(x)^+$ -field, similar to (A.1), can be derived by means of the variation of the  $L(x)$  Lagrangian with respect to the  $\Phi(x)$ -field and their derivatives. In the terms of the definitions (16) the Ostrogradskii-Euler equation for the  $\Phi(x)$  field may be written as

$$\frac{\partial L}{\partial \Phi^+} + \sum_{n=1}^N (-1)^n \partial x_\mu^n \cdot \frac{\partial L}{\partial \Phi x^{+n}_\mu} = 0 \quad (17)$$

The total Lagrangian equals

$$L(x) = L(x)_{\text{free}} + L(x)_{\text{int}}. \quad (18)$$

The  $L(x)_{\text{free}}$ -part of Lagrangian allows one to derive the homogeneous equation (1) from the equation (18) and the  $L(x)_{\text{int}}$ -part leads to the right hand of the equation (A.1). The Lagrangian for homogeneous Klein-Gordon equation can be written as

$$L(x)_{\text{free}} = -S_N \Phi^+(x) \Phi(x) - \sum_{n=1}^N (-1)^n S_{N-n} \Phi x^{+n}_\mu \Phi x^n_\mu. \quad (19)$$

The Lagrangian of an interaction is given by

$$L(x)_{\text{int}} = \Phi^+(x) \eta(x) + \Phi(x) \eta^+(x) \quad (20)$$

A substitution of the (18)-(20) Lagrangians into the Ostrogradskii-Euler equation (17) gives the generalized Klein-Gordon equation (A.1) at arbitrary quantity of generations in a kind (or a family or a dynasty).

#### Energy-momentum tensor for total fields

The Lagrangian (19) for free total fields (4) does not depend on the  $x$  coordinates explicitly. Therefore, we can expect that some conserved values (some first integrals of the equations) must exist. In the case of scalar field for one particle the conserved values constitute the energy-momentum tensor. In this case the Lagrangian includes the partial derivatives of the fields of first order. The Lagrangian (19) for the total fields (corresponding to the kind with  $N$  generations) includes the partial derivatives of the  $N$  order. The total derivatives of the Lagrangian (19) with respect to each coordinate equal

$$\frac{dL}{dx_\mu} = \frac{\partial L}{\partial \Phi} \Phi_\mu + \sum_{n=1}^N \frac{\partial L}{\partial \Phi x^n_\rho} \partial_\mu \Phi x^n_\rho + \Phi \leftrightarrow \Phi^+. \quad (21)$$

After the substitution of the  $\frac{\partial L}{\partial \Phi}$  term from the equation (17) the derivatives (21) are given by

$$\frac{dL}{dx_\mu} = \Phi_\mu \cdot \sum_{n=1}^N (-1)^{n+1} \partial x^n_\rho \frac{\partial L}{\partial \Phi x^n_\rho} + \sum_{n=1}^N \frac{\partial L}{\partial \Phi x^n_\rho} \partial_\mu \Phi x^n_\rho + \Phi \leftrightarrow \Phi^+. \quad (22)$$

The right hand of (22) must be presented as a sum of total derivatives with respect to the coordinates. In particular, the right hand of (22) equal:

$$\begin{aligned}
\text{for } n = 1 \quad & \frac{dL}{dx_\mu} = \partial_\nu \left( \frac{\partial L}{\partial \Phi_\nu} \Phi_\mu \right) + \Phi \leftrightarrow \Phi^+ \\
\text{for } n = 2 \quad & \frac{dL}{dx_\mu} = \partial_\nu \left[ -\Phi_\mu \cdot \partial_\rho + \Phi_{\mu\rho} \right] \frac{\partial L}{\partial \Phi_{\nu\rho}} + \Phi \leftrightarrow \Phi^+ \\
\text{for } n = 3 \quad & \frac{dL}{dx_\mu} = \partial_\nu \left[ \Phi_\mu \cdot \partial_{\rho_1} \partial_{\rho_2} - \Phi_{\mu\rho_1} \partial_{\rho_2} + \Phi_{\mu\rho_1\rho_2} \right] \frac{\partial L}{\partial \Phi_{\nu\rho_1\rho_2}} + \Phi \leftrightarrow \Phi^+
\end{aligned} \tag{23}$$

The use of total derivatives permits one to introduce the  $E(x)_{\mu\nu}$  tensor, which is the generalization of the  $T(x)_{\mu\nu}$  energy-momentum tensor for one particle (e.g., in Refs. [1-8])

$$E(x)_{\mu\nu} = \sum_{n=1}^N (-1)^{n+1} \left\{ \left[ \begin{array}{l} \Phi_\mu \partial_{\rho_1} \partial_{\rho_2} \cdots \partial_{\rho_{n-1}} - \Phi_{\mu\rho_1} \partial_{\rho_2} \partial_{\rho_3} \cdots \partial_{\rho_{n-1}} + \\ \Phi_{\mu\rho_1\rho_2} \partial_{\rho_3} \partial_{\rho_4} \cdots \partial_{\rho_{n-1}} - \cdots + (-1)^{n+1} \Phi_{\mu\rho_1\rho_2 \cdots \rho_{n-1}} \end{array} \right] \times \right. \\
\left. \times \frac{\partial L}{\partial \Phi_{\nu\rho_1\rho_2 \cdots \rho_{n-1}}} + [\Phi \leftrightarrow \Phi^+] \right\} - g_{\mu\nu} L. \tag{24}$$

The  $E(x)_{\mu\nu}$  tensor is symmetric with respect to the  $\mu$  index and the  $\nu$  index. The four-dimension divergence of the  $E(x)_{\mu\nu}$  tensor vanishes similarly to the  $T(x)_{\mu\nu}$  energy-momentum tensor. Therefore, the vector

$$\bar{P}_\mu = \int E(x)_{\mu 0} d^3x \tag{25}$$

must be conserved, i.e., components of this vector do not depend on the  $x_0$  time. For quantized fields the components of this vector are operators. We shall consider matrix elements of these operators between one-particle states for the same particles.

At first, we calculate the contribution of the Lagrangian (19) to the  $E(x)_{\mu\nu}$  tensor.

$$\begin{aligned}
-\int L(x) d^3x = & \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{k_1, k_2=1}^N \sqrt{A_{k_1}} \left( \sqrt{A_{k_2}} \right)^* \exp \left[ i(\delta_{k_1} - \delta_{k_2}) \right] \times \\
& \times \int d^3x \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2}{4\omega_{k_1} \omega_{k_2}} \left\{ \exp \left[ i(-p_1 + p_2)x \right] \cdot a(\vec{p}_2)_{k_2}^+ a(\vec{p}_1)_{k_1} + b(\vec{p}_1)_{k_1} b(\vec{p}_2)_{k_2}^+ \cdot \exp \left[ i(p_1 - p_2)x \right] \right\} \times \\
& \times \left[ S_N + \sum_{n=1}^N \left( -(p_1, p_2)^n S_{N-n} \right) \right] = \\
= & \sum_{k=1}^N |A_k| \left| \int \frac{d^3 p}{4\omega_k^2} \left[ a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k + b(\vec{p})_k b(\vec{p})_k^+ \right] \cdot \left[ S_N + \sum_{n=1}^N (-m_k^2)^n S_{N-n} \right] \right| = \\
= & \sum_{k=1}^N |A_k| \left| \int \frac{d^3 p}{4\omega_k^2} \left[ a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k + b(\vec{p})_k b(\vec{p})_k^+ \right] \cdot \prod_{n=1}^N (m_n^2 - m_k^2) \right| = 0
\end{aligned} \tag{26}$$

The integration in (26) with respect to the spatial coordinates gives the  $(2\pi)^3 \delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)$ -function. As the  $\bar{P}_\mu$ -vector does not depend on a time, the components of the  $p_1$  momentum and the  $p_2$  momentum must be equal ( $p_1^2 = p_2^2 = m_k^2$ ). We assume that the quantity of generations is enough large for a convergence of the integrals in (26), similarly to the (9) relation. The  $\prod_{n=1}^N (m_n^2 - m_k^2)$ -factor in (26) vanishes for arbitrary  $k$  number generation.

The derivatives of the Lagrangian (19) can be written as

$$\frac{\partial L}{\partial \Phi x_{\mu}^n} = (-1)^{n-1} S_{N-n} \Phi x_{\mu}^{+n}, \quad \frac{\partial L}{\partial \Phi x_{\mu}^{+n}} = (-1)^{n-1} S_{N-n} \Phi x_{\mu}^n \quad (27)$$

Now we find the vector of the four-momentum  $\bar{P}_{\mu}$  (25)

$$\begin{aligned} \bar{P} = & \left( \bar{H}, \vec{\bar{P}} \right) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{k_1, k_2=1}^N \sqrt{A_{k_1}} \left( \sqrt{A_{k_2}} \right)^* \exp \left[ i(\delta_{k_1} - \delta_{k_2}) \right] \times \\ & \times \int d^3x \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2}{4\omega_{k_1} \omega_{k_2}} \left\{ \exp \left[ i(-p_1 + p_2)x \right] \cdot a(\vec{p}_2)_{k_2}^+ a(\vec{p}_1)_{k_1} + b(\vec{p}_1)_{k_1} b(\vec{p}_2)_{k_2}^+ \cdot \exp \left[ i(p_1 - p_2)x \right] \right\} \\ & \sum_{n=1}^N (-1)^{n+1} \left\{ \begin{array}{l} \left[ \varphi(x)_{k_1, \mu} \partial_{\rho_1} \partial_{\rho_2} \cdots \partial_{\rho_{n-1}} - \varphi(x)_{k_1, \mu \rho_1} \partial_{\rho_2} \partial_{\rho_3} \cdots \partial_{\rho_{n-1}} + \right. \\ \left. \varphi(x)_{k_1, \mu \rho_1 \rho_2} \partial_{\rho_3} \partial_{\rho_4} \cdots \partial_{\rho_{n-1}} - \cdots + (-1)^{n+1} \varphi(x)_{k_1, \mu \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_{n-1}} \right] \times \\ \times \frac{\partial L}{\partial \varphi(x)_{k_2, 0 \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_{n-1}}} + \left[ \varphi(x)_{k_1} \rightarrow \varphi(x)_{k_2}^+ \right] \end{array} \right\} \times (2\omega_{k_1} \omega_{k_2}, \omega_{k_1} \vec{p}_2 + \omega_{k_2} \vec{p}_1) = \\ & = \sum_{k=1}^N |A_k| \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} (\omega_k, \vec{p}) \cdot [a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k + b(\vec{p})_k b(\vec{p})_k^+] \cdot Z(m_k^2). \end{aligned} \quad (28)$$

Again the integration with respect to spatial coordinates in (28) leads to the  $p_1 = p_2$ ,  $k_1 = k_2$  equalities, similarly to (26). The  $Z(m_k^2)$  factors are determined by the derivatives of the fields  $\varphi(x)_k$  (4) for the  $k$  number generations:

$$\begin{aligned} \varphi(x)_{k, \mu \mu \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_{n-2}} &= -m_k^2 \varphi(x)_{k, \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_{n-2}}, \\ \varphi(x)_{k, \mu \mu \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_{n-2}}^+ &= -m_k^2 \varphi(x)_{k, \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_{n-2}}^+, \\ \varphi(x)_{k, \mu \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_{n-1}}^+ \varphi(x)_{k, \mu \nu_1 \nu_2 \cdots \nu_{n-1}} &= m_k^2 \cdot \varphi(x)_{k, \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_{n-1}}^+ \varphi(x)_{k, \nu_1 \nu_2 \cdots \nu_{n-1}} \end{aligned} \quad (29)$$

$$Z(m_k^2) = \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} n \cdot (m_k^2)^{n-1} \cdot S_{N-n}. \quad (30)$$

Then we can write using (A.5)

$$\begin{aligned} Z(q^2) &= \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} n \cdot (q^2)^{n-1} \cdot S_{N-n} = \\ &= (-1)^{N-1} \frac{d}{dq^2} \sum_{n=1}^N (-1)^{N-n} (q^2)^n \cdot S_{N-n} = (-1)^{N-1} \frac{d}{dq^2} \prod_{n=1}^N (q^2 - m_n^2), \\ Z(m_k^2) &= (-1)^{N-1} \frac{d}{dq^2} \prod_{n=1}^N (q^2 - m_n^2) \Big|_{q^2=m_k^2} = A_k^{-1} = (-1)^{k+1} |A_k^{-1}|. \end{aligned} \quad (31)$$

After calculations of derivatives in (31) we must put  $q^2 = m_k^2$ . Now the energy-momentum vector  $\bar{P}$  for the kind of particles with the  $N$  generations is given by

$$\bar{P} = \left( \bar{H}, \vec{\bar{P}} \right) = \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} (\omega_k, \vec{p}) \cdot [a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k + b(\vec{p})_k b(\vec{p})_k^+] \quad (32)$$

This vector can be presented in terms of normal products of the operators similarly to the Hamiltonian for one particle (Refs. [1-8])

$$\bar{P}_{norm} = \left( \bar{H}_{norm}, \vec{\bar{P}}_{norm} \right) = \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} (\omega_k, \vec{p}) \cdot [a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k + b(\vec{p})_k^+ b(\vec{p})_k]. \quad (33)$$

The contribution to  $\bar{H}_{norm}$  for  $k=1$  in (33) equals the Hamiltonian of particle (Refs. [1-8]). The  $\bar{H}_{norm}$  value in (33) can be named as the generalized Hamiltonian or the total Hamiltonian or the Hamiltonian of particle generations. The total Hamiltonian (33) includes the sign factors  $(-1)^{k+1}$  in each term. Calculations of the eigenvalues for the total Hamiltonian with the use of the positive metrics give positive and negative values. Such calculations confirm known results that the particle energies are not positively determined for Lagrangians including higher derivatives of fields. Therefore, we consider the eigenvalues for the total Hamiltonian with the use of the indefinite metrics (5). Then for the particle with the  $q$  momentum  $(q = (\omega_{qk}, \vec{q}), \omega_{qk} = \sqrt{\vec{q}^2 + m_k^2})$  of the  $k$  number generation the eigenvalues of the 4-momentum may be derived

$$\begin{aligned}\bar{P}_{norm,\mu} |q, k_1\rangle &= \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2\omega_{pk}} \cdot p_\mu \left[ a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k + b(\vec{p})_k^+ b(\vec{p})_k \right] a^+ (\vec{q})_{k_1} |0\rangle = \\ &= \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2\omega_{pk}} \cdot p_\mu \cdot a(\vec{p})_k^+ 2\omega_{pk} (-1)^{k+1} \delta_{kk_1} \delta(\vec{p} - \vec{q}) |0\rangle = q_\mu |q, k_1\rangle,\end{aligned}\quad (34)$$

where  $p = (\omega_{pk}, \vec{p})$ . The Eqs. (34) are valid for particles. But similar equations can be written for antiparticles also. Thus, the eigenvalues of the total Hamiltonian for all the particle generations are positive at the use of the indefinite metrics. This result is important. Therefore, it is of interest the consideration of different consequences of the indefinite metrics.

### Consequences of indefinite metrics

The conserved  $\bar{P}$  energy-momentum vector (32) has been derived from a condition that the Lagrangian (19) does not depend on  $x$ -coordinates explicitly. Now we calculate the vacuum average of the  $\bar{H}$ -operator in (32)

$$\begin{aligned}\langle 0 | \bar{H} | 0 \rangle &= \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2} \langle 0 | \left[ a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k + b(\vec{p})_k^+ b(\vec{p})_k \right] | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | \bar{H}_{norm} | 0 \rangle + \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2} \langle 0 | \left[ b(\vec{p})_k^+ b(\vec{p})_k \right] | 0 \rangle = 0 + \sum_{k=1}^N \delta^{(3)}(\vec{o}) \int \omega_k d^3 p = \infty\end{aligned}\quad (35)$$

$$\begin{aligned}\langle 0 | \bar{H} | 0 \rangle &= \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2} \langle 0 | \left[ a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k + b(\vec{p})_k^+ b(\vec{p})_k \right] | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | \bar{H}_{norm} | 0 \rangle + \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2} \langle 0 | \left[ b(\vec{p})_k^+ b(\vec{p})_k \right] | 0 \rangle = 0 + \sum_{k=1}^N \delta^{(3)}(\vec{o}) \int \omega_k d^3 p = \infty\end{aligned}\quad (35)$$

Thus, the vacuum average (32) of the energy is infinite, similarly to such value for one particle (Refs [1-8]). Note that vacuum average of the  $\bar{H}_{norm}$  total Hamiltonian (33) vanishes. As the  $\delta^{(3)}(\vec{o})$ -value equals the spatial volume, the density for the vacuum average (32) of the energy is infinite too.

Further the  $\bar{P}_{norm}$  energy-momentum vector (33) will be considered without the *norm*-index (i.e., the operators in normal forms will be consider).

For arbitrary function of the  $\bar{P}$ -momentum operators we may write

$$f(\bar{P}) |q, k\rangle = f(q) |q, k\rangle. \quad (36)$$

In particular, the equalities

$$\exp(\pm i \bar{P}_x) |q, k\rangle = \exp(\pm i q x) |q, k\rangle \quad (37)$$

are valid at an use of the indefinite metrics.

Consider now the commutator of the total field and the operator of the total momentum (33) using the indefinite metrics:

$$\begin{aligned} [\Phi(x), \bar{P}_\mu] &= \left[ \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \sum_{k=1}^N \sqrt{A_k} e^{i\delta_k} \int \frac{d^3 p}{2\omega_k} (e^{-ipx} a(\vec{p})_k + e^{ipx} b(\vec{p})_k^+), \right. \\ &\quad \left. \sum_{k_1=1}^N (-1)^{k_1+1} \int \frac{d^3 q}{2\omega_q} q_\mu \cdot (a(\vec{q})_{k_1}^+ a(\vec{q})_{k_1} + b(\vec{q})_{k_1}^+ b(\vec{q})_{k_1}) \right] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \sum_{k=1}^N \sqrt{A_k} e^{i\delta_k} \int \frac{d^3 p}{2\omega_{pk}} p_\mu (-1)^{k+1} (-1)^{k_1+1} \cdot 2\omega_{pk} \delta_{kk_1} \cdot (e^{-ipx} a(\vec{p})_k - e^{ipx} b(\vec{p})_k^+) = i \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x_\mu} \end{aligned} \quad (38)$$

The commutators (38) have the same forms as the commutators for one field and the Hamiltonian for one particle in Refs. [1-8]. Therefore, an use of the commutator (38) allows one to derive

$$\Phi(x) = \exp(i\bar{P}x) \Phi(0) \exp(-i\bar{P}x) \quad (39)$$

Using (36) and (39), matrix elements may be written as

$$\langle q_2 | \Phi(x) | q_1 \rangle = \exp[ix(q_2 - q_1)] \cdot \langle q_2 | \Phi(0) | q_1 \rangle \quad (40)$$

The commutator of the particle annihilation operator and the total Hamiltonian (33) is given by

$$\begin{aligned} [a(\vec{q})_{k_1}, \bar{H}] &= \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2} [a(\vec{q})_{k_1}, a(\vec{p})_k^+] a(\vec{p})_k = \\ &= \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \int \frac{d^3 p}{2} (-1)^{k_1+1} 2\omega_{pk} \delta_{kk_1} \delta(\vec{p} - \vec{q}) a(\vec{p})_k = \omega_{qk_1} a(\vec{q})_{k_1}. \end{aligned} \quad (41)$$

Similarly, the commutators of the total Hamiltonian with the antiparticle annihilation operator and the creation operators can be derived:

$$[a(\vec{q})_{k_1}^+, \bar{H}] = -\omega_{qk_1} a(\vec{q})_{k_1}^+, \quad [b(\vec{q})_{k_1}, \bar{H}] = \omega_{qk_1} b(\vec{q})_{k_1}, \quad [b(\vec{q})_{k_1}^+, \bar{H}] = -\omega_{qk_1} b(\vec{q})_{k_1}^+. \quad (42)$$

If  $\bar{H}|q_1, k_1\rangle = E(k_1)|q_1, k_1\rangle$  then we can write

$$\begin{aligned} \bar{H}a(\vec{q}_2)_{k_2}|q_1, k_1\rangle &= a(\vec{q}_2)_{k_2}\bar{H}|q_1, k_1\rangle - [a(\vec{q}_2)_{k_2}, \bar{H}]|q_1, k_1\rangle = (E(k_1) - \omega_{q_2 k_2})a(\vec{q}_2)_{k_2}|q_1, k_1\rangle, \\ \bar{H}a(\vec{q}_2)_{k_2}^+|q_1, k_1\rangle &= (E(k_1) + \omega_{q_2 k_2})a(\vec{q}_2)_{k_2}^+|q_1, k_1\rangle, \\ \bar{H}b(\vec{q}_2)_{k_2}|q_1, k_1\rangle &= (E(k_1) - \omega_{q_2 k_2})b(\vec{q}_2)_{k_2}|q_1, k_1\rangle, \\ \bar{H}b(\vec{q}_2)_{k_2}^+|q_1, k_1\rangle &= (E(k_1) + \omega_{q_2 k_2})b(\vec{q}_2)_{k_2}^+|q_1, k_1\rangle. \end{aligned} \quad (43)$$

From the relations (41-43) we may conclude that indeed the  $a(\vec{q}_2)_{k_2}$  ( $b(\vec{q}_2)_{k_2}$ ) operators are the annihilation operators of particle (antiparticle) with the  $\vec{q}_2$ -momentum from the  $k_2$  generation number and  $a(\vec{q}_2)_{k_2}^+$  ( $b(\vec{q}_2)_{k_2}^+$ ) operators are similar creation operators of particle (antiparticle).

Consider the operators

$$N_a(p, k) = \frac{(-1)^{k+1}}{2\omega_{pk}} a(\vec{p})_k^+ a(\vec{p})_k, \quad N_b(p, k) = \frac{(-1)^{k+1}}{2\omega_{pk}} b(\vec{p})_k^+ b(\vec{p})_k, \quad (44)$$

and states with  $n$  particles and  $l$  antiparticles  $|q_1, k_1; q_2, k_2; \dots; q_n, k_n; q_{n+1}, k_{n+1}; \dots; q_{n+l}, k_{n+l}\rangle$ .

Then we can write:

$$\begin{aligned} & \int d^3 p N_a(p, k) |q_1, k_1; q_2, k_2; \dots; q_n, k_n; q_{n+1}, k_{n+1}; \dots; q_{n+l}, k_{n+l}\rangle = \\ & = n |q_1, k_1; q_2, k_2; \dots; q_n, k_n; q_{n+1}, k_{n+1}; \dots; q_{n+l}, k_{n+l}\rangle, \end{aligned} \quad (45.a)$$

$$\begin{aligned} & \int d^3 p N_b(p, k) |q_1, k_1; q_2, k_2; \dots; q_n, k_n; q_{n+1}, k_{n+1}; \dots; q_{n+l}, k_{n+l}\rangle = \\ & = l |q_1, k_1; q_2, k_2; \dots; q_n, k_n; q_{n+1}, k_{n+1}; \dots; q_{n+l}, k_{n+l}\rangle \end{aligned} \quad (45.b)$$

Thus, the  $N_a(p, k)$  ( $N_b(p, k)$ ) is an operator of a density for particle (antiparticle) quantity in a momentum space.

The use of the indefinite metrics permits one to derive the relations (36-43), (45) for total  $\Phi(x)$ ,  $\Phi(x)^+$  fields. These relations have the same forms as corresponding relations for one field (for example, in Refs. [1-8]).

### CONCLUSION

In present paper it is shown that chronological products of the total free fields (4) for spinless particles are related to the Green functions (11) of generalized Klein-Gordon equations (A.1) at arbitrary  $N$ -number, which equals a quantity of particle generations in a kind ( $N \geq 3$ ). The Lagrangians (18-20) for spinless fields allow one to derive the generalized Klein-Gordon equations at arbitrary  $N$ -number as consequence of the least action principle. These Lagrangians have been used to obtain the energy-momentum vectors (32,33). It is shown that positive eigenvalues of total Hamiltonians for all the particles in a kind can be derived using the indefinite metrics with the relations (5). In an addition, the equal-time commutators of total scalar fields [12], the relations between the chronological products of the total free fields and the Green functions (11) of generalized Klein-Gordon equations, and the relations (36-43), (45) can be just derived using the indefinite metrics. However, it is known that the indefinite metrics leads to negative probabilities for some states [17]. From the covariant normalization conditions (5) it is seen that the sign for particles with minimal masses (i.e., for  $k = 1$ ) is positive. Therefore, particles for  $k = 1$  may be stable. But all particles for even  $k$  (i.e., for negative sign factors in (5), (32), (33), (44)) must be unstable. It may be assumed that the negative probabilities will not appear in final results for observables values. This assumption may be valid due to the independence of the relations (36-43), (45) on the sign  $(-1)^{k+1}$ -factor in (5).

It may be assumed that the relations (38), (39) allow one to derive the  $S$ -matrix in terms of the interaction Lagrangian (20) including the total fields:

$$S = T \left( \exp \left( i \int L(x)_{\text{int}} d^4 x \right) \right). \quad (46)$$

In addition to the investigations for spinless total fields executed in present paper, it is of importance similar studies of spinor total fields. In this case the Lagrangians [13] for spinor total fields at arbitrary number of particle generations can be used. It is of interest the investigations of consequences of the Lagrangians (18)-(20) and the Lagrangians from Ref. [13] for electromagnetic interactions. These Lagrangians include higher derivatives of total fields. As it is known, the electromagnetic interactions with the charge of one particle can be derived by means of a change of partial derivatives on the 4-vector of electromagnetic potential (Refs [1-8]). Therefore, we can assume that for total fields the electromagnetic interactions with the electric charges can be derived by means of similar changes. At such changes the 4-vector of potential for the photonic kind must appear. The total field of the photonic kind is a sum of the fields for neutral vector massless particle (photon) and massive particles, by analogy with (A.2), (4). As the Lagrangians for generalized Klein-Gordon (Dirac) equations include higher derivatives, vertex functions for interactions of spinless (1/2-spin) particles with some number of photons can appear. These interactions correspond to a point in Feynman diagram (the contact interaction).

### Acknowledgements

Author thanks V.I. Khrabustovsii, S.D. Bronza, O.A. Osmaev, A.A. Zheltukhin for useful discussions.

### Appendix

#### Generalized Klein-Gordon equations

The generalization of the Klein-Gordon equation proposed in Refs. [9, 10] is given by

$$(\square + m_1^2)(\square + m_2^2) \dots (\square + m_N^2) \Phi(x) = \eta(x), \quad (A.1)$$

where  $\Phi(x)$  is the field and  $\eta(x)$  is the current (the field source). In momentum space the differential operator in (A.1) is the polynomial of the  $N$ -degree. We consider the case of the polynomial with real non-negative different zeros at  $m_1^2 < m_2^2 < m_3^2 < \dots < m_N^2$ .

The general classical solution  $\Phi_{cl}(x)$  of the linear equation (A.1) is the sum of the general solution of the corresponding homogeneous equation  $\Phi(x)_{free}$  and partial solution  $\Phi(x)_{nh}$  of non-homogeneous equation:

$$\Phi(x)_{free} = \int d^4 q \sum_{k=1}^{N_b} \delta(q^2 - m_k^2) [c_k e^{-iqx} + \tilde{c}_k e^{iqx}] \quad (\text{A.2})$$

$$\Phi(x)_{nh} = \int \bar{G}(x-y) \eta(y) d^4 y, \quad (\text{A.3})$$

where  $c_k$  and  $\tilde{c}_k$  are arbitrary constants. Thus,  $\Phi(x)_{free}$  is the sum of the terms corresponding to particles with the same charges, parities, spin, but with different masses. Each term in (A.2) corresponding to number  $k$  is the solution of the homogeneous Klein-Gordon equation as  $(\square + m_k^2)(c_k e^{-iqx} + \tilde{c}_k e^{iqx}) \delta(q^2 - m_k^2) = 0$ . In Ref. [9] it is shown that the case of equal masses in Eq. (A.1) must be excluded. It was shown that the functions  $\Phi(x)_{free}$  can include non-normalizable terms if at least two masses are equal. Thus, the masses in the generalized Klein Gordon equation must be different. The  $N$ -number equals to the quantity of generations for spinless bosons and order of the equation (A.1) equals  $2N$ .

The Green functions for the generalized Klein-Gordon equations (A.1) are given by

$$\bar{G}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{-iqx} d^4 q}{(-q^2 + m_1^2)(-q^2 + m_2^2) \dots (-q^2 + m_N^2)} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{-iqx} d^4 q}{P_N(q^2)}, \quad (\text{A.4})$$

where  $P_N(q^2)$  is the polynomial of the  $N$  degree with respect to  $q^2$ . It is clear that the integrals in (A.4) can converge at  $N \geq 3$ , i.e., when the order of the equation (A.1) is greater than or equals six. Consequently for each spinless particle two (or greater) particles with the same charges, isospin,  $C$ - and  $P$  parity, but different masses, must exist in addition. We may say that such particles are members of some set (a family or a kind or a dynasty). In Eq. (A.2)  $k$  is the number of the particle generation. We may assume that the quantity of members in kinds for the elementary particle is less than the quantity of member in kinds for the composite particle. Each particle belongs to some kind and some generation.

According to Refs. [9, 10], the rational fraction in (A.4) can be written as

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_N(q^2)} &= \frac{1}{(-q^2 + m_1^2)(-q^2 + m_2^2) \dots (-q^2 + m_N^2)} = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{-q^2 + m_k^2}, \\ A_k &= -\frac{1}{P'_N(m_k^2)} = \lim_{q^2 \rightarrow m_k^2} \frac{-q^2 + m_k^2}{P_N(q^2)}, \quad A_k = (-1)^{k+1} |A_k| \\ A_k^{-1} &= (-1)^{N-1} \frac{d}{dq^2} \prod_{n=1}^N (q^2 - m_n^2) \Big|_{q^2=m_k^2} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

The  $A_k$  coefficients obey the relations:

$$\sum_{k=1}^N A_k m_k^{2l} = 0, \quad l = 0, 1, 2, \dots, N-2 \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{k=1}^N A_k m_k^{2N-2} = (-1)^{N+1}, \quad (\text{A.7})$$

Using the equality (A.5) we may write the Green functions (A.4) of Eq. (A.1) in the form

$$\bar{G}(x) = \sum_{k=1}^N A_k D(x, m_k), \quad (\text{A.8})$$

where  $D(x, m)$  is the Green function of the Klein-Gordon equation:

$$D(x, m) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{-iqx} d^4 q}{-q^2 + m^2} \quad (\text{A.9})$$

The causal Green functions (4) of generalized Klein-Gordon equation (A.1) may be written as

$$\bar{G}(x)_c = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{-iqx} d^4 q}{(-q^2 + m_1^2 - i\varepsilon)(-q^2 + m_2^2 - i\varepsilon) \dots (-q^2 + m_N^2 - i\varepsilon)}, \quad (\text{A.10})$$

where  $\varepsilon$  is an infinitesimal positive number. The (A.5), (A.6), and (A.9) expressions have been used for calculation of the Green function (A.10). According to Ref. [1] the causal Green function (A.10) is expressed through the cylindrical  $K_1(m\sqrt{x^2})$  function, which has singularities on the light cone ( $x^2 = 0$ ). The series for the  $K_1(m\sqrt{x^2})$  function has been used from Refs. [18, 19]. The use of the relations (A.6) at  $l = 0, 1$  has allowed one to eliminate all the singularities. It has been shown that the integral (A.10) converges at  $N \geq 3$  in all the space-time [20]. Thus, it may be concluded that minimal number of the generations in the kinds of the spinless particles equals three.

#### REFERENCES

1. Bogolubov N.N., Shirkov D.V. Introduction to theory of quantized fields. – Moscow: Nauka, 1967. – P. 465 (in Russian)
2. Schweber S.S. An introduction to relativistic quantum field theory. – Brandeis Univ. – Row, Peterson and Co. Evanston, Ill., N.Y., 1961; Izdatel'stvo Inostrannoj Literatury. – Moscow, 1963. – 843p. (in Russian)
3. Bjorken J.D., Drell S.D. Relativistic quantum fields. Relativistic quantized fields. Vol. 2. – N.Y.: Mc Graw-Hill Book Company, 1965; Moscow: Nauka, 1978. – 408p. (in Russian)
4. Itzykson C, Zuber J.-B. Quantum field theory. Vol. 1. – N.Y.: Mc Graw-Hill Book Company; Moscow: Mir, 1984. – 448p. (in Russian)
5. Barton G. Introduction to dispersion techniques in field theory. – New York, Amsterdam: Univ. of Sussex. W.A. Benjamin Inc., 1965; Moscow: Atomizdat, 1968. – 392p. (in Russian)
6. Gaziorowicz S. Elementary particle physics. – New York-London-Sydney: John Wiley & Sons Inc.; Moscow: Nauka, 1969. – 743 p. (in Russian)
7. Akhiezer A.I., Peletinskii S.V. Fields and fundamental interactions. – Kiev: Naukova Dumka, 1986. – 552p. (in Russian)
8. Akhiezer A.I., Peletinskii S.V. Theory of fundamental interactions. – Kiev: Naukova Dumka, 1993. – 570p. (in Russian)
9. Kulish Yu. V., Rybachuk E.V. Divergences of integrals for Green functions and necessary existence of particle generations // Journal of Kharkiv National Univ. – 2011. – No.955. – Iss. 2(50). – P.4-14.
10. Kulish Yu., Rybachuk E.V. Necessary generalization of Klein-Gordon and Dirac equations and existence of particle generations // Problems of Atomic Science and Technology. – 2012. – No.1 (77). – P. 16–20.
11. Mathews J, Walker R.L. Mathematical methods of physics. - Calif. Inst. of Tech. – New York-Amsterdam: W.A. Benjamin Inc, 1964; Moscow: Anomizdat, 1972. – 400p. (in Russian)
12. Kulish Yu. V., Rybachuk E.V. Locality of quantized scalar fields for generations of particles // EEJP. – 2017. – Vol. 4. – No. 4. – P. 4-11.
13. Kulish Yu.V. Classification of particles at arbitrary quantity of generations. I. Hadrons // EEJP. – 2016. – Vol. 3. – No. 4. – P. 22-33.
14. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical handbook for scientists and engineers. Definitions, theorems and formulas for reference and review. – New York, San Francisco, Toronto, London, Sydney: Mc Graw Book Company, 1968; Moscow: Nauka, 1978. – P. 34. (in Russian)
15. Esl'sgol'ts L.E. Variational calculus. – Moscow: Gostechizdat, 1952. (in Russian)
16. Myshkis A.D. Mathematics. Special courses for higher technical schools. – Moscow: Nauka, 1971. – 632p. (in Russian)
17. Nagy K.L. State vector spaces with indefinite metric in quantum field theory. – Budapest: Akademial Kiado, 1966; State vector spaces with indefinite metric in quantum field theory. Library of "Mathematics" Collection. – Moscow: Mir, 1969. – 136p. (in Russian)
18. Whittaker E.T., Watson G.N. A course of modern analysis. Vol. 2. – Cambridge: University Press, 1927; Moscow: Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1963. – P.215.
19. Berezhnoj Yu.A., Gakh A.G. Functions of theoretical physics. – V.N. Karazin Kharkov National University. – Kharkov. – 2011. – 124p. (in Russian)
20. Kulish Yu.V. Elimination of singularities in causal Green functions for generalized Klein-Gordon and Dirac equations on light cone // EEJP. – 2016. – Vol. 3. – No. 3. – P.73-83.

PACS: 12.20.-m, 13.40.-f, 13.60.-Hb, 13.88.+e

## EFFECTS OF SCALAR BOSON IN ELASTIC PROTON-ELECTRON SCATTERING

**A.G. Gakh**

V.N. Karazin Kharkiv National University  
4 Svobody Sq., Kharkov, 61022, Ukraine  
e-mail: agakh@karazin.ua

Received 02, May, 2018

The differential cross section for the elastic scattering of unpolarized protons on unpolarized electrons at rest is calculated taking into account two mechanisms: one-photon and scalar-boson exchange. The spin correlation coefficients, when the proton beam and the electron target are both arbitrarily polarized, have also been calculated. These observables are calculated in terms of the proton electromagnetic form factors, namely magnetic and electric ones. Some peculiarities of the inverse kinematics (the mass of the colliding particle is larger than mass of the target particle) have been discussed. It was shown that all the spin correlation coefficients in the elastic proton electron collisions are proportional to the proton magnetic form factor. The same behaviour takes place for the spin correlation coefficients in the elastic electron proton scattering (the electron beam and proton target are both polarized). It was shown that only the interference of the two mechanisms (one-photon and one-boson) gives nonzero contribution to the spin correlation coefficients. If the spin vectors of the proton beam and electron target lie in the reaction plane then the corresponding spin correlation coefficients are zero for the case when scattered electron momentum is in the direction of the proton beam momentum.

**KEY WORDS:** polarization phenomena, electron, nucleon, form factors, inverse kinematics, scalar boson

### ЕФЕКТИ СКАЛЯРНОГО БОЗОНА У ПРУЖНОМУ ПРОТОН-ЕЛЕКТРОННОМУ РОЗСІЯННІ

**А.Г. Гах**

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
61022, Україна, м. Харків, пл. Свободи, 4

Обчислене диференційний переріз для пружного розсіювання неполяризованих протонів на неполяризованих електронах у спокою з врахуванням двох механізмів: обміну одним фотоном та скалярним бозоном. Також обчислені коефіцієнти кореляції спінів, коли протонний пучок та електронна мішень обидві довільно поляризовані. Ці спостережувані обчислені у термінах протонних електромагнітних формфакторів, а саме магнітних та електрических. Обговорені деякі особливості інверсної кінематики (маса налетаючої частинки більше ніж маса частинки мішені). Показано, що усі коефіцієнти кореляції спінів у пружному протон електронному зіткненні пропорційні магнітному формфактору протона. Така ж поведінка має місце для коефіцієнтів кореляції спінів у пружному електрон протонному розсіянні (електронний пучок та протон мішенні обидві поляризовані). Показано, що тільки інтерференція двох механізмів (однофотонного і однобозонного) надають ненульовий внесок до коефіцієнтів кореляції спінів. Якщо вектора спінів протонного пучка та електронної мішенні належать до площини реакції, то відповідні коефіцієнти кореляції спінів рівні нулю у випадку, коли імпульс розсіяного електрона співпадає з напрямком імпульсу протонного пучка.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** поляризаційні явища, електрон, нуклон, формфактори, інверсна кінематика, скалярний бозон

### ЭФФЕКТЫ СКАЛЯРНОГО БОЗОНА В УПРУГОМ ПРОТОН-ЭЛЕКТРОННОМ РАССЕЯНИИ

**А.Г. Гах**

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина  
61022, Украина, г. Харьков, пл. Свободы, 4

Вычислено дифференциальное сечение для упругого рассеяния неполяризованных протонов на покоящихся неполяризованных электронах с учетом вклада двух механизмов: однофотонного обмена и обмена скалярным бозоном. Также вычислены коэффициенты корреляции спинов, когда произвольно поляризованы как протонный пучок, так и электронная мишень. Эти наблюдаемые вычислены в терминах протонных электромагнитных формфакторов, а именно магнитного и электрического. Обсуждены некоторые особенности инверсной кинематики (масса налетающей частицы больше массы частицы мишени). Показано, что все коэффициенты корреляции спинов в упругом протон электронном столкновении пропорциональны магнитному формфактору протона. Такое же поведение имеет место для коэффициентов корреляции спинов в упругом электрон протонном рассеянии (электронный пучок и протонная мишень оба поляризованы). Показано, что только интерференция двух механизмов (однофотонного и однобозонного) дают ненулевой вклад в коэффициенты корреляции спинов. Если вектора спинов протонного пучка и электронной мишени лежат в плоскости реакции, то соответствующие коэффициенты корреляции спинов равны нулю в случае, когда импульс рассеянного электрона совпадает с направлением импульса протонного пучка.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** поляризационные явления, электрон, нуклон, формфакторы, инверсная кинематика, скалярный бозон

As is known, some experimental discoveries, such as the neutrino oscillation, the existence of the dark matter (its nature and interaction are unknown today) and some astrophysical data, lead to the necessity of the consideration the physics beyond the Standard Model (SM) (see the reviews [1 -3]). The searches for the particles which are predicted in the models beyond the SM are ongoing at various laboratories (such as JLab, B factories, LHC). The author of the paper [4] reviews the current statuses of the theoretical and experimental activity about the search for low-mass scalars, pseudoscalars, and gauge bosons which appears in the beyond SM physics.

Some models which introduce new particles, in particular scalar boson, can be motivated by various anomalies: the excess in the muon anomalous magnetic moment, the proton charge radius puzzle [5] and others. The theoretical and experimental consequences of these models are considered in [3]. The production of weakly coupled scalar bosons via nuclear de-excitation of an excited element into the ground state was discussed in [6]. The possibility that a new interaction between muons and protons is responsible for the discrepancy between the CODATA value of the proton radius and the value deduced from the measurement of the Lamb shift in muonic hydrogen was explored in [7]. The cross section and some polarization observables of elastic lepton-nucleon scattering caused by one-photon and one-scalar-boson exchange have been calculated in [8]. In the paper [9] it was shown that spin-0 Dark Matter particles annihilating into electron positron pair could be responsible for the bright 511 keV gamma ray observed by INTEGRAL [10] from the galactic bulge. A recent suggestion proposes that the observed lack of the asymptotic behavior of the pion-photon transition form factor might be due to the production of new particles or states. Two classes of models are considered. In the first, scalar or pseudoscalar particles are introduced with a mass within 10 MeV [11]. The authors of the paper [12] propose to perform the spectroscopy of the mass structure of the rich and complex dark sectors via mono-photon searches at low-energy lepton colliders.

The unpolarized and polarized observables for the elastic scattering of a proton projectile on an electron target at rest were derived in [13]. The authors of the paper [14] suggested that proton elastic scattering on atomic electrons may allow a precise measurement of the proton charge radius. The main advantage of this proposal is that inverse kinematics allows one to access very small values of the transferred momenta, up to four orders of magnitude smaller than the ones presently achieved, where the cross section is huge. The model-independent QED radiative corrections to the differential cross section of the elastic scattering of the protons on electrons at rest have been calculated in [15]. The radiative corrections due to the emission of virtual and real (soft and hard) photons in the electron vertex as well the vacuum polarization are taken into account. The possibility to build beam polarimeters for high-energy polarized proton beams on the basis of the elastic scattering of the protons on electrons at rest have been discussed in [16]. It was shown that polarimeter based on the elastic proton electron scattering gives a good opportunity to reliably measure as the longitudinal proton beam polarization as transverse. The inverse kinematics was proposed to measure neutron capture cross section of unstable isotopes [17]. For proton and alpha-induced reactions it was suggested to employ a radioactive ion beam hitting a proton or helium target at rest.

In this paper we consider the elastic scattering of protons by electrons at rest. The differential cross section for the elastic scattering of protons on electrons at rest is calculated taking into account the one photon and scalar boson exchange. The spin correlation coefficients, when the proton beam and the electron target are both arbitrarily polarized, have also been calculated. These observables are calculated in terms of the proton electromagnetic form factors.

Purpose of our research is to calculate the differential cross section for the elastic scattering of unpolarized protons on unpolarized electrons at rest taking into account two mechanisms: one-photon and scalar-boson exchange. The spin correlation coefficients, when the proton beam and the electron target are both arbitrarily polarized, have also been calculated.

## GENERAL FORMALISM

Let us consider the reaction (Figure)

$$p(p_1) + e^-(k_1) \rightarrow p(p_2) + e^-(k_2), \quad (1)$$

where the particle momenta are indicated in parenthesis, and  $q = k_1 - k_2 = p_2 - p_1$  is the transferred four momentum. We consider this reaction in the lowest order, i. e., the interaction between electron and proton is described by exchange of a scalar boson or photon.

### Inverse kinematics

One can show that, for a given energy of the proton beam, the maximum value of the four momentum transfer squared, in the scattering on electrons at rest, is

$$(-k^2)_{max} = \frac{4m^2 |\vec{p}|^2}{M^2 + 2mE + m^2}, \quad (2)$$

where  $m$  ( $M$ ) is the electron (proton) mass,  $E(\vec{p})$  is the energy (momentum) of the proton beam.

The four momentum transfer squared is expressed as a function of the energy of the scattered electron,  $\varepsilon_2$ , as:  $k^2 = (k_1 - k_2)^2 = 2m(m - \varepsilon_2)$ , where

$$\varepsilon_2 = m \frac{(E + m)^2 + |\vec{p}|^2 \cos^2 \theta_e}{(E + m)^2 - |\vec{p}|^2 \cos^2 \theta_e}, \quad (3)$$

where  $\theta_e$  is the angle between the proton beam and the scattered electron momenta.

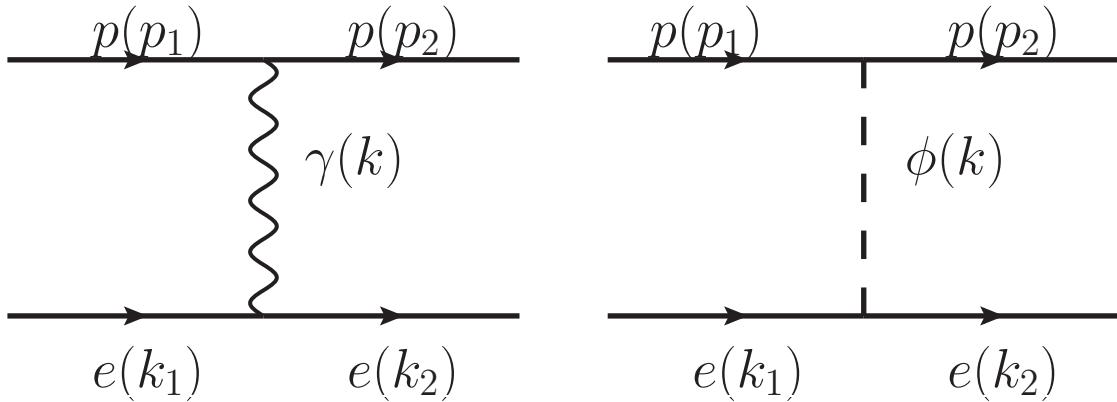


Figure. The Feynman diagrams for the reaction  $p(p_1) + e(k_1) \rightarrow p(p_2) + e(k_2)$ . The transfer momentum of the virtual photon or scalar boson is  $k = k_1 - k_2 = p_2 - p_1$

From the energy and momentum conservation, one finds the following relation between the angle and the energy of the scattered electron:

$$\cos \theta_e = \frac{(E+m)(\varepsilon_2 - m)}{|\vec{p}||\vec{k}_2|}, \quad (4)$$

where  $\vec{k}_2$  is the momentum of the recoil electron and this formula shows that  $\cos \theta_e \geq 0$  (the electron can never be scattered backward). One can see from Eq. (3) that, in the inverse kinematics, the available kinematical region is reduced to small values of  $\varepsilon_2$ :

$$\varepsilon_{2,max} = m \frac{2E(E+m) + m^2 - M^2}{M^2 + 2mE + m^2}, \quad (5)$$

which is proportional to the electron mass. From the momentum conservation, one can find the following relation between the energy and the angle of the scattered proton  $E_2$  and  $\theta_p$ :

$$E_2^\pm = \frac{(E+m)(M^2 + mE) \pm M |\vec{p}|^2 \cos \theta_p \sqrt{\frac{m^2}{M^2} - \sin^2 \theta_p}}{(E+m)^2 - |\vec{p}|^2 \cos^2 \theta_p}, \quad (6)$$

and this relation shows that, for one proton angle, there may be two values of the proton energies, (and two corresponding values for the recoil-electron energy and angle as well as for the transferred momentum  $k^2$ ). This is a typical situation when the center-of-mass velocity is larger than the velocity of the projectile in the center of mass, where all the angles are allowed for the recoil electron. The two solutions coincide when the angle between the initial and final hadron takes its maximum value, which is determined by the ratio of the electron and scattered hadron masses  $M_h$ ,  $\sin \theta_{h,max} = m / M_h$ .

### DIFFERENTIAL CROSS SECTION

In the considered approximation, the matrix element  $M$  of the reaction (1) can be written as a sum of two terms

$$M = M_\gamma + M_\phi, \quad (7)$$

where the first (second) term describes the  $\gamma$  ( $\phi$ ) exchange mechanism.

Matrix element  $M_\gamma$  can be written as:

$$M_\gamma = \frac{e^2}{k^2} j_\mu J_\mu, \quad (8)$$

where  $j_\mu (J_\mu)$  is the leptonic (hadronic) electromagnetic current. The leptonic current is

$$j_\mu = \bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1), \quad (9)$$

where  $u(k_{1,2})$  is the spinor of the incoming (outgoing) electron. The hadronic electromagnetic current can be written as

$$J_\mu = \bar{u}(p_2) \left[ F_1(k^2) \gamma_\mu - \frac{1}{2M} F_2(k^2) \sigma_{\mu\nu} k_\nu \right] u(p_1) = \bar{u}(p_2) [G_M(k^2) \gamma_\mu - F_2(k^2) P_\mu] u(p_1), \quad (10)$$

where  $F_1(k^2)$  and  $F_2(k^2)$  are the Dirac and Pauli proton electromagnetic form factors,  $G_M(k^2) = F_1(k^2) + F_2(k^2)$  is the Sachs proton magnetic form factor,  $P_\mu = (p_1 + p_2)_\mu / (2M)$ , and  $M$  is the proton mass.

Matrix element  $M_\phi$  can be written as:

$$M_\phi = \frac{g_e g_p}{k^2 - m_\phi^2} \bar{u}(p_2) u(p_1) \bar{u}(k_2) u(k_1), \quad (11)$$

where  $m_\phi$  is the scalar boson mass and the interaction between the scalar boson and electron or proton has the following form:  $g_i \phi \bar{u}_i u_i$ , ( $i=e, p$ ),  $g_i$  is the corresponding coupling constant,  $\phi$  is the wave function of the scalar boson.

The matrix element squared is written as

$$M^2 = 16\pi^2 \frac{\alpha^2}{k^4} (A_\gamma + \lambda A_{\gamma\phi} + \lambda^2 A_{\phi\phi}), \quad (12)$$

where

$$A_\gamma = L_{\mu\nu} W_{\mu\nu}, L_{\mu\nu} = j_\mu j_\nu^*, W_{\mu\nu} = J_\mu J_\nu^*, \lambda = \frac{k^2}{e^2} \frac{g_e g_p}{k^2 - m_\phi^2}, \quad (13)$$

and  $\alpha = e^2 / (4\pi) = 1/137$  is the electromagnetic fine structure constant.

The leptonic tensor,  $L_{\mu\nu}$  for unpolarized initial and final electrons has the form:

$$L_{\mu\nu}^{(0)} = 2k^2 g_{\mu\nu} + 4(k_{1\mu} k_{2\nu} + k_{1\nu} k_{2\mu}). \quad (14)$$

The contribution to the electron tensor corresponding to the polarized electron target is

$$L_{\mu\nu}^{(p)} = 2im \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_\alpha S_\beta, \quad (15)$$

where  $S_\beta$  is the initial electron polarization four vector.

The hadronic tensor,  $W_{\mu\nu}^{(0)}$  for unpolarized initial and final protons can be written in the standard form, through two unpolarized structure functions:

$$W_{\mu\nu}^{(0)} = \left( -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) W_1(k^2) + P_\mu P_\nu W_2(k^2). \quad (16)$$

The structure functions  $W_i, i=1, 2$ , are expressed in terms of the nucleon electromagnetic form factors

$$W_1(k^2) = -2k^2 G_M^2(k^2), W_2(k^2) = 8M^2 \frac{G_E^2(k^2) + \tau G_M^2(k^2)}{1 + \tau}, \quad (17)$$

where  $G_E(k^2) = F_1(k^2) - \tau F_2(k^2)$  is the proton electric form factor and  $\tau = -k^2 / 4M^2$ .

The second term in Eq. (12) has the following form

$$A_{\gamma\phi} = -2Re \{ Sp[u(k_2) \bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) \bar{u}(k_1)] Sp[u(p_2) \bar{u}(p_2) B_\mu u(p_1) \bar{u}(p_1)] \}, \quad (18)$$

$$B_\mu = [G_M(k^2) \gamma_\mu - F_2(k^2) P_\mu].$$

The third term in Eq. (12) is

$$A_{\phi\phi} = Sp[u(k_2) \bar{u}(k_2) u(k_1) \bar{u}(k_1)] Sp[u(p_2) \bar{u}(p_2) u(p_1) \bar{u}(p_1)]. \quad (19)$$

The differential cross section is related to the matrix element squared by

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 \overline{|M|^2}}{4\sqrt{(k_1 \cdot p_1)^2 - m^2 M^2}} \frac{d^3 \vec{k}_2}{(2\pi)^3 2\varepsilon_2} \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \delta^4(k_1 + p_1 - k_2 - p_2), \quad (20)$$

where  $p_2(E_2)$  is the momentum (energy) of the final proton,  $\varepsilon_2$  is the energy of the scattered electron and the bar denotes averaging over the spins of the proton beam and electron target. From this point, formulas will differ from the elastic electron-proton scattering, as we introduce a reference system where the electron is at rest. In this system, the differential cross section can be written as:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon_2} = \frac{1}{32\pi} \frac{|\bar{M}|^2}{m \bar{p}^2}, \quad (21)$$

where  $\bar{p}$  is the momentum of the proton beam. Using the relation  $k^2 = 2m(m - \varepsilon_2)$  one can write

$$\frac{d\sigma}{dk^2} = \frac{1}{64\pi} \frac{\bar{M}^2}{m^2 \bar{p}^2}. \quad (22)$$

The differential cross section over the solid angle can be written as

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{1}{mp} \frac{\vec{k}_2^3}{(-k^2)} \frac{\bar{M}^2}{E+m}, \quad (23)$$

where  $d\Omega_e = 2\pi d\cos\theta_e$  (due to azimuthal symmetry). We used the relation

$$d\varepsilon_2 = \frac{p}{E+m} \frac{\vec{k}_2^3}{m(\varepsilon_2 - m)} \frac{d\Omega_e}{2\pi}. \quad (24)$$

The expression of the differential cross section for unpolarized proton-electron scattering (averaged over the initial electron and proton spins), in the coordinate system where the electron is at rest can be written as:

$$\frac{d\sigma}{dk^2} = \frac{\pi\alpha^2}{2m^2 \bar{p}^2} \frac{D}{k^4}, \quad D = (D_\gamma + \lambda D_{\gamma\phi} + \lambda^2 D_{\phi\phi}), \quad (25)$$

where

$$D_\gamma = k^2(k^2 + 2m^2)G_M^2(k^2) + 2 \left[ k^2 M^2 + \frac{1}{1+\tau} \left( 2mE + \frac{k^2}{2} \right)^2 \right] \left[ G_E^2(k^2) + \tau G_M^2(k^2) \right], \quad (26)$$

$$D_{\gamma\phi} = -4mMG_E(k^2)(4mE + k^2), \quad D_{\phi\phi} = 4M^2(1+\tau)(2m^2 - k^2).$$

### POLARIZATION OBSERVABLES

Let us consider the spin correlation coefficients when both initial particles have arbitrary polarization,  $\vec{p} + \vec{e} \rightarrow p + e$ . These polarization observables were considered in [16], in view of using the polarized proton-electron scattering for the measurement of the longitudinal and transverse polarizations of a high energy proton beams.

Let us calculate the hadronic tensor, when the initial proton is polarized. The contribution of the proton polarization to the hadronic tensor is:

$$W_{\mu\nu}(\eta_1) = -2iG_M(k^2) \left[ MG_M(k^2)\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}k_\alpha\eta_{1\beta} - F_2(k^2)P \cdot \eta_1 \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}p_{1\alpha}p_{2\beta} \right], \quad (27)$$

where the four vector  $\eta_1$  stands for initial proton polarization. One can see that all the correlation coefficients in  $\vec{p}\vec{e}$  collisions are proportional to the proton magnetic form factor. This is a well known fact for  $\vec{e}\vec{p}$  scattering [18]. The dependence of the different polarization observables, namely the spin correlation coefficients, on the polarization four vector of the initial proton is completely determined by the spin dependent part of the hadronic tensor  $W_{\mu\nu}(\eta_1)$ .

Let us choose an orthogonal system with the  $z$  axis directed along the proton beam momentum  $\vec{p}$ , scattered electron momentum  $\vec{k}_2$  lies in the  $xz$  plane and the  $y$  axis is directed along the vector  $\vec{p} \times \vec{k}_2$ . Therefore, in this system  $\ell \parallel z$ ,  $t \parallel x$  and  $n \parallel y$ .

In the considered frame, where the target electron is at rest, the polarization four vector of the initial proton (electron) has the following components

$$\eta_1 = \left( \frac{\vec{p} \cdot \vec{S}_1}{M}, \vec{S}_1 + \frac{\vec{p}(\vec{p} \cdot \vec{S}_1)}{M(E+M)} \right), S = (0, \vec{\xi}), \quad (28)$$

where  $\vec{S}_1(\vec{\xi})$  is the unit vector describing the polarization of the initial proton (electron) in its rest system.

Applying the P-invariance of the hadron electromagnetic interaction, one can write the following expression for the dependence of the differential cross section on the polarization of the initial particles:

$$\frac{d\sigma}{dk^2}(\vec{\xi}, \vec{S}_1) = \left( \frac{d\sigma}{dk^2} \right)_{un} [1 + C_{\ell\ell}\xi_\ell S_{1\ell} + C_{tt}\xi_t S_{1t} + C_{nn}\xi_n S_{1n} + C_{\ell t}\xi_\ell S_{1t} + C_{t\ell}\xi_t S_{1\ell}], \quad (29)$$

where  $C_{ik}$ ,  $i, k = \ell, t, n$  are the corresponding spin correlation coefficients which characterize elastic proton-electron scattering in the case when the proton beam and electron target are both arbitrarily polarized.

The spin correlation coefficients can be written as follows

$$C_{ij} = C_{ij}^{(\gamma)} + \lambda C_{ij}^{(\gamma\phi)} + \lambda^2 C_{ij}^{(\phi\phi)}, \quad (30)$$

where  $i, j = \ell, t, n$ .

The expressions of the spin correlation coefficients due to the  $\gamma$  exchange mechanism are

$$DC_{nn}^{(\gamma)} = 4mMk^2 G_E(k^2) G_M(k^2), \quad (31)$$

$$DC_{tt}^{(\gamma)} = 4mM\tau k^2 \frac{G_M(k^2)}{1+\tau} \left[ \left(1 - \frac{4M^2}{k_{max}^2}\right) G_E(k^2) + \left(\frac{k^2}{k_{max}^2} - 1\right) G_M(k^2) \right],$$

$$DC_{t\ell}^{(\gamma)} = 8mMp \left[ -k^2 \left(1 - \frac{k^2}{k_{max}^2}\right) \right]^{1/2} \frac{G_M(k^2)}{1+\tau} \left\{ \tau \left[ G_M(k^2) - G_E(k^2) \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{k^2}{k_{max}^2} \frac{m(E+m)}{s} \left[ \tau G_M(k^2) + G_E(k^2) \right] \right\},$$

$$DC_{\ell\ell}^{(\gamma)} = -2mM \frac{k^2}{p} \left( \frac{E}{M} - \frac{M}{m} \right) \left[ -k^2 \left(1 - \frac{k^2}{k_{max}^2}\right) \right]^{1/2} \frac{G_M(k^2)}{1+\tau} \left[ \tau G_M(k^2) + G_E(k^2) \right],$$

$$DC_{\ell t}^{(\gamma)} = 4k^2 \frac{G_M(k^2)}{1+\tau} \left\{ (mE - \tau M^2) G_E(k^2) + \tau(M^2 + mE) G_M(k^2) - \right.$$

$$\left. -(M^2 + mE) \frac{k^2}{k_{max}^2} \frac{m(E+m)}{s} \left[ \tau G_M(k^2) + G_E(k^2) \right] \right\},$$

where  $s = M^2 + m^2 + 2Em$ .

The expressions of the spin correlation coefficients due to the interference of the  $\gamma$  and scalar boson exchange mechanisms are

$$DC_{nn}^{(\gamma\phi)} = -4G_M(k^2)\{E^2k_2^2 + (E+m)\frac{k^2}{m}[E\varepsilon_2 + \frac{k^2}{4m}(E+m)]\}, \quad (32)$$

$$DC_{tt}^{(\gamma\phi)} = -4(E+m)G_M(k^2)[Ek_2^2 + E\varepsilon_2\frac{k^2}{m} + (E+m)(1-\frac{mE}{p^2})\frac{k^4}{4m^2}],$$

$$DC_{t\ell}^{(\gamma\phi)} = 2G_M(k^2)\frac{M}{p}k_2k^2(E+m)\sin\theta_e,$$

$$DC_{\ell t}^{(\gamma\phi)} = 4k_2G_M(k^2)\sin\theta_e[pE(m+\varepsilon_2) + \frac{k^2}{2m}(E+m)(p+m\frac{E}{p})],$$

$$\begin{aligned} DC_{\ell\ell}^{(\gamma\phi)} = & -\frac{1}{M}G_M(k^2)\{4E(M^2k_2^2 + 2p^2\varepsilon_2^2) + 2\frac{k^2}{m}(E+m)[4E^2\varepsilon_2 + mE(k_2 - \varepsilon_2)\frac{k^2}{2m}M^2] + \\ & + \frac{1}{p^2}\frac{k^4}{m^2}(E+m)^2(mM^2 + 2Ep^2)\}. \end{aligned}$$

And at last we have

$$DC_{ij}^{(\phi\phi)} = 0, \quad i, j = \ell, t, n. \quad (33)$$

## CONCLUSION

The elastic scattering of protons from electrons at rest was investigated in a relativistic approach in the one photon and scalar boson exchange approximation.

The differential cross section and the spin correlation coefficients, when the proton beam and the electron target are both arbitrarily polarized, have been calculated in terms of the proton electromagnetic form factors.

## REFERENCES

1. Fundamental Physics at the Intensity Frontier, Report of the Workshop held December 2011 in Rockville, MD, Workshop Chairs: J.L. Hewett, and H. Weerts, arXiv:1205.2671v1 [hep-ex].
2. Essig R. et al. Dark Sectors and New, Light, Weakly-Coupled Particles // arXiv:1311.0029v1 [hep - ph].
3. Alexander Jim et al. Dark Sectors 2016 Workshop: Community Report // arXiv: 1608.08632v1 [hep - ph].
4. Soffer Abner. Searches for light scalars, pseudoscalars, and gauge bosons // arXiv: 1507.02330v1 [hep-ex].
5. Pohl et R. al. Laser spectroscopy of muonic deuterium // Science. – 2016. – Vol. 353. – P. 669-673.
6. Izaguirre Eder, Krnjaic Gordian, Pospelov Maxim. Probing New Physics with Underground Accelerators and Radioactive Sources // arXiv: 1405.4864v1 [hep-ph].
7. Tucker-Smith David, Yavin Itay. Muonic hydrogen and MeV forces // Phys. Rev. – 2011. – Vol. D83. – P.101702, arXiv: 1011.4922v1 [hep-ph].
8. Liu Yu-Sheng, Miller Gerald A. Polarized lepton-nucleon elastic scattering and a search for a light scalar boson // Phys. Rev. – 2015. – Vol. C92. – P.035209, arXiv: 1507.04399v1 [nucl- th].
9. Fayet P. Light spin-1/2 or spin-0 Dark Matter particles // Phys. Rev. – 2004. – Vol. D70. – P.023514, arXiv: hep-ph /0403226v1, 2004.
10. Boehm C., Fayet P., Silk J. Light and Heavy Dark Matter Particles// Phys. Rev. – 2004. – Vol. D69. – P.101302, arXiv: hep-ph /0311143, 2004.
11. Lees J.P. et al. Search for new  $\pi^0$  -like particles produced in association with a  $\tau$  - lepton pair // Phys. Rev. – 2014. – Vol. D90. – P.112011, arXiv:1411.1806 [hep-ex]
12. Hochberg Yonit et al. Dark spectroscopy// arXiv: 1706.05008v1 [hep-ph].
13. Gakh G.I., Dbeissi A., Marchand D., Tomasi-Gustafsson E., Bytev V.V. Polarization effects in elastic proton-electron scattering // Phys. Rev. - 2011. - Vol. C84. – P. 015212.
14. Gakh G.I., Dbeissi A., Tomasi-Gustafsson E., Marchand D., Bytev V.V. Proton-electron elastic scattering and the proton charge radius // Physics of Particles and Nuclei Letters – 2013. – No.5. - P. 393-397.
15. Gakh G.I., Konchatnij M.I., Merenkov N.P. Tomasi-Gustafsson Egle. Radiative corrections to elastic proton-electron scattering measured in coincidence // Phys. Rev. 2017. – Vol. C95. –P. 055207.
16. Glavanakov I.V., Krechetov Yu.F., Potylitsyn A.P., Radutsky G.M., Tabachenko A.N., Nurushev S.B. A proton polarimeter based on the elastic pe - scattering, //Nucl. Instrum. Meth. – 1996. – Vol. A381. – P. 275 - 279.
17. Reifarth Rene, Litvinov Yuri A. Measurements of neutron-induced reaction in inverse kinematics // Phys. Rev. ST Accel. Beams. – 2014. – Vol. 17. – P. 014701, arXiv:1312.3714v1 [nucl-ex].
18. Akiezer A.I., Rekalo M.P. Hadron Electrodynamics . - Naukova Dumka: Kiev – 1977. – Chapter 4.

PACS: 87.14.Cc, 87.16.Dg

## APPROACH TO EVALUATE THE RISK OF CANCER FOR DIFFERENT NUMBER OF TUMOR SUPPRESSOR GENES IN THE INDIVIDUAL

**M. Bondarenko, V. Knigavko, O. Zaytseva**

*Department of Medical and Biological Physics and Medical Informatics, Kharkiv National Medical University*

*4 Nauki Ave., Kharkiv, 61022, Ukraine*

*e-mail: bondaren.koma3007@gmail.com*

Received March 18, 2018

Significant progress in understanding the mechanisms of carcinogenesis is associated with the discovery of tumor suppressor genes (or antioncogenes). It is known that in the human population, the number of normally functioning suppressor genes varies in different individuals at birth. The aim of the study was to assess the probability of cancer development in an individual with a different initial number of undamaged normally functioning antioncogenes. On the basis of the probabilistic mathematical model of carcinogenesis, the most probable age of cancer development depending on the number of intact antioncogenes was assessed. As a result of the studies, the probability of cancer development depending on the age of the patient is estimated. The dependence of the probability of cancer development in an individual on the number of undamaged antioncogenes is also investigated. The analysis of the significance of the number of tumor suppressor genes, the damage of which may be the cause of initiation of cell malignancy, has been carried out.

**KEYWORDS:** tumor suppressor genes, probabilistic mathematical model, carcinogenesis, time of cancer development, genetic mutations, cell genome stability

### МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ РАЗВИТИЯ РАКА ПРИ РАЗЛИЧНОМ КОЛИЧЕСТВЕ ГЕНОВ СУПРЕССОРОВ ОПУХОЛИ У ИНДИВИДА

**М. Бондаренко, В. Книгавко, О. Зайцева**

*Кафедра медицинской и биологической физики и медицинской информатики*

*Харьковский национальный медицинский университет*

*пр. Науки, 4, Харьков, 61022, Украина*

Значительный прогресс в понимании механизмов канцерогенеза связан с открытием генов супрессоров опухоли (или антионкогенов). Известно, что в людской популяции у разных индивидов при рождении количество нормально функционирующих генов супрессоров варьирует. Целью работы явилась разработка методики оценки вероятности развития онкозаболевания у индивида при различном исходном количестве у него неповрежденных нормально функционирующих антионкогенов. На основе вероятностной математической модели канцерогенеза проведена оценка наиболее вероятного возраста возникновения онкозаболевания в зависимости от количества неповрежденных антионкогенов. В результате проведенных исследований оценена вероятность возникновения онкозаболевания в зависимости от возраста больного. Исследована также зависимость вероятности возникновения онкозаболевания у индивида от количества имеющихся у него неповрежденных антионкогенов. Проведен анализ зависимости количества генов супрессоров опухоли, повреждение которых может быть причиной инициации малигнизации клетки.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** гены супрессоры опухоли, математическая модель, канцерогенез, время образования злокачественной опухоли, генетические мутации, стабильность клеточного генома

### МЕТОДИКА ОЦІНКИ ЙМОВІРНОСТІ РОЗВИТКУ РАКУ ПРИ РІЗНІЙ КІЛЬКОСТІ ГЕНІВ СУПРЕСОРІВ ПУХЛИНИ У ІНДИВІДА

**М. Бондаренко, В. Кнігавко, О. Зайцева**

*Кафедра медичної та біологічної фізики і медичної інформатики*

*Харківський національний медичний університет*

*пр. Науки, 4, Харків, 61022, Україна*

Значний прогрес в розумінні механізмів канцерогенезу пов'язаний з відкриттям генів супресорів пухлини (або антионкогенів). Відомо, що в людській популяції у різних індивідів при народженні кількість нормально функціонуючих генів супресорів варіює. Метою роботи є розробка методики оцінки ймовірності розвитку онкозахворювання у індивіда при різній вихідній кількості у нього непошкоджених нормально функціонуючих антионкогенів. На основі ймовірнісної математичної моделі канцерогенезу проведена оцінка найбільш ймовірного віку виникнення онкозахворювання в залежності від кількості непошкоджених антионкогенів. В результаті проведених досліджень оцінено ймовірність виникнення онкозахворювання в залежності від віку хворого. Досліджено також залежність ймовірності виникнення онкозахворювання у індивіда від кількості наявних у нього непошкоджених антионкогенів. Проведено аналіз значущості кількості генів супресорів пухлини, пошкодження яких може бути причиною ініціації малигнізації клітини.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** гени супресори пухлини, математична модель, канцерогенез, час утворення злопакісної пухлини, генетичні мутації, стабільність клітинного генома

According to modern ideas about the nature of carcinogenesis, the development of cancer is a complex multi-stage process of accumulation of genetic mutations and other changes in the cell genome that leads to disruption of the basic cellular functions (regulation of proliferation, differentiation, apoptosis, morphogenetic reactions of the cell), and

leading to ineffective functioning of the antitumor immunity system. Significant progress in understanding the mechanisms of carcinogenesis was associated with the discovery first of oncogenes and protooncogenes, and then - genes of tumor suppressors (or antioncogenes). Tumor suppressor genes (TSGs) are cellular genes, the lesion or inactivation of which sharply increases the probability of neoplasm formation, and their function restoration, on the contrary, can suppress the tumor cells growth. TSG structure and expression disorder leads to disturbances in the work of the cell genome control system and antitumor immunity [1-4]. As for congenital anomalies in the system of genetic control, they are a factor that predetermines the inevitable neoplasm development. They increase the probability of occurrence of different carcinogenic mutations in each cell of the body so that sooner or later in one of the cells of the proliferating clone the required set of changes will necessarily accumulate under the selection pressure and a tumor will form. The formation of a tumor becomes only a matter of time [5-15]. It is assumed that initially at birth the number of normally functioning suppressor genes may be different for different individuals and the number is equal to several units; in the modern literature dozens of such genes are described [16-19]. The question about the number of TSGs and their significance in the magnitude of the probability of cancer development is very disputable. Undoubtedly, an important direction in studying the problem of carcinogenesis is a numerical evaluation of both the maximum value of the number of tumor suppressor genes in the cell and the determination of the significance of the number of undamaged antioncogenes in initiating the process of cell malignization.

The purpose of this study was the development of a methodology for assessing the probability of cancer development in an individual with a different initial number of undamaged normally functioning tumor suppressor genes.

## RESULTS AND DISCUSSION

Proceeding from the fact that tumor formation is a probabilistic process, we will use for its description laws and concepts of probability theory. Let's introduce some assumptions and parameters.

Let  $N$  be the maximum number of oncotent cells in an individual;  $k$  is the initial number of TSGs in an arbitrarily chosen individual.

The values of the parameters  $N$  and  $k$  are unknown a priori, and their estimation is the main problem in constructing the model. In further calculations, we will assume that the duration of the cell cycle is one day (this is typical for the *HeLa* cell line), and the probability of mutational damage of one tumor suppressor gene in one act of division is  $10^{-5}$  [20].

At given values of  $N$  and  $k$ , the values of the most probable age, as well as the average age of the individual in which cancer can develop, can be calculated and thereby an acceptable correct estimate of these ages can be obtained. But since the numerical values of the parameters  $N$  and  $k$  are unknown, in this paper we discuss only the methodology of estimating the probability of cancer developing at a certain age at a different number of undamaged normally functioning TSGs.

In our previous studies [21], a probabilistic mathematical model was constructed that makes it possible to calculate the most probable age ( $\tau$ ) of the individual, in which the cancer develops, depending on the number ( $k$ ) of TSGs present in the cells. Equation for calculation this age was solved in numerical terms and has the form

$$\left(1 - \left(1 - \xi^{-\frac{\tau}{T}}\right)^k\right) \left(k\xi^{-\frac{\tau}{T}} - 1\right) = (N-1)k \left(1 - \xi^{-\frac{\tau}{T}}\right)^k \cdot \xi^{-\frac{\tau}{T}},$$

where  $T$  is duration of one cycle of cell division;  $\xi = \frac{1}{1-\alpha}$ ,  $\alpha$  - the probability of damaging one TSG in one division cycle.

Let, for example, the maximum value of number  $N = 1,5 \cdot 10^6$  [20], and the maximum value of number  $k = 8$ . Then the dependence of the values of the most probable age of the individual, in which the cancer develops, on the values of the parameter  $k$  has the form shown in Figure 1.

As can be seen from the graph, the greater the number of undamaged TSGs present in an individual, the greater the probability that he/she will develop cancer at a later age. Cases in which  $k = 1$  and 2 are too unlikely for oncological disease to occur. Cases in which  $k = 7$  and 8 correspond to an age of more than 100 years, which is not taken into account in the statistical data on the cancer incidence.

Figure 2 shows the dependence of the probability of cancer development on the age of the individual. Data on the number of  $n = 8288$  cancer patients were obtained in the archive of the S.P. Grigoryev Kharkov Institute of Medical Radiology.

We compared the results of the study presented in Figures 1 and 2. Knowing the most probable age ( $t$ ) for the cancer development in individuals for various numbers of intact TSGs ( $k$ ), using data on the probability ( $p$ ) of oncological disease development depending on the age of the patient, the probability of cancer development in the individual at the corresponding value of TSGs number ( $k$ ) can be determined.

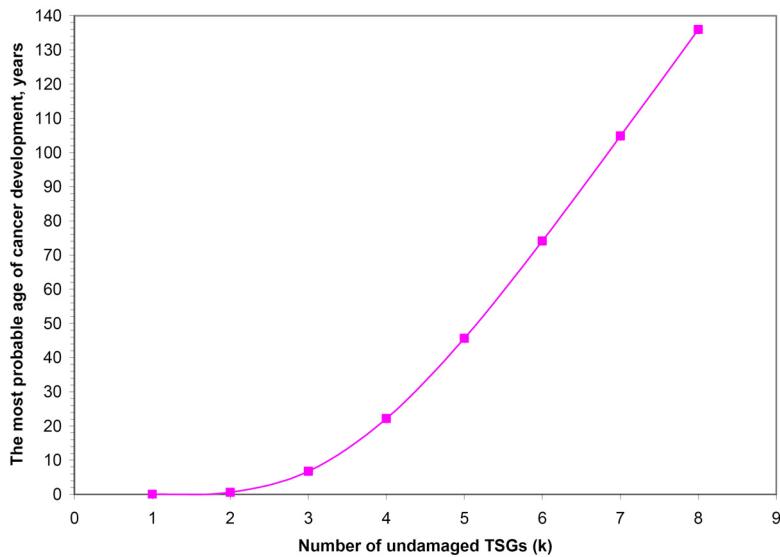


Fig. 1. Dependence of the most probable age of the individual in which the cancer develops on the number (k) of undamaged TSGs

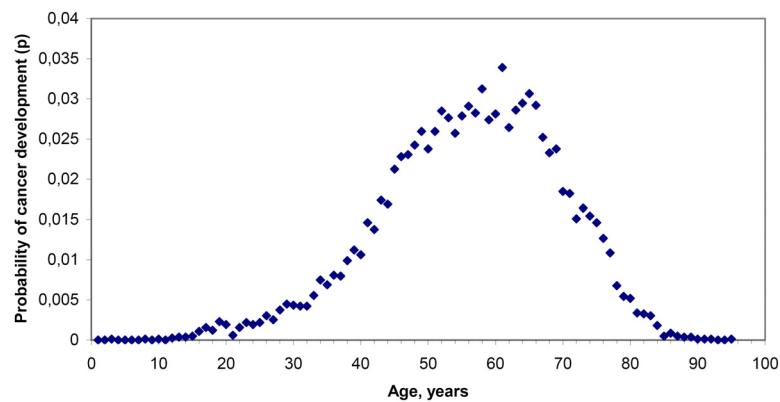


Fig. 2. Probability (p) of cancer development depending on the age of the patient

Figure 3 shows the graph of the probability (p) of cancer development in an individual, depending on the number (k) of his/her undamaged TSGs.

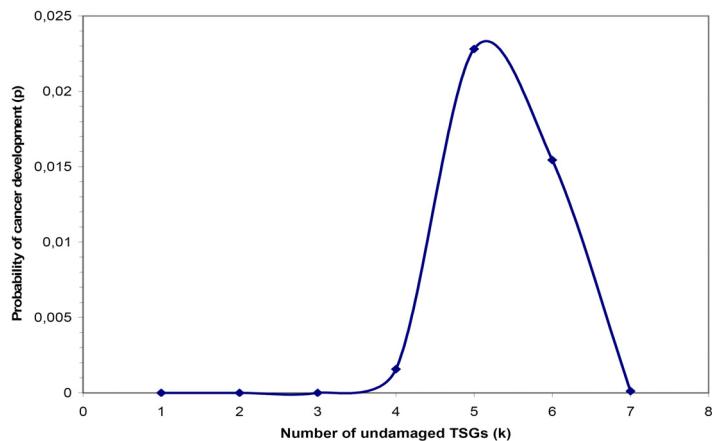


Fig. 3. Dependence of the probability (p) of cancer development in an individual on the number (k) of intact TSGs.

It can be seen from the graph that the probability of cancer development at  $k \leq 3$  and  $k \geq 7$  are practically equal to zero. Thus, the contributions of these numbers of undamaged TSGs to the general distribution can be neglected.

Suppose that for the values of the number of undamaged TSGs equal to  $k = 4; 5$  and  $6$ , the quantities  $P_4$ ,  $P_5$  and  $P_6$  are the probabilities of cancer development at a given age at the corresponding values of  $k = 4; 5$  and  $6$ . Since the

events under consideration with the indicated probability values do not form a complete group of events, then to calculate the true values of  $P_4$ ,  $P_5$  and  $P_6$  they need to be normalized by one. As a result of the normalization the following values of the required probabilities are obtained:

$$P_4 = 0.039394; P_5 = 0.572727; P_6 = 0.387879.$$

Thus the following numbers of undamaged TSGs are the significant quantities for cancer developing:  $k = 4$ ; 5 and 6.

Of course, further studies may require a significant correction of the values of both the parameter N and the parameter k. In addition, the accuracy of the method for assessing the probability of cancer development at a different number of intact TSGs based on the calculation of the most probable age of oncology development depends on the volume of statistical data.

### CONCLUSIONS

1. The estimation of the most probable age of the individual in which the oncological disease occurs is performed, depending on the number of intact TSGs present in individual.
2. On the basis of experimental data, the probability of cancer development depending on the patient's age is analyzed.
3. The dependence of the probability of cancer development in an individual on the number of intact TSGs present in individual is studied.
4. The analysis of the significance of the number of TSGs, the damage of which may cause initiation of cell malignancy, has been carried out.
5. A methodology for estimation of probability of cancer development in an individual at a different number of intact TSGs has been developed.

### REFERENCES

1. Kopnin B.P., Kopnin P.B., Khromova N.V., Agapova L.S. Many-faced p53: a variety of forms, functions, a tumor of suppressive and oncogenic activities // Klinicheskaja onkogematologija [Clinical oncohematology]. – 2008. – Vol. 5. – No.1. – P. 3-10. (in Russian)
2. Kopnin B.P. Targets of oncogenes and tumor suppressors: the key to understanding the basic mechanisms of carcinogenesis // Biokhimija [Biochemistry]. – 2000. – Vol.6. – Iss. 1. – P. 5-33. (in Russian)
3. Paliychuk O.V., Polischuk L.Z. Ovarian cancer: familial cancer syndrome and clinical significance of mutation testing in the BRCA1 and BRCA2 genes // Onkologija [Oncology]. – 2016. – Vol. 18. – No. 1. – P. 20-26. (in Russian)
4. Abelev G.I. Immunology of human tumors // Priroda [Nature]. - 2000. – No. 2. – P. 20-25. (in Russian)
5. Clark M., Beker M. Cancer stem cells // V mire nauki [In the world of science]. - 2006. – No. 10. - P. 29-35. (in Russian)
6. Rechkunova N.I., Lebedeva N.A., Lavrik O.I. Tyrosyl-DNA-phosphodiesterase 1 is a new participant in the repair of apurine / apyrimidine sites in DNA // Bioorganicheskaja himija [Bioorganic chemistry]. – 2015. – Vol. 41. – No. 5. – P. 531. (in Russian)
7. Kipen V.N., Snytkov E.V., Melnov S.B. The role of XRCC1, XRCC3 and PALB2 genes in the genesis of breast cancer // Ekologicheskij vestnik [Ecological bulletin]. – 2015. – No. 1 (31). – P.57-63. (in Russian)
8. Knudson A.G. Antioncogenes and human cancer // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. – 1993. – Vol. 90(23). – P. 10914-10921.
9. Young-Sam Keum. Regulation of Nrf2-Mediated Phase II Detoxification and Anti-oxidant Genes // Biomolecules and Therapeutics (Seoul). - 2012.- Vol. 20(2). - P. 144–151.
10. Li W., Kong A.N. Molecular mechanisms of Nrf2-mediated antioxidant response // Mol. Carcinog. – 2009. – Vol. 48. – P. 91-104.
11. Vogelstein B., Kinzler K. W. Cancer genes and the pathways they control // Nat. Med. – 2004. – Vol.10. - P. 789–799.
12. Sharpless N.E., Depinho R.A. The mighty mouse: genetically engineered mouse models in cancer drug development // Nat. Rev. Drug Discov. – 2006. – Vol. 5. – P.741–754.
13. Hanahan D., Weinberg R.A. The hallmarks of cancer // Cell. – 2000. – Vol. 100. – P.57-70.
14. Hanahan D. Weinberg R.A. Hallmarks of cancer: the next generation // Cell. – 2011. - Vol. 144. – P. 646–674.
15. Van Der Flier L, Clevers H. Stem cells, self-renewal, and differentiation in the intestinal epithelium // Annual Review of Physiology. – 2009. – Vol. 71. – P.241–260.
16. Rodriguez-Brenes I.A., Komarova N.L., Wodarz D. Cancer-associated mutations in healthy individuals: assessing the risk of carcinogenesis // Cancer Research. – 2014. – Vol. 74(6). – P.1661–1669.
17. Zheng Z.C., Wang Q.X., Zhang W., Zhang X.H., Huang D.P. A novel tumor suppressor gene NCOA5 is correlated with progression in papillary thyroid carcinoma // Onco Targets Ther. – 2018. - Vol. 11. - P. 307-311.
18. TSGene 2.0: an updated literature-based knowledgebase for tumor suppressor genes // Nucleic Acids Res. – 2016. – Vol. 44. – P. 1023-1031.
19. Gohlke BO, Nickel J, Otto R, Dunkel M, Preissner R. CancerResource-updated database of cancer-relevant proteins, mutations and interacting drugs // Nucleic Acids Res. – 2016. – Vol. 44. – P. 932-937.
20. Harvey Lodish, Arnold Berk, S Lawrence Zipursky, Paul Matsudaira, David Baltimore, James Darnell. Molecular Cell Biology. Ch.24. - New York: W. H. Freeman, 2000. – 726 p.
21. Knigavko V.G., Radzishevskaja E.B., Bondarenko M.A. Mathematical modeling of carcinogenesis // Biofizichnyj visnyk [Biophysical bulletin]. - 2010. – No. 25(2). – P. 93-100. (in Russian)

PACS: 28.20.-v, 29.30.Kv, 29.40.-n

## EFFICIENT DETECTOR OF NEUTRONS FOR ${}^9\text{Be}(\text{d},\text{n}){}^{10}\text{B}$ GENERATOR

### A.N. Dovbnya, E.L. Kuplennikov, S.S. Kandybei

*National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"*

*1, Akademicheskaya Str., Kharkov 61108, Ukraine*

*e-mail: kupl@kipt.kharkov.ua*

*Received March 12, 2018*

Two  ${}^9\text{Be}(\text{d},\text{n})$ - neutron sources have been developed and produced at the NSC KIPT. Neutrons result from the interaction of accelerated deuterons with the nuclei of beryllium target in reaction  ${}^2\text{H}+{}^9\text{Be} \rightarrow {}^{10}\text{B}+\text{n}$ . One of the sources is large-sized neutron source (LNS) with the medium energy of 5 MeV [1]. The neutron source is aimed to produce  ${}^{99}\text{Mo}$  by the reaction  ${}^{98}\text{Mo}(\text{n},\gamma){}^{99}\text{Mo}$ . The maximum fluence in a limited volume is provided by the polyethylene or Be moderator. The  ${}^9\text{Be}$  moderator, except deceleration, provides reproduction of nucleons due to the  $(\text{n},2\text{n})$  reaction. The second source is a portable (PNS) with a medium energy of 2,5 MeV [2]. It is intended for the treatment of a number of oncological diseases. The major part of the dose in the phantom is absorbed in close vicinity of the neutron source  $\sim(1,5-2 \text{ cm})$ . The fast neutron yield is about  $10^9$  neutron/s. The present paper deals with the possibility of using modern techniques of measuring of neutron radiation to build of relatively simple, compact, sensitive neutron detector on the proposed sources. It is shown that the neutron detector based on LiI(Eu) can be considered as one of the effective options for the measurements of neutron fields.

**KEY WRDS:** neutron source, ionization radiation, thermal and fast neutrons, fluence, detectors, efficiency.

### ВИБОР ЕФЕКТИВНОГО ДЕТЕКТОРА НЕЙТРОНОВ ДЛЯ ${}^9\text{Be}(\text{d},\text{n}){}^{10}\text{B}$ ГЕНЕРАТОРА

А.Н. Довбня, Е.Л. Купленников, С.С. Кандебей

*Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»*

*ул. Академіческа 1, Харків 61108, Україна*

В ННЦ ХФТИ разработаны и изготовлены два источника нейтронов. Частицы образуются в результате взаимодействия ускоренных deutронов с ядрами берилиевой мишени в реакции  ${}^2\text{H}+{}^9\text{Be} \rightarrow {}^{10}\text{B}+\text{n}$ . Один из генераторов - крупногабаритный (КИН) [1] со средней энергией нейтронов около 5 МэВ. Он предназначен для получения  ${}^{99}\text{Mo}$  по реакции  ${}^{98}\text{Mo}(\text{n},\gamma){}^{99}\text{Mo}$ . Максимальную плотность потока нейтронов в ограниченном объеме для наработки наибольшего количества  ${}^{99}\text{Mo}$  обеспечивает замедлитель из полиэтилена или бериллия.  ${}^9\text{Be}$  кроме замедления осуществляет размножение нейтронов за счет реакции  $(\text{n},2\text{n})$ . Второй источник – портативный (ПИН) [2]. Его задача - лечение ряда онкологических заболеваний. Основная часть дозы в фантоме поглощается в непосредственной близости от источника нейтронов  $\sim(1,5-2 \text{ см})$ . Средняя энергия нейтронов около 2,5 МэВ. Выход быстрых нейтронов порядка  $10^9$  нейtron/c. В настоящей работе изучена возможность использования современных технологий регистрации нейтронного излучения для создания на указанных источниках относительно простого, компактного, чувствительного детектора нейтронов. Показано, что одним из вариантов доступного и эффективного детектора нейтронов может быть устройство на базе монокристалла LiI(Eu).

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** источник нейтронов, ионизирующие излучения, тепловые и быстрые нейтроны, флюенс, детекторы, эффективность

### ВИБІР ЕФЕКТИВНОГО ДЕТЕКТОРА НЕЙТРОНІВ ДЛЯ ${}^9\text{Be}(\text{d},\text{n}){}^{10}\text{B}$ ГЕНЕРАТОРА

А.М. Довбня, Е.Л. Купленніков, С.С. Кандебей

*Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»*

*бул. Академічна 1, Харків 61108, Україна*

У НДІЦ ХФТИ розроблено та виготовлено два джерела нейтронів. Частики утворюються у результаті взаємодії прискорених дейтронів з ядрами берилієвої мішені у реакції  ${}^2\text{H}+{}^9\text{Be} \rightarrow {}^{10}\text{B}+\text{n}$ . Перше джерело – великоабаритне (ВДН) [1] з середньою енергією біля 5 МeВ. Воно призначено для отримання  ${}^{99}\text{Mo}$  по реакції  ${}^{98}\text{Mo}(\text{n},\gamma){}^{99}\text{Mo}$ . Максимальну щільність потоку нейтронів в обмеженому об'ємі для напрацювання найбільшої кількості  ${}^{99}\text{Mo}$  забезпечує уповільнювач з поліетилену або  ${}^9\text{Be}$ , який крім уповільнення здійснює розмноження нейтронів за рахунок реакції  $(\text{n},2\text{n})$ . Друге джерело нейтронів – портативне (ПДН) [2]. Його завдання – лікування низки онкологічних захворювань. Основна частина дози поглинається у фантомі в безпосередній близькості від джерела нейтронів  $\sim(1,5-2 \text{ см})$ . Середня енергія нейтронів коло 2,5 MeВ. Вихід швидких нейтронів порядку  $10^9$  нейtron/c. У даній роботі вивчена можливість використання сучасних технологій реєстрації нейтронного випромінювання для створення на запропонованих джерелах відносно простого, компактного, чутливого детектора нейтронів. Показано, що одним з варіантів доступного та ефективного детектора може бути пристрій на основі монокристалу LiI(Eu).

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** джерело нейтронів, іонізуюче випромінювання, теплові та швидкі нейтроны, флюенс, детектори, ефективність

Разнообразие реакций, вызываемых нейtronами широкого энергетического диапазона, сложная зависимость сечения от энергии частиц обусловили появление большого количества оригинальных конструкций для измерения параметров нейтронного поля. Ниже приведен краткий анализ основных методов регистрации и спектрометрии тепловых, медленных и, частично, быстрых нейтронов (ТН, МН и БН

соответственно). В работе опущены сведения об активационных технологиях, т.к. они не позволяют в полной мере автоматизировать получение и обработку данных в режиме on-line.

Целью публикации является выбор оптимальной конструкции детектора нейтронов для эффективной работы на  ${}^9\text{Be}(\text{d},\text{n}){}^{10}\text{B}$  генераторах.

### ГАЗОРАЗРЯДНЫЕ ДЕТЕКТОРЫ

Наиболее простым и часто используемым детектором нейтронов является цилиндрический борный счетчик, работающий в ионизационном или пропорциональном режиме. Детектор заполняется газообразным  $\text{BF}_3$ , обогащенным до 96% изотопом  ${}^{10}\text{B}$ . Чувствительность ионизационной камеры ( $10^{-12}\text{-}10^{-7}$ ) имп./( $\text{n}/\text{см}^2\cdot\text{с}$ ), измеряемая плотность потока ( $10^6\text{-}10^{10}$ )  $\text{n}/\text{см}^2\cdot\text{с}$ , радиационная стойкость до  $10^{19}$   $\text{n}/\text{см}^2$ . Эффективность регистрации нейтронов  $\varepsilon=(20\text{-}90)\%$  зависит, в основном, от давления газа ( $p$ ), активной длины трубки ( $l$ ) и энергии нейтронов, падающих на счетчик вдоль его оси. Она определяется выражением  $\varepsilon=1-\exp(-1,7\cdot10^{-2}(p/\sqrt{E_n}))$ . Например, для  $p=1$  атм.,  $l=20$  см и  $E_n=0,0253$  эВ,  $\varepsilon\sim 0,90$  и, соответственно,  $\varepsilon\sim 0,03$  при 100 эВ, т.е. типичный борный счетчик пригоден для детектирования только медленных нейтронов. Реже в опытах применяют датчики, стенки которых покрыты тонким слоем аморфного бора примерно равным пробегу в нем  $\alpha$ -частицы ( $0,8\text{-}1$ )  $\text{mg}/\text{см}^2$ . Эффективность такого устройства меньше, чем у ионизационной камеры или пропорционального борного детектора. Достоинством борных счетчиков является высокая эффективность, энергетическое разрешение, радиационная стойкость, простота конструкции. В тоже время они обладают рядом негативных свойств [3]: аппаратурный спектр состоит из двух пиков; вероятность образования ядра  ${}^7\text{Li}$  не остается постоянной; фронт нарастания выходных импульсов  $\sim 1$  мкс; заметные краевые эффекты; зависимость эффективности от рабочих параметров; слабая избирательность в смешанных полях с высоким уровнем  $\gamma$ -излучения.

На практике мониторинг ТН, в большинстве случаев, проводится пропорциональными  ${}^3\text{He}$ -счетчиками, заполненными смесью (95-97)%  ${}^3\text{He}$  и Ar. Детекторы выдерживают облучение до  $\sim 10^{13}$   $\text{n}/\text{см}^2$  и регистрируют относительно слабые потоки нейтронов в присутствии  $\gamma$ -фона  $<1$  Р/ч (для надежной работы в условиях больших мощностей  $\gamma$ -доз применяют газонаполненные счетчики коронного разряда [4]. Они позволяют регистрировать слабый нейтронный поток на фоне  $\gamma$ -излучения в несколько тысяч Р/час). Эффективность регистрации ТН зависит от рабочего газа, давления, конструкции датчика и составляет (50-96)% [4]. С увеличением  $E_n$  эффективность падает. Энергетическое разрешение по «тепловому» пику (2-3) %. На рис. 1 приведен идеализированный амплитудный спектр  ${}^3\text{He}$ -счетчика. Реакция  ${}^3\text{He}(\text{n},\text{p}){}^3\text{H}$  используется и для регистрации БН в области 200 кэВ – 2 МэВ. При больших энергиях импульсы, возникающие от ядер отдачи  ${}^3\text{He}$ , вносят уже существенный вклад.

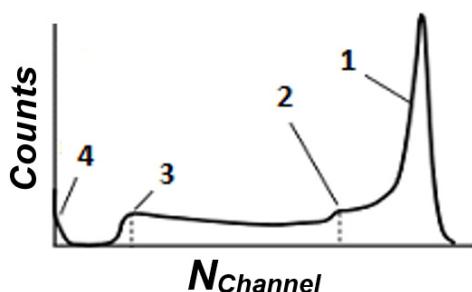


Рис. 1. Амплитудный спектр  ${}^3\text{He}$ -счетчика 1- пик полной энергии, 2-, 3- и 4- вклады краевых эффектов поглощения части энергии протона и  ${}^3\text{H}$  в стенках детектора и  $\gamma$ -фона

практически не зависела от их энергии в области 10 кэВ – 3 МэВ. С целью улучшения характеристик детектора многие авторы совершенствовали предложенную конструкцию. Так, чувствительность длинного 31 см счетчика, созданного в 1958 г МакТагартом, изменялась на 3% в области 25 кэВ – 5 МэВ. Созданные в дальнейшем аналоги имели ограниченный диапазон регистрируемой энергии  $<10$  МэВ и низкую эффективность  $\leq 0,1$  [7].

### АЛМАЗНЫЕ ДЕТЕКТОРЫ

Алмазные материалы сравнительно недавно используются для регистрации и спектрометрии ионизирующих  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ -излучений и нейтронных потоков. В последнем случае регистрируется суммарная энергия продуктов ядерных реакций в теле алмаза. Уникальная температурная, радиационная и химическая стойкость, малые размеры чувствительного элемента, наносекундное быстродействие, энергетическое

Недостатком газонаполненных трубок является зависимость от конструкции, объема и давления газовой смеси. Поэтому, типичные  ${}^3\text{He}$ -счетчики, так же, как и  ${}^{10}\text{B}$ -детекторы, выпускаются достаточно большой длины [4,5]. Например, известный за рубежом  ${}^3\text{He}$ -счетчик RS-P4-0810-204 фирмы Reuter-Stokes (США) имеет:  $\phi 25$  мм,  $p=10$  атм.,  $l=305$  мм и  $\varepsilon\sim 90\%$ . Уменьшение габаритов приводит к падению чувствительности, т.е. высокоэффективные детекторы (с точки зрения длины) не вполне удовлетворяют требованиям компактности. Кроме того, отрицательным моментом является возможная утечка гелия из уже имеющихся счетчиков и высокая цена изделия.

Для регистрации быстрых нейтронов Хансен и МакКибен в 1947 г. разработали устройство, названное позже «всеволновым», которое представляло собой длинный  $\text{BF}_3$ -счетчик и парафиновый замедлитель [6]. Эффективность регистрации нейтронов прибором

1947 г. разработали устройство, названное позже «всеволновым», которое представляло собой длинный  $\text{BF}_3$ -счетчик и парафиновый замедлитель [6]. Эффективность регистрации нейтронов прибором

разрешение (1-3)% позволяют детекторам работать и в обычных и экстремальных условиях эксплуатации. В ГНЦ РФ «ТРИНИТИ» созданы спектрометры, чувствительным элементом которых являются пластины природного алмаза. Электронные тракты устройства обеспечивают спектрометрию при загрузках от  $7 \cdot 10^5$  (аналоговые тракты) до  $10^7$  отсчетов/с (цифровые тракты), рабочий объем  $0,1\text{-}10 \text{ mm}^3$ . В таблице 1 приведены основные параметры алмазных детекторов нейтронов, производимых НТЦ РФ «УРАЛАЛМАЗИНВЕСТ» [8].

Таблица 1

## Характеристика детекторов нейтронов

|  |                           |  |            |
|--|---------------------------|--|------------|
| Диапазон энергий, МэВ  | До 20                     | Рабочее напряжение, В                          | 100        |
| Регистрируемые потоки, $\text{n}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ | До $10^{15}$              | Площадь элемента, $\text{mm}^2$                | 9-100      |
| Эффективность регистрации, %                                 | Не менее 1,0              | Радиационная стойкость, $\text{n}/\text{cm}^2$ | $>10^{14}$ |
| Темновой ток элемента, А                                     | $\leq 0,5 \cdot 10^{-12}$ | Нестабильность за 8 часов, %                   | $\leq 0,5$ |

Широкое применение получили приборы на основе искусственного CVD (Chemical Vapor Deposition) алмаза. В частности, на его основе и конвертера  ${}^6\text{LiF}$  создан детектор ТН [9]. В опытах с ТН детектор размещался в центре замедлителя из полиметилметакрилата радиусом 10 см. В результате реакции  ${}^6\text{Li}(\text{n},\alpha)\text{T}$  в аппаратурном спектре появлялись пики трития и  $\alpha$ -частиц, которые видны на рис. 2 слева. Эффективность сбора  $\alpha$ -частиц ~100% с разрешением ~1,5%; пики трития и  $\alpha$ -частиц четко разделяются; поляризационные эффекты отсутствуют; наблюдается линейная зависимость скорости счета от начального потока нейтронов.  ${}^6\text{LiF}$ -CVD-детектор способен измерять не только тепловые, но и БН (рис. 2 справа, где число счетов  $\times 100$ ). Континуум при энергии ~9,1 МэВ обусловлен реакцией  ${}^{12}\text{C}(\text{n},\alpha_0){}^9\text{Be}$  ( $\alpha_0$ -  $\alpha$ -частица, испускаемая из основного состояния  ${}^9\text{Be}$ ). Пик хорошо отделяется от сопутствующего процесса  ${}^{12}\text{C}(\text{n},\text{n}')\text{Za}$ . Успешное использование алмаза как спектрометра БН возможно при  $E_n > 5,7$  МэВ. При размере чувствительного элемента  $4,5 \times 4,5 \times 0,5$  мм измеряемый поток БН  $\leq 10^{10} \text{ c}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

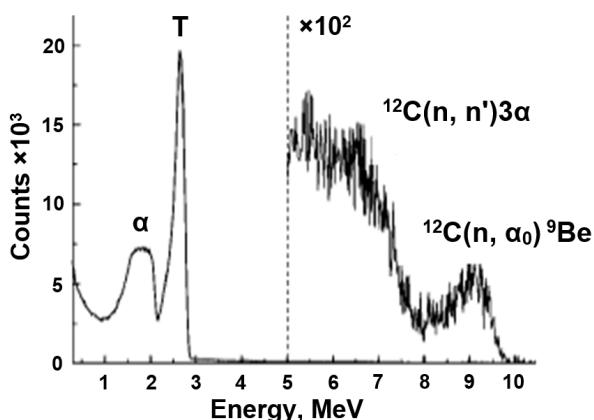


Рис. 2. Аппаратурные спектры нейтронов

## ПРИБОРЫ НА БАЗЕ LiI(Eu)

Одними из давно применяемых для регистрации ТН детекторов являются устройства на основе сцинтиллятора LiI(Eu). Под действием нейтронов в кристалле возникают сцинтилляции, обусловленные суммарной энергией  ${}^3\text{H}$  и  $\alpha$ -частицы, с амплитудой пропорциональной энергии нейтрона. Энергия  ${}^4\text{He}$  и  ${}^3\text{H}$  составляет, соответственно, 2,05 и 2,73 МэВ, а их пробеги в LiI - 9,9 и 45,8 мкм. Время высовечивания ~1 мкс, длина волны испускаемого света в максимуме  $\lambda_{\max}=460$  нм. Временное разрешение ~0,3 мкс. Энергетическое разрешение в фотопике (14-15)% для  $E_\gamma=661,7$  кэВ и (9-10)% для пика ТН. Выход света составляет (20-30)% от аналогичной величины кристалла NaI(Tl). Сенсор чувствителен к  $\gamma$ -квантам,

однако только光子 с энергией  $\geq 5$  МэВ создают вспышку света, которая по интенсивности была бы сравнима со вспышкой от нейтрона. Таких  $\gamma$ -квантов в фоновом излучении обычно немного. Фотоны с энергией  $< 5$  МэВ дают амплитуду меньше, чем у нейтрона и их вклад убирается дискриминатором. Кроме того,  $\gamma$ -фон подавляют, уменьшая толщину сенсора.

Сцинтилляторы обычно изготавливают в виде шайб диаметром  $\mathcal{O}(10\text{-}40)$  мм, толщиной  $d \sim (2\text{-}40)$  мм. Их часто размещают непосредственно на фотокатоде ФЭУ. Эффективность детектирования ТН зависит от толщины монокристалла и степени обогащения  ${}^6\text{Li}$ . Она приведена в техническом паспорте, но ее можно и оценить. Если пренебречь многократным рассеянием, эффективность равна  $\varepsilon = 1 - \exp(-N\sigma d)$ , где  $d$  - толщина кристалла в см,  $N$  - число атомов в  $1 \text{ cm}^3$ ,  $\sigma$  - сечение реакции  $(\text{n},\alpha)$  в барнах (б) при  $E_n=0,025$  эВ. Для естественного Li:  $N=1,827 \cdot 10^{22}$  атомов/ $\text{cm}^3$ ,  $\sigma=71$  б и получаем для  $d=1$  см  $\varepsilon \sim 69\%$  и  $\leq 90\%$  для  $d=2$  см. При обогащении (94-96)% эффективность доходит до ~98%, 2% относится к захвату нейтрона на йоде [3]. Та же величина для энергии ~10 эВ при  $d=1$  см ~60%. По сравнению с газонаполненными счетчиками большая эффективность может быть достигнута при меньших размерах LiI(Eu) детектора [3]. Недостатком датчика является сдвинутый в область большой длины волн спектр люминесценции, относительно высокая чувствительность к  $\gamma$ -излучению и малый выход света.

Для спектрометрии нейтронов используются разные методики, в том числе и, так называемые, сферы Боннера [6]. Предложенный метод заключался в детектировании ТН датчиками, размещенными в центре набора полиэтиленовых (ПЭ) шаров-замедлителей, с последующим восстановлением первичного спектра по откликам детекторов. Авторы использовали комбинацию из пяти сфер диаметром от 5 до 30 см, в центре

которых последовательно размещался чувствительный датчик ТН. Каждая сфера со своим сенсором чувствительна к нейтронам в определенном энергетическом интервале. Энергетическая зависимость чувствительности (ЭЗЧ) сферических счетчиков разного диаметра от энергии нейтронов в области 0,05 до 14 МэВ с датчиком  $^{6}\text{Li}(\text{Eu})$  приведена в [6,10-12]. Показано, что с увеличением размера, максимум чувствительности перемещается в область высокой энергии. Для источника нейтронов  $^{239}\text{PuBe}$  с энергией  $\sim(1\text{-}10,7)$  МэВ наибольшая ЭЗЧ детектора наблюдается при диаметре шара (20-25) см. Кроме  $^{6}\text{Li}(\text{Eu})$  применяют  $^{10}\text{B}$ -детекторы, сферические  $^3\text{He}$ -пропорциональные счетчики SP90, активационные фольги. В первых трех случаях отклик спектрометра представляет собой пик суммарного энерговыделения продуктов реакции. По мнению [10] наилучшим датчиком является  $^{6}\text{Li}(\text{Eu})$ . Оптимальная плотность потока нейтронов ( $10^3\text{-}10^5$ )  $\text{n}/\text{cm}^2\cdot\text{s}$ . Спектрометрическая информация получается путем решения интегрального уравнения. Достоинством метода является широкий диапазон измеряемой энергии нейтронов (от тепловых до 100 МэВ при разумных размерах замедлителей), хорошая селективность нейтронов на фоне других частиц, возможность детектирования нейтронов при наличии сильных электромагнитных полей и пр. В тоже время, спектрометры Боннера имеют недостаточное энергетическое разрешение; при малом числе сфер ошибки велики; измерения просты в реализации, но довольно длительны. Ниже приведен ряд оригинальных конструкций спектрометров.

Прибор для измерения нейтронного излучения на базе ПЭ сферы плотностью  $0,92 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , диаметром 7,5 см, окруженной экраном из Cd толщиной 1 мм (для исключения влияния прямых ТН), и кристалла  $^{6}\text{Li}(\text{Eu})$   $\varnothing 10\times 10 \text{ mm}^3$ , упакованного предприятием-изготовителем в Al контейнер толщиной 1 мм, разработан в [13]. Отверстие диаметром 18 мм для размещения сенсора в центре шара выполнено по его радиусу. Регистрирующее устройство устанавливалось в центр замедлителя с помощью ПЭ вкладыша  $\varnothing 18 \text{ mm}$ . Световод из оргстекла  $\varnothing 10\times 30 \text{ mm}^3$  обеспечивал уменьшение влияния полости в замедлителе, равномерное распределение света сцинтилляций по поверхности фотокатода, практическое полное собирание заряда на ФЭУ-60 и неплохое энергетическое разрешение пика ТН  $\sim 15\%$ . Схема шара-замедлителя приведена на рис. 3. На рис. 4 показана структурная схема датчика нейтронов, световода и сопутствующей электроники.

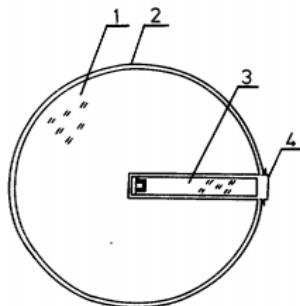


Рис. 3. Замедлитель

1- ПЭ шар; 2- Cd-экран; 3- вкладыш; 4- ПЭ заглушка

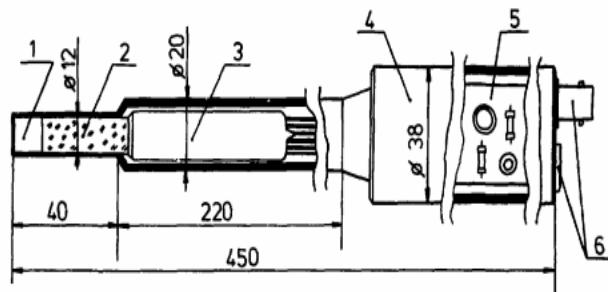


Рис. 4. Вкладыш

1-  $^{6}\text{Li}(\text{Eu})$  диаметром 10 мм; 2- световод; 3- ФЭУ; 4- корпус, 5- электроника, 6- сигнальные разъемы

В статье [14] экспериментальные данные получены в области энергии  $1 \text{ кэВ} \leq E_n \leq 3 \text{ МэВ}$ . Энергия нейтронов определялась методом времени пролета. В процессе исследований отработан оптимальный вариант прибора. Кристалл  $^{6}\text{Li}(\text{Eu})$  диаметром 16 мм, толщиной 2 и 4 мм помещался в капсулу из Al с толщиной дна 0,5 мм, стеклянным окном 0,5 мм и слоем отражателя  $\text{MgO} \leq 2 \text{ mm}$ . ФЭУ-71 имел кварцевое окно. Энергетическое разрешение устройства  $\sim 7\%$ .

В ОИЯИ (Россия) для регистрации нейтронов использовалась установка, приведенная на рис. 5 [12]. Сенсором замедленных нейтронов является кристалл  $^{6}\text{Li}(\text{Eu})$   $\varnothing 4,3 \text{ mm}$ , высотой 4,0 мм, соединенный с ФЭУ. Обогащение изотопом  $^{6}\text{Li}$  составляло 90%. Импульсы ФЭУ подаются на спектрометрический усилитель (СУ) и затем на многоканальный анализатор. В спектре импульсов спектрометра от нейтронов  $^{239}\text{PuBe}$  источника, средняя энергия которого  $E_{cp}=4,5 \text{ МэВ}$ , с замедлителем  $\varnothing 25 \text{ cm}$  доминирует пик ТН с разрешением 11,4%.

Отметим, что в экспериментальных исследованиях используются и другие сенсоры. Так, в ОИЯИ [11] малогабаритный детектор на основе  $^{10}\text{B}$  счетчика СНМ-14 длиной 153 мм с эффективностью к ТН 15% измеряет дозу нейтронов в интервале энергий 0,4 эВ – 20 МэВ. Введение поправочных коэффициентов, обусловленных ЭЗЧ, расширяет диапазон энергий до сотен МэВ. С учетом анизотропии максимально возможная погрешность может составлять 46%. Выходные импульсы устройства регистрируются либо в счетном режиме, либо поступают на дальнейшую обработку в соответствующие электронные устройства. Счетчик расположен внутри ПЭ комбинированного замедлителя, состоящего из двух разъемных ПЭ цилиндров с верхней полусферой, разделенных фольгой из Cd толщиной 1 мм, служащей для улучшения ЭЗЧ. Прибор предназначен для измерения широкого класса спектров нейтронов за защищенной ядерно-физических установок ОИЯИ. Конструкция детектора показана на рис. 6.

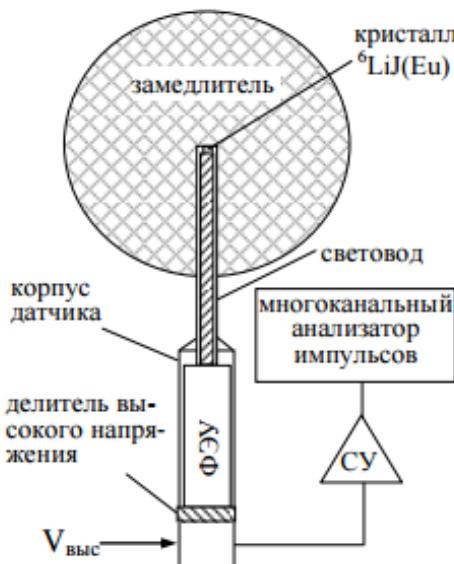
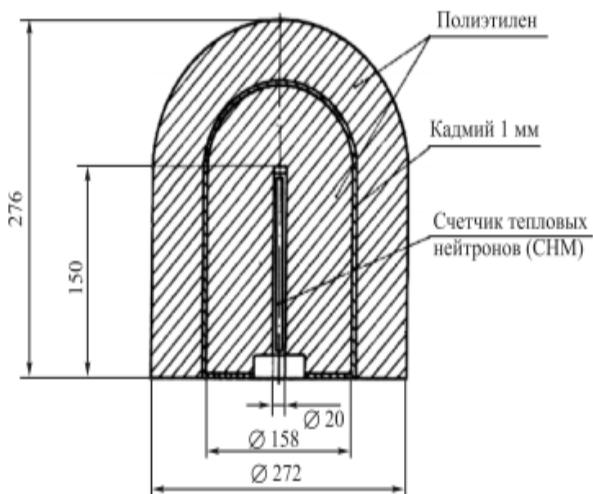


Рис. 5. Конструкция спектрометра

Рис. 6.  ${}^{10}\text{B}$ -счетчик в замедлителе

Высокочувствительный спектрометр Боннера GSF описан в [15]. Он основан на сферическом пропорциональном  ${}^3\text{He}$  счетчике SP90 производства Centronic Ltd. Счетчик диаметром 32 мм наполнен газом  ${}^3\text{He}$  до давления 172 кПа и криptonом до 100 кПа. Стенка счетчика изготовлена из нержавеющей стали 0,51 мм. Нейтроны регистрируются по реакции  ${}^3\text{He}(\text{n},\text{p}){}^3\text{H}$ . Для измерений в высокозергетических полях излучения спектрометр дополнен 22,5 см сферой со свинцовой прослойкой между диаметрами 7,5 и 11,25 см. Сравнение этих данных с функциями чувствительности, полученными на основе широко используемого детектора LiI (4×4 мм) показало, что чувствительность  ${}^3\text{He}$  спектрометра примерно на порядок выше. Рассчитанные события от высокозергетических нейtronов для детектора LiI указывают на некоторые неопределенности при интерпретации аппаратурного спектра и вычитании фона [15], что несущественно для  ${}^3\text{He}$  счетчика. Однако, по мнению [12], размеры SP90 «не столь малы, что создает трудности для замедлителей малого диаметра».

### ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ УСТРОЙСТВА

Полупроводниковые детекторы (ППД) характеризуются компактностью, высоким пространственным, времененным и энергетическим разрешением, линейной зависимостью амплитуды сигнала от энергии, высокой скоростью счета, измерением флюенса до  $10^{12} \text{ см}^{-2}$ , низкой чувствительностью к  $\gamma$ -фону. Параметром, определяющим качество детектора, является средняя энергия, расходуемая на образование пары первичных носителей заряда. Например, для Ge это 2,96, Si – 3,67, LiI(Eu) – 330 эВ. Ниже в [16-17] описан ряд удачных конструкций детекторов для нейтронных измерений. Статья [16] посвящена описанию устройств для регистрации ТН на основе ППД с покрытием  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$ ,  ${}^{157}\text{Gd}$ . В таблице 2 даны основные параметры конвертеров (E- энергия частицы, R- пробег, t- оптимальная толщина,  $\varepsilon^{\max}$ - максимальная эффективность). Недостатки - малая рабочая область  $\leq 100 \times 100 \text{ мм}^2$ , высокая эффективность только для  ${}^{157}\text{Gd}$ ; быстрое старение, исключая конвертер из Gd. В этой же публикации описан детектор, измеряющий параметры поля ТН с помощью реакции  $(\text{n},\gamma)$  и гибридной системы Cd-YAP-SIPM. YAP ( $\text{Y}_2\text{Al}_5\text{O}_{12}$ )- сцинтиллятор (время высыечивания  $\tau \sim 27 \text{ нс}$ ,  $\lambda_{\max} \sim 370 \text{ нм}$ ). SIPM- матрица ЛФД. Динамический диапазон ЛФД от 1 фотона,  $\lambda_{\max} = 400 \text{ нм}$ , размер  $(1 \times 1-6 \times 6) \text{ мм}^2$ , пиксель (25-100) мкм, усиление  $\sim 10^6$ , работа в магнитных полях до 15 Тл. Система Cd-YAP-SIPM в широкой области энергии нейтронов (1-200) МэВ имеет высокое временное разрешение, постоянную, но малую эффективность, низкое соотношение сигнал/фон.

Таблица 2  
Основные параметры конвертеров

| Ядро                | Заряж.<br>частица | E,<br>МэВ | R,<br>мкм | t,<br>мкм | $\varepsilon^{\max}$ ,<br>% |
|---------------------|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------------------|
| ${}^6\text{Li}$     | T                 | 2,7       | 130       | 97        | 10                          |
| ${}^{10}\text{B}$   | $\alpha$          | 1,47      | 3         | 3,5       | 4                           |
| ${}^{157}\text{Gd}$ | $e^-$             | <0,18     | 12        | 3         | 60                          |

Оптимальная толщина конвертера сравнима с максимальной длиной пробега в нем заряженной частицы или осколка. В [17] создан прототип детектора ТН на основе сцинтиллятора ZnS(Ag)/LiF толщиной 0,4 мм, шириной

В качестве конвертера применяется также кристалл ZnS(Ag) [3], имеющий высокую конверсионную эффективность (20-25)%, которая практически не зависит от энергии частиц. Чувствительность к  $\gamma$ -излучению низка. В публикации также описана возможность измерения параметров поля нейтронов с использованием покрытия из делящихся нуклидов ( ${}^{235}\text{U}$ ,  ${}^{239}\text{Pu}$ ,  ${}^{237}\text{Np}$ ,  ${}^{232}\text{Th}$ ,  ${}^{238}\text{U}$  и др.). Диапазон измерений плотности потока нейтронов от  $10^9$  до  $10^{15} \text{ н/см}^2 \text{ с}$ .

10 мм и световода из оргстекла  $3 \times 10 \times 200$  мм<sup>3</sup>. Чувствительность к  $\gamma$ -квантам  $\sim 10^{-6}$ , световой выход 160000 фотонов на нейtron. Вещество ZnS(Ar)/LiF малопрозрачно, что затрудняет съем светового сигнала. Поэтому в детекторе применен новый способ считывания света с помощью пластикового световода и лавинных фотодиодов (ЛФД) (производство КЕТЕК Со, чувствительная площадь  $3 \times 3$  мм<sup>2</sup>). При регистрации событий использована схема совпадений сигналов с двух ЛФД, позволяющая исключить даже слабые шумы.  $\epsilon_{\max} \sim 70\%$  достигается увеличением содержания LiF до 42%.

Еще одна возможность регистрации ТН связана с кристаллом-детектором Cd<sub>0,8</sub>Zn<sub>0,2</sub>Te и реакцией  $^{113}\text{Cd}(n,\gamma)^{114}\text{Cd}$  [18]. Естественный Cd содержит 12,26% изотопа  $^{113}\text{Cd}$ , сечение поглощения ТН которого  $\sim 20000$  барн. Взаимодействие сопровождается  $\gamma$ -излучением. Основная  $\gamma$ -линия 558,6 кэВ регистрируется этим же детектором. Эксперимент, проведенный с кристаллом  $3 \times 10 \times 10$  мм<sup>3</sup> в течение 9,5 часов, показал, что эффективность прибора равна  $(3,7 \pm 1.9)\%$ .

В спектрометрии нейтронов хорошо зарекомендовали себя кремниевые ППД [19]. Энергетическое разрешение для DT нейтронов  $\sim 1\%$ . Эффективность регистрации ТН  $\sim 10\%$ , а БН  $\sim 1\%$ . В толщине чувствительной области  $\sim 1,5$  мм под действием БН идут реакции  $^{28}\text{Si}(n,\alpha)^{25}\text{Mg}$  и  $^{28}\text{Si}(n,p)^{28}\text{Al}$ . Детектор регистрирует продукты реакций, образующиеся в его объеме.

Работы [20-21] посвящены разработке, созданию и тестированию перспективных типов приборов на основе Si ППД и Gd конверторов, как для практических ядерных исследований, так и персональной нейтронной дозиметрии. В [22] разработаны позиционно-чувствительные детекторы для нейтронной физики. В работе [23] рассмотрены особенности регистрации нейтронов с помощью ППД для регистрации гамма-излучения на основе Ge высокой чистоты и конвертора нейтронов в  $\gamma$ -кванты на основе Cd.

## МЕТОД ЯДЕР ОТДАЧИ

Спектрометрия нейтронов, использующая упругое n-p- рассеяние, базируется на простой однозначной зависимости энергии протона отдачи  $E_p$  от энергии падающего нейтрона и угла  $\theta_{np}$ . В нерелятивистском приближении (энергия  $\leq 20$  МэВ)  $E_p = E_n / \cos^2 \theta_{np}$ . При этом достигается высокое энергетическое разрешение, составляющее доли % [10]. Для  $E_n > 20$  МэВ сечение процесса падает. Открывается канал неупругого взаимодействия с ядрами углерода  $^{12}\text{C}(n,2n)^{11}\text{C}$  с порогом реакции 20,4 МэВ. Метод применим в диапазоне энергии  $\sim 100$  кэВ - нескольких сотен МэВ. При энергии десятки-сотни МэВ с высокой вероятностью происходит расщепление ядер с образованием заряженных частиц и фрагментов. Счетчики работают в  $\gamma$ -полях до 1 Р/час. Они чувствительны к e- и  $\gamma$ -излучению. Однако имеется возможность n- $\gamma$  разделения по форме импульса.

Для регистрации ядер отдачи используются пропорциональные счетчики, наполненные H<sub>2</sub> или CH<sub>4</sub>. Этим методом регистрируют нейтроны с энергией несколько десятков кэВ. Эффективность регистрации невелика  $\leq 1\%$ . Детектирование частиц  $E_n \sim (1-10)$  МэВ осуществляется, в основном, кристаллами стильбена H<sub>12</sub>C<sub>14</sub> ( $\lambda_{\max} = 410$  нм,  $\tau \sim 6 \cdot 10^{-9}$  сек) или жидким сцинтиллятором NE213 - H<sub>11</sub>C<sub>9</sub>. Эффективность регистрации нейтронов стильбеном толщиной 1 см  $\sim 60\%$  для  $E_n = 100$  кэВ и  $\sim 4\%$  при  $E_n = 10$  МэВ или (20% для RaBe источника). При этом обеспечивается скорость счета  $\leq 1,5 \cdot 10^5$  имп./с. Энергетическое разрешение  $\sim 150$  кэВ при регистрации d-d- и  $\sim 300$  кэВ для d-t нейтронов. Вычисление эффективности регистрации нейтронов в области энергий ниже 30 МэВ обычно проводят на основе кодов Монте-Карло. Есть и исключения. Так, на ускорителе SATURN эффективность в диапазоне (2-17) МэВ измерялась относительно стандартного детектора с использованием, в частности, реакций  $^3\text{H}(d,n)^4\text{He}$ ,  $^2\text{H}(d,n)^3\text{He}$ . Используются также твердые пластические сцинтилляторы на основе полистирола, полиметилметакрилата и др., время выесечивания которых несколько нс. Выход света пластических сцинтилляторов значительно меньше, чем у органических кристаллов. В [24] измерение характеристик поля БН провели на базе борсодержащего полистирольного сцинтиллятора. Вероятность регистрации БН источника PuBe  $\sim 1\%$ . В [25] исследован детектор нейтронов, содержащий кремниевый поверхностно-барьерный сенсор с толщиной обедненного слоя 420 мкм и использующий полиэтилен в качестве конвертера. Детектор работает по принципу регистрации непосредственно выбитых протонов отдачи. Испытан детектор на основе p-i-n фотодиода фирмы Hamamatsu и ПЭ конвертера, регистрирующий протоны отдачи [26]. Недостатком детекторов [25,26] является более низкая (на один-два порядка) радиационная стойкость по сравнению с материалами, имеющими большую ширину запрещенной зоны, а также ухудшение характеристик Si-детекторов при температуре выше комнатной.

## РЕАКЦИЯ (n,n'γ)

Конструкция высокоэффективного детектора нейтронов предложена в [27] для обнаружения несанкционированных радиоактивных веществ. Система в режиме on-line указывает на отсутствие или наличие нейтронов в исследуемом образце. Сравнительные измерения и анализ эффективности обнаружения проводились для БН изотопного источника  $^{239}\text{PuBe}$ . Исследовались оксидные сцинтилляторы, а также кристаллы NaI(Tl), CsI(Tl) и LiI(Eu). Блок-схема устройств показана на рис. 7 и 8. Обозначения следующие:

1 -  ${}^{239}\text{PuBe}$ ; 2 – исследуемый кристалл  $10 \times 10 \times 10 \text{ mm}^3$ ; 3 – ФЭУ R1306; 4 - и 5 - поглотитель ТН  $\text{GdO}$  в виде цилиндра  $\varnothing 40 \text{ mm}$  и крышки  $d=10 \text{ mm}$ ; 6- и 7- свинец  $d=40 \text{ mm}$  и  $4 \text{ mm}$ ; 8- ПЭ замедлитель  $\varnothing 150 \text{ mm}$ .

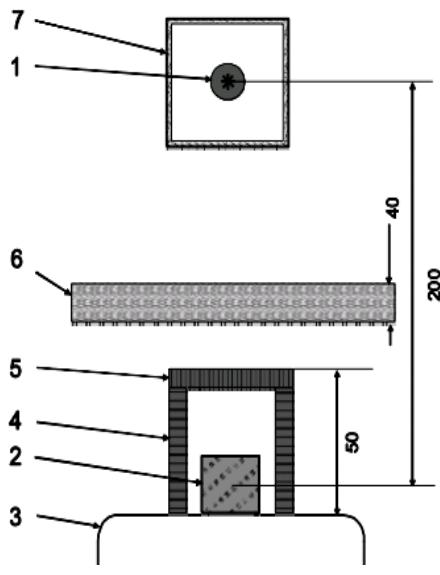


Рис. 7. Схема регистрации БН

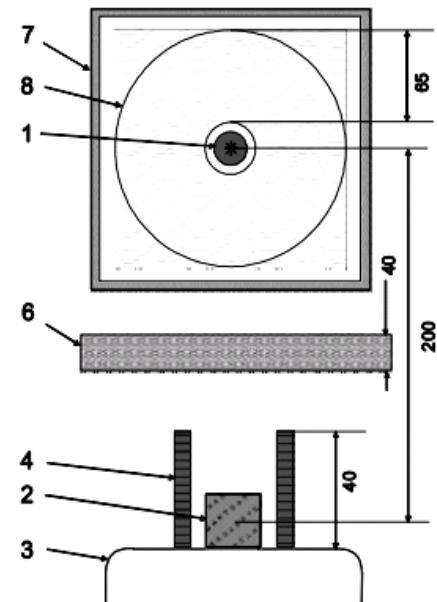


Рис. 8. Схема регистрации БН+ТН

Работа прибора основана на реакции неупругого рассеяния ( $n,n'\gamma$ ) на ядрах оксидных и полупроводниковых сцинтилляторов с регистрацией  $\gamma$ -квантов в определенном энергетическом окне. Экспериментально полученные эффективности регистрации БН оксидными сцинтилляторами с  $Z_{\text{эфф}} \geq 50$  достигают значений  $\sim(40\text{-}50)\%$ . Показана возможность детектирования ТН с эффективностью до 93%. Недостаток метода – чувствительность к  $\gamma$ -излучению.

## РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

На источнике ПИН облучение объектов планируется проводить БН. Для определения плотности потока разумно использовать метод протонов отдачи, который является традиционным и достаточно простым вариантом регистрации БН в диапазоне энергии  $<20 \text{ МэВ}$ . Для измерений БН подойдет и комплект сфер Боннера.

В то же время, параметры нейтронного поля можно получить и относительным способом, замедляя БН и используя высокоеффективные счетчики ТН. С этой точки зрения подходящими детекторами могли бы стать: ППД с конвертером из Gd ( $\epsilon^{\max} \sim 60\%$ ); газоразрядные  ${}^{10}\text{B}$ - и  ${}^3\text{He}$ -трубки ( $\epsilon^{\max} \sim 90\%$ ); устройства на базе кристаллов LiI(Eu) ( $\epsilon^{\max} \sim 98\%$ ). Но, эффективность ППД с конвертером из Gd на фоне остальных счетчиков заметно меньше. В силу замечаний, изложенных выше, высокоеффективные, классические  ${}^{10}\text{B}$ - и  ${}^3\text{He}$ -трубки, по-видимому, не совсем подходят для создания компактных устройств.

По сравнению с ППД и газонаполненными приборами сенсоры LiI(Eu) имеют большую эффективность регистрации ТН при меньших размерах [3], т.е. эти датчики, по-видимому, наиболее подходят для применения, в частности, в спектрометрах Боннера. Для оценки эффективности спектрометра (отношение количества зарегистрированных замедленных нейтронов к числу попавших на него быстрых частиц) и оценки потока БН необходима калибровка. С этой целью требуется поочередно замедлять БН  ${}^9\text{Be}(\text{d},\text{n})$  излучателя и эталонного  ${}^{239}\text{PuBe}$  источника шаровым ПЭ замедлителем и сравнивать результаты измерений на исследуемом и образцовом источниках в одинаковых экспериментальных условиях. Максимальное, наиболее достоверное значение ЭЗЧ для изотопного источника  ${}^{239}\text{PuBe}$  и  ${}^{252}\text{Cf}$  равное  $(0,197 \pm 0,014)$  и  $(0,210 \pm 0,013)$  имп.  $\text{нейtron}^{-1} \cdot \text{см}^2$  наблюдается для ПЭ шара диаметром 20 см [28]. Для 25 см шара величина ЭЗЧ практически та же самая для источника  ${}^{239}\text{PuBe}$  ( $0,190 \pm 0,010$ ) и заметно меньше для  ${}^{252}\text{Cf}$  ( $0,169 \pm 0,010$ ) имп.  $\text{нейtron}^{-1} \cdot \text{см}^2$ . Видно, что в обоих случаях диаметр 20 см наиболее предпочтителен. Поэтому для замедления БН и измерения потока нейтронов предлагается использовать ПЭ шару диаметром 20 см. В узком канале, проходящем через центр сферы, разместить ПЭ вкладыш с сенсором LiI(Eu), световодом, ФЭУ или ЛФД и выносным блоком электронных узлов или сферический  ${}^3\text{He}$  счетчик GSF SP90.

Что касается КИН, то авторы [1] заранее рассчитали параметры замедлителя БН, включая местоположение и размер пространства с максимальной плотностью потока замедленных нейтронов для размещения

облучаемого образца, а при необходимости и чувствительного детектора замедленных нейтронов. Здесь сенсором может также служить кристалл LiI(Eu).

## ВЫВОДЫ

Проанализирована возможность использования современных технологий для измерения параметров нейтронного излучения с целью создания на  ${}^9\text{Be}(\text{d},\text{n}){}^{10}\text{B}$  нейтронных генераторах относительно простого, компактного детектора нейтронов. Показано, что для измерения БН можно использовать упругое (n,p) рассеяние, либо комплект сфер Боннера. Для детектирования ТН перспективными устройствами являются одиночные ПЭ шары-замедлители с чувствительным датчиком ТН в центре. Одним из вариантов эффективного датчика может быть монокристалл LiI(Eu).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tsymbal V.A., Mosalitin N.D., Pismenetskiy S.A. et al. Optimization of the target arrangement for the neutron source for the best producing  ${}^{99}\text{Mo}$  // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". – 2009. - No.880. - P.45-50. (in Russian)
2. Dovbnya A.N., Tsymbal V.A., Stoyanov A.F. et al. Portable neutron generator for treatment of oncological illnesses // Problems of atomic science and technology. - Seriya «Yaderno-fizicheskie issledovaniya». - 2016. – No.3(103). - P. 84-86.
3. Kramer-Ageev E.A. Experimental methods of neutron investigations. - Moskva: Energoatomizdat, 1990. – 301p. (in Russian)
4. Aleinikov V.E., Archipov V.A., Beskrovnyaya L.G. Comparative studies of the characteristics of neutron detectors when working with a high level of  $\gamma$ -radiation // P16-97-158. - Dubna. - 1997. - 10 p.
5. Baranochnikov M.L. Receivers and detectors of radiations. - Moskva: DMK Press, 2012. - 634 p.
6. Bekurtz K., Virtz K. Neutron Physics. - Moskva: Atomizdat, 1968. - 456 s.
7. Buki A.Yu., Kalenik S.A. Calculation of simple cylindrical moderator for the detector of neutrons // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". – 2012. - No.1001. – P. 35-42.
8. Detectors of nuclear radiations on the basis of diamonds without nitrogen // www.uralalmazinvest.ru/index.php?option=com\_content&view=article&id=56%
9. Almaviva S., Marinelli M, Scoccia M. et al. Thermal and fast neutron detection in CVD single-crystal diamond detectors // J. Appl. Phys. - 2008. - Vol. 103. - 054501. - P. 1-7.
10. Aleinikov V.E., Gerd V.P., Komochkov M.M. Neutron spectra behind protection of proton accelerators // IAEA-SM-167/27. - Vol. 1.
11. Aleinikov V.E., Beskrovnyaya L.G., Mokrov Y.V. Study of the possibility of measuring  ${}^{10}\text{B}$  neutron counter in a combine moderator neutron dose // INR P16-2008-46. - Dubna. - 20 p.
12. Timoshenko G.N. Methods of experimental nuclear physics. - Dubna 2. - 178 p.
13. Belogorlov E.A., Britvich G.I., Krupniy G.I. et al. Metadological issues of application of Bonner spectrometers in a radiation research // IFVE 85-3. – Serpuhov, 1985. - 22 p.
14. Aleksandrov B.M., Blinov M.V., Boikov G.S. et al. Determination of the spectral shape spontaneous fission neutrons  ${}^{252}\text{Cf}$  in the range 1-3000 keV // Otchet IAEA №2048. – Leningrad, 1981. - 50 p. (in Russian)
15. Sannikov A.V. Development of neutron spectrometers methods for large proton accelerators // IFVE. - 2006-21. - Protvino. - 2006. - 23 p. (in Russian)
16. Illin D. Modern position sensitive neutron detectors. - «FKC», 2011. - 36 p.
17. Marin V.N., Cadikov R.A., Nedorezov V.G. et al. New type of scintillation detectors of thermal neutrons on the base ZnS(Ar)/LiF and avalanche photodiodes // INR RAS 1401/2015. – Moskva, 2015. - 12 p.
18. McGregor D.S. Thermal neutron detection with Cadmium Zinc Telluride Semiconductor detectors // NIM. - 1996. - A 381. - P. 498-501.
19. Kovalchuk V.D., Trotsik V.I. Diamond detector as a fast neutron spectrometer // PTE. - 1995. – No.1. - P. 29-34.
20. Takahiko A., Yasushi O., Kiyonari H., Chizuo M. A neutron detector using PIN photodiodes for personal neutron dosimetry // NIM. – 1992. - A314. - P. 590-594.
21. Bochek G.L., Deiev O.S., Kiprich S.K. et al. Registration of the thermal neutrons using uncooled planar detector // Problems of atomic science and technology. - Series "Nuclear Physics Investigations" - 2016. – No.4. - P. 107-112.
22. Bruckner G., Rauch H. A Position sensitive Gd detector for thermal neutrons // J. Neutron Research. - 1996. - Vol.4. - P. 141-147.
23. Kutniy D.V., Kutniy V.E., Odeychuk N.P. et al. Use of the active well coincidence counter for the semiconductor neutron detector development // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". – 2008. - No.823. – P. 71-77.
24. Britvich G.I., Vasilchenko V.G., Galitskiy Y.V. et al. Prototype of a neutron detector based on a boron-counting plastic scintillator // PTI. - 2004. – No.5. - P. 5-19.
25. Filhoetal T.M. Development of neutron detector using the surface barrier sensor with polyethylene (n,p) converter // NIM. - 2001. – A 485. - P. 441-447.
26. Mesquita C.H. Development of neutron detector using the PIN photodiode with polyethylene (n,p) converter // IEEE. - 2002. - Vol. 50. – No.4. - P. 1170-1174.
27. Ryzhikov V. New method of effective registration of fast neutrons by scintillation detectors // www.2012.ismart.kharkov.ua/presentations/20/23\_11-00\_Ryzhikov.pdf
28. Aleinikov V.E., Archipov V.A., Beskrovnyaya L.G. et al. Sensitivity of thermal neutron detectors with moderators // INR P16-81-393. - Dubna. - 1981. (in Russian)

PACS: 11.15, 11.30, 12.15, 41.20, 98.56

## A NEW SYMMETRY OF ELECTROWEAK LAGRANGIAN

**K.K. Merkotan, T.M. Zelentsova, N.O. Chudak, D.A. Ptashynskiy, V.V. Urbanevich,  
O.S. Potiienko, V.V. Voitenko, O.D. Berezovskyi, I.V. Sharph, V.D. Rusov**

*Odessa National Polytechnic University  
1, Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine  
E-mail: [sharp@ukr.net](mailto:sharp@ukr.net)*  
Received March 12, 2018

Problems of the Standard Model, associated with the introduction of an electromagnetic field as a linear combination of fields on which various gauge groups representations are implemented, are analyzed. In this paper, we pay attention to the fact that in any model with gauge fields, the generators which are included in the covariant derivatives can be given only up to the transition to the equivalent representation. It is proposed that dynamic models with equivalent representations of generators should be physically equivalent. It means the requirement of the Lagrangian symmetry with respect to the transition from one equivalent generators representations to another. In particular, in the Lagrangian of the Standard Model, we have raising and lowering SU(2) group generators. The group multiplication law determines only the matrix elements modules of these generators while the arguments remain uncertain. In the paper, such uncertainty is considered as a local one. At different points of space-time, generators can be expressed in various equivalent representations. The compensation of the uncertain matrix elements arguments of the SU(2) group generators can be carried out with a local U(1) - transformation with the introduction of the corresponding gauge field, which can be considered as the electromagnetic field. The advantages of such electromagnetic field introduction in comparison with the method used in the Standard Model are analyzed.

**KEY WORDS:** non-Abelian gauge fields, electroweak interaction, Standard Model, local U(1) – symmetry of SU(2) group generators, W and Z – bosons.

### НОВА СИМЕТРІЯ ЕЛЕКТРОСЛАБКОГО ЛАГРАНЖІАНУ

**К.К. Меркотан, Т.М. Зеленцова, Н.О. Чудак, Д.А. Пташинський, В.В. Урбаневич, О.С. Потієнко,  
В.В. Войтенко, О.Д. Березовський, І.В. Шарф, В.Д. Русов**  
*Одеський національний політехнічний університет*

*Пр. Шевченка 1, Одеса, 65044, Україна*

Аналізуються проблеми стандартної моделі, пов'язані з введенням електромагнітного поля як лінійної комбінації полів, на яких реалізуються представлення різних калібрувальних груп. В роботі звертається увага на те що в будь-якій моделі із калібрувальними полями, генератори, які входять до коваріантних похідних, можуть бути задані лише з точністю до переходу до еквівалентного представлення. Пропонується вважати що динамічні моделі з еквівалентними представленнями генераторів повинні бути фізично еквівалентними. Це означає вимогу симетрії лагранжіану відносно переходу від одного з еквівалентних представлень генераторів до іншого. Зокрема в лагранжіані стандартної моделі маємо підвищуючий і понижуючий генератори групи SU(2). Закон групового множення визначає лише модулі матричних елементів цих генераторів, в той час як аргументи залишаються невизначеними. В роботі така невизначеність розглядається як локальна. В різних точках простору-часу генератори можуть задаватися в різних еквівалентних представленнях. Компенсація невизначених аргументів матричних елементів генераторів групи SU(2) може бути проведена за допомогою локального U(1) - перетворення з введенням відповідного калібрувального поля, яке може розглядатися як електромагнітне. Аналізуються переваги такого введення електромагнітного поля у порівнянні з методом, використаним в стандартній моделі.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** неабелеві калібрувальні поля, електрослабка взаємодія, стандартна модель, локальна U(1) - симетрія генераторів групи SU(2), W i Z - бозони.

### НОВАЯ СИММЕТРИЯ ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ЛАГРАНЖИАНА

**К.К. Меркотан, Т.Н. Зеленцова, Н.А. Чудак, Д.А. Пташинский, В.В. Урбаневич, А.С. Потиенко,  
В.В. Войтенко, А.Д. Березовский, И.В. Шарф, В.Д. Русов**  
*Одесский национальный политехнический университет*

*Пр. Шевченка 1, Одесса, 65044, Украина*

Анализируются проблемы стандартной модели, связанные с введением электромагнитного поля как линейной комбинации полей, на которых реализуются представления разных калибровочных групп. В работе обращается внимание на то, что в любой модели с калибровочными полями, генераторы, входящие в ковариантные производные, могут быть заданы только с точностью до перехода к эквивалентному представлению. Предлагается считать, что динамические модели с эквивалентными представлениями генераторов должны быть физически эквивалентными. Это означает требование симметрии лагранжиана относительно перехода от одного из эквивалентных представлений генераторов к другому. В частности, в лагранжиане стандартной модели имеем повышающий и понижающий генераторы группы SU(2). Закон группового умножения определяет только модули матричных элементов этих генераторов, в то время как аргументы остаются неопределенными. В работе эта неопределенность рассматривается как локальная. В разных точках пространства - времени генераторы могут задаваться в разных эквивалентных представлениях. Компенсация неопределенных аргументов матричных элементов генераторов группы SU(2) может быть проведена с помощью локального U(1)-преобразования с

введением соответствующего калибровочного поля, которое может рассматриваться как электромагнитное. Анализируются преимущества такого введения электромагнитного поля по сравнению с методом, использованным в стандартной модели.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** неабелевые калибровочные поля, электрослабое взаимодействие, стандартная модель, локальная  $U(1)$  - симметрия генераторов группы  $SU(2)$ ,  $W$  и  $Z$  - бозоны.

З нашої точки зору, суттєві проблеми стандартної моделі породжуються введенням електромагнітного поля як лінійної комбінації [1-5]

$$A_\beta(x) = \sin(\theta_W) A_{\beta,g=3}(x) + \cos(\theta_W) B_\beta(x). \quad (1)$$

Тут  $A_\beta(x)$  – польові функції електромагнітного поля,  $\beta$  – лоренцевий індекс,  $A_{\beta,g}(x)$  – польові функції калібрувального поля, що відновлює локальну  $SU(2)$  – симетрію,  $g$  – внутрішній індекс,  $B_\beta(x)$  – калібрувальне поле, що відновлює в моделі Вайнберга, Салама, Глешоу  $U(1)$  – локальну симетрію,  $\theta_W$  – кут Вайнберга. Локальна  $SU(2) \otimes U(1)$  – симетрія лагранжіану стандартної моделі забезпечена вже на етапі введення полів  $A_{\beta,g}(x)$  і  $B_\beta(x)$  із відповідними подовженнями похідних і законами перетворення цих полів щодо локальних калібрувальних перетворень. Звичайно, будь які подальші заміни польових функцій, і зокрема заміна (1), вже не впливають на наявність локальної  $SU(2) \otimes U(1)$  – симетрії. В цьому сенсі можна сказати що локальна  $U(1)$  – симетрія може бути забезпечена і без введення електромагнітного поля як «нової змінної» за допомогою співвідношення (1), залишаючи лагранжіан стандартної моделі в «старих змінних»  $A_{\beta,g}(x)$  і  $B_\beta(x)$ . Введення електромагнітного поля за допомогою співвідношення (1), таким чином, не має функцію встановлення локальної  $U(1)$  – симетрії, а  $\epsilon$ , на наш погляд, вимушеним кроком, пов’язаним із тим що  $U(1)$  – калібрувальне поле  $B_\beta(x)$  має властивості, які не дозволяють інтерпретувати його як електромагнітне. Зокрема воно взаємодіє з полем Хігса і набуває масу, а також однаково взаємодіє з обома компонентами ферміонних дублетів слабкого ізоспіну. Наприклад, взаємодіє як з електронами так і з нейтрино. Оскільки традиційний опис електромагнітного поля тісно пов’язаний саме з тією обставиною, що воно встановлює локальну  $U(1)$  – інваріантність, зазначена зміна функції цього поля, спричиняє на нашу думку ряд теоретичних проблем стандартної моделі, які будуть розглянуті далі. Розглянемо згадані проблеми детальніше.

Перша проблема, що супроводжує розклад (1) полягає, на наш погляд, в тому, що динамічні рівняння для електромагнітного поля залежатимуть від обрання калібрування  $SU(2)$  – полів. Дійсно частина лагранжіану електрослабкої теорії, що містить польові функції електромагнітного поля може бути записана в виді:

$$L_A^{int} = L_A^0 + \sum_{k=1}^6 L_{A,k}^{int}, \quad (2)$$

де

$$L_A^0 = -\frac{1}{4} g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} \left( \frac{\partial A_\gamma(x)}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial A_\alpha(x)}{\partial x^\gamma} \right) \left( \frac{\partial A_\tau(x)}{\partial x^\beta} - \frac{\partial A_\beta(x)}{\partial x^\tau} \right), \quad (3)$$

$$L_{A,1}^{int} = -\frac{i}{2} e g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} A_\beta(x) \left( \frac{\partial W_\gamma^+(x)}{\partial x^\alpha} W_\tau^-(x) - \frac{\partial W_\gamma^-(x)}{\partial x^\alpha} W_\tau^+(x) \right), \quad (4)$$

$$L_{A,2}^{int} = -\frac{i}{2} e g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} A_\alpha(x) \left( W_\tau^+(x) \frac{\partial W_\gamma^-(x)}{\partial x^\beta} - W_\tau^-(x) \frac{\partial W_\gamma^+(x)}{\partial x^\beta} \right), \quad (5)$$

$$L_{A,3}^{int} = \frac{1}{2} e^2 g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} A_\alpha(x) A_\tau(x) W_\gamma^+(x) W_\beta^-(x), \quad (6)$$

$$L_{A,4}^{int} = \frac{1}{2} e^2 ctg(\theta_W) g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} \left( Z_\alpha^0(x) W_\beta^-(x) W_\gamma^+(x) A_\tau(x) + A_\alpha(x) W_\beta^-(x) W_\gamma^+(x) Z_\alpha^0(x) - 2 W_\alpha^+(x) W_\beta^-(x) A_\gamma(x) Z_\tau^0(x) \right), \quad (7)$$

$$L_{A,5}^{int} = -\frac{1}{2} e^2 g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} W_\alpha^+(x) W_\beta^-(x) A_\gamma(x) A_\tau(x), \quad (8)$$

$$L_{A,6}^{int} = \frac{i}{4} e g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} \left( \frac{\partial A_\gamma(x)}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial A_\alpha(x)}{\partial x^\gamma} \right) \left( W_\beta^+(x) W_\tau^-(x) - W_\beta^-(x) W_\tau^+(x) \right). \quad (9)$$

Тут  $e$  – константа електромагнітної взаємодії,  $\alpha, \beta, \gamma, \tau$  – лоренцеві індекси,  $g^{\alpha\beta}, g^{\gamma\tau}$  – компоненти тензору Мінковського,  $Z_\gamma^0$  – поле  $Z$ -бозонів,  $W_\beta^+(x)$  і  $W_\tau^-(x)$  – функції, що описують поле  $W$ -бозонів:

$$W_\beta^+(x) = A_{\beta,g_1=1}(x) - i A_{\beta,g_1=2}(x), \quad W_\beta^-(x) = A_{\beta,g_1=1}(x) + i A_{\beta,g_1=2}(x). \quad (10)$$

Як видно з співвідношень (4)-(9), електромагнітне поле входить в лагранжіан взаємодії із множниками, що не є інваріантними відносно локальних  $SU(2)$ -перетворень. Решта доданків, які відновлюють локальну  $SU(2) \otimes U(1)$ -інваріантність повного лагранжіану не залежать від поля  $A_\beta(x)$  і тому не впливатимуть на динамічні рівняння цього поля. Доданок (9) можна інтерпретувати як внесок в лагранжіан взаємодії електромагнітного поля із полем  $W^\pm$ -бозонів. Але його не можна розглядати як результат «подовження» похідної. Це є формальним проявом того, про що йшлося вище: введення електромагнітного поля (1) позбавляє це поле функції відновлення локальної  $U(1)$ -інваріантності.

Інша проблема пов'язана із законом перетворення електромагнітного поля при локальному  $SU(2) \otimes U(1)$ -перетворенні. Застосуємо таке перетворення до полів, що входять в (1). При цьому позначимо сукупність трьох параметрів  $SU(2)$ -перетворення як  $\vec{\theta}(x) = (\theta_1(x), \theta_2(x), \theta_3(x))$ , а параметр  $U(1)$ -перетворення – як  $\theta(x)$ . Запишемо в новій калібраторії співвідношення, аналогічне (1), позначаючи відповідні польові конфігурації так само як і в (1), але «із штрихом»:

$$A'_\beta(x) = \sin(\theta_W) A'_{\beta,3}(x) + \cos(\theta_W) B'_\beta(x). \quad (11)$$

Користуючись законами перетворення неабелевого та абелевого полів отримаємо:

$$\begin{aligned} A'_\beta(x) &= \sin(\theta_W) D_{3,3}(\vec{\theta}(x)) \left( \frac{\partial \theta_3(x)}{\partial x^\beta} + A_{\beta,3}(x) \right) + \\ &+ \sin(\theta_W) D_{3,2}(\vec{\theta}(x)) \left( \frac{\partial \theta_2(x)}{\partial x^\beta} + A_{\beta,2}(x) \right) + \\ &+ \sin(\theta_W) D_{3,1}(\vec{\theta}(x)) \left( \frac{\partial \theta_1(x)}{\partial x^\beta} + A_{\beta,1}(x) \right) + \\ &+ \cos(\theta_W) B_\beta(x) + \cos(\theta_W) \frac{\partial \theta(x)}{\partial x^\beta}. \end{aligned} \quad (12)$$

Тут  $D_{g_1,g_2}(\vec{\theta}(x))$ ,  $g_1, g_2 = 1, 2, 3$  – елементи матриць приєднаного представлення групи  $SU(2)$ . Враховуючи (1) отримаємо для електромагнітного поля складний закон перетворення

$$\begin{aligned} A'_\beta(x) &= A_\beta(x) + \sin(\theta_W) D_{3,2}(\vec{\theta}(x)) \left( \frac{\partial \theta_2(x)}{\partial x^\beta} + A_{\beta,2}(x) \right) + \\ &+ \sin(\theta_W) D_{3,1}(\vec{\theta}(x)) \left( \frac{\partial \theta_1(x)}{\partial x^\beta} + A_{\beta,1}(x) \right) + \\ &+ (1 - D_{3,3}(\vec{\theta}(x))) \cos(\theta_W) B_\beta(x) + \\ &+ \cos(\theta_W) \frac{\partial \theta(x)}{\partial x^\beta} + \sin(\theta_W) D_{3,3}(\vec{\theta}(x)) \frac{\partial \theta_3(x)}{\partial x^\beta}, \end{aligned} \quad (13)$$

який суттєво відрізняється від відомого з електродинаміки закону перетворення, що є закономірним наслідком присутності в (1) неабелевого доданку. У зв'язку із цим виникає питання, яким чином можуть бути побудовані величини, що спостерігаються – напруженості електричного і магнітного полів, бо для цього потрібно знайти вирази, які б не залежали ані від калібрування  $SU(2)$ - поля, ані від калібрування  $U(1)$ - поля.

Отже ввести електромагнітне поле за допомогою співвідношення (1) не «зруйнувавши» відомий і багаторазово експериментально перевірений опис електромагнітного поля, схоже неможливо. Тому в цій роботі ми пропонуємо дещо інший підхід до опису електрослабкої взаємодії, який не «руйнує» звичайний опис електромагнітного поля.

Сформулюємо основні принципи побудови моделі що пропонується. Звичайна процедура побудови локально симетричних лагранжіанів за допомогою заміни звичайних похідних на оператори коваріантних похідних забезпечує інваріантність лагранжіану відносно перетворень полів при певному виборі представлення генераторів. Цей вибір представлення генераторів визначається представленням, за яким перетворюються польові функції, до яких застосовується оператор коваріантної похідної. Однак закон перетворення польових функцій не визначає вибір представлення генераторів з множини еквівалентних між собою представлень.

Зокрема поля  $W^\pm$  – бозонів входять до лагранжіану стандартної моделі з підвищуючим та понижуючим генераторами фундаментального представлення групи  $SU(2)$ . Оскільки єдиною характеристикою групи є закон групового множення, який визначає комутаційні співвідношення між генераторами представлень групи, то єдиним способом знаходження матричних елементів цих генераторів є застосування цих комутаційних співвідношень. Однак комутаційні співвідношення між генераторами групи  $SU(2)$  визначають лише модулі матричних елементів підвищуючого і понижуючого генераторів, в той час як їх аргументи залишаються невизначеними. Різний вибір цих аргументів призведе до еквівалентних між собою представень генераторів, тобто таких, які зводяться одне до одного певним перетворенням базису в просторі представлення. При цьому, з одного боку, на нашу думку, не існує якихось фізичних принципів, які б визначали певний вибір одного представлення з множини еквівалентних представень. Жодне з них не є «кращим» за інші. З іншого боку, ніщо не заважає обирати в різних точках простору-часу різні еквівалентні представлення, і зазначена невизначеність аргументів є локальною. Це означає, що ті доданки лагранжіану стандартної моделі, які містять підвищуючий і понижуючий генератори разом із ними містять і принципово невизначені фазові множники. Звичайно, лагранжіан не повинен залежати від того чи іншого обрання цих множників, тому він повинен бути симетричним відносно перетворення яке їх компенсує. Суттєво, що це перетворення передбачає різні локальні  $U(1)$  – перетворення для різних компонент ферміонного дублету слабкого ізоспіну. Наприклад, ми можемо застосувати таке компенсуюче перетворення для електрон-позитронного поля і ніяк не перетворювати нейтринне поле. Тоді для досягнення симетрії доведеться «подовжувати» похідні в електрон-позитронній частині лагранжіану і не доведеться робити це в нейтринній частині. Відповідно, калібрувальне поле, яке таким чином з'явиться в лагранжіані, буде по-різному взаємодіяти з компонентами ферміонного дублету, що відповідає тому експериментальному факту, що вони мають різний електричний заряд. окрім того, суттєвою обставиною є те, що лагранжіан стандартної моделі не містить слабкого току поля Хіггса. Тому лагранжіан взаємодії поля Хіггса з калібрувальними полями не містить генераторів, а відтак – не містить зазначеної невизначеності в аргументі. Тому розглянуте компенсуюче  $U(1)$  – перетворення не стосуватиметься поля Хіггса. Відтак при проведенні цього перетворення не доведеться «подовжувати» похідні від поля Хіггса і введене таким чином  $U(1)$  – калібрувальне поле не взаємодіятиме із полем Хіггса і не набуватиме маси. Таким чином, таке  $U(1)$  – калібрувальне поле, не призводитиме до тих проблем, які розглядалися вище для  $U(1)$  – калібрувального поля стандартної моделі  $B_\beta(x)$ . Отже воно має всі властивості «звичайного» електромагнітного поля і, зокрема той самий закон перетворення при локальному  $U(1)$  – перетворенні. Це дозволяє побудувати для нього звичайним чином спостережні величини – компоненти напруженості електричного поля і індукції магнітного поля, на відміну від поля (1) стандартної моделі. Також з подальших міркувань буде видно, що динамічні рівняння для цього поля не залежать від обрання калібрування для неабелева поля  $A_{\beta,g}(x)$ .

Наскільки ми розуміємо, при побудові лагранжіану стандартної моделі невизначеність представень генераторів не була врахована. Це призводить до того, що якщо застосувати до різних ферміонних полів різні локальні  $U(1)$  – перетворення, то інваріантність лагранжіану буде не відновлюватися як в нашій моделі, а навпаки – порушуватися. Тому  $U(1)$  – калібрувальне поле стандартної моделі «вимушено» однаково взаємодіяти з усіма ферміонними полями і полем Хіггса, що породжує проблеми, які призводять до введення електромагнітного поля за формулою (1). Описана модель призводить до лагранжіану, який має додаткову симетрію у порівнянні із лагранжіаном стандартної моделі. Дійсно, якщо застосувати перетворення, яке складається з локального переходу до еквівалентного представлення підвищуючого і понижуючого генераторів одночасно з компенсуючими локальними  $U(1)$  – перетвореннями ферміонних полів, то лагранжіан залишатиметься незмінним. Таку симетрію можна назвати симетрією відносно заміни еквівалентних

представлень генераторів.

Розглянемо тепер описаний підхід більш докладно. При цьому розглянемо його спочатку в межах «старої» стандартної моделі, в якій нейтрино розглядалися як безмасові частинки, які представляються лише лівими спінорами. Далі ми обговоримо, як можна змінити цей підхід з урахуванням встановленого факту нейтринних осциляцій [6-8].

Метою даної роботи є альтернативний до стандартної моделі спосіб введення електромагнітної взаємодії, який буде позбавлений вказаних вище проблем.

### СИМЕТРІЯ ЛАГРАНЖІАНУ НЕАБЕЛЕВОЇ КАЛІБРУВАЛЬНОЇ МОДЕЛІ ВІДНОСНО ЕКВІВАЛЕНТНИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЬ ГЕНЕРАТОРІВ

Розглянемо неабелеве калібрувальне поле в матричному виді (матриці на відміну від чисел будемо позначати «шляпкою»):

$$\hat{A}_\beta(x) = A_{\beta,g_1}(x)\hat{t}_{g_1}. \quad (14)$$

Тут  $\hat{t}_{g_1}$  – генератори довільного представлення калібрувальної групи. Якщо обирати у якості  $\hat{t}_{g_1}$  різні набори генераторів, то змінюватися буде тільки вираз для лагранжіану взаємодії калібрувального поля з ферміонними полями, але не лагранжіан самого неабелевого калібрувального поля. Вибір генераторів  $\hat{t}_{g_1}$  продиктовано представленням калібрувальної групи на ферміонних полях. Але цей вибір фіксується лише з точністю до еквівалентного представлення. З фізичної точки зору природно вимагати, щоб динамічні моделі, в яких поля (14) «натягаються» на генератори еквівалентних представлень призводили до фізично еквівалентних результатів. При цьому формально ці моделі не можуть бути зведені одна до одної жодним перетворенням локальної калібрувальної групи, з якою пов'язане поле (14). Дійсно, закони таких перетворень знаходяться таким чином, щоб лагранжіан не змінювався при цих перетвореннях за певного вибору генераторів. Тому жодним перетворенням локальної калібрувальної групи, неможливо змінити вираз для генераторів цієї групи, що входять в лагранжіан. Звідси виникає необхідність змінення лагранжіану таким чином, щоб забезпечити симетрію відносно переходу від генераторів одного еквівалентного представлення до іншого. Вибір того чи іншого еквівалентного представлення може бути локальним - в різних точках простору-часу можна користуватись генераторами різних еквівалентних представлень. Це означає, що мова йде про додаткову локальну симетрію лагранжіану. Далі буде показано, що у випадку пов'язаної із слабкою взаємодією локальної групи  $SU(2)$  така додаткова симетрія є локальною  $U(1)$  – симетрією, що дозволяє забезпечити її шляхом введення електромагнітної взаємодії. Розглянемо більш докладно реалізацію цього плану. При цьому спочатку розглянемо введення електромагнітної взаємодії.

Розглянемо введення електромагнітної взаємодії. Розглянемо більш докладно реалізацію цього плану. При цьому спочатку розглянемо введення електромагнітної взаємодії.

Введемо спочатку наступні позначення. Біспінорне поле позначатимемо  $\psi_{s_1}(x)$ , де  $s_1 = 1, 2, 3, 4$  – біспінорний індекс. Сукупність всіх чотирьох компонент цього поля розглядатимемо як стовпець, який будемо позначати  $\hat{\psi}(x)$ . Будемо розглядати це біспінорне поле в кіральному представленні:

$$\hat{\psi}(x) = \begin{pmatrix} \hat{\psi}_R(x) \\ \hat{\psi}_L(x) \end{pmatrix} \quad (15)$$

Тут  $\hat{\psi}_R(x)$  і  $\hat{\psi}_L(x)$  - правий і лівий двокомпонентні спінори, які при перетвореннях Лоренца, що не містять інверсій просторових вісів перетворюються за правим і лівим спінорними представленнями відповідно. Будемо представляти біспінор (15) в виді

$$\hat{\psi}(x) = \hat{\psi}^R(x) + \hat{\psi}^L(x), \quad (16)$$

де

$$\hat{\psi}^R(x) = \begin{pmatrix} \hat{\psi}_R(x) \\ \hat{0} \end{pmatrix}, \hat{\psi}^L(x) = \begin{pmatrix} \hat{0} \\ \hat{\psi}_L(x) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

і  $\hat{0}$  - двокомпонентний стовпець із нульовими елементами. Звернемо увагу на те, що тут і далі ми використовуємо індекси  $R$  і  $L$  зверху, для позначення чотирикомпонентних біспінорних стовпців, в яких ліві компоненти для  $R$  і праві для  $L$  дорівнюють нулю. Нижні індекси  $R$  і  $L$  будемо використовувати для позначення двокомпонентних величин, які перетворюються за правим і лівим спінорними представленнями власної групи Лоренца. Далі, розглянемо два типи лівих біспінорних полів  $\hat{\psi}_{I_3}^L(x), I_3 = \pm 1/2$ , де  $I_3$  –

позначає третю компоненту слабкого ізоспіну. При цьому вважатимемо, що поле  $\hat{\psi}_{I_3=1/2}^L(x)$  відповідає електронному нейтрино, а  $\hat{\psi}_{I_3=-1/2}^L(x)$  – лівій частині електронного біспінору в сенсі розкладу (17). Тому окрім введених позначень будемо користуватись ще такими

$$\hat{\psi}_{I_3=1/2}^L(x) = \hat{v}_e(x), \hat{\psi}_{I_3=-1/2}^L(x) = \hat{e}^L(x). \quad (18)$$

Також позначатимемо  $\hat{e}^R(x)$  – праву частину електронного біспінору, а весь цей біспінор

$$\hat{e}(x) = \hat{e}^L(x) + \hat{e}^R(x) \quad (19)$$

Як зазвичай позначатимемо біспінор, діраківські спряжений до біспінору  $\hat{\psi}$  як  $\hat{\bar{\psi}}$ . Окрім того, введемо такі позначення:  $g$  – константа зв'язку слабкої взаємодії,  $\hat{\sigma}_1/2, \hat{\sigma}_2/2, \hat{\sigma}_3/2$  – генератори представлення групи  $SU(2)$  самими  $SU(2)$  – матрицями. Генератори  $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3$  – можна представити матрицями Паулі, але для наших подальших цілей буде зручніше не фіксувати явний вид генераторів доти, доки це є можливим, і користуватися лише їх властивостями, що витікають з закону групового множення. Зокрема – комутаційними співвідношеннями.

Лагранжіан взаємодії біспінорних полів із калібрувальним полем, яке відновлює локальну  $SU(2)$  – симетрію при переході від дійсних полів  $A_{\beta, g_1=1}(x)$  і  $A_{\beta, g_1=2}(x)$  до комплексних полів (10), приймає вид:

$$\begin{aligned} L_A^{int} = & \frac{g}{2} W_\beta^+(x) \left( \hat{\bar{\psi}}_{(I_3)_1}^L(x) (\hat{\sigma}_+)_{(I_3)_1}, (I_3)_2 \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}_{(I_3)_2}^L(x) \right) + \\ & + \frac{g}{2} W_\beta^-(x) \left( \hat{\bar{\psi}}_{(I_3)_1}^L(x) (\hat{\sigma}_-)_{(I_3)_1}, (I_3)_2 \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}_{(I_3)_2}^L(x) \right) + \\ & + \frac{g}{2} A_{\beta, 3}(x) \left( \hat{\bar{\psi}}_{(I_3)_1}^L(x) (\hat{\sigma}_3)_{(I_3)_1}, (I_3)_2 \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}_{(I_3)_2}^L(x) \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Тут введені стандартні позначення

$$\hat{\sigma}_+ = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_1 + i\hat{\sigma}_2), \hat{\sigma}_- = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_1 - i\hat{\sigma}_2). \quad (21)$$

Введені таким чином оператори  $\hat{\sigma}_+$  і  $\hat{\sigma}_-$  співпадають із підвищуючим та понижуючим операторами, які зазвичай використовуються при побудові представлень групи  $SU(2)$ . Оберемо, як зазвичай [9-11], в якості базису простору представлення власні вектори генератору  $\hat{\sigma}_3$ . Якщо такий власний вектор, нормований на одиницю і який відповідає власному значенню  $m$ , позначити  $\psi_m$ , а максимальне власне значення  $m$  (вагу представлення) – позначити  $j$ , то дія підвищуючого і понижуючого генераторів визначається співвідношеннями

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_+(\psi_m) &= \alpha_m \psi_{m+1}, m < j, \hat{\sigma}_+(\psi_m) = 0, m = j, \\ \hat{\sigma}_-(\psi_m) &= \beta_m \psi_{m-1}, m > (-j), \hat{\sigma}_-(\psi_m) = 0, m = -j. \end{aligned} \quad (22)$$

Застосування комутаційних співвідношень між генераторами представлень групи  $SU(2)$  і умови взаємної ермітової спряженості генераторів  $\hat{\sigma}_+$  і  $\hat{\sigma}_-$  дозволяє знайти лише модулі коефіцієнтів  $\alpha_m$  і  $\beta_m$  в той час, як їх аргументи залишаються довільними [9-11]. Ці аргументи завжди можуть бути прибрані відповідним перетворенням базису в просторі представлення, тобто переходом до еквівалентного представлення. Тому з точки зору звичайної постановки задачі в теорії груп, яка полягає в знаходженні всіх нееквівалентних незвідних представлень групи, такі аргументи не мають значення. Але в нашому випадку, хоча й представлення генераторів групи  $SU(2)$  може обиратися з множини еквівалентних між собою представлень довільним чином, в формулі (20) звичайно мається на увазі один певний вибір цього представлення. Отже, маємо ситуацію, коли можливі різні варіанти цього певного вибору з множини еквівалентних між собою представлень. З фізичної точки зору природно вимагати, щоб результат не залежав від цього вибору, що означатиме додаткову  $U(1)$  – симетрію системи. Більш явно цю симетрію можна пояснити таким чином.

Як відомо довільну  $SU(2)$  матрицю  $\hat{u}$  можна представити в виді

$$\hat{u} = \exp(i\hat{h}), \quad (23)$$

де  $\hat{h}$  – самоспряжені матриця із нульовим слідом. Її можна параметризувати таким чином

$$\hat{h} = \begin{pmatrix} a/2 & (r/2)\exp(-i(\phi-\phi_0)) \\ (r/2)\exp(i(\phi-\phi_0)) & -(a/2) \end{pmatrix}, \quad (24)$$

де  $a, r$  і  $\Delta\phi = \phi - \phi_0$  – три дійсні параметри групи  $SU(2)$ . Невизначеність аргументів  $\alpha_m$  і  $\beta_m$  є наслідком довільності обрання початку відліку аргументів  $\phi_0$  в (24). Дійсно, матриця  $\hat{h}$  може бути представлена в виді:

$$\hat{h} = r \cos(\phi)(\hat{\sigma}_x/2) + r \sin(\phi)(\hat{\sigma}_y/2) + a(\hat{\sigma}_z/2), \quad (25)$$

де

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & \exp(-i\phi_0) \\ \exp(i\phi_0) & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & \exp(-i\phi_0)(-i) \\ \exp(i\phi_0)i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

- еквівалентне звичайно вживаному представлення матриць Паулі. Відповідно підвищуючий та понижуючий генератори (21) приймають вид:

$$\hat{\sigma}_+ = \begin{pmatrix} 0 & \exp(-i\phi_0) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \exp(i\phi_0) & 0 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Якщо в якості базису в просторі представлення взяти найпростіший:

$$\psi_{1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (28)$$

то отримаємо:

$$\alpha_{-1/2} = \langle \psi_{1/2} | \hat{\sigma}_+ (\psi_{-1/2}) \rangle = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 0 & \exp(-i\phi_0) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} (0 \ 1) = \exp(-i\phi_0), \quad (29)$$

$$\beta_{1/2} = \langle \psi_{-1/2} | \hat{\sigma}_- (\psi_{1/2}) \rangle = (0 \ 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \exp(i\phi_0) & 0 \end{pmatrix} (1 \ 0) = \exp(i\phi_0).$$

Ці значення відрізняються лише довільними фазовими множниками, пов'язаними із початком відліку аргументу  $\phi_0$ , від звичайно вживаних в підручниках по теорії груп значень  $\beta_{1/2} = \alpha_{-1/2} = 1$  [9, 11, 12]. Як видно з співвідношень (29) зайвий фазовий множник можна прибрати, якщо замість базису (28) скористатися також ортонормованим базисом

$$\psi'_{1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi'_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ \exp(i\phi_0) \end{pmatrix}. \quad (30)$$

В цьому базисі отримаємо еквівалентне представлення групи  $SU(2)$ , в якому вже  $\beta_{1/2} = \alpha_{-1/2} = 1$ .

Для нас суттєво, що перехід від базису (28) до базису (30) є несиметричним відносно компонент стовпців, що утворюють лінійний простір, на якому діє група  $SU(2)$ . Це важливо, тому що в стандартній моделі всі поля, які є компонентами таких стовпців мають різний заряд, тобто по-різному взаємодіють із електромагнітним полем. Зокрема, якщо повернутися до лагранжіану (20), то з урахуванням розглянутої невизначеності аргументів коефіцієнтів  $\alpha_{-1/2}$  і  $\beta_{1/2}$ , а також того, що така невизначеність може бути локальною (тобто величина  $\phi_0$  в (29) може бути довільною функцією координат), дію підвищуючого і понижуючого генераторів можна представити таким чином:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_+ \begin{pmatrix} \hat{v}_e(x) \\ \hat{e}^L(x) \end{pmatrix} &= \hat{v}_e(x) \hat{\sigma}_+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \hat{e}^L(x) \hat{\sigma}_+ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \exp(-i\phi_0(x)) \begin{pmatrix} \hat{e}^L(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{\sigma}_- \begin{pmatrix} \hat{v}_e(x) \\ \hat{e}^L(x) \end{pmatrix} &= \hat{v}_e(x) \hat{\sigma}_- \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \hat{e}^L(x) \hat{\sigma}_- \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \exp(i\phi_0(x)) \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{v}_e(x) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (31)$$

З урахуванням цих результатів, лагранжіан для першого покоління лептонів з урахуванням взаємодії із калібрувальним  $SU(2)$  – полем може бути записаний в виді:

$$\begin{aligned} L = & \frac{i}{2} \left( \hat{\tilde{e}}^R(x) \hat{\gamma}^\beta \frac{\partial \hat{e}^R(x)}{\partial x^\beta} - \frac{\partial \hat{\tilde{e}}^R(x)}{\partial x^\beta} \hat{\gamma}^\alpha \hat{e}^R(x) \right) + \\ & + \frac{i}{2} \left( \hat{\tilde{e}}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \frac{\partial \hat{e}^L(x)}{\partial x^\beta} - \frac{\partial \hat{\tilde{e}}^L(x)}{\partial x^\beta} \hat{\gamma}^\alpha \hat{e}^L(x) \right) + \frac{i}{2} \left( \hat{\tilde{v}}_e(x) \hat{\gamma}^\beta \frac{\partial \hat{v}_e(x)}{\partial x^\beta} - \frac{\partial \hat{\tilde{v}}_e(x)}{\partial x^\beta} \hat{\gamma}^\alpha \hat{v}_e(x) \right) + \\ & + \frac{g}{2} \exp(-i\phi_0(x)) W_\beta^+(x) (\hat{\tilde{v}}_e(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{e}^L(x)) + \frac{g}{2} \exp(i\phi_0(x)) W_\beta^-(x) (\hat{\tilde{e}}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{v}_e(x)) + \\ & + \frac{g}{2} A_{\beta,3}(x) (\hat{\tilde{v}}_e(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{v}_e(x)) - \frac{g}{2} A_{\beta,3}(x) (\hat{\tilde{e}}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{e}^L(x)). \end{aligned} \quad (32)$$

Для того, щоб лагранжіан не залежав від обрання одного з еквівалентних представлень групи  $SU(2)$  потрібно компенсувати множники  $\exp(\mp i\phi_0(x))$  в (32). Це можна зробити відповідним локальним  $U(1)$  – перетворенням полів:

$$\hat{e}^L(x) = \exp(i\phi_0(x)) \hat{e}'^L(x), \hat{\tilde{e}}^L(x) = \exp(-i\phi_0(x)) \hat{\tilde{e}}^L(x). \quad (33)$$

При цьому частина лагранжіану (32), яка містить похідні від поля  $\hat{e}^L(x)$  потребуватиме подовження похідних і введення компенсуючого поля. Таким чином, може бути введена взаємодія лівих компонент електронного поля з електромагнітним полем. Але, оскільки, електромагнітне поле повинне однаково взаємодіяти як із лівими, так і з правими компонентами електронного поля, ми можемо скористатися тим, що лагранжіан (32) буде залишатися інваріантним, якщо разом з перетворенням (33) піддати такому ж перетворенню й праві компоненти, і також подовжити похідні від них вводячи те ж саме компенсуюче поле, що й для лівих компонент з тим самим законом перетворення. Отже, якщо ми об'єднаємо праве і ліве електронне поля в одне поле  $\hat{e}(x)$ , що визначається формулою (19) і подовжимо його похідні, а також додамо до нього лагранжіані вільних калібрувальних полів, то отримаємо лагранжіан виду:

$$\begin{aligned} L_{(E \otimes U(1)) \circ (SU(2) \otimes E)} = & \frac{i}{2} \left( \hat{\tilde{e}}(x) \hat{\gamma}^\beta \left( \frac{\partial \hat{e}(x)}{\partial x^\beta} - ig^{em} A_\beta(x) \hat{e}(x) \right) - \right. \\ & - \left( \frac{\partial \hat{\tilde{e}}(x)}{\partial x^\beta} + ig^{em} A_\beta(x) \hat{\tilde{e}}(x) \right) \hat{\gamma}^\beta \hat{e}(x) + \frac{i}{2} \left( \hat{\tilde{v}}_e(x) \hat{\gamma}^\beta \frac{\partial \hat{v}_e(x)}{\partial x^\beta} - \frac{\partial \hat{\tilde{v}}_e(x)}{\partial x^\beta} \hat{\gamma}^\beta \hat{v}_e(x) \right) + \\ & + \frac{g}{4} \alpha_{-1/2}(x) W_\beta^+(x) (\hat{\tilde{v}}_e(x) \hat{\gamma}^\beta (\hat{I} - \hat{\gamma}^5) \hat{e}(x)) + \\ & + \frac{g}{4} \beta_{1/2}(x) W_\beta^-(x) (\hat{\tilde{e}}(x) (\hat{I} + \hat{\gamma}^5) \hat{\gamma}^\beta \hat{v}_e(x)) + \\ & + \frac{g}{2} A_{\beta,3}(x) \left( (\hat{\tilde{v}}_e(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{v}_e(x)) - \frac{1}{4} (\hat{\tilde{e}}(x) (\hat{I} + \hat{\gamma}^5) \hat{\gamma}^\beta (\hat{I} - \hat{\gamma}^5) \hat{e}(x)) \right) - \\ & - \frac{1}{4} g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} (F_{\alpha,\gamma,+}(x) F_{\beta,\tau,-}(x) + F_{\alpha,\gamma,3}(x) F_{\beta,\tau,3}(x)) - \frac{1}{4} g^{\alpha\beta} g^{\gamma\tau} F_{\alpha\gamma}(x) F_{\beta\tau}(x). \end{aligned} \quad (34)$$

Тут введені наступні позначення  $\hat{I}$  – одинична матриця  $4 \times 4$  по біспінорним індексах,  $\hat{\gamma}^5 = i\hat{\gamma}^0\hat{\gamma}^1\hat{\gamma}^2\hat{\gamma}^3$  (матриця  $(1/2)(\hat{I} - \hat{\gamma}^5)$ ) переводить стовпець (19) в стовпець з тими ж лівими компонентами і нульовими правими компонентами),  $g^{em}$  – константа електромагнітної взаємодії,

$$\alpha_{-1/2}(x) = \exp(-ig^{em}\phi_{em}(x)), \beta_{1/2}(x) = \exp(ig^{em}\phi_{em}(x)), \phi_{em}(x) \equiv \phi_0(x)/g^{em}. \quad (35)$$

Тут ми врахували (29). Окрім того:

$$\begin{aligned}
F_{\alpha\beta,+}(x) &= \frac{\partial W_\beta^+(x)}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial W_\alpha^+(x)}{\partial x^\beta} + igW_\alpha^+(x)A_{\beta,3}(x) - igW_\beta^+(x)A_{\alpha,3}(x), \\
F_{\alpha\beta,-}(x) &= \frac{\partial W_\beta^-(x)}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial W_\alpha^-(x)}{\partial x^\beta} - igW_\alpha^-(x)A_{\beta,3}(x) + igW_\beta^-(x)A_{\alpha,3}(x), \\
F_{\alpha\beta,3}(x) &= \frac{\partial A_{\beta,3}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial A_{\alpha,3}}{\partial x^\beta} - \frac{i}{2}g(W_\alpha^+(x)W_\beta^-(x) - W_\alpha^-(x)W_\beta^+(x)),
\end{aligned} \tag{36}$$

- компоненти тензору напруженості неабелева поля і

$$F_{\alpha\beta}(x) = \frac{\partial A_\beta(x)}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial A_\alpha(x)}{\partial x^\beta}, \tag{37}$$

- компоненти тензору напруженості електромагнітного поля. Позначення лагранжіану (34) пов'язано із тим, що він є інваріантний відносно послідовного проведення двох локальних перетворень (таку операцію позначатимемо « $\circ$ »). Перше з них має вид

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \hat{v}_e(x) \\ \hat{e}^L(x) \end{pmatrix} &= \exp\left(-\frac{i}{2}g\theta_{g_1}(x)\hat{\sigma}_{g_1}\right) \begin{pmatrix} \hat{v}'_e(x) \\ \hat{e}'^L(x) \end{pmatrix}, \hat{e}'^R(x) = \hat{e}'^R(x), \\
\begin{pmatrix} \hat{v}_e(x) & \hat{e}^L(x) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \hat{v}_e(x) & \hat{e}^L(x) \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{i}{2}g\theta_{g_1}(x)\hat{\sigma}_{g_1}\right), \hat{e}'_R(x) = \hat{e}'^R(x), \\
A_{a_1,g_1}(x) &= D_{g_1,g_2}(\vec{\theta}(x))A'_{a_1,g_2}(x) - \frac{\partial\theta_{g_1}(x)}{\partial x^{a_1}}, A_{a_1}(x) = A'_{a_1}(x), \\
W'^+_{{a_1}}(x) &= A'_{a_1,g_1=1}(x) - iA'_{a_1,g_1=2}(x), W'^-_{{a_1}}(x) = A'_{a_1,g_1=1}(x) + iA'_{a_1,g_1=2}(x), \\
\alpha'_{-1/2}(x) &= \alpha'_{-1/2}(x), \beta'_{1/2}(x) = \beta'_{1/2}(x).
\end{aligned} \tag{38}$$

Це перетворення природно позначити  $SU(2) \otimes E$ . Тут  $E$  – позначає тотожне перетворення. А саме позначення  $SU(2) \otimes E$  відображає той факт, що частина величин, як видно з (38), піддається локальному  $SU(2)$  – перетворенню, а частина перетворюється тривіально. Друге перетворення позначатимемо  $E \otimes U(1)$  і воно має вид:

$$\begin{aligned}
\hat{v}'_e(x) &= \hat{v}''_e(x), \hat{v}''_e(x) = \hat{v}''_e(x), \\
\hat{e}'^L(x) &= \exp\left(ig^{em}\phi_{em}(x)\right)\hat{e}''^L(x), \hat{e}''^L(x) = \hat{e}''^L(x)\exp\left(-ig^{em}\phi_{em}(x)\right), \\
\hat{e}'^R(x) &= \exp\left(ig^{em}\phi_{em}(x)\right)\hat{e}''^R(x), \hat{e}''^R(x) = \hat{e}''^R(x)\exp\left(-ig^{em}\phi_{em}(x)\right) \\
\alpha'_{-1/2}(x) &= \exp\left(-ig^{em}\phi_{em}(x)\right)\alpha''_{-1/2}(x), \beta'_{1/2}(x) = \exp\left(ig^{em}\phi_{em}(x)\right)\beta''_{1/2}(x) \\
A'_\beta(x) &= A''_\beta(x) + \frac{\partial\phi_{em}(x)}{\partial x^\beta}, A'_{\beta,g_1}(x) = A''_{\beta,g_1}(x), \\
W'^+_{{\beta}}(x) &= W''^+_{{\beta}}(x), W'^-_{{\beta}}(x) = W''^-_{{\beta}}(x).
\end{aligned} \tag{39}$$

Зауважимо, що перетворення  $SU(2) \otimes E$  і  $E \otimes U(1)$  не комутують. При цьому, першим повинне робитися саме  $SU(2) \otimes E$  – перетворення. Це пов'язано із тим, що як вже зазначалося, при  $E \otimes U(1)$  – перетворенні величини з різними значеннями проекції слабкого ізоспіну  $I_3$  перетворюються за різними законами, в той час як  $SU(2) \otimes E$  – перетворення «перемішує» ці компоненти. Наприклад, в розглянутому випадку, як видно з наведених вище міркувань  $E \otimes U(1)$  – перетворення, нетривіально діє на компоненту з меншим значенням  $I_3$ . Тому потрібно спочатку визначити цю компоненту за допомогою  $SU(2) \otimes E$  – перетворення і лише потім застосовувати  $E \otimes U(1)$ . Якщо до лагранжіану (34) додати внески, аналогічні

наведеним, але для інших поколінь лептонів, то цей лагранжіан буде описувати електромагнітну і слабку взаємодію лептонів. При цьому, як видно з (34), лагранжіан не містить доданків, які містили б добутки польових функцій електромагнітного поля з полями  $W_\beta^\pm(x), A_{\beta,3}(x)$ . В результаті рівняння для електромагнітного поля не залежатимуть від обрання калібрування неабелева поля, на відміну від стандартної моделі, про що говорилося вище, і для електромагнітного поля можна зберегти звичайний опис. Основним експериментальним підтвердженням моделі Вайнберга, Салама, Глешоу прийнято вважати відкриття реакцій із нейтральними токами [13, 14]. Але експериментальне спостереження таких процесів доводить лише, що один з переносників слабкої взаємодії є нейтральним і ніяк не пов'язане із теоретичним положенням про «перемішування» полів, що описують слабку і електромагнітну взаємодії відповідно до формули (1). З теоретичної точки зору існування нейтральних токів пов'язано із тим, що з комутаційних співвідношень між трьома генераторами групи  $SU(2)$  витікає, що один з них може бути приведений до діагонального виду. Оскільки, зазвичай користуються представленням, в якому діагональним є  $(1/2)\hat{\sigma}_3$ , то реакції з нейтральними токами пов'язані з обміном квантам поля  $A_{\beta,g_1=3}(x)$ . В моделі що розглядається, можна зіставити поле  $A_{\beta,g_1=3}(x)$  нейтральним переносникам слабкої взаємодії -  $Z^0$ -бозонам.

При розглянутому способі введення електромагнітної взаємодії ми ніяк не користувалися тією обставиною, що в «старій» стандартній моделі нейтрино не має маси і тому представляється лише лівою компонентою. Існування нейтринних осциляцій [6-8] важко пояснити якоюсь взаємодією між різними типами нейтрино, бо тоді довелося б суттєво змінювати стандартну модель і будувати нову теорію на основі якоєсь іншої групи симетрії. Тому на сьогоднішній день найбільш простий спосіб ввести в модель нейтринні осциляції - через масовий доданок нейтринного поля в лагранжіані моделі [15]. Цей масовий доданок описується матрицею недіагональною по різних типах нейтрино, що й дає можливість отримати в теорії процеси переходу між нейтрино різних типів. Але це призводить до того, що рівнянню Дірака для нейтринного поля вже неможливо задовольнити покладаючи праві компоненти рівними нулю, як це можна зробити, коли масовий доданок дорівнює нулю. Наявність у нейтрино правих компонент несуттєво змінює наведені міркування. Покладемо, що при обох розглянутих перетвореннях (38) і (39) праве нейтринне поле перетворюється тривіально:

$$\hat{v}_e^R(x) = \hat{v}'_e^R(x) = \hat{v}''_e^R(x), \hat{v}_e^R(x) = \hat{v}'_e^R(x) = \hat{v}''_e^R(x). \quad (40)$$

Позначення  $\hat{v}_e$  було введено в (18). Змінимо його за аналогією з (19):

$$\hat{v}_e(x) = \hat{v}_e^L(x) + \hat{v}_e^R(x) \quad (41)$$

З урахуванням цього позначення в лагранжіані (34) треба додати лише проектори на лівий підпростір для нейтринного поля в тих доданках, що містять взаємодію з компонентами калібрувального поля, яке відновлює локальну  $SU(2)$ -симетрію. Додаючи аналогічні лагранжіани для решти поколінь лептонів і враховуючи взаємодію із полем Хіггса, що надає лептонам масу, отримаємо повний лагранжіан моделі в якій електромагнітній взаємодії «повертається» функція відновлення локальної  $U(1)$ -симетрії і не «руйнується» відомий опис цієї взаємодії. Співвідношення (1), яке призводить до «руйнування» звичайного опису електромагнітної взаємодії з'являється в стандартній моделі як наслідок розв'язку проблеми, що полягає в тому, щоб «примусити» електромагнітне поле взаємодіяти з електронним полем і, водночас, - не взаємодіяти із нейтринним полем. В нашому випадку це досягається у зв'язку з тим, що «зайві» фазові множники в (32) можна прибрести локальним  $U(1)$ -перетворенням лише однієї з двох компонент дублету слабкого ізоспіну. Тому з двох компонент лише одна буде взаємодіяти з електромагнітним полем і цю компоненту потрібно вважати електронним полем, а іншу - нейтринним. Як бачимо, такому підходу не заважає ані наявність у нейтрино маси, ані наявність в нього правих компонент.

Окрім симетрії  $(E \otimes U(1)) \circ (SU(2) \otimes E)$  лагранжіан (34) з обговореними змінами, пов'язаними з можливою наявністю правих компонент нейтрино, має ще глобальну  $U(1)$ -симетрію відносно перетворення

$$\begin{aligned} \hat{e}(x) &= \exp(-i\chi)\hat{e}'(x), \hat{\bar{e}}(x) = \exp(i\chi)\hat{\bar{e}}'(x), \\ W_\beta^-(x) &= \exp(-i\chi)W_\beta'^-(x), W_\beta^+(x) = \exp(i\chi)W_\beta'^+(x). \end{aligned} \quad (42)$$

Тут  $\chi$  - параметр глобального  $U(1)$ -перетворення. Симетрія відносно перетворення (42) забезпечує збереження електричного заряду в процесах пов'язаних із слабкою взаємодією з урахуванням заряду її

переносників. Звернемо увагу на те, що локальне  $U(1)$  – перетворення пов'язане із введенням електромагнітної взаємодії і глобальне перетворення (42) в моделі, що розглядається, не пов'язані між собою звичайним чином. Перше з них не отримується з другого шляхом заміни глобального параметру на довільну функцію координат. Також особливістю цієї моделі є те, що локальне  $U(1)$  – симетрію неможливо ввести незалежно від локальної  $SU(2)$  – симетрії, бо локальне  $U(1)$  – перетворення електронного поля пов'язано із перетворенням генераторів локального  $SU(2)$  – перетворення, і окрім того, як це обговорювалося вище, локальне  $(E \otimes U(1))$ - перетворення може проводитись лише після локального  $(SU(2) \otimes E)$  – перетворення. З огляду на це є сенс говорити про єдину електрослабку взаємодію.

Для того щоб застосувати розглянуту модель до слабкої взаємодії квarkів зазначимо, що фазові множники в коефіцієнтах  $\alpha_{-1/2}$  і  $\beta_{1/2}$  можна прибирати не тільки локальним  $U(1)$  – перетворенням одної з компонент слабкого ізоспінового дублету, а й сумісним перетворенням обох компонент. Розглянемо довільний ізоспіновий дублет

$$\begin{pmatrix} \hat{\psi}_{I_3=1/2}^L(x) \\ \hat{\psi}_{I_3=-1/2}^L(x) \end{pmatrix}. \quad (43)$$

Наприклад, поле  $\hat{\psi}_{I_3=1/2}^L(x)$  може відповідати лівим компонентам  $u$  – квarkового поля, а  $\hat{\psi}_{I_3=-1/2}^L(x)$  –  $d$  – квarkового. Або замість цих полів можна розглядати аналогічні поля для інших поколінь квarkів. Враховуючи (22), лагранжіан взаємодії (20) може бути записаний в виді:

$$\begin{aligned} L_A^{int} = & \frac{g}{2} W_\beta^+(x) \exp(-ig^{em}\phi_{em}(x)) (x) (\hat{\psi}_{1/2}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}_{-1/2}^L(x)) + \\ & + \frac{g}{2} W_\beta^-(x) \exp(ig^{em}\phi_{em}(x)) (\hat{\psi}_{-1/2}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}_{1/2}^L(x)) + \\ & + \frac{g}{2} A_{\beta,3}(x) (\hat{\psi}_{1/2}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}_{1/2}^L(x) - \hat{\psi}_{-1/2}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}_{-1/2}^L(x)). \end{aligned} \quad (44)$$

Тут позначення такі самі як і в (35). Розглянемо локальне  $U(1)$  – перетворення:

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_{-1/2}^L(x) = & \exp(-iq_{-1/2} g^{em}\phi_{em}(x)) \hat{\psi}'_{-1/2}^L(x), \hat{\psi}_{1/2}^L(x) = \exp(-iq_{1/2} g^{em}\phi_{em}(x)) \hat{\psi}'_{1/2}^L(x), \\ \hat{\psi}_{-1/2}^L(x) = & \exp(iq_{-1/2} g^{em}\phi_{em}(x)) \hat{\psi}'_{-1/2}^L(x), \hat{\psi}_{1/2}^L(x) = \exp(iq_{1/2} g^{em}\phi_{em}(x)) \hat{\psi}'_{1/2}^L(x). \end{aligned} \quad (45)$$

Позначення  $q_{\pm 1/2}$  – заряди квантів відповідних полів в одиницях константи електромагнітної взаємодії з урахуванням знаку. Наприклад, якщо поля з  $I_3 = \pm 1/2$  відповідають квarkам одного й того ж покоління, то [15]

$$q_{1/2} = 2/3, q_{-1/2} = -1/3. \quad (46)$$

Підставляючи (45) в (44) маємо:

$$\begin{aligned} L_A^{int} = & \frac{g}{2} W_\beta^+(x) \exp(i(q_{1/2} - q_{-1/2} - 1)g^{em}\phi_{em}(x)) (\hat{\psi}'_{1/2}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}'_{-1/2}^L(x)) + \\ & + \frac{g}{2} W_\beta^-(x) \exp(i(1 + q_{-1/2} - q_{1/2})g^{em}\phi_{em}(x)) (\hat{\psi}'_{-1/2}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}'_{1/2}^L(x)) + \\ & + \frac{g}{2} A_{\beta,3}(x) (\hat{\psi}'_{1/2}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}'_{1/2}^L(x) - \hat{\psi}'_{-1/2}^L(x) \hat{\gamma}^\beta \hat{\psi}'_{-1/2}^L(x)). \end{aligned} \quad (47)$$

Враховуючи (46) бачимо, що перетворення (45) компенсує «зайві» фазові множники, що походять від коефіцієнтів  $\alpha_{-1/2}$  і  $\beta_{1/2}$ . При цьому щоб забезпечити локальну симетрію відносно перетворення (45) доведеться подовжувати похідні від всіх полів і тим самим вводити їх взаємодію з електромагнітним полем. Щоб забезпечити притаманну цьому полю симетрію відносно інверсії, доповнимо перетворення (45) аналогічним перетворенням для правих компонент відповідних полів і подовжимо похідні від цих компонент.

Таким чином, в розглянутій моделі поля  $W^\pm$  – бозонів, визначаються традиційно як (10), а  $Z^0$  – бозону відповідає поле  $A_{\beta,g_1=3}(x)$ .

## ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТИВІ ВИСНОВКИ

Застосовуючи розвинутий в роботі підхід, в межах «старої» стандартної моделі з безмасовими нейтрино, що мають тільки ліві компоненти, дозволяє пояснити чому нейтрино не взаємодіють з електромагнітним полем. Дійсно, розглянемо підгрупу локальних перетворень виду:

$$\begin{aligned}
 \hat{\psi}'_{(I_3)_1} &= \left( \exp\left(\frac{i}{2}g\theta_3(x)\hat{\sigma}_3\right) \right)_{(I_3)_1,(I_3)_2} \hat{\psi}_{(I_3)_2}, \\
 \hat{\psi}'_{(I_3)_2} &= \hat{\psi}_{(I_3)_1} \left( \exp\left(-\frac{i}{2}g\theta_3(x)\hat{\sigma}_3\right) \right)_{(I_3)_1,(I_3)_2}, \\
 A_{\beta,3}(x) &= A'_{\beta,3}(x) - \frac{\partial\theta_3(x)}{\partial x^\beta}, \\
 A_{\beta,g_1}(x) &= D_{g_1,g_2}(\bar{\theta}(x) = (0,0,\theta_3(x))) A'_{\beta,g_2}(x), g_1, g_2 = 1, 2.
 \end{aligned} \tag{48}$$

Оскільки поля  $\hat{v}_e(x)$  і  $\hat{e}^L(x)$  є власними векторами генератору  $(1/2)\hat{\sigma}_3$ , що відповідають власним значенням відповідно  $(\pm 1/2)$ , представлення підгрупи (48) на лінійному просторі, в якому приймають значення поля  $\hat{\psi}_{I_3}^L$  виявляється звідним. А його звуження на інваріантні підпростори  $\hat{\psi}_{I_3=1/2}^L = \hat{v}_e(x)$  і  $\hat{\psi}_{I_3=-1/2}^L = \hat{e}^L(x)$  співпадають із представленням групи  $U(1)$ . Таким чином для нейтринного поля локальна  $U(1)$ -симетрія виявляється частковим випадком  $SU(2)$ -симетрії. При цьому зайді доданки, що виникають від похідних в лагранжіані за рахунок залежності від координат параметру  $U(1)$ -перетворення компенсуються не електромагнітним полем, а компонентою  $A_{\beta,g_1=3}(x)$ , яка на підгрупі (48) перетворюється так само як і електромагнітне поле. Але поле  $A_{\beta,g_1=3}(x)$  легко відрізнити від електромагнітного, бо збіг законів перетворення має місце лише на підгрупі (48). Отже в межах «старої» стандартної моделі, яка розглядає тільки нейтрино із лівими компонентами, можемо сказати що нейтринному полю «не потрібне» електромагнітне поле щоб відновити локальну  $U(1)$ -симетрію, бо ця симетрія вже відновлена за допомогою калібрувального поля, пов'язаного із локальною  $SU(2)$ -симетрією.

Аналогічна ситуація із  $W^\pm$ -бозонами. Оскільки, з одного боку, калібрувальне поле  $A_{\beta,g_1}(x)$  повинне бути дійсним, бо в іншому випадку воно не зможе виконувати свою компенсуючу функцію відносно локального  $SU(2)$ -перетворення, а з іншого боку, як відомо з експерименту, розпади двох із трьох його переносників говорять про те, що вони повинні бути зарядженими, ми повинні розгляднути комплексні комбінації (10). Але із співвідношень (10) видно, що  $U(1)$ -перетворення полів  $W^\pm$  еквівалентне оберту навколо третьої вісі [16] у внутрішньому просторі полів  $A_{\beta,g_1}(x)$ . Але такий оберт належить приєднаному представленню групи  $SU(2)$ . Якщо розглядати такий локальний оберт з параметром залежним від координат, то перетворення полів описується формулами (48). З них видно, що поля  $A_{\beta,g_1=1}(x)$  і  $A_{\beta,g_1=2}(x)$  перетворюються саме за локальним приєднаним представленням групи  $SU(2)$ , тобто без неоднорідного внеску. Як видно з (48) такий внесок входить лише в перетворення поля  $A_{\beta,g_1=3}(x)$ . Оскільки повний лагранжіан моделі Вайнберга, Салама, Глешоу інваріантний відносно довільного локального  $SU(2)$ -перетворення, то він буде інваріантний і відносно (48). Тобто для полів (10) знов локальна  $U(1)$ -симетрія є наслідком локальної  $SU(2)$ -симетрії. Тому для поля (10) не потребують взаємодії з електромагнітним полем, щоб цю симетрію відновити. Таким чином дістаємо висновку: незважаючи на те що  $W^\pm$ -бозони мають електричний заряд, вони не взаємодіють із електромагнітним полем. Фізичним проявом зарядженості цих частинок є лише те, що канали їх розпадів формуються частинками із сумарним електричним зарядом  $\pm 1$ .

Цей висновок звичайно протирічить існуючим уявленням стандартної моделі [17]. Однак звернемося до

експерименту. Існує ряд робіт, наприклад [18-22], в яких можлива взаємодія  $W^\pm$  – бозонів із фотонами вивчається експериментально. В цих роботах по результатах лептонних розпадів  $W^\pm$  – бозонів реконструюються події за участь цих частинок в процесах протон-протонного та електрон-позитронного розсіяння. Далі такі процеси моделюються за допомогою Монте-Карло генерування з використанням діаграм Фейнмана стандартної моделі декількох низких порядків. Підгонка результатів моделювання до експерименту дозволяє встановити величини неабелевих вершин. Оскільки при обробці таких експериментальних даних вже закладається існування вершин взаємодії  $W^\pm$  – бозонів з фотонами, такі експерименти не можна вважати що вони доводять існування такої взаємодії.

Окрім цього розглядаються суто віртуальні процеси з вершинами взаємодії  $W^\pm$  – бозонів із фотонами. Тобто частинки, які беруть участь в такому процесі не спостерігаються прямо ані в початковому стані, ані в кінцевому. Наприклад, такі процеси розглядаються в [23]. Але, якщо в віртуальній фазі процесу є два  $W$  – бозони, то згідно із стандартною моделлю вони повинні були б з якоюсь ймовірністю перетворитися на два фотони в кінцевому стані, які можна було б безпосередньо зареєструвати. Але нам не вдалося знайти роботи, в яких би такий процес вивчався експериментально. Зокрема в роботі [24] експериментально вивчалися різні механізми утворення фотонів в протон-протонних зіткненнях, але серед цих механізмів не присутнє утворення пари фотонів через утворення  $W$  – бозонів. Окрім того, відомі з експерименту канали розпаду  $W^\pm$  – бозонів, наведені в [15] не містять фотонів разом із лептонами. Фотони з'являються лише сумісно із адронами, що дає змогу припускати, що фотони випромінюються квarkами в процесі адронізації, але не  $W$  – бозонами. При цьому, згідно із тими даними [15] розпади  $\mu$  і  $\tau$  – лептонів, а також, можливо й топ-кварту, які відбуваються з утворенням лептонів, містять фотони.

#### СПИСОК ПОСИЛАНЬ

1. Weinberg, S. A Model of Leptons // Phys. Rev. Lett. – 1967. – No. 19. – P.1264-1266. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264>
2. Salam A., Ward J. Electromagnetic and weak interactions // Phys. Lett. - 1964. – No. 13. – P.168-171. [https://doi.org/10.1016/0031-9163\(64\)90711-5](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)90711-5)
3. Glashow S. Partial-symmetries of weak interactions // Nuclear Physics. – 1961. – No. 22. – P.579-588. [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2)
4. Rider L. Kvantovaja teorija polja [Quantum field theory]. – Volgograd: Platon, 1998. – 509 p. (in Russian)
5. Peskin M., Schroeder D. Vvedenie v kvantovuju teoriju polja [An introduction to quantum field theory]. – Izhevsk: Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika, 2001. – 784 p. (in Russian)
6. Fukuda Y. et al (Super-Kamiokande Collaboration). Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos // Phys. Rev. Lett. – 1998. – No. 81. – P. 1562-1567. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.1562>
7. Ahmad Q. et al (SNO Collaboration). Measurement of the Rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  Interactions Produced by  ${}^8B$  Solar Neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. - 2001. – No. 87. – P. 071301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.071301>
8. Ahmad Q. et al (SNO Collaboration). Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. – 2002. – No. 89. - P. 011301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.011301>
9. Gelfand I., Minlos R., Shapiro Z. Predstavlenija grupy vrashhenij i grupy Lorentza, ih priminenija [Representations of the Rotation and Lorentz Groups and Their Applications]. – M.: Nauka, 1958. – 367 p. (in Russian)
10. Inui T., Tanabe Y., Onodera Y. Group theory and its applications in physics. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1990.– 397 p.
11. Elliott J., Dawber P. Simetrija v fizike, T. 1 [Symmetry in Physics, Vol. 1]. – M.: Mir, 1983. – 368 p. (in Russian)
12. Zelobenko D. Kompaktnye grupy Li i ih predstavlenija [Compact Lie Groups and Their Representations]. – M.: MCNMO, 2007. – 552 p. (in Russian)
13. Hasert F. et al. Search for elastic muon-neutrino electron scattering // Phys. Lett. B. – 1973. – No. 46. – P. 121-124. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(73\)90494-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(73)90494-2)
14. Hasert F. et al. Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the gargamelle neutrino experiment // Phys. Lett. B. – 1973. – No. 46. – P. 138-140. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(73\)90499-1](https://doi.org/10.1016/0370-2693(73)90499-1)
15. Patrignani C. et al (Particle Data Group). Review of Particle Physics // Chin. Phys. C. – 2016. – No. 40. – P. 100001. DOI: 10.1088/1674-1137/40/10/100001
16. Salam A., Ward J. Weak and electromagnetic interactions // Il Nuovo Cimento. – 1959. – No. 11. – P. 568-577. <https://doi.org/10.1007/BF02726525>
17. Altarelli G. Collider Physics within the Standard Model. – Cham: Springer International Publishing, 2017. – 173 p.
18. Abbiendib G. et al (OPAL Collaboration). Measument of the  $W^+W^-y$  cross-section and first direct limits on anomalous electroweak quartic gauge couplings // Phys. Lett. B. – 1999. – No. 471. – P. 293-307. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(99\)01357-X](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)01357-X)
19. Chatrchyan S. et al (CMS collaboration). Observation of a new boson with mass near 125 GeV in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  and

- 8 TeV // Journal of High Energy Physics. – 2013. – Vol. 6. – P. 81. [https://doi.org/10.1007/JHEP06\(2013\)081](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2013)081)
20. Aad G. et al (ATLAS Collaboration). Measurements of  $W_\gamma$  and  $Z_\gamma$  production in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV with the ATLAS detector at the LHC // Phys. Rev. D. – 2013. – Vol. 87. – P. 112003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.112003>
21. Chatrchyan S. et al (CMS Collaboration). Measurement of the  $W_\gamma$  and  $Z_\gamma$  inclusive cross sections in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV and limits on anomalous triple gauge boson couplings // Phys. Rev. D. – 2014. – No. 89. – P. 092005. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.092005>
22. Chatrchyan S. et al (CMS Collaboration). Search for  $WW_\gamma$  and  $WZ_\gamma$  production and constraints on anomalous quartic gauge couplings in pp collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV // Phys. Rev. D. – 2014. – No. 90. – P. 032008. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.032008>
23. Szleper M. The Higgs boson at the physics of  $WW$  scattering before and after Higgs discovery // arXiv: 1412.8367 [hep-ph]. – 2014. -166 p.
24. Chatrchyan S. et al (CMS collaboration). Measurement of differential cross sections for the production of a pair of isolated photons in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV // The European Physical Journal C. – 2014. – No. 74. – P. 3129. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-014-3129-3>

PACS: 61.05.cf, 61.05.cp, 61.41.+e, 61.43.-j

## PROCESSES OCCURRING IN THE POLYIMIDE FILMS PM-A (AS KAPTON H) DURING THE DEFORMATION AND COOLING

**I.S. Braude, V.G. Geidarov, Yu.M. Pogribnaya**

*B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine*

*47 Nauky Ave., 61103, Kharkiv, Ukraine*

*e-mail: [geydarov@ilt.kharkov.ua](mailto:geydarov@ilt.kharkov.ua)*

Received March 18, 2018

The evolution of the film structure of polyimide PM-A (Kapton H type) after deformation at  $T = 300\text{K}$ , the effect of low temperatures and subsequent deformation at liquid nitrogen and liquid helium temperatures is studied. Particular attention is paid to comparative analysis of structural changes in the process of various external influences. The starting material was a film synthesized from solutions of prepolymers with a thickness of 0.08 mm. Part of the samples were subjected to a successively of temperature deformation and uniaxial deformation. For the original samples, we observed a symmetrical halo on the x-ray diffraction pattern on the small angles. The cooling of the polyimide film at  $T = 77\text{ K}$  4.2K leads to the appearance of an additional peak in the region of smaller angles. The deformation of the sample at room temperature leads to the appearance of an additional peak in the region of large angles. Low-temperature deformation at temperatures of liquid nitrogen and liquid helium affects the structural state of the samples in different ways. Proposed two "mechanism", which are qualitatively, describe the processes in this polyimide films after deformation at low temperatures. It is assumed that as a result of cooling, "bundles" are formed, consisting of a different number of polymer segments. Low-temperature deformation at 77K and 4.2K, respectively, leads to compression and rupture of these bundles.

**KEYWORDS:** polyimide, deformation, X-ray diffractometry, ordering

### ПРОЦЕСИ, ЯКІ ВІДБУВАЮТЬСЯ У ПЛІВКАХ ПОЛІІМІДА ПМ-А (типу Kapton H) ПРИ ДЕФОРМАЦІЇ І ОХОЛОДЖЕННІ

**I.C. Брауде, В.Г. Гейдаров, Ю.М. Погрібна**

*Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАНУ*

*пр. Науки 47, 61103 Харків, Україна*

В роботі вивчено еволюцію структури плівки полііміда ПМ-А (типу Kapton H) після деформації при  $T = 300\text{K}$ , впливу низьких температур і подальшої деформації при температурах рідкого азоту і рідкого гелію. Особлива увага в роботі приділена порівняльному аналізу змін структури в процесі різних зовнішніх впливів. Вихідним матеріалом служила плівка, синтезована з розчинів форполімера товщиною 0,08 мм. Частина зразків була піддана послідовно температурній деформації і одноосової деформації. На дифрактограмі спостерігається широкий пік (гало) тільки на малих кутах. Охолодження зразка (температуруна деформація) до  $T = 77\text{K}$ ,  $T = 4,2\text{K}$  тягне за собою появу додаткового піку з боку малих кутів. Однак, деформація при  $T = 300\text{K}$  приводить до появи додаткового максимуму з боку більших кутів. Низькотемпературна деформація при температурах рідкого азоту і рідкого гелію по-різному впливає на структурний стан зразків. Наведено два можливих механізми зміни структури в результаті спільного впливу деформації і низьких температур. Передбачається, що в результаті охолодження утворюються «джгути», що складаються з різної кількості полімерних сегментів. Низькотемпературна деформація при 77K і 4,2K приводить, відповідно, до стиснення і розриву цих джгутів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** поліімід, деформація, рентгенівська дифрактометрія, впорядкування

### ПРОЦЕССЫ, ПРОТЕКАЮЩИЕ В ПЛЕНКАХ ПОЛИИМИДА ПМ-А (типа Kapton H) ПРИ ДЕФОРМАЦИИ И ОХЛАЖДЕНИИ

**И.С. Брауде, В.Г. Гейдаров, Ю.М. Погрибная**

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАНУ*

*пр. Науки 47, 61103 Харьков, Украина*

В работе изучена эволюция структуры пленки полииимида ПМ-А (типа Kapton H) после деформации при  $T=300\text{K}$ , воздействия низких температур и последующей деформации при температурах жидкого азота и жидкого гелия. Особое внимание в работе удалено сравнительному анализу изменений структуры в процессе различных внешних воздействий. Исходным материалом служила пленка, синтезированная из растворов форполимеров толщиной 0,08мм. Часть образцов были подвергнуты последовательно температурной деформации и одноосной деформации. На дифрактограмме наблюдается широкий пик (гало) только на малых углах. Охлаждение образца (температуруна деформация) до  $T=77\text{K}$ ,  $T=4,2\text{K}$  влечет за собой появление дополнительного пика со стороны малых углов. Однако, деформация при  $T=300\text{K}$  приводит к появлению дополнительного максимума со стороны больших углов. Низкотемпературная деформация при температурах жидкого азота и жидкого гелия по-разному влияет на структурное состояние образцов. Приведены два возможных механизма изменения структуры в результате совместного воздействия деформации и низких температур. Предполагается, что в результате охлаждения образуются «жгуты», состоящие из разного количества полимерных сегментов. Низкотемпературная деформация при 77K и 4,2K приводит, соответственно, к сжатию и разрыву этих жгутов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** полиимид, деформация, рентгеновская дифрактометрия, упорядочение

Твердотельные полимеры – это соединения, у которых взаимодействие внутри молекулы намного больше, чем между молекулами [1]. К этой же группе веществ относятся молекулярные криокристаллы [2] и новые

углеродные материалы (фуллерены, нанотрубки и графены) [3,4]. Полиимид – это разновидность полимеров, состоящая из цепочечных макромолекул (рис. 1)[1].

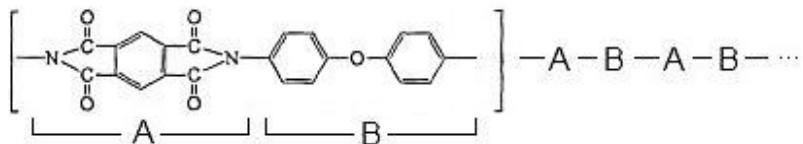


Рис. 1 Молекула полииамида ПМ-А

Особенности упорядочения, характерные для молекулярных соединений, обладающих только близким порядком, ярко проявляются в углеродных нанотрубках [5]. Технология получения одиночных одностенных углеродных нанотрубок заключается в следующем. Жгуты нанотрубок «разбивают» ультразвуком и «наматывают» на них «изолятор» (поверхностно активное вещество, ДНК или др.) [6,7]. После удаления «изолятора» углеродные нанотрубки «слипались», образовывая новые связи, по размеру отличающиеся от исходных, то есть происходит взаимное упорядочение молекул. Такое поведение при взаимном упорядочении (образование жгутов) объясняется Ван-дер-Ваальсовым взаимодействием между углеродными одностенными нанотрубками (молекулами). Другой пример упорядочения нанотрубок наблюдался в [5]. В этой работе образец, состоящий из нанотрубок, подвергался одноосному растяжению. На дифракционной картине при этом возникали «дополнительные» широкие максимумы, появление которых авторы связывают с выстраиванием (упорядочением) некоторой части молекул (нанотрубок) вдоль оси приложения силы.

Целью данной работы является изучение процессов, протекающих в пленках полииамида ПМ-А (типа Kapton H), в результате внешнего воздействия – выдерживания при низких температурах (77К и 4,2К) и одноосной деформации.

### ОБЪЕКТЫ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В работе исходным материалом служила пленка ПМ-А, синтезированная из растворов форполимеров [1]. Из пленки были вырезаны образцы в форме полосок размерами  $70 \times 5 \times 0,08 \text{мм}^3$ .

Часть образцов были подвергнуты последовательно температурной деформации и одноосной деформации. Температурная деформация осуществлялась путем выдерживания заготовок в течение трёх часов в азоте или гелии. Одноосную деформацию образцов осуществляли в режиме ползучести путем ступенчатого нагружения при температурах 293К, 77К и 4,2К [8,9].

Рентгеноструктурные исследования исходных и деформированных пленок полииамида ПМ-А производили на дифрактометре ДРОН-2.0 в  $K_{\alpha}$  излучении медного анода с никелевым фильтром, с системой коллимационных щелей и с последующей компьютерной обработкой данных. Съемку осуществляли при комнатной температуре в интервале углов  $2\theta = 4 - 70^\circ$ . Следует отметить, что все съёмки дифрактограмм проводились сразу же после воздействия на них различных факторов. Авторы при этом предполагают, что образец в процессе отогрева до комнатной температуры сохраняет структуру, которая была сформирована в результате воздействия низких температур и/или деформации. Дифракционные профили полученных кривых аппроксимировали колокообразными функциями (Гаусс) с помощью математической программы.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На дифрактограмме для исходного образца (рис. 2) наблюдается симметричный широкий пик (гало) на малых углах. Это является свидетельством отсутствия в образце дальнего порядка и наличие ближнего порядка.

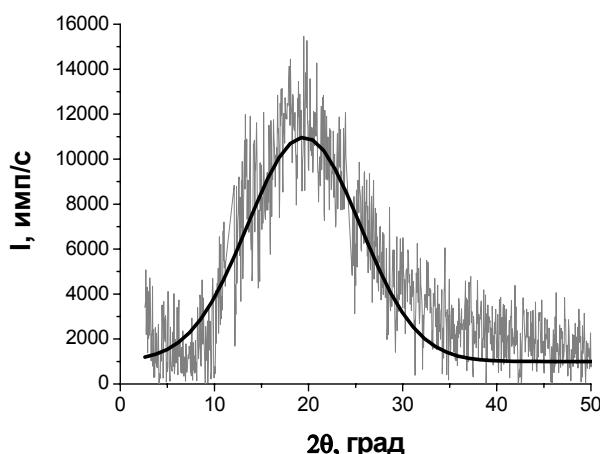


Рис. 2. Зависимость интенсивности рассеяния от угла сканирования для исходной плёнки

То есть исследуемый образец, с точки зрения трансляционного порядка, является аморфным. Отсутствие кристаллической фазы может быть обусловлено активно протекающими релаксационными процессами (вылаживание) при комнатной температуре [10,11] на протяжении около 30 лет (год производства исследуемой пленки 1988-1989 гг). Охлаждение полиимидной пленки (температурная деформация) при  $T=77\text{K}$  (рис. 3а) приводит к появлению дополнительного пика в области меньших углов. Такой вид дифрактограммы может свидетельствовать об образовании областей ближнего порядка с различными размерами: как в исходном состоянии, так и с меньшими размерами, т.е. появляются области сжатия. Появление дополнительного максимума можно объяснить тем, что в процессе охлаждения происходит «слипание» (упорядочение молекул друг относительно друга) какой-то части макромолекул с образованием некого подобия связок углеродных нанотрубок [6,7]. Аналогичная картина наблюдается при охлаждении полиимидной пленки (температурная деформация) при  $T=4,2\text{K}$  (рис. 3б).

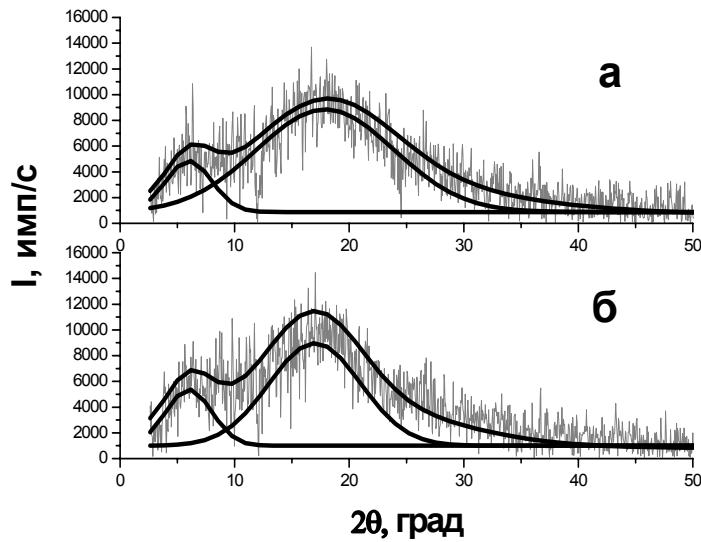


Рис. 3. Зависимость интенсивности рассеяния от угла сканирования для пленки, охлажденной при а)  $T=77\text{ K}$ ; б)  $T=4,2\text{ K}$

Деформация при комнатной температуре также приводит к появлению дополнительного пика (рис. 4), но в области больших углов, как и в работе [12]. Это говорит о том, что в деформированном образце при комнатной температуре, происходит формирование областей ближнего порядка с большим размером, нежели в исходном образце, и в образцах, охлажденных при низких температурах. Аналогичное поведение наблюдалось в уже вышеупомянутой работе [5] при изучении нанотрубок, подвергавшихся одноосному растяжению. В этой работе авторы связывают возникновение «дополнительных» широких максимумов с тем, что при одноосной деформации некоторой части молекул (нанотрубок) выстраиваются (упорядочиваются) вдоль оси приложения силы.

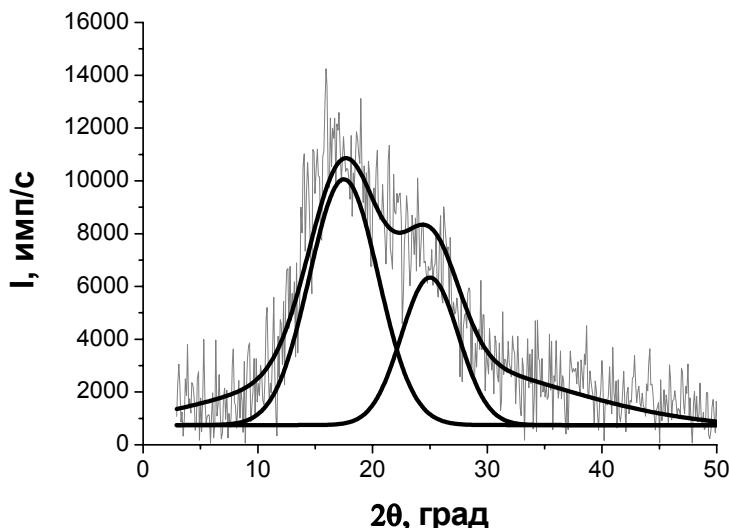


Рис.4. Зависимость интенсивности рассеяния от угла сканирования для пленки, деформированной при комнатной температуре

Низкотемпературная деформация при  $T=77\text{K}$  приводит к тому, что на дифрактограмме (рис. 5а) наблюдается, как и при «чистом охлаждении», два широких пика («основной» и «дополнительный»). Качественно другая картина наблюдается при низкотемпературной деформации при  $T=4,2\text{K}$ . На дифрактограмме при этом (рис. 5б) наблюдается только симметричное гало, как и для исходного образца (рис. 2).

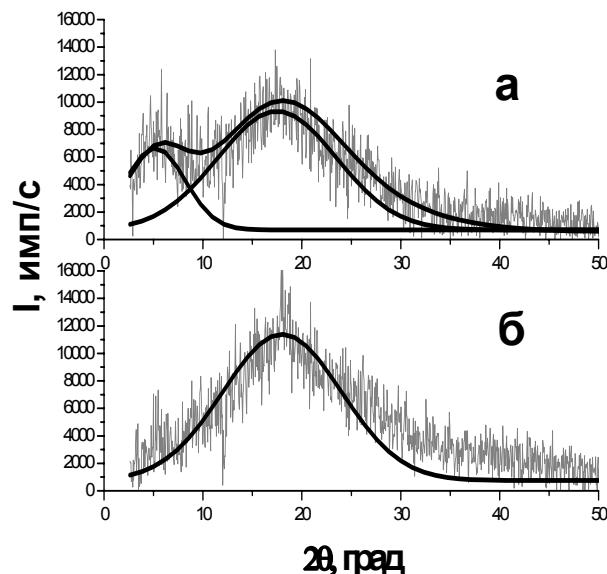


Рис. 5. Зависимости интенсивностей рассеяния от угла сканирования для пленки, деформированной при а) 77 К; б) 4,2 К

Такое поведение можно объяснить следующими двумя процессами, происходящими в образцах:

Во-первых: образцы охлаждались с большой скоростью (порядка 100 К/мин), т.е. в них происходило подобие «закалки». В результате этого образовавшиеся при криовоздействии «жгуты» состоят из разного количества полимерных цепей (в зависимости от скорости «закалки»), а следовательно, имеют разную жесткость. Значит, для «разбития» жгутов полученных при разных температурах, необходимо прикладывать разное усилие. Этим можно объяснить полученное различие на дифрактограммах на рис. 5. В итоге при азотной температуре в результате приложенных усилий дополнительный максимум смещается в сторону малых углов (рис. 5а), а при гелиевых температурах максимум становится симметричным (рис. 5б).

Во-вторых: различие на дифрактограммах на рис. 5 может быть получено вследствие того, что под действием внешней нагрузки при гелиевой температуре «жгуты», состоящие из полимерных цепей, уменьшаются по длине (просто ломаются). Это приводит к тому, что «жгуты» хаотично разориентируются друг относительно друга.

## ВЫВОДЫ

- Проведены рентгеноструктурные исследования полииimidных пленок ПМ-А, подвергнутых криоохлаждению и одноосному растяжению при температурах 300 К, 77 К и 4,2 К.
- Предполагается, что в результате охлаждения до низких температур происходит взаимное упорядочение части молекул и это проявляется в виде появления дополнительного пика в области меньших углов.
- В результате одноосной деформации пленки при 300 К происходит частичная ориентация (выстраивание) молекул в направлении приложенной нагрузки, что на дифрактограммах проявляется в виде смещения дополнительного пика в сторону больших углов.
- Приведены два возможных механизма изменения структуры в результате низкотемпературной деформации. Предполагается, что в результате охлаждения образуются «жгуты», состоящие из разного количества полимерных сегментов. Низкотемпературная деформация при 77К и 4,2К приводит, соответственно, к сжатию и разрыву этих жгутов.

Авторы благодарят В.Д. Нацика за прочтение текста и сделанные ценные замечания.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Bessonov M.I., Koton M.M., Kudryavtsev V.V., Lajus L.A. Poliimidy – klass termostojskikh polimerov [Polyimides - a class of heat-resistant polymers]. - Leningrad: Nauka, 1988. (in Russian)

2. Manzhelii V.G., Freiman Yu.A. Physics of Cryocrystals. – Woodbury, New York: AIP Press, 1996.
3. Kroto H.W., Heath J.R., O'Brien S.C., Curl R.F., Smalley R.E. C<sub>60</sub>: Buckminsterfullerene // Nature. – 1985. – Vol.318. – P.162; doi:10.1038/318162a0
4. Iijima S. Helical microtubules of graphitic carbon // Nature. – 1991. – Vol. 354. – P. 56; doi:10.1038/354056a0
5. Jin L., Bower C., Zhou O. Alignment of carbon nanotubes in a polymer matrix by mechanical stretching // Appl. Phys. Lett.- 1998. – Vol. 73. – P. 1197, <http://dx.doi.org/10.1063/1.122125>
6. O'Connell M.J., Bachilo S.M., Huffman C.B., Moore V.C., Strano M.S., Haroz E.H., Rialon K.L., Boul P.J., Noon W.H., Kittrell C., Ma J., Hauge R.H., Weisman R.B., Smalley R.E. Band gap fluorescence from individual single-walled carbon nanotubes // Science. – 2002. – Vol. 297. – P. 593, doi:10.1126/science.1072631
7. Karachevtsev V.A., Plokhotnichenko A.M., Glamazda A.Yu., Leontiev V.S., Levitsky I.A. Excitonic energy transfer in polymer wrapped carbon nanotubes in gradually grown nanoassemblies // Phys. Chem. Chem. Phys. – 2014. - Vol. 16. - P. 10914, doi:10.1039/C4CP00776J
8. Zinov'yev M.V., Koval' V.A., Danilenko L.I., Soldatov V.P. Ustanovka dlya izucheniya protsessov nizkotemperaturnoy polzuchesti [Installation for studying the low-temperature creep process] // Strength problems. – 1970. – No.6. – P.92. (in Russian)
9. Soldatov V.P., Kirichenko G.I., Abraimov V.V., Braude I.S., Geidarov V.G. The laws of deformation of an amorphous polyimide (PI) film when it is stretched in the temperature range 1.6–300 K // Low Temp. Phys. – 2016. – Vol. 42. – P. 817, doi:10.1063/1.4963917
10. Kargin V.A., Slonimskiy G.L. Kratkiye ocherki po fiziko-khimii polimerov [Brief essays on the physicochemistry of polymers] - M.: Chemistry, 1967. – 232 p. (in Russian)
11. Lototskaya V.A., Yakovenko L.F., Alekseenko E.N., Abraimov V.V., Wen Zhu Shao Low temperature deformation and strength of polyimide films due to thickness and deformation speed // East. Eur. J. Phys. – 2017. – Vol.4. – No.2. – P.44–52.
12. Braude I.S., Gal'tsov N.N., Geidarov V.G., Kirichenko G.I., Abraimov V.V. Effect of deformation and temperature on the ordering of polyimide PM-A molecules. X-ray data // Low Temp. Phys. – 2016. – Vol. 42. – P. 204, doi:10.1063/1.4944734

PACS: 52.77.Dq, 81.15.Jj

## INFLUENCE OF BIAS POTENTIAL AND SUBSTRATE ORIENTATION ON CHARACTERISTICS OF DEPOSITED COATING: THE ROLE OF SPUTTERING

**A.I. Kalinichenko, E.N. Reshetnyak, V.E. Strel'nitskij**

NSC "Kharkiv Institute of Physics and Technology" NASU

Kharkiv, 61108, st. Akademicheskaya 1, Ukraine

E-mail: aikalinichenko@kipt.kharkov.ua

Received 23 March, 2018

Influence of atomic sputtering on intrinsic stress and growth rate of the coating made by method of plasma - ion deposition with use of pulsed bias potential and at different incidence angles of ions is theoretically investigated. The formula for intrinsic stress calculation in deposited coating obtained in the model of the nonlocal thermoelastic peak of the ion, taking into account atomic sputtering processes, was used to calculate the stresses in TiN and CrN coatings deposited from  $Ti^+$  and  $Cr^+$  ion beams, respectively. The stress value for the coatings considered correlates with the modulus of elasticity of the coating material. The stress curve maximum decreases and shifts to the region of higher potentials with increasing angle of incidence. This behavior is due to the sputtering of quasi-stable interstitial defects that determine the level of stress in the deposited coating. A formula is proposed for the coating deposition rate, which takes into account the sputtering of the coating atoms at arbitrary bias potential and the angle of incidence of the ions. It is shown that sputtering sharply reduces the coatings deposition rate and makes it impossible to deposit TiN and CrN coatings in the DC mode at potentials on the substrate exceeding 1.7 kV and 0.7 kV, respectively, and with normal ion incidence. Sputtering has the greatest influence on the intrinsic stress and the growth rate of the coating at ion deposition at inclined angles of incidence  $\alpha = 45^\circ \dots 70^\circ$ . The results of the calculations are compared with the available experimental data.

**KEY WORDS:** plasma-ion coating deposition, pulsed bias potential, intrinsic stress, non-local thermoelastic peak of ion, deposition rate.

**ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОТЕНЦИАЛА СМЕЩЕНИЯ И ОРИЕНТАЦИИ ПОДЛОЖКИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ОСАЖДАЕМОГО ПОКРЫТИЯ:  
РОЛЬ РАСПЫЛЕНИЯ**

**А.И. Калинченко, Е.Н. Решетняк, В.Е. Стрельницкий**

Національний Науковий Центр «Харківський фізико-техніческий інститут»  
61108, Харків, Академіческа, 1

Теоретически исследуется влияние процессов атомного распыления на величину внутренних напряжений и скорость роста покрытия, получаемого методом плазменно-ионного осаждения с использованием импульсного потенциала смещения на подложке и при различных углах падения ионов на осаждаемую поверхность. Формула для расчета внутренних напряжений в осаждаемом покрытии, полученная в рамках модели нелокального термоупругого пика иона с учетом процессов атомного распыления, использовалась для расчета напряжений в покрытиях TiN и CrN, осаждаемых из потоков ионов  $Ti^+$  и  $Cr^+$ , соответственно. Величина напряжений для рассмотренных покрытий коррелирует с модулем упругости материала покрытия. Максимум кривой напряжений уменьшается и смещается в область более высоких потенциалов с ростом угла падения. Такое поведение обусловлено процессом распыления квазистабильных междоузельных дефектов, определяющих уровень напряжений в осаждаемом покрытии. Предложена формула для скорости осаждения покрытия, учитывающая распыление атомов покрытия при произвольных потенциалах смещения и угле падения ионов. Показано, что распыление резко снижает скорость осаждения покрытий и делает невозможным осаждение покрытий TiN и CrN в режиме постоянного потенциала при потенциалах на подложке, превышающих 1,7 кВ и 0,7 кВ, соответственно, и при нормальном падении ионов. Распыление оказывает наибольшее влияние на внутреннее напряжение и скорость роста покрытия при осаждении ионов под наклонными углами падения  $\alpha = 45^\circ \dots 70^\circ$ . Результаты расчетов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** плазменно-ионное осаждение покрытий, импульсный потенциал смещения, внутреннее напряжение, нелокальный термоупругий пик иона, скорость осаждения.

**ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ПОТЕНЦІАЛУ ЗМІЩЕННЯ Й ОРІЄНТАЦІЇ ПІДКЛАДКИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОКРІТТЯ, ЩО ОСАДЖУЄТЬСЯ: РОЛЬ РОЗПИЛЕННЯ**

**О.І. Калініченко, О.М. Решетняк, В.Є. Стрельницький**

Національний Науковий Центр «Харківський фізико-техніческий інститут»  
61108, Харків, Академічна, 1

Теоретично досліджується вплив процесів атомного розпилення на величину внутрішніх напружень і швидкість росту покриття, одержуваного методом плазмово-іонного осадження з використанням імпульсного потенціалу зміщення на підкладці й при різних кутах падіння іонів на поверхню, що осаджується. Формула для розрахунку внутрішніх напружень в покритті, що осаджується, отримана в рамках моделі нелокального термопружного пика іона з урахуванням процесів атомного розпилення, використовувалася для розрахунку напружень у покриттях TiN і CrN, що осаджуються з потоків іонів  $Ti^+$  і  $Cr^+$ , відповідно. Величина напружень зменшується й зміщується в область більш високих потенціалів з ростом кута падіння. Таке поводження обумовлене процесом розпилення квазистабільних міжвузловинних дефектів, що визначають рівень напружень

в покритті, що осаджується. Запропоновано формулу для швидкості осадження покриття, що враховує розпилення атомів покриття при довільних потенціалі зсуву й куті падіння іонів. Показано, що розпилення різко знижує швидкість осадження покриттів і унеможливлює осадження покриттів TiN і CrN у режимі постійного потенціалу при потенціалах на підкладці, що перевищують 1,7 кВ і 0,7 кВ, відповідно, й при нормальному падінні іонів. Розпилення впливає на внутрішнє напруження й швидкість росту покриття при осадженні іонів під похилими кутами падіння  $\alpha = 45^\circ \dots 70^\circ$ . Результати розрахунків порівнюються з наявними експериментальними даними.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** плазмо-іонне осадження покриттів, імпульсний потенціал, внутрішнє напруження, нелокальний термопружний пік іона, скорость осадження.

Процесс вакуумно-дугового осаждения широко используется для модификации поверхности материалов, в том числе для реактивного осаждения на поверхность инструмента и деталей машин упрочняющих покрытий на основе нитридов переходных металлов, которые имеют высокую твердость, прочность, износостойкость, химическую инертность. Поток частиц, генерируемых вакуумной дугой и осаждаемый на подложку, характеризуется высокой степенью ионизации, а при использовании устройств для фильтрации плазмы является полностью ионизированным. Энергия ионов плазмы в процессе осаждения покрытия контролируется приложением потенциала смещения к подложке, что обуславливает возможность гибкого управления структурой и свойствами синтезированных покрытий [1]. Одним из способов повышения характеристик покрытий за счет формированияnanoструктуры и улучшения адгезии к подложке является подход, сочетающий процессы осаждения и имплантации. При таком подходе главной особенностью является интенсивная ионная бомбардировка поверхности во время нанесения покрытия, которая обеспечивается путем подачи на подложку высоковольтного импульсного потенциала смещения, что позволяет при низких температурах подложки синтезировать покрытия с плотной нанокристаллической структурой. Изменение параметров импульсного потенциала дает возможность регулировать параметры субструктур и уровень остаточных напряжений в покрытиях, чрезвычайно высокое значение которых может быть причиной низких эксплуатационных свойств и даже разрушения покрытий [2-6].

Когда говорят о параметрах процесса осаждения, прежде всего, имеют в виду энергию осаждаемых ионов и температуру подложки. В то же время, следует учитывать и ориентацию подложки относительно падающего потока ионов, поскольку, как показывают эксперименты и теория, внутренние напряжения в осаждаемом покрытии, так же как и скорость осаждения, зависят от угла падения ионов [7-11]. Последнее обстоятельство особенно существенно при осаждении покрытия на объекты сложной формы, когда невозможно обеспечить постоянство угла падения ионов на различные участки поверхности осаждения. Прямыми следствиями этого являются неоднородность вдоль поверхности внутренних напряжений и толщины осаждаемого покрытия в случае объектов сложной формы.

Кроме геометрического фактора, определяющего скорость осаждения покрытия и температуру осаждения, заметную роль в формировании покрытия и внутренних напряжений в нем играет распыление частиц покрытия под действием падающих ионов. Влияние распыления может быть настолько существенно, что, при достаточно большой энергии осаждаемых ионов, оно замедляет и даже прекращает рост покрытия. Не менее важным может оказаться влияние распыления и на величину внутренних напряжений, поскольку, наряду с атомами, составляющими кристаллическую структуру покрытия, распыляются также и междоузельные дефекты, отвечающие за внутренние напряжения, что приводит к изменению напряжений. При этом, эффективность распыления может зависеть как от энергии падающих ионов, так и от угла падения ионов на осаждаемую поверхность.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния процессов распыления на внутренние напряжения и скорость роста покрытий TiN и CrN, осаждаемых из потоков ионов  $Ti^+$  и  $Cr^+$ , соответственно, в режиме импульсного потенциала при различных углах падения ионов на осаждаемую поверхность.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В [12] была предложена модель, согласно которой внутренние напряжения формируются в результате генерации напряжений за счет дефектообразования при имплантации ионов и релаксации напряжений в ходе миграции дефектов в точечных тепловых пиках (ТТП) ионов. Полученная в рамках модели формула дала качественное объяснение наблюдающейся зависимости напряжений от энергии ионов и удовлетворительное количественное согласие с результатами экспериментов.

Однако использование модели ТТП для описания релаксации механических напряжений представляется не вполне корректным, поскольку в модели не учитывается характер взаимодействия имплантируемого иона с атомами материала мишени, определяющий начальные размеры и энергосодержание образующегося теплового пика. Вследствие этого модель ТТП принципиально не может объяснить экспериментально наблюдаемую зависимость возникающих внутренних напряжений от температуры осаждения  $T_0$ , а её согласие с экспериментальными данными достигается при величинах энергии активации миграции дефектов  $u = 3 \dots 14$  эВ, значительно превосходящих известные значения для процессов миграции междоузельных дефектов. Кроме того, формула, полученная в [12] на основе модели ТТП, не учитывает разнозарядность осаждаемых ионов и режим осаждения покрытия.

В [13-15] предложена модификация формулы для расчёта внутренних напряжений в осаждаемом

покрытии, основанная на модели нелокального термоупругого пика (НТП) иона – перегретой и перенапряженной области нанометровых размеров, возникающей вокруг траектории иона в материале покрытия в результате термализации фононных потерь иона. Результаты моделирования с помощью программного пакета SRIM 2000 показали, что в случае нормального падения низкоэнергетического иона его НТП может аппроксимироваться сферическим сегментом, примыкающим к поверхности мишени. Основными параметрами НТП являются энергосодержание

$$E_{ph} = E\eta(E) \quad (1)$$

и радиус пика

$$R(t, E) = l(E)/2 + R_T(t). \quad (2)$$

Здесь  $l(E)$  – средний проективный пробег и  $\eta(E)$  – доля фононных потерь иона с энергией  $E$ , вычисляемые с использованием программного пакета SRIM2000 [16],  $R_T(t)$  – радиус «сферы размывания» точечного теплового источника за время  $t$ . Центр НТП лежит на середине среднего проективного пробега иона  $l$ .

Анализ геометрических характеристик каскадов возбужденных атомов, порождаемых ионом при различных энергиях и углах падения, позволяет сделать вывод, что радиус НТП слабо зависит от угла падения  $\alpha$ . При этом положение НТП относительно границы определяется поворотом НТП на угол  $\alpha$  относительно точки влета иона в плоскости, задаваемой нормалью к поверхности мишени и вектором скорости иона.

Объем НТП при произвольном угле падения  $\alpha$  определяется выражением:

$$V(t, E, \alpha) = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{l(E)}{2} + R_T(t)\right)^3 - \frac{\pi}{3}\left[\frac{l(E)}{2}(1 - \cos\alpha) + R_T(t)\right]^2 \left[l(E)\left(1 + \frac{1}{2}\cos\alpha\right) + 2R_T(t)\right]. \quad (3)$$

При увеличении  $\alpha$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  объём пика монотонно уменьшается. При нормальном падении  $\alpha = 0$  выражение (3) совпадает с выражением, приведенным в [13-15].

Что касается энергосодержания пика, то оно в рассматриваемом случае зависит как от энергии иона  $E$ , так и от угла падения иона  $\alpha$ :  $E_{ph}(E, \alpha) = E\eta(E, \alpha)$ .

Вычисленные функции  $V(t, E, \alpha)$  и  $E_{ph}(E, \alpha)$  позволяют определить среднюю температуру НТП при наклонном падении пучка ионов

$$T(t, E, T_0, \alpha) = \frac{E_{ph}(E, \alpha)}{\rho C V(t, E, \alpha)} + T_0, \quad (4)$$

где  $\rho$ ,  $C$  и  $T_0$  – плотность, удельная теплоемкость и температура осаждения покрытия, соответственно. Отметим, что при температурах выше комнатных можно не учитывать зависимость теплоемкости  $C$  от температуры, принимая ее равной ее высокотемпературному пределу.

Полученные значения  $V(t, E, \alpha)$  и  $T(t, E, T_0, \alpha)$  использовались для расчёта скорости релаксации внутренних напряжений в покрытии, определяемой числом термоактивированных переходов  $w(E, u, T_0, \alpha)$  в НТП иона:

$$w(E, T_0, \alpha) = n_0 \nu \int_0^{\tau_c} V(t, E, \alpha) e^{-\frac{u}{k_B T(t, E, T_0, \alpha)}} dt, \quad (5)$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $n_0$  – концентрация атомов мишени,  $\nu$  – частота колебаний атома,  $\tau_c$  – время жизни НТП,  $u$  – энергия активации миграции дефекта.

Внутренние напряжения формируются в результате образования дефектов при имплантации ионов и релаксации напряжений в ходе миграции дефектов в НТП ионов [12-15]. Для определения внутренних напряжений, возникающих в покрытиях при наклонном падении пучка ионов, необходимо вычислить объёмную деформацию мишени. При выводе формулы для напряжений предполагаем, как и в [12-15], линейную зависимость между объемной деформацией мишени и плотностью дефектов, образующихся в результате рассеяния иона на атомах мишени. Результирующая скорость, в расчете на единицу площади, с которой дефекты внедряются в пленку, задается разностью между скоростью появления дефектов за счет имплантации ионов и скоростью их убыли за счет термоактивированной миграции. Вычисления скорости образования дефектов приводят к следующей формуле для расчета внутренних напряжений  $\sigma$  в покрытиях, осаждаемых из наклонного потока разнозарядных ионов в режимах постоянного и импульсного потенциала смешения [14]:

$$\sigma(U, \alpha) = A \frac{E_Y}{1 - \Pi} \frac{\sum_i [f t_p \chi_i \zeta(i(U + U_f + E_{0i}), \alpha) + (1 - f t_p) \chi_i \zeta(i(U_1 + U_f + E_{0i}), \alpha)]}{1 + \sum_i [f t_p \chi_i w(i(U + U_f + E_{0i}), \alpha) + (1 - f t_p) \chi_i w(i(U_1 + U_f + E_{0i}), \alpha)]}. \quad (6)$$

Здесь  $E_Y$  и  $\Pi$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала мишени,  $t_p$  – длительность прямоугольного

импульса потенциала с амплитудой  $U$ ,  $f$ - частота следования импульсов,  $U_f$  – плавающий потенциал,  $U_1$  – потенциал, подаваемый на подложку между импульсами,  $\chi_i$  и  $E_{0i}$  – доля ионов с зарядом  $i$  (в единицах заряда протона), и начальная энергия иона в расчете на единицу заряда, соответственно. Суммирование проводится по  $n$  зарядовым состояниям ионов (как правило,  $n \leq 5$ ). Функции  $\zeta(E, \alpha)$  и  $w(E, T_0, \alpha)$ , определяющие число стабильных дефектов и скорость их миграции, соответственно, теперь являются также функциями угла падения ионов. Параметр  $A$  и значение энергии активации миграции дефектов  $u$  определяются из сравнения теоретической зависимости с данными эксперимента при нормальном падении ионов  $\alpha = 0$ . Формула (6) описывает внутренние напряжения, возникающие в покрытиях при осаждении однокомпонентного пучка разнозаряженных ионов в режимах как постоянного ( $f t_p = 1$ ), так и импульсного ( $f t_p < 1$ ) потенциала на подложке.

Температура осаждения  $T_0$ , зависящая как от энергии ионов, так и от угла падения задается соотношением:

$$T_0(U, \alpha) = T_{00} + \frac{\lambda j \cos \alpha}{z} \left[ (1 - f t_p) \sum_i i \chi_i (U_1 + U_f + E_{0i}) + f t_p \sum_i i \chi_i (U + U_f + E_{0i}) \right], \quad (7)$$

где  $T_{00}$  – температура необлучаемой подложки,  $j$  – плотность тока осаждаемых ионов,  $z$  – средний заряд иона. Параметр  $\lambda$  зависит от конструкционных особенностей установки по осаждению покрытия. Величина  $\lambda$  подбирается из условия равенства температуры осаждения ее экспериментальному значению при известном потенциале смещения  $U$ .

Формула (6) позволила, в рамках модели НТП, объяснить ряд закономерностей, наблюдающихся при осаждении DLC и TiN покрытий в режиме постоянного и импульсного потенциала при нормальном падении ионов фильтрованной вакуумно-дуговой плазмы на осаждаемую поверхность [13-15]. В то же время использование этой формулы для описания внутренних напряжений, возникающих в осаждаемом покрытии при скользящем падении ионов, дает результаты не согласующиеся как с экспериментальными данными, так и с результатами моделирования методами молекулярной динамики [7-10]. Так, расчет по формуле (6) дает увеличение внутренних напряжений во всем диапазоне энергий ионов Ti, используемых при осаждении TiN покрытия. Причина увеличения расчетных напряжений состоит в том, что при скользящем падении заметно возрастает число дефектов, задаваемых функцией  $\zeta(E, \alpha)$ , что с избытком компенсирует эффект снижения напряжений за счет более компактного и, в силу этого, более горячего пика. В то же время, в [8] показано, что при осаждении DLC покрытия под наклонными углами ( $\alpha \sim \pi/2$ ) в покрытии уменьшается доля  $sp^3$ -связей, что косвенно свидетельствует об уменьшении величины внутренних напряжений сжатия. Такой вывод подтверждается результатами моделирования [9], согласно которым внутреннее напряжение в осаждаемом DLC покрытии снижается при изменении  $\alpha$  от 0 до  $\pi/4$ . Экспериментальные исследования зависимости величины внутренних напряжений в покрытии TiN, осаждаемом как в DC-режиме, так и в режиме импульсного потенциала, также подтверждают уменьшение напряжений при росте угла падения [7,10].

Описанное расхождение теории и эксперимента можно объяснить, если внести определенные корректизы в функцию  $\zeta(E, \alpha)$ , задающую число стабильных дефектов, создаваемых, в основном, первичным ионом. Для этого необходимо учесть, что некоторая часть дефектов (междоузлий)  $\zeta(E, \alpha)$ , создающих долговременную деформацию, удаляется из материала мишени в результате распыления. Пусть общее число дефектов, создаваемых как первичным ионом, так и всеми вторичными ионами задается функцией  $\zeta_{total}(E, \alpha)$ , а общее число распыленных атомов – функцией  $\psi_{total}(E, \alpha)$ . Обе эти функции, так же как и функция  $\zeta(E, \alpha)$  могут быть получены с использованием программного пакета SRIM2000 [10]. Поскольку распыляются только атомы из числа  $\zeta_{total}(E, \alpha)$ , то часть распыленных стабильных дефектов задается выражением

$$\psi(E, \alpha) = k \psi_{total}(E, \alpha) \frac{\zeta(E, \alpha)}{\zeta_{total}(E, \alpha)}, \quad (8)$$

где  $k \sim 1$  – параметр, в дальнейших расчетах принимаемый равным единице. В результате число стабильных дефектов, не удаленных из материала в результате распыления, задается выражением

$$\zeta^*(E, \alpha) = \zeta(E, \alpha) - \Delta \zeta(E, \alpha) = \zeta(E, \alpha) \left( 1 - \frac{\psi_{total}(E, \alpha)}{\zeta_{total}(E, \alpha)} \right), \quad (9)$$

которое должно быть подставлено в (6) вместо функции  $\zeta(E, \alpha)$ .

С учетом сказанного модифицированная формула для расчета внутренних напряжений в осаждаемом покрытии при произвольном угле падения осаждаемых ионов имеет вид выражения (6), в котором произведена замена  $\zeta(E, \alpha) \rightarrow \zeta^*(E, \alpha)$ .

Процессы распыления влияют не только на внутренние напряжения, но они также уменьшают скорость роста покрытия, причем такое уменьшение зависит от угла падения ионов и усиливает эффект чисто

геометрического фактора (плотность потока ионов при наклонном падении на подложку изменяется по закону «косинусов»). Выражение для скорости роста покрытия в случае импульсного режима осаждения покрытия из пучка разнозарядных ионов можно записать в виде:

$$v_d(U, \alpha) = \frac{M}{\rho} \frac{j}{z} \cos \alpha \sum_i \chi_i \left\{ f_{t_p} \left[ 1 - \psi_{total} \left( i(U + U_f + E_{0i}), \alpha \right) \right] + (1 - f_{t_p}) \left[ 1 - \psi_{total} \left( i(U_1 + U_f + E_{0i}), \alpha \right) \right] \right\}, \quad (10)$$

где  $M$  и  $\rho$  - масса молекулы и плотность осаждаемого покрытия, соответственно,  $z$  – средний заряд иона. Поскольку азот попадает в покрытие вследствие хемосорбции, то при выводе (10) предполагалось, что каждый ион металла, осаждаемый на подложку, приводит к образованию одной «молекулы» нитрида в покрытии.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Полученные формулы позволяют рассчитывать внутренние напряжения и скорости осаждения покрытий, осаждаемых из потоков разнозарядных ионов в режимах постоянного и импульсного потенциалов и при различных углах падения ионов (рис. 1,2).

Расчет внутренних напряжений в TiN покрытии, осаждаемом из пучка ионов  $Ti^+$ , проводился с использованием формулы (6) при следующих значениях параметров:  $u = 0,58$  эВ,  $U_f = 20$  В,  $t_p = 5$  мкс,  $f = 24$  кГц,  $T_{00} = 300$  К. Параметры НТП ионов  $Ti^+$  в материале покрытия TiN, необходимые для вычисления функций  $\zeta^*(E)$  и  $w(E)$ , определялись с использованием программного пакета SRIM2000. При расчётах также принималось  $\mu_j = 0,186$  К/В, что соответствовало повышению температуры подложки на  $\sim 40$  К при увеличении потенциала на 1 кВ в режиме импульсного потенциала с выбранными значениями параметров  $f$  и  $t_p$ . Экспериментальное значение напряжения  $\sigma = 10,6$  ГПа при потенциале смещения  $U = 1,5$  кВ, приведенное в [13] использовалось для определения константы  $A$  в выражении (6).

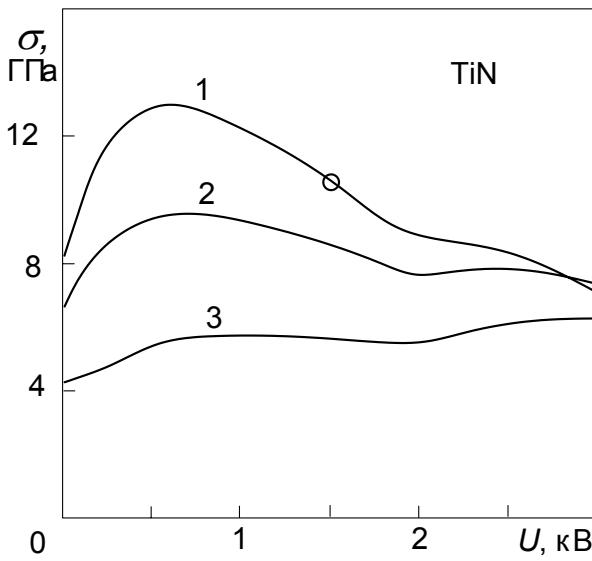


Рис. 1. Внутренние напряжения в покрытии TiN, осаждаемом из потока ионов  $Ti^+$  в импульсном режиме при углах падения  $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 70^\circ$  (кривые 1-3, соответственно). Светлый кружок – экспериментально определенное значение напряжений в покрытии TiN при потенциале  $U = 1,5$  кВ и нормальном падении ионов [10].

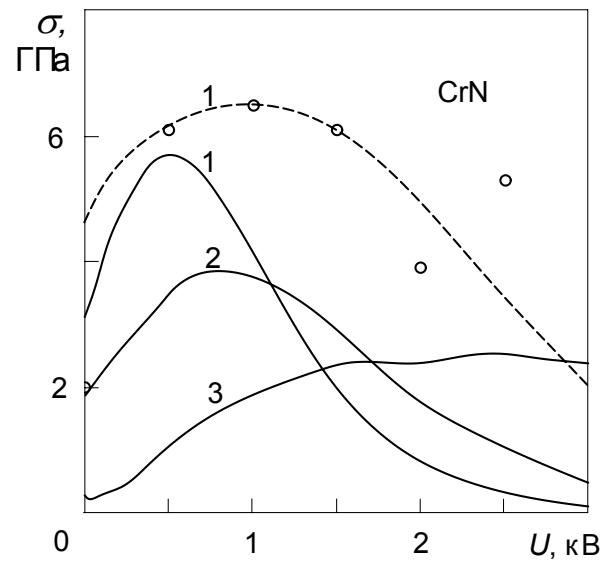


Рис. 2. Внутренние напряжения в покрытии CrN, осаждаемом из потока ионов  $Cr^+$  в импульсном режиме при углах падения  $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 70^\circ$  (кривые 1-3, соответственно). Пунктирная кривая – расчетные напряжения в покрытии  $Cr_{0,5}Al_{0,5}N$ , светлые кружки – данные эксперимента [17] при нормальном падении ионов.

Расчет внутренних напряжений в CrN покрытии, осаждаемом из пучка ионов  $Cr^+$ , также проводился с использованием формулы (6) при следующих значениях параметров:  $u = 0,75$  эВ,  $U_f = 20$  В,  $t_p = 12$  мкс,  $f = 12$  кГц,  $T_{00} = 300$  К. Параметры НТП ионов  $Cr^+$  в материале покрытия CrN также определялись с использованием программного пакета SRIM2000. При расчётах также принималось  $\mu_j = 0,3$  К/В, что соответствовало повышению температуры подложки на  $\sim 70$  К при увеличении потенциала на 1 кВ в режиме импульсного потенциала с выбранными значениями параметров  $f$  и  $t_p$ . Температура осаждения при нулевом потенциале смещения составляла  $T_0(0) = 370$  К. Для определения константы  $A$ , задающей масштаб напряжений в покрытии CrN использовались экспериментальные данные, полученные для покрытия  $Cr_{0,5}Al_{0,5}N$  [17]. Значения параметров  $\chi_i$  и  $E_{0i}$  для ионов  $Ti^+$  и  $Cr^+$  брались из монографии [1].

На рис. 1 представлены результаты расчетов внутренних напряжений в зависимости от потенциала смещения в покрытии TiN, осаждаемом из потока ионов  $\text{Ti}^+$  при различных углах падения ионов. Из рисунка следует, что максимум кривой напряжений при нормальном падении составляет  $\sim 13$  ГПа, что значительно превышает величину ( $\sim 10$  ГПа), приводимую ранее [14]. Отмеченное различие объясняется тем, что в [14] приведены данные по напряжениям в покрытии TiN, осаждаемом из более плотного потока ионов  $\text{Ti}^+$ . Это приводило к значительно большей температуре подложки ( $\mu_j = 0,3 \text{ К/В}$ ) и, как следствие, к меньшим напряжениям в осаждаемом покрытии. Максимум кривой напряжений уменьшается и смещается в область более высоких потенциалов с ростом угла падения. Указанное поведение внутренних напряжений всецело обусловлено процессом распыления, затрагивающим, как отмечалось выше, и междоузельные дефекты, определяющие уровень напряжений в покрытии. Как показывает проведенный анализ, в отсутствие эффекта распыления дефектов внутренние напряжения увеличивались бы с ростом угла падения ионов в силу ускорения дефектообразования при наклонных углах падения, что вступало бы в противоречие с имеющимися экспериментальными данными [7,10]. Наибольшее влияние процессов атомного распыления на формирование внутренних напряжений имеет место при осаждении ионов под наклонными углами падения  $\alpha = 45^\circ \dots 70^\circ$ .

Аналогичное поведение демонстрируют напряжения в покрытии CrN, осаждаемом из потока ионов  $\text{Cr}^+$  (см. рис. 2). Отметим, что величина напряжений в исследованных покрытиях коррелирует с модулем упругости материала покрытия. При больших углах падения зависимость величины напряжений от потенциала на подложке ослабевает для обоих исследованных материалов.

Рассмотрим влияние угла падения ионов на скорость осаждения покрытия. Моделирование с помощью программного пакета SRIM2000 показывает, что количество распыленных атомов с ростом энергии ионов увеличивается значительно сильнее для скользящего падения ( $\alpha > 0^\circ$ ) по сравнению с нормальным падением. Соответственно, уменьшается поток осаждаемых атомов и скорость роста покрытия.

На рис. 3,4 представлены результаты расчетов коэффициента распыления, задаваемого выражением

$$K(U, \alpha) = \sum_i \chi_i \left[ f_{t_p} \psi_{total} \left( i(U + U_f + E_{0i}), \alpha \right) + (1 - f_{t_p}) \psi_{total} \left( i(U_1 + U_f + E_{0i}), \alpha \right) \right] \quad (11)$$

атомов Ti (Cr) при падении потока ионов  $\text{Ti}^+$  ( $\text{Cr}^+$ ) на покрытие TiN (CrN), осаждаемое в режиме импульсного потенциала при различных углах падения ионов. Рассматривается режим импульсного потенциала с коэффициентом заполнения цикла  $f_{t_p} = 0,12$  ( $f_{t_p} = 0,144$ ). Пунктирные кривые соответствуют коэффициентам распыления при тех же углах падения ионов, но в случае режима постоянного потенциала.

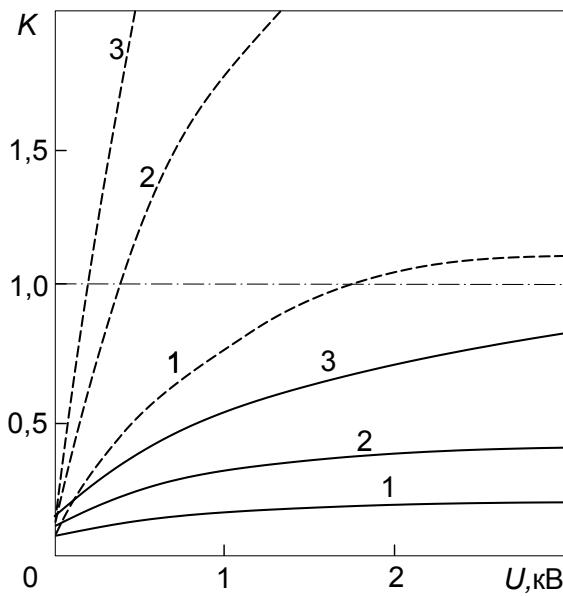


Рис. 3. Коэффициенты распыления  $K(U)$  атомов Ti при падении потока ионов  $\text{Ti}^+$  на покрытие TiN, осаждаемое в режиме импульсного потенциала при углах падения  $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 70^\circ$  (сплошные кривые 1 - 3, соответственно). Пунктирные кривые – соответствующие коэффициенты распыления в случае режима постоянного потенциала

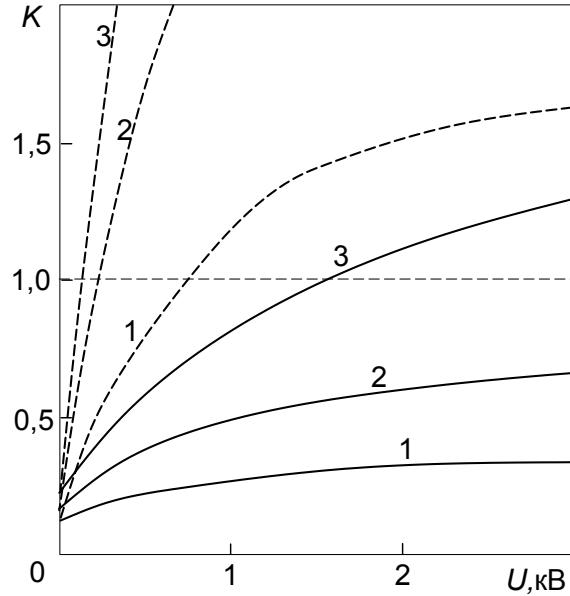


Рис. 4. Коэффициенты распыления  $K(U)$  атомов Cr при падении потока ионов  $\text{Cr}^+$  на покрытие CrN, осаждаемое в режиме импульсного потенциала при углах падения  $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 70^\circ$  (сплошные кривые 1 - 3, соответственно). Пунктирные кривые – соответствующие коэффициенты распыления в случае режима постоянного потенциала

Из рис. 3 видно, что в случае осаждения покрытия TiN в режиме постоянного потенциала при нормальном падении ионов  $\text{Ti}^+$  коэффициент распыления атомов Ti достигает 1 при потенциале на подложке  $U = 1,7$  кВ, то

есть, пленка перестает осаждаться, а при дальнейшем возрастании потенциала количество распыленных атомов превышает количество осаждаемых ионов: происходит травление поверхности покрытия TiN. Такой переход от режима осаждения к режиму травления хорошо согласуется с литературными данными [1]. По мере увеличения угла падения в интервале от  $0^\circ$  до  $70^\circ$  значение коэффициента распыления сильно возрастает. Переходу от распыления к травлению соответствуют значительно меньшие потенциалы, а именно: 400 В и 190 В для углов падения  $45^\circ$  и  $70^\circ$ , соответственно. При осаждении в режиме импульсного потенциала значение коэффициента распыления значительно ниже, чем в режиме постоянного потенциала и существенно зависит от коэффициента заполнения цикла  $f_{t_p}$ . Из сравнения рис. 3,4 видно, что процессы распыления при осаждении покрытия CrN играют более существенную роль, чем при осаждении покрытия TiN, что связано с большим атомным весом ионов  $\text{Cr}^+$ . Так, при нормальном падении в режиме постоянного потенциала процесс осаждения покрытия CrN сменяется на процесс травления уже при потенциале 0,7 кВ. Для углов падения  $45^\circ$  и  $70^\circ$  расчет дает значения потенциалов 230 В и 130 В, соответственно.

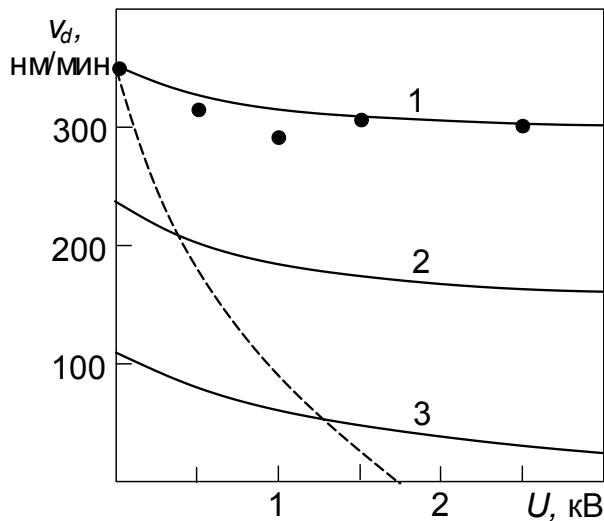


Рис. 5. Зависимость скорости роста покрытия TiN от потенциала смещения на подложке при углах падения ионов  $\text{Ti}^+$   $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 70^\circ$  (кривые 1, 2, 3, соответственно). Чёрные кружки - данные эксперимента [18]. Пунктирная кривая соответствует скорости роста при постоянном потенциале и нормальном падении ионов.

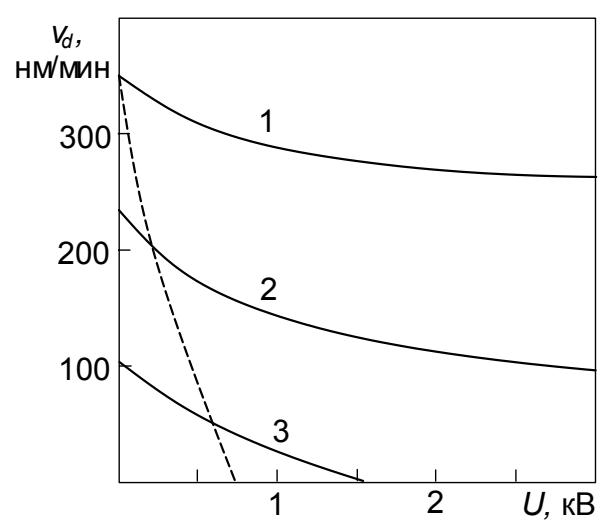


Рис. 6. Зависимость скорости роста покрытия CrN от потенциала смещения на подложке при углах падения ионов  $\text{Cr}^+$   $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 70^\circ$  (кривые 1, 2, 3, соответственно). Пунктирная кривая соответствует скорости роста при постоянном потенциале и нормальном падении ионов.

На рис. 5,6 представлена зависимость скорости роста покрытия TiN (CrN) от потенциала смещения на подложке при различных углах падения ионов  $\text{Ti}^+$  ( $\text{Cr}^+$ ) на осаждаемую поверхность. Рассматривался режим импульсного потенциала с коэффициентом заполнения цикла  $f_{t_p} = 0,12$  ( $f_{t_p} = 0,144$ ). Расчет проводился в предположении, что эффект уплотнения обеспечивает плотность покрытия, совпадающую с табличным значением массивного материала [19]. Для сравнения приведена кривая скорости роста при постоянном потенциале и нормальному падении ионов (пунктирная кривая). Из рис. 5 видно, что имеет место качественное согласие расчетной кривой скорости осаждения с экспериментальными данными, полученными для случая осаждения покрытия TiN при нормальном падении ионов  $\text{Ti}^+$ . Также видно, что скорость осаждения покрытия в импульсном режиме при нормальном падении ионов слабо (на ~13%) уменьшается при увеличении потенциала смещения на подложке в диапазоне 0...3 кВ. С увеличением угла падения ионов скорость осаждения уменьшается, и ее падение с ростом потенциала существенно возрастает – до 33% и 79% для углов падения  $45^\circ$  и  $70^\circ$ , соответственно.

## ВЫВОДЫ

- Формула для расчета внутренних напряжений в осаждаемом покрытии при произвольном угле падения ионов, полученная в рамках модели нелокального термоупругого пика иона с учетом процессов атомного распыления, использовалась для расчета напряжений в покрытиях TiN и CrN. Исследование влияния процессов распыления на формирование внутренних напряжений показало, что такое влияние наиболее существенно при осаждении ионов под наклонными углами падения  $\alpha = 45^\circ \dots 70^\circ$ .

- Величина напряжений для рассмотренных покрытий коррелирует с модулем упругости материала покрытия. Максимум кривой напряжений уменьшается и смешается в область более высоких потенциалов с

ростом угла падения в соответствии с имеющимися экспериментальными данными. Указанное поведение обусловлено процессом распыления междуузельных дефектов, определяющих уровень напряжений в осаждаемом покрытии.

3. Предложена формула для скорости осаждения покрытия, учитывающая распыление атомов покрытия при произвольных потенциалах и угле падения ионов. Сравнение расчетной кривой скорости осаждения TiN покрытия при нормальном падении ионов  $Ti^{+}$  с данными эксперимента показало их качественное согласие.

4. Анализ показал, что процесс атомного распыления резко снижает скорость осаждения покрытий в режиме постоянного потенциала уже при потенциалах 0,1...1 кВ и делает невозможным осаждение покрытий TiN и CrN при потенциалах на подложке, превышающих 1,6 кВ и 0,7 кВ, соответственно, и при нормальном падении ионов, что согласуется с экспериментальными данными. При увеличении угла падения потенциал, при котором процесс осаждения сменяется процессом травления, существенно снижается.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aksenov I.I., Andreev A.A., Belous V.A. et al. Vakuumnaja duga: istochniki plazmy, osazhdelenija pokrytij, poverhnostnoe modifikasirovaniye [Vacuum arc: sources of plasma, deposition of coatings, surface modification]. - Kyiv: Naukova dumka, 2012. – 727p. (In Russian)
2. Bilek M.M, McKenzie D.R., Tarrant R.N., Lim S.H.M., McCulloch D.G. Plasma-based ion implantation utilising a cathodic arc plasma // Surf. Coat. Technol. 2002. - Vol. 156. - P. 136-142.
3. Pelletier J., Anders A. Plasma-based ion implantation and deposition: A review of physics, technology, and applications // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2005. - Vol. 33. - P. 1944-1959.
4. Akkaya S.S., Vasyliev V.V., Reshetnyak E.N., Kazmanlı K., Solak N., Strel'nitskij V.E., Urgen M. Structure and properties of TiN coatings produced with PIII&D technique using high efficiency rectilinear filter cathodic arc plasma // Surface & Coatings Technology. – 2013. – Vol.236 – P. 332-340.
5. Belous V., Vasyliev V., Luchaninov A., Marinin V., Reshetnyak E., Strel'nitskij V., Goltvyanysya S., Goltvyanysya V. Cavitation and abrasion resistance of Ti-Al-Y-N coatings prepared by the PIII&D technique from filtered vacuum-arc plasma // Surface & Coatings Technology. – 2013. – Vol. 223. – P. 68-74.
6. Vasyliev V., Goltvyanysya S., Goltvyanysya V., Marinin V., Reshetnyak E., Strel'nitskij V., Tolmacheva G. Durability of the multicomponent nitride coatings based on TiN and (Ti,Al)N deposited by PIII&D method. // Problems of Atomic Science and Technology. – 2015. – No.2. – P. 130-138.
7. Jiang F., Zhang T.F., Wu B.H., Yu Y., Wu Y.P., Zhu Sh.F., Jing F.J., Huang N., Leng Y.X. Structure, mechanical and corrosion properties of TiN films deposited on stainless steel substrates with different inclination angles by DCMS and HPPMS // Surface & Coatings Technology. – 2016. - Vol.29. - P. 54-62.
8. Nelson N., Rakowski R.T., Franks J., Wooliams P., Weaver P., Jones B.J. The effect of substrate geometry and surface orientation on the film structure of DLC deposited using PECVD // Surface and Coatings Technology. - 2014. - Vol.254. – P. 73-78.
9. Xiaowei Li, Peiling Ke, Kwang-Ryeol Lee, Aiying Wang Molecular dynamics simulation for the influence of incident angles of energetic carbon atoms on the structure and properties of diamond-like carbon films // Thin Solid Films. – 2014. - Vol.552. - P. 136-140.
10. Vasil'ev V.V., Luchaninov A.A., Reshetnyak E.N., Strel'nitskij V.E. Effect of substrate position relative to the flow of filtered cathodic-arc plasma on the structure and properties of TiN coatings // Problems of Atomic Science and Technology. – 2017. – No 2. – P.160-167.
11. Kalinichenko A.I., Perepelkin S.S., Strel'nitskij V.E. Influence of incident angle of ion beam on intrinsic stress in deposited coating // Journal of Surface Physics and Engineering. – 2016. - Vol. 1. – No. 12. - P. 338-345. (In Russian).
12. Davis C.A. A simple model for the formation of compressive stress in thin films by ion bombardment // Thin Solid Films. – 1993. - Vol. 226. – No. 2-3. - P. 30-34.
13. Kalinichenko A.I., Perepelkin S.S., Strel'nitskij V.E. Dependence of intrinsic stress and structure of ta-C film on ion energy and substrate temperature in model of the non-local thermoelastic peak // Diamond Relat. Mater. - 2010. – Vol. 19. – P. 996-998.
14. Kalinichenko A.I., Kozionov S.A., Perepelkin S.S., Strel'nitskij V.E. Intrinsic stresses in coatings deposited at plasma immersion ion implantation // East European Journal of Physics. – 2014. - Vol. 1. – No. 4. - P. 58-64. (In Russian).
15. Kalinichenko A.I., Perepelkin S.S., Strel'nitskij V.E. Intrinsic stresses in CrN coatings deposited at different angles of incidence ions // Proceedings of the 2017 IEEE 7th International conference on Nanomaterials: Application & Properties (NAP2017), Zatoka, Ukraine – 2017. - Part 1. - 01PCS104(4p.).
16. Ziegler J.F., Biersack J.P., Littmark U. The Stopping and Range of Ions in Solids. - New York: Pergamon Press, 1996. - 297 p.
17. Vasyliev V.V., Luchaninov A.A., Reshetnyak E.N., Strel'nitskij V.E., Tolmacheva G.N., Pribytkov G.A., Korzhova V.V. Structure and properties of nitride coatings deposited from filtered vacuum arc plasma generated by evaporation of chromium-aluminum powder cathode // Journal of Surface Physics and Engineering. – 2016. - Vol. 1. - No. 1. - P. 62–80.
18. Vasyliev V.V., Luchaninov A.A., Reshetnyak E.N., Tolmacheva G.N., Strel'nitskij V.E. Vliyanie impulsnogo potentsiala smescheniya na strukturu i tverdost TiN pokrytiy, osazhdennyih iz filtrovannoy vakuumno-dugovoy plazmy // Sbornik trudov 4 Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii "Fiziko-himicheskie osnovyi formirovaniya i modifikatsii mikro- i nanostruktur", Kharkov, Ukraina. – 2010. – Vol. 1. - P. 85 – 89.
19. Bakai A.S., Sleptsov S.N., Zhukov A.I., Marchenko I.G., Sleptsov A.N. Mathematical Modelling of the Densification of Niobium Film Deposited from Self-Ion-Atomic Fluxes // Met. Phys. Adv. Tech.- 1996.- Vol. 15.- P. 1329-1342.

PACS: 28.41.Te

## CHANGE OF QUALITY OF A RADIOACTIVE WASTE UNDER LONG STORE TERMS

**M.S. Malovytsia, S.A. Pismenetskiy, G.S. Hrushch, O.P. Shchus**

*V.N. Karazin Kharkiv National University*

*4 Svobody Sq., Kharkov, 61022, Ukraine*

*e-mail: [jcm2027@gmail.com](mailto:jcm2027@gmail.com), tel: +38 (066) 990-69-92*

Received March 2, 2018

By calculation methods, the dose rate of the radioactive waste, behind concrete protection, was evaluated in current work. Parameters, which were taken in account in the calculations, are geometry of the protection shell, size of the source and its isotopic composition. As model geometrical parameters the spent fuel assembly's size and thickness of the concrete wall of the ventilated storage container (VSC)-VVER were taken. The computer program that does numerical calculation was composed in the Wolfram Alpha environment. The program takes into account change of the isotopic composition and spectra of gamma-radiation with time. Calculation results were compared to the known data on the spent nuclear fuel heat dissipation. Approach described in this work can be used for fast estimation of change in the quality of radioactive waste (RAW) in the long-term storage without recycling, for different initial isotopic composition. Obtained results were analyzed on the matter of change in gamma-radiation of RAW.

**KEYWORDS:** radioactive waste, dose rate, long terms storage, concrete protection, isotopic composition

### ЗМІНА ЯКОСТІ РАДІОАКТИВНИХ ВІДХОДІВ ПРИ ДОВГОСТРОКОВОМУ ЗБЕРІГАННІ

**М.С. Маловиця, С.О. Письменецький, Г.С. Хруш, О.П. Щусь**

*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна*

*61022, Україна, м. Харків, пл. Свободи, 4*

В цій праці чисельними методами розрахувалась потужність дози випромінювання радіоактивних відходів за бетонним захистом. При розрахунках враховувалася геометрія захисної оболонки, розмір джерела та його ізотопний склад. В якості модельних геометрических параметрів були взяті розміри відпрацьованої тепловиділяючої збірки (ВТВЗ) та товщина бетонного контейнера зберігання, що провітрюється (КЗП)-ВВЕР. Для проведення чисельних розрахунків, в середовищі Wolfram Alpha була складена комп'ютерна програма. В програмі враховується зміна ізотопного складу відпрацьованого ядерного палива з часом та зміна енергетичного спектру гамма-випромінювання. Проведено порівняння результатів розрахунків з даними по тепловиділенню відпрацьованого ядерного палива (ВЯП). Методика, що використовувалась, дозволяє проводити швидку оцінку зміни якості радіоактивних відходів (РАВ) при довгостроковому зберіганні без переробки, при різному початковому ізотопному складі палива. За результатами розрахунків був проведений аналіз зміни гамма-випромінювання РАВ.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** радіоактивні відходи, потужність дози, довгострокове зберігання, бетонний захист, ізотопний склад

### ИЗМЕНЕНИЕ КАЧЕСТВА РАДИОАКТИВНЫХ ОТХОДОВ ПРИ ДОЛГОВРЕМЕННОМ ХРАНЕНИИ

**М.С. Маловиця, С.А. Письменецкий, Г.С. Хруш, А.Ф. Щусь**

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина*

*61022, Украина, г. Харьков, пл. Свободы, 4*

В данной работе численными методами рассчитывалась мощность дозы излучения радиоактивных отходов за бетонной защитой. При расчётах учитывались геометрия защитной оболочки, размер источника и его изотопный состав. В качестве модельных геометрических параметров были взяты размеры отработанной тепловыделяющей сборки (ОТВС) и толщина стенки бетонного вентилируемого контейнера хранения (ВКХ)-ВВЭР. Для проведения численных расчётов, в среде Wolfram Alpha была составлена программа. В программе учитывается изменение изотопного состава отработанного ядерного топлива со временем и изменение энергетического спектра гамма-излучения. Проведено сравнение результатов вычисления с известными данными по тепловыделению отработанного ядерного топлива (ОЯТ). Используемая методика позволяет проводить быструю оценку изменения качества радиоактивных отходов (РАО) при долговременном хранении без переработки, для различных изотопных составов топлива. По результатам расчётов был проведён анализ изменения гамма-излучения РАО.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** радиоактивные отходы, мощность дозы, долгосрочное хранение, бетонная защита, изотопный состав

Production and accumulation of the radioactive waste (RAW) are one of the major problems associated with the use of nuclear energy in any of its forms. According to the existing data, there is about 300 thousand tons of accumulated spent nuclear fuel (SNF) with total activity of  $\sim 10^{20}$  Bk, and by year 2030, this quantity is predicted to be 500 thousand tons. In particular, importance of this problem is reflected by the fact, that in the last years several monographs [1-5] on the problems of dealing with RAW were published.

Leaving aside the cosmic origin and associated with uranium mining radionuclides, in this paper we will consider 2 forms of RAW: 1) contained in SNF; 2) the so-called operational waste of nuclear plant. According to the established terminology, in countries, where radiochemical or other recycling is not intended (for example - Ukraine), it belongs to the high-level RAW (HLW).

Currently, from 32 countries, oriented at nuclear power, 11 are developing radiochemical recycling, 6 - designing geological burial of SNF and HLW, and the rest (including Ukraine) implementing a temporary solution, consisting in the organization of temporary (30-100 years) safe storage of radioactive waste (spent fuel) without processing [3].

The composition of the radionuclides SNF studied in sufficiently detailed and is found in most nuclear databases. The composition of the radionuclides of the operational RAW is determined by the set of measures used on the nuclear plant for isolating, quite widely varies with time and treatment technology (recycling) [3].

Due to the currently accepted procedure of transformation of physical and chemical forms, and the isotopic composition of RAW, of particular interest is to trace the properties of the RAW(SNF) and other - solid radioactive waste (SRW) and liquid radioactive waste (LRW), for long-term storage without further processing.

The purpose of this work - to track changes in the quality of stored RAW for the first 30-50 years, and on this basis assess the possibility of improving the technology of handling RAW. Of particular interest in this case is the cooling interval 3-10 years, when overload, certification, and sorting operations are being done and there is possibility of operations with open SNF.

### PROPERTIES OF THE RADIOACTIVE WASTE QUALITIES

Following the recommendations of [6] by a quality of waste (spent nuclear fuel) we mean the following criteria for storage and disposal: the total activity, radionuclide composition and specific activity, the equivalent dose rate, the energy release, the content of nuclear (fissile) materials, other physical and chemical parameters. For the standard SNF these parameters are presented on Fig. 1,2.

#### Energy release

Energy release of spent fuel was investigated from the very first years of operation of the reactors.

Way and Wigner (1946) published a formula for calculating the energy release up to the  $10^5$  seconds [7], which was used until the 70s. In 1963 B.G. Pologikh [8] proposed to modify the formula and extend its validity up to  $10^8$  seconds (3 years). McNeir [9] published the most accurate experimental results of residual heat release and offered their approximation as integral and series with tabulated coefficients.

Modern data on heat generation of WWER SNF [10] are consistent with other known settlements within  $\pm 10\%$  (with the oldest (+ 28 / -19)% and made valid until the times of  $\sim 10^8$  seconds.

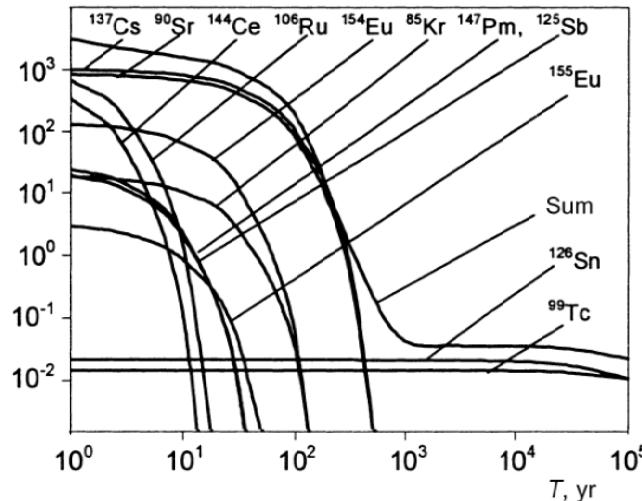


Fig. 1. Energy release of the SNF during long term storage without recycling [11].

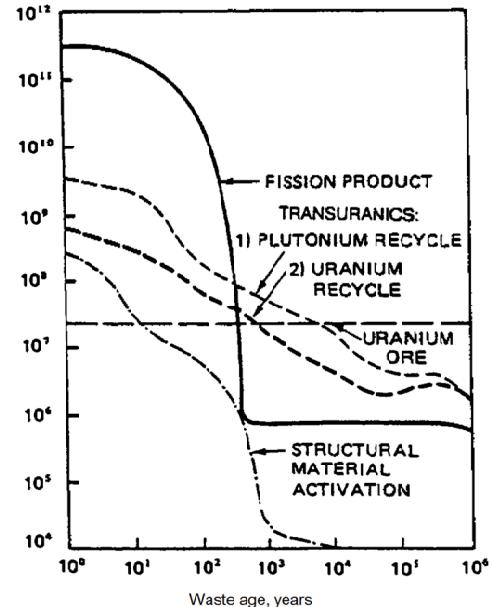


Fig. 2. Index of danger or the relative toxicity of the radioactive products of SNF (quantity in  $m^3$  of water to bring it to the allowable concentration) [11]

#### Total activity and dose rate

In this article, the total activity of the source does not affect the result, let's consider the initial time it is equal to 1. Since in RAW there are several different isotopes, the total activity is the sum of activities.

(1)

Hereinafter,  $j$  - denotes the number of isotopes in the mixture.

Since activity of the individual isotope decays exponentially, the total activity decreases as the sum of exponents.

The calculation uses the percentage value of the contribution to the total activity of the isotope source at a time

$$a_j = \frac{A_j(t)}{A(t)} \quad (2)$$

Renormalizing condition according to (1)

$$\sum_j a_j = 1. \quad (3)$$

Data on the total activity of SNF and its behavior were investigated and presented in [12]. The dose rate can be calculated based on the isotopic composition.

## CALCULATION OF GAMMA-CONSTANT

### Rationale for a common approach

When working with the real sources of ionizing radiation such as SNF four factors should be accounted for: 1) the geometry of the problem, 2) self-absorption in the source, 3) the effect of shielding, 4) the isotopic composition of the emitter. Since the isotopic composition of the radionuclide mix changes over time, factors 2 and 3 does not remain constant. In this context, it is convenient to use, as a characteristic of the source, a generalized gamma constant (GGC) [13,14], which takes into account the self-absorption in the volume source and the possible presence of protection and is numerically equal to the ratio of gamma-radiation at the observation point to the activity of the source. Generalization means that in calculations several factors are accounted for such as different radioisotopes in the sources, each with its differential gamma constant and account self-absorption in the body of the source and possible protective screen, absorption of which different for each energy of radiation.

As a model for the calculation of the source fragment of the standard VVER-1000 has been selected, presented in the form of a cylinder with diameter of 250 mm and height of 2.5 meters with the closest to the real filling, consisting of 322 kg of uranium dioxide, 109 kg of zirconium and 14 kg of steel, located in the air. The disposition of fuel and concrete protection is shown on the Fig. 3.

Radionuclide composition of the SNF was taken according to 2000 y. [15] data and is given in Table 1 below. There are also differential values of gamma constant of the radionuclides components.

The composition of fission products from Table 1 after 3 years of aging was selected for calculation. For smaller aging time the SNF data was not considered because the problems, discussed in this article, related to the quality of the radiation protection of the concrete, where the fuel is stored after 3 years of aging. Another reason is the intense radiation of short-lived isotopes in fresh spent fuel, making it difficult to measure its composition.

Table 1.

The initial isotopic composition SNF [15]

| Isotope           | Activity % | $\Gamma, \text{aGy} \times \text{m}^2 / (\text{s} \times \text{Bq})$ |
|-------------------|------------|--|
| <sup>90</sup> Sr  | 19,20      | 7,85E-07   |
| <sup>106</sup> Ru | 16,95      | 7,48E+00   |
| <sup>134</sup> Cs | 7,25       | 5,76E+01   |
| <sup>137</sup> Cs | 26,29      | 2,11E+01   |
| <sup>144</sup> Ce | 18,55      | 5,28E-01   |
| <sup>147</sup> Pm | 9,65       | 1,06E-04   |
| <sup>85</sup> Kr  | 0,77       | 8,43E-02   |
| <sup>154</sup> Eu | 0,74       | 4,34E+01   |
| <sup>155</sup> Eu | 0,61       | 1,57E+00   |

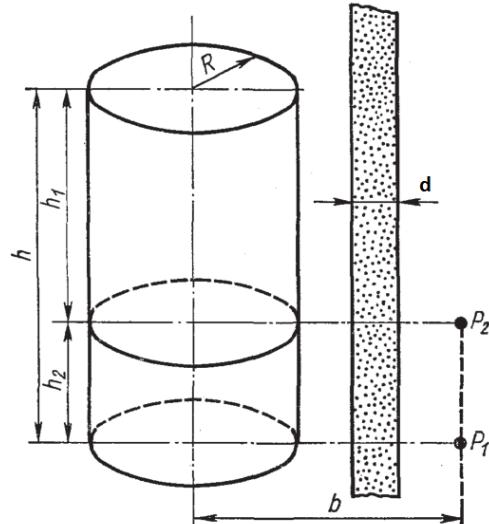


Fig. 3. Geometry for computation [12]

The attenuation coefficient for concrete protection can be taken from known tables. And the attenuation coefficient due to self-absorption for the spent fuel assembly (SFA), consisting of several components with total amount of (uranium – 450 kg, 55 kg oxygen and zirconium 200 kg). For calculations instead of zirconium the data for attenuation coefficient were taken for the nearest element with known tables of absorption coefficients, in this case molybdenum. It was assumed that these elements are distributed uniformly over the volume. Accordingly, knowing the density of each element and the mass attenuation coefficient [13] it is possible to calculate the total linear attenuation coefficient.

### Method of calculation of the GGC

The dose rate of gamma radiation was calculated by the standard method [13] at the point opposite the mid-cylinder power at a distance of 1 m from its axis, also with placing concrete wall with thickness of 30 or 60 cm between

the source and the observation point. Gamma constant of the j-th isotope containing several gamma lines can be calculated as follows:

$$\Gamma_j = \sum_i n_{ji} \Gamma(E_{ji}), \quad (4)$$

where  $\Gamma(E_{ji})$  - gamma constant for a certain line of energy  $n_{ji}$  - quantum yield of photons of a given energy. Here, j - the index of the isotope in the mixture, i - the index of the gamma line.

Total dose rate of a mixture of isotopes can be expressed as:

$$\dot{G} = \sum_j \dot{G}_j = \sum_j \frac{\Gamma_j A_j}{r^2}, \quad (5)$$

where  $j$  is the index of isotope,  $r$  is the distance from the source to the observation point.

Generalized gamma constant - the ratio of gamma radiation and the activity of A at a distance r, which can be written as follows:

$$\Gamma = \frac{\dot{G} r^2}{A}. \quad (6)$$

Substituting in (6) the expression (5) yields:

$$\Gamma = \sum_j \frac{A_j}{A} \Gamma_j. \quad (7)$$

This expression was used by us to calculate the GGC for ideal point source.

For the volume cylindrical source dose rate calculated according to [13]:

$$\dot{G}_{ji} = 2 \frac{A_{ji}}{V} \Gamma_i R G_{ji} \left( \frac{h}{R}, \frac{b}{R}, \mu_s(E_{ji}) R, d\mu(E_{ji}) \right), \quad (8)$$

here  $h$  is the height of the cylinder,  $b$  is the distance from its axis to the observation point,  $R$  is the radius of cylindrical source, and  $d$  is the thickness of the protection screen.

Reduction factors for self-absorbing cylinder ( $\mu_s$ ) and protection ( $\mu$ ) depends on the energy of photons, therefore, the dose must be calculated separately for each gamma line. The total dose rate - the sum of the partial dose powers.

For radiation of one isotope, we have:

$$\dot{G}_j = \sum_i \dot{G}_{ji} = \sum_i 2 \frac{A_{ji}}{V} \Gamma_{ji} R G_{ji} \left( \frac{h}{R}, \frac{b}{R}, \mu_s R, d\mu \right). \quad (9)$$

And GGC of the self-absorbing cylinder with one emitting isotope with a protective screen we get:

$$\Gamma_j = \frac{\dot{G}_j r^2}{A_j} = \sum_i 2 \frac{A_{ji}}{A_j} \Gamma_{ji} \frac{R r^2}{V} G_{ji} = \sum_i 2 n_{ji} \Gamma_{ji} \frac{R r^2}{V} G_{ji}. \quad (10)$$

As you can see, this value does not vary with time as it does not contain time dependent arguments.

For GGC isotope mixture, the total activity A can be obtained:

$$\dot{G} = \sum_j \dot{G}_j = \sum_j 2 \frac{A_j}{V} \Gamma_j R G_j. \quad (11)$$

$$\Gamma = \sum_j 2 \frac{A_j}{A} \Gamma_j \frac{R r^2}{V} G_j. \quad (12)$$

In this expression activity and gamma constant of individual elements are multiplied, making it impossible to separate them into two separate sum (sum of the activities and the amount of gamma constant). In this case, the value of the GGC is time dependent because for different isotopes half-life is different, thus the percentage  $\frac{A_j}{A}$  contribution of the j-th mixture isotope will vary.

Expression (12) was used to calculate the generalized gamma constant (GGC) cylindrical self-absorbing source with protection.

#### The results of calculations of external radiation SNF

Authors have developed a unique computer program, which calculated gamma constant according to the eq. (12). The decay of the SNF isotopes was also taken into account as a change to the energy distribution of the gamma spectrum.

Fig. 4,5 show the calculated dependence of the GGC versus time for an ideal point source and a source with self-absorption accordingly. Accounting for self-absorption in the source characterizes the heat release caused by gamma radiation of the SFA. Obtained GGC is consistent with the data from [11], if the activity is calculated for the data of the Table 1. Also, from this graph, you can conclude that the dose rate of the ideal source decreases slower than activity with time the first five years, and then decline is at the same speed. This is due to the rapid depletion of the isotopic composition of gamma emitters in the first 3-5 years of age and accompanied by an increase of GGC. Values of the GGC curve on Fig. 5 about an order of magnitude smaller than on Fig. 4 due to self-absorption power. Also, this graph proves the rule, which says that the total activity of the SNF mixture the first 30 years is decreasing faster than the decay heat.

The result of the calculation model of the GGC source with self-absorption and the flat protection of concrete 30 cm and 60 cm is shown on Fig. 6,7. Having a shield leads to a weakening of the flow of low-energy photons, which are dominating in spectrum at the beginning of decay and after 30-40 years of aging. The observed peak is formed mainly from emissions of the  $^{134,137}\text{Cs}$ . The first five years of constant GGC is growing rapidly, due to the decay of the low-energy sources, and then falls down as exponent. From this we can conclude that the weakening multiplicity of gamma-radiation of protective storage container increases with time. At the same time, Fig. 7 reflects the fact that the dose rate of external radiation of SNF decays faster than its activity. For convenience the calculation results for the GGC are presented in the Table 2.

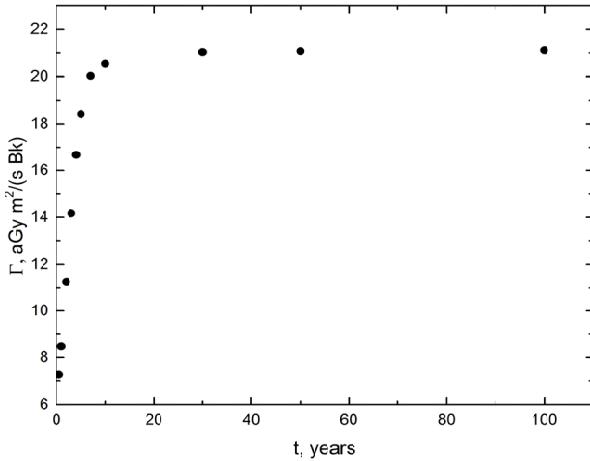


Fig. 4. Point source's GGC without protection

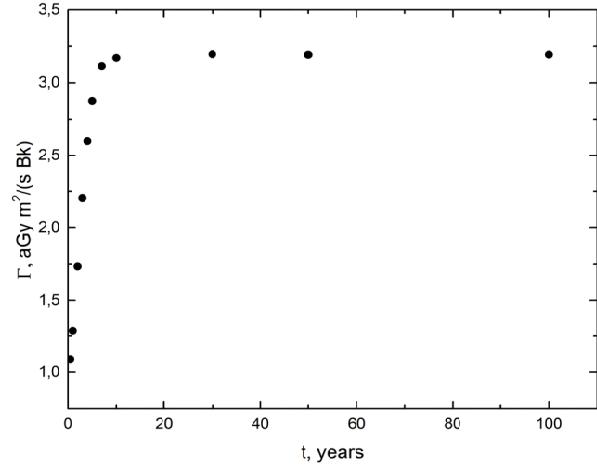


Fig. 5. Self-absorbing cylindrical source's GGC without protection

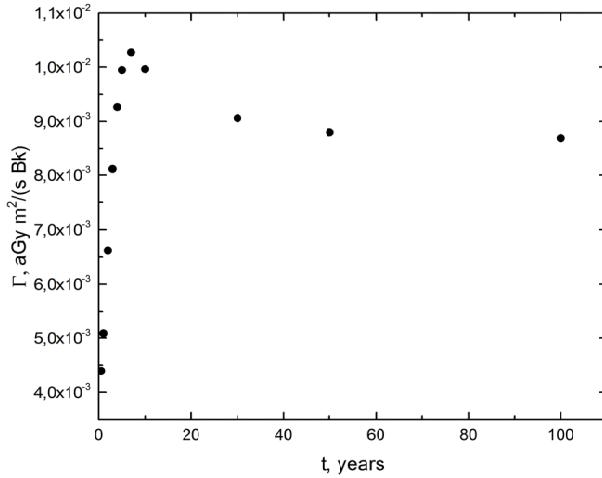


Fig. 6. GGC for source with protection 30 cm

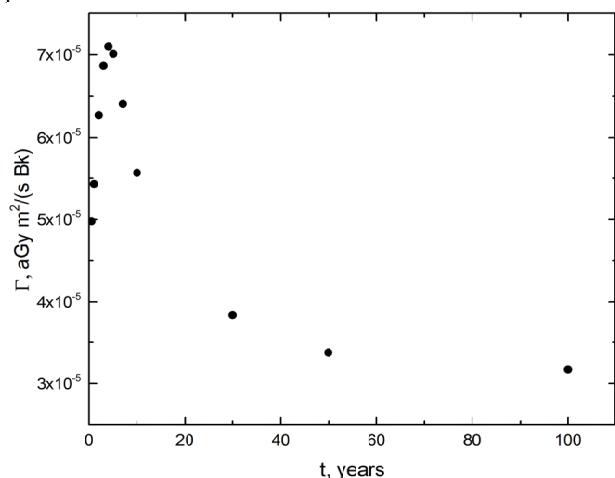


Fig. 7. GGC for source with protection 60 cm

Table 2.

GGC values for different source configurations

| SNF age, yrs | Point source | Cylindrical source without protection | Cylindrical source with flat protection wall d=30 cm | Cylindrical source with flat protection wall d=60 cm |
|--------------|--------------|---------------------------------------|--|--|
| 0,5          | 7,2726E+00   | 1,0888E+00                            | 4,3915E-03   | 4,9752E-05   |
| 1            | 8,4748E+00   | 1,2842E+00                            | 5,0839E-03   | 5,4276E-05   |
| 2            | 1,1255E+01   | 1,7347E+00                            | 6,6156E-03   | 6,2688E-05   |
| 3            | 1,4170E+01   | 2,2040E+00                            | 8,1097E-03   | 6,8649E-05   |
| 4            | 1,6668E+01   | 2,6018E+00                            | 9,2640E-03   | 7,0978E-05   |
| 5            | 1,8422E+01   | 2,8757E+00                            | 9,9453E-03   | 7,0088E-05   |
| 7            | 2,0028E+01   | 3,1129E+00                            | 1,0270E-02   | 6,4057E-05   |
| 10           | 2,0545E+01   | 3,1690E+00                            | 9,9639E-03   | 5,5656E-05   |
| 30           | 2,1026E+01   | 3,1942E+00                            | 9,0585E-03   | 3,8407E-05   |
| 50           | 2,1073E+01   | 3,1902E+00                            | 8,7979E-03   | 3,3732E-05   |
| 100          | 2,1113E+01   | 3,1912E+00                            | 8,6897E-03   | 3,1683E-05   |

## CONCLUSION

To produce the best technology of radioactive waste (SNF) management, accurate and reliable information on the properties of the SNF during prolonged storage is needed. Accumulated to date, research results and authors' assessments allows to establish some laws relating to the physical properties of the RAW (SNF) for long-term storage without recycling. Approach of the GGC proposed by the authors to assess the quality of RAW (SNF) proved effective and showed characteristic changes in the quality of spent nuclear fuel. It is, first of all, the backlog in decrease of activity from the decrease of the energy release and dose power of radiation, then the establishment of the equilibrium spectrum and exponential decay of dose power of  $\gamma$ -rays, and, finally, reducing the role of radiation fission products and actinides dominance radiation after 30-50 years of aging.

Unique computer program that calculates SNF gamma radiation parameters was developed. The program takes into account isotope decay, geometry of the source, and concrete protection.

In this paper, for various reasons of such an important factor in assessing the quality of spent nuclear fuel as the neutron radiation, especially for spent nuclear fuel with a high level of burnout, remained outside the consideration. Along with the problem of dealing with nuclear operating waste these questions waiting for the optimal solution.

## REFERENCES

1. Nosovsky A.V., Vasilchenko A.N., Klyuchnikov A.V., Yaschenko Ya.V. Ed. A.V. Nosovsky. Snyatie s ekspluatacii jadernyh energeticheskikh ustanovok. Seria: Safety of nuclear power plants. [Decommissioning of nuclear power plants]. – K.: Tehnika, 2005. – 288 p. (in Russian)
2. Nosovsky A.V., Vasilchenko A.N., Pavlenko A.A., Pismenny E.N., Shirokov S.V. Ed. A.V. Nosovsky. Vvedenie v bezopasnost' yadernyh tekhnologij. Seria: Safety of nuclear power plants. [Introduction to the safety of nuclear technology]. – K: Tehnika, 2006.-268 p. (in Russian)
3. Azhazha V.M., Belous V.A., Habelkov H.V., Dzhur Ye.O., Krykun Yu.O., Levenets V.V., Lysychenko H.V., Neklyudov I.M., Sayenko S.Yu., Tarasov R.V., Shylyayev B.A., Shyrokov B.M., Schur A.O. Ed. I.M. Neklyudov. Povodzhennja z vidprac'ovanim jadernim palivom ta radioaktivnimi vidhodami. Seria: Nuclear Energy [Spent nuclear fuel and radioactive waste management]. – K.: Naukova Dumka, 2006.-253 p. (in Ukrainian)
4. Akhmetzyanov V.R., Lashchenova T.N., Maximov O.A. Obrashhenie s radioaktivnymi othodami. [Radioactive waste management]. – M.: Energy, 2008. – 2 82 p. (in Russian)
5. Rudychev V.G., Alekhina S.V., Goloschapov V.N., Zalyubovskiy I.I., Klimov S.P., Kostikov A.O., Luchnaja A.E., Matsevity Y.M., Pimenetsky S.A., Pyshnyj V.M., Sednev V.A., Tishchenko V.A. Bezopasnost' suhogogo hranenija otrabotavshego jadernogo topliva. Seria: Safety of nuclear power plants. [The safety of dry storage of spent nuclear fuel]. – Kharkiv: HNU imeni V.N. Karazina, 2013. – 200 p. (in Russian)
6. Rukovodstvo po bezopasnosti RB-023-02: Rekomendacii po ustanovleniju kriteriev priemlemosti kondicionirovannyh radioaktivnyh othodov dlja ih hranenija i zahoronenija. [Security Guide RB-023-02: Guidelines for the establishment of acceptance criteria for conditioned radioactive waste storage and disposal]. Gosatomnadzor RF, introduced 1.03.2002. (in Russian)
7. Way K., Wigner E. Radiation from Fission Products // Phys. Rev. - 1946. – Vol. 70. – No. 1 - 2. – P. 115 - 130.
8. Gribin A.A., Pologih B.G Ostatochnoe energovydelenie produktov delenija  $^{235}\text{U}$  teplovymi nejtronami. [The residual energy release of  $^{235}\text{U}$  fission by thermal neutrons] // Atomic Energy. – 1981. – Vol. 51. – Iss. 1. – P. 16-19. (in Russian)
9. McNair A. Bannister F.J., Keith R.L.G., Wilson H.W. A measurement of the energy released as kinetic energy of  $\beta$ -particles emitted in the radioactive decay of the fission products of  $^{235}\text{U}$  // J. Nucl. Eng. – 1969. – Vol. 23. – No. 2. – P. 73.
10. Pimenetsky S.A., Pyshkin V.B., Rudychev V.G., Rudychev E.V. Ocenna ostatochnogo teplovydelenija otrabotavshego topliva VVER-1000 [Evaluation of the residual heat of VVER-1000 spent fuel] // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". – 2008. – No.794. – Iss.1(37). - P.69-72. (in Russian)
11. Bergelson B.R., Gerasimov A.S., Zaritskaya T.S., Tikhomirov G.V. Ostatochnoe jenergovydelenie i radiotoksichnost' aktinoidov i produktov delenija pri dlitel'nom hranenii otrabotavshego topliva VVER s povyshennym vygoraniem [The residual energy release and radiotoxicity of actinides and fission products with long-term storage of PWR spent fuel with high burnup]. // Atomic Energy. – 2007. – Vol.102. – Iss. 5. – P.292-296. (in Russian)
12. Kolobashkin V.M. et al. Radiacionnye harakteristiki obluchennogo jadernogo topliva: Handbook. [The radiation characteristics of irradiated nuclear fuel] Under the general editorship V.M. Kolobashkin. – M.: Energoatomizdat, 1983. – 382 p. (in Russian)
13. Gusev N.G. Zashchita ot ionizirujushhih izluchenij. Vol.1 [Protection against Ionizing Radiation]. – M.: Energoatomizdat, 1989. – 512 p. (in Russian)
14. Mashkovich V.P., Kudryavtseva A.V. Zashchita ot ionizirujushhih izluchenij: Handbook. [Protection against Ionizing Radiation]. 4th Edition. – M.: Energoatomizdat, 1995. – 496 p. (in Russian)
15. Galanin A.D. Vvedenie v teoriyu jadernyh reaktorov na teplovyh nejtronah [Introduction to the theory of nuclear reactors on thermal neutrons] 2nd ed., Rev. and Sub. - M.: Energoatomizdat, 1990. – 536 p. (in Russian)

PACS: 52.35g, 52.50.Dg

## SURFACE ELECTROMAGNETIC WAVES IN A GAP BETWEEN TWO LEFT-HANDED MATERIALS

**V.K. Galaydych**

*V.N. Karazin Kharkiv National University  
4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine  
e-mail: [viktor.galaydych@gmail.com](mailto:viktor.galaydych@gmail.com)*

Received 1 December, 2017

The slow surface electromagnetic waves that propagate along the planar waveguide structure that contains two identical isotropic left-handed material with the vacuum (or air) gap has been considered. The possibility of propagation of slow surface electromagnetic waves of TM and TE polarizations in the frequency range at which the dielectric permittivity and magnetic permeability are negative are shown. By selecting a frequency, one, two or three modes can be excited simultaneously. The group and phase velocities of the TE polarization waves are directed in opposite directions. The frequency range of the existence of the TE mode with an antisymmetric field distribution lies above the frequency range of the existence of the TE mode with a symmetric field distribution. The TM wave, depending on the wavelength, can be either forward or backward, or have zero group velocity. The wave of TM-polarization has a slightly varying group velocity in a sufficiently wide frequency range. A rich set of different properties of these waves make them promising in applications.

**KEYWORDS:** left-handed materials, surface electromagnetic waves, dispersion, forward and backward waves

**ПОВЕРХНЕВІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ У ЩІЛИНІ МІЖ  
ДВОМА ЛІВОСТОРОННІМИ МАТЕРІАЛАМИ**

**В.К. Галайдич**

*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
пл. Свободи 4, Харків, 61022, Україна*

Розглянуто повільні поверхневі електромагнітні хвилі, які розповсюджуються уздовж планарної хвилеводної структури, що утворена двома ідентичними ізотропними лівосторонніми матеріалами з вакуумним (або повітряним) зазором. Показано можливість поширення повільних поверхневих електромагнітних хвиль ТМ- і ТЕ-поляризацій в області частот, за яких діелектрична і магнітна проникності від'ємні. Вибором частоти можливо збудити одну, дві або три моди одночасно. Групова та фазова швидкості хвиль ТЕ-поляризації мають протилежні напрямки. Область частот існування ТЕ-моди з антисиметричним розподілом поля знаходитьться вище області частот існування ТЕ-моди з симетричним розподілом поля. ТМ-хвилі, в залежності від довжини хвилі, може бути або прямою, або зворотньою, або мати нульову групову швидкість. Хвилі ТМ-поляризації має слабко змінну групову швидкість в досить широкій області частот. Богатий набір різних властивостей цих хвиль роблять їх перспективними в застосуваннях.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** лівосторонні метаматеріали, поверхневі електромагнітні хвилі, дисперсія, прямі та зворотні хвилі

**ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ЩЕЛИ МЕЖДУ  
ДВУМЯ ЛЕВОСТОРОННИМИ МАТЕРИАЛАМИ**

**В.К. Галайдыч**

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина  
пл. Свободы 4, Харьков, 61022, Украина*

Рассмотрены медленные поверхностные электромагнитные волны, которые распространяются вдоль планарной волноводной структуры, которая содержит два идентичных изотропных левых материала с вакуумным (или воздушным) зазором. Показана возможность распространения медленных поверхностных электромагнитных волн ТМ- и ТЕ-поляризаций в области частот, при которых диэлектрическая и магнитная проницаемости отрицательны. Выбором частоты возможно возбуждение одной, двух или трёх мод одновременно. Групповая и фазовая скорости волн ТЕ-поляризации направлены в противоположные стороны. Область частот существования ТЕ-моды с антисимметричным распределением поля находится выше области частот существования ТЕ-моды с симметричным распределением поля. ТМ-волна, в зависимости от длины волны, может либо прямой, либо обратной, либо иметь нулевую групповую скорость. Волна ТМ-поляризации обладает слабо меняющейся групповой скоростью в достаточно широкой области частот. Богатый набор различных свойств этих волн делают их перспективными в применении.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** левосторонние метаматериалы, поверхностные электромагнитные волны, дисперсия, прямые и обратные волны

Theoretical and experimental studies of the artificial materials (metamaterials or double-negative, or left-handed materials, LHM, with  $\epsilon(\omega) < 0$  and  $\mu(\omega) < 0$ ) have been carried out during the last 15 years. Many extraordinary electromagnetic features have been investigated [1]. This opened the new horizons on science and technology.

In the paper [2] it was searched the bulk electromagnetic waves in the vacuum (or air) gap between two LHM media. Aim of our work is to show the possibility of existing the eigen electromagnetic waves of surface type in such structure and to search the dispersive properties of these waves. The surface waves play crucial role in the interactions

of electromagnetic fields with different materials (including biological) at the short distances from its boundary. The knowledge of these waves properties will give rise the new possibilities for both a diagnostics and modification of these objects.

### TASK SETTINGS

Let us consider the surface electromagnetic waves that propagate along the planar waveguide structure that contains two identical isotropic left-handed material with the vacuum (or air) gap of a thickness  $D$ . The left-handed material will be characterized by effective permittivity  $\varepsilon(\omega)$  and permeability  $\mu(\omega)$  that depend on the wave frequency  $\omega$  and commonly expressed with the help of experimentally obtained expressions [3]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad (1)$$

where  $\omega_p$  is effective plasma frequency,  $\omega_0$  is the characteristic frequency of LHM,  $F$  - constant.

We are interested on the slow surface type electromagnetic waves at the frequency intervals where simultaneously  $\varepsilon(\omega) < 0$  and  $\mu(\omega) < 0$ ). We will look for solutions for wave fields between two left-handed materials in the form

$$E, H \propto [F_1 \exp(\kappa x) + F_2 \exp(-\kappa x)] \exp[i(\beta z - \omega t)], \quad (2)$$

and choose an exponentially decreasing (from both boundaries) solutions for fields in the left-handed materials:

$$E, H \propto \exp(-h\rho) \exp[i(\beta z - \omega t)], \quad (3)$$

where  $F_{1,2}$  are the functions of  $(\omega, \beta)$ ,  $\kappa = \sqrt{\beta^2 - k^2} \geq 0$ ;  $h = \sqrt{\beta^2 - \varepsilon(\omega)\mu(\omega)k^2} \geq 0$ ,  $\rho$  is a distance from the media interfaces;  $k = \omega/c$ , where  $c$  is the speed of light in vacuum.

In our case the system of Maxwell equations splits into two sub-systems of equations. One of them describes the waves of TM-polarization  $\{H_y E_x E_z\}$ , and another – waves of TE-polarization  $\{E_y H_x H_z\}$ .

By matching the appropriate tangential components at the media interfaces  $x=0$  and  $x=D$ , we obtained the following appropriate dispersive equation for TM-mode:

$$2\varepsilon(\omega)\kappa h + (\kappa^2\varepsilon^2(\omega) + h^2) \tanh(\kappa D) = 0 \quad (4)$$

and for TE-modes

$$2\mu(\omega)\kappa h + (\kappa^2\mu^2(\omega) + h^2) \tanh(\kappa D) = 0. \quad (5)$$

### RESULTS

The results of numerical calculation of dispersion equations for TM- and TE-waves (4,5) for the selected set of task parameters are shown at Fig. 1.

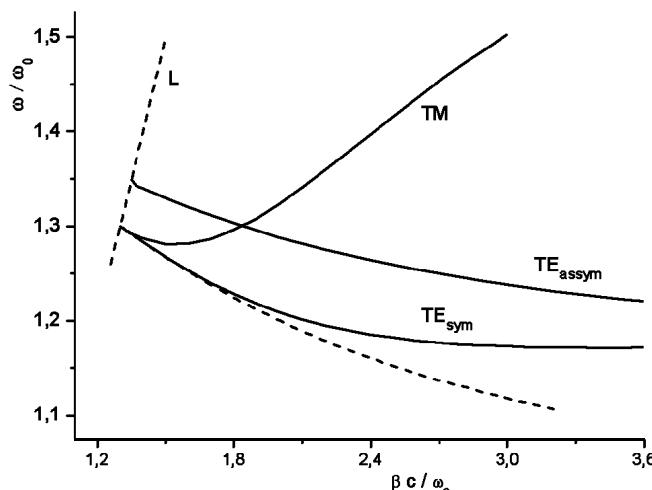


Fig. 1. Dispersive curves for slow surface electromagnetic waves.

In our study it was considered the LHM with  $\omega_p / 2\pi = 10$  GHz and  $\omega_0 / 2\pi = 4$  GHz,  $F = 0.56$  [2] and the thickness of the vacuum gap  $D = 0.717$  cm. As a result the conditions  $\varepsilon(\omega) < 0$  and  $\mu(\omega) < 0$  fulfilled in the frequency intervals in which  $1 < \omega / \omega_0 < 1.5$ .

The inclined straight line (L) corresponds to “light” line  $\omega = c\beta$  and the lower dashed curve corresponds to the condition  $h(\beta, \omega) = 0$ . These lines separate region, where the slow surface electromagnetic wave can exist.

There are three surface modes which can propagated in such gap structure in the frequency range under consideration. Two surface modes have the TE-polarization and are backward. One of these waves is more high frequency mode with antisymmetric field distribution. Another TE-mode has symmetric field distribution. The TM-mode can be either backward or forward in dependence on value of wave vector.

As we can see it is possible to excite one or more modes by the appropriative choice of working frequency. There is a frequency interval in which the simultaneous existence of both forward and backward waves is possible.

The spatial distribution of the amplitude of the transverse magnetic field of TM-mode is as follows:

$$H_y(x, z, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] \begin{cases} \exp(hx); & x \leq 0 \\ C_1 e^{\kappa x} + C_2 e^{-\kappa x}; & 0 \leq x \leq D \\ R \exp(-h(x-D)); & x \geq D \end{cases}, \quad (6)$$

where

$$C_1 = (1/2)[1 + h/(\kappa\varepsilon(\omega))]; C_2 = (1/2)[1 - h/(\kappa\varepsilon(\omega))]; R = (1/2)\{[1 + h/(\kappa\varepsilon(\omega))] \exp(\kappa D) + [1 - h/(\kappa\varepsilon(\omega))] \exp(-\kappa D)\}$$

and is presented in the inserts at Fig.2 for corresponding places on the dispersion curve. On all inserts, the interval of variation of coordinate is the same  $-4,5 \leq x\omega_0 / c \leq +4,5$ . The electric fields of this surface mode are as follows :

$$E_x(x, z, t) = \left( \frac{-i}{k\varepsilon(\omega)} \right) \frac{\partial H_y}{\partial z}; E_z(x, z, t) = \left( \frac{i}{k\varepsilon(\omega)} \right) \frac{\partial H_y}{\partial x}. \quad (7)$$

The TM-polarization mode possesses the most interesting dispersion features (Fig.2). It is worth noting the presence of a pair  $(\omega, \beta)$  for which  $V_{gr} = d\omega/d\beta = 0$ . The TM mode group velocity has an almost unchanged value 0.65 c for short wavelengths if the frequency varies from  $1.3 \omega_0$  to  $1.5 \omega_0$  at the selected parameter set of our task.

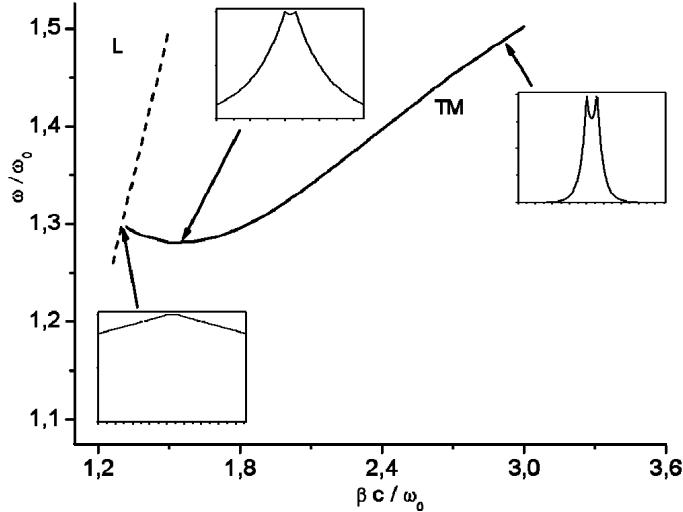


Fig. 2. Evolution of transverse magnetic field distribution along dispersive curve for TM mode

At the inserts of Fig. 3,4 we presented the spatial distribution of the amplitude of the transverse electric field of TE-modes for corresponding places on the dispersion curves:

$$E_y(x, z, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] \begin{cases} \exp(hx); & x \leq 0 \\ B_1 e^{\kappa x} + B_2 e^{-\kappa x}; & 0 \leq x \leq D \\ T \exp(-h(x-D)); & x \geq D \end{cases}, \quad (8)$$

where

$$B_1 = (1/2)[1 + h/(\kappa\mu(\omega))];$$

$$B_2 = (1/2)[1 - h/(\kappa\mu(\omega))];$$

$$T = (1/2)\{[1 + h/(\kappa\mu(\omega))]\exp(\kappa D) + [1 - h/(\kappa\mu(\omega))]\exp(-\kappa D)\}.$$

The magnetic fields of these surface TE-modes may be calculate in this way:

$$H_x(x, z, t) = \left( \frac{i}{k\mu(\omega)} \right) \frac{\partial E_y}{\partial z}; H_z(x, z, t) = \left( \frac{-i}{k\mu(\omega)} \right) \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (9)$$

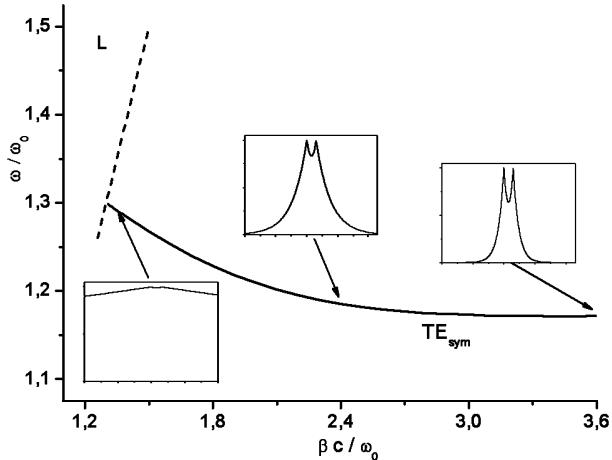


Fig. 3. Evolution of transverse electric field distribution along dispersive curve for symmetric TE mode.

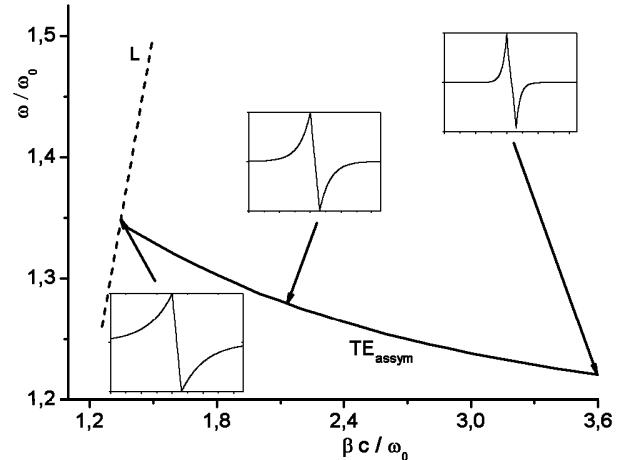


Fig. 4. Evolution of transverse electric field distribution along dispersive curve for antisymmetric TE-mode

Both TE-modes are backward, i.e. their group velocities are directed to the opposite (in relation to the phase velocities) direction (Fig. 3, 4). At the decreasing of wave frequency the fields are more localized near the surfaces. The antisymmetric mode has the point where transverse electric field is zero. When a point on the dispersion curve approaches the light dispersion line L, the TM-mode and the symmetric TE-mode become in fact the bulk waves but not the surface ones.

## CONCLUSIONS

We have demonstrated the possibility of propagation of slow surface electromagnetic waves in a gap between two left-handed metamaterials. These waves have reach variety of properties. They may be both forward and backward waves and even with zero group velocity.

The obtained results can be useful for the diverse practical applications of metamaterials in science and technology.

## REFERENCES

1. Nonlinear, tunable and active metamaterials / Edit. by Ilya V. Shadrivov, Mikhail Lapine, Yuri S. Kivshar. Springer, 2015. – 324 p.
2. Vuković S.M. Aleksić N.B., Timotijević D.V. Guided modes in left-handed waveguides // Optics Communications. – 2008. – Vol.281. – P.1500.
3. D’Aguanno G., Mattiucci N., Scalora M., Bloemer M.J. TE and TM guided modes in an air waveguide with negative-index-material cladding // Physical Review E. – 2005. – Vol.71 (4). – P.046603.

PACS: 29.17.+w; 41.75.Lx

## TRANSFORMER RATIO DEPENDENCE ON BUNCH LENGTH AT NON-LINEAR WAKEFIELD EXCITATION IN PLASMA BY ELECTRON BUNCH WITH GAUSSIAN CHARGE DISTRIBUTION

**D.S. Bondar<sup>2</sup>, I.P. Levchuk<sup>1</sup>, V.I. Maslov<sup>1,2</sup>, I.N. Onishchenko<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*NSC Kharkov Institute of Physics & Technology  
61108 Kharkov, Ukraine*

<sup>2</sup>*Karazin Kharkiv National University  
61022, Kharkov, Ukraine  
e-mail: [ymaslov@kipt.kharkov.ua](mailto:ymaslov@kipt.kharkov.ua)*

Received March 30, 2018

Using 2d3v code LCODE, the numerical simulation of nonlinear wakefield excitation in plasma by shaped relativistic electron bunch with charge distribution, which increases according to Gaussian charge distribution up to the maximum value, and then decreases sharply to zero, has been performed. Transformer ratio, as the ratio of the maximum accelerating field to the maximum decelerating field inside the bunch, and accelerating the wakefield have been investigated taking into account nonlinearity of the wakefield. The dependence of the transformer ratio and the maximum accelerating field on the length of the bunch was investigated with a constant charge of the bunch. It was taken into account that the length of the nonlinear wakefield increases with increasing length of the bunch. It is shown that the transformer ratio reaches its maximum value for a certain length of the bunch. The maximum value of the transformer ratio reaches six as due to the profiling of the bunch, and due to the non-linearity of the wakefield.

**KEYWORDS:** transformer ratio, plasma wakefield, bubble, blowout, wakefield acceleration

### ЗАЛЕЖНІСТЬ КОЕФІЦІЕНТА ТРАНСФОРМАЦІЇ ВІД ДОВЖИНИ ЗГУСТКА ЗА ЗБУДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНОЇ КІЛЬВАТЕРНОЇ ХВИЛІ У ПЛАЗМІ ЕЛЕКТРОННИМ ЗГУСТКОМ З УРАХУВАННЯМ ТОГО, ЩО ЗАРЯД ЗРОСТАЄ ЗА ЗАКОНОМ ГАУСА

**Д.С. Бондар<sup>2</sup>, І.П. Левчук<sup>1</sup>, В.І. Маслов<sup>1,2</sup>, І.М. Онищенко<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*ННЦ Харківський фізико-технічний інститут  
61108, Харків, Україна*

<sup>2</sup>*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
61022, Харків, Україна*

Використовуючи код LCODE, проведено 2d3v чисельне моделювання збудження нелінійної кільватерної хвилі в плазмі профільованим релятивістським електронним згустком з щільністю заряду, яка нарощується по закону Гаусса до максимального значення, а потім різко зменшується до нуля. Коєфіцієнт трансформації, як відношення максимального прискорюючого поля до максимального гальмуючого поля всередині згустку, і прискорююче поле дослідженні з урахуванням нелінійності кільватерної хвилі. Досліджено залежність коєфіцієнта трансформації і максимального прискорюючого поля від довжини згустку при незмінному заряду згустку. Враховувалося, що довжина нелінійної кільватерної хвилі збільшується зі збільшенням довжини згустку. Показано, що коєфіцієнт трансформації досягає максимального значення при деякій довжині згустку. Максимальне значення коєфіцієнта трансформації досягає шести як за рахунок профілювання згустку, так і за рахунок нелінійності кільватерної хвилі.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** коєфіцієнт трансформації, кільватерне поле в плазмі, нелінійне кільватерне поле, прискорення кільватерним полем

### ЗАВИСИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТА ТРАНСФОРМАЦИИ ОТ ДЛИНЫ СГУСТКА ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ КИЛЬВАТЕРНОЙ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ ЭЛЕКТРОННЫМ СГУСТКОМ

С НАРАСТАЮЩИМ ЗАРЯДОМ ПО ГАУССУ

**Д.С. Бондарь<sup>2</sup>, И.П. Левчук<sup>1</sup>, В.И. Маслов<sup>1,2</sup>, И.Н. Онищенко<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*ННЦ Харьковский физико-технический институт*

*61108, Харьков, Украина*

<sup>2</sup>*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина  
61022, Харьков, Украина*

Используя код LCODE, проведено 2d3v численное моделирование возбуждения нелинейной кильватерной волны в плазме профилированным релятивистским электронным сгустком с плотностью заряда, нарастающей по закону Гаусса до максимального значения, а потом резко обрывающегося до нуля. Коэффициент трансформации, как отношение максимального ускоряющего поля к максимальному тормозящему полю внутри сгустка, и ускоряющее поле исследованы с учетом нелинейности кильватерной волны. Исследована зависимость коэффициента трансформации и максимального ускоряющего поля от длины сгустка при неизменном заряде сгустка. Учитывалось, что длина нелинейной кильватерной волны увеличивается с увеличением длины сгустка. Показано, что коэффициент трансформации достигает максимального значения при некоторой длине сгустка. Максимальное значение коэффициента трансформации достигает шести как за счет профилирования сгустка, так и за счет нелинейности кильватерной волны.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** коэффициент трансформации, кильватерное поле в плазме, кильватерный пузырь, нелинейное кильватерное поле, ускорение кильватерным полем

The wakefield excitation in a plasma and its application for particle acceleration avoids the problem of breakdown in the metal structures of accelerators when fields exceeded the value 100 MV/m and creates accelerating gradients which are of considerably (three orders) higher intensity [1-6].

The efficiency of electron acceleration by a wakefield excited in a plasma by a sequence of electron bunches is determined by the transformer ratio (TR) [7-29]. The transformer ratio is the ratio of energy acquired by the witness to energy lost by the driver. Approximately, the transformer ratio can be defined as  $TR = E_{ac}/E_{dec}$ . Where  $E_{ac}$  is the maximum accelerating field after the driver bunch (at the end of the first or second bubble). And  $E_{dec}$  is the maximum decelerating field inside driver bunch.

Earlier in [13] it was shown that in the linear case, using an Gaussian bunch, the transformer ratio does not exceed  $TR \leq 2$ .

In this work, using a non-linear version of the 2d3v code lcode, numerical simulation of excitation of a non-linear (blowout or bubble mode) wakefield in a plasma by a shaped relativistic electron bunch was performed. Also, the transformer ratio was investigated. In a shaped electron bunch, the charge density along it in the longitudinal direction increases approximately in Gaussian (by cosine) from a zero to maximum, and then abruptly breaks off. The dependence of the accelerating field and TR on the length of the bunch  $\xi_b$ , is studied when the bunch length  $\xi_b$  changes from 0 to the length of the nonlinear wake (bubble),  $0 < \xi_b < \lambda_{NL} \approx 2\lambda$ . Here  $\lambda$  is the linear wavelength. It is taken into account that the length of the nonlinear wakefield increases when the length of the bunch increases. In a strongly nonlinear regime, this problem cannot be solved analytically. Therefore, it was investigated using a nonlinear version of the code lcode with a constant charge of the bunch.

For numerical simulation parameters have been selected: relativistic factor of bunch equals  $\gamma_b = 1000$ . The electron plasma frequency is  $\omega_{pe} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$ . We consider the bunch, electrons in which are distributed according to Gaussian in the transverse direction along the radius.  $\xi = V_b t - z$ ,  $V_b$  is the bunch velocity. Time is normalized on  $\omega_{pe}^{-1}$ , distance - on  $c/\omega_{pe}$ , density - on  $n_r$ , current  $I_b$  - on  $I_c = \pi m c^3 / 4e$ , fields - on  $(4\pi n_e c^2 m_e)^{1/2}$ .

We use the cylindrical coordinate system ( $r, z$ ) and draw the plasma and beam densities and longitudinal electric field at some  $z$  as a function of the dimensionless time  $\tau = \omega_p t$ .

The longitudinal coordinate  $\xi = z - V_b t$  is normalized on  $\lambda/2\pi$ . The values of the  $E_z$ ,  $F_r$  and  $H_\theta$  are normalized on  $mc\omega_{pe}/e$ . Where  $e$ ,  $m$  are the charge and mass of the electron,  $c$  is the light velocity,  $\omega_{pe}$  is the electron plasma frequency.

We do not take into account the longitudinal dynamics of the bunches, because at the times and energies of the beam according to

$$\frac{dV_z(r)}{dr} \propto \frac{1}{\gamma_b^3}, \quad \frac{dV_r(r)}{dr} \propto \frac{1}{\gamma_b}$$

radial relative shifts of beam particles predominate.  $V_z$ ,  $V_r$  are the longitudinal and radial velocities of the electron bunches,  $\gamma_b$  is the relativistic factor of the bunch.

The aim of the paper is the demonstration by the numerical simulation that the transformer ratio – an important value in the wakefield method of acceleration of electron bunches, can be increased by a factor of three due to the profiling of the electron-driver-bunch and due to the non-linearity of the excited wakefield.

## INVESTIGATION OF THE TRANSFORMER RATIO

We consider wakefield excitation in the plasma by the bunch near the injection boundary, since the bunch is deformed when the penetration into the plasma is deep. The main purpose of this work - to consider factors which can increase the transformer ratio when the bunch excites wakefield in plasma. It is also an important task to search for the optimal length of the bunch to obtain the highest transformer ratio.

In Fig. 1 the dependence of the value of the transformer ratio on the bunch length is shown for the case of the first bubble.

The value of the transformer ratio increases almost linearly with increase of the length of the bunch, until the length of the bunch reaches  $1.125\lambda$ . But then after a local maximum at a bunch length of  $1.125\lambda$  the transformer ratio increases with bunch length increase. The largest value of the transformer ratio is achieved when the bunch length equals  $7\lambda/4$ . I.e. the largest transformer ratio is achieved through the interval of the length of the bunch, approximately equal  $\lambda/2$ . One can see in Fig. 1 that the transformer ratio reaches maximum value  $TR^{1st} \approx 5.25$  when the bunch length equals to  $7\lambda/4$  for the first bubble in the nonlinear regime for profiled bunch. Further increase of a bunch length leads to a decrease of the transformer ratio.

Thus, we can state that the length of the bunch  $7\lambda/4$  is the optimal length from the point of view of the efficiency of electron acceleration by the excited wakefield, namely by the wakefield at the end of the first wake bubble.  $\lambda$  is the wavelength of the linear wakefield.

Further, we consider the transformer ratio for the second bubble. One can see in Fig. 1 that in this case the transformer ratio behaves in a similar way, as in the case of the first bubble. First, TR increases almost linearly with increasing of the length of the bunch, until the bunch length reaches the value of  $3\lambda/4$ . After that one can see the maximum when the length of the bunch reaches  $7\lambda/4$  (the interval from the first maximum is  $\lambda$ ). When the length of the

bunch reaches  $1.125\lambda$ , in the both cases of the first and the second bubble, small (relative to the main maximum) jump of the value of the transformer ratio is observed.

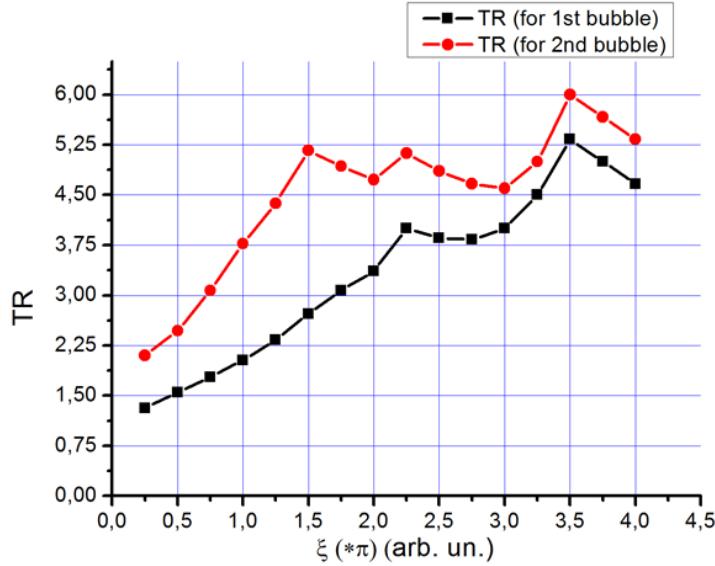


Fig. 1. Dependence of the transformer ratio on the length of the bunch for the 1st and 2nd bubble (normalized by the wavelength of a linear wakefield)

Further, after the TR maximal value at length of the bunch  $7\lambda/4$  the transformer ratio decreases. For the second bubble, the maximum transformer ratio for the bunch length  $7\lambda/4$  is equal to  $TR^{2nd} \approx 6.00$ . For the subsequent (after the first) bunches, the transformer ratio can increase at certain conditions. This can occur due to the accumulation (summation) of the wakefield at approximately the same decelerating field for all bunches.

Moreover, it is remarkable that the maximums of the transformer ratio are observed at the same length of the bunch after the first and the second bubbles. This leads to the possibility to accelerate two bunches: one bunch at the end of the first bubble, and the second bunch at the end of the second bubble, placing them to the maximum accelerating fields at the bunch length equal to  $7\lambda/4$ .

### INVESTIGATION OF THE ACCELERATING AND DECELERATING FIELDS

Further, the dependence of the accelerating field from the length of the bunch in the nonlinear regime was studied for the shaped driver-bunch (Fig. 2). It is observed that the amplitude of the excited nonlinear wakefield decreases (in absolute value) when the length of the bunch increases, similarly to the case of a linear wakefield with an unformed bunch investigated by other authors [7].

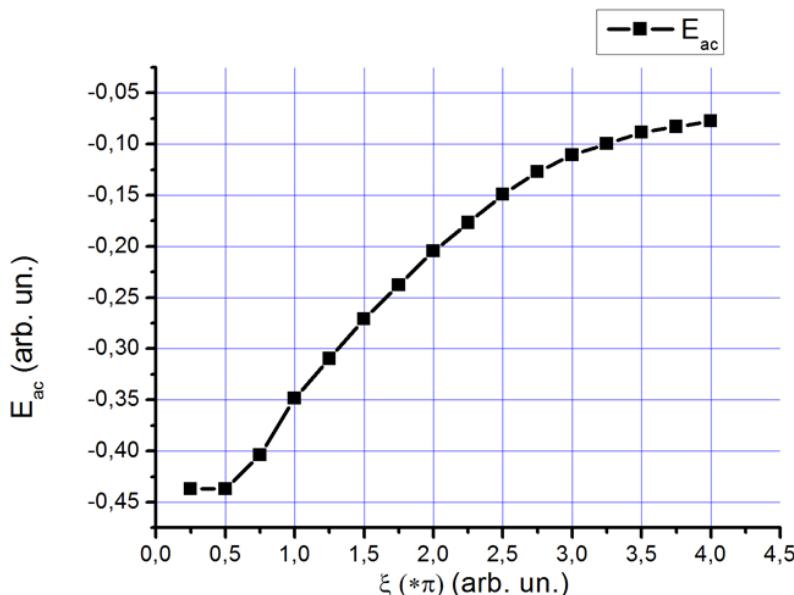


Fig. 2. Dependence of the accelerating field on the length of the bunch for the 1st bubble.

This is determined by the finite length of the considered bunch. Indeed, each point of the bunch excites a field whose distribution can be approximately described by a semi-cosine. However, since the fields are excited at different points, some of them are in antiphase and suppress each other. Therefore, the amplitude of the accelerating field decreases with increasing length of the bunch.

In the case of the second bubble (Fig. 3), a similar dependence is observed: in absolute value, the amplitude of the accelerating field decreases. However, in the case of the second bubble, the amplitude of the accelerating field is initially larger than the amplitude of the accelerating field in the case of the first bubble. Strictly speaking, this leads to an increase of the maximum value of the transformer ratio in the case of the second bubble. The excess of the maximum accelerating field after the second bubble over the accelerating field after the first bubble can be explained by the inertness of the plasma electrons, which received a pulse from the driver bunch; and by influence of the space charge of the driver bunch.

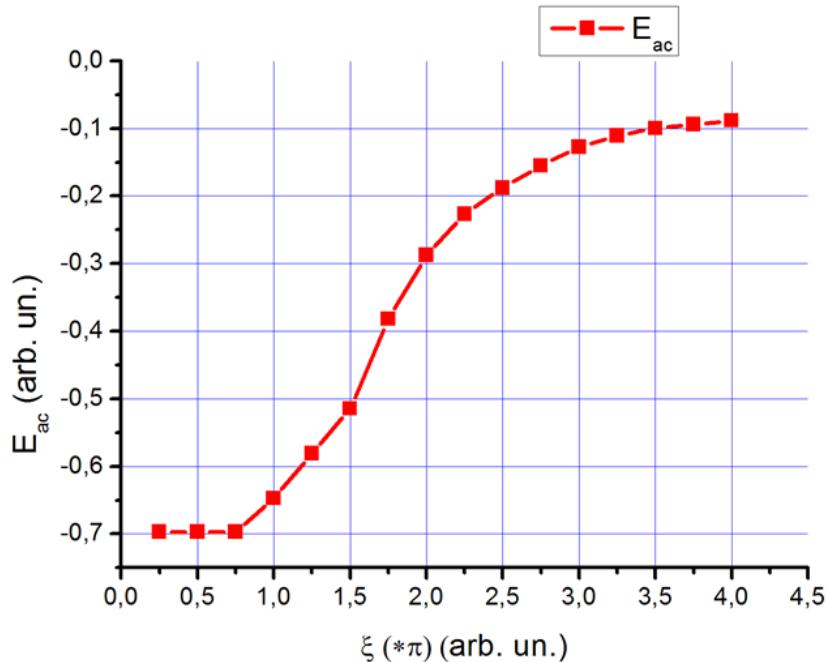


Fig. 3. Dependence of the accelerating field on the length of the bunch for the 2nd bubble.

In our case, when the length of the bunch increases with a fixed charge of the bunch, i.e. with a fixed number of electrons in the bunch, when electron density in the bunch  $n_b$  decreases, the bubble lengthens Fig. 4. **(a) (b)**

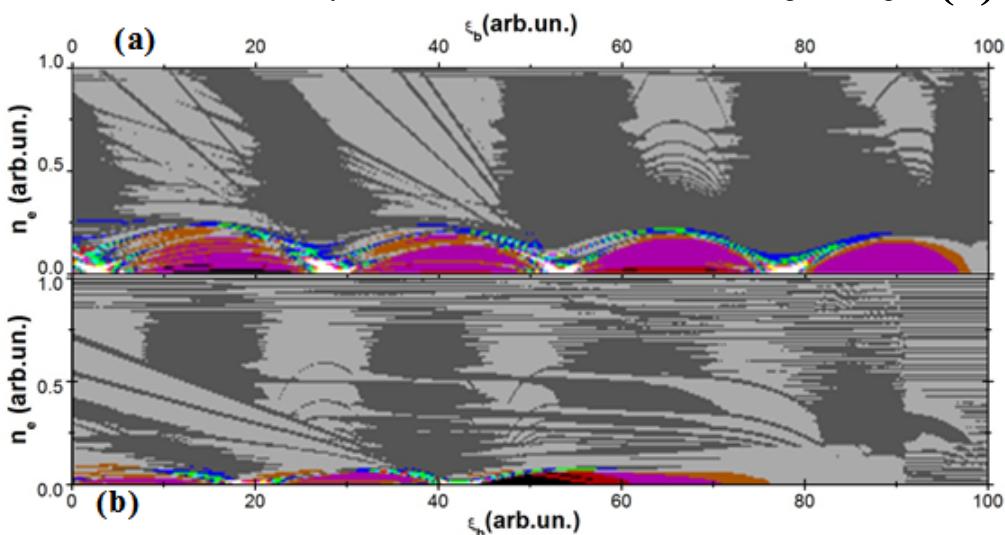


Fig. 4. Spatial distribution of the density of plasma electrons.

The figure above (a) is for a bunch length equal to  $0.25*\pi$ . The figure below (b) is for the length of the bunch, equal to  $3.75*\pi$ .

In addition, the dependence of the decelerating field on the length of the bunch was investigated (Fig. 5).

One can see from Fig. 5 that the dependence of the decelerating field on the length of the bunch is a function that decreases monotonically with increasing of the length of the bunch.

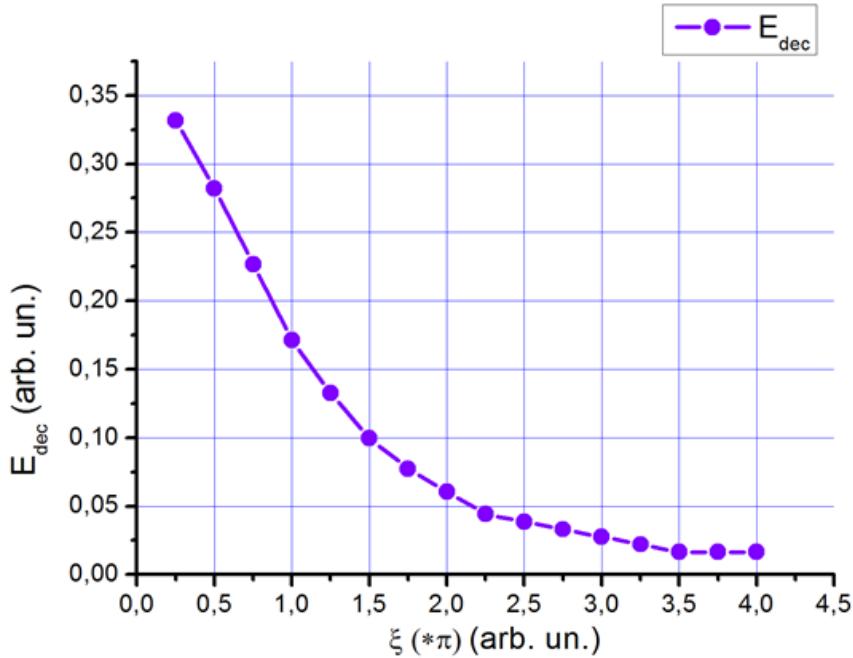


Fig. 5 Dependence of the decelerating field on the length of the bunch

## CONCLUSION

Thus, we can state the following. In this paper, it was demonstrated by numerical simulation that the transformer ratio at the wakefield excitation by a bunch of relativistic electrons increases due to the profiling of the bunch, and also due to the nonlinearity of the excited wakefield. The value of the transformer ratio after the second bubble exceeds the transformer ratio after the first bubble. It is shown that for certain values of the length of the bunch, the transformer ratio reaches a maximum value exceeding the transformer ratio in the linear case in the absence of shaping of the bunch. The dependence of the accelerating and decelerating fields on the length of the bunch were also investigated and they were established that the obtained dependences agree with the theoretical assumptions.

## REFERENCES

1. Leemans W.P., Gonsalves A.J., Mao H.-S. et al. Multi-GeV Electron Beams from Capillary-Discharge-Guided Subpetawatt Laser Pulses in the Self-Trapping Regime // Phys. Rev. Lett. - 2014. - Vol. 113. - P. 245002.
2. Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime // Applied Physics B. – 2002. – Vol.74. – P. 355-361.
3. Leemans W. P., Nagler B., Gonsalves A. J., Tóth Cs., Nakamura K., Geddes C.G.R., Esarey E., Schroeder C. B., Hooker S.M. GeV electron beams from a centimetre-scale accelerator // Nature Physics. - 2006. - Vol. 2. - P. 696-699.
4. Malka V. Laser plasma accelerators // Phys. of Plasmas. - 2012. - Vol. 19. - P.055501.
5. Hooker S.M., Bartolini R., Mangles S.P.D., Tünnermann A., Corner L., Limpert J., Seryi A., Walczak R. Multi-pulse laser wakefield acceleration: a new route to efficient, high-repetition-rate plasma accelerators and high flux radiation sources // Special Issue of J. Phys. B. - 2014. - Vol. 47. - P 234003.
6. Lotov K.V., Maslov V.I., Onishchenko I.N., Svistun E. Resonant excitation of plasma wakefields by a nonresonant train of short electron bunches // Plasma Phys. Control. Fusion. - 2010. - Vol.52. - No.6. - P. 065009.
7. Jing C., Power J., Zholents A. Dielectric Wakefield Accelerator to Drive the Future FEL Light Source // ANL/APS/LS-326. - 2011.
8. Maslov V.I., Onishchenko I.N., Yarovaya I.P. Transformer ratio at excitation of nonlinear wakefield in plasma by shaped sequence of electron bunches with linear growth of charge // VANT. – 2012. - Vol.4.-No.80 - P.128-130.
9. Baturin S. S., Zholents A. Upper limit for the accelerating gradient in the collinear wakefield accelerator as a function of the transformer ratio // Phys. Rev. ST Accel. Beams. - 2017. – Vol.20. – P.061302.
10. Tajima T. Laser acceleration in novel media // Eur. Phys. J. Special Topics. - 2014. – Vol. 223. – No.6. – P. 1037–1044.
11. Massimo F., Marocchino A., Ferrario M., Mostacci A., Musumeci P., Palumbo L. Transformer ratio studies for single bunch plasma wakefield acceleration // Nucl. Inst. and Meth. A. – 2014. – Vol.740. – P.242-245.
12. Jing C., Power J.G., Conde M., Liu W., Yusof Z., Kanareykin A., Gai W. Increasing the transformer ratio at the Argonne wakefield accelerator // Phys. Rev. ST Accel. Beams. – 2011. – Vol. 14. – P. 021302.
13. Wilson P.B. Wake Field Accelerators // Invited talk presented at the SLAC Summer Institute on Particle Physics, Stanford, California. - 1985. – P.1-45.
14. Chen P., Spitkovsky A., Katsouleas T., Mori W.B. Transformer ratio and pulse shaping in laser wakefield accelerator // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. –

1998. – Vol. 410. – No.3. - P. 488-492.
- 15. Spitkovsky A., Chen P. Longitudinal laser shaping in laser wakefield accelerators // Phys. Lett. A. – 2002. – Vol. 296. – No.2. – P. 125-130.
  - 16. Leemans W.P., Catravas P., Esarey E., Geddes C.G.R., Toth C., Trines R., Schroeder C.B., Shadwick B.A., Tilborg van J., Faure J. Electron-Yield Enhancement in a Laser-Wakefield Accelerator Driven by Asymmetric Laser Pulses // Phys. Rev. Lett. - 2002. - Vol. 89. - No. 17. - P. 174802.
  - 17. Maslov V.I., Onishchenko I.N., Yarovaya I.P. Transformation Ratio at Excitation of Nonlinear Wakefield in Plasma by Shaped Sequence of Electron Bunches with Linear Growth of Charge // Problems of Atomic Science and Technology. - 2012. – Vol.4. –No. 80. – P.128-130.
  - 18. Jiang B., Jing C., Schoessow P., Power J., Gai W. Formation of a novel shaped bunch to enhance transformer ratio in collinear wakefield accelerators // Phys. Rev. ST Accel. Beams 15. – 2012. – P. 011301.
  - 19. Maslov V.I., Onishchenko I.N., Yarovaya I.P. Wakefield Excitation in Plasma by Sequence of Shaped Electron Bunches // Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Plasma Physics. - 2012. – No.6. – P. 161-163.
  - 20. Lemery F., Piot P. Tailored electron bunches with smooth current profiles for enhanced transformer ratios in beam-driven acceleration // Phys. Rev. ST Accel. Beams 18. – 2015. – P. 081301.
  - 21. Maslov V.I., Onishchenko I.N. Transformation Ratio at Wakefield Excitation in Dielectric Resonator by Shaped Sequence of Electron Bunches with Linear Growth of Current // Problems of Atomic Science and Technology. Problems of Atomic Science and Technology. - 2013. – Vol.4. – No.86. - P. 69-72.
  - 22. Altmark A.M., Kanareykin A.D. Annular Cherenkov high gradient wakefield accelerator: beam-breakup analysis and energy transfer efficiency // Journal of Physics: Conference Series. – 2012. - Vol.357. – P.012001.
  - 23. Maslov V.I., Onishchenko I.N. Transformation Ratio at Wakefield Acceleration in Dielectric Resonator // Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Nuclear Physics Investigations. - 2014. – Vol.3. - P. 99-101.
  - 24. Balakirev V.A., Onishchenko I.N., Sotnikov G.V., Fainberg Ya.B., Charged particle acceleration in plasma by wakefield of shaped train of relativistic electron bunches // Sov. Plasma Phys. – 1996. – Vol. 22. – No.2. – P.157-164.
  - 25. Maslov V.I., Onishchenko I.N. Transformation Ratio at Wakefield Excitation in Dielectric Resonator by Sequence of Rectangular Electron Bunches with Linear Growth of Charge // Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Nuclear Physics Investigations. - 2014. – No.3. - P.95-98.
  - 26. Nakajima K. Plasma Wake-field Accelerator Driven by a Train of Multiple Bunches // Particle Accelerators. 1990. – Vol.32. - P.209-214.
  - 27. Maslov V.I., Svistun O.M. Transformation Ratio at Plasma Wakefield Excitation by Laser Pulse with Ramping of its Intensity according to Cosine // East Eur. J. Phys. - 2014. - Vol.1. – No.4. - P. 84-87.
  - 28. Kazakov S.Yu., Kuzikov S.V., Jiang Y., Hirshfield L. High-gradient two-beam accelerator structure // Phys. Rev. ST Accel. Beams. – 2010. – Vol. 13. – P. 071303.
  - 29. Levchuk I.P., Maslov V.I., Onishchenko I.N. Transformation Ratio at Wakefield Excitation by Linearly Shaped Sequence of Short Relativistic Electron Bunches // Problems of Atomic Science and Technology. - 2015. – No.6. - P. 37-41.

PACS: 29.17.+w; 41.75.Lx

## OCCURRENCE OF ACCELERATING FIELD, FORMATION AND DYNAMICS OF RELATIVISTIC ELECTRON BEAM NEAR JUPITER

**V.I. Maslov<sup>1,2</sup>, I.P. Levchuk<sup>1</sup>, S. Nikonova<sup>2</sup>, I.N. Onishchenko<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*NSC "Kharkiv Institute of Physics and Technology" NASU  
Kharkiv, 61108, st. Akademicheskaya 1, Ukraine*

<sup>1</sup>*V.N. Karazin Kharkiv National University  
4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine  
e-mail: [ymaslov@kipt.kharkov.ua](mailto:ymaslov@kipt.kharkov.ua)*

Received April 6, 2018

The possible dynamics of the electron beam, formed in the vicinity of Io, the natural satellite of Jupiter, and injected toward Jupiter, has been investigated analytically. When a beam penetrates the Jupiter plasma to a certain depth, the beam-plasma instability can be developed. In this case, the distribution function of electrons is expanded additionally by excited oscillations. These electrons, when their energy is of order of a required certain value, cause UV polar light. For closing of a current, the formation of a double electric layer is necessary. The necessary parameters and conditions for the formation of a double layer with a large jump of an electric potential at a certain height have been formulated, its properties, stability, behavior over time and beam reflection in its field for closing of a current have been described. Reflection of the beam can lead to its vortex dynamics.

**KEYWORDS:** electron beam dynamics, polar light of Jupiter, a double electric layer, beam plasma instability

### ВИНИКНЕННЯ ПРИСКОРЮЮЧОГО ПОЛЯ, ФОРМУВАННЯ І ДИНАМІКА РЕЛЯТИВІСТСЬКОГО ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ОКОЛИЦІ ЮПІТЕРА

**В.І. Маслов<sup>1,2</sup>, І.П. Левчук<sup>1</sup>, С. Ніконова<sup>2</sup>, І.М. Онищенко<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Національний Науковий Центр «Харківський фізико-технічний інститут»  
61108, Харків, Академічна, 1*

<sup>2</sup>*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
пл. Свободи 4, Харків, 61022, Україна*

Аналітично досліджено можливу динаміку електронного пучка, який формується в околиці Іо - природного супутника Юпітера та інжектується в напрямку Юпітера. При проникненні пучка в плазму Юпітера на певну глибину може розвинутися пучково-плазмова нестійкість. При цьому коливання, які збуджуються, додатково розмивають функцію розподілу електронів. Ці електрони, якщо їх енергія порядку необхідної певної величини, викликають УФ полярне сяйво. Для замикання струму необхідно формування подвійного електричного шару. Сформульовано необхідні параметри і умови формування на деякій висоті подвійного шару з великим стрибком електричного потенціалу, описані його властивості, стійкість, поведінку в часі і відбиття пучка в його полі для замикання струму. Відбиття пучка може привести до його вихрової динаміки.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** динаміка електронного пучка, полярне сяйво Юпітера, подвійний електричний шар, пучково-плазмова нестійкість

### ВОЗНИКОВЕНИЕ УСКОРЯЮЩЕГО ПОЛЯ, ФОРМИРОВАНИЕ И ДИНАМИКА РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ОКРЕСТНОСТИ ЮПИТЕРА

**В.И. Маслов<sup>1,2</sup>, И.П. Левчук<sup>1</sup>, С. Никонова<sup>2</sup>, И.Н. Онищенко<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Национальный Научный Центр «Харьковский физико-технический институт»  
61108, Харьков, Академическая, 1*

<sup>2</sup>*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина  
пл. Свободы 4, Харьков, 61022, Украина*

Аналитически исследована возможная динамика электронного пучка, формируемого в окрестности Ио - естественного спутника Юпитера и инжектируемого в сторону Юпитера. При проникновении пучка в плазму Юпитера на определенную глубину может развиться пучково-плазменная неустойчивость. При этом возбуждаемые колебания дополнительно размывают функцию распределения электронов. Эти электроны, если их энергия порядка определенной величины, вызывают УФ полярное сияние. Для замыкания тока необходимо формирование двойного электрического слоя. Сформулированы необходимые параметры и условия формирования на некоторой высоте двойного слоя с большим скачком электрического потенциала, описаны его свойства, устойчивость, поведение во времени и отражение пучка в его поле для замыкания тока. Отражение пучка может привести к его вихревой динамике.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** динамика электронного пучка, полярное сияние Юпитера, двойной электрический слой, пучково-плазменная неустойчивость

In this paper, the possible dynamics of an electron beam in the vicinity of Jupiter, which leads to polar light of Jupiter [1-10] and which according to model [11] is accelerated in the Io vicinity, has been investigated. Electron bunches move along a magnetic tube from Io to Jupiter. Since the magnetic field lines of Jupiter meet at its poles, the beam is focused while moving toward Jupiter, and the density of the beam electrons increases. When the beam penetrates into the plasma to a certain depth, the beam-plasma instability (BPI) develops. In this case, the excited

oscillations expand the electron distribution function. Thus, from their energy distribution function, a tail grows, which determines the observed aurora in the UV range.

Since BPI in an inhomogeneous plasma develops locally, it can at some height lead to the formation of a double layer (DL). The conditions for the formation of this DL have been formulated, its properties have been obtained, the dynamics of plasma particles and the reflection of the beam back in its field have been described. After reflection from Jupiter upper ionosphere electron bunches change the direction of motion (see [12]).

The effect of the space charge of a decelerated beam and its collision with particles of partially ionized plasma lead to a gradual expansion of the decelerating beam. Thus, the reflected beam moves back on a larger radius, leading to vortex dynamics.

The aim of the paper is the formulation and analytical description of the model of the possible dynamics of the electron beam, formed in the vicinity of Io - the natural satellite of Jupiter and injected towards Jupiter, which leads to polar light of Jupiter.

### BEAM-PLASMA INSTABILITY

The energy of the beam electrons is too high to cause UV auroras. However, the BPI [3, 4], caused by them, can form the tail of the electron distribution function up to the UV range (Fig. 1).

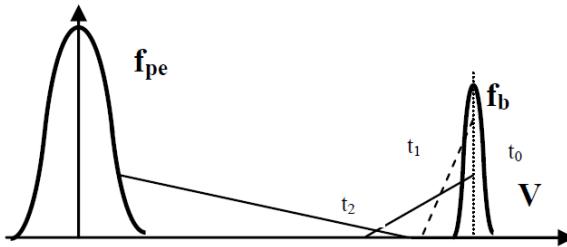


Fig. 1. The distribution functions of the beam and plasma electrons formed at  $t_2 > t_1 > t_0$  as a result of the possible electron beam interaction with the Jovian plasma

Thus, when a beam penetrates into the plasma to such depth that the plasma electron density  $n_{0e}$  becomes large and at a significant focusing of the electron beam, so that its density  $n_b$  becomes larger than some threshold, the BPI can be developed [13, 14]. Growth rate  $\gamma_b$  of BPI equals

$$\gamma_{bq} = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \left( \frac{n_b}{n_{0e}} \right)^{1/3} \omega_{pe} \propto n_b^{1/3} n_{0e}^{1/6}. \quad (1)$$

at a rapid stage of evolution and

$$\gamma_{bs} \approx \left( \frac{n_b}{n_{0e}} \right) \omega_{pe} \quad (2)$$

at a slow stage of evolution. As growth rate  $\gamma_b$  is proportional to  $n_b$  and to the plasma electron density, the instability develops at a certain height, where the electron density  $n_{0e}$  of the inhomogeneous plasma is large.

### PROPERTIES OF DOUBLE ELECTRIC LAYER, REFLECTING ELECTRON BEAM

Since the current must be closed, the beam at some height should be reflected and go back. Let us consider a possible mechanism of beam reflection. The reflection mechanism from the ionosphere is associated with the formation of double layers at entering the bunches of fast electrons with density  $n_b \approx 10^4 \text{ cm}^{-3}$  in the ionosphere at heights where the density of ionosphere ions  $n_i$  approximately equals to  $n_b$  [12].

1D numerical simulation [15] has shown that at injection of an electron beam into a plasma, DL can be formed. Let us show that at an electron beam injection from a source into the plasma with a density comparable to the plasma density  $n_b = n_i$ , the formation of DL is possible, which reflects the beam from the plasma [16].

Let us study the phenomena, accompanying injection from a certain time from a source (for example, from a natural satellite of Jupiter) to Jupiter plasma an electron beam with a density  $n_b$  which is comparable to the plasma density,  $n_i$ .

At a beam injection from an isolated source into the plasma, the plasma electrons are accelerated towards the source of the electron beam in the field of the potential drop arising between the source and the beam. At  $n_b \approx n_i$ , the plasma electron current to the source is small compared to the injected beam current,  $j_b = n_b V_b$ . The resulting reverse plasma current is small, since plasma electrons close to the boundary are accelerated insignificantly, and those plasma electrons, located in the interior of the plasma near the beam reflection region, are accelerated to velocities reaching the injection velocity, but their density becomes much smaller than the beam density. Thus, the reverse plasma current does not compensate the accumulation of a positive source charge. Therefore, the potential drop reaches the kinetic energy of the beam. The beam returns to the source, being reflected from the potential jump and compensating the accumulation

of a positive charge on the source. Then the potential can separate from the source and move inside the plasma with a certain velocity  $V_{dl}$ . So DL is formed (the potential jump from  $\phi_0=\phi(x=0)$  on the injection boundary to zero on  $\Delta x$ ).

Let us consider DL that the perturbation of the ion density in its field is insignificant

$$|\delta n_i| = n_i \frac{e\phi_0}{m_i V_{dl}^2} \ll n_i . \quad (3)$$

The appearance of charge separation in the form of two oppositely charged regions is necessary for the DL formation. For an electron DL formation at an electron beam injection into the plasma, two groups of injected electrons are necessary for this charge separation. The second group, in contrast to the beam, should be slow. The second group cannot be plasma electrons that fly into the DL region and are accelerated in its field to velocity  $(V_{dl}^2 + 2e\phi_0/m)^{1/2}$ , since their density decreases in DL to a small value  $n(V_{th}/V_b)$ .  $V_{th}$  is the thermal velocity of the plasma electrons. A slow group is formed by trapping a part of the plasma electrons by DL, which is rapidly formed, or it is injected together with a fast beam. First we consider the case of injection of two groups.

Let us consider a semi-infinite plasma,  $x>0$ , into which, high-energy,  $V_b \gg V_{th}$ ,  $V_{thb}$ , and slow,  $V_{sl} \ll V_{thb} \ll V_b$ , beams are injected with densities  $n_b$  and  $n_o$ .  $V_{thb}=(T_b/m)^{1/2}$ ,  $V_{tho}=(T_o/m)^{1/2}$  - thermal velocities of electron beams. Since the distribution function of the slow group of electrons after reflection from the DL becomes symmetric with respect to the velocity of the DL  $V_{dl}$ , the average velocity of the slow group  $V_{sl}$  can be set equal to  $V_{sl}=V_{dl} \ll c$ .

First, we find from the kinetic equation and the equations of the balance of energy and momentum fluxes the stationary characteristics of DL.

Electrons move along trajectories

$$mc^2(\gamma - 1) - e\phi = \text{const} . \quad (4)$$

In this case, plasma electrons in the DL rest system are accelerated in its field from  $-V_{dl}$  to  $-c(1-\gamma_0^{-2})^{1/2}$ ,  $\gamma_0=[1-(V_b-V_{dl}+V_{thb})^2/c^2]^{1/2}$ . At the same time, their density changes as

$$n_e(x) = n_e \left( \frac{V_{dl}}{c} \right) \left\{ 1 - \left[ \left( 1 - \frac{V_{dl}^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} + (\gamma_0 - 1) \frac{\phi}{\phi_0} \right]^{-2} \right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

decreasing from  $n_e(\phi=0)=n_e$  to  $n_e(\phi=\phi_0)=n_e(V_{dl}/c)(1-\gamma_0^{-2})^{-1/2}$ . Dynamics of the slow electron group is nonrelativistic, and their density varies according to

$$n_0(x) = n_0 \exp \left[ \frac{e(\phi - \phi_0)}{T_0} \right]. \quad (6)$$

One can see from (6) that the density of the slow group decreases exponentially and forms a positive charge at  $\phi_a < \phi < \phi_0$ . Densities of fast beam

$$n_b(z) = n_b \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_0^2}} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{e\phi}{mc^2} \right)^{-2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

and of the plasma electrons (5) increase in a power law, which leads to a negative charge at  $0 < \phi < \phi_a$ .  $\phi_a$  is determined from  $\delta n(\phi_a)=0$

$$\phi_a = \frac{\phi_0}{\gamma_0 - 1} \left\{ \sqrt{\frac{\gamma_0 + 1}{2}} - 1 \right\}. \quad (8)$$

One can derive that at  $\phi_c=\phi_0(2V_{thb}/c)\gamma_0^2$  the beam reflection begins. As a result, quasineutrality is restored after DL.

Since the nonresonant beam electrons, passing through DL, penetrate into the plasma, where they are decelerated, their density increases. Therefore, the quasineutrality condition behind DL (for  $x \gg \Delta x$ ) requires that  $V_{dl}$  be less than the thermal velocity of the plasma electrons  $V_{dl} < V_{th}$ , and the density of the beam electrons, penetrating through the DL, should be small  $n_{bo} \ll n_e$ . Consequently

$$\phi_0 \approx \frac{mc^2}{e} (\gamma_0 - 1). \quad (9)$$

All electrons transmit a momentum to DL. The fluxes of momenta transmitted to the DL by beam electrons, passing through DL, by electrons of the slow group and by beam, which are reflected from DL, are equal to  $c m n_e V_{dl} (\gamma_0^2 - 1)^{1/2}$ ,  $n_{bo} m c^2 (\gamma_0^2 - 1)/\gamma_0$ ,  $n_o T_o$ ,  $2(n_b - n_{bo}) m c^2 (\gamma_0^2 - 1)/\gamma_0^2$ . In DL field only ions receive a momentum whose flux is equal to  $n_i e \phi_0$ . Electrons and plasma ions take energy from DL, whose fluxes are  $n_e e \phi_0 V_{dl}$ ,  $n_i e \phi_0 V_{dl}$ . The electrons of the beam and the slow group lose energy when interacting with DL. The energy fluxes, which are transmitted to DL by slow group, which are reflected from DL, and by passing through DL beam electrons, are equal to  $V_{dl} n_o T_o$ ,  $(n_b - n_{bo}) m c^2 2 V_{dl} (\gamma_0^2 - 1)/\gamma$ ,  $n_{bo} e \phi_0 c (1 - \gamma_0^{-2})^{1/2}$ . Using the equations for the balance of the energy and momentum fluxes, as well as the quasi-neutrality condition on the beam injection boundary, one can obtain:

$$\frac{V_{dl}}{c} = \frac{n_{b0}}{n_e} \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_0^2}} \ll 1, \quad (10)$$

$$n_{b0} = \left[ \frac{n_i - n_0}{2} \frac{T_0}{2e\varphi_0} \right] \frac{\gamma_0}{\gamma_0 + 1},$$

$$n_0 = \left[ 1 + \frac{T_0}{e\varphi_0} \frac{\gamma_0}{\gamma_0 + 1} \right] \frac{n_i}{\gamma_0 + 1}.$$

Let us find the DL profile and estimate its width. From (6) we find that in the reflection region of the slow group  $\delta n(\varphi_b) \approx n_0$ ,  $\varphi_b$  is determined from  $d\varphi/d\varphi=0$  and equal to  $\varphi_b/\varphi_0 = 1 - T_0/e\varphi_0$ . I.e. in a region, where the perturbation of the charge density is determined by the change in the density of the slow group, the potential drop is insignificant. In a region, where the perturbation of the charge density is determined by the change in the density of a fast beam upon its deceleration,  $\delta n$  increases to  $\varphi = \varphi_{dl}$ . The maximum  $\delta n$  is reached in the region of strong deceleration of the beam and it is equal to  $\delta n(\varphi_{dl}) = n_b(2V_b/V_{thb})^{1/2}/\gamma^{3/2}$ . In neglecting small intervals (widths of  $\varphi_c$  and  $\varphi_0 - \varphi_b$ ) near  $\varphi=0$  and  $\varphi=\varphi_0$ , we obtain

$$\frac{(\partial\varphi/\partial x)^2}{3\pi e} = \int d\varphi \delta n = n_i \sqrt{\varphi \varphi_0} \left[ \sqrt{\frac{(\gamma_0 + 1)\varphi/\varphi_0 + 2}{(\gamma_0 + 1)}} - \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi_0}} \right]. \quad (11)$$

From here

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = 1 - \frac{x\omega_p\sqrt{2}}{c\gamma_0}. \quad (12)$$

Let us determine the width D:

$$\Delta x = \frac{\varphi_0}{(\partial\varphi/\partial x)|_{\varphi=\varphi_a}} \approx \frac{c}{4e} \sqrt{\frac{2m}{\pi n_i}} \frac{(\gamma_0 - 1)}{\sqrt{1 - \sqrt{\frac{2}{\gamma_0 + 1}}}}. \quad (13)$$

And at  $\gamma_0 \gg 1$   $\Delta x = (c/\omega_p\sqrt{2})\gamma_0$ ,  $\omega_p = (4\pi n_i e^2/m)^{1/2}$ .

We now consider the case of injection from a source into the plasma of only a fast beam. It follows from (13) that for  $\gamma_0 \gg 1$  the double layer is formed during the time  $\gamma_0/\omega_p\sqrt{2}$ . And the response time of plasma electrons to the formed field, according to (11), is equal to

$$t_0 = \frac{\gamma_0}{\omega_p\sqrt{2}} \sqrt[4]{\frac{\phi_0}{\phi_0(t)}}. \quad t_0 = (\gamma_0/\omega_p\sqrt{2})(\phi_0/\phi_0(t))^{1/4}. \quad (14)$$

Hence it can be concluded that during the formation time DL the plasma electrons do not have time to react to the formed field. Before the beam is reflected and reaches the boundary, the plasma electrons close to it are thrown out to the source under the action of the arisen field. When the plasma density is reached, which satisfies the inequality  $n_e(t) < n_i - n_b$ , the self-consistent potential ceases to be monotonic. The potential grows inside the plasma from  $\varphi_0(t)$  to  $\varphi_1(t)$ . Further, inside the plasma the potential falls sharply from  $\varphi_1(t)$  to zero. This distribution of the potential keeps from the ejection to the source of the part of the plasma electrons which were during the DL formation in its vicinity, to neutralize, together with the charge beam, plasma ions. These trapped plasma electrons form the slow group necessary for DL formation. After completion of DL formation, the plasma electrons, fly into DL region, are accelerated toward the beam.

Let us consider the stability of the relative motion of electron fluxes. From (4), (5) - (7) we have an equation describing the excitation of HF perturbations in the DL neighborhood:

$$1 - \frac{\alpha}{z^2} - \frac{(1-\alpha)}{2\gamma_0^3} [(z-y)^{-2} + (z+y)^{-2}] = 0. \quad (15)$$

$\alpha = n_o/n_i$ ,  $z = \omega/\omega_p$ ,  $y = k_b/\omega_p$ . It follows from (15) that HF noise is generated in the DL region due to the development of BPI. They lead, as noted above, to the spreading of the electron distribution function. In [15, 17], noise does not lead to a significant DL destruction due to: spreading of the electron distribution function; inhomogeneity of the potential, which ensures the violation of the wave-particle resonance condition and the large relative noise velocity and DL.

Since DL moves slowly inside the plasma, the density of trapped electrons  $n_o$  decreases in the case of nonmonotonic DL, since the localization region of these electrons increases. The study of the stability of electron fluxes with respect to LF perturbations on the basis of equation

$$1 + \frac{\alpha}{(kd_0)^2} - \frac{(1-\alpha)}{2\gamma_0^3} [(z-y)^{-2} + (z+y)^{-2}] = 0. \quad (16)$$

$d_o = (T_o/4\pi n_e^2)^{1/2}$ , shows that when the density of the trapped electrons falls below the critical value

$$\frac{(V_{\text{tho}}/V_b)^2}{\gamma_0^3} > \alpha + (kd_0)^2 \quad (17)$$

DL becomes unstable with respect to perturbations with the phase velocity equal to  $V_{\text{dl}}$ . Numerical simulation [17] has shown that in this case DL, which has shifted into the plasma, decays, forming a vortex in the electron phase space and a new DL appears on the boundary.

It was shown in [16] that DL can be formed in a beam-plasma system only, as observed, when  $n_b \approx n_i$ .

Thus, it has been shown that injection from a source into a plasma of an electron beam with  $n_b \approx n_i$  can lead to the DL formation.

DL reflects the beam back, so the electron velocity distribution function at the injection boundary has three maxima, which was observed in [15].

If the beam and plasma parameters differ from those, necessary for the formation of a monotonous DL, then within some limits of such a deviation near the DL in its low potential region a potential dip can be formed. The depth of the dip is self-consistently adjusted to the parameters of the beam and plasma, facilitating the DL formation and the beam reflection. In particular, the potential well, reducing the fraction of the beam passing to the low potential region, ensures quasi-neutrality in this region. The potential well in the region of low potential of DL is also formed due to 3D beam dynamics and the limited radius of the beam.

A similar spatial distribution of the electrostatic potential and the behavior of the beam were observed in the experiment and in numerical simulation [15]. The injection of an electron beam into the plasma in numerical simulation [15] leads under certain conditions to the DL formation.

So, DL is formed at a fast beam density, which takes values in a small interval near  $n_b/n=1/4$ . The considered DL moves with a velocity much less than the beam velocity. The DL width is comparable to the wavelength of the most unstable mode of beam instability. The perturbation of the ion density in the double-layer field is small.

It should be noted that the electron distribution function remains unstable. Indeed, in [15], excitation in the DL region of weak electron oscillations has been observed.

### VORTEX DYNAMICS

The radial defocusing effect of the space charge of a decelerating beam and its collision with particles of partially ionized plasma lead to a gradual expansion of the decelerating beam. Thus, the reflected beam moves back on a larger radius, leading to a vortex-type dynamics Fig. 2.

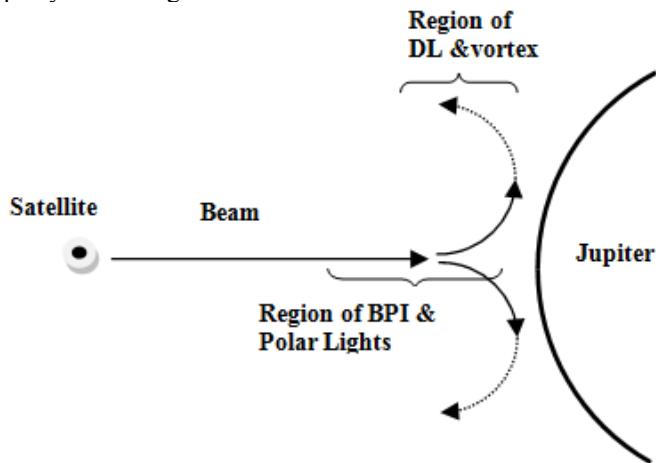


Fig. 2. A vortex dynamics of decelerating and reflected by double layer electron beam near Jupiter

### CONCLUSION

So, the possible dynamics of the electron beam, formed in the vicinity of Io, the natural satellite of Jupiter, and injected toward Jupiter, has been investigated analytically. When a beam penetrates the Jupiter plasma to a certain depth, the beam-plasma instability can be developed. In this case, the distribution function of electrons is expanded additionally by excited oscillations. These electrons, when their energy is of order of a required certain value, cause UV polar light. For closing of a current, the formation of a double electric layer is necessary. The necessary parameters and conditions for the formation of a double layer with a large jump of an electric potential at a certain height have been formulated, its properties, stability, behavior over time and beam reflection in its field for closing of a current have been described. It has been shown that reflection of the beam can lead to its vortex dynamics.

To confirm the adequacy of the proposed model to the observed phenomena the electron distribution function in the vicinity of the region of reflection of high-energy electrons, both before and after the reflection area along the current tube should be measured in future observations. It is also necessary to measure the electron distribution function in the current tube in the interval between the natural satellite Io and Jupiter.

**REFERENCES**

1. Gladstone G.R., Waite J.H., Grodent Jr,D. et al. A pulsating auroral X-ray hot spot on Jupiter // Letters to nature. NATURE. – 2002. –Vol. 415. – P. 1000 - 1003.
2. Clarke J.T., Ajello J., Ballester G. et al. Ultraviolet emissions from the magnetic footprints of Io, Ganymede and Europa on Jupiter // Nature. – 2002. – Vol. 415. – P. 997–1000.
3. Connerney J.E.P. et al. Images of excited H<sub>3</sub><sup>+</sup> at the foot of the Io flux tube in Jupiter's atmosphere // Science. –1993. –Vol. 262. – P. 1035–1038.
4. Clarke J.T. et al. Far-ultraviolet imaging of Jupiter's aurora and the Io "footprint" // Science. –1996. –Vol. 274. –P. 404–409.
5. Prangé R. et al. Rapid energy dissipation and variability of the Io–Jupiter electrodynamic circuit // Nature. –1996. –Vol. 379. – P. 323–325.
6. Goldreich P., Lynden-Bell D. Io, a Jovian unipolar inductor // Astrophys. J. – 1969. – Vol. 156. – P. 59–78.
7. Belcher J.W. The Jupiter–Io connection, an Alfvén engine in space // Science. –1987. – Vol. 238. – P. 170–176.
8. Neubauer F.M. Nonlinear standing Alfvén wave current system at Io: theory // J. Geophys. Res. – 1980. – Vol. 85. – P. 1171–1178.
9. Mauk B.H., Haggerty D.K., Paranicas C. et al. Discrete and broadband electron acceleration in Jupiter's powerful aurora // Nature. – 2017. – Vol. 549. – P. 66–69.
10. Dunn W.R., Branduardi-Raymont G., Ray L.C. et al. The independent pulsations of Jupiter's northern and southern X-ray auroras // Nature. Astronomy. – 2017. – Vol. 1. – P. 758–764.
11. Jacobsen S., Saur J., Neubauer F.M., Bonfond B., Gérard J.-C., Grodent D. Location and spatial shape of electron beams in Io's wake // Journal of Geophysical Research. – 2010. – Vol. 115. – P. A04205.
12. Fomin P.I., Fomina A.P., Mal'nev V.N. Superradiation of magnetized electrons and the power of decameter radiation of the Jupiter – IO system // Ukrayins'kij Fyizichnij Zhurnal. – 2004. – Vol. 49. – No.1. – P. 3–8.
13. Onishchenko I.N., Linetskii A.R., Matsiborko N.G., Shapiro V.D., Shevchenko V.I. Contribution to the Nonlinear Theory of Excitation of a Monochromatic Plasma Wave by an Electron Beam // ZhETF Pis'ma v Redaktsiu. – 1970. – Vol. 12. – No.12. – P. 407 – 411.
14. Mikhailovsky A.B. Theory of plasma instabilities Vol. 1. – M.: Atomizdat, 1975. – P. 272.
15. Singh N., Schunk R.W. Plasma response to the injection of an electron beam // Plasma Phys. and Contr. Fus. – 1984. – Vol. 26. – No.7. – P. 359 – 390.
16. Maslov V.I. Double layer formed by relativistic electron beam // Plasma Physics and Fusion Technology. – 1992. – Vol. 13. – No.10. – P. 676-679.
17. Okuda H., Horton R., Ono M., Ashour-Abdalla M. Propagation of nonrelativistic electron beam in a plasma in a magnetic field // Phys. Fluids. – 1987. – Vol. 30. – No.1. – P. 200 - 203.

(blank line)

(blank line)

**PACS:** Here you must specify PACS codes

(blank line)

## INSTRUCTIONS FOR PREPARING MANUSCRIPT (TITLE)

(blank line)

**N.N. Author<sup>1</sup>, N.N. Co-author(s)<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Affiliation*

<sup>2</sup>*Affiliation (if different from Authors affiliation)*

*e-mail: [corresponding\\_authors@mail.com](mailto:corresponding_authors@mail.com)*

Received January 14, 2018

(blank line)

Each paper must begin with an abstract. The abstract should be typed in the same manner as the body text (see below). Please note that these Instructions are typed just like the manuscripts should be. The abstract must have at least 1000 phonetic symbols, supplying general information about the achievements, and objectives of the paper, experimental technique, methods applied, significant results and conclusions. Page layout: the text should be printed on the paper A4 format, at least 3 pages, with margins of: Top - 3, Bottom, Left and Right - 2 cm. The abstract should be presented in English (only for foreign authors), Ukraine and Russian.

**KEYWORDS:** there, must, be, at least, 5 keywords

(blank line)

This is introduction section. This paper contains instructions for preparing the manuscripts. The text should be prepared in .doc format (using MS Word).

(blank line)

## INSTRUCTIONS

The text should be typed as follows:

- title: Times New Roman, 12 pt, ALL CAPS, bold, 1 spacing, centered;
- authors: name, initials and family names; Times New Roman, 12 pt, bold, 1 spacing, centered;
- affiliation(s): Times New Roman, 9 pt, italic, 1 spacing, centered;
- abstract: Times New Roman, 9 pt, 1 spacing, justified;
- body text: Times New Roman, 10 pt, 1 spacing, justified; paragraphs in sections should be indented right (tabulated) for 0.75 cm;
- section titles: Times New Roman, 10 pt, bold, 1 spacing, centered, without numbering, one line should be left, blank above section title;
- subsection titles: Times New Roman, 10 pt, bold, 1 spacing, centered, without numbering in accordance to the section (see below), one line should be left blank above subsection title;
- figure captions: width of the figure should be 85 or 170 mm, figures should be numbered (Fig. 1) and titled below figures using sentence format, Times New Roman, 9 pt, 1 spacing, centered (if one line) or justified (if more than one line); one line should be left blank below figure captions;
- table captions: width of the table should be 85 or 170 mm, tables should be numbered (Table 1.) and titled above tables using sentence format, Times New Roman, 10 pt, 1 spacing, centered (if one line) or justified (if more than one line), tables should be formatted with a single-line box around the outside border and single ruling lines between rows and columns; one line should be left blank below tables;
- equations: place equations centered, numbered in Arabic (1), flush right, equations should be specially prepared in MathType; one line should be left blank below and above equation.

(blank line)

### Additional instructions

Numerated figures and tables should be embedded in your text and placed after they are cited. Only black and white drawings and sharp photographs are acceptable. Letters in the figures should be 3 mm high. The figures should be presented in one of the following graphic formats: jpg, gif, pcx, bmp, tif.

(blank line)

### REFERENCES

Titles of journals, articles and author names in references should be given in Roman script. References should be numbered in the order of referring in the text, e.g. [1], [2-5], etc. Do not superscript your reference numbers. Cite references as in journal format. The full references should be listed in numerical order of citation in the text at the end of the paper (justified), Times New Roman, 9 pt, 1 spacing.

References should be given in the following form:

#### *Journals*

1. Holzwarth G., Eckart G. Fluid-dynamical approximation for finite Fermi systems // Nucl. Phys. - 1979. - Vol. A325. - P.1-30.

#### *Books*

2. Bertsch G.F., Broglia R.A. Oscillations in finite quantum systems. Ch. 6. - Cambridge: Cambridge University, 1994. - 150 p.

#### *Chapters*

3. Van der Woude A. The electric giant resonances // Electric and magnetic giant resonances in nuclei / Ed. by J. Speth. - Singapore: World Scientific P.C., 1991. - P. 99-232.

#### *Conference or symposium proceedings*

4. Smolanzuk R., Skalski J., Sobiczewski A. Masses and half-life of superheavy elements // Proc. of the International Workshop 24 on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations / Ed. by H. Feldmeier et al. - GSI, Darmstadt, 1996. - P.35-42.

### **Special Notes**

1. Use International System of Units (SI system).
2. It is undesirable to use acronyms in the titles. Please define the acronym on its first use in the paper.
3. Refer to isotopes as  $^{14}\text{C}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^{60}\text{Co}$ , etc.

Наукове видання

**СХІДНО-ЄВРОПЕЙСЬКИЙ ФІЗИЧНИЙ ЖУРНАЛ**  
**Том 5 Номер 2**

**EAST EUROPEAN JOURNAL OF PHYSICS**  
**Volume 5 Number 2**

Збірник наукових праць  
англійською, українською, російською мовами

Коректор – Коваленко Т.О.

Технічний редактор – Гірник С.А.

Комп'ютерне верстання – Гірник С.А.

Підписано до друку 31.05.2018. Формат 60×84 /8. Папір офсетний.

Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 10,2. Обл.-вид. арк. 10,5

Тираж 100 пр. Зам. № Ціна договірна

61022, Харків, майдан Свободи, 4

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Видавництво

Надруковано Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

61022, Харків, майдан Свободи, 4, тел. +380-057-705-24-32

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3367 від 13.01.09