

Volume 3 • Number 1 • 2016

ISSN 2312-4334

---

# **East European Journal of Physics**

---



**V.N. Karazin Kharkiv National University Publishing**

ISSN 2312-4334

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

# **East European Journal of Physics**

Volume 3 · Number 1

2016

# East European Journal of Physics

---

EEJP is an international peer-reviewed journal devoted to experimental and theoretical research on the nuclear physics, cosmic rays and particles, high-energy physics, solid state physics, plasma physics, physics of charged particle beams, plasma electronics, radiation materials science, physics of thin films, condensed matter physics, functional materials and coatings, medical physics and physical technologies in an interdisciplinary context.

Published quarterly in hard copy and online by V.N. Karazin Kharkiv National University Publishing.  
ISSN 2312-4334 (Print), ISSN 2312-4539 (Online)

The editorial policy is to maintain the quality of published papers at the highest level by strict peer review.

Approved for publication by the Academic Council of the Karazin Kharkiv National University (February 29, 2016, protocol No.2) EEJP registered by the order of Ministry of Education of Ukraine № 747 of 07.13.2015, and is included in the list of scientific specialized editions of Ukraine, which can be published results of dissertations for the degree of doctor and candidate of physical and mathematical sciences.

## Editor-in-Chief

Azarenkov N.A., Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

## Deputy editor

Girka I.O., Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

## Executive Secretary

Girnyk S.A., Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

## Editorial Board

Adamenko I.N., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Akulov V.P., City University of New York, USA

Antonov A.N., Institute of Nuclear Research and Nuclear Energy, Sofia, Bulgaria

Barannik E.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Beresnev V.M., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Berezhnoy Yu.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Bizyukov A.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Bragina L.L. STU Kharkiv Polytechnical Institute, Ukraine

Broda B., University of Lodz, Poland

Budagov Yu.A., Joint Institute of Nuclear Research, Dubna, Russia

Dovbnya A.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Dragovich B.G., University of Belgrade, Serbia

Duplij S.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Garkusha I.E., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Gofman Yu., Jerusalem College of Technology, Israel

Grekov D.L., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Karnaukhov I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Khodusov V.D., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Kondratenko A.N., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Korchin A.Yu., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Krivoruchenko M.I., Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, Russia

Lavrinenko S.D., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Lazurik V.T., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Mel'nik V.N., Institute of Radio Astronomy, Kharkiv, Ukraine

Merenkov N.P., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Neklyudov I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Noterdaeme J.-M., Max Planck Institute for Plasma Physics, Garching, Germany

Nurmagambetov A.Yu., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Onyschenko I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Ostrikov K.N., Plasma Nanoscience Centre Australia, Clayton, Australia

Peletminsky S.V., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Pilipenko N.N., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Radinschi I., Gheorghe Asachi Technical University, Iasi, Romania

Slyusarenko Yu.V., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Smolyakov A.I., University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada

Shul'ga N.F., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Tkachenko V.I., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Voyevodin V.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Yegorov O.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

## Editorial office

Department of Physics and Technologies, V.N. Karazin Kharkiv National University

Kurchatov av., 31, office 402, Kharkiv, 61108, Ukraine

Tel: +38-057-335-18-33,

E-mail: [eejp@karazin.ua](mailto:eejp@karazin.ua),

Web-pages: <http://eejp.univer.kharkov.ua>, <http://periodicals.karazin.ua/eejp> (Open Journal System)

Certificate of State registration No.20644-10464P, 21.02.2014

# East European Journal of Physics

Volume 3

Number 1

2016

---

## REVIEWS

- Large-scale magnetic and vortex structures in a turbulent medium** 4  
V.V. Yanovsky, A.V. Tur, M.I. Kopp

## ORIGINAL PAPERS

- Consistent model for interactions of higher-spin fermions with 0- and 1/2 - spin particles and  $\pi N$  - scattering** 23  
E.V. Rybachuk
- Determination of external irradiation from sources with complex geometry containing radioactive waste** 35  
Y.V. Rudychev
- The dualism of the vacancies nature in nonequilibrium systems** 41  
I.N. Laptev, O.O. Parkhomenko, V.I. Tkachenko
- High level wastes immobilization in ceramic and hydrated phosphate matrix** 49  
V.A. Shkuropatenko
- Spectra of ZnO superdispersed particles polarized in an magnetic field** 61  
V.I. Tyutyunnikov
- The features of the phase transformations in intermetallic phases in zirconium alloys** 67  
V.G. Kirichenko, R.S. Nestarenko, T.A. Kovalenko
- Single and dual-pointing device for moving the sample LU-40 KIPT** 72  
A.N. Vodin, V.T. Bykov, V.A. Kushnir, M.S. Malovitzza, S.N. Olejnik,  
G.E. Tuller, A.V. Tertichny

PACS: 47.32.C

## LARGE-SCALE MAGNETIC AND VORTEX STRUCTURES IN A TURBULENT MEDIUM

V.V. Yanovsky<sup>1,2</sup>, A.V. Tur<sup>3</sup>, M.I. Kopp<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Institute for Single Crystals, Nat. Academy of Science  
Ukraine, Lenine Ave.60, Kharkov 31001, Ukraine*

<sup>2</sup>*V.N. Karazin Kharkiv National University  
Sq. Svobody 4, Kharkiv, 61022 Ukraine*

<sup>3</sup>*Universite Toulouse [UPS], CNRS, Institute of Research for Astrophysics and Planetology  
9 avenue du Colonel Roche, BP 44346, 31028 Toulouse Cedex 4, France*

e-mail: [yanovsky@isc.kharkov.ua](mailto:yanovsky@isc.kharkov.ua)

Received December 4, 2015

The survey covers a main achievements in the field of dynamo theory. Applications of the model of turbulent convective dynamo to the problem of generation of a large-scale vortexes and magnetic structures in the solar photosphere are discussed. Investigated are the new models of the vortex dynamo in a rotating fluid with small-scale external force. The main results in these models are obtained by the method of multiscale asymptotic expansions. The results of numerical analysis of nonlinear equations of a magneto-vortex dynamo in a stationary mode are provided. Solutions are found in the form of spiral kinks, periodic nonlinear waves and solitons, which are also considered in the survey.

**KEY WORDS:** dynamo theory, large-scale convective instability, Coriolis force, multiscale asymptotic expansions,  $\alpha$  - effect, solitons, kinks

### ВЕЛИКОМАСШТАБНІ МАГНІТНІ І ВИХРОВІ СТРУКТУРИ У ТУРБУЛЕНТНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

В.В. Яновський<sup>1,2</sup>, А.В. Тур<sup>3</sup>, М.І. Копп<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Інститут монокристалів, Національна Академія Наук України  
пр. Леніна 60, 61001 Харків, Україна*

<sup>2</sup>*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
майдан Свободи, 4, 61022, Харків, Україна*

<sup>3</sup>*Universite Toulouse [UPS], CNRS, Institute of Research for Astrophysics and Planetology  
9 avenue du Colonel Roche, BP 44346, 31028 Toulouse Cedex 4, France*

В огляді розглянуто останні досягнення в області теорії динамо. Обговорюється застосування моделі турбулентного конвективного динамо до проблеми генерації великомасштабних вихрових і магнітних структур у фотосфері Сонця. Розглянуто нові моделі вихрового динамо у рідині, що обертається, з зовнішньою дрібномасштабною силою. Основні результати в цих моделях отримано за допомогою методу багатомасштабного асимптотичного розкладу. Наведено результати чисельного аналізу нелінійних рівнянь магніто-вихрового динамо в стаціонарних режимах. Знайдено розв'язки у вигляді спіральних кінків, нелінійних періодичних хвиль та солітонів, які також розглянуті в огляді.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** теорія динамо, великомасштабна конвективна нестійкість, сила Кориоліса, багатомасштабного асимптотичні розкладання,  $\alpha$ - ефект, солітони, кінки

### КРУПНОМАСШТАБНЫЕ МАГНИТНЫЕ И ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ В ТУРБУЛЕНТНЫХ СРЕДАХ

В.В. Яновский<sup>1,2</sup>, А.В. Тур<sup>3</sup>, М.И. Копп<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Институт монокристаллов, Национальная Академия Наук Украины  
пр. Ленина 60, 61001 Харьков, Украина*

<sup>2</sup>*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина  
пл. Свободы, 4, 61022, Харьков, Украина*

<sup>3</sup>*Universite Toulouse [UPS], CNRS, Institute of Research for Astrophysics and Planetology  
9 avenue du Colonel Roche, BP 44346, 31028 Toulouse Cedex 4, France*

В обзоре рассмотрены последние достижения в области теории динамо. Обсуждается применение модели турбулентного конвективного динамо к проблеме генерации крупномасштабных вихревых и магнитных структур в фотосфере Солнца. Рассмотрены новые модели вихревого динамо во вращающейся жидкости с внешней мелкомасштабной силой. Основные результаты в этих моделях получены с помощью метода многомасштабного асимптотического разложения. Приведены результаты численного анализа нелинейных уравнений магнито-вихревого динамо в стационарном режиме. Найдены решения в виде спиральных кинков, нелинейных периодических волн и солитонов, которые также рассмотрены в обзоре.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** теория динамо, крупномасштабная конвективная неустойчивость, сила Кориоліса, многомасштабные асимптотические разложения,  $\alpha$  - эффект, солитоны, кинки

Обзор посвящен современным проблемам теории динамо, занимающейся вопросами генерации и нелинейной эволюции крупномасштабных магнитных и вихревых структур в турбулентных средах. Исследование проблемы генерации крупномасштабных вихревых структур (КВС) имеет важное значение для целого ряда геофизических и астрофизических задач. В частности, к геофизическим задачам относятся исследования по генерации КВС типа тропических циклонов (тайфунов), торнадо, смерчей и т.д. Эти КВС

играют большую роль в глобальной циркуляции атмосферы, что очень важно для прогноза погоды и климата на нашей планете [1-5]. К астрофизическим задачам относятся проблемы генерации КВС в галактических дисках, в атмосферах планет Солнечной системы и т.п. [6-9]. Центральное место в этом направлении занимает теория вихревого динамо [6]. Первоначально идея вихревого динамо была высказана в работе [10], после того как был открыт  $\alpha$ -эффект в магнитной гидродинамике [11-17]. Проблема генерации крупномасштабных магнитных полей в электропроводящих средах с мелкомасштабной спиральной турбулентностью [11] имеет более полувековую историю. В такой турбулентности корреляция  $\overline{\vec{v}rot\vec{v}} \neq 0$  отлична от нуля и число вихрей одного знака больше, чем вихрей другого знака. Интеграл  $\int \overline{\vec{v}rot\vec{v}} d\vec{r}$  является топологическим инвариантом (в отсутствие вязкости и внешних сил), который определяет число зацепляющихся линий тока в объеме, занятом турбулентной средой. Открытое в работе [11] явление генерации крупномасштабных магнитных полей однородной изотропной, но зеркально-несимметричной (спиральной) турбулентностью получило название альфа-эффекта. На основе этого эффекта были построены различные теории, объясняющие происхождение магнитных полей у различных астрофизических объектов: планет и Солнца [11-15], галактик [16] и т.п.

В последнем обзоре по этой теме [17] широко обсуждаются лабораторные динамо-эксперименты. Развитие вычислительной физики [17] также способствовало применению альфа-теорий к различным прикладным задачам, что в конечном счете привело к определению нового самостоятельного раздела физики-теории динамо. В современном понятии теория динамо включает в себя и так называемое вихревое динамо, которое описывает эффект генерации крупномасштабных вихрей в турбулентных средах [6]. История возникновения вихревого динамо началась с работы [10], где была высказана гипотеза о том, что спиральная турбулентность способна генерировать крупные вихри. Эта гипотеза основывалась на сходстве уравнений индукции магнитного поля  $\vec{B}$  и вихря  $\vec{\Omega} = rot\vec{v}$  в гидродинамике. В работе [10] была выдвинута гипотеза, что спиральная турбулентность способна генерировать крупные вихри подобно крупномасштабному магнитному полю в магнитной гидродинамике [11]. Физическая сущность этого явления заключается в инверсном каскаде передачи энергии от мелких вихрей к более крупным. Однако в работе [18] было показано отсутствие эффекта генерации крупномасштабных вихрей однородной изотропной спиральной турбулентностью в несжимаемой жидкости. Причина отрицательного эффекта заключается в определенной симметрии тензора напряжений Рейнольдса в осредненном уравнении Навье-Стокса. Несмотря на запрет этой теоремы антидинамо, первый пример вихревого динамо в спиральной турбулентности для сжимаемой жидкости был найден в работе [19]. Там впервые было получено линеаризованное уравнение для вихря  $\vec{\Omega}$ , которое по виду похоже на уравнение индукции для среднего поля  $\vec{B}$ . Эффект генерации крупномасштабных вихрей связан с появлением члена  $\alpha rot\vec{\Omega}$ , где  $\alpha$  выражается через спиральность турбулентности. Этот эффект получил название гидродинамического альфа-эффекта. Дальнейшее направление развития теории вихревого динамо было основано на поиске дополнительных факторов, нарушающих симметрию уравнений. Этими факторами, кроме сжимаемости среды, являются например, неоднородный поток [20], градиент температуры в поле тяжести [21], частицы примеси и пузырьки воздуха в жидкости [20]. Известно также большое количество работ по генерации КВС с учетом эффектов вращения [22-28].

Здесь нужно отметить, что особую роль в процессах генерации КВС в атмосферах планет играет свободная конвекция или тепломассоперенос вещества в поле силы тяжести [29,30]. Возникновение КВС и генерация крупномасштабных магнитных полей в конвективных системах изучалось как в рамках ламинарной теории [4, 31-46], так и в турбулентной [21,23,24,47-50]. Наибольшее развитие получила турбулентная теория (вихревое динамо), в которой показано существование крупномасштабной неустойчивости в конвективных системах с мелкомасштабной спиральной турбулентностью  $\overline{\vec{v}rot\vec{v}} \neq 0$ . На основе численных [27,51] расчетов, при рассмотрении вращающихся конвективных систем, были предприняты попытки применения полученных результатов к теории возникновения тропических циклонов.

На начальном этапе развития теории динамо, замкнутые уравнения для средних (крупномасштабных) полей были получены в основном при помощи метода электродинамики среднего поля (или теории корреляционного сглаживания второго порядка) [15] и функциональной техники [52,53]. Оба эти метода в применении к задачам теории динамо имеют главный недостаток, заключающийся в трудности определения из всей иерархии возмущений главного порядка при котором возникает неустойчивость. В связи с этим, в работе [54] была рассмотрена крупномасштабная неустойчивость в несжимаемой жидкости методом асимптотических многомасштабных разложений. В качестве малого параметра для асимптотического метода многомасштабных

разложений используется число Рейнольдса  $R = \frac{v_0 t_0}{\lambda_0} \ll 1$  для мелкомасштабных пульсаций скорости  $v_0$ ,

вызванных мелкомасштабной силой. Модель внешней мелкомасштабной силы была выбрана с нарушением четности (при нулевой спиральности). Эффект генерации крупномасштабных возмущений такой силой получил название анизотропного кинетического альфа-эффекта или АКА-эффекта [54]. Отметим, что нарушение

четности является наиболее общим понятием, чем спиральность, хотя именно спиральность  $\overline{\vec{v}rot\vec{v}} \neq 0$  является самым распространенным механизмом нарушения четности гидродинамических течений. В дальнейшем, применяя метод многомасштабных асимптотических разложений были разработаны линейные и нелинейные теории вихревого динамо для сжимаемых сред [55,56], конвективных сред со спиральной внешней силой [47,48,50]. Во всех упомянутых выше работах спиральная турбулентность считалась заданной, либо вопрос о ее происхождении (генерации) рассматривался отдельно [57]. Генерацию спиральной турбулентности в природных условиях обычно связывают с влиянием силы Кориолиса (или силы Лоренца) на турбулентное движение среды [11,57], которое изначально было однородным изотропным и зеркально-симметричным (неспиральным). Отсюда естественно возникает вопрос о возможности генерации крупномасштабных полей (вихревых и магнитных) во вращающихся средах под действием мелкомасштабной силы с нулевой спиральностью  $\vec{F}_0 rot \vec{F}_0 = 0$ . Такой пример генерации КВС во вращающейся несжимаемой жидкости был найден в работе [58]. Там же было показано, что в результате развития крупномасштабной неустойчивости в наклонно вращающейся жидкости возникают нелинейные крупномасштабные спиральные вихревые структуры типа вихрей Бельтрами или локализованные кинки с внутренней спиральной структурой.

Цель работы – изложение современных достижений в области теории крупномасштабных магнитных и вихревых структур, которые позволяют продвинуться в понимании многих магнитогиродинамических (МГД) явлений, протекающих в различных астрофизических объектах. Основное внимание уделено новым типам локализованных вихревых структур, открытым относительно недавно.

### ТУРБУЛЕНТНОЕ КОНВЕКТИВНОЕ ДИНАМО В МГД

Рассмотрим безграничный слой электропроводящей жидкости в постоянном гравитационном поле при постоянном градиенте температуры, направленном по оси  $Z$ . Пренебрежем также влиянием внешнего магнитного поля и вращения. В такой постановке задача представляет интерес для теории динамо [10-17]. Модель турбулентного конвективного динамо описывается известными уравнениями МГД в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + R(\vec{V}\nabla)\vec{V} = -\nabla P + \Delta \vec{V} + \tilde{Q}R[\text{rot}\vec{B} \times \vec{B}] + RaT\vec{e} + \vec{F}_0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - Pr^{-1} \Delta T = -R(\vec{V}\nabla)T - V_z, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - Pm^{-1} \Delta \vec{B} = R\text{rot}[\vec{V} \times \vec{B}] + \vec{F}_B, \quad (3)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0, \text{div}\vec{V} = 0. \quad (4)$$

Уравнения (1-4) записаны для безразмерных переменных: скорости  $\vec{V}$ , индукции магнитного поля  $\vec{B}$  и температуры  $T$ . В систему уравнений (1-4) входят следующие безразмерные параметры:  $\tilde{Ra} = Ra / Pr$ ,  $Ra = g\beta\lambda_0^4 A / \nu\chi$  – число Рэлея,  $\tilde{Q} = Q / Pm$ ,  $Q = \sigma B_0^2 \lambda_0^2 / c^2 \rho_{00} \nu$  – число Чандрасекара,  $Pm = \nu / \nu_m = 4\pi\sigma / c^2 \nu$  – магнитное число Прандтля. Здесь приняты стандартные обозначения для коэффициентов кинематической вязкости  $\nu$ , теплопроводности  $\chi$  и электропроводности  $\sigma$ . Вектор  $\vec{e} = (0, 0, 1)$  – единичный вектор в направлении оси  $Z$ ,  $\beta$  – коэффициент теплового расширения,  $A = \frac{dT_{00}}{dz}$  –

постоянный градиент температуры ( $A = const$ ,  $A > 0$ ),  $\rho_{00} = const$ ,  $T_{00}$  – равновесные значения плотности и температуры. В уравнение (1), для моделирования мелкомасштабной спиральной турбулентности, включена внешняя сила  $\vec{F}_0$ , обладающая спиральными свойствами:

$$\text{div}\vec{F}_0 = 0, \vec{F}_0 \text{rot}\vec{F}_0 \neq 0, \vec{F}_0 = f_0 \vec{F}_0(\frac{x_0}{\lambda_0}, \frac{t}{t_0}), \quad (5)$$

где  $\lambda_0$  – характерный масштаб,  $t_0$  – характерное время,  $f_0$  – характерная амплитуда.

Как следует из уравнения (3), мелкомасштабное магнитное поле  $\vec{B}_0$  в линейном приближении не может возбуждаться внешней мелкомасштабной силой  $\vec{F}_0$ . Поэтому ниже мы рассмотрим два возможных сценария развития крупномасштабной неустойчивости. Первый, когда мелкомасштабное магнитное поле  $\vec{B}_0$  существует

изначально, и второй, когда мелкомасштабное поле  $\vec{B}_0$  создается внешним источником  $\vec{F}_B$ , имеющим такие же топологические свойства, как и сила  $\vec{F}_0$ , т.е.  $\vec{F}_B \text{rot} \vec{F}_B \neq 0$ . Естественно, что возбуждаемое таким источником магнитное поле также спирально:  $\vec{B}_0 \text{rot} \vec{B}_0 \neq 0$ . Характерный масштаб источника  $\lambda_0^B$  и характерное время  $t_0^B$  удобно выбрать совпадающими с характерными масштабами  $\lambda_0$  и  $t_0$  соответственно, но характерные амплитуды этих источников будем предполагать разными:

$$\vec{F}_B = f_B \vec{F}_0 \left( \frac{x}{\lambda_0}; \frac{t}{t_0} \right), \quad f_0 \neq f_B. \quad (6)$$

Необходимость такого источника связана с наличием в реальных системах некоторого стационарного уровня мелкомасштабных осцилляций магнитного поля. Для его поддержания на стационарном уровне в уравнении (3) и нужен такой источник. В реальных системах уровень этих осцилляций магнитного поля поддерживается внешней накачкой или некоторой неустойчивостью. Примером внешней накачки может служить накачка циркулярно-поляризованной электромагнитной волной. Такая возможность широко обсуждалась в связи с проблемой «токового удержания», суть которого состоит в генерации тока при инжекции спиральности циркулярно-поляризованной электромагнитной волной [59]. Как показано в [60] спиральность мелкомасштабного магнитного поля может вызывать генерацию крупномасштабного магнитного поля. Инжекция спиральности магнитного поля может возникать и в космических условиях, например, под влиянием мощного излучения пульсаров. Следует отметить, что в разных физических ситуациях могут существовать различные неуниверсальные механизмы, поддерживающие некоторый уровень мелкомасштабных спиральных осцилляций. Универсальную теорию можно построить, абстрагируясь от механизма их возникновения и постулируя наличие такого мелкомасштабного спирального магнитного поля. Для его поддержания и вводится источник  $\vec{F}_B$ . Уравнения (1-4) содержат в качестве малого параметра число Рейнольдса  $R = v_0 t_0 / \lambda_0 \ll 1$  мелкомасштабных осцилляций. Остальные параметры предполагаются произвольными, не влияющими на схему асимптотического разложения. Мелкомасштабная сила и внешний источник вызывают мелкомасштабные и высокочастотные флуктуации полей на фоне равновесного состояния. Средние значения таких флуктуаций нулевые. Однако из-за нелинейного взаимодействия между ними, могут возникать члены, которые при усреднении не обращаются в нуль. Такие члены называются секулярными, и они будут условием разрешимости многомасштабного асимптотического разложения. В методе многомасштабных разложений, эти условия совпадают с уравнениями эволюции крупномасштабных возмущений. Нахождение и исследование уравнений разрешимости, т.е. уравнений для крупномасштабных возмущений, и является основной задачей турбулентного конвективного динамо. Для описания мелкомасштабных и высокочастотных флуктуаций удобно ввести «быстрые» переменные  $x_0 = (\vec{x}_0, t_0)$ , а для крупномасштабных возмущений «медленные» переменные  $X = (\vec{X}, T)$ . Исходя из этого, пространственные и временные производные в уравнениях (1-4) заменим следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \rightarrow \partial_i + R^2 \nabla_i, \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \partial_t + R^4 \partial_T, \quad (7)$$

где  $\partial_i$  и  $\partial_t$  – обозначают производные по «быстрым» переменным, а  $\nabla_i$  и  $\partial_T$  – производные по «медленным» переменным. При построении линейной теории величины  $\vec{V}$ ,  $\vec{B}$ ,  $T$  разлагаются в ряд по малому параметру  $R$ :

$$\begin{aligned} \vec{V}(\vec{x}, t) &= \vec{v}_0(x_0) + R(\vec{W}(X) + \vec{v}_1) + R^2 \vec{v}_2 + R^3 \vec{v}_3 + R^4 \vec{v}_4 + R^5 \vec{v}_5 + \dots, \\ \vec{B}(\vec{x}, t) &= \vec{B}_0(x_0) + R(\vec{H}(X) + \vec{B}_1) + R^2 \vec{B}_2 + R^3 \vec{B}_3 + R^4 \vec{B}_4 + R^5 \vec{B}_5 + \dots, \end{aligned} \quad (8)$$

$$T(\vec{x}, t) = T_0(x_0) + R(\Theta(X) + T_1) + R^2 T_2 + R^3 T_3 + R^4 T_4 + R^5 T_5 + \dots.$$

Здесь  $\vec{W}(X)$ ,  $\vec{H}(X)$ ,  $\Theta(X)$  – скорость, вектор магнитной индукции и температура зависят только от крупномасштабных переменных. Давление  $P(\vec{x}, t)$  представим в виде следующего разложения

$$P(\bar{x}, t) = \frac{1}{R} P_{-1}(X) + P_0(x_0) + RP_1 + R^2 P_2 + R^3(P_3 + \bar{P}_3) + R^4 P_4 + R^5 P_5 + \dots \quad (9)$$

Подставляя разложения (7-9) в систему уравнений (1-4) и собирая вместе члены с одинаковыми порядками по  $R$  до степени  $R^5$  включительно, получим уравнения многомасштабного асимптотического разложения. Алгебраическая структура асимптотического разложения уравнений (1-4) в различных порядках по  $R$  подробно изложена в работе [50]. Там же показано, что именно в порядке  $R^5$  получаются основные секулярные уравнения, т.е. уравнения для крупномасштабных полей:

$$\partial_T W_i + \nabla_k (W_i W_k - \tilde{Q} H_i H_k) - \Delta W_i + \nabla_k (\overline{v_0^k v_2^i} + \overline{v_2^k v_0^i} - \tilde{Q} (\overline{B_0^k B_2^i} + \overline{B_2^k B_0^i})) - \overline{v_0^i \nabla_k v_2^k} = -\nabla_i \bar{U}, \quad (10)$$

$$\partial_T H_i - Pm^{-1} \Delta H_i + W_p \nabla_p H_i - H_p \nabla_p W_i = \nabla_p (\overline{v_0^i B_2^p} + \overline{v_2^i B_0^p}) - \nabla_n (\overline{v_0^n B_2^i} + \overline{v_2^n B_0^i}), \quad (11)$$

$$\partial_T \Theta - Pr^{-1} \Delta \Theta = -\nabla_k (W_k \Theta) - \nabla_k (\overline{v_0^k T_2} + \overline{v_2^k T_0}), \quad (12)$$

$$\bar{U} = \bar{P}_3 + \tilde{Q} \frac{H_k^2}{2} + \tilde{Q} (\overline{B_0^k B_2^k}).$$

Эти уравнения нужно дополнить секулярными уравнениями:

$$W_z = 0, \quad \nabla_i W_i = 0, \quad \nabla_i H_i = 0.$$

Двумерность поля скорости  $\vec{W}$  позволяет рассматривать уравнения (10-12) в рамках квазидвумерной задачи, когда крупномасштабные производные по  $Z$  предпочтительнее, т.е.  $\nabla_z \equiv \frac{\partial}{\partial Z} \gg \frac{\partial}{\partial X}, \frac{\partial}{\partial Y}$ , а крупномасштабные возмущения  $W_1, W_2, H_1, H_2$ , зависят только от  $Z$  - координаты:

$$W_{x,y} = W_{x,y}(Z), \quad H_{x,y} = H_{x,y}(Z). \quad (13)$$

На начальном этапе эволюцию крупномасштабных возмущений можно представить в виде плоской волны с волновым вектором  $\vec{K} \parallel OZ$ . Тогда из условия соленоидальности крупномасштабного магнитного поля:  $\nabla_i H_i = 0$  или  $\vec{K} \vec{H} = 0$  ясно, что поле  $\vec{H}$  имеет компоненты  $H_x, H_y$ . Для исследования устойчивости малых крупномасштабных возмущений в уравнениях (10-12) можно пренебречь нелинейными членами. В итоге упрощенная система уравнений, описывающая эволюцию крупномасштабных возмущений, принимает вид:

$$\partial_T W_x - \nabla_z^2 W_x + \nabla_z (\overline{v_0^z v_2^x} + \overline{v_2^z v_0^x} - \tilde{Q} (\overline{B_0^z B_2^x} + \overline{B_2^z B_0^x})) = 0, \quad (14)$$

$$\partial_T W_y - \nabla_z^2 W_y + \nabla_z (\overline{v_0^z v_2^y} + \overline{v_2^z v_0^y} - \tilde{Q} (\overline{B_0^z B_2^y} + \overline{B_2^z B_0^y})) = 0, \quad (15)$$

$$\partial_T H_x - Pm^{-1} \nabla_z^2 H_x = \nabla_z (\overline{v_0^x B_2^z} + \overline{v_2^x B_0^z}) - \nabla_z (\overline{v_0^z B_2^x} + \overline{v_2^z B_0^x}), \quad (16)$$

$$\partial_T H_y - Pm^{-1} \nabla_z^2 H_y = \nabla_z (\overline{v_0^y B_2^z} + \overline{v_2^y B_0^z}) - \nabla_z (\overline{v_0^z B_2^y} + \overline{v_2^z B_0^y}), \quad (17)$$

$$\partial_T \Theta - Pr^{-1} \Delta \Theta = -\nabla_z (\overline{v_0^z T_2} + \overline{v_2^z T_0}). \quad (18)$$

Поскольку нас интересует проблема генерации крупномасштабных вихревых движений и магнитных полей в конвективной электропроводящей среде с мелкомасштабными и высокочастотными флуктуациями, то нам необходимо и достаточно получить уравнения (14-17) в замкнутом виде. Для этой цели нужно вычислить корреляторы:

$$-\nabla_z (\overline{v_0^z v_2^x} + \overline{v_2^z v_0^x}) + \tilde{Q} (\overline{B_0^z B_2^x} + \overline{B_2^z B_0^x}) = -\nabla_z T^{31} + \tilde{Q} \nabla_z S^{31}, \quad (19)$$

$$-\nabla_z (\overline{v_0^z v_2^y} + \overline{v_2^z v_0^y}) + \tilde{Q} (\overline{B_0^z B_2^y} + \overline{B_2^z B_0^y}) = -\nabla_z T^{32} + \tilde{Q} \nabla_z S^{32}, \quad (20)$$

$$G^{13} = \overline{v_0^x B_2^z} + \overline{v_2^x B_0^z}, \quad G^{31} = \overline{v_0^z B_2^x} + \overline{v_2^z B_0^x}, \quad (21)$$

$$G^{23} = \overline{v_0^y B_2^z} + \overline{v_2^y B_0^z}, \quad G^{32} = \overline{v_0^z B_2^y} + \overline{v_2^z B_0^y}, \quad (22)$$

Тензоры  $T^{(ij)}$  называют напряжениями Рейнольдса,  $QS^{(ij)}$  – напряжениями Максвелла,  $G^{(ij)}$  – тензор турбулентной э.д.с. [15]. Вычисление корреляторов (19–22) легко осуществить, используя решения уравнений для мелкомасштабных полей в нулевом и во втором порядках по  $R$ . В итоге уравнения (14–17) принимают замкнутый вид [50]:

$$\partial_T W_x - \nabla_Z^2 W_x + \alpha \nabla_Z W_y + \beta_q \nabla_Z H_y = 0, \quad (23)$$

$$\partial_T W_y - \nabla_Z^2 W_y - \alpha \nabla_Z W_x - \beta_q \nabla_Z H_x = 0, \quad (24)$$

$$\partial_T H_x - Pm^{-1} \nabla_Z^2 H_x - \alpha_H \nabla_Z H_y - \alpha_W \nabla_Z W_y = 0, \quad (25)$$

$$\partial_T H_y - Pm^{-1} \nabla_Z^2 H_y + \alpha_H \nabla_Z H_x + \alpha_W \nabla_Z W_x = 0. \quad (26)$$

Появление коэффициентов  $\alpha_W$  и  $\beta_q$ , определяющих положительную обратную связь в самосогласованной динамике полей  $\bar{W}$  и  $\bar{H}$ , обусловлено совместным действием спиральной силы и источника МГД-турбулентности соответственно с амплитудами:  $f_0$  и  $f_B$ . Коэффициенты  $\alpha$  и  $\alpha_H$  указывают на наличие гидродинамического и МГД  $\alpha$ -эффектов в конвективной электропроводящей жидкости, вызванных действием внешней спиральной силы. В работе [50] получен явный вид этих коэффициентов, представляющий довольно сложную комбинацию из безразмерных параметров:  $Ra$ ,  $Pr$ ,  $Pm$  и  $Q$ . Если предположить отсутствие источника мелкомасштабных магнитных полей ( $f_B = 0$ ), то система уравнений (23–26) расщепляется на две пары не связанных уравнений для крупномасштабной скорости  $\bar{W}$ :

$$\partial_T W_x - \nabla_Z^2 W_x + \alpha \nabla_Z W_y = 0, \quad (27)$$

$$\partial_T W_y - \nabla_Z^2 W_y - \alpha \nabla_Z W_x = 0, \quad (28)$$

и крупномасштабных магнитных полей  $\bar{H}$ :

$$\partial_T H_x - Pm^{-1} \nabla_Z^2 H_x - \alpha_H \nabla_Z H_y = 0, \quad (29)$$

$$\partial_T H_y - Pm^{-1} \nabla_Z^2 H_y + \alpha_H \nabla_Z H_x = 0. \quad (30)$$

Из системы уравнений (27,28) следует, что крупномасштабные вихревые возмущения могут нарастать с максимальным инкрементом  $\gamma_{1\max} = \alpha^2 / 4$  для волновых чисел  $K = K_{1\max} = \alpha / 2$ . Гидродинамический  $\alpha$ -эффект (как и в не электропроводящей среде [47,48]) существует только при наличии температурной стратификации, независимо от значений числа Прандтля  $Pr$ . В отличие от работы [47], в работе [50] было указано на возможность развития неустойчивости и при числах Рэлея  $Ra = 2$  если  $Pr \neq 1$ . Вторая система уравнений (29,30) описывает рост крупномасштабных возмущений магнитного поля с максимальным инкрементом  $\gamma_{2\max} = \alpha_H^2 Pm / 4$  для волновых чисел  $K = K_{2\max} = \alpha_H Pm / 2$ . Эффект генерации крупномасштабных магнитных полей мелкомасштабной спиральной турбулентностью в электропроводящих средах хорошо известен [12] и носит название  $\alpha_H$ -эффекта. В однородной по температуре ( $T_0 = const$ ,  $Ra = 0$ ) электропроводящей среде генерация магнитного поля происходит лишь за счет внешней спиральной силы  $\bar{F}_0$ , в то время как генерация вихревых возмущений не возникает. Развитие крупномасштабной конвективной неустойчивости в МГД на линейной стадии приводит как к усилению магнитного поля, так и крупномасштабных вихревых движений среды. При этом рост крупномасштабных возмущений оказывает влияние на динамику мелкомасштабных полей. Учет этих эффектов проводится в рамках нелинейной теории, аналогично развитой для крупномасштабной конвективной неустойчивости в непроводящих средах [47,48]. На линейной стадии неустойчивость возникает при наличии мелкомасштабного магнитного поля  $\bar{B}_0$  или известного в литературе [13,61] как «затравочного» магнитного поля. В современной теории динамо выяснено множество механизмов генерации «затравочных» магнитных полей, например, при развитии термомагнитной неустойчивости [62], плазменных неустойчивостей [61,63]. Для ряда астрофизических и геофизических проблем представляет интерес исследовать динамику крупномасштабных полей, описываемых самосогласованной системой уравнений (14–17), в которой видно взаимное влияние крупномасштабного магнитного поля на вихревые движения среды и наоборот. В работе [50] подробно исследуется система уравнений (14–17), где показано, что неустойчивость имеет два режима с нулевыми частотами и частотами колебаний отличных от нуля. Также установлены критерии возникновения крупномасштабной неустойчивости

в терминах параметров  $\alpha, \alpha_H, \alpha_W, \beta_q$ , которые зависят от безразмерных чисел  $Ra, Pr, Pm, Q$ . С ростом амплитуды возмущений эти неустойчивости выходят на нелинейную стадию и формируют стационарные крупномасштабные структуры.

### НЕЛИНЕЙНОЕ КОНВЕКТИВНОЕ МАГНИТО-ВИХРЕВОЕ ДИНАМО

В работе [64] исследовалась крупномасштабная конвективная неустойчивость в электропроводящей среде с мелкомасштабной спиральной силой  $\vec{F}_0$ , когда величины крупномасштабных полей (магнитных и вихревых) не малы. В качестве математического формализма использовался метод асимптотических многомасштабных разложений для нелинейной теории, хорошо разработанный в работах [6,48,54]. В нелинейном случае крупномасштабные поля  $\vec{W}(X), \vec{H}(X), \Theta(X)$  не малы, и поэтому асимптотическое разложение (8) должно модифицироваться. В этом случае решение уравнений (1–4) ищется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \vec{V}(\vec{x}, t) &= \frac{1}{R} \vec{W}_{-1}(X) + \vec{v}_0(x_0) + R\vec{v}_1 + R^2\vec{v}_2 + R^3\vec{v}_3 + \dots, \\ \vec{B}(\vec{x}, t) &= \frac{1}{R} \vec{B}_{-1}(X) + \vec{B}_0(x_0) + R\vec{B}_1 + R^2\vec{B}_2 + R^3\vec{B}_3 + \dots, \\ T(\vec{x}, t) &= \frac{1}{R} T_{-1}(X) + T_0(x_0) + RT_1 + R^2T_2 + R^3T_3 + \dots, \end{aligned} \quad (31)$$

$$P(\vec{x}, t) = \frac{1}{R^3} P_{-3} + \frac{1}{R^2} P_{-2} + \frac{1}{R} P_{-1} + P_0 + R(P_1 + \bar{P}_1(X)) + R^2 P_2 + R^3 P_3 + \dots.$$

Для производных мы используем разложения (7). Подставляя эти выражения в исходную систему уравнений (1–4), мы получим уравнения многомасштабного асимптотического разложения до порядка  $R^3$  включительно. Именно в этом порядке были получены основные секулярные уравнения, описывающие эволюцию крупномасштабных возмущений [64]:

$$\partial_T W_i - \Delta W_i + \nabla_k (\overline{v_0^k v_0^i}) = -\nabla_i \bar{P} + \tilde{Q} \left( \nabla_k (\overline{B_0^i B_0^k}) - \frac{\nabla_i}{2} (\overline{B_0^k})^2 \right), \quad (32)$$

$$\partial_T H_i - Pm^{-1} \Delta H_i = \nabla_j (\overline{v_0^i B_0^j}) - \nabla_n (\overline{v_0^n B_0^i}), \quad (33)$$

$$\partial_T \Theta - Pr^{-1} \Delta \Theta + \nabla_k (\overline{v_0^k T_0}) = 0. \quad (34)$$

Здесь введены следующие обозначения:  $\vec{W} = \vec{W}_{-1}, \vec{H} = \vec{B}_{-1}, \Theta = T_{-1}$ . Уравнения (32-34) дополняются другими секулярными уравнениями, которые имеют вид:

$$\begin{aligned} \nabla_k (W_k W_i) &= -\nabla_i \bar{P}_{-1} + \tilde{Q} (\nabla_k H_i - \nabla_i H_k) H_k, \\ \nabla_k (W_k \Theta) &= 0, \quad W_j \nabla_j H_i = H_j \nabla_j W_i, \\ \nabla_i W_i &= 0, \quad \nabla_i H_i = 0, \quad W_z = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

С учетом геометрии задачи (13), уравнения для крупномасштабных возмущений примут вид:

$$\partial_T W_x - \Delta W_x + \nabla_z (\overline{v_0^z v_0^x}) = \tilde{Q} \nabla_z (\overline{B_0^z B_0^x}), \quad (36)$$

$$\partial_T W_y - \Delta W_y + \nabla_z (\overline{v_0^z v_0^y}) = \tilde{Q} \nabla_z (\overline{B_0^z B_0^y}), \quad (37)$$

$$\partial_T H_x - Pm^{-1} \Delta H_x = \nabla_z (\overline{v_0^x B_0^z}) - \nabla_z (\overline{v_0^z B_0^x}), \quad (38)$$

$$\partial_T H_y - Pm^{-1} \Delta H_y = \nabla_z (\overline{v_0^y B_0^z}) - \nabla_z (\overline{v_0^z B_0^y}), \quad (39)$$

$$\partial_T \Theta - Pr^{-1} \Delta \Theta + \nabla_z (\overline{v_0^z T_0}) = 0, \quad (40)$$

$$\tilde{Ra} \Theta e_z = \nabla_z P_{-3}, \quad \frac{\partial}{\partial Z} \gg \frac{\partial}{\partial X}, \frac{\partial}{\partial Y}. \quad (41)$$

Для получения замкнутой системы уравнений (36–41) потребовалось дойти до третьего порядка теории возмущений. В окончательном виде замыкание уравнений (36–39) достигается после вычисления напряжений Рейнольдса  $\nabla_k \left( \overline{v_0^k v_0^i} \right)$ , Максвелла  $\nabla_k \left( \overline{B_0^i B_0^k} \right)$ , смешанных корреляторов  $\nabla_j \left( \overline{v_0^j B_0^i} \right)$  и  $\nabla_n \left( \overline{v_0^n B_0^i} \right)$ . Их вычисление осуществляется, используя решения уравнений для мелкомасштабных полей в нулевом порядке по  $R$  и явный вид внешней спиральной силы  $\vec{F}_0$ :

$$\vec{F}_0 = f_0 \left[ \vec{i} \cos \varphi_2 + \vec{j} \sin \varphi_1 + \vec{k} (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) \right], \quad (42)$$

где  $\varphi_1 = \vec{\kappa}_1 \vec{x} - \omega_0 t$ ,  $\varphi_2 = \vec{\kappa}_2 \vec{x} - \omega_0 t$ ,  $\kappa_1 = \kappa_0 (1, 0, 0)$ ,  $\kappa_2 = \kappa_0 (0, 1, 0)$ . После выполнения громоздких, но несложных вычислений мы получили уравнения нелинейного конвективного магнито-вихревого динамо [64]:

$$\partial_T W_x - \Delta W_x + \nabla_Z \left[ \alpha^{NL} (1 - W_y) \left( 1 - \frac{H_y^2 Pm Q}{(1 + Pm^2 (1 - W_y)^2)} \right) \right] = 0, \quad (43)$$

$$\partial_T W_y - \Delta W_y + \nabla_Z \left[ \alpha^{NL} (1 - W_x) \left( 1 - \frac{H_x^2 Pm Q}{(1 + Pm^2 (1 - W_x)^2)} \right) \right] = 0, \quad (44)$$

$$\partial_T H_x - Pm^{-1} \Delta H_x - \nabla_Z (\alpha_{H_y}^{NL} H_y) = 0, \quad (45)$$

$$\partial_T H_y - Pm^{-1} \Delta H_y - \nabla_Z (\alpha_{H_x}^{NL} H_x) = 0. \quad (46)$$

Коэффициент  $\alpha^{NL} = \alpha^{NL}(W_{x,y}, H_{x,y})$  нелинейного гидродинамического  $\alpha$ -эффекта в электропроводящей среде с температурной стратификацией,  $\alpha_{H_{x,y}}^{NL}$  - коэффициенты нелинейного МГД  $\alpha$ -эффекта, ответственного за генерацию крупномасштабного магнитного поля, состоящие из двух частей:

$$\alpha_{H_{x,y}}^{NL} = \alpha_{x,y}^{NL(1)} (1 - Raf(W_{x,y}, H_{x,y}))$$

Первая часть,  $\alpha_{H_{x,y}}^{NL(1)}$ , обусловлена только действием внешней спиральной силы  $f_0$ , вторая часть коэффициента

$\alpha_{H_{x,y}}^{NL}$  связана с наличием температурной стратификации  $Ra \neq 0$ , если  $\frac{dT_{00}}{dz} \neq 0$ . Коэффициенты  $\alpha^{NL}$  и  $\alpha_{H_{x,y}}^{NL}$

были вычислены в работе [64] для спиральной силы вида (42). Уравнения (43–46) описывают нелинейную динамику крупномасштабных полей в электропроводящей среде с неоднородностью по температуре. В пределе не электропроводной среды  $\sigma = 0$ , уравнения (43–46) полностью совпадают с результатами работы [47,48].

Рассмотрим вначале устойчивость малых возмущений полей (линейная теория), а затем исследуем вопрос о возможности существования стационарных структур. Рассмотрим начальную стадию развития возмущений  $(W_x, W_y)$  и  $(H_1, H_2)$ . Тогда при малых значениях величин  $W_{x,y}$  и  $H_{x,y}$  уравнения (43–46) сводятся к линейным уравнениям (27–30), т.е. фактически получается результат линейной теории, полученный в работе [50]. Приведем количественные оценки характерных масштабов и времен крупномасштабной неустойчивости для солнечной плазмы. Очевидно, что характерный масштаб неустойчивой моды  $L_{\max} \approx 1/\alpha$  и характерный временной масштаб нарастания  $T \approx 1/\gamma_{\max}$ . Для их оценки, прежде всего, оценим величину источника, поддерживающего стационарный уровень мелкомасштабной скорости. Предполагая баланс между источником и диссипацией, из уравнения (1) получим:  $F_0 \approx \nu v_0 / \lambda_0^2$ . Учитывая, что источник должен обладать

спиральностью, оценим его амплитуду через гидродинамическую спиральность  $\alpha_v = \frac{t_0}{3} \overline{v_0 \text{rot} v_0}$  [13]:

$\alpha_v \approx \frac{t_0 v_0^2}{3 \lambda_0} f_0^2$ . Отсюда амплитуду силы удобно оценить через число Рейнольдса  $R = v_0 \lambda_0 / \nu$ :

$f_0^2 \approx 3 \alpha_v / R v_0$ . Коэффициент усиления  $\alpha$  при малых числах Прандтля оценивается как [50]:  $\alpha \approx f_0^2 / Ra^2$

или:  $\alpha \approx 3 \alpha_v / R Ra^2 v_0$ . Тогда характерный масштаб крупномасштабной неустойчивости определяется как:

$$L \approx \lambda_0 \frac{\nu_0 R R a^2}{3\alpha_\nu} = \frac{\nu(R R a)^2}{3\alpha_\nu}. \quad (47)$$

Аналогично получается оценка для характерных времен:  $T \approx \frac{1}{\nu} \left( \frac{R^2 R a^2}{3\alpha_\nu} \right)^2$ . Из соотношения (47) можно

увидеть насколько крупный масштаб превосходит масштаб мелкомасштабных движений, т.е. в  $R R a^2$  раз, если принять оценку  $\alpha_\nu \approx \nu_0$  [65]. Для численных оценок полученных формул рассмотрим конвективную зону Солнца. Как известно, она состоит из конвективных ячеек с вертикальным размером порядка 100 км и горизонтальным размером порядка 500 км (см. например [65]). Кроме того имеется супергрануляция с горизонтальным масштабом порядка 20 тысяч километров. Сами ячейки являются квазистационарными с характерным временем жизни порядка 10 минут. Будем рассматривать движение газа внутри конвективной ячейки как мелкомасштабное, вплоть до 1/3 высоты ячейки, иначе говоря вплоть до масштабов порядка  $\lambda_0 \approx 30$  км. Масштабы, превышающие эти, будем рассматривать как крупномасштабные. Турбулентная вязкость и теплопроводность практически одинаковы и равны примерно  $10^{11} \div 10^{12}$  см<sup>2</sup>/сек. Поэтому число Прандтля порядка единицы. Сами конвективные ячейки можно считать примерно находящимися на границе устойчивости, поэтому их число Рэлея можно оценить из решения задачи о конвекции со свободными границами, что дает  $R a \approx (27/4)\pi^4$ . Поскольку градиент температуры внутри ячейки считается примерно постоянным, то нетрудно найти оценку числа Рэлея на масштабе  $\lambda_0 \approx 30$  км:  $R a_0 \approx 5,5$ . Скорость движения газа в ячейке примерно  $\nu_0 \approx 1$  км/сек (см. [65]). Отсюда можно оценить турбулентное число Рейнольдса с учетом значения турбулентной вязкости:  $R \approx 0,3 \div 3 \sim 1$ . В результате мы можем оценить численное значение  $L$ :  $L \approx 61\lambda_0 = 1830$  км. Учитывая характерный размер ячеек, видно, что неустойчивость закручивает примерно три, четыре ячейки. Характерное время развития неустойчивости составляет порядка 37,2 часа. В результате развития неустойчивости в конвективной зоне Солнца генерируется вихревая структура типа циклона, которая захватывает несколько ячеек. При  $R \sim 1$  его горизонтальные и вертикальные масштабы примерно равны. Качественные оценки линейной стадии для солнечных условий [65] позволяют установить хорошее совпадение характерных масштабов и времен, возникающих гидродинамических структур, с ранее обнаруженными экспериментально [66].

С ростом амплитуды возмущений  $W_{x,y}$  и  $H_{x,y}$  нелинейные коэффициенты  $\alpha^{NL}$  и  $\alpha_{H_{x,y}}^{NL}$  уменьшаются и неустойчивость стабилизируется. В результате образуются нелинейные вихревые спиральные структуры. Для изучения таких стационарных структур рассмотрим стационарные решения нелинейной системы уравнений (43–46). Полагая  $\partial_T W_x = \partial_T W_y = \partial_T H_x = \partial_T H_y = 0$  и интегрируя эти уравнения по  $Z$ , получим:

$$\frac{d\tilde{W}_x}{dZ} = -\alpha^{NL} \tilde{W}_y \left( 1 - \frac{QH_y^2 Pm}{1 + Pm^2 \tilde{W}_y^2} \right) + C_1, \quad (48)$$

$$\frac{d\tilde{W}_y}{dZ} = \alpha^{NL} \tilde{W}_x \left( 1 - \frac{QH_x^2 Pm}{1 + Pm^2 \tilde{W}_x^2} \right) + C_2, \quad (49)$$

$$\frac{1}{Pm} \frac{dH_x}{dZ} = -\alpha_H^{NL} H_y + C'_1, \quad (50)$$

$$\frac{1}{Pm} \frac{dH_y}{dZ} = \alpha_H^{NL} H_x + C'_2. \quad (51)$$

Здесь  $C_1, C_2, C'_1, C'_2$  – произвольные постоянные интегрирования. Нелинейные коэффициенты генерации  $\alpha^{NL}$  и  $\alpha_{H_{x,y}}^{NL}$  являются функциями возмущений скорости  $\tilde{W}(X)$  и поля  $\tilde{H}(X)$ , явный вид которых определен в работе [64]. Анализ системы уравнений (48–51) представляет собой довольно сложную задачу. Поэтому примем ряд упрощений, т.е. будем считать числа Прандтля  $Pm = 1$  равными единице, а крупномасштабное поле скорости  $W_{x,y}$  совпадает с альфвеновской скоростью возмущений поля  $H_{x,y}$ :  $\tilde{W}_{x,y} = \pm H_{x,y} \sqrt{Q}$ . В этом случае происходит расщепление системы уравнений (48–51) на две пары

нелинейных уравнений для возмущений скорости  $W_{x,y}$  и магнитного поля  $H_{x,y}$ , которые можно записать в гамильтоновой форме:

$$\frac{dX_W}{dZ} = \frac{d\mathcal{H}_W}{dP_W}, \quad \frac{dP_W}{dZ} = -\frac{d\mathcal{H}_W}{dX_W}, \tag{52}$$

$$\frac{dX_H}{dZ} = \frac{d\mathcal{H}_H}{dP_H}, \quad \frac{dP_H}{dZ} = -\frac{d\mathcal{H}_H}{dX_H}, \tag{53}$$

где введены новые переменные  $X_W = 1 - W_x, P_W = 1 - W_y, X_H = H_y, P_H = H_x$ . В уравнениях (52–3) переменная  $Z$  играет роль времени. Гамильтониан поля скорости  $\mathcal{H}_W$  имеет вид:

$$\mathcal{H}_W = U_w(P_W) + U_w(X_W) + C_1 P_W + C_2 X_W + C_3,$$

где, входящая в гамильтониан, функция  $U_w(y)$  имеет вид:

$$U_w(y) = \frac{1}{8(Ra + 2)} \ln \frac{1 + 4y}{1 + 4y + Ra(Ra + 2)}.$$

Гамильтониан магнитного поля  $\mathcal{H}_H$  принимает вид:

$$\mathcal{H}_H = U_H(P_H) + U_H(X_H) + C_1' P_H + C_2' X_H + C_3^1,$$

где функция  $U_h(x)$  имеет вид:

$$U_h(x) = \frac{(1 - Ra)}{8Q(Ra + 2)} \ln \frac{1 + x}{x + (1 + Ra)^2} - \frac{1}{8Q} \ln(1 + x).$$

Проведем анализ гамильтоновых уравнений для вихревой подсистемы, т.е. уравнений (52). Из уравнений (52), в фазовом пространстве следует появление неподвижных точек двух типов: эллиптического и гиперболического. При нулевых значениях постоянных  $C_1 = C_2 = 0$  в фазовом пространстве присутствует только одна эллиптическая точка и в этом случае присутствуют только нелинейные волны. Стационарное решение, соответствующее нелинейной волне построено численно и приведено на рис. 1.

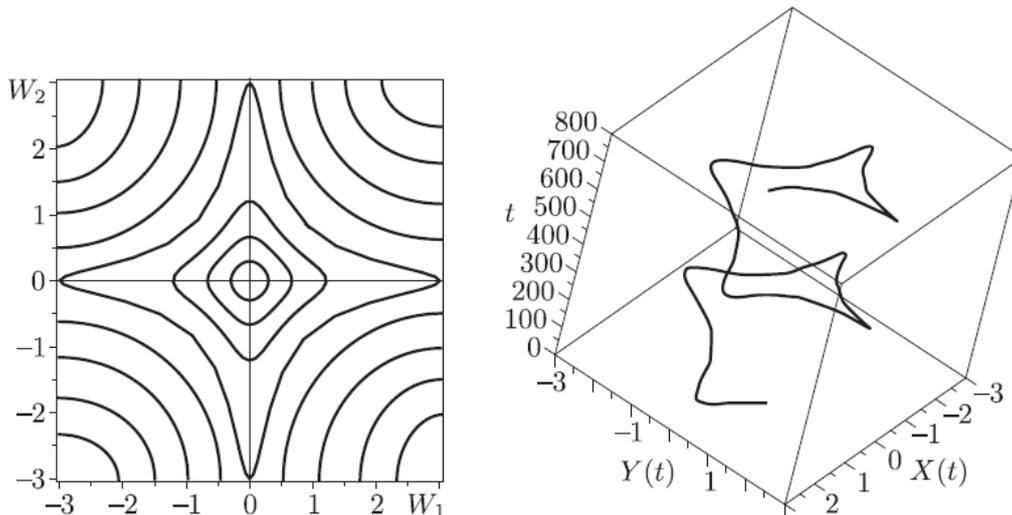


Рис. 1. Фазовый портрет системы уравнений (52) и решение, соответствующее нелинейной волне при  $C_1 = C_2 = 0$ .

В области параметров  $C_1 = 0$  нуль правой части первого уравнения (52) достигается только в одной точке  $\tilde{W}_y = 0$ . В области  $C_1 \neq 0$  и  $-c < C_1 < c$  существует два корня. Здесь величина  $c$  зависит от числа Рэлея  $Ra$  и аналитически определена в работе [64]. Вне полосы нули правой части первого уравнения (52) отсутствуют. Аналогично для второго уравнения (52) в полосе  $-c < C_2 < c$  и  $C_2 \neq 0$  два корня и вне ее корни отсутствуют. В итоге имеем: при  $C_2 \neq 0$  ( $-c < C_2 < c$ ) – четыре неподвижные точки (рис. 2). Кроме нелинейных волн возникает и кинк, соответствующий участку сепаратрисы, соединяющей две гиперболические

точки (рис. 3). Аналогично устроен фазовый портрет для магнитных полей, описываемых нелинейными уравнениями (53). Сохраняются условия существования двух и четырех неподвижных точек. Изменяется только значение постоянной  $c$ .

Развитая в работе [64] нелинейная теория конвективного магнито-вихревого динамо может применяться для описания генерации крупномасштабных магнитных полей в недрах планет, солитоноподобных структур в фотосфере Солнца.

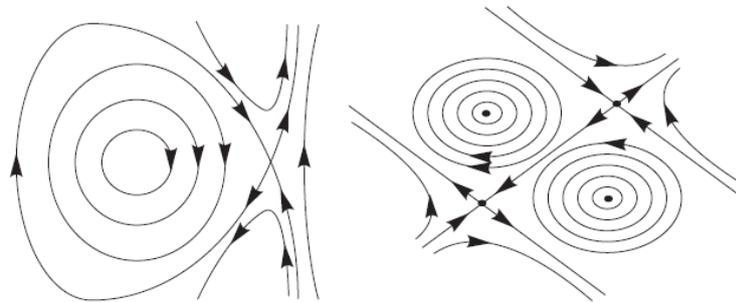


Рис. 2. Фазовые портреты

Слева – фазовый портрет с двумя неподвижными точками при  $C_1 = 0$ ,  $C_2 \neq 0$  и  $-c < C_2 < c$ . Сепаратриса, выходящая и входящая в гиперболическую точку, соответствует солитону. Справа показан фазовый портрет в области параметров  $C_1 \neq 0$  ( $-c < C_1 < c$ ) и  $C_2 \neq 0$  ( $-c < C_2 < c$ ) при которых существуют четыре неподвижные точки

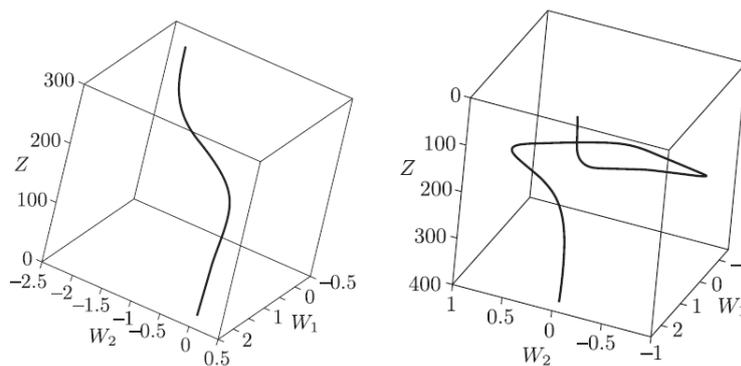


Рис. 3. Стационарные решения

Слева – кинк при значениях  $C_1 = 0,01$  и  $C_2 = 0,01$  в случае четырех неподвижных точек в фазовом пространстве. Справа – солитон в случае двух неподвижных точек при  $C_1 = 0$  и  $C_2 = 0,01$ . Они соответствуют фазовым портретам, показанным на рис. 2.

### ВИХРЕВОЕ ДИНАМО ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ СРЕДАХ

Эффекты вращения играют важную роль во многих практических и теоретических применениях механики жидкости [67], и особенно важны в геофизике и астрофизике [68-70], где приходится иметь дело с такими вращающимися объектами, как Земля, Юпитер, Солнце и т.д. Во вращающихся жидкостях могут возбуждаться разнообразные волновые и вихревые движения. Например, гироскопические волны, волны Россби, внутренние волны, локализованные вихри и когерентные вихревые структуры [71]. Среди вихревых структур наибольший интерес вызывают крупномасштабные, поскольку они осуществляют эффективный перенос энергии и импульса. Под крупномасштабными понимаются структуры, характерный масштаб которых много больше масштаба турбулентности или масштаба внешней силы, которая эту турбулентность возбуждает. В настоящее время известно довольно много неустойчивостей, которые генерируют крупномасштабные вихревые структуры во вращающейся жидкости с неоднородной турбулентностью [22-28]. В работе [72] получена новая крупномасштабная неустойчивость во вращающейся жидкости, подверженной действию мелкомасштабной внешней силы  $\vec{F}_0$ , которая поддерживает турбулентные флуктуации. Уравнения движения для несжимаемой вращающейся жидкости с внешней силой  $\vec{F}_0$  во вращающейся системе координат имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + R(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \vec{D} \times \vec{V} = -\nabla P + \Delta \vec{V} + \vec{F}_0, \quad (54)$$

$$\text{div} \vec{V} = 0. \quad (55)$$

Здесь  $\vec{V}$  - скорость движения жидкости в безразмерных единицах, внешняя сила  $\vec{F}_0$  является бездивергентной и находится в плоскости  $(X, Y)$ , которая перпендикулярна оси вращения, т.е. ось  $Z$  направлена вдоль вектора угловой скорости вращения  $\vec{\Omega}$ :

$$\begin{aligned} F_0^z = 0, \vec{F}_{0\perp} = f_0 (\vec{i}\cos\varphi_2 + \vec{j}\cos\varphi_1); \varphi_1 = \vec{k}_1 \vec{x} - \omega_0 t, \varphi_2 = \vec{k}_2 \vec{x} - \omega_0 t, \\ \vec{k}_1 = k_0 (1, 0, 1), \vec{k}_2 = k_0 (0, 1, 1). \end{aligned} \quad (56)$$

Безразмерные параметры  $R = \frac{\lambda_0 v_0}{\nu}$ ,  $|D| = \sqrt{Ta}$  и  $Ta = \frac{4\Omega^2 \lambda_0^4}{\nu^2}$  соответственно числа Рейнольдса и Тейлора на масштабе  $\lambda_0$ . Как и ранее число Рейнольдса будем считать малым  $R \ll 1$ , и по этому малому параметру будем строить асимптотическое разложение. Относительно параметра  $D$  можно сказать, что в данный момент мы не фиксируем его порядок, считая его вне схемным параметром. Рассмотрим следующую формулировку проблемы. Будем считать внешнюю силу мелкомасштабной и высокочастотной. Эта сила приводит к мелкомасштабным флуктуациям скорости. После усреднения быстро осциллирующие флуктуации исчезают. Тем не менее из-за малых нелинейных взаимодействий в некоторых порядках теории возмущений после усреднения могут возникать ненулевые члены. Это означает, что эти члены не являются колебательными, т.е. являются крупномасштабными. В третьем порядке по  $R$  многомасштабного асимптотического разложения мы находим уравнения эволюции для «квазидвумерного» поля скорости  $\vec{W}$ :

$$\begin{aligned} \partial_T W_x - \Delta W_x + \frac{\partial}{\partial Z} \overline{w_0 u_0} = 0, \\ \partial_T W_y - \Delta W_y - \frac{\partial}{\partial Z} \overline{w_0 v_0} = 0. \end{aligned} \quad (57)$$

Отсюда видно, что для вычислений напряжений Рейнольдса  $\overline{w_0 u_0}$  и  $\overline{w_0 v_0}$  необходимо знание поля скорости в нулевом порядке по  $R$ . Согласно работе [72] замкнутая система уравнений (57) имеет вид:

$$\begin{aligned} \partial_T W_x - \Delta W_x + \\ + \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \frac{f_0^2}{2} \frac{D}{4(W_y - 1)^2 + \left[4 + \frac{1}{2}D^2 - (W_y - 1)^2\right]^2} - \frac{f_0^2}{8} \frac{D^2}{4(W_x - 1)^2 + \left[4 + \frac{1}{2}D^2 - (W_x - 1)^2\right]^2} \right] = 0, \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \partial_T W_y - \Delta W_y + \\ + \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \frac{f_0^2}{8} \frac{D^2}{4(W_y - 1)^2 + \left[4 + \frac{1}{2}D^2 - (W_y - 1)^2\right]^2} + \frac{f_0^2}{2} \frac{D}{4(W_x - 1)^2 + \left[4 + \frac{1}{2}D^2 - (W_x - 1)^2\right]^2} \right] = 0. \end{aligned}$$

При малых амплитудах  $W_x, W_y$  напряжения Рейнольдса можно разложить в ряд по  $W_x, W_y$ , в результате чего система уравнений (58) линеаризуется:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T} W_x - \frac{\partial^2}{\partial Z^2} W_x - \frac{\alpha f_0^2 D}{2} \frac{\partial}{\partial Z} W_y + \frac{\alpha f_0^2 D^2}{8} \frac{\partial}{\partial Z} W_x = 0, \\ \frac{\partial}{\partial T} W_y - \frac{\partial^2}{\partial Z^2} W_y + \frac{\alpha f_0^2 D^2}{8} \frac{\partial}{\partial Z} W_y + \frac{\alpha f_0^2 D}{2} \frac{\partial}{\partial Z} W_x = 0, \end{aligned} \quad (59)$$

где коэффициент  $\alpha$  равен:

$$\alpha = \frac{32(10 - D^2)}{\left[(D^2 + 6)^2 + 64\right]^2}.$$

Уравнения (59) принадлежат к типу гидродинамического  $\alpha$ -эффекта, в котором компоненты скорости  $W_x, W_y$  связаны положительной обратной связью. Вследствие чего возможно возникновение крупномасштабной вихревой неустойчивости. Действительно, представляя малые амплитуды  $W_x, W_y$  в виде плоских монохроматических волн нетрудно найти дисперсионное уравнение:

$$\gamma = -ik \frac{\alpha f^2_0 D^2}{8} \pm k \frac{\alpha f^2_0 D}{2} - k^2. \quad (60)$$

Дисперсионное уравнение (60) показывает существование у системы уравнений (59) неустойчивых колебательных решений с частотой колебаний  $\omega = k \frac{\alpha f^2_0 D^2}{8}$  и инкрементом неустойчивости

$$\gamma = k \frac{\alpha f^2_0 D}{2} - k^2. \text{ Неустойчивость является крупномасштабной, поскольку неустойчивый член доминирует}$$

над затуханием на больших масштабах:  $\frac{\alpha f^2_0 D}{2} > k$ . Максимальный инкремент неустойчивости равен

$$\gamma_{\max} = \frac{\alpha^2 f^4_0 D^2}{16}, \text{ и достигается на волновом векторе } k_{\max} = \frac{\alpha f^2_0 D}{4}.$$

Эта неустойчивость ответственна за формирование во вращающейся жидкости с мелкомасштабной внешней силой крупномасштабных вихрей Бельтрамиевского типа.

С ростом амплитуды нелинейные члены уменьшаются и неустойчивость насыщается. В результате образуются стационарные нелинейные вихревые структуры. Для их нахождения положим в уравнениях (58)

$\frac{\partial}{\partial T} = 0$  и проинтегрируем уравнения один раз по  $Z$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dZ} W_x &= \overline{w_0 u_0} + C_1, \\ \frac{d}{dZ} W_y &= \overline{w_0 v_0} + C_2. \end{aligned} \quad (61)$$

Из уравнений (61) следует:

$$\frac{dw_x}{dw_y} = \frac{\overline{w_0 u_0} + C_1}{\overline{w_0 v_0} + C_2}.$$

Интегрируя систему уравнений (61) получаем:

$$\int \overline{w_0 v_0} dw_x + C_2 w_x = \int \overline{w_0 u_0} dw_y + C_1 w_y. \quad (62)$$

Интегралы в выражении (62) вычисляются в элементарных функциях [73], что даёт выражение для первого интеграла движения  $J$  уравнений (61):

$$\begin{aligned} J = & \frac{D^2}{8} \frac{W_x}{\left[4 + \frac{1}{2}D^2 - (W_y - 1)^2\right]^2 + 16(W_y - 1)^2} + \frac{D}{2^{5/2}(8 + D^2)} \ln \frac{(W_x - 1)^2 + (W_x - 1)D\sqrt{2} + 4 + \frac{1}{2}D^2}{(W_x - 1)^2 - (W_x - 1)D\sqrt{2} + 4 + \frac{1}{2}D^2} + \\ & + \frac{D}{8(8 + D^2)} \operatorname{arctg} \frac{(W_x - 1)^2 - 4 - \frac{1}{2}D^2}{4(W_x - 1)} - \frac{D^2}{8} \frac{W_y}{\left[4 + \frac{1}{2}D^2 - (W_x - 1)^2\right]^2 + 16(W_x - 1)^2} + \\ & + \frac{D}{2^{5/2}(8 + D^2)} \ln \frac{(W_y - 1)^2 + (W_y - 1)D\sqrt{2} + 4 + \frac{1}{2}D^2}{(W_y - 1)^2 - (W_y - 1)D\sqrt{2} + 4 + \frac{1}{2}D^2} + \frac{D}{8(8 + D^2)} \operatorname{arctg} \frac{(W_y - 1)^2 - 4 - \frac{1}{2}D^2}{4(W_y - 1)} + C_1 W_y + C_2 W_x. \end{aligned}$$

Уравнения (61) легко решаются численно с помощью стандартных программ. В частности, это позволяет построить фазовый портрет динамической системы (61) (рис. 4), и построить наиболее интересные решения, связывающие на фазовой плоскости особые точки. К наиболее интересным структурам принадлежат

разнообразные вихревые кинки. Эти кинки связывают стационарные точки динамической системы (61). Кинк, связывающий гиперболическую точку с устойчивым узлом, содержит вращения вокруг устойчивого узла, как показано на рис. 5. В кинке, который связывает неустойчивый и устойчивый фокусы, векторное поле вращается вокруг обеих особых точек, как видно из рис. 6.

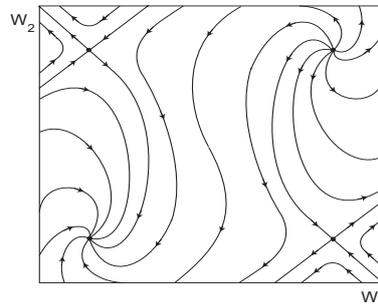


Рис. 4. Фазовый портрет динамической системы (61), при  $D=1$ ,  $C_1 = -0,03$ ,  $C_2 = 0,03$ . Видно присутствие двух гиперболических особых точек и устойчивого и неустойчивого узлов.

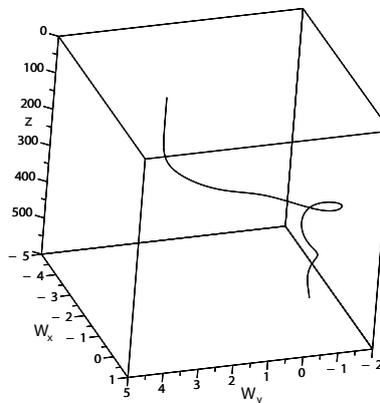


Рис. 5. Кинк, связывающий гиперболическую точку с устойчивым узлом. При  $D = 1$ ,  $C_1 = 0,04$ ,  $C_2 = 0,04$ . При подходе к устойчивому узлу видны вращения поля скорости.

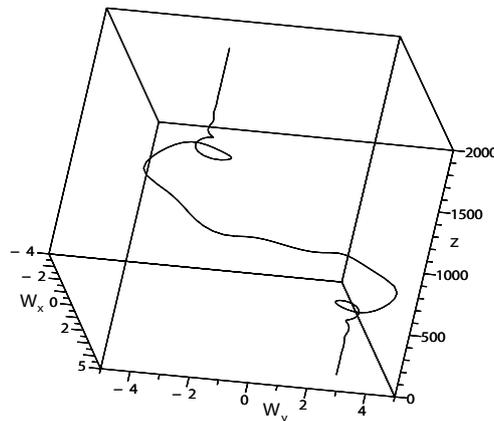


Рис. 6. Кинк, связывающий неустойчивый и устойчивый фокус. При  $D = 1$ ,  $C_1 = 0,04$ ,  $C_2 = 0,04$ . Видна внутренняя спиральная структура кинка.

В работе [58] описана новая модель вихревого динамо, в результате развития крупномасштабной неустойчивости в наклонно вращающейся жидкости, ось вращения которой не совпадает с осью  $Z$  и которая подвержена действию мелкомасштабной внешней силы с нулевой спиральностью  $\vec{F}_0 \text{rot} \vec{F} = 0$  :

$$F_0^z = 0, \vec{F}_{0\perp} = f_0 (\vec{i} \cos \varphi_2 + \vec{j} \cos \varphi_1); \varphi_1 = \vec{k}_1 \vec{x} - \omega_0 t, \varphi_2 = \vec{k}_2 \vec{x} - \omega_0 t, \tag{63}$$

$$\vec{k}_1 = k_0 (1, 0, 0), \vec{k}_2 = k_0 (0, 1, 0).$$

Эта сила поддерживает турбулентные мелкомасштабные флуктуации в жидкости с малым числом Рейнольдса. Можно считать, что внешняя мелкомасштабная сила моделирует действие мелкомасштабной турбулентности. В результате развития этой неустойчивости во вращающейся жидкости возникают нелинейные

крупномасштабные спиральные вихревые структуры типа дорожек Бельтрами или локализованных кинков [58]. Предполагается, что внешняя сила находится в плоскости  $(X, Y)$ . В отличие от работы [72], здесь неустойчивость возникает только в том случае, когда вектор угловой скорости вращения  $\vec{\Omega}$  наклонён по отношению к плоскости  $(X, Y)$ , как показано на рис. 7.

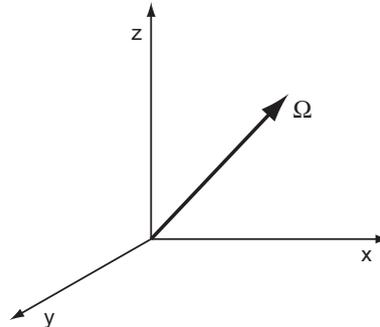


Рис. 7. В общем случае угловая скорость  $\Omega$  наклонена по отношению к плоскости  $(X, Y)$ , в которой расположена внешняя сила  $\vec{F}_{0\perp}$ .

Если жидкость вращается строго вокруг оси  $Z$ , то неустойчивость отсутствует. Спиральное двумерное поле скорости  $W_x, W_y$  вращается вокруг оси  $Z$ , по мере изменения  $Z$  в периодической волне (рис. 8) и совершает один оборот в кинке (рис. 9).

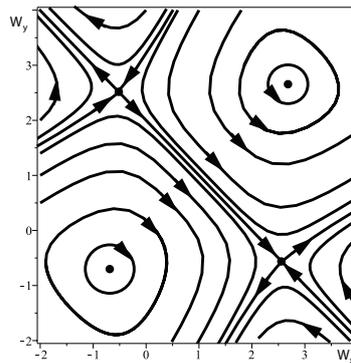


Рис. 8. Фазовая плоскость для гамильтониана (63) ( $C_1 = 0,1, C_2 = 0,1$ ).

Видно наличие замкнутых траекторий вокруг эллиптических точек и сепаратрис, которые соединяют гиперболические точки. Фазовый портрет является типичным для гамильтоновых систем.

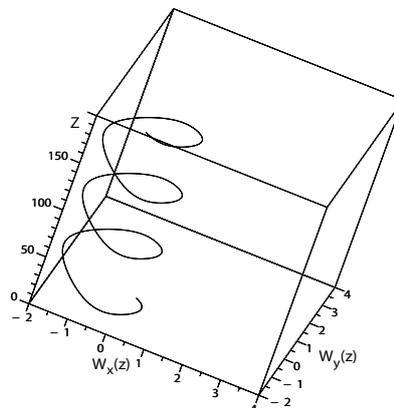


Рис.9. Нелинейная спиральная волна Бельтрами, которая соответствует замкнутой траектории на фазовой плоскости ( $C_1=0,1, C_2=0,1$ ).

Спираль ориентирована вдоль оси  $Z$  и наклонена по отношению к оси вращения.

Найденная в работе неустойчивость принадлежит к классу неустойчивостей, которые называют гидродинамическим  $\alpha$ -эффектом. Для таких неустойчивостей характерной является положительная обратная связь между компонентами скорости  $W_x, W_y$ , которая и приводит к неустойчивости. Нелинейные уравнения

для вихревого динамо во вращающейся жидкости получены в третьем порядке теории многомасштабного асимптотического разложения:

$$\begin{aligned} \partial_T W_x - \Delta W_x + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial Z} \frac{D_y}{4(1-W_y)^2 + [D_y^2 + W_y(2-W_y)]^2} &= 0, \\ \partial_T W_y - \Delta W_y - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial Z} \frac{D_x}{4(1-W_x)^2 + [D_x^2 + W_x(2-W_x)]^2} &= 0. \end{aligned} \quad (64)$$

При малых  $W_x, W_y$  уравнения (64) можно линеаризовать, что даёт:

$$\begin{aligned} \partial_T W_x - \Delta W_x - \alpha_y \frac{\partial}{\partial Z} W_y &= 0, \\ \partial_T W_y - \Delta W_y + \alpha_x \frac{\partial}{\partial Z} W_x &= 0. \end{aligned} \quad (65)$$

$$\alpha_y = 2 \frac{D_y(D_y^2 - 2)}{(4 + D_y^4)^2}, \alpha_x = 2 \frac{D_x(D_x^2 - 2)}{(4 + D_x^4)^2}.$$

Система (65) описывает неустойчивость типа гидродинамического  $\alpha$ -эффекта с инкрементом следующего вида  $\gamma = \pm \sqrt{\alpha_x \alpha_y} k - k^2$ . При  $\alpha_x \alpha_y > 0$  крупномасштабная неустойчивость существует с максимальным инкрементом  $\gamma_{\max} = \frac{\alpha_x \alpha_y}{4}$ , для волнового вектора  $k_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\alpha_x \alpha_y}$ . В результате развития неустойчивости в системе генерируются крупномасштабные спиральные вихри Бельтрамиевского типа. При  $\alpha_x \alpha_y < 0$  в вместо неустойчивости возникают затухающие колебания с частотой  $\omega_0 = \sqrt{\alpha_x \alpha_y} k$ . В действительности поведение  $\gamma$  зависит от того, как расположены внешние силы  $F_0^x, F_0^y$  по отношению к перпендикулярной проекции угловой скорости вращения и от значений  $D_x, D_y$ . Если одна из компонент  $D_x, D_y$  обращается в ноль или равна  $\sqrt{2}$ , то неустойчивость отсутствует. Неустойчивость существует в следующих случаях:

- 1)  $D_x > \sqrt{2}, D_y > \sqrt{2}$ ;
- 2)  $D_x, D_y > 0, D_x < \sqrt{2}, D_y < \sqrt{2}$ ;
- 3)  $D_x < 0, D_y < 0, D_x^2 > 2, D_y^2 > 2$ ;
- 4)  $D_x < 0, D_y < 0, D_x^2 < 2, D_y^2 < 2$ ;
- 5)  $D_x < 0, D_y > 0, D_y^2 > 2, D_x^2 < 2; D_y^2 < 2, D_x^2 > 2$ ;
- 6)  $D_x > 0, D_y < 0, D_y^2 > 2, D_x^2 < 2; D_y^2 < 2, D_x^2 > 2$ ;

Во всех остальных случаях возникают затухающие колебания. Стационарные нелинейные вихревые структуры описываются системой уравнений, записанных гамильтоновой форме:

$$\frac{du_x}{dZ} = -\frac{\partial H}{\partial u_y}, \quad \frac{du_y}{dZ} = \frac{\partial H}{\partial u_x}, \quad (66)$$

где введены новые переменные:  $1 - W_x = u_x, 1 - W_y = u_y$ . Гамильтониан  $H$  имеет вид:

$$H = h(D_x, u_x) + h(D_y, u_y), \quad (67)$$

а функция  $h(D, u)$  в свою очередь равна:

$$h(D, u) = \frac{D}{2} \int \frac{du}{(D^2 + 1)^2 + 2(1 - D^2)u^2 + u^4} + Cu. \quad (68)$$

Интеграл в формуле (68) вычисляется в элементарных функциях [73]. Положим для простоты

$D_x = D_y = D = 1$ . Тогда функция (68) равна:

$$h(u) = \frac{1}{16} \left\{ \ln \frac{u^2 + 2u + 2}{u^2 - 2u + 2} + \operatorname{arctg} \frac{2u}{2 - u^2} \right\} + Cu. \quad (69)$$

Сумму  $h(u_x) + h(u_y)$  можно объединить в одну формулу. Тогда гамильтониан равен:

$$H = \frac{1}{16} \ln \frac{(u_x^2 + 2u_x + 2)(u_y^2 + 2u_y + 2)}{(u_x^2 - 2u_x + 2)(u_y^2 - 2u_y + 2)} + \frac{1}{16} \operatorname{arctg} \frac{2u_y(u_x^2 - 2) + 2u_x(u_y^2 - 2)}{2(u_x + u_y)^2 - u_x^2 u_y^2 - 4} + C_1 u_x + C_2 u_y. \quad (70)$$

Для гамильтониана (70) нетрудно построить фазовый портрет (рис.8), где для конкретности положено  $C_1 = 0,1$ ,  $C_2 = 0,1$ . На фазовом портрете видно наличие замкнутых траекторий на фазовой плоскости вокруг эллиптических точек и сепаратрис, которые соединяют гиперболические точки. Очевидно, что замкнутым траекториям соответствуют нелинейные периодические решения (рис. 9), а сепаратрисам соответствуют локализованные решения, типа кинков (рис.10).

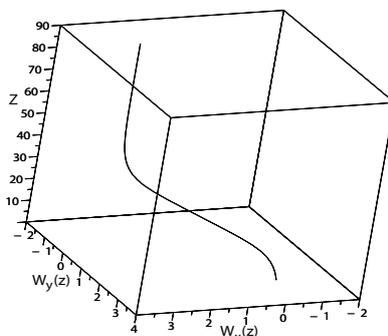


Рис.10. Локализованное решение (кинк), которое соответствует сепаратрисе на фазовой плоскости ( $C_1 = 0,1$ ,  $C_2 = 0,1$ ).

Отметим, что, в отличие от предыдущих работ [22-28] по гидродинамическому  $\alpha$ -эффекту во вращающейся жидкости, метод асимптотического разложения позволяет построить естественным образом нелинейную теорию и изучить стационарные нелинейные вихревые кинки.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре представлены основные результаты авторов [50,58,64,72] по теории турбулентного динамо, полученные в последнее время. В частности, обсуждается полученная замкнутая система нелинейных уравнений, описывающая как линейную, так и нелинейную стадии роста гидродинамических течений и магнитных полей в конвективных электропроводящих средах. Это позволяет применить её для объяснения возникновения и стабилизации крупномасштабного магнитного поля ряда космических объектов, например, звёзд. Также представляет интерес применение ее к описанию генерации крупномасштабных магнитных полей конвекцией в электропроводящей среде в недрах планет, это позволит решить некоторые проблемы земного магнетизма. Следует отметить что, несмотря на использование асимптотической техники, основанной на наличии мелкомасштабных флуктуаций, полученные результаты можно применять и к турбулентным средам. В турбулентном случае присутствует целый спектр таких мелкомасштабных флуктуаций. Полученные нами качественные оценки линейной стадии крупномасштабной конвективной неустойчивости для солнечных условий, позволяют ожидать экспериментального обнаружения вихревых солитоноподобных структур в фотосфере Солнца. Перспективным направлением в развитии нелинейной теории динамо является обобщение, полученных в работах [58,72], результатов для вращающихся электропроводящих сред (жидкие металлы, плазма). Для этих сред также можно развить теорию крупномасштабной неустойчивости с помощью асимптотического метода многомасштабных разложений. Следует ожидать обнаружения новых крупномасштабных стационарных магнитных структур в таких средах. Исследование этих структур имеет не только астрофизическое приложение, но и представляет интерес для задач, связанных с проблемой управляемого термоядерного синтеза.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Petviashvili V.I., Pohotelov O.A. Uedinenye vihri v plazme i atmosfere.-M.:Energoatomisdat, 1989. - 200s.
2. Aburdjanija G.D. Samoorganizatsia nelinejnyh vihrevykh struktur i vihrevoj turbulentnosti v dispergirujucih sredah. - M.:KomKniga, 2006. - 328s.
3. Onishenko O.G., Pohotelov O.A., Astafjeva N.M. Generatsiya krupnomasshtabnyh vihrej i sonalnykh vetrov v atmosferakh planet // Usp. Fis. Nauk. - 2008. - T.178. - No. 6 - S. 605 - 618.
4. Shmerlin B.Ja., Kalashnik M.V. Konvektivnaja neustojtsivost' Releja v prisutstvie fasovih perehodov vlagi. Formirovanie krupnomasshtabnyh vihrej i oblatshnykh struktur //Usp. Fis. Nauk. - 2013. - T.183. - No. 5. - S.497 - 510.
5. Monin A.S. Vvedenie v teoriji klimata. - L.: Gidrometeoizdat, 1982. - 296s.
6. Tur A.V., Yanovsky V.V. Gidrodinamicheskie vihrevye struktury. - Har'kov: Institut monokristallov, 2012. - 290s.
7. Rolfs K. Lektsii po teoriji voln plotnosti. - M.: Mir, 1980. - 208s.
8. Morozov A.G., Hoperskov A.V. Fizika diskov. - Volgograd: Izd.-vo VolgGU, 2005. - 423s.
9. Nezhlin M.V., Sneshkin E.N. Vikhri Rossby i spiral'nye struktury. - M.: Nauka, 1990. - 240s.
10. Moffat G. Nekotorye napravlenija razvitiya turbulentnosti. Sovrem. Gidrodinamika. Uspehi i problemi. - M.: Mir,1984. - S.48 - 76.
11. Steenbek M., Krause F. Voznikovenie magnitnyh polej zvezd i planet v resul'tate turbulentnogo dvizhenija ih veshestv // Magnitnaja gidrodinamika. - 1967. - No.3. - S.19-44.
12. Moffat G. Vozbuzdenie magnitnogo polja v provodjashej srede. - M.: Mir, 1980.- 343s.
13. Zeldovitch Ja.B., Ruzmajkin A.A., Sokolov D.D. Magnitnye polja v astrofizike. - Izhevsk: Inst. Kopm.issl. RHD, 2006.- 384s.
14. Parker Ju. Besedy ob elektritreskih i magnitnyh poljah v kosmose. - Izhevsk: Inst. Kopm.issl. RHD, 2010.- 208s.
15. Krauze F., Pedler K.H. Magnitnaja gidrodinamika srednih polej i teorija dinamo. - M.: Mir,1984. - 314s.
16. Ruzmajkin A.A., Sokolov D.D., Shukurov A.M. Magnitnye polja galaktik. - M.: Nauka, 1988. - 279s.
17. Sokolov D.D., Stepanov R.A., Frik P.G. Dinamo na puti ot astrofizitseskikh modelej k laboratornomu eksperimentu// Usp. Fiz.Nauk. - 2014. - T. 184. - S.318-335.
18. Krause F., Rudiger G. On the Reynolds stresses in mean-field hydrodynamics. I. Incompressible homogeneous isotropic turbulence // Astron. Nachr. - 1974. - Vol.295. - P.93-99.
19. Moiseev S.S., Sagdeev R.Z., Tur A.V., Homenko G.A., Yanovsky V.V. Teorija voznikovenija krupnomasshtabnykh struktur v gidrodiamitsheskoj turbulentnosti // ZhETF. - 1983. - T.85. - Vyp.6(12). - S.1979-1987.
20. Petrosjan A.S. Dopolnitelnye glavy teorii turbulentnosti. Spiral'naja turbulentnost'. - M.: IKI RAN, 2013. - 60s.
21. Moiseev S.S., Rutkevich P.B., Tur A.V., Homenko G.A., Yanovsky V.V. Vikhrevoe dinamo v konvektivnoj srede so spiral'noj turbulentnostju // ZhETF. - 1988. - T.94. - Vyp.2. - S.144-153.
22. Smith L.M., Waleffe F. Transfer of Energy to Two-Dimensional Large Scales in Forced, Rotating Three-Dimensional Turbulence // Physics of Fluids.- 1999.- Vol. 11.- No. 6.- P.1608.
23. Smith L. M. and Waleffe F. Generation of Slow Large Scales in Forced Rotating Stratified Turbulence // Journal of Fluid Mechanics. - 2002. - Vol.451. - P.145-168.
24. Berezin Y. A. and Zhukov V. P. An Influence of Rotation on Convective Stability of Large Scale Disturbances in Turbulent Fluid// Izv. AN SSSR. Mech. Zhidk. Gaza. - 1989. - No. 4. - P.3
25. Kitchatinov L.L., Rudiger G., and G.Khomenko. Large-scale vortices in rotating stratified disks // Astron. Astrophys. - 1994. - Vol.287. - P.320-334.
26. Rudiger G. On the  $\alpha$  - Effect for Slow and Fast Rotation // Astron. Nachr. - 1978. - Vol.299. - No.4. - P.217-222.
27. Zimin V.D., Levina G.V., Moiseev S.S., Tur A.V. Voznikovenie krupnomasshtabnykh struktur pri turbulentnoj konveksii v podogrevaemom snizu vraschajuschemsja sloe // Dokl. AN SSSR.- 1989.-T. 309.- S. 88-92.
28. Rutkevich P. B. Equation for vortex Instability Caused by Convective Turbulence and Coriolis Force // JETF.- 1993.- Vol. 77.- P. 933-938.
29. Gershuni G.Z., Zhuhovickij E.M., Nepomnjashnij A.A. Ustojchivost' konvektivnykh techenij. - M.: Nauka, 1989. - 320s.
30. Getling A.V. Konvekcija Releja-Benara. Struktury i dinamika. - M.: Editorial URSS, 1999. - 248s.
31. Kuklin V.M. Rol' poglotchenija i dissipatsii energii i formirovanie prostranstvennykh nelinejnykh struktur v neravnovesnyh sredah // UFZh. - 2004. - T.4. - No. 1. - S.49-81.
32. Busse F.H. Generation of planetary by convection // Phys. Earth. Planet. Inter.- 1976.-Vol. 12.-P. 350-358.
33. Zang K.K., Busse F.H. Generation of magnetic fields by convection in a rotating spherical fluid shell of infinite Prandtl number // Phys.Earth.Planet.Inter. - 1990. - Vol. 59. - P.202-222.
34. Jones C.A. Convection-driven geodynamo models // Phil.Trans.Roy.Sos.Lond. - 2000. - Vol.A358. - P.873-897.
35. Glantzmaier G.A., Roberts P.H. Simulation the geodynamo // Contemp.Phys. - 1999. - Vol. 38. - P.269-288.
36. Braginskij S.I. O samovozbuzhdenii magnitnogo polja pri dvizhenii khorosho provodjaschej zhidkosti // ZhETF. - 1964. - T. 47. - Vyp. 3. - S.1084-1098.
37. Matthews P.C. Dynamo action in simple convective flows // Proc. Roy. Soc. London. Ser.A. - 1999. - Vol. 455. - P.1829-1840.
38. Demircan A., Seehafer N.Dynamo in asymmetric square convection // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. - 2002 - Vol. 96. - P.461-479.
39. Podvigina O.M. Magnetic field generation by convective flows in plane layer // Eur. Phys J.B. - 2006 - Vol. 50. - P.639-652.
40. Podvigina O.M. Zavisimost' generatsii magnitnogo polija ot kineticheskogo chisla Prandtlia // Mater. Mezhdunar. konf. "Nelineinije zadachi teorii gidrodinamicheskoj ystoichivosti i turbulentnost'". - M.: Mosk. yniv-teta. - 86s.
41. Arnol'd V.I., Zel'dvich Ja.B., Ruzmajkin A.A., Sokolov D.D. Magnitnoe pole v dvizhushejsija provodaschej zhidkosti // Uspehi matem. Nauk. - 1981. - No.5. - S.220-221.
42. Arnol'd V.I. Evolutsija magnitnogo polija pod dejstviem perenosa I diffuzii // Uspehi matem. Nauk. - 1983. - No. 2. - S.225-227.
43. Reshetnyak M.Yu. Thermal Convection and the Dynamo during Rapid Rotation // Izvestija. Physics of the solid Earth.-2007.- Vol.43.-No.8.-P.642-652.

44. Gertsenshtejn S.Ya., Chertovskikh R.A. Generatsija magnitnogo polja konvektivnymi techenijami vo vraschajuschemsja gorizonta'nom sloe // *Mekhanika zhidkosti i gasa*.-2008.-No. 2.- S.92- 101.
45. Chertovskikh R.A., Zheligovskikh V.A. Evoljutsija dlinnomasshtabnykh vozmuschenij stacionarnykh konvektivnykh MGD sostojanij // *Proceedings of MSS-14. II. Large-scale instabilities in hydrodynamics and plasmas*.- M.: IKI RAN, 2015.
46. Calkins M.A., Julien K., Tobias S.M., Aurnou J.M. A Multiscale Dynamo Model Driven by Quasi-geostrophic Convection // *arXiv: 1502.03856v1(physics.geo-ph)* 12 Feb 2015.
47. Tur A.V., Yanovsky V.V. Large-scale instability in hydrodynamics with stable temperature stratification driven by small-scale helical force//*arXiv:1204.5024 v.1 (physics.flu-dyn.)*(2012)
48. Tur A.V., Yanovsky V.V. Non Linear Vortex Structure in Stratified Driven by Small- scale Helical Force // *Open Journal of Fluid Dynamics*. - 2013. - Vol. 3 - P. 64 - 74.
49. Moiseev S.S., Oganjan K.R., Rutkevith P.B., Tur A.V., Homenko G.A., Yanovsky V.V. Vikhrevoe dinamo v spiral'noj turbulentnostju.- Kiev: Naukova dumka. Sb.: Integriruemost i kineticheskie uravnenija dlja solitonov, 1990. - S.280-382.
50. Kopp M.I., Tur A. V., Yanovsky V. V. Krupnomasshtabnaja konvektivnaja neustojtchivost' v elektroprovodjashej srede s melkomasshtabnoj spiral'noj turbulentnostju // *ZhETF*. - 2015. - T. 147. - Vyp. 4. - S.846-866.
51. Levina G.V. Parametrizatsija spiral'noj turbulentnosti v chislennykh modeljakh intensivnykh atmosferynykh vikhrej // *Dokl. RAN*. -2006. - T. 411. - S.400-404.
52. Novikov E.A. Funktsionaly i metod sluchajnyh sil v teorii turbulentnosti // *ZhETF*. - 1964.-T.47. - Vyp.5(11). - S. 1919 - 1926.
53. Kljatskin V.I. Stohasticheskie uravnenija i volny v sluchajno-neodnorodnyh sredakh. - M.: Nauka, 1980. - 377s.
54. Frishe U., She Z.S., Sulem P.L. Large Scale Flow Driven by the Anisotropic Kinetic Alpha Effect // *Physica 28D*. - 1987. - P. 283 - 291.
55. Druzhinin O.A., Homenko G.A. Nelinejnaja teorija gidrodinamitsheskogo alfa-effekta v szhimaemoj srede i obratny kaskad energii.-Kiev: Naukova dumka. Tr. Mezhdunarodnoj konf.: Nelinejnye i turbulentnye protsessy v fizike, 1989. - T.2. - S.83 -86.
56. Rutkevitch P.B., Sagdeev R.Z., Tur A.V., Yanovsky V.V. Nonlinear dynamic theory of the  $\alpha$ -effect in compressible fluid. - Kiev: Naukova dumka. Proceeding of the IV Intern.Workshop on Nonlinear and Turb. Pros.in Physics, 1989.
57. Tshetiani O.G. Samoorganizatsija i turbulentnost v otrazhatelno-nesimmetritsnyh plazmenno-gidrodinamitsheskikh sredah. Diss. na soisk. utch. stepeni dokt. fiz.-mat. nauk. - Moskva, 1999. - 262 s.
58. Kopp M. I., Tur A. V., Yanovsky V. V. The Large Scale Instability and Nonlinear Vortex Structures in Obliquely Rotating Fluid with Small Scale Non Spiral Force// *BAHT*. - 2015. - No. 98. - S.264-269.
59. Shalit M.A. and Bellan P.M. Plasma current drive by injection of photons with helicity // *Phys. of Fluids B*.-1989. - Vol.1(12). - P. 2533-2534.
60. Sokolov I.V. Moment impul'sa elektromagnitnoj volny i generatsija magnitnykh polej v plazme // *Usp. Fiz. Nauk*.- 1991. - T. 161. - No. 10. - S.175-190.
61. Vajnshtejn S.I. Magnitnye polja v kosmose. - M.:Nauka, 1983. - 237s.
62. Dolginov A.Z., Urpin V.A. Termomagnitnaja neustojtchivost' neodnorodnoj plazmy // *ZhETF*. - 1978. - T.77. - S.1921-1932.
63. Montgomery D., Chen H. Turbulent amplification of large-scale magnetic fields // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. - 1984. - Vol. 26. - No. 10. - P. 1199 -1210.
64. Kopp M.I., Tur A.V., Yanovsky V.V. Nelinejnaja teorija dinamo // *Nelinejnaja dinamika*. – 2015. - T.11. - No.2. - S.241-266.
65. Kaplan S.A., Pikelner S.B., Tsytoich V.N. Fizika plazmy solnechnoj atmosfery.-M.: Nauka, 1977.- 256s.
66. Brandt P.N., Sharmet G.B., Ferguson S., Shine R.A., Tarbell T.D., Title A.M. Vortex flow in the solar photosphere // *Nature*. - 1988. - Vol. 335. - P. 238-240.
67. Grinspen H. Teorija vraschajushijsja zhidkostej. Per. s angl. - Leningrad: Gidrometeoizdat, 1975. - 304s.
68. Kolesnichenko A.V., Marov M.Ja. Turbulentnost' i samoorganizatsija. Problemy modelirovanija kosmicheskikh I prirodnykh sred. - M.: BINOM, 2009. - 632s.
69. Lahin V.P. Neustojchivosti i volny vo vraschajuschesja plazme i turbulentnaja generatsija reguljarnykh struktur. Diss. na soisk. utch. stepeni dokt. fiz.-mat. nauk. - Moskva, 2013. - 257 s.
70. Pedloski Dj. Geofizicheskajja gidrodinamika v 2-h t. Per. s angl. - M.: Mir, 1984.
71. Sommeria J., Meyers S.P., Swinney H.L. Laboratory simulation of Jupiters Great Red Spot // *Nature ( London)*. - 1988. - Vol.331. - P.689-693.
72. Kopp M., Tur A., Yanovsky V. The Large Scale Instability in Rotating Fluid with Small Scale Force // *Open Journal of Fluid Dynamics*.- 2015.- Vol. 5.- P. 128-138.
73. Bronsteyn I.N., Semendjaev K.A. Spravotchnik po matematike dlja inzhenerov i utchatshijsja vtuzov. - M.: Nauka, 1981. - 718s.

PACS: 11.10.Jj,40.Dw,11.90.+1,13.75.Lb,11.10.Gh

## CONSISTENT MODEL FOR INTERACTIONS OF HIGHER-SPIN FERMIONS WITH 0- AND 1/2 - SPIN PARTICLES AND $\pi N$ - SCATTERING

**E.V. Rybachuk**

*Ukrainian State University of Railway Transport*

*Ukraine, Kharkov, Sq. Feyerbach, 7*

*e-mail: [e.v.rybachuk@gmail.com](mailto:e.v.rybachuk@gmail.com)*

Received February 8, 2016

It is shown that the currents for the interactions of the higher spin fermions must obey the theorem on currents and fields as well as the theorem on continuity of current derivatives. In consequence of the theorem on continuity of current derivatives the current components must decrease at  $|p_\nu| \rightarrow \infty$ , where  $p$  is the momentum of the higher spin fermion. The decrease of the currents is ensured by the form factors. The form factor in the vertex function of the interaction of the higher spin fermion with the 0 - and 1/2 - spin particles is derived in agreement with the theorem on continuity of current derivatives. The proposed model of the currents is used for the calculations of the contributions of the higher spin nucleon resonances  $N^*(J)$  ( $J$  is the spin of higher spin fermion) to the  $s$  - channel amplitudes of the elastic  $\pi N$ -scattering. It is shown that these contributions to the amplitudes decrease at least as  $s^{-8}$  at the square of the energy  $s \rightarrow \infty$ .

**KEY WORDS:** Higher-spin fermions, differential equations, convergence of integrals, form factors, nucleon resonances,  $\pi N$ -scattering

### НЕСУПЕРЕЧЛИВА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ ВИСОКОСПІНОВИХ ФЕРМІОНІВ З ЧАСТИНКАМИ ІЗ СПІНОМ 0 І 1/2 ТА $\pi N$ -РОЗСИЮВАННЯ

**О.В. Рыбачук**

*Український державний університет залізничного транспорту*

*Україна, Харків, м. Феєрбаха, 7*

Показано, що струми взаємодії високоспінових ферміонів повинні задовольняти теоремі про струми та поля а також теоремі про неперервність похідних струмів. Внаслідок теорем про неперервність похідних струмів компоненти струмів повинні спадати при  $|p_\nu| \rightarrow \infty$ , де  $p$  - імпульс високоспінового ферміона. Спадання струмів забезпечується форм-факторами. Одержано форм-фактор у вершинній функції взаємодії високоспінового ферміона з частинками зі спіном 0 та 1/2, які узгоджуються з теоремою про неперервність похідних струмів. Запропонована модель для струмів використана для обчислення внесків високоспінових нуклонних резонансів  $N^*(J)$  ( $J$  - спін високоспінового ферміона) в  $S$  - каналні амплітуди пружного  $\pi N$  -розсіювання. Показано, що ці внески в амплітуди спадають по меншій мірі як  $S^{-8}$  при квадраті енергії в с.ц.м.  $s \rightarrow \infty$ .

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** високоспінові ферміони, диференціальні рівняння, збіжність інтегралів, форм фактори, нуклонні резонанси,  $\pi N$  - розсіювання.

### НЕПРОТИВОРЕЧИВАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИСОКОСПИНОВЫХ ФЕРМИОНОВ С ЧАСТИЦАМИ СО СПИНОМ 0 И 1/2 И $\pi N$ -РАССЕЯНИЕ

**Е.В. Рыбачук**

*Украинский государственный университет железнодорожного транспорта*

*Украина, Харьков, пл. Фейербаха, 7*

Показано, что токи взаимодействий високоспиновых фермионов должны удовлетворять теореме о полях и токах а также теореме о непрерывности производных токов. Вследствие теоремы о непрерывности производных токов компоненты токов должны убывать при  $|p_\nu| \rightarrow \infty$ , где  $p$  - импульс високоспинового фермиона. Убывание токов обеспечивается форм-факторами. Получен форм-фактор в вершинной функции взаимодействия високоспинового фермиона с частицами обладающими спином 0 и 1/2, в согласии с теоремой о непрерывности производных токов. Предложенная модель токов использована для вычисления вкладов високоспиновых нуклонных резонансов  $N^*(J)$  ( $J$ -спин високоспинового фермиона) в  $S$ -канальные амплитуды упругого  $\pi N$ -рассеяния. Показано, что эти вклады в амплитуды убывают, по меньшей мере как  $S^{-8}$  при квадрате энергии в с.ц.м.  $s \rightarrow \infty$ .

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** високоспиновые фермионы, дифференциальные уравнения, сходимость интегралов, форм-факторы, нуклонные резонансы,  $\pi N$  - рассеяние.

Higher – spin hadrons are investigated theoretically and experimentally more than fifty years. It is known they consist of the quarks and the antiquarks similarly to the nucleons and the pions. Unfortunately the soft reactions involving hadrons cannot be described fairly well in QCD. Therefore, models for amplitudes of hadron reactions are of

importance. As it is known reactions with the  $\pi$  - mesons and (or) the nucleons at low and intermediate energies can be described with reasonable accuracy in frameworks of such approaches as isobar models and dispersion relations. These approaches are based on the quantum field theory. The  $\pi$  - mesons and the nucleons are considered in these approaches as elementary particles. Therefore, the consideration of higher spin hadrons ( $J \geq 1$ ) similarly to elementary particles can be assumed also. Investigations of the higher spin particles show their qualitative distinctions from low-spin particles (i.e., the 0 – spin and the 1/2 – spin particles). For example, it can be seen from the papers [1-7] and the reviews [8, 9]. Calculations of cross-section for the production of higher spin hadrons (instead of low-spin particles) give a theoretical power energy growth of the cross-sections for higher spin particles production in comparison with a non-increase of the cross-sections for the low-spin particles only. In particular, if the vertexes of the higher spin hadrons include constants (without form factors) then HSF – resonance contributions to the  $s$  - channel amplitudes of elastic reactions give power energy growth of corresponding cross sections (which are parts of total cross sections for the same initial states). But it is known [10] that according to experimental data the total cross-sections at high energies approach to some constants or increase as  $\ln s$ , where  $s$  is a square of a total energy in CMS. It is a contradiction, as the part cannot be greater than the whole one. As a rule, a power of  $s$  in amplitudes for the HSF contributions increases with  $J$ . To eliminate the energy growth of the amplitudes the interactions in initial and final states are considered [11] or the form factors in interaction vertexes are introduced (as a generalization of coupling constants). The form factors of monopole and dipole types are often used. But these form factors give diverging integrals for the contributions of HSF to the amplitudes corresponding to the loop diagrams. Thus, the form factors with other analytical dependences are needed. Besides, a strong distinction between theoretical predictions and experimental data on the cross-sections for a production of the higher spin fermions (HSF) exists. For example, the rule has been formulated on the basis of these data: the higher spin nucleon resonances are formed but not produced. It means that the higher-spin nucleon resonances  $N^*(J)$  are well observed at their excitation in  $\pi N$  - and  $\gamma N$  - interactions. But the cross-sections of the  $N^*(J)$  (with an exception for  $\Delta(1232)$ ) production together with another particle are fairly small. These characteristic distinctions between the theoretical results for the low-spin particle interactions indicate on the necessity of a modification of the existing approaches to description of the higher-spin particle interactions. It may be expected that the general properties for the interactions of higher-spin particles of any mass must exist in the addition to the properties of the low-spin particle interactions.

The contributions of the higher spin hadrons are considered at relatively high energies in the Regge pole model [12, 13]. It is known that particles of different spin with the same values of the electric charge, the isospin, the strangeness, and parities are on the trajectories, which are approximately straight on the plot of a square of a mass and an angular momentum. It allows predict the masses of the higher spin hadrons. The Regge pole model describes well the differential cross-sections of binary reactions at relatively high energies and small modules of momentum transfer.

In consequence of the relativistic invariance the vertex functions (related to the interaction lagrangian) for higher-spin particle interactions are the scalar product of the field tensor for the higher-spin boson (or spin-tensor for HSF) and corresponding current tensor (on spin-tensor).

We use the Rarita-Schwinger formalism (e.g. see Ref. [12]). For HSF such vertex functions give the non-homogeneous Dirac equation

$$\left( i \hat{\partial} - M \right) U(x)_{\mu_1 \dots \mu_l} = \chi(x)_{\mu_1 \dots \mu_l}, \quad (1)$$

where  $U(x)_{\mu_1 \dots \mu_l} \equiv U(x)_{\mu}^l$  is the field spin-tensor of HSF,  $M$  is the HSF mass,  $\chi(x)_{\mu_1 \dots \mu_l} = \chi(x)_{\mu}^l$  is the current spin-tensor,  $J = l + \frac{1}{2}$ . As it is known the Klein-Gordon equation and the Dirac equation are not used immediately in

the calculations of the amplitudes for the particles of the 0-spin and the 1/2-spin, respectively. In such calculations vertex functions and propagators are used. The propagators are the causal Green functions of these equations. Similarly to this, the HSF propagators in the calculations of the amplitudes correspond to the causal Green functions of the Eq. (1).

Besides, an action of the  $\left( i \hat{\partial} + M \right)$ -operator on the homogeneous Dirac equation in (1) leads to the homogeneous Klein-Gordon equation, which corresponds the relativistic relation between the energy, 3-momentum, and the  $M$  mass of the free HSF.

It is known that the field spin-tensor must obey next auxiliary conditions: (i) the four-dimension divergences and traces vanish; (ii) their convolution with  $\gamma$  - matrices vanishes too. Usually for the current spin-tensors it is assumed that they obey the symmetry condition only. We name the approaches with such current as usual ones. In Refs.[14, 15] it is shown that the usual approaches have some shortcomings: (i) the algebraic inconsistencies of the equation systems; (ii) the power divergences of the loop amplitudes; (iii) the ambiguities of the vertex functions for virtual HSF; (iv) the contradictions to the experimental data in wide energy regions. As these shortcomings are in usual approaches to the interactions of any spin and mass HSF, we assume that the interaction currents must have got some general properties in

addition to the symmetry condition. In Refs.[16, 17] for the higher – spin bosons and in Ref. [18] for HSF have been shown that the interaction currents must obey two theorem: (i) theorem on currents and fields: (ii) theorem on continuity of current derivatives. We denote the current spin – tensors, which obey these theorems, as  $j(x)_{\mu_1 \dots \mu_l} \equiv j(x)_\mu^l$  and name them as physical currents. Accordingly to the theorem on currents and fields the physical current spin-tensors must obey the same conditions as the field spin-tensors:

$$\partial_{\mu_k} j(x)_{\mu_1 \dots \mu_l} = 0, \quad p_{\mu_k} j(p)_{\mu_1 \dots \mu_l} = 0, \quad (2)$$

$$g_{\mu_i \mu_k} j(x)_{\mu_1 \dots \mu_l} = 0, \quad g_{\mu_i \mu_k} j(p)_{\mu_1 \dots \mu_l} = 0, \quad (3)$$

$$\gamma_{\mu_k} j(x)_{\mu_1 \dots \mu_l} = 0, \quad \gamma_{\mu_k} j(p)_{\mu_1 \dots \mu_l} = 0, \quad (4)$$

coordinate representation

momentum representation

where  $i, k = 1, 2, \dots, l$ . Note that, as the consequence of Esq. (2) (the current conservation), the contributions of the HSF propagator terms including the HSF momentum  $p_{\mu_i}$  or  $p_{\nu_k}$  to the products of the HSF propagator and the physical currents vanish. Thus, the current conservation (2) allows to avoid (Refs. [14-20]) one source of the power divergences which exists in usual approach. In Refs [21, 22] the model for the interaction of the higher – spin boson with two spinless particles, which obeys the theorem on currents and fields as well as the theorem on continuity of current derivatives has been proposed. Using this model in Ref. [15] it is shown that the contribution of the virtual higher – spin boson and spinless particle to self – energy operator for spinless particle gives finite result in one – loop approximation, whereas usual approaches give for this operator the power divergences. Note that, as it is known, the  $\lambda \phi^3$  - theory gives the logarithmic divergence for the self – energy operator in one-loop approximation.

In paper [14] the model for HSF interaction with the 0 – and  $\frac{1}{2}$  - spin particles is proposed. This model obeys the theorem on currents and fields. The consequences of this theorem can be tested in  $\pi N$  - scattering. The model [14] and usual approaches give different sets of the partial amplitudes corresponding to the off – mass- shell  $\Delta(1232)$ . In the model [14] the off – mass- shell  $\Delta(1232)$  contributes to the  $P_{33}$  - and  $D_{33}$  amplitudes only, whereas in usual approaches  $\Delta(1232)$  contributes to  $S_{31}$ , –  $P_{31}$ , –  $P_{33}$ , and  $D_{33}$  - amplitudes. In the usual approach the off – mass-shell  $\Delta(1232)$  gives the most contribution to the  $S_{31}$  - amplitude.

According to the partial wave analyses the energy dependence of the  $S_{31}$  - amplitude agrees better with the zero contribution of  $\Delta(1232)$ . Thus, we may conclude that theorem on currents and fields is valid.

The present paper is devoted to modification of existing approaches (usual approaches) to eliminate their shortcomings. We try to achieve a mathematical correctness and do not use any experimental data. In Refs [14, 15, 21] it is shown that the divergences in usual approaches related to the higher spin particle propagators can be avoided by means of the theorem on currents and fields. The divergences in usual approaches related to the vertex functions possibly can be avoided by means of the theorem on continuity of current derivatives. In present paper the model for simplest interactions of HSF is proposed. We study the validity of the theorem on continuity of current derivatives [18] and apply the derived currents to investigate the contributions of the HSF resonances  $N^*(J)$  to the  $s$ -channel amplitudes of  $\pi N$ -scattering at high energies. This paper is the continuation of [14].

### THEOREM ON CONTINUITY OF CURRENT DERIVATIVES

The physical current in the momentum representation  $j(x)_{\mu_1 \dots \mu_l} \equiv j(x)_\mu^l$  has been derived in Ref. [18] by means of the projection operator  $\Pi(p)_{\mu_1 \dots \mu_l, \nu_1 \dots \nu_l} \equiv \Pi(p)_{\mu, \nu}^l$ . We use the modification of the projection operator from Refs. [23, 24] proposed in Refs. [18, 19]

$$j(p)_\mu^l = (p^2)^l \Pi(p)_{\mu, \nu}^l \eta(p)_\nu^l. \quad (5)$$

The currents  $j(x)_\mu^l$  are the Fourier transformations of  $j(p)_\mu^l$ . We consider the HSF moving along the  $z$  - axis,  $p = (p_0, 0, 0, p_3)$ . Then the current is given by

$$j(x_0, x_3)_\mu^l = \int_{-\infty}^{\infty} dp_0 \int_{-\infty}^{\infty} dp_3 e^{i(p_0 x_0 - p_3 x_3)} j(p_0, p_3)_\mu^l. \quad (6)$$

The integrals (6) are the improper integrals depending on parameters  $x_0, x_3$ . These integrals must converge at arbitrary  $x_0, x_3$ . However, the current spin-tensors  $j(x_0, x_3)_\mu^l$  have the partial derivatives of some degree (e. g. in the differential equations for the HSF interactions). In this case the integrals with the integrands including the products of  $j(p)_\mu^l$  and some number of the p- components have to converge in addition also. If we shall demand that  $j(x)_\mu^l$  and their partial derivatives are continuous functions in the space-time then the convergence of these integrals must be uniform. Thus, the existence of the  $j(x)_\mu^l$  and their partial derivatives leads to the asymptotic decreasing of  $j(p)_\mu^l p_{v_1} \dots p_{v_m}$  with  $p_0, p_3$ . Using the Weierstrass test for uniform convergence of integrals for  $J(x)_\mu^l$  and their partial derivatives we conclude that the next integrals have to converge:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp_0 \int_{-\infty}^{\infty} dp_3 |j(p_0, p_3)_\mu^l| \cdot |p_0|^{m_0} |p_3|^{m_3}, \tag{7}$$

where  $m_0$  and  $m_3$  are non-negative integer numbers,  $m_0 + m_3 = m(j)$ . The integer number  $m(j)$  is determined by the maximal degree of the partial derivatives.

In Ref. [18]  $m(j)$  has been derived from the differential equations for the HSF interactions. Indeed to derive the consistent equations system including the physical currents  $j(x)_\mu^l$  we act on the equation in system (1) by the operator  $(-\square)^l \Pi(x)_{\mu, \nu}^l$ . Then using (5) and the properties of the projection operator we derive

$$(-\square)^l \left( i \hat{\partial} - M \right) U(x)_\mu^l = j(x)_\mu^l. \tag{8}$$

From the theory for the system of the linear differential equations it is known that we can derive the set of the non-homogeneous linear differential equations with the same left sides for each unknown function. But the maximal degree of the derivatives in each such equation is more than the degree in the system. In particular for the system of the ordinary differential equations the degree of each equation in the set for each unknown function equals to the sum of the degrees of all the differential equations in the system. But for the system of partial differential equations such results is not valid [25]. It can be seen on the example for the system of the Dirac equations, where the equations in the system have first degree, but the equations in the set (the non-homogeneous Klein-Gordon equations) have second degree. As second example we consider the telegraph equations, (equations for the current strength  $I(x, t)$  and the voltage  $U(x, t)$ ). These differential equations can be written as the system

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} + RI + L \frac{\partial U}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial I}{\partial x} + GU + C \frac{\partial U}{\partial t} &= 0, \end{aligned} \tag{9}$$

where  $R, L, G, C$  are constants. This is the system of homogeneous partial differential linear equations of the first degree. But from (9) the set of two differential equations can be derived:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \left( \frac{R}{L} + \frac{G}{C} \right) \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{R}{L} \cdot \frac{G}{C} \cdot U = \frac{1}{LC} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + \left( \frac{R}{L} + \frac{G}{C} \right) \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{R}{L} \cdot \frac{G}{C} \cdot I = \frac{1}{LC} \cdot \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}. \tag{11}$$

We see that the Esq. (10), (11) have the same form. But these equations have got the second degree, i.e. the degree of the equation for each unknown functions increases in comparison with the degree of equations in the system (9). To derive the set of equations for each  $2J + 1$  unknown functions (the analog of the set (10), (11)) the action of the  $(-\square)^l \Pi(x)_{\mu, \nu}^l$  operator on the system (8) has been considered in Ref. [18]:

$$(-\square)^l \left( \square + M^2 \right) U(x)_\mu^l = - \left( i \hat{\partial} + M \right) j(x)_\mu^l. \tag{12}$$

It is the set of the differential equations for the HSF interactions and it is similar to the non-homogeneous Klein-Gordon equation for the  $\frac{1}{2}$ -spin particles. The set (12) includes the first derivatives of  $j(x)_\mu^l$ . The set of the differential

equations for  $2J + 1$  independent components of  $U(x)_\mu^l$  (the analog of set (10), (11)) cannot be derived as components of  $j(p)_\mu^l$  obey the conditions (2)-(4). In consequence of these conditions (and the similar conditions for  $U(x)_\mu^l$ ) the physical independent functions are implicit functions for  $J > 1$ . For the components corresponding to  $|\lambda| \neq J$  we have more than one equation. (e. g. at  $J = 1, \lambda = 0$  we have different equations for  $U_0(x), U_3(x)$ ). These differential equations for the state with  $J = 1, \lambda = 0$  can be reduced to one equation if we shall differentiate these equations with respect to different variables (for  $J = 1, \lambda = 0$  the equation for  $U_0(x)$  we must differentiate with respect to  $x_3$  and equation for  $U_3(x)$  with respect to  $x_0$ ). Thus, we must differentiate to derive the  $2J + 1$  independent functions (the states with definite  $J, \lambda$ ). In consequence of this differentiation, the largest degree of the continuous derivatives for  $J(x)_\mu^l$  has to equal two [18]. Therefore, in Ref.[5] it is derived  $m(j) = 2$ .

Now we take into account the difference between the requirements for the functions of one and two variables which can be expanded in the Fourier series or the Fourier transformation. It is known that the functions of one variable with the finite number of the ordinary discontinuities on any finite interval (e.g. if the function obey the Dirichlet conditions) can be expanded in the Fourier series. Note that the function for the Fourier integral must be absolutely integrated in addition. For such function the Fourier series and integral converges to the magnitudes of this function in the points of its continuity. But the double Fourier series converges to the magnitude of the function of two variables in the point if this function is continuous and have continuous derivatives of the first degree and the mixed derivative of the second degree [26]. We assume that such absolutely integrable functions can be expanded in the Fourier integral. The magnitude of  $m(j)$  must be increased to 4.

The currents (5) include bispinors with the  $\sqrt{p_{10} + m_N}$  - or  $\sqrt{p_{20} + m_N}$  - factor. These factors behave as  $\sqrt{p_0 / 2}$  at  $p_0 \rightarrow \infty$ . Therefore, to take into account these factors we put  $m(j) = 5$ .

For the common currents  $\eta(p)_\mu^l$  we can write the Fourier integral similarly to Eq.(6). In the same way we can write the condition for the common spin-tensor  $\eta(p)_\mu^l$  (similar to Eq. (7)). The integrals

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp_0 \int_{-\infty}^{\infty} dp_3 \left| \eta(p)_\mu^l \right| |p_0|^{m_0} |p_3|^{m_3}, \quad (13)$$

where  $m(\eta) = m(j) + 2l = m_0 + m_3$ , must converge.

Thus, we conclude that the numbers  $m(j)$  and  $m(\eta)$  depend on the degree of the continuous partial derivatives for the HSF currents and fields.

As result we formulate the theorem on continuity of current derivatives (which can be named as theorem on current asymptotics):

If the  $j(x)_\mu^l$  physical current has the continuous partial derivatives of the  $m(j)$  degree then their Fourier – components  $j(p)_\mu^l$  must decrease at  $|p_\nu| \rightarrow \infty$  to provide the convergence of the integrals (7) in all the kinematic regions.

In consequence of the theorem on continuity of current derivatives the Fourier– components of the  $j(p)_\mu^l$  physical currents and the  $\eta(p)_\mu^l$  usual currents which are the rational fractions must decrease as  $|j(p)_\mu^l| \leq |p_\nu|^{-w(j)-3}$  and  $|\eta(p)_\mu^l| \leq |p_\nu|^{-w(j)-2l-3}$  at  $|p_\nu| \rightarrow \infty$ , respectively.

Note that the theorem on continuity of current derivatives is the consequence of the relation between the convergence of the integrals depending on the parameters ( $x_0$  and  $x_3$ ) and the continuity of this integrals as well as their derivatives with respect to these parameters. In Ref. [21] the example of such relation is considered for the

$$\varphi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos px dp / (p^4 + a^4) \text{ function.}$$

The important sense of the theorem on continuity of current derivatives is related to the convergence of the integrals (7), (13) at infinite  $p_0, p_3$ . (improper integrals of the first kind) as well as at finite  $p_0, p_3$  (improper integrals of the second kind).

**FORM FACTORS FOR INTERACTION OF HSF WITH 0-AND 1/2-SPIN PARTICLES**

Let us consider the physical current of  $J(p) \rightarrow \frac{1}{2}(p_2) + o(q_2)$  - transition of Ref. [14]

$$j(p, q)_{\mu_1 \dots \mu_l} = g_l F_l(p, q) (p^2)^l. \tag{14}$$

$$\varphi^+(q_2) \bar{u}(p_2) \left\{ \frac{1}{i\gamma_5} \right\} \Pi(p)_{\mu_1 \dots \mu_l, \nu_1 \dots \nu_l} q_{\nu_1} \dots q_{\nu_l},$$

where  $q = q_2 - p_2$ . The usual current corresponding to Eq. (14) may be written as

$$\eta(p, q)_{\mu_1 \dots \mu_l} = g_l F_l(p, q) \varphi^+(q_2) \bar{u}(p_2) \left\{ \frac{1}{i\gamma_5} \right\} q_{\nu_1} \dots q_{\nu_l}. \tag{15}$$

In Refs [21, 22] the form factor for the interaction of the higher – spin boson with two spinless particles has been derived

$$f(p, q) = \left[ (pq)^{2n_1} + a^{4n_1} \right]^{-1} \left[ \left( 2 \frac{(pq)^2}{q^2} - p^2 \right)^{2n_2} + b^{4n_2} \right]^{-1}, \tag{16}$$

where  $a$  and  $b$  are some positive constants,  $n_1$  and  $n_2$  are some natural numbers (integer positive).

The function (16) permits one to satisfy the theorem on continuity of current derivatives for the interaction of the higher spin boson with two spinless particles. However, the application of this function to the  $N^*(J) \leftrightarrow N\pi$  - transitions leads to the contradiction with the results of the partial wave analyses. This contradiction is due to vanishing of  $f(p, q)$  (16) at  $q^2 = 0$ , which corresponds to  $W_0 = 1341 MeV$ .  $W_0^2 = 2(m_N^2 + m_\pi^2)$ , where  $m_N$  and  $m_\pi$  is the nucleon and the pion mass, respectively. Therefore, the real and the imaginary parts of the partial amplitudes corresponding to the  $N^*(J)$  contributions with the vertex functions including  $f(p, q)$  (16) must vanish. But it is well known that the partial resonance amplitudes, in particular for  $\Delta(1232)$  - excitation, in  $\pi N$  - scattering, do not equal zero at  $W = W_0$ . It is possible that this contradiction can be eliminated by means of some modification of the function (16). We can consider for  $F(p, q)$  in Eqs. (14), (15) the product  $f(p, q)$  (16) and the  $(q^2)^{-2n_2} \cdot [cq^{4n_3} + c^{4n_3}]$  factor, where  $c$  is the positive constant,  $n_3$  is the natural number. But this  $f(p, q)$  form factor gives fairly complicated  $s$  - dependence of the resonance excitation amplitudes in the  $\pi N$  - scattering. Therefore, it is of interest to derive another form factor with more simple  $p^2$  - dependence.

Let us consider the non-negative continuous function  $f_l(p, q)$  for which the integrals

$$J_{m_0 m_3} = \int_{-\infty}^{\infty} dp_0 \int_{-\infty}^{\infty} dp_3 f_l(p, q) |p_0|^{m_0} |p_3|^{m_3} \tag{17}$$

converge ( $m_0 + m_3 = 0, 1, 2, \dots, 2l + 5$ ). Then the physical currents (14) with any form factor  $F_l(p, q)$  for which

$$\lim_{p_0^2 + p_3^2 \rightarrow \infty} \frac{|F_l(p, q)|}{f_l(p, q)} \leq C, \quad 0 < C < \infty, \tag{18}$$

obey the theorem on currents and fields as well as the theorem on continuity of current derivatives. Therefore, in further we shall consider the  $f_l(p, q)$  function.

To study the convergence of the integrals (17) we use the method of Refs. [21, 22]. The scalar function  $f_l(p, q)$  depends on the invariant variables  $p^2, (p, q), q^2$ . We put the  $q = q_2 - p_2$  fixed. Then  $f_l(p, q)$  depends on two invariant variables:  $p^2$  and  $(p, q)$ . We shall use next statements.

Statement 1. If for the non-negative continuous function  $g(p, q)$  and the  $f_l(p, q)$  function

$$\lim_{p_0^2 + p_3^2 \rightarrow \infty} \frac{g(p, q)}{f_l(p, q)} \geq 1, \tag{19}$$

and the integrals

$$J_{m_0, m_3} = \int_{-\infty}^{\infty} dp_0 \int_{-\infty}^{\infty} dp_3 g(p, q) |p_0|^{m_0} |p_3|^{m_3} \tag{20}$$

converge, then the integrals  $J_{m_0, m_3}$  (17) converge too.

Statement 2. If the integral  $J_{m_0+1, m_3}$  or  $J_{m_0, m_3+1}$  converges then the integral  $J_{m_0, m_3}$  converges too.

As the integrand in (17) includes the modulus of  $p_0$  and  $p_3$ ,  $J_{m_0, m_3}$  is not relativistic covariant at arbitrary numbers  $m_0$  and  $m_3$  [21]. However, these integrals can be expressed in terms of relativistic covariants at even  $m_0, m_3$  and they depend on  $q^2$ . We denote the minimal even number, which equal or is bigger than 5, as  $m_1$  (i.e.,  $m_1 = 2l + 6$ ).

Let us consider the function

$$f_l(p, q) = (pq)^{2n_1} \left[ (p^2)^{2n_2} + a^{4n_2} \right]^{-1} \left[ (pq)^{2n_3} + b^{4n_3} \right]^{-1}, \tag{21}$$

where  $a$  and  $b$  are positive constants,  $n_1, n_2$ , and  $n_3$  the natural numbers.

At  $q^2 < 0$  we can choose the system with  $q_0 = 0$  and  $q^2 = -\vec{q}_\perp^2 - q_3^2$ . Then we have for even  $m_0$  and  $m_3$

$$J_{m_0, m_3}(q_0 = 0) = q_3^{2n_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|p_3|^{2n_1+m_3} dp_3}{(p_3 q_3)^{2n_3} + b^{4n_3}} \cdot 2I_{m_0}(p_3), \tag{22}$$

where

$$I_{m_0}(p_3) = \int_0^{\infty} \frac{p_0^{m_0} dp_0}{(p_0^2 - p_3^2)^{2n_2} + a^{4n_2}}. \tag{23}$$

Similarly to the Statement 2 we conclude that integral  $I_{m_0}(p_3)$  converges if the integral  $I_{m_0+1}(p_3)$  converges. We have

$$I_{m_0+1}(p_3) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{p_0^{m_0} dp_0^2}{(p_0^2 - p_3^2)^{2n_2} + a^{4n_2}} = \frac{1}{2} \int_{-p_3^2}^{\infty} \frac{(x + p_3^2)^{\frac{m_0}{2}} dx}{x^{2n_2} + a^{4n_2}} < \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x + p_3^2)^{\frac{m_0}{2}} dx}{x^{2n_2} + a^{4n_2}}, \tag{24}$$

where  $x = p_0^2 - p_3^2 = p^2$ . For last integral we derive

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x + p_3^2)^{\frac{m_0}{2}}}{x^{2n_2} + a^{4n_2}} dx &= \sum_{k=0}^{\frac{m_0}{2}} [1 + (-1)^k] \binom{\frac{m_0}{2}}{k} (p_3^2)^{\frac{m_0}{2}-k} \int_0^{\infty} \frac{x^k dx}{x^{2n_2} + a^{4n_2}} = \\ &= \frac{\pi}{4n_2} \sum_{k=0}^{\frac{m_0}{2}} \binom{\frac{m_0}{2}}{k} [1 + (-1)^k] \frac{(p_3^2)^{m_0-2k}}{(a^2)^{2n_2-k-1}} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\pi(k+1)}{2n_3}} \end{aligned} \tag{25}$$

$$\text{as } \int_0^{\infty} \frac{z^m dz}{z^{2n} + a^{2n}} = \frac{\pi}{2na^{2n_2-m_1-1}} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\pi(m+1)}{2n}}, \tag{26}$$

where  $m$  and  $n$  are natural numbers ( $m \leq 2n - 2$ ). The integrals (25) converge for

$k_{max} = \frac{m_1}{2}, 2n_2 \geq k_{max} + 2, n_2 \geq \frac{m_1}{4} + 1$ . Thus, we have

$$\begin{aligned} n_2 &\geq \frac{l+5}{2} \text{ for odd } l \\ n_2 &\geq \frac{l}{2} + 3 \text{ for even } l \end{aligned} \tag{27}$$

After substitution of the integral (25) in double integral (22) we derive

$$J_{m_0+1,m_3}(q_0=0) < \frac{\pi}{4n_2} \sum_{k=0}^{\frac{m_0}{2}} \binom{m_0}{k} \left[ 1 + (-1)^k \right] \cdot \frac{(a^2)^{-2n_2+k+1}}{\sin \frac{\pi}{2n_2}(k+1)} \cdot q_3^{2n_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|p_3|^{2n_1+m_3+\frac{m_0}{2}-k} dp_3}{(p_3 q_3)^{2n_3} + b^{4n_3}}. \quad (28)$$

In last integral with respect to  $p_3$  the most increasing integrand at  $p_3 \rightarrow \infty$  corresponds to  $k=0$  and the maximal value of the natural number  $m_3 + m_0 = 2l + 6$ . Therefore, if the integrals (28) converge for  $k=0$  and  $m_3 = m_1$  then all the integrals  $J_{m_0 m_3}(q_0=0)$  (22) converge at  $q_3 \neq 0$  and at  $0 \leq m_0, m_3 \leq m_1$ . To consider the case of  $q_0 = q_3 = 0$  (i.e., for  $q = (0, q_1, q_2, 0)$ ,  $q^2 < 0$ ) we introduce new variable of integration in (28)  $y = p \cdot q = p_3 q_3$ . Then the integrals in (28) for  $k=0$  and  $m_3 = m_1$  may be written as

$$q_3^{2n_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|p_3|^{2n_1+m_1}}{(p_3 q_3)^{2n_3} + b^{4n_3}} dp_3 = 2q_3^{-1-m_1} \int_0^{\infty} \frac{y^{2n_1+m_1}}{y^{2n_3} + b^{4n_3}} dy. \quad (29)$$

This integrals do not exist for  $q_3 = 0$ . But for natural  $n_1$  the function  $f_l(p, q)$  (22) equals to zero. Thus, we can put  $J_{m_0 m_3}(q_0 = q_3 = 0) = 0$  at  $n_1 \geq 1$ . In the case  $n_1 = 1$  we have the restriction for  $n_3$  from the convergence of the integrals in (28)

$$n_3 \geq l + 5 \quad (30)$$

Using the statement 2 we conclude that the integrals  $J_{m_0 m_3}$  converge for any allowed  $m_0$  and  $m_3$  ( $0 \leq m_0, m_3 \leq m_1$ ) at  $q^2 < 0$ .

Now we consider the integrals  $J_{m_0 m_3}$  at  $q^2 = q_0^2 - q_1^2 - q_3^2 > 0$ . We can choice the frame with  $q_3 = 0$  at even numbers  $m_0$  and  $m_3$ . Then the integrals (17) are given by

$$J_{m_0 m_3}(q_3 = 0, q^2 > 0) = q_0^{2n_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|p_0|^{2n_1+m_0}}{(p_0 q_0)^{2n_3} + b^{4n_3}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|p_3|^{m_3} dp_3}{(p_3^2 - p_0^2)^{2n_2} + a^{4n_2}}. \quad (31)$$

If we change  $p_0 \rightleftharpoons p_3, m_0 \rightleftharpoons m_3$  then the integrals (31) become equal to the integrals (22), (23). For  $q^2 = 0$  we can consider the limit of (31) at  $q_0^2 \rightarrow q_1^2 + q_2^2$ . Thus, the (14) with  $F_l(p, q) = f_l(p, q)$  (21) obey the theorem on continuity of current derivatives at  $n_1 = 1$  and the requirements (27), (30) for natural numbers  $n_2, n_3$ .

**CONSEQUENCES OF THEOREM ON CONTINUITY OF CURRENT DERIVANIVES FOR  $N^*(J)$   
 CONTRIBUTION TO  $\pi N$  - SCATTERING AT HIGH ENERGY**

Let us at first study the energy dependence of  $f_l(p, q)$  for  $N^*(J) \rightleftharpoons N\pi$  - transitions when the nucleon and the pion are on its mass shells. This form factor can be used in the  $s$  - and  $u$  - channel amplitudes of the  $\pi N$  - scattering. For the  $s$  - channel  $p = p_1 + q_1 = p_2 + q_2, p^2 = s = W^2, q = q_2 - p_2, p \cdot q = m_\pi^2 - m_N^2$ , where  $p_1(p_2)$  and  $q_1(q_2)$  are the 4- momentum of the initial (final) nucleon and the pion, respectively. For the form factor  $f_l(p, q)$  (21) we can write in this case

$$f_l(p, q) < A / (s^{2n_2} + d^{4n_2}). \quad (32)$$

The  $A$  constant is equal to ( $n_1 = 1$ )

$$A = \frac{(m_N^2 - m_\pi^2)^2}{(m_N^2 - m_\pi^2)^{2n_3} + b^{4n_3}}. \quad (33)$$

For  $u$  - channel we have  $p = p_1 - q_2 = p_2 - q_1, p^2 = u, q = p_2 + q_1, q \cdot p = m_N^2 - m_\pi^2$  and

$$f_l(p, q) \leq A / (u^{2n_2} + a^{4n_2}), \quad (34)$$

where  $A$  is given by Eq. (33).

In particular for the  $\Delta(1232) \leftrightarrow N\pi$  - transition we have from (32)

$$f_l(p, q) \leq A / (p^{12} + a^{12}). \quad (35)$$

In the c.m.s. for  $\pi N$  - scattering is  $s$ - channel the HSF momentum  $p = (W, 0, 0, 0)$  and  $p \cdot q = m_\pi^2 - m_N^2, q^2 = 2(m_\pi^2 + m_N^2) - s$ . Then the integral (17) is proportional to

$$J_{m_0 m_3} \sim \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_{-\infty}^{\infty} dp_3 f_l(p, q) |p_0|^{m_0} |p_3|^{m_3} \delta(p_3). \quad (36)$$

The integral (36) vanishes at  $m_3 \neq 0$ . Therefore, we put  $m_3 = 0$ ,  $m_0 = 0, 1, \dots, 2l + m(j)$ . As consequence of the Statement 2 the integrals (36) converge at  $m_0 < m_1$  if the integrals (36) converge at  $m_0 = m_1 \leq 2l + 5$ . Thus, the convergence  $J_{m_1 0}$  in (36) is related to the convergence of the integrals:

$$J_{m_1 0} \sim A \int_0^{\infty} \frac{W^{3l+6} dW}{W^{4n_2} + a^{4n_2}}, \quad (37)$$

as  $|\vec{q}| \rightarrow W/2$  at  $W \rightarrow \infty$ . This integral converges at  $4n_2 \geq 3l + 8$ , i.e.:

$$n_2 \geq \frac{3}{4}l + 2. \quad (38)$$

Let compare the restrictions (27) and (38) for some  $l$ . From (27) next minimal magnitudes of  $n_2$  can be derived  $n_2 = 3, 4, 5, 5, 5$  for  $l = 1, 2, 3, 4, 5$ , respectively. Similar magnitudes derived from (38) are;  $n_2 = 3, 4, 5, 5, 6$  for  $l = 1, 2, 3, 4, 5$ , respectively. We see that the restrictions (27) and (38) give the same minimal magnitudes for  $l = 1, 2, 3, 4$ , i.e., for the  $J = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$ , respectively. For  $l = 5$  the restriction (38) gives bigger magnitude. Thus, the restriction (38) can provide the convergence of the integrals (17) in the kinematics with fixed  $q$  as well as the kinematics of HSF-resonance at the rest. Therefore, the restriction (38) ought to be used in the form factor (21).

Now we consider the contributions of the HSF -resonances  $N^*(J)$  to the  $s$ - channel amplitudes of the  $\pi N$  - scattering in our approach. According to Eqs. (23), (24), (31) of Ref. [14] the product of the  $N^*(J)$  propagator and two physical currents may be written as

$$T(\pi N \rightarrow N^*(J) \rightarrow \pi N) = g_2^2 [f_l(p, q)]^2 (p^2)^{2l} \cdot \varphi^+(q_2) \varphi(q_1) \bar{u}(p_2) \frac{\hat{p} \pm M}{p^2 - M^2 + iM\Gamma} \Pi(p, q', q) u(p_1), \quad (39)$$

where  $g_l$  is the  $\pi NN^*(J)$  coupling constant,  $\Pi(p, q', q)$  is the contracted projection operator. The product  $\bar{u}(p_2) \frac{\hat{p} \pm M}{p^2 - M^2 + iM\Gamma} u(p_1) \varphi^+(q_2) \varphi(q_1)$  approaches to some constant at  $s \rightarrow \infty$ . Accordingly to Eq. (15) of Ref. [14] the contracted projection operator in the rest frame of  $N^*(J)$  is given by

$$\Pi(p, q', q) = \frac{l! 4^l}{(2l+1)!} |\vec{q}_1|^{2l} \left[ P'_{l+1}(z) - \frac{\vec{\sigma} \vec{q}_2 \cdot \vec{\sigma} \vec{q}_1}{|\vec{q}_1|^2} P'_l(z) \right], \quad (40)$$

where  $z = \cos \theta$ , and  $\theta$  is the scattering angle,  $|\vec{q}| = |\vec{q}'| = 2|\vec{q}_1| = 2|\vec{q}_2|$ ;  $P_l(z)$  is the Legendre polynomial. The

contracted projection operator behaves as  $\Pi(p, q', q) \sim |\bar{q}_1|^{2l} = s^l / 4^l$  at  $s \rightarrow \infty$ . Therefore, we obtain  $T(\pi N \rightarrow N^*(J) \rightarrow \pi N) \sim [f_i(p, q)]^2 s^{2l}$ . Using the energy dependences (32) of the function  $f_i(p, q)$  we derive

$$T(\pi N \rightarrow N^*(J) \rightarrow \pi N) \sim \frac{s^{3l}}{s^{4n_2}}, \tag{41}$$

where integer number  $n_2$  obey the restriction (38). Then the energy dependence of the  $N^*(J)$  - contributions to the  $\pi N$  - scattering amplitudes is given by

$$T(\pi N \rightarrow N^*(J) \rightarrow \pi N) \leq \frac{C_1}{s^8}, \tag{42}$$

where  $C_1$  is constant. Thus, in consequence of the theorem on continuity of current derivatives the contributions of  $N^*(J)$  to the  $\pi N$  - scattering amplitudes in  $s$  - channel for arbitrary  $J > \frac{1}{2}$  decrease at least as  $1/s^8$  at  $s \rightarrow \infty$ .

Compare the restrictions (42) with the result of the quark counting rule [29, 30]. According to this rule the amplitude of the elastic pion-nucleon scattering has to behave as  $1/s^8$ . Two distinctions are between the restrictions (42) and the result of the quark counting rule. The quark counting rules correspond to a lot of different contributions and are valid for hard processes (i.e., for great  $s$  and  $|t|, t = (p_1 - p_2)^2$ ). The restrictions (42) correspond to the contribution of one  $N^*(J)$ -resonance and valid for arbitrary scattering angle. Thus the restrictions (42) do not contradict to the results of quark counting rules.

### CONCLUSION

From Ref.[14] we see that the HSF interaction models which contradict to the theorem on currents and fields are not consistent. It is due to the inconsistency of the linear algebraic equation system for the Fourier components of the field spin-tensors. Note that the theorem on currents and fields allows simultaneously to derive the scale dimension of the HSF propagator equal to -1 for any half-integer spin value HJF and to eliminate the ambiguities in the vertex functions of HSF interactions. In addition to this condition of the consistency the continuity of the current components and their partial derivatives in the space-time up to some degree may be considered as the condition of the consistency. Indeed if the current components or their partial derivatives have discontinuities (points or lines) we must indicate a fashion or a direction of an approaching to this discontinuity in the space-time. The model with discontinuities of the current components is inconsistent without such information on the fashion of approaching to these discontinuities.

It is known that amplitudes and cross-sections of reactions are expressed in terms of the interaction current components. As the current components in the space-time are the Fourier-transformations (i.e., the integrals depending on parameters) their discontinuities are related to weak decrease of the current components in the momentum representation at  $|p_\nu| \rightarrow \infty$  (i.e., Fourier-components of currents can be diverging intergrals). But from the experimental data we can see that the cross-sections of the reactions involving the higher spin particles are approximately equal to (or less than) the cross-sections of the reactions involving the particles of the lower spin (0 and 1/2) only at high energies. Thus, we may conclude that the current components and their partial derivatives must be continuous in the space-time, i.e., the theorem on continuity of current derivatives is valid.

The calculations of the contributions of the higher spin nucleon resonances  $N^*(J)$  to the amplitudes of the elastic  $\pi N$ -scattering in the framework of the model for the  $\pi NN^*(J)$  vertex (which obeys the theorem on currents and fields as well as the theorem on continuity of current derivatives) show that these contributions must decrease at least as  $s^{-8}$  at  $s \rightarrow \infty$ . We see that the theorems on continuity of current derivatives guarantee the small contributions of  $N^*(J)$  to the amplitudes of the elastic  $\pi N$  -scattering at high energy, but formally these contributions are non-zero. Such behavior of the  $N^*(J)$ -contributions to amplitudes agrees with the experimental data.

There are two different predictions for the contributions of  $N^*(J)$ -resonances to the partial amplitudes of the  $\pi N$ -scattering at high energies: 1) usual isobar models give the power energy growth; 2) The approach of present paper gives the energy decrease. According to the partial wave analyses of the  $\pi N$ -scattering [27, 28] the partial amplitudes behave approximately as some constants at  $W \approx 2$  GeV. These amplitudes correspond to sums of different contributions, in particular to some  $N^*(J)$ -resonances. Therefore it can be concluded that the contributions of the

resonances  $P_{33}(1232)$  ( $\Delta(1232)$ ), the  $D_{13}(1520)$ , the  $F_{15}(1680)$ , and the  $D_{33}(1700)$  to the corresponding partial amplitudes decrease at high energies in reality. It can be considered as confirmation of the predictions of present model.

The interactions like to  $N^*(J) \rightarrow N\pi\left(J \rightarrow \frac{1}{2} + 0\right)$  are simplest, as they are determined by one partial amplitude. But the transitions with several partial amplitudes exist also (such as  $N^*(J) \rightarrow N\rho, N^*(J) \rightarrow N\omega\left(J \rightarrow \frac{1}{2} + 1\right), N^*(J) \rightarrow Nf^0\left(J \rightarrow \frac{1}{2} + 2\right), N^*(J) \rightarrow \Delta\pi\left(J \rightarrow \frac{3}{2} + 0\right)$  with two higher-spin particles and  $N^*(J) \rightarrow \Delta\rho, N^*(J) \rightarrow \Delta\omega\left(J \rightarrow \frac{3}{2} + 1\right)$  with three higher-spin particles). In these transitions the theorem on currents and fields as well as the theorem on continuity of current derivatives must be valid for each partial amplitude and for each higher spin particle. The validity of the theorem on continuity of current derivatives can be provided by the products of the form factors for each higher spin particles. As example, we can consider the form factors like to (16) for the higher spin bosons and the form factors like to (21) for HSF with own parameters (such as  $a, b, n_1, n_2, n_3$ ). We can expect that the high-energy decrease of the amplitudes for the higher spin particle interactions enlarges with the number of the higher spin particles involved in the transition and the reaction. Possibly this rule explains the experimental fact formulated as: the higher spin resonances are formed but are not produced in the  $\pi N$  - interaction.

In relations with this rule and the restrictions (42) it is of interest to compare them with the dual models [12]. In dual models it is stated that the reaction amplitude at arbitrary energy can be presented as the sums of infinity quantity of resonances or Regge poles. In dual models the presentation of the amplitude by the sum of resonances in intermediate energies and Regge poles at higher energies is considered as wrong. The restrictions similar to (42) show that contributions of the HSF-resonances at higher energies are small but they do not equal zero. From quark models with constituent quarks and Regge pole model the increase of a resonance quantity with energy can be expected. Therefore it can be assumed that in reality the total contribution of all the resonances to amplitude has got non-zero value at higher energies.

Acknowledgments. I thank the Y.V. Kulish and I.A. Anders, O.A. Osmaev, V.I. Khrabustovskij for interesting discussions.

#### REFERENCES

1. Stepanovski Yu.P. On massless fields and infinite component relativistic wave equations // Nucl. Phys. (Proc. Suppl.). - 2001. - Vol. 102, 103. - No. 1. - P. 407-411.
2. Stepanovski Yu.P. On wave equations of massless fields // Theor. Math. Fiz. - 1981. - Vol. 47. - No.3. - P. 343-351.
3. Kirichenko I.A., Stepanovski Yu.P. Physical form factors and covariant parametrization of electromagnetic currents of particles with arbitrary spin // Yad. Fiz. - 1974. - Vol. 26. - No. 3. - P. 554-561.
4. Korchin A.Yu., Scholten O., Timmermans R.G.E. Pion and photon couplings of  $N^*$  resonances from scattering on the proton // Phys. Lett. B. - 1998. - Vol. 438. - No. 1. - P. 1-8.
5. Scholten O., Korchin A.Yu., Pascalutsa V., Van Neek D // Phys. Lett. B. - 1996. - Vol. 384. - No. 1. - P. 13-19.
6. Pascalutsa V., Timmermans R.G.E. Field theory of nucleon to higher spin baryon transitions // Phys. Rev. C. - 1999. - 0462201.
7. Gershun V.D., Tkach V.I. Classic and quantum dynamics of particles with arbitrary spin // Pis'ma v Zh. Eks. i Theor. Fiz. - 1979. - Vol. 29. - No. 5. - P. 320-324.
8. Vasiliev M.A. Gauge theory of higher spins // Usp. Fiz. Nauk. - 2003. - Vol. 158. - No. 2. - P. 293-301.
9. Vasiliev M.A. V.L. Ginzburg and fields of higher spins // Usp. Fiz. Nauk. - 2011. - Vol. 181. - No. 6. - P. 605-612.
10. Particle Data Group. Review of particle physics / Journal of physics G. Nuclear and Particle Physics. - 2008. - Vol. 33. - No. 1. - P. 1-1232.
11. Gasiorowicz S. Elementary particle physics. New York-London-Sydney: - John Wiley, 1967; Moscow: Nauka, 1969. - 744 p. (in russ.)
12. Novozhilov Yu.V. Introduction to theory of elementary particles. - Moscow: Nauka, 1974. - 472 p. (in Russian.)
13. Collins P.D.B., Squires E.J. Regge poles in particle physics. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1968; Moscow: Mir, 1971. - 352 p.
14. Kulish Yu.V., Rybachuk E.V. General properties of higher-spin fermion interaction currents and their test in  $\pi N$ -scattering // Ukr. J. Phys. - 2012. - Vol. 55. - No. 11. - P. 1179-1190.
15. Kulish Yu.V., Rybachuk E.V. Elimination of power divergences in consistent model for spinless and high-spin particle interaction // Problems of atomic science and technology. - 2007. - No. 3(2). - P. 137-141.
16. Kulish Yu.V., Rybachuk E.V. Properties of high-spin boson interaction currents and elimination of power divergences // Problems of atomic science and technology. - 2001. - No. 6 (1). - P. 84-87.
17. Kulish Yu.V., Rybachuk O.V. Properties of interaction currents of massive higher spin bosons // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". - 2003. - No.585. - Vyp. 1/21/. - P. 49-55.
18. Kulish Yu.V., Rybachuk O.V. Properties of interaction currents of higher spin fermions // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". - 2004. - No.619. - Vyp. 1/23/. - P. 49-57.

19. Kulish Yu.V. Model of hadron interactions without power divergences and polarization phenomena // *Yad. Fiz.* – 1989. – Vol. 50. – Vyp. 6. - P. 1697 – 1704.
20. Kulish Yu.V. Polarization Investigations and Verification of the High-Spin Hadron Model Without Power Divergences // *Proceedings of the 9 th Int. Symp. “High Energy Spin Physics” Held at Bonn. FRG. 6-15 September 1990.* – Berlin, Heidelberg, New York. Springer-Verlag. – 1991. - Vol. 1. – P. 600-603.
21. Rybachuk E.V. Consistent model for interaction of higher spin bosons with two spinless particles. I. Tensor structure of currents // *The Journal of Kharkiv National University, physical series “Nuclei, Particles, Fields”.* – 2006. – No.744. – Vyp. 3/31/. - P. 75-82.
22. Rybachuk E.V. Consistent model for interaction of higher spin bosons with two spinless particles. II Asymptotics of currents // *The Journal of Kharkiv National University, physical series “Nuclei, Particles, Fields”.* - 2006. – No.746. – Vyp. 4/32/. - P. 65 -74.
23. Scadron M.D. Covariant propagators and vertex functions for any spin // *Phys. Rev.* – 1968. – Vol. 165. – No.5. – P.1640 – 1647.
24. De Alfaro V., Fubini S., Furlan G., Rossetti C. *Currents in hadron physics* (North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, London; American Elsevier Publ. Comp. Inc., New York, 1973); Mir: Moscow, 1976. – 670 p. (in Russian)
25. Courant R. *Partial differential equations.* - New York, London, 1962: Russ. trans. - Mir: Moscow, 1964. - 830 p. (in Russian)
26. Fikhtengoltz M.G. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya, vol.3.* – Moscow: Nauka, 1966. – 656 p. (in Russian.)
27. Arndt R.A., Ford J.V., Roper L.D. Pion-nucleon partial wave analysis to 1100 MeV // *Phys. Rev. D.*-1985.-Vol. 32.-No. 5.- P. 1085-1103.
28. Arndt R.A., Zhujun Li, Roper L.D. et.al. Pion-nucleon partial wave analysis to 2 GeV // *Phys. Rev. D.*-1991.-Vol. 43. - No. 7. - P. 2131-2139.
29. Matveev V.A., Muradian R.M., Tavkhelidze A.N. Automodelizm in the large-angle elastic scattering and the structure of hadrons // *Lett. Nuovo Cim.* - 1973. – Vol.7. - No.15. - P. 719-723.
30. Brodsky S.J., Ferrar G.R. Scaling laws for large-momentum-transfer processes // *Phys. Rev. D.* - 1975. - Vol.1. - No. 5. - P. 1309-1330.

PACS: 28.41.Ak, 28.41.Kw, 28.41.Qb, 28.41.Te

## DETERMINATION OF EXTERNAL IRRADIATION FROM SOURCES WITH COMPLEX GEOMETRY CONTAINING RADIOACTIVE WASTE

**Y.V. Rudychev<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> *National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"  
Akademicheskaya str.1, 61108, Kharkov, Ukraine*

<sup>2</sup> *V.N. Karazin Kharkiv National University,  
Svodody Sq.4, 61022, Kharkov, Ukraine*

e-mail: [erudychev@gmail.com](mailto:erudychev@gmail.com), [rudychev@kipt.kharkov.ua](mailto:rudychev@kipt.kharkov.ua)

Received February 2, 2016

A combined technique using both Monte-Carlo and quasi-analytic method has been developed for calculation of irradiation from complex objects containing radioactive waste. Monte Carlo method is used to calculate spectral, angular and spatial distributions of  $\gamma$ -quanta close to one of the surfaces of the concrete cask loaded with containers filled with radioactive waste (RW). Radiation characteristics at the prescribed distance are determined by integrating the point sources with calculated distributions over this surface. Summation of photons of external radiation from individual RW isotopes allows finding the photon flux for any storage time. Application of the technique allows to calculate asymmetric loading of casks with containers filled with RW of different activity and to optimize the arrangement of the casks in the RW storage area. This allows reducing the effect of radiation-absorbed dose on the service personnel and on the areas surrounding RW storage.

**KEY WORDS:** radiation shielding; radioactive waste; radionuclide; dose rate; Monte Carlo method

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНЕШНЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ИСТОЧНИКОВ СО СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ СОДЕРЖАЩИХ РАДИОАКТИВНЫЕ ОТХОДЫ

**Е.В. Рудычев<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> *Национальный Научный Центр «Харьковский Физико-технический институт»  
ул. Академическая 1, 61108, Харьков, Украина.*

<sup>2</sup> *Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина  
площадь Свободы 4, 61022, Харьков, Украина*

Разработана комбинированная методика, использующая метод Монте-Карло и квазианалитический метод для расчета излучения от сложных объектов содержащих радиоактивные отходы (РАО). Методом Монте-Карло, рассчитываются спектральные, угловые и пространственные распределения  $\gamma$  – квантов вблизи одной из поверхностей бетонного контейнера, котором размещены бочки с РАО. Интегрированием по этой поверхности точечных источников с рассчитанными распределениями определяется характеристики излучения на заданном расстоянии. Суммирование фотонов внешнего излучения от отдельных изотопов РАО позволяет определить поток фотонов на любой момент времени. Применение методики дает возможность рассчитать несимметричную загрузку контейнеров бочками с РАО разной активности и оптимизировать размещение контейнеров в зоне хранения РАО. Это позволяет уменьшить дозовые нагрузки на обслуживающий персонал и окружающей хранилище территории.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** радиационная защита; радиоактивные отходы; радионуклиды; мощность дозы; метод Монте-Карло

## ВИЗНАЧЕННЯ ЗОВНІШНЬОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ВІД ДЖЕРЕЛ ІЗ СКЛАДНОЮ ГЕОМЕТРІЄЮ, ЯКІ МІСТЯТЬ РАДІОАКТИВНІ ВІДХОДИ

**Є.В. Рудичев<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> *Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»  
61108, вул. Академічна, 1, 61108, Харків, Україна.*

<sup>2</sup> *Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
площа Свободи 4, 61022, Харків, Україна*

Розроблена комбінована методика, що використовує метод Монте-Карло і квазіаналітичний метод для розрахунку випромінювання від складних об'єктів, які містять радіоактивні відходи (РАВ). Методом Монте-Карло розраховуються спектральні, кутові і просторові розподіли  $\gamma$ -квантів поблизу однієї з поверхонь бетонного контейнера в якому розміщені бочки з РАВ. Характеристики випромінювання на заданій відстані визначаються інтегруванням по цій поверхні точкових джерел з розрахованими розподілами. Підсумовування фотонів зовнішнього випромінювання від окремих ізотопів РАВ дозволяє визначити потік фотонів на будь-який момент часу. Застосування методики дає можливість розрахувати несиметричне завантаження контейнерів бочками з РАВ різної активності й оптимізувати розміщення контейнерів в зоні зберігання РАВ. Це дозволяє зменшити дозові навантаження на обслуговуючий персонал, а також територію, що оточує сховище.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** радіаційний захист; радіоактивні відходи; радіонукліди; потужність дози; метод Монте-Карло

In the process of the reactor units operation at all nuclear power plants (NPP) in Ukraine there exists a problem with storage of radioactive waste (RW). While operating normally the nuclear power plants produce significant amount of radioactive waste (gaseous, liquid and solid). The gaseous waste is filtered by various filters, including liquid ones.

As a result both liquid and solid RW is produced. To reduce the amount of this RW at NPPs it is preliminarily processed. The liquid radioactive waste (LRW) as “distillation residue” is evaporated resulting in a variety of solid waste – «salt melt». The solid radioactive waste (SRW) is burned and pressed. Despite the RW compaction the storage facilities for all types of RW are almost full up. At Zaporozhye, Rovno and Khmelnytsky NPP melt salt storages are filled to 85-95%, SRW storages are filled to about the same value.

To solve this problem in the world practice there is a safe and cost-effective method of conditioned RW temporary storage (up to 50 years) at the areas of nuclear power plants. Cylindrical containers up to 200 litres filled with radioactive waste are placed in reinforced concrete rectangular casks, which are arranged in the open air or in the light-duty hangars. Outside the safeguard zone of the storage the dose rate (DR) should not exceed the permissible limits of radiation safety standards for the NPP personnel working at the premises adjacent to the storage area. In a number of papers some methods to reduce the dose rate from radiation sources located on the perimeter of the storage areas have been proposed [1,2,3].

The aim of the present work is developing an effective calculation technique for external radiation from reinforced concrete rectangular casks loaded with containers filled with RW of different activity and isotope composition. Due to arrangement of the sources with different dose rate along on the storage area perimeter such techniques would allow reducing the effect of radiation-absorbed dose on the NPP personnel.

### INITIAL DATA AND METHODS OF DOSE RATE CALCULATIONS

From the data given in [1,3,4] and from the analysis of the isotope composition of RW produced by Ukrainian NPPs it follows that the main contribution to the  $\gamma$ - quanta radiation is made by 3 isotopes whose half-life is over 2 years:  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{134}\text{Cs}$  and  $^{137}\text{Cs}$ , and with shorter half-life ( $T_{1/2} < 1$  year):  $^{54}\text{Mn}$  and  $^{110\text{m}}\text{Ag}$ . The averaged content of these isotopes for different types of RW is presented in Table. From these data it follows that at increase of the storage time the RW isotope composition changes considerably due to decrease of the content of isotopes with short half-life.

Table.

Nuclide content in the salt melt, pressed SRW, and ash produced after burning of SRW and radioactive oil

# #	Isotope	Average energy of $\gamma$ - quanta, MeV	$T_{1/2}$ Year	Content of isotopes $\chi_j$ , %		
				Ash	SRW	Salt melt
1	$^{54}\text{Mn}$	0.83	0.858	24	4.0	
2	$^{60}\text{Co}$	1.25	5.27	59	21.1	20
3	$^{110\text{m}}\text{Ag}$	0.86	0.685		25.2	
4	$^{134}\text{Cs}$	0.70	2.06	12	13.1	15
5	$^{137}\text{Cs}$	0.66	30	5	36.6	65

Pressed SRW are produced from waste with density of  $\approx 1$  g/cm<sup>3</sup> in the form of construction debris (~ 70% of concrete and ~ 30% of iron). After pressing SRW its density reaches 4 g/cm<sup>3</sup>, the density of compressed ash is 2.2 g/cm<sup>3</sup>, and the density of the salt melt is in the range of 1.7 – 2.1 g/cm<sup>3</sup>. The elemental composition of the salt melt and ash is similar to that of the concrete.

At the site of Zaporozhye NPP it is planned to construct light-duty hangar storage (without biological shielding) where reinforced concrete rectangular casks will be arranged in four tiers. The air-conditioned RW in containers of 200 litres are placed in rectangular casks (4 containers in each) with overall dimensions of 1.65 m  $\times$  1.65 m  $\times$  1.375 m and wall thickness of 0.15 m [1,8]. The greatest contribution to the dose rate on the storage perimeter is evidently made by the radiation sources arranged along the borders of storage facilities or storage areas. Hence, loading the cask with containers filled with RW of different activity and spectral composition of radiation, as well as the casks arrangement in the RW storage facility determine the DR along the perimeter of the safeguard zone.

External radiation of the cask is determined by change in the spectral composition of isotopes  $\gamma$ -quanta contained in RW when it is absorbed and attenuated both in the containers with RW and in the casks walls. Passage, absorption and scattering of photons depend on the geometry of the entire object as well as on the elemental composition both of RW and the shielding walls of the cask. Only Monte Carlo simulation of geometric characteristics and elemental composition of such objects allows determining correctly the external radiation characteristics. When calculating shields in nuclear engineering the method of volume integration of radiation sources, implemented in MicroShield [5] and VOLUME [6] packages is often applied. However, applying these packages in calculation of sufficiently thick biological shields (in our case the casks walls) results in a fairly large error.

For calculation of the external radiation characteristics the widely applied in nuclear engineering MCNP package based on Monte-Carlo method [7] is used. In this package a geometrical model of the protective reinforced-concrete cask with four cylindrical sources, was developed (Fig.1).

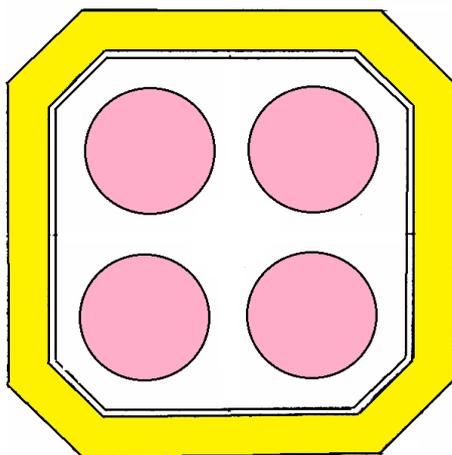


Fig.1. Model of the cask with RW

MCNP package allows calculating radiation characteristics (spectral composition, angular distributions, dose rate, etc.) at any distance and with any elemental and isotope composition of radioactive waste in the containers loaded into casks. A disadvantage of such method (as well as of the Monte-Carlo-based packages as a whole) is a long computation time, especially for the objects with rather complex geometry. As a rule, this fact does not allow optimizing considered processes. In our case possible loading of containers with RW of different isotope composition is an additional problem.

In the paper a combined technique using both Monte-Carlo and quasi-analytic methods in Serf\_MC package is applied:

1. Monte-Carlo method was used to calculate spectral and angular distributions, as well as gamma flux density close to one surface of the cask loaded with containers filled with radioactive waste.
2. Further these distributions are used for calculation of  $\gamma$ -quanta transport at any distance by integrating the point sources over the cask surface.

It is assumed that each element of the source surface  $dS = dx dy$  emits  $\gamma$ -quanta with spectral  $I_E(E)$  and angular  $I_{AN}(\varphi)$  distribution, and density  $n_\gamma(x,y)$  depending on  $(x,y)$  co-ordinates of  $dS$  element, where  $E$  is energy,  $\varphi$  is the angle of gamma quanta emission relative to the normal to the surface. Gamma flux with energy  $E_i$  in point P with co-ordinates X, Y, (Fig.2) is determined by the following equation:

$$N_i(z, X, Y, E_i) = I_E(E_i) \cdot \int_0^{Hy} \int_0^{Hx} \frac{n_\gamma(x, y) \cdot I_{AN}(\varphi) B(\mu(E_i) \cdot R) e^{-\mu(E_i) \cdot R}}{R^2} dx dy, \quad (1)$$

where  $Hx$  and  $Hy$  are width and height of a lateral surface of the cask,  $\varphi = \arccos(z/R)$  is the angle of gamma quantum emission to point P relative to the normal to the plane,  $R = \sqrt{(x-X)^2 + (y-Y)^2 + z^2}$ ,  $B$ ,  $\mu$  are the build-up factor and the linear coefficient of  $\gamma$ -quanta absorption in the air, correspondingly.

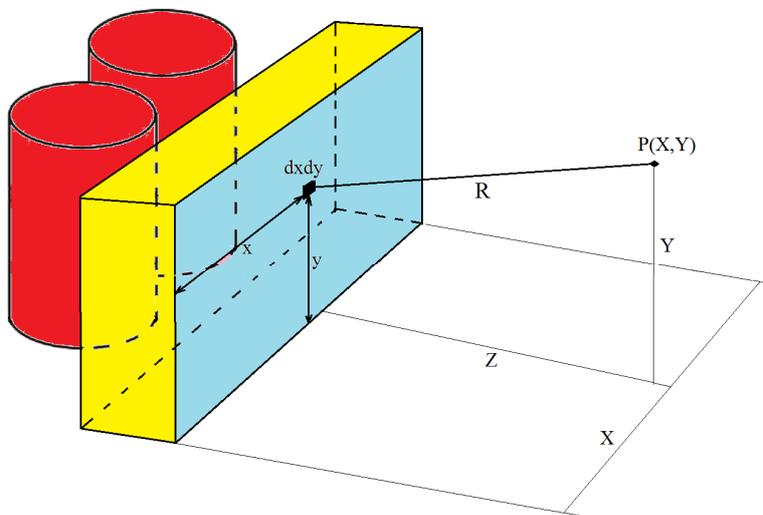


Fig.2. Calculation pattern of radiation from a lateral surface of the cask

It is known that at passage of  $\gamma$ -quanta with energy  $E_l$  through objects they are absorbed and re-scattered into photons with lower energy. These processes cause decrease of the amount of  $\gamma$ -quanta with energy  $E_l$  (at large thickness of the objects  $\gamma$ -quanta with the initial energy may not leave the object) and generation of a large number of low-energy photons ( $E < E_l$ ). It is obvious, that change in the RW isotope composition causes change in the radiation characteristics. The following isotopes:  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{134}\text{Cs}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{54}\text{Mn}$  and  $^{110\text{m}}\text{Ag}$  make the main contribution to the radiation from RW. For the main types of concentrated RW (salt melt, pressed ash and SRW) the characteristics of radiation generated by these isotopes outside the cask are calculated.

In that case spectral composition of the external radiation  $I_E(E)$  is determined by combined distribution of photons by energy produced by all the isotopes in the radioactive waste. For the salt melt (see Table 1) the spectral composition is determined by the following equation:

$$I_E(E) = I_{\text{Co}60}(E) + I_{\text{Cs}134}(E) + I_{\text{Cs}137}(E). \quad (2)$$

### RESULTS OF CALCULATION

Fig.3 represents  $\gamma$ -quanta yields on the surface of the cask filled with salt melt calculated in package MCNP, a number of photons per 1 Bk activity of  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{134}\text{Cs}$  and  $^{137}\text{Cs}$  isotopes.

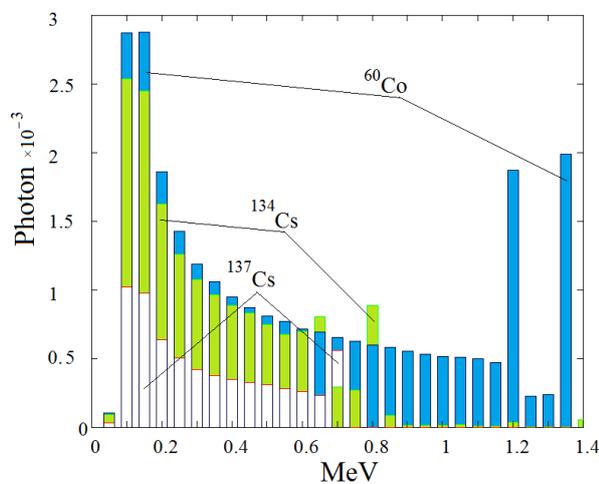


Fig.3.  $\gamma$ -quanta yields on the cask surface per 1 Bk activity of  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{134}\text{Cs}$  and  $^{137}\text{Cs}$  isotopes

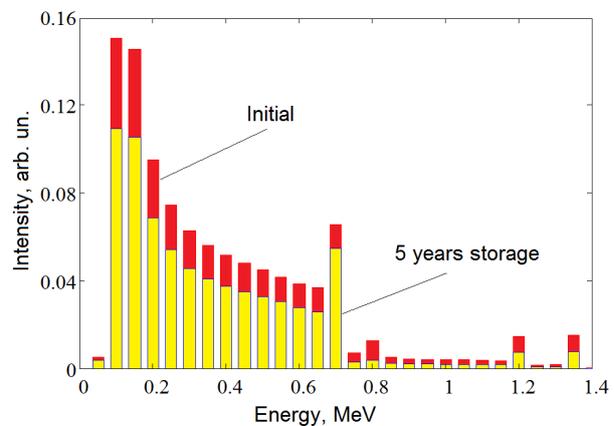


Fig.4.  $\gamma$ -quanta spectra produced by salt melt on the cask surface

The proposed method of summation by individual isotopes allows obtaining radiation spectral distribution by energy for any isotope composition for any storage time. Fig.4 shows spectral distributions caused by salt melt with initial isotopic composition of  $^{60}\text{Co}$  – 15%,  $^{134}\text{Cs}$  – 20%,  $^{137}\text{Cs}$  – 65%, and after 5 year of their storage.

The data represented in Fig.3 show that  $\gamma$ -quanta spectral composition on the container surface differs considerably for each isotope. The calculations showed that as opposite to the energy spectra the external radiation angular distributions for different isotopes differ slightly. For example, when the cask is filled with salt melt  $\gamma$ -quanta angular distribution for all given isotopes is described with high accuracy by the model function:

$$I_{AN}(\varphi) \approx \cos^{Pa}(\varphi), \quad (3)$$

where  $Pa = 4.75$ . The uncertainty of the calculated data description by the model function is of a few percent within the angle range of  $0 - 60^\circ$ , with more than 99% of photons emitted by RW.

The dose rate values depending on the distance from the cask surface for different isotopes were obtained by equation (2) applying the Monte Carlo-calculated characteristics of radiation on the cask surface. To compare the results obtained when applying the combined method, the dose rate variations from the distance were calculated by Monte Carlo method (Fig.5).

In the calculations of photons flux in the air at distances of tens of meters from the source, direct registration of particles in the point is ineffective, and it is difficult to obtain statistically reliable results in a reasonable time. Therefore, special detection methods are applied. The "point detector" method is one of them [7]. When using the MCNP package the "point detector" method lies in the following: detection of particles is determined by the sphere, which leans on a cone with solid angle  $d\Omega_p$ , and whose radius is shrinking to zero. In this case the particles flux will be registered, if a particle scatters inside  $d\Omega_p$  corner. A particle is not scattering when it is moving inside  $d\Omega_p$  angle to the direction of sphere. This resulted in statistical uncertainty of the calculations in the range of  $0.5 \div 2\%$ .

Comparison of the obtained results shows that when using Serf\_MC method the dose rate is overestimated as compared to the results obtained with Monte Carlo method. This is due to the fact that Serf\_MC method is based on the "ray approximation" method where the scattering photons are not included. It is advisable to use Serf\_MC method, since the calculations made for given task by this method are conservative, i.e. the dose rate overestimation is relatively

small (from 20 to 70%). For comparison, calculation of similar dependences by the method of "volumetric integration of point sources" gives an overestimation of 150 - 600%. Fig.6 represents spatial distribution of dose rate produced by a lateral surface of the cask filled with salt melt.

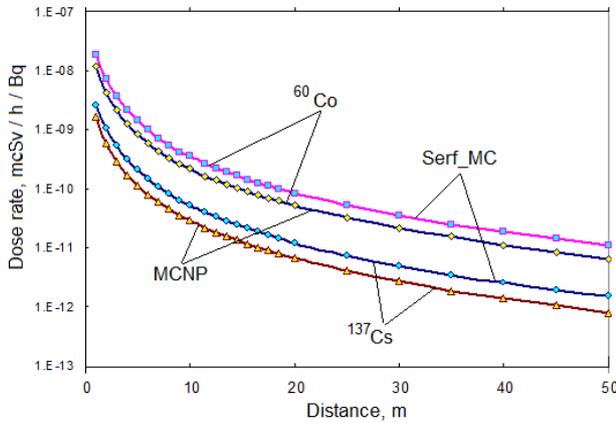


Fig.5. Dose rates produced by <sup>60</sup>Co and <sup>137</sup>Cs at different distances from the surface of the cask filled with salt melt

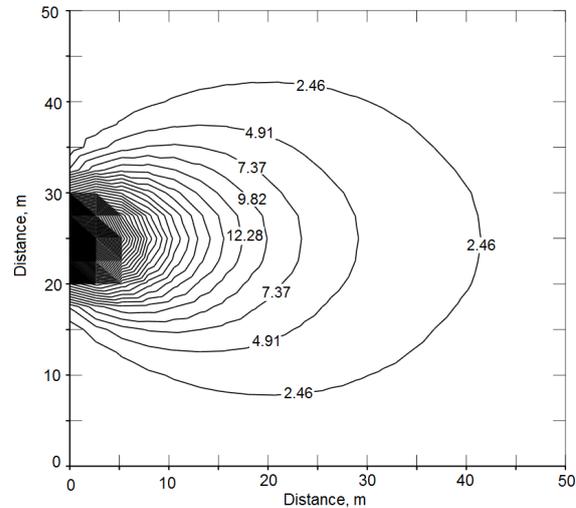


Fig.6. Isolines of dose rates produced by the surface of the cask filled with salt melt, (in arbitrary units)

The developed technique allows effective calculation of the dose rate distribution from the container filled with RW of different isotope composition and storage time, at any spatial point on the lateral side of the cask.

**ASYMMETRIC CASKS LOADING**

To minimize radiation from one of the cask sides in [8] the containers with radioactive waste were shifted to the cask walls and the space between the containers was filled, for example, with sand, Fig7. But such an arrangement for many reasons would complicate the technological process of radioactive waste handling.

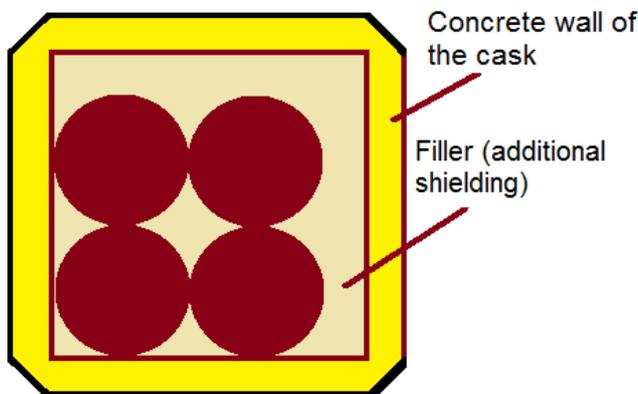


Fig.7. Cask loaded with shifted containers and filled by sand as additional biological shielding

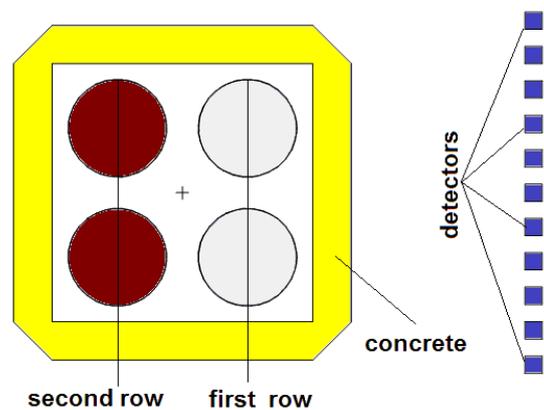


Fig.8. Cask loaded with containers filled with RW of different activity (low-active RW serving as biological shield)

Radioactive wastes stored at the Ukrainian NPPs are of rather different activity. Salt melt and pressed ash from the burned SRW and oil at the newly build radioactive waste reprocessing complex (RWRC) at Zaporozhye NPP are most active. As long as some RW are stored for 3,5 or more years, it is possible to load the casks with containers filled with RW of different activity so, that the containers with low-active RW from the 1st row serve as a shield for more active RW from the 2nd row, Fig.8 [3]

We have studied shielding properties of containers from the 1st row for different types of RW. When loading RW in the form of salt melt and pressed ash (RW density ~ 2 g/cm<sup>3</sup>), the contribution of the 2nd row to the external radiation for <sup>60</sup>Co is about 10%, and for <sup>137</sup>Cs is about 6%. When the 1st row is loaded with pressed RW whose density runs up to ~ 4 g/cm<sup>3</sup>, the contribution of the 2nd row is smaller. Fig.9 shows the dose rate distribution inside and around the cask for the containers with melt salt of different activity (the calculations performed with MCNP package).

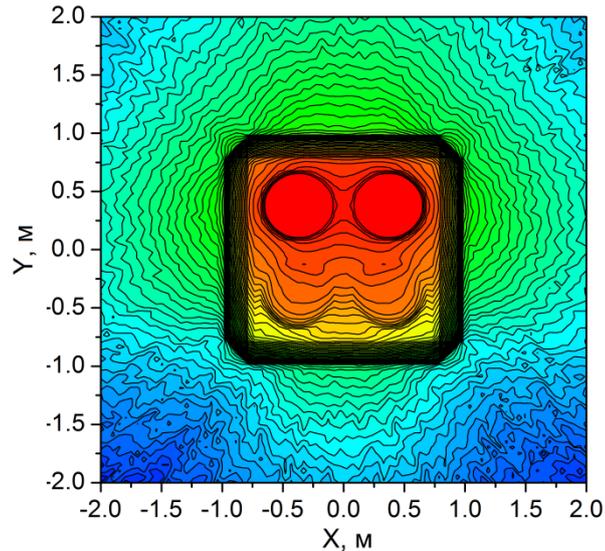


Fig.9. Dose rate distribution inside and around the cask for containers with melt salt of different activity

### CONCLUSION

To calculate characteristics of radiation from complex objects containing radioactive waste a combined method using both Monte Carlo and quasi-analytic methods is proposed.

It is shown that summation of external radiation photons from all the isotopes in considered RW allows obtaining radiation characteristics (spectra, dose rate, etc.) for any isotope composition at any storage time.

It is shown that asymmetrical loading of casks with containers filled with RW of different activity allows reducing considerably the dose rate at one of the container sides.

The proposed techniques would allow reducing the effect of radiation-absorbed dose on the service personnel handling with radioactive waste as well as on the environment in the process of RW storage.

### REFERENCES

1. Sorokin V.T, Demin A.V., Kascheyev V.V. and etc. Containers for radioactive waste Low and medium activity level // Nuclear and Radiation Safety. – 2013. – No 2(68). – P. 1-8. (in Russian).
2. Rudychev V.G., Azarenkov N.A., Girka I.A., Rudychev Y.V. Irradiation Dose Minimization by Optimizing the Arrangement of Radiation Sources of Different Intensity // Atomic Energy. – February 2016. – Vol.119. – Issue 4. – P. 285-290.
3. Rudychev V.G., Girka I.O., Rudychev Y.V., Kaplij A.A., Shchus O.P., Sokoltsova T.O. Change of radioactive waste characteristics at their processing and storage at nuclear power plants // Problems of atomic science and technology. – 2015. – No 3(97). Series: Nuclear Physics Investigations (64). – P. 83-88.
4. Azarenkov N.A., Rudychev V.G., Pismenetskiy S.A., Rudychev Y.V., Badzym P.S., Shapar S.I., Vystavna O.V. Solid and liquid waste processing and reducing of personnel doses // The Journal of Kharkov National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". – 2012. – Vol. 1017. – Issue 3(55). – P. 118-153. (in Russian).
5. <http://radiationsoftware.com/microshield/>
6. Pismenetskiy A., Rudychev V.G., Rudychev Y.V., Tutunik O.K. Analysis of external gamma-ray from a cylinder tank filled with radioactive wastes // The Journal of Kharkov National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". – 2008. – Vol.808. – Issue 2(38). – P. 53-60. (in Russian).
7. MCNP X-5 Monte Carlo Team. MCNP – A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version 5. Volume I: Overview and Theory // LA-UR-03-1987, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, N.M., 2003.
8. Rosnovsky S.V., Buns S.K. Methodology conditioning of radioactive waste solidification using the NZK casks with the storage containers in the light storage hangar type. Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Scientific and Technical Conference "Safety Assurance of NPP with WWER", 28 – 31 May 2013 Podolsk. (in Russian).

PACS: 05.70. Ln; 61.72.jd. 61.72 Qq, 62.20.fg, 81.30.30.Kf

**THE DUALISM OF THE VACANCIES NATURE IN NONEQUILIBRIUM SYSTEMS****I.N. Laptev<sup>1</sup>, O.O. Parkhomenko<sup>1,2</sup>, V.I. Tkachenko<sup>1,2</sup>**<sup>1</sup>*National Scientific Center “Kharkiv Institute of Physics and Technology”**1, Akademicheskaya St., Kharkov, 61108, Ukraine*<sup>2</sup>*V.N. Karazin Kharkov National University**4 Svobody Sq., Kharkov, 61022, Ukraine**e-mail: [parkhomenko@kipt.kharkov.ua](mailto:parkhomenko@kipt.kharkov.ua)**Received December 14, 2015*

Based on the method of phase diagrams martensitic transformations, the analysis of conditions of occurrence of martensitic transformations (MP) at different temperatures with the participation of vacancies in pure iron. Built versus temperature MT values of the normal stress of the MP and the concentration of vacancies in a wide range of temperatures (up to 900°C). Sharp the fracture shows the change of mechanisms of accumulation of vacancies in iron, required for MP: how do point defects at temperatures below 547°C, and as the strains of the lattice in the form of free volume at higher temperatures (dualism). At the atomic level the mechanism of occurrence of vacancies during reverse martensitic transformation. The quantum-mechanical interpretation of the non-equilibrium martensitic transformations associated with localization (vacancy-point defect) – delocalization (as the longitudinal waves of elastic deformation).

**KEY WORDS:** non-equilibrium systems, martensitic transformation, stress state, vacancies, iron, quantum-mechanical interpretation

**ДУАЛІЗМ ПРИРОДИ ВАКАНСІЙ В НЕРАВНОВЕСНИХ СИСТЕМАХ****І.Н. Лаптев<sup>1</sup>, О.О. Пархоменко<sup>1,2</sup>, В.І. Ткаченко<sup>1,2</sup>**<sup>1</sup>*Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»**ул. Академічеська 1, г. Харків 61108, Україна*<sup>2</sup>*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна**пл. Свободи 4, г. Харків, 61022, Україна*

На основе метода фазовых диаграмм мартенситных превращений, проведен анализ условий протекания мартенситных превращений (МП) при различных температурах с участием вакансий в чистом железе. Строились зависимости температуры МП от величины нормальных напряжений МП и концентрации вакансий, в широком интервале температур (вплоть до 900°C). Резкий излом зависимости свидетельствует о смене механизмов накопления вакансий в железе, необходимых для МП: как точечных дефектов при температуре ниже 547°C, и как растяжений решетки в виде свободного объема при более высоких температурах (дуализм). На атомном уровне показан механизм возникновения вакансий при обратном мартенситном превращении. Предложена квантово-механическая интерпретация неравновесных мартенситных превращений, связанная с процессами локализации (вакансия-точечный дефект) – делокализации (продольная волна упругих деформаций).

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** неравновесные системы, мартенситные превращения, напряженное состояние, вакансии, чистое железо, квантово-механическая интерпретация

**ДУАЛІЗМ ПРИРОДИ ВАКАНСІЙ У НЕРІВНОВАЖНИХ СИСТЕМАХ****І.Н. Лаптев<sup>1</sup>, О.О. Пархоменко<sup>1,2</sup>, В.І. Ткаченко<sup>1,2</sup>**<sup>1</sup>*Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»**вул. Академічна 1, м. Харків 61108, Україна*<sup>2</sup>*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна**пл. Свободи 4, м. Харків, 61022, Україна*

На основі розвинутого раніше методу фазових діаграм мартенситних перетворень, проведено аналіз умов протікання мартенситних перетворень (МП) при різних температурах за участю вакансій у чистому залізі. Будувались залежності температури МП від значень нормальних напружень мартенситних перетворень та концентрації вакансій, у широкому інтервалі температур (до 900°C). Різкий перегин цієї залежності свідчить про зміну механізмів накопичення вакансій у залізі, які необхідні для МП: як точкових дефектів при температурах нижче 547°C, та як розтягнень кристалічної ґратки у вигляді вільного об'єму за більш високих температур (дуалізм). На атомному рівні показано механізм виникнення вакансій при зворотному мартенситному перетворенні. Запропоновано квантово-механічну інтерпретацію нерівноважних мартенситних перетворень, яка базується на процесах локалізації (вакансія-точковий дефект) – делокалізації (подовжна хвиля пружних деформацій).

**КЛЮЧЕВІ СЛОВА:** нерівноважні системи, мартенситні перетворення, напружений стан, вакансії, чисте залізо, квантово-механічна інтерпретація

В 1955 году А.В. Степанов высказал идею о том, что любое, даже хрупкое разрушение связано с дислокационными механизмами. В свою очередь, хорошо известны и диффузионные механизмы разрушения, например, за счет зернограничной пористости. Поэтому, принципиально важным является вопрос – могут ли реализовываться бездислокационные и бездиффузионные механизмы зарождения трещин и разрушения?

Недавно был предложен такой механизм, связанный с реализацией чисто упругих деформаций и основным видом фазовых превращений в сплавах железа – мартенситными превращениями [1]. В этом случае атомы упруго смещаются в определенных кристаллографических направлениях лишь на небольшую долю межатомных расстояний, и ни о какой пластике или диффузии речь идти не может. В этой работе было высказано предположение, что релаксация упругих напряжений в облучаемых сплавах на основе железа возможна в результате мартенситных превращений (МП), в которых объемные несоответствия образующихся фаз компенсируются выделением или поглощением вакансий. Впервые роль вакансий в МП была показана в работе [2].

Следует отметить, что, несмотря на длительную историю изучения свойств вакансий в твердом теле, она содержит множество противоречивых фактов, что связано с трудностью их непосредственного наблюдения. Так, если равновесная концентрация вакансий даже при предплавленных температурах достигает величин всего лишь порядка 0,1%, то неравновесная концентрация вакансий в реальных системах, учитывая экспоненциальную зависимость концентрации вакансий от напряжений, может быть намного выше [3].

### МЕТОД ФАЗОВЫХ ДИАГРАММ МАРТЕНСИТНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

В работе [1] предложен новый подход к описанию и исследованию условий образования мартенсита в железе и сплавах на его основе под влиянием температур, давлений и легирования, в том числе и вакансиями, которые могут быть внесены закалкой, деформацией или облучением. Этот подход был назван методом фазовых диаграмм мартенситных превращений (ФДМП).

В основу кристаллографии мартенситных превращений была положена схема Бейна (рис.1а). Исходя из принципа наименьшего объема фазового несоответствия, мы остановились на следующих способах деформации: в сфере (рис.1б, инварианта – расстояние  $D$  между атомами в направлении  $\langle 112 \rangle$ ), и между параллельными плоскостями (рис.1с, инварианта –  $h$  между плоскостями  $(110)$ ). Для каждой из конфигураций изменение относительного объема при превращении ( $\Delta V/V$ ) может быть вычислено как функция угла  $\varphi$ , который составляет направление  $\langle 001 \rangle$  элементарной объемно центрированной ячейки (в феррите, и аустените) с предполагаемой кристаллографической плоскостью сдвига. Этот угол в любой из конфигураций изменяется в пределах от  $35^{\circ}15'$  до  $45^{\circ}$ .

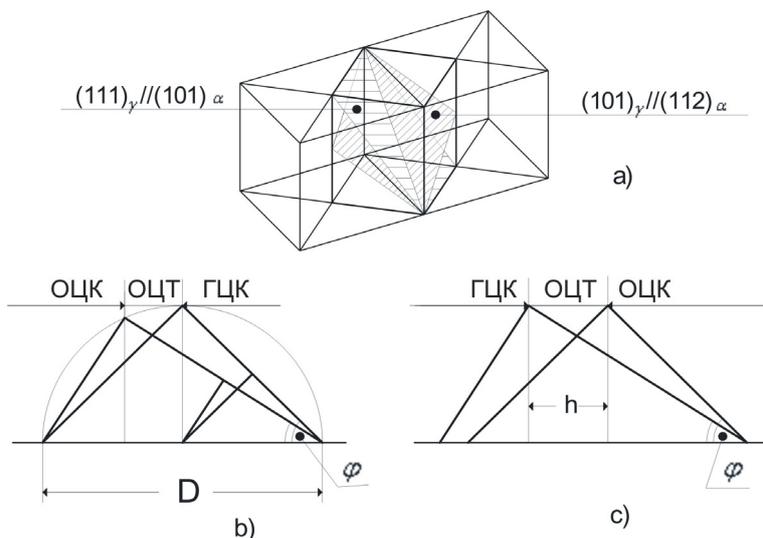


Рис. 1. Схемы деформирования кристаллических решеток в процессах фазовых ГЦК-ОЦК превращений: а) объем Бейна; б) деформация в сфере при сдвиге вдоль плоскости образования мартенсита  $(101)_{\gamma} // (112)_{\alpha}$ ; с) при сдвиге между параллельными плоскостями  $(111)_{\gamma} // (101)_{\alpha}$

Исследования геометрии полиморфных ГЦК $\rightleftharpoons$ ОЦК фазовых превращений позволили построить температурно-силовое поле и в нем диаграмму МП переходов в монокристаллах простейшей системы «железо-вакансии» (рис.2).

Диаграмма имеет вид петли гистерезиса, размещается в поле между изотермами  $50$  и  $912^{\circ}\text{C}$  в области давлений от  $0$  до  $12,5$  ГПа и является линией ГЦК $\rightleftharpoons$ ОЦК фазовых превращений в монокристаллах чистого железа, проходящих через непрерывный спектр ОЦТ состояний под действием упругих напряжений и (или) температур. Если вектор действующих упругих напряжений ( $\sigma_{\min}$ ) или любая из его составляющих ( $\sigma_n$  или  $\sigma_r$ ) по величине оказываются равными расстоянию между ветвями петли, превращение осуществляется скачком с одной ветви петли на другую. Это и есть процесс образования мартенсита. Направление и величина силового вектора однозначно связаны с основными параметрами  $P$ ,  $T$  и  $V$ , определяющими термодинамику процесса мартенситного превращения.

Петля гистерезиса фазовых ОЦК↔ГЦК превращений и принципы ее построения позволяют однозначно классифицировать любой вид мартенсита, как фазовое превращение под напряжением.

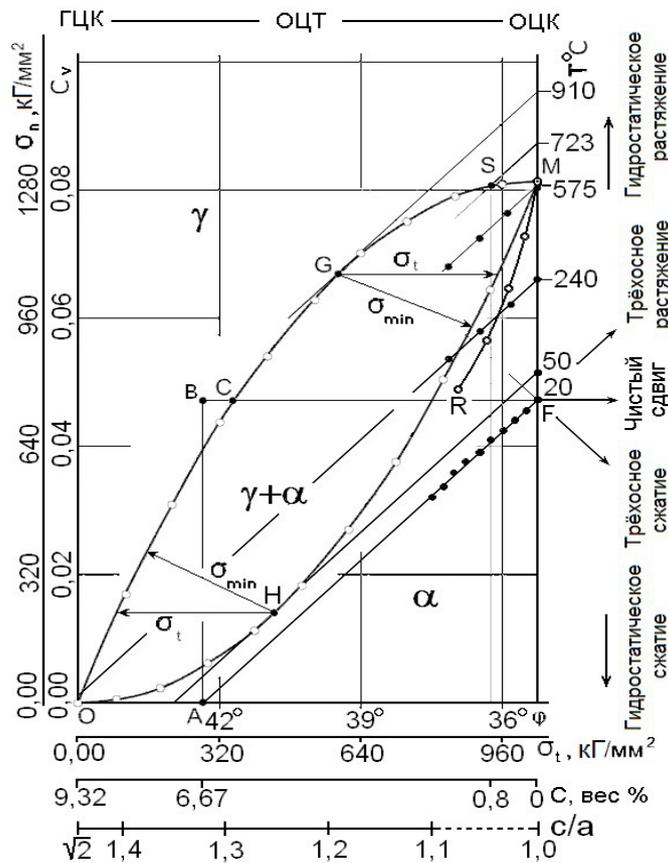


Рис.2. Диаграмма мартенситных фазовых  $\gamma \rightleftharpoons \alpha$  превращений в монокристаллах железа в полях упругих напряжений. Пояснения в тексте.

Эти напряжения должны быть упругими, поскольку процесс образования мартенсита не только бездиффузионный, но и бездислокационный. Следовательно, тензор действующих напряжений должен быть всесторонним сжимающим или растягивающим, либо напряженное состояние должно соответствовать «плоско-деформированному». В неравновесных системах рост этих напряжений должен порождать тетрагональные искажения кристаллической решетки. Степень искажений, при которых система теряет устойчивость и в ней осуществляется мартенситный переход, определяется положением энергетических экстремумов на петле гистерезиса, как точка, в которой  $dE/dx=0$  [4]. Таким образом, при любой температуре независимо от способа создания напряжений и искажений (закалка, деформация, облучение, легирование и др.), если в неравновесной системе выполняются указанные условия, то в ней реализуется мартенситный  $\gamma \rightleftharpoons \alpha$  фазовый переход.

Целью данной работы было – дальнейшее выяснение роли вакансионной подсистемы в мартенситных превращениях в чистом железе, с помощью метода фазовых диаграмм мартенситных превращений (ФДМП).

### КОНЦЕНТРАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ ВАКАНСИЙ

Мы представляем чистое железо в неравновесном состоянии как бинарный пересыщенный сплав «железо-вакансии». Такой сплав не может быть однородным. Градиенты температур и напряжений в естественных условиях порождают анизотропию распределения вакансий по кристаллографическим плоскостям и их концентрационные волны. Образование таких волн подчиняется теории спинодального распада твердых растворов [4].

Концентрационные волны вакансий формируют в кристаллах области сжатий и растяжений. В высокоскоростных процессах (нагрев, охлаждение, гидростатическое сжатие или растяжение) изменением концентраций вакансий за счет классических процессов их образования (механизмы Френкеля или Шоттки) можно пренебречь. Это, однако, не означает, что вакансионная подсистема остается неизменной. Простейшая схема, представленная на рис. 3, позволяет понять, как влияет внешнее воздействие на концентрацию вакансий и напряжения в волне.

Как следует из схемы (рис.3), приложенные к системе извне, например, напряжения сжатия (аналог охлаждения) снижают уровень термически равновесной концентрации вакансий. При этом, концентрационная волна (синяя синусоида) изменяет свое положение, поднимаясь над уровнем равновесия (красная синусоида). Общая концентрация вакансий в волне не меняется, но в гребне волны избыточная концентрация возрастает.

При растяжении (аналог нагревания) системы процесс развивается в обратном направлении: волна смещается вниз по отношению к термически равновесному уровню концентрации вакансий (черная синусоида), что способствует росту вакансионного недосыщения в обратном гребне волны. Таким образом, внешние напряжения действуют как насос, преобразуя вакансии из одного природного состояния в другое: при сжатии вакансии в виде точечных дефектов образуются за счет коллапса деформаций растяжения, а при растяжении точечные дефекты растворяются в кристалле, превращаясь в деформации растяжения [3].

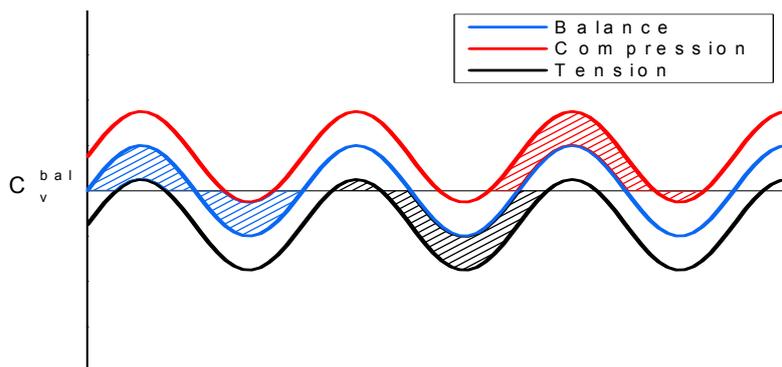


Рис.3. Схема пространственного распределения вакансий в виде концентрационной волны.  
Пояснения в тексте.

На самом деле, волны концентрационной неоднородности вакансий не синусоидальные, как это показано на рис. 3, а представляют собой плоские стоячие волны. Движение в них ограничено изменением амплитуды фононов.

Поскольку внешнее воздействие – тоже плоская волна деформаций, только движущаяся через кристалл, то схема, по сути, демонстрирует интерференцию плоских волн с увеличением или уменьшением амплитуд колебаний атомов в стоячих волнах концентрационных неоднородностей. При этом, фононы оказываются модулированными длиной этих волн и поляризованными в направлении, действующих в волне, сжимающих или растягивающих напряжений. Волны неоднородностей могут различаться и концентрацией вакансий и длиной, поэтому не удивительно, что процесс образования мартенсита обычно протекает в каком-то интервале температур или напряжений.

### АТОМНАЯ ПЕРЕСТРОЙКА РЕШЕТКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НАПРЯЖЕНИЙ В ЖЕЛЕЗЕ

По определению, в условиях всестороннего сжатия или растяжения (что равносильно напряженному состоянию материала в плоской волне) при определенной величине тетрагональных искажений ГЦК или ОЦК кристаллической решетки, релаксация напряжений в ней возможна только мартенситным фазовым превращением. На примере обратного мартенситного превращения рассмотрим подробнее процесс атомной перестройки кристаллической решетки железа, которая показана на рис. 4.

На рисунке, в виде регулярной квадратной структуры, представлена плоскость (100) исходной (до деформации) решетки  $\alpha$ -железа с атомами в каждой точке пересечения линий. К системе извне приложены возрастающие нормальные напряжения растяжения. Эти напряжения порождают продольную волну деформаций.

Как сказано выше, интерференция продольных волн приводит к росту амплитуды растяжений в стоячей волне в направлении  $\sigma_n$ . Продольная волна, в свою очередь, создает поперечную волну и сдвиговые деформации в направлении  $\sigma_t$ . Сдвиг приводит к образованию искажений кубической решетки и образованию новой тетрагональной фазы. Поскольку ОЦТ-фаза образуется в локализованном объеме кубической матрицы, релаксация напряжений, накапливаемых кристаллом за счет сдвига в одном направлении, обеспечивается образованием двойника и сдвигом в противоположном направлении.

Именно эту тетрагонально-искаженную двойниковую структуру демонстрирует рис. 4. Образующаяся ОЦТ-фаза обладает меньшим объемом в сравнении с исходной ОЦК-фазой, поэтому сдвиг приводит к уменьшению расстояния между плоскостями образования мартенсита. С ростом числа плоскостей сдвига в пакете ОЦТ-фазы уменьшения объема суммируются, так что, в конце концов, расстояние между матрицей и мартенситной прослойкой становится равным  $2a$ . Разрыв междуатомных связей осуществляется скачком с образованием плоскости (поры или трещины), состоящей из одних вакансий и с релаксацией напряжений локализованных в месте разрушения. В идеальном случае минимальное число плоскостей сдвига достаточное

для образования, например, вакансионного диска порядка 11-12 шт. Реально толщина мартенситной прослойки всегда содержит большее число плоскостей сдвига.

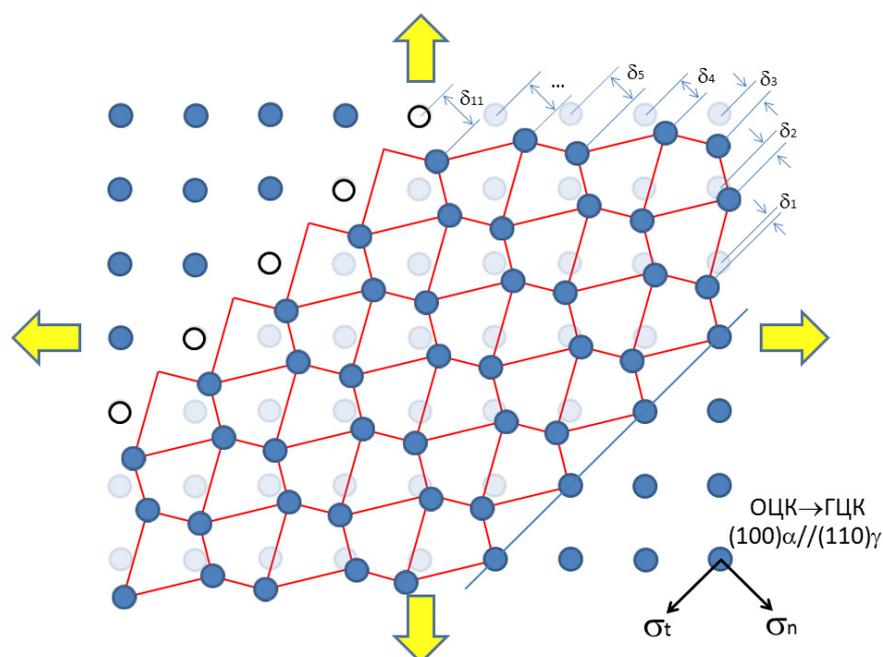


Рис. 4. Схема деформации кристаллической решетки при ОЦК-ГЦК мартенситном превращении.

Темными и серыми кружками обозначены положения атомов в исходной структуре кристалла. Темные кружки, объединенные сеткой – конечные положения атомов в структуре мартенсита. Неокрашенные кружки – вакансии, образованные за счет смещения атомов в новые положения

На рис. 4 стрелками указаны смещения атомов из узлов ОЦК решетки в ОЦТ состояние, а объемные изменения демонстрирует рост величины  $\delta$  от  $\delta_1$  до  $\delta_4$ .

Процесс образования вакансий при обратных мартенситных превращениях может быть ответственным за зарождение дислокационных петель или пор, в свою очередь оказывающих огромное влияние на изменение физико-механических свойств закаленных, облученных и др. материалов, находящихся в неравновесном состоянии.

Таким образом, мы имеем дело с процессом превращения упругой волны деформаций (в результате  $\gamma \rightleftharpoons \alpha$  фазового перехода), по сути, вакансий «размазанных» по кристаллической решетке в виде свободного объема, в вакансии, локализованные как точечные дефекты, имеющие свойства частиц (энергия, объем, концентрация и т.п.). В аксиоматике квантовой механики это соответствует так называемому процессу «локализация - делокализация», который составляет наиболее общий признак поведения всех квантовых систем, т.е. переходу волна-частица.

На то, что вакансия как квантовый объект «размазанный» по объему может существовать в кристалле при любой температуре мы указывали еще в [1].

### ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИН НАПРЯЖЕНИЙ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ МАРТЕНСИТНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

Деформации петель гистерезиса мартенситных фазовых превращений непосредственно связаны с изменениями температуры и (или) действующих нормальных напряжений ( $\sigma_n$ ) в системе «железо - вакансии». В работе при различных температурах (определяемых как температура начала мартенситного превращения -  $M_s$ ) строились петли гистерезиса. В каждой петле на ее верхней ветви определялась точка минимума потенциальной энергии системы («седловая» точка). Напряжения ( $\sigma_n$ ) необходимые для мартенситного фазового превращения измеряли как расстояние между ветвями вдоль оси Y в «седловой» точке (на петле гистерезиса рис.2 – точка G).

Исследования показали, что нормальные напряжения мартенситных превращений имеют максимум при температуре  $M_s = 547^\circ\text{C}$  (рис. 5). С изменением температуры от указанного значения, как в сторону высоких, так и в сторону низких  $M_s$ , напряжения линейно уменьшаются. Поскольку концентрация вакансий пропорциональна нормальным напряжениям, действующим в кристаллах, то и зависимость концентрации вакансий (в данном случае – вакансий пересыщения) от  $M_s$  будет иметь тот же вид.

Полученная зависимость свидетельствует о том, что вблизи 547°C структура кристаллов чистого железа имеет самые малые искажения и, как следствие, минимальные внутренние напряжения. Поэтому для мартенситных превращений при этой температуре необходима максимальная концентрация вакансий пересыщения. Структурные изменения в кристаллах провоцируют рост концентрации вакансий и тетрагональных искажений, что способствует снижению напряжений образования мартенсита и смещениям  $M_s$  в сторону высоких или низких температур.

Резкий излом зависимости представленной на диаграмме свидетельствует о смене механизмов накопления вакансий в железе. Если при температурах  $M_s < 547^\circ\text{C}$  преобладают процессы накопления вакансий в виде точечных дефектов, то при  $M_s > 547^\circ\text{C}$  вакансии стремятся раствориться в решетке и превратятся в деформации

В таблице представлены результаты обработки известных экспериментальных данных об изменении параметров кристаллических решеток аустенита и мартенсита в закаленных сталях с различным содержанием углерода [5]. Как следует из таблицы, параметры решеток обеих фаз, их объемы и тетрагональность мартенсита зависят от содержания углерода в стали, но относительное изменение объема фазового несоответствия ( $\Delta V = V_M - 0,5V_\gamma$ ) остается практически постоянным и приблизительно равным 4,2%. Из этого следует, что объем фазового несоответствия полностью определяется только вакансиями.

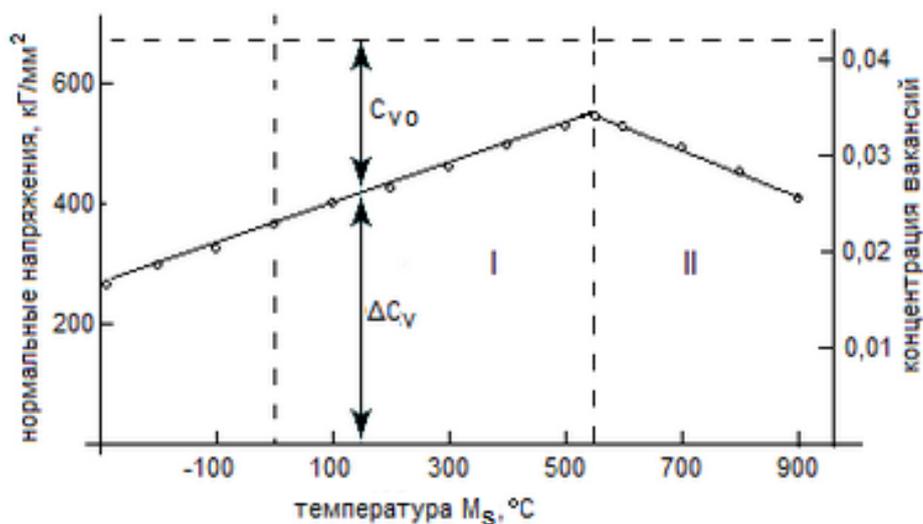


Рис.5. Зависимость концентрации вакансий от температуры начала мартенситных превращений ( $M_s$ ) в чистом железе  $C_{v0}$  – характерных для заданного структурного состояния;  $\Delta C_v$  - вакансий пересыщения, необходимых для мартенситного превращения (I- низко температурная область, II - высоко температурная область). Верхней штриховой линией обозначена предельная концентрация вакансий равная 4,2% (см. таблицу)

Таблица

Изменения параметров кристаллических решеток феррита и аустенита в зависимости от содержания углерода в железе

$C_c$ , вес. %	$a_\gamma$ , Å	$0,5V_\gamma$ , Å <sup>3</sup>	$a_M$ , Å	$c_M$ , Å	$V_M$ , Å <sup>3</sup>	c/a	$\Delta V = V_M - 0,5V_\gamma$ , Å <sup>3</sup>	$\Delta V / V_M$ , %
0,0	3,546	22,31	2,86	2,86	23,40	1	1,09	4,65
0,2	3,555	22,483	2,857	2,882	23,55	1,009	1,07	4,54
0,4	3,564	22,656	2,853	2,909	23,68	1,018	1,024	4,32
0,6	3,573	22,829	2,851	2,931	23,83	1,027	1,01	4,24
0,8	3,582	23,002	2,849	2,957	24,01	1,036	1,008	4,20
1,0	3,591	23,175	2,847	2,982	24,19	1,045	1,015	4,20
1,2	3,600	23,348	2,845	3,002	24,32	1,054	0,98	4,03
1,4	3,609	23,521	2,844	3,03	24,52	1,063	0,999	4,07
1,6	3,618	23,694	2,843	3,053	24,70	1,072	1,006	4,07
1,8	3,627	23,867	2,843	3,075	24,88	1,081	1,013	4,07
Среднее значение					24,11		1,02	4,24

Определение объема фазового несоответствия позволяет на диаграмме обозначить предельную концентрацию вакансий участвующую в мартенситных превращениях цифрой равной 4,2 об. %.

Следовательно, представленная зависимость (рис.5) в интервале температур от абсолютного нуля до 900°C, демонстрирует баланс между двумя составляющими объема фазового несоответствия или вакансиями,

накопленными кристаллом в процессе формирования структур и вакансиями необходимыми для МП превращения в каждом структурно-напряженном состоянии. Она представлена в координатах, связывающих нормальные напряжения и концентрацию вакансий (или относительное изменение объема  $\Delta V/V$ ), что позволяет вычислять удельную (внутреннюю) энергию ( $E = \sigma_n(\Delta V/V)^2$ , где  $\sigma_n \Delta V/V = P$  – гидростатическое давление, следовательно  $E = P\Delta V/V$ ), запасенную кристаллом и энергию, которую необходимо ввести извне в кристалл для того, что бы в нем реализовалось мартенситное превращение. Другими словами, диаграмма может быть представлена как баланс энергий: уже имеющейся в кристалле (запасенной в результате предварительной термообработки, облучения и т.п.) и дополнительной, требуемой для превращения.

Данные, полученные в работе [6] по распуханию чистых ОЦК-металлов в результате реакторного облучения определяют область температур в которой зарождение пор подавлено (рис.6). Заметим, что она довольно близка к области температур, где зарождение затруднено, показанной на рис.5. Эти результаты могут служить подтверждением правильности нашего подхода, и объясняется с позиций метода ФДМП высокими напряжениями необходимыми для мартенситных превращений.

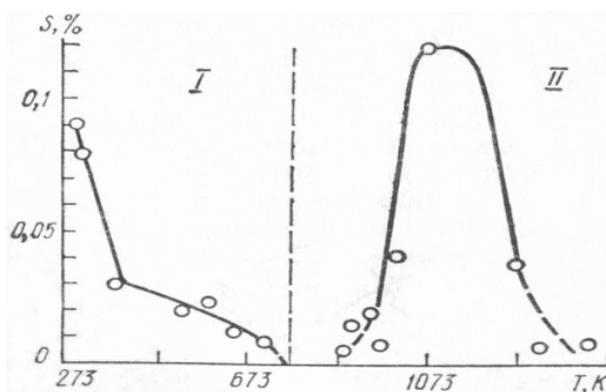


Рис.6. Объемные изменения молибдена в зависимости от температуры реакторного облучения. Доза – 1 сна.

Из этой простейшей схемы пространственного распределения вакансий следует очень важный вывод: в области температур ниже  $912^\circ\text{C}$  внешние напряжения провоцируют образование локализованных областей, давления в которых имеют знак противоположный приложенным извне. При этом оказывается, что фазовые превращения в железе протекают в полном согласии с термодинамикой. Прямое превращение в процессе закалки, вопреки действующему давлению сжатия (охлаждение), осуществляется в области кристалла, в которой действуют вакансионное пересыщение и растяжения. Фазовый переход осуществляется как способ релаксации накопившихся искажений частичным упорядочением с образованием фазы менее плотной, чем исходный аустенит.

Обратный переход при нагреве (растяжение) локализуется в области кристалла, в которой действует вакансионное недосыщение, и концентрируются сжатия. Упругие искажения, вызванные напряжениями, провоцируют фазовый переход с образованием более плотной фазы, чем исходный феррит. Образование вакансий и их комплексов в результате превращения – ответная реакция кристаллической структуры на недостаток в ней вакансий.

В области температур выше  $912^\circ\text{C}$  в кристаллах отсутствуют волны вакансионной неоднородности, а действуют только деформации растяжений или сжатий, поэтому фазовые превращения протекают в согласии с термодинамикой.

## ВЫВОДЫ

1. В рамках модели ФДМП проведен анализ условий протекания МП при различных температурах с участием вакансий в чистом железе. На атомном уровне предложена схема возникновения вакансий при обратном мартенситном превращении.
2. Несмотря на то, что параметры решеток аустенита и мартенсита, их объемы и тетрагональность мартенсита зависят от содержания углерода в стали, относительное изменение объема фазового несоответствия ( $\Delta V = V_m - 0,5V_a$ ) остается практически постоянным и приблизительно равным 4,2%. Из этого следует, что его величина полностью определяется только вакансиями.
3. Резкий излом зависимости представленной на диаграмме « $\sigma_n - C_v - M_s$ » свидетельствует о смене механизмов накопления вакансий в железе, необходимых для МП: как точечных дефектов при температуре ниже  $547^\circ\text{C}$ , и как растяжений решетки в виде свободного объема при более высоких температурах.
4. Результаты работы позволяют установить взаимосвязь между  $M_s$  и энергетическими затратами на МП в чистом железе в зависимости от его структурно-напряженного состояния.

5. Использование схемы пространственного распределения вакансий и определение роли напряжений связанных с ними, позволило показать, что фазовые превращения в железе во всех случаях протекают в полном согласии с термодинамикой.

6. Вакансии, по крайней мере, в железе способны создавать как растворы замещения, так и растворы внедрения. Если вакансии в виде точечных дефектов образуют растворы замещения, то растворяясь в решетке, они образуют растворы внедрения. Вакансии внедрения либо просто увеличивают свободный объем кристаллической решетки (как это происходит при фазовом  $\gamma \rightarrow \alpha$  превращении), либо искажают ее тетрагонально (как это происходит при образовании мартенсита).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Laptev I.N., Parhomenko A.A. Fazovye prevrascheniya i hrupkost' sistemy «zhelezo-vakansii» v poljah uprugih naprjazhenij // Uspehi fiziki metallov. – 2010. – Т.11. – Vyp.1. – S.5-50.
2. Laptev I.N., Parhomenko A.A. O vozmozhnosti obrazovaniya martensita v austenitnyh nerzhavajuwih staljah pod oblucheniem // Voprosy atomnoj nauki i tehniki. Serija: «Fizika radiacionnyh povrezhdenij i radiacionnoe materialovedenie». – 2002. – No.4(82). – S.143.
3. Laptev I.M., Parkhomenko O.O. "Paradox" of the void nucleation // East European Journal of Physics. – 2014. – No.3. – S. 113-120.
4. Khachaturian A.G. Teoriya fazovykh prevrasheniy i structura tverdych rastvorov.-M.: Nauka, 1974.-385s.
5. Guliaev A.P. Metallovedenie. – M.: Oborongiz, 1963. – 185s.
6. Brimhall A.D., Simonen E.P., Kissinger S.E. Fluence and temp dependence of swelling in irradiation molibdenum // J.N.M. – 1973. – Vol.48. – No.3. – P. 339-350.

PACS: 81.05.Mh; 81.20.Ka

## HIGH LEVEL WASTES IMMOBILIZATION IN CERAMIC AND HYDRATED PHOSPHATE MATRIX

V.A. Shkuropatenko

National Science Center "Kharkov Institute of physics and technology"

1, Academicheskaya Str., 61108, Kharkov, Ukraine

E-mail: [shkuropatenko@kipt.kharkov.ua](mailto:shkuropatenko@kipt.kharkov.ua)

Received February 1, 2016

The results of experimental research for obtaining of phosphate matrix materials: fluorapatite  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , sodium zirconium phosphate  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$  and potassium magnesium phosphate  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  were presented. The evolution of phase composition in their synthesis was investigated. The optimal parameters for obtaining monophasic phosphate matrix materials were found. Possibility of obtaining powders of calcium  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  and strontium-containing  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  fluorapatites by both solid phase reaction method with subsequent heat treatment and chemical co-precipitation method from solutions of the initial components was investigated. Nanosized zirconium orthophosphate powders  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$  were synthesized by the sol-gel method. Hydrated phosphatic matrices  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  by a chemical reaction between  $\text{MgO}$  and  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  in water at a room temperature were obtained. The requirements for high-level waste matrix were presented. The suitability of the use of synthetic phosphate materials as a matrix for the immobilization of high level nuclear wastes was determined.

**KEY WORDS:** phosphate ceramic, high level wastes, immobilization, synthesis, matrix, phase composition

### ІММОБІЛІЗАЦІЯ ВИСОКОАКТИВНИХ ВІДХОДІВ У КЕРАМІЧНІ ТА ГІДРАТОВАНІ ФОСФАТНІ МАТРИЦІ

В.А. Шкуропатенко

Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

вул. Академічна 1, м. Харків 61108, Україна

Приведені результати експериментальних досліджень по отриманню фосфатних матричних матеріалів: фторапатиту  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , натрій цирконієвого фосфату  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$  та калій магнієвого фосфату  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ . Досліджено еволюцію фазового складу при їх синтезі та визначені оптимальні параметри отримання монофазних фосфатних матричних матеріалів. Досліджена можливість отримання порошоків кальцієвого  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  та стронцій-вміщуючого фторапатиту  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  двома способами: методом твердофазних реакцій з подальшою термообробкою і методом хімічного осадження розчинів вихідних компонентів. Золь-гель методом синтезовані нанорозмірні порошки ортофосфата цирконію  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$ . Гідратовані фосфатні матриці  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  отримані хімічною реакцією між  $\text{MgO}$  і  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  у воді при кімнатній температурі. Наведено вимоги, що пред'являються до матриць високоактивних відходів. Визначена придатність використання синтезованих фосфатних матеріалів у якості матриць для іммобілізації високоактивних відходів ядерної енергетики.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** фосфатна кераміка, високоактивні відходи, іммобілізація, синтез, матриці, фазовий склад

### ИММОБИЛИЗАЦИЯ ВЫСОКОАКТИВНЫХ ОТХОДОВ В КЕРАМИЧЕСКИЕ И ГИДРАТИРОВАННЫЕ ФОСФАТНЫЕ МАТРИЦЫ

В.А. Шкуропатенко

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»

ул. Академическая 1, г. Харьков 61108, Украина

Приведены результаты экспериментальных исследований по получению фосфатных матричных материалов: фторапатита  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , натрий циркониевого фосфата  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$  и калий магниевого фосфата  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ . Исследована эволюция фазового состава при их синтезе и определены оптимальные параметры получения монофазных фосфатных матричных материалов. Исследована возможность получения порошков кальциевого  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и стронцийсодержащего фторапатита  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  двумя способами: методом твердофазных реакций с последующей термообработкой и методом химического осаждения растворов исходных компонентов. Золь-гель методом синтезированы наноразмерные порошки ортофосфата циркония  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$ . Гидратированные фосфатные матрицы  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  получены химической реакцией между  $\text{MgO}$  и  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  в воде при комнатной температуре. Приведены требования, предъявляемые к матрицам высокоактивных отходов. Определена пригодность использования синтезированных фосфатных материалов в качестве матриц для иммобилизации высокоактивных отходов ядерной энергетики.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** фосфатная керамика, высокоактивные отходы, иммобилизация, синтез, матрицы, фазовый состав

Одной из главных проблем локализации высокоактивных отходов (ВАО) является выбор коррозионно- и радиационно-стойких матриц, которые при длительном хранении или захоронении не будут изменять свои изоляционные свойства. В настоящее время в качестве матриц для изоляции ВАО от переработки отработанного ядерного топлива (ОЯТ) используют алюмофосфатные или боросиликатные стекла. Выбор стекол в качестве материала матриц обусловлен их возможностью включать значительные количества оксидов – компонентов ВАО и удерживать в своем составе почти все элементы таблицы Менделеева. Также очевидным преимуществом стеклянных форм является достаточная легкость их изготовления, технология процесса стеклования хорошо известна и отработана. Однако существенным недостатком остеклованных ВАО является

их термодинамическая неустойчивость. С течением времени происходит кристаллизация стекол вследствие термических воздействий, обусловленных радиоактивным распадом радионуклидов ВАО. Это, в свою очередь, приводит к образованию трещин, что существенно снижает коррозионную стойкость материалов, и может привести к разрушению формы отходов и выходу радионуклидов в долгосрочной перспективе [1]. При этом необходимо учитывать, что активность радионуклидов ядерных отходов сохраняется в течение очень длительных промежутков времени, например период полураспада  $^{239}\text{Pu}$  составляет  $\sim 24200$  лет. Поэтому ведется поиск матриц с более приемлемыми эксплуатационными характеристиками. Было установлено, что кристаллические керамические матрицы подходят значительно лучше для долговременной изоляции ВАО по сравнению со стеклянными формами. При правильном подборе матричной композиции керамические матрицы обладают повышенной прочностью удержания радионуклидов по сравнению с метастабильным стеклом.

К материалам матриц для изоляции ВАО предъявляются достаточно жесткие требования. Основные требования, которым должны удовлетворять матричные материалы для изоляции радионуклидов, можно сформулировать следующим образом:

- высокая изоморфная емкость к радионуклидам;
- отсутствие фазовых превращений;
- радиационная стойкость;
- химическая стойкость;
- стабильные механические свойства;
- термостойкость;
- высокие теплофизические свойства;
- наличие природных аналогов, содержащих в своем составе радиоактивные элементы и сохраняющих свою кристаллическую структуру на протяжении геологических эпох;
- возможность эффективного получения материалов матриц в промышленных условиях;
- производиться из исходного сырья, сравнительно низкой стоимости [2].

В настоящее время известно несколько десятков матричных материалов. Особое внимание уделяется разработке минералоподобных керамических матриц, таких как циркон, перовскит, пироклор, цирконолит, монацит и др. Минералы, в кристаллических решетках которых находятся радионуклиды, в природных условиях находятся в равновесии с окружающей средой. Использование минеральных матриц такого типа является наиболее надежным методом иммобилизации ВАО при их длительном хранении. Однако, при всем многообразии известных матриц, окончательный выбор в пользу какого-либо их типа еще не сделан.

Интерес к фосфатным матрицам вызван, прежде всего, тем, что образующиеся при переработке ОЯТ высокоактивные отходы могут содержать достаточно большое количество фосфатов - до 15 вес.%  $\text{P}_2\text{O}_5$ . Высокая концентрация фосфатов является следствием использования «мокрой» технологии переработки отработанного ядерного топлива, основанного на экстракции урана и плутония трибутилфосфатом (пурекс-процесс) [3]. Поэтому при формировании фосфатных матриц с заданным составом могут использоваться атомы фосфора, присутствующие в ВАО (принцип «отходы в отходы»).

Низкая температура рекристаллизации, устойчивость к радиационному воздействию и низкая растворимость в воде даже при высоком содержании радионуклидов выгодно отличает фосфаты от всех известных до сих пор кристаллических матриц [4]. Одним из известных примеров, демонстрирующим радиационную стойкость фосфатного минерала апатита в природе, является месторождение урана в Окло, Габон, Африка. Цепная реакция расщепления урана в этом месте прошла приблизительно два миллиарда лет назад. Кристаллы апатита с этого месторождения характеризуются аномальным обогащением  $^{235}\text{U}$  и продуктами деления и при этом сохраняют свою структуру [5].

Целью настоящей работы является исследование эволюции фазового состава при синтезе фосфатных матричных материалов: фторапатита  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , натрий циркониевого фосфата  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$  (NZP) и калий магниевого фосфата  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  (КМФ). Особое внимание уделено определению оптимальных параметров получения монофазных материалов матриц, что существенным образом влияет на их физико-химические характеристики.

### ПОЛУЧЕНИЕ КАЛЬЦИЕВОГО ФТОРАПАТИТА И ФТОРАПАТИТА СО СТРОНЦИЕМ

Фторапатит  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  является самым распространенным минералом группы апатита. Он характеризуется высокой радиационной стойкостью. Повреждения, вызванные излучением во фторапатите, являются термически не стабильными и при температуре выше  $60^\circ\text{C}$  его структура восстанавливается до исходного состояния [6]. Кроме того, отличительной чертой фторапатита является то, что в его структуре возможны замещения различными элементами. В частности, атомы кальция могут быть замещены некоторыми металлами, в том числе цезием и стронцием, которые представляют собой основную опасность в течение первых десятилетий хранения или захоронения отработанного ядерного топлива и продуктов его переработки.

Синтез кальциевого фторапатита  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и фторапатита со стронцием  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  проводили двумя способами: твердофазным синтезом и осаждением из растворов [7, 8]. Для получения  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  с помощью твердофазных реакций брали в необходимом стехиометрическом отношении химически чистые реактивы:

пирофосфат кальция  $\text{Ca}_2\text{P}_2\text{O}_7$ , фторид кальция  $\text{CaF}_2$ , карбонат кальция  $\text{CaCO}_3$  и ортофосфорную кислоту  $\text{H}_3\text{PO}_4$ . В случае синтеза  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  в шихту фторапатита для введения стронция использовали азотнокислый стронций  $\text{Sr}(\text{NO}_3)_2$  в виде водного раствора. Исходные компоненты смешивали в мельнице в среде изопропилового спирта и сушили при температуре  $\sim 100^\circ\text{C}$  до остаточной влажности 3–5%. Далее проводили необходимую термообработку.

С целью определения оптимальной температуры твердофазного синтеза  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  проводили исследование методом РФА фазового состава исходной шихты и после термообработок в интервале температур 500–1200°C с шагом 100°C и выдержкой 1 час. Как видно, из приведенной на рис. 1а дифрактограммы, шихта после смешивания исходных компонентов представляет собой пирофосфат кальция  $\text{Ca}_2\text{P}_2\text{O}_7$ . Термообработка до 500°C никаких изменений в фазовом составе шихты не вызывает (рис. 1б). Первые линии  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  появляются после термообработки при 600°C (рис. 1в). Полный синтез  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  протекает при температуре 900°C (рис. 1д). Кроме линий синтезированного  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  на дифрактограмме появляются линии трикальцийфосфата  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ . Усиление кристаллизации  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и уменьшение интенсивности и количества линий  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$  происходит с увеличением температуры до 1100°C (рис. 1ж).

Как и в случае синтеза  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , синтез  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  начинается при температуре 600°C (рис. 2в). При этом количество линий  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  превышает количество линий  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  при этой же температуре. Полный синтез  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  протекает при температуре 900°C (рис. 2д). Также на дифрактограмме порошка  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  появляются линии  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ . Присутствие большого количества трикальцийфосфата  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$  нежелательно, т.к. известно, что химическая стойкость трикальцийфосфата ниже по сравнению с фторапатитом [9]. Поэтому трикальцийфосфат должен отсутствовать или его количество должно быть минимальным в материале матрицы на основе фторапатита для иммобилизации ВАО.

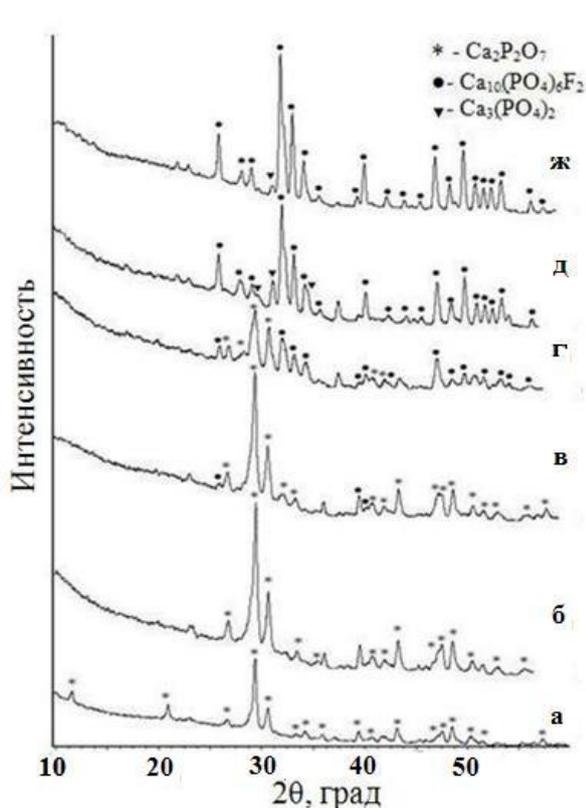


Рис. 1. Дифрактограммы образцов  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$   
а) исходная шихта; б) после термообработки при температуре 500°C; в) 600°C; г) 700°C; д) 900°C; ж) 1100°C

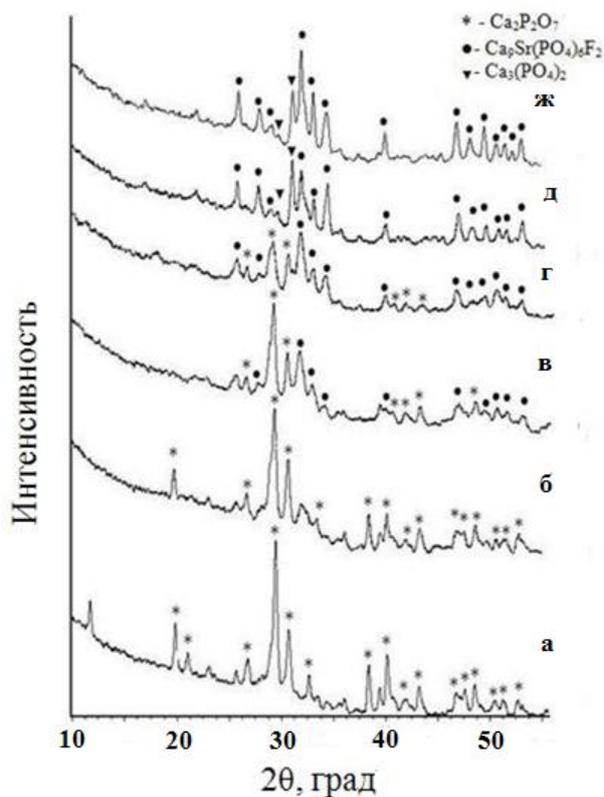


Рис. 2. Дифрактограммы образцов  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$   
а) исходная шихта; б) после термообработки при температуре 500°C; в) 600°C; г) 700°C; д) 900°C; ж) 1100°C

Для получения монофазных  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  использовали «мокрый» метод химического осаждения. Исходными веществами служили химически чистые реагенты: нитрат кальция  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ , двухзамещенный фосфат аммония  $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$ , фторид аммония  $\text{NH}_4\text{F}$  и азотнокислый стронций  $\text{Sr}(\text{NO}_3)_2$  (для  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ ). Процесс получения включал следующие стадии:

- приготовление водных растворов исходных компонентов  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{Sr}(\text{NO}_3)_2$  (для  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ ),  $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$  и  $\text{NH}_4\text{F}$  необходимой концентрации;
- смешивание исходных растворов. pH=9–9,5 регулировали добавлением необходимого количества гидроксида аммония  $\text{NH}_4\text{OH}$ ;

– получение порошков  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ : промывка осадка, сушка на воздухе, измельчение.

На рис. 3 представлены данные РФА порошков  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , полученных совместным осаждением. Видно, что на дифрактограммах присутствуют линии только одной фазы –  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  (рис. 3а) и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  (рис. 3б), соответственно. В отличие от  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , полученных твердофазным синтезом (рис. 1, 2), при химическом осаждении образование фторапатитов происходит непосредственно в результате реакции между исходными компонентами.

Термообработка кальциевого фторапатита  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и фторапатита со стронцием  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , полученных химическим осаждением растворов исходных компонентов, приводит к образованию незначительного количества трикальцийфосфата. После термообработки при  $900^\circ\text{C}$  порошков фторапатитов  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  наблюдается появление одной линии трикальцийфосфата малой интенсивности (рис. 4).

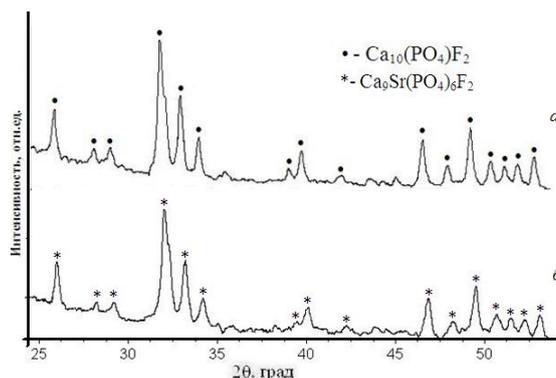


Рис. 3. Дифрактограммы порошков полученных химическим осаждением  
 а)  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , б)  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$

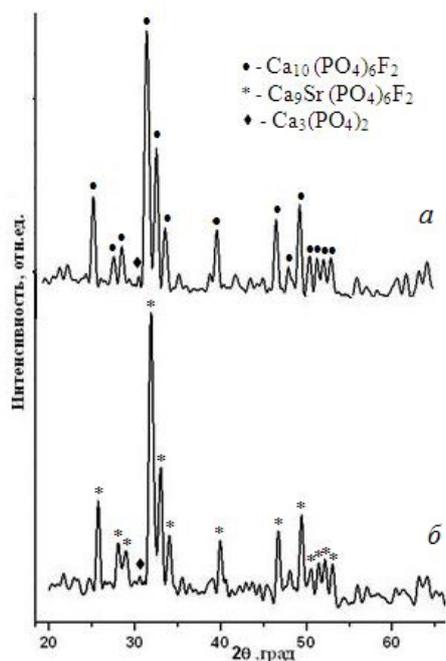


Рис. 4. Дифрактограммы после термообработки при  $900^\circ\text{C}$ , в течение 1 часа  
 а)  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , б)  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$

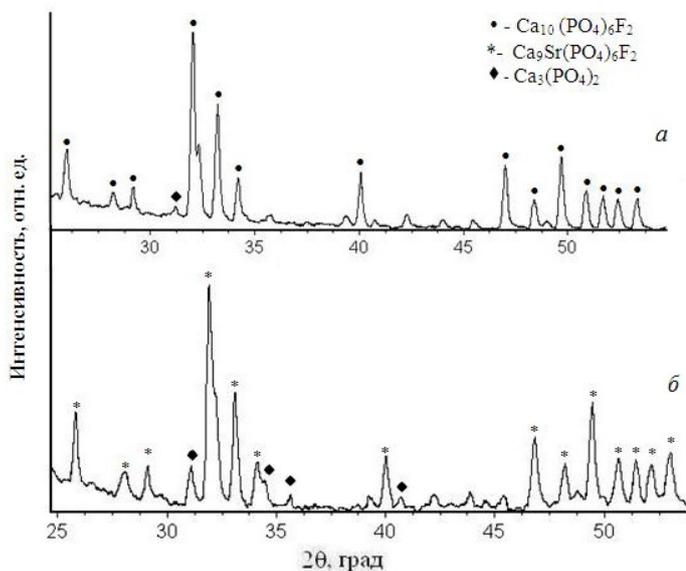


Рис. 5. Дифрактограммы после термообработки при  $1150^\circ\text{C}$  в течение 1 часа  
 а)  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , б)  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$

Фазовый состав кальциевого фторапатита не изменяется при повышении температуры обработки до  $1150^\circ\text{C}$ , в то время как на дифрактограмме стронцийсодержащего фторапатита наблюдается увеличение количества линий  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$  по сравнению с  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$ , термообработанным при  $900^\circ\text{C}$  (рис. 5). Увеличение температуры до  $1250^\circ\text{C}$  приводит к исчезновению линии данного фосфата на дифрактограмме кальциевого фторапатита (рис. 6а) и уменьшению интенсивности и количества линий на дифрактограмме стронцийсодержащего фторапатита (рис. 6б).

Для получения высокоплотных образцов фторапатитов  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  проводили спекания на воздухе в интервале температур  $1000\text{--}1250^\circ\text{C}$  в течение 6 часов. На рис. 7 представлена зависимость

относительной плотности фторапатитов  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  (а) и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  от температуры спекания. Было установлено, что при температуре  $1250^\circ\text{C}$  наблюдается максимальное значение относительной плотности для кальциевого фторапатита и фторапатита, содержащего стронций: для образцов  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  - 89,91% и для образцов  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  - 92,78%. Микроструктура образцов  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  представлена двумя типами зерен: больших со средним размером 1,7 – 3 мкм и значительным количеством зерен меньших размеров 0,6 – 0,7 мкм (рис. 8).

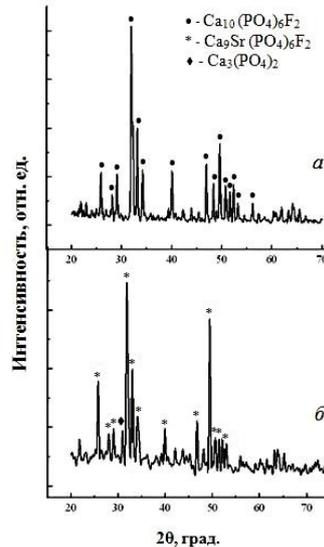


Рис. 6. Дифрактограммы  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  (а) и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  (б) после термообработки при  $1250^\circ\text{C}$ , в течение 1 часа

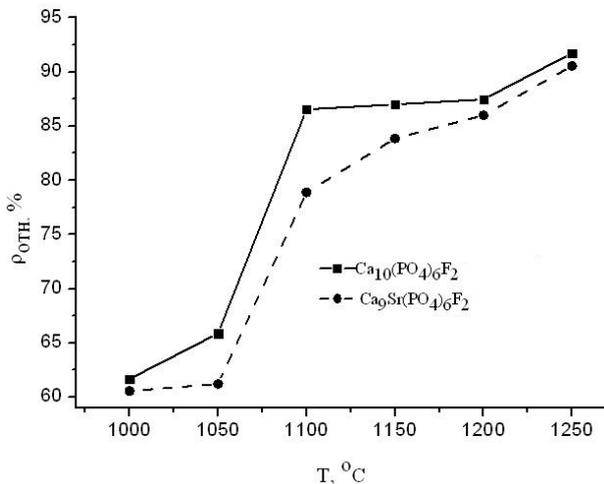


Рис. 7. Зависимость относительной плотности образцов  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  и  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  от температуры спекания

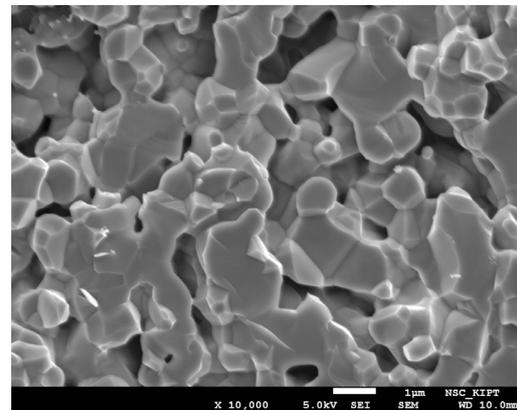


Рис. 8. Микрофотография фторапатита  $\text{Ca}_9\text{Sr}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  (СЭМ, скол, спекание на воздухе,  $T = 1200^\circ\text{C}$ , время выдержки – 6 час.)

### ВКЛЮЧЕНИЕ ЗОЛЫ ЗАГРЯЗНЕННОЙ ДРЕВЕСИНЫ ЧЕРНОБЫЛЬСКОЙ ЗОНЫ ОТЧУЖДЕНИЯ В СОСТАВ СИНТЕЗИРОВАННОГО ФТОРАПАТИТА

Фторапатит может рассматриваться как матрица для иммобилизации радиоактивной золы Чернобыльской зоны. Загрязненную древесину с территории Чернобыльской зоны отчуждения, содержащую наибольшую концентрацию радиоактивных изотопов, подвергают сжиганию в печи с целью значительного уменьшения количества радиоактивного материала. Установлено, что основной кристаллической фазой полученной после сжигания древесины золы является оксифосфат кальция  $\text{Ca}_4\text{O}(\text{PO}_4)_2$ . Зола является низкоактивным материалом, который содержит  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{90}\text{Sr}$  техногенного происхождения [10]. Поэтому, зола, образовавшаяся при термообработке загрязненной древесины Чернобыльской зоны отчуждения, должна быть включена в коррозионно-стойкую матрицу для дальнейшего хранения в специально оборудованных хранилищах. С этой целью было проведено исследование синтеза фторапатита  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  с использованием в качестве основного составного компонента золы от имитатора радиоактивной древесины Чернобыльской зоны отчуждения [11].

Для получения синтезированного фторапатита исходная шихта готовилась из следующих компонентов: зола – оксифосфат кальция ( $\text{Ca}_4\text{O}(\text{PO}_4)_2$ ) фторид кальция ( $\text{CaF}_2$ ), а также карбонат кальция ( $\text{CaCO}_3$ ) и ортофосфорная кислота ( $\text{H}_3\text{PO}_4$ ) для обеспечения стехиометрического состава фторапатита. Полученную смесь

после предварительного смешивания компонентов сушили при температуре 30-40°C. Окончательное смешивание и измельчение высушенной шихты проводили в шаровой мельнице. По данным РФА после смешивания и сушки в состав шихты входит оксифосфат кальция и фторид кальция (рис. 9а).

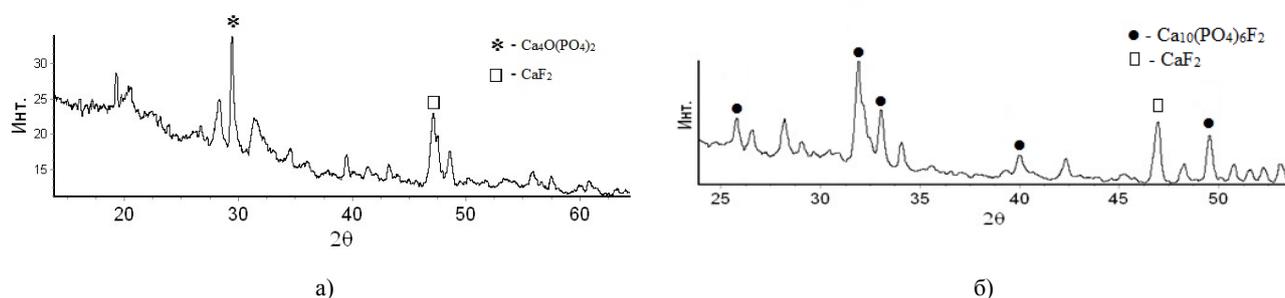


Рис. 9. Дифрактограммы порошка: а) исходная шихта, б) после отжига при температуре 600°C, 1 час

Термообработка шихты в интервале температур 100 - 400°C не вызывает изменений фазового состава. При температуре термообработки 500°C появляются первые рентгеновские линии фторапатита. Кроме синтезированного фторапатита наблюдаются рентгеновские линии выходных соединений. Увеличение температуры обработки до 600°C приводит к более упорядоченному состоянию кристаллической структуры фторапатита (рис. 9б). При этом на дифрактограмме присутствуют линии остатков фторида кальция, который прореагировал не полностью. Дальнейшее увеличение времени выдержки способствует большему упорядочению структуры фторапатита. Окончательное упорядочение структуры фторапатита происходит при термообработке образцов при температуре 600°C в течение 1 часа 45 минут.

Основными преимуществами синтезированного фторапатита является относительно низкая температура его синтеза и использования в качестве основного компонента до 30 - 35 вес.% оксифосфата кальция, то есть золы, полученной от сжигания древесины, загрязненной радионуклидами.

С целью получения высокоплотных образцов синтезированного на основе золы фторапатита провели исследование возможности спекания фторапатита на воздухе в зависимости от температуры. При увеличении температуры спекания до 1150°C относительная плотность образца фторапатита составила ~ 60%. Это свидетельствует о том, что фторапатит при этой температуре практически не спекается. Спекания при температурах при более высоких температурах способствует потере фтора и требует дополнительных мер для предотвращения его улетучивания [12]. Также применение фторапатита для иммобилизации легколетучих цезия и стронция не предполагает использование высоких температур в связи с возможными рисками их испарения [13]. В связи с этим целесообразно применить жидкофазное спекание, например с альбитом, для активации процесса уплотнения. Известно, что температура плавления фторапатита равна ~ 1620°C, а альбита ~ 1120°C. В ряду минералов альбит - анортит известно о применении для этих целей анортита [14]. Использование альбита позволяет снизить температуру спекания и способствует повышению плотности и прочности спеченного материала.

Для активации спекания были приготовлены композиции фторапатит - альбит с содержанием альбита 10, 20 и 30 вес.%. Альбит получили при термообработке смеси наноразмерных порошков силиката натрия Na<sub>2</sub>SiO<sub>3</sub>, гидроксида алюминия Al(OH)<sub>3</sub> и метакремниевой кислоты H<sub>3</sub>SiO<sub>3</sub>. Спекание проводили на воздухе в интервале температур 800-1000°C, время выдержки 1 час. Зависимость относительной плотности композиции фторапатит - альбит от температуры спекания приведена на рис. 10.

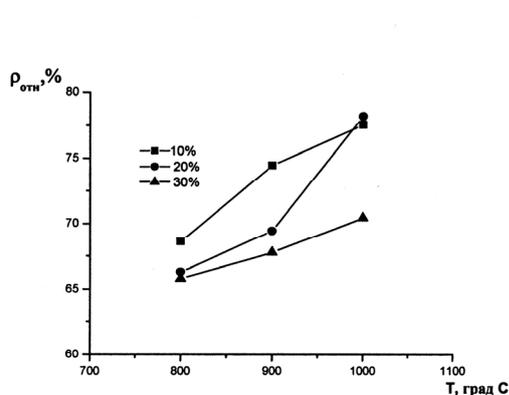


Рис. 10. Зависимость относительной плотности композиции (фторапатит - альбит) от температуры спекания

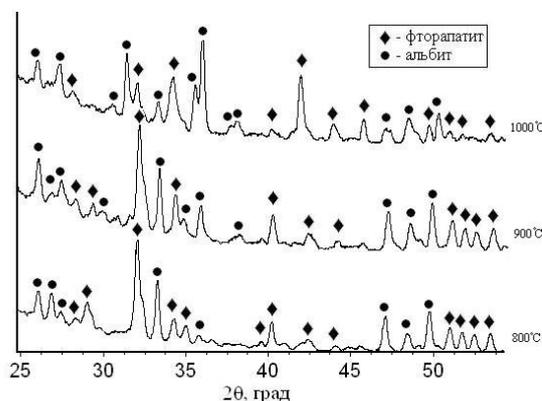


Рис. 11. Дифрактограммы образцов композиции фторапатит - 20 вес.% альбита после спекания при 800, 900 и 1000°C

С увеличением температуры спекания происходит рост относительных плотностей композиций. Максимальная плотность наблюдается на образцах композиции с 20 вес.% альбита при температуре спекания 1000°C. На дифрактограммах образцов композиции (фторапатит - 20 вес.% альбита) четко видны рентгеновские линии фторапатита и альбита. С увеличением температуры обработки до 900°C наряду с линиями фторапатита и альбита появляется «гало», что свидетельствует о наличии стеклофазы в составе спеченных при этой температуре образцов. При температуре 1000°C наблюдается уменьшение основных линий фторапатита. Таким образом, данные рентгеновского фазового анализа свидетельствуют о том, что с повышением температуры от 900 до 1000°C доля кристаллических фаз уменьшается с одновременным ростом содержания аморфной фазы. Можно предположить, что при этих температурах в расплаве более легкоплавкого альбита происходит частичное растворение фторапатита (рис. 11).

Следует отметить, что наличие альбита в композиции фторапатит - альбит позволяет при спекании на воздухе увеличить относительную плотность образцов до 71 - 82%. Спекания композиции фторапатит - альбит проходит в интервале температур 800 - 1000°C благодаря наличию стеклофазы альбитового состава с примесью компонентов фторапатита. Наибольшие значения относительной плотности наблюдаются для композиции с 10 и 20 вес.% альбита в интервале температур от 800 до 1000°C. Это дает основания для проведения дальнейших экспериментов с целью определения оптимального содержания альбита для достижения повышенной плотности образцов композиции фторапатит-альбит.

### СИНТЕЗ ВЫСОКОДИСПЕРСНЫХ ПОРОШКОВ NZP ФОСФАТОВ

При выборе материалов матриц для прочного удержания широкого набора элементов ВАО одним из основополагающих факторов является изоморфизм атомов в кристаллических соединениях. В качестве такой матрицы для включения не только трехвалентных, но и различных гетеровалентных ионов, присутствующих в ВАО, рассматривается натрий циркониевый фосфат  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$  (NZP) [15].

Ранее, с целью включения нефракционных высокоактивных отходов сложного химического состава, содержащих актиноиды, продукты деления и активированные продукты коррозии, была разработана высокостойкая мультифазная керамика «Синрок». Недостатками керамики типа «Синрок» является дифференцированный характер расширения и выщелачивания, вследствие того, что различные составляющие фазы такого материала имеют отличающиеся коэффициенты термического расширения. В связи с этим, появилась необходимость в разработке однофазной кристаллической матрицы, которая могла бы включать большое количество ионов различного размера и заряда, присутствующих в ВАО. Варьирование состава фосфатов NZP без существенного изменения кристаллографических характеристик возможно из-за наличия жесткого анионного каркаса и сквозных объемных пустот, допускающих многочисленные катионные замещения. Благодаря таким особенностям кристаллического строения NZP фосфаты обладают уникальной способностью включать в свою решетку до 45 элементов периодической таблицы без изменения основной структуры [16].

С целью получения порошков соединений типа NZP использовали золь-гель метод, основанный на реакциях в водных растворах. Необходимое количество  $\text{ZrO}(\text{NO}_3)_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  растворили в минимальном количестве кипящей воды. Далее к полученному раствору добавили растворенный в воде  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  и по каплям при непрерывном перемешивании раствор  $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ . Образовавшийся гель перемешивали еще 30 минут и потом сушили при 90°C в течение 24 часов. Высушенный порошок нагревали до 600°C для удаления воды и аммиака, выдерживали 15 часов, тщательным образом перетирали в корундовой ступке и отжигали при 800°C в течение 14 часов.

Из данных РФА анализа видно, что полученный золь-гель методом порошок, в основном, является фосфатом циркония  $\text{Zr}_3(\text{PO}_4)_4$  (рис. 12а). Дальнейшая термообработка порошка при 600°C в течение 15 часов приводит к появлению пирофосфата циркония  $\text{ZrP}_2\text{O}_7$ , который остается единственной фазой и при температуре обработки 800°C (рис. 12б).

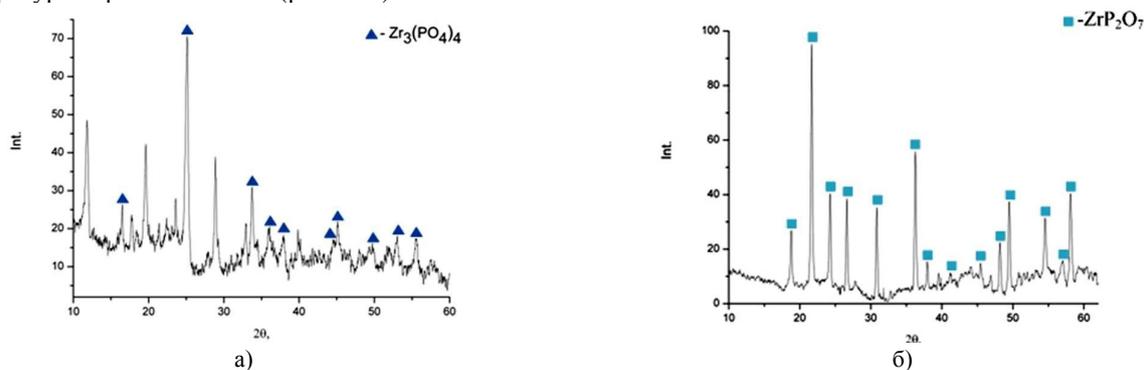


Рис. 12. Дифрактограмма фосфатного порошка, полученного а) золь-гель методом, б) после термообработки при 800°C в течение 14 часов

Установлено, что при соблюдении стехиометрии исходных порошков полученный золь-гель методом продукт после термообработок не отвечает фазовому составу NZP фосфатов. Это, по-видимому, связано с высокой летучестью  $\text{Na}_2\text{O}$ . Поэтому провели синтез NZP фосфатов золь-гель методом при избытке  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  от 25 до 200 вес.%. Рентгеновские линии NZP фосфатов наблюдаются уже при 25 вес.% избытка  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  вместе с значительным количеством линий пирофосфата циркония большой интенсивности.

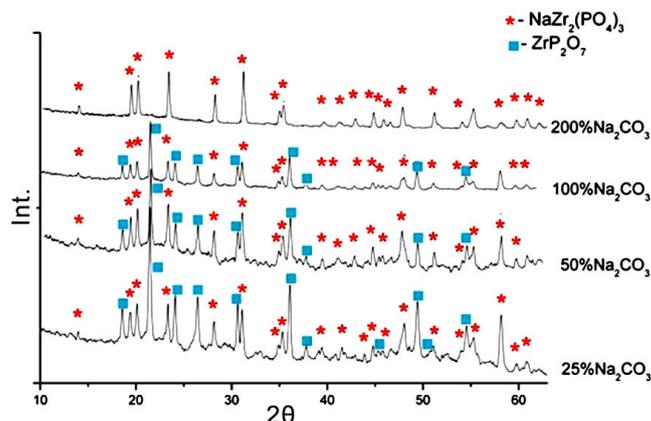


Рис. 13. Дифрактограммы полученных золь-гель методом фосфатных порошков с избытком  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  от 25 до 200 вес.% после термообработки при  $600^\circ\text{C}$  (15 часов) и  $800^\circ\text{C}$  (14 часов)

С увеличением избытка  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  от 25 до 100 вес.% происходит увеличение количества рентгеновских линий  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$ , а количество линий  $\text{ZrP}_2\text{O}_7$  уменьшается. При этом интенсивность основных линий  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$  увеличивается, а  $\text{ZrP}_2\text{O}_7$  – уменьшается. Для порошка, полученного золь-гель методом с избытком 200 вес.%  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  после термообработки при  $600^\circ\text{C}$  (15 часов) и  $800^\circ\text{C}$  (14 часов), характерно наличие единственной фазы  $\text{NaZr}_2(\text{PO}_4)_3$  (рис. 13).

Проведенные на просвечивающем электронном микроскопе (ПЭМ) JEM–2100 исследования отдельных частиц фосфатных порошков, полученных золь-гель методом, показали, что данные порошки являются наноразмерными. Средний размер частиц полученного NZP порошка после сушки составляет 30 нм (рис. 14а). После термообработки при температуре  $600^\circ\text{C}$  в течение 15 часов размер частиц NZP порошка в среднем составил 120 нм (рис. 14б). Термообработка при температуре  $800^\circ\text{C}$  в течение 14 часов приводит к увеличению размера частиц порошка до  $\sim 230$  нм (рис. 14в). Термообработка NZP порошка при температурах 600 и  $800^\circ\text{C}$  в течение достаточно длительного интервала времени (общее время термообработки – 29 часов) не приводит к значительному увеличению размера частиц полученного порошка. Таким образом, получены высокодисперсные порошки для изготовления NZP керамики, предлагаемой в качестве матрицы ВАО.

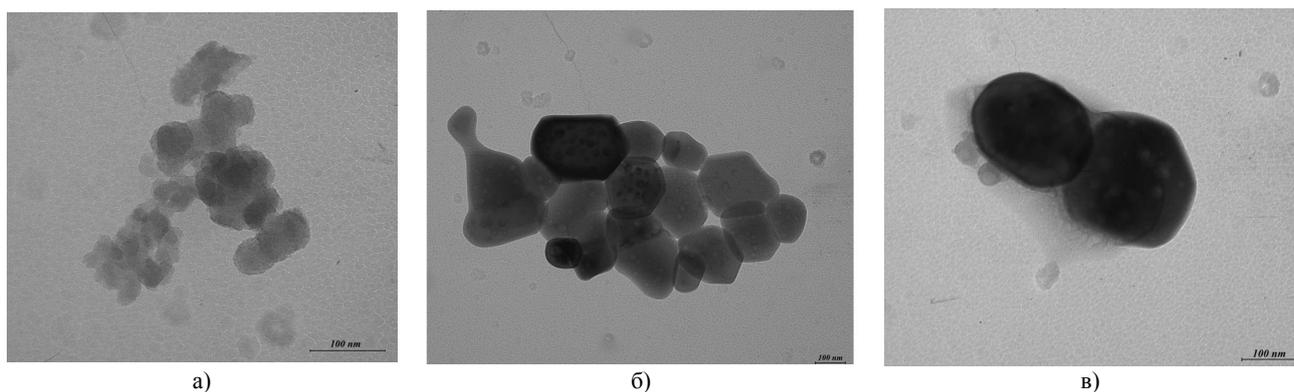


Рис. 14. ПЭМ микрофотография наночастиц NZP порошка а) после сушки при  $90^\circ\text{C}$  в течение 24 часов, б) после термообработки при  $600^\circ\text{C}$  в течение 15 часов, в) после термообработки при  $800^\circ\text{C}$  в течение 14 часов

### КАЛИЙ-МАГНИЙ-ФОСФАТНЫЕ МАТРИЦЫ ДЛЯ ИММОБИЛИЗАЦИИ ВАО

Калий-магний фосфаты  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  (КМФ) в качестве матриц для отверждения жидких высокоактивных отходов были предложены ранее в работах [17-19]. Основной отличительной чертой таких соединений является то, что они образуются при комнатной температуре в результате химической реакции между оксидом магния и дигидрофосфатом калия в водной среде. Поэтому процесс отверждения жидких высокоактивных отходов при добавлении связующих компонентов КМФ характеризуется простотой

реализации и низкими энергозатратами. Кроме того, возможность синтеза гидратированной матрицы КМФ в обычных условиях (при комнатной температуре и атмосферном давлении) особенно важна для иммобилизации легколетучих продуктов деления, таких как Sr, Cs, Tc.

В ННЦ ХФТИ совместно с Аргоннской национальной лабораторией и компанией Boron Products, LLC., Ceradyne Corporation (3M Company), в рамках выполнения работ по партнерскому проекту P-547, были проведены исследования по иммобилизации имитаторов донных отложений ВАО из резервуаров в Хенфорде (США) в матрицы КМФ. В донных отложениях содержится 95% всего  $^{90}\text{Sr}$  и более 90% трансурановых элементов, хранящихся в резервуаре. В них в достаточно высоких концентрациях содержатся такие элементы, как Fe, Al, Ca, Na, U, Cr, Pb и другие, а их активность определяется наличием следующих радионуклидов:  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{237}\text{Np}$ ,  $^{241}\text{Am}$  [20].

Для отверждения имитаторов донных отложений ВАО из резервуаров KE и KW Basin (Floor sludge) использовали низкотемпературную магний-фосфатную композицию, основной структурообразующей фазой которой является гексагидрат магний-калий-фосфата  $\text{KMgPO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ . Процесс основан на реакции:



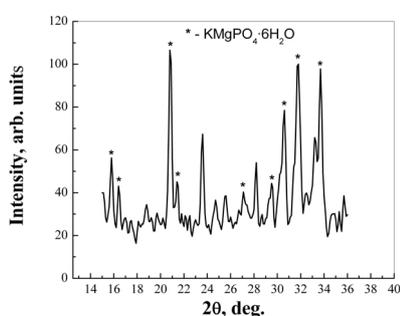
Отверждение имитаторов донных отложений проводили при добавке сначала  $\text{K}_2\text{PO}_4$  при непрерывном перемешивании, а потом MgO в соотношении: MgO: KW/KE Basin sludge:  $\text{K}_2\text{PO}_4 = 1 : 2 : 3$ . В результате получены отвержденные образцы на основе матрицы КМФ обладающие однородной структурой и плотностью, равной  $1,7 - 1,9 \text{ г/см}^3$ .

Были проведены исследования влияния степени наполнения гидратированных матриц КМФ компонентами имитаторов отходов KW/KE Basin sludge на прочностные характеристики отвержденного продукта. Показано, что с возрастанием количества от 2 до 2,6 частей введенных имитаторов в матрицу КМФ наблюдается тенденция увеличения предела прочности при сжатии образцов отвержденных имитаторов отходов KW/KE Basin sludge (таблица). Предел прочности при сжатии полученных образцов  $>9 \text{ МПа}$ , что соответствует требованиям ГОСТа Р 50926–96 к отвержденным ВАО [21]. С целью увеличения прочностных характеристик полученных образцов в процессе отверждения имитаторов отходов KW/KE Basin sludge добавляли волластонит  $\text{CaSiO}_3$ . Было показано, что с увеличением количества волластонита до 15 вес.% предел прочности при сжатии образцов увеличивается более чем в два раза ( $\geq 20 \text{ МПа}$ ).

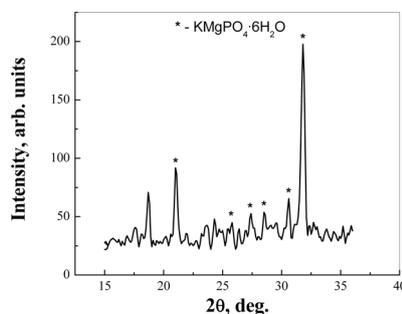
Таблица.

Результаты испытаний на сжатие образцов отвержденных имитаторов отходов KW/KE Basin sludge

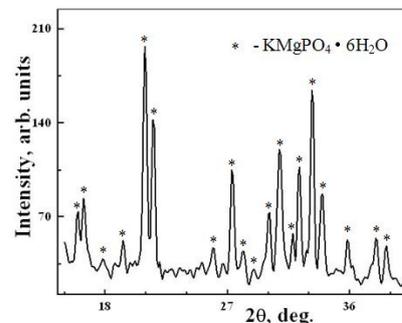
Образцы	Содержание имитаторов отходов KW/KE Basin sludge, части	Предел прочности при сжатии, МПа
Отвержденные имитаторы отходов KW Basin sludge	2	9,4
	2,3	9,7
	2,6	13,5
Отвержденные имитаторы отходов KE Basin sludge	2	9,2
	2,3	9,5
	2,6	9,7



а)



б)



в)

Рис. 15. Дифрактограмма образца а) отвержденных имитаторов отходов KW Basin sludge, б) отвержденных имитаторов отходов KE Basin sludge, в) КМФ

Проведенный РФА анализ полученных матриц показал, что кристаллическая фаза в образцах отвержденных имитаторов отходов KW/KE Basin sludge (рис. 15а,б), в основном, соответствует фосфату  $KMgPO_4 \cdot 6H_2O$  (рис. 15в). При этом наблюдается появление небольшого количества линий других фаз и незначительное смещение основных линий фосфата КМФ на дифрактограммах образцов отвержденных имитаторов отходов KW/KE Basin sludge по сравнению с дифрактограммой образца КМФ. Это может быть связано с образованием фазы  $KMgPO_4 \cdot 6H_2O$  переменного состава за счет частичного замещения калия натрием, а магния железом, содержащихся в больших количествах в донных отложениях ВАО из резервуаров в Хенфорде. Наличие более широкого спектра различных компонентов и их концентрации в растворе KE Basin sludge по сравнению с KW Basin sludge приводит к более существенному изменению вида рентгеновских дифрактограмм. Это можно объяснить тем, что часть исходных солей не прореагировала и осталась в растворе имитатора в виде осадков.

Исследования микроструктуры скола образцов отвержденных имитаторов отходов KW/KE Basin sludge проводили на сканирующем электронном микроскопе JEM-7001 F (СЭМ), оснащенный рентгеновским ЕРС микроанализатором Oxford INCA PentaFET-x3.

Как видно из данных СЭМ исследований микроструктура отвержденных имитаторов отходов KE-Basin sludge является достаточно плотной и однородной. Рентгено-спектрометрические измерения состава полученных образцов подтверждают наличие в полученных образцах элементов К, Mg, P, формирующих матрицу КМФ. Кроме того, на исследуемых участках обнаружена часть основных компонентов имитатора жидких радиоактивных отходов KE Basin sludge: Na, Pb, Cl (рис. 16).

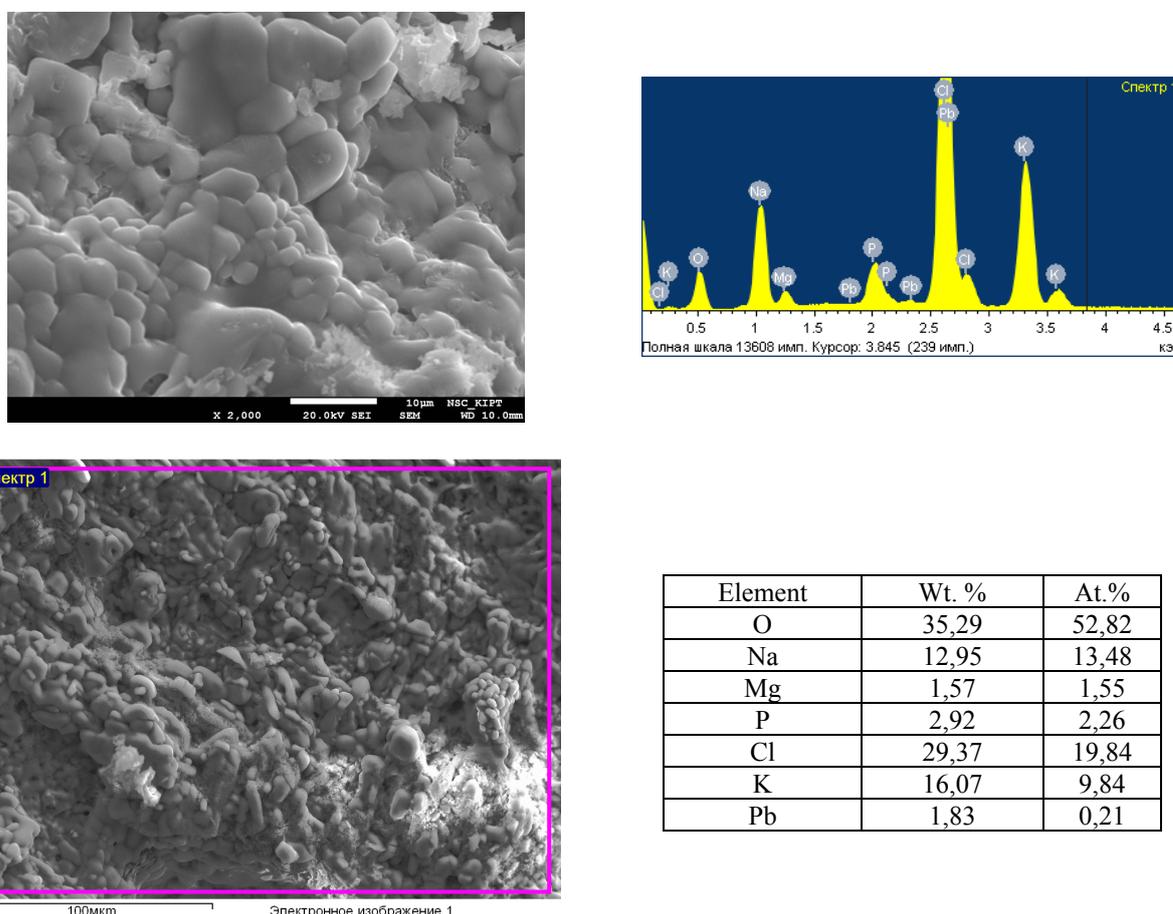


Рис. 16. Микроструктура скола образца отвержденных имитаторов отходов KE-Basin sludge

Исследования фазового состава полученных матриц показали, что в образцах отвержденных имитаторов донных отложений ВАО из резервуаров KE и KW Basin, в основном, сохраняется структурный тип фосфата  $KMgPO_4 \cdot 6H_2O$ . Это указывает на возможность высокого наполнения матриц КМФ компонентами ВАО без изменения ее кристаллической структуры.

### ВЫВОДЫ

Представлены основные результаты исследований синтеза фторапатита  $Ca_{10}(PO_4)_6F_2$ , натрий циркониевого фосфата  $NaZr_2(PO_4)_3$  и калий магниевого фосфата  $KMgPO_4 \cdot 6H_2O$ , рассматриваемых в качестве матриц для иммобилизации радиоактивных отходов. Как известно, матрицы для иммобилизации отходов являются

главным элементом многобарьерной системы изоляции высокоактивных отходов, включающей, кроме матриц, контейнеры для захоронения отходов, глиняные барьеры и использование естественных природных барьеров, таких как скальные породы. В работе показана возможность получения монофазных фосфатных матриц при комнатной температуре (КМФ фосфаты) и температуре до 1000°C (фторапатиты, NZP фосфаты), что особенно важно при иммобилизации легколетучих продуктов деления.

На основе проведенных исследований показано, что искусственно синтезированный фторапатит, основным компонентом для синтеза которого является зола от сжигания древесины, может быть использован в качестве матрицы для иммобилизации радионуклидов, находящихся в золе древесины Чернобыльской зоны. Спеканием на воздухе при температуре 1000°C получены образцы композиции фторапатит – 20 вес.% альбита с относительной плотностью 82%. Повышение активности спекания в интервале температур 800-1000°C обусловлено наличием стеклофазы альбитового состава.

Для большинства фосфатов характерны изоморфные замещения ряда элементов, как в катионной, так и в анионной группе. Способность NZP фосфата включать в свою решетку большое количество ионов различного размера и заряда делает его весьма перспективным матричным материалом для иммобилизации ВАО. Однако, при этом необходимо учитывать, что методы синтеза таких матриц достаточно сложны.

Проведенные эксперименты по отверждению имитаторов жидких радиоактивных отходов KW и KE Basin sludge показали, что с возрастанием их количества от 2 до 2,6 частей в матрицу МКФ наблюдается увеличение предела прочности при сжатии полученных образцов. Значения предела прочности при сжатии образцов отвержденных имитаторов отходов  $\geq 9$  МПа, что удовлетворяет требованиям ГОСТа Р 50926-96 «Отходы высокоактивные отвержденные».

Несмотря на значительный прогресс, достигнутый при изучении поведения керамических, в том числе и фосфатных, форм для иммобилизации ядерных отходов, многие процессы требуют дополнительных исследований, включающих изучение фазовой стабильности, радиационной и коррозионной стойкости в зависимости от температуры и pH среды и т.д. Условие соблюдения монофазности материала матриц обусловлено необходимостью избежать микрорастрескивание матриц при их охлаждения после синтеза и хранения, благодаря анизотропии термических свойств отдельных фаз или их трансформации. На практике иммобилизация жидких ВАО в керамические матрицы характеризуется повышенной сложностью и опасностью. Для таких процессов характерно отсутствие достаточной степени смешивания исходной шихты матриц и отходов, а также не соблюдение равновесных температурно-временных условий, что приводит к присутствию компонентов исходной шихты и образованию сопутствующих фаз в конечном продукте. Поэтому возникает необходимость в исследовании физико-химических свойств таких сопутствующих фаз, в том числе их коррозионной и радиационной стойкости, перераспределения радионуклидов между основной и сопутствующей фазой и др. В конечном счете, результаты этих исследований могут существенно повлиять на перспективность использования полученных материалов в качестве матриц ВАО.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weber W.J., Navrotsky A., Stefanovsky S., Vance E.R., Vernaz E. Materials science of high-level nuclear waste immobilization // MRS Bulletin. – 2009. – Vol. 34. – No.1. – P.46-53.
2. Gramenickij E.N., Kotel'nikov A.R., Batanova A.M., Shhekina T.I., Plechov P.Ju. Eksperimental'naja i tehničeskaja petrologija. – M.: Nauchnyj Mir, 2000. – 416 s.
3. Ewing R.C., Wang L.M. Phosphates as nuclear waste forms, Revier in mineralogy and geochemistry. – 2002. – Vol. 48. – P. 673–699.
4. Shabalin B.G. Konservirujushhie monacitopodobnye materialy dlja immobilizacii radioaktivnyh othodov i ih transformacija v estestvennyh uslovijah // Mineral. zhurnal. – 2006. – T.28. – No.1. – s.39-46.
5. Bros. R., Carpena J., Sere V., Beltritti A. Occurrence of Pu and Fissionogenic REE in Hydrothermal Apatites from the Fossil Nuclear Reactor 16 at Oklo (Gabon) // Radiochimica Acta. – 1996. – Vol.74. – P.277-282.
6. Karpena Zhojel', Buae Loran, Laku Zhan-Lui. Sposob zahoroneniya plutonija v apatitovoj keramike i produkt, poluchennyj s ispol'zovaniem etogo sposoba. Federal'naja sluzhba po intellektual'noj sobstvennosti, patentam i tovarnym znakam. – 1999. – zajavka №2001110070/06.
7. Shkuropatenko V.A., Tarasov R.V., Prudyvus E.A. i dr. Sintez stroncievogo ftopatita na osnove pirofosfata kal'cija // Voprosy atomnoj nauki i tehniki. Serija: fizika radiacionnyh povrezhdenij i radiacionnoe materialovedenie. – 2012. – Vypusk 5 (81). – S. 98-105.
8. Sayenko S.Yu., Shkuropatenko V.A., Tarasov R.V., Prudyvus K.A., Savina S.A., Zykova A.V. Analyses of fluorapatite prepared by both chemical precipitation and solid phase reaction methods // PSE. – 2013. – Vol. 11. – No. 3. – P.279-284.
9. Kanazava T. Neorganicheskie fosfatnye materialy. – Kiev, Naukova dumka, 1998. – 297 c.
10. Belkin F.V., Gabelkov S.V., Tarasov R.V., Poltavcev N.S., Litvinenko L.M., Ryzhova T.P. Cezijsoderzhashhie fazy v drevesnyh zolah chernobyľ'skoj zony // Problemi bezpeki atomnih stancij i Chornobilja. – 2008. – Vyp. 11. – S.136-141.
11. Belkin F.V., Tarasov R.V., Shkuropatenko V.A., Prudivus K.A., Mironova A.G., Litvinenko L.M. Shtuchnij ftopatit dlja immobilizacii zoly vid spaljuvannja derevyny Chornobil's'koi zony // Jaderna ta radiacijna bezpeka. – 2012. – 2(54). – S. 56-59.
12. Hae-Won Kim, Yoon-Jung Noh, Young-Hag Koh, Hyoun-Ee Kim, Hyun-Man Kim. Effect of CaF<sub>2</sub> on densification and properties of hydroxyapatite-zirconia composites for biomedical applications // Biomaterials. – 2002. –Vol.23. – P.4113-4121.
13. Campayo L., Audubert F., Lartigue J.at all. Study of a phosphate-based material with rhabdophane structure for caesium immobilization: Synthesis, sintering and leaching behavior // J. Nucl. Mat. – 2008. – Vol.374. – P.101-108.

14. Tuljaganov D.U., Ismatov A.A. Sistema fluorapatit – anortit // Izvestija AN SSSR. Serija Neorganicheskie materialy. – 1990. – No.4. – S.886-887.
15. Orlova A.I., Zyrjanov V.N., Kotel'nikov A.R. i dr. Keramicheskie fosfatnye matricy dlja vysokoaktivnyh othodov. Povedenie v gidrotermal'nyh uslovijah // Radiohimija. – 1993. – T. 6. – S.120–126.
16. Naik A. H., Thakkar N.V., Dharwadkar S.R., Singh Mudher K.D., Venugopal V. Microwave assisted low temperature synthesis of sodium zirconium phosphate ( $\text{NaZr}_2\text{P}_3\text{O}_{12}$ ) // Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. – 2004. – Vol.78. – P.707-713.
17. Wagh, A.S., Jeong, S.-Y. Chemically Bonded Phosphate Ceramics: I, A Dissolution Model of Formation // Journal of the American Ceramic Society. – 2003. – Vol. 86. – No.11. – P.1838–1844.
18. Wagh, A.S., Singh, D., Jeong, S.-Y. Chemically Bonded Phosphate Ceramics for Stabilization and Solidification of Mixed Waste, in Hazardous and Waste Treatment Technologies Handbook, C. H. Ho, Ed., CRC Press chapter 6. 3. 1. – 2000. – P.1-18.
19. Vinokurov S.E., Kulyako Yu.M., Slyunchev O.M., Rovnyi S.I., Wagh A.S., Maloney M.D., Myasoedov B.F. Magnesium potassium phosphate matrices for immobilization of high-level liquid wastes // Radiokhimiya. – 2009. – Vol. 51. – No. 1. – P.56-62.
20. Hanford K-Basin characterization overview, US EPA (2005). [http://www.epa.gov/rpdweb00/docs/wipp/doenclosure9\\_1.pdf](http://www.epa.gov/rpdweb00/docs/wipp/doenclosure9_1.pdf)
21. GOST R 50926-96. Othody vysokoaktivnye otverzhdennye. Obshhie tehicheskie trebovanija. – M.: Gosstandart Rossii, 1996. – 6s.

PACS: 73.90.+f

## SPECTRA OF ZnO SUPERDISPERSED PARTICLES POLARIZED IN AN MAGNETIC FIELD

V.I. Tyutyunnikov

*Pryazovskyi State Technical University  
Mariupol, St. Universitetskaya, 7, 87500, Ukraine*

*e-mail: [vladimir-tjutunnikov@rambler.ru](mailto:vladimir-tjutunnikov@rambler.ru)*

Received February 3, 2016

This paper discusses the spectra of photo - and ion-luminescence (PL and IL) of ultrafine crystals (UDC) ZnO deposited on the substrate in an magnetic field. UDC ZnO was obtained by separation in a water emulsion industrial phosphor (K-56). The fluorescence spectra for initial sample have a relatively intense broad band in the visible region, which during the deposition of the initial sample in magnetic field becomes less intense. PL spectra for ZnO UDC have weak intensity bands in the visible region. And UDC PL spectra for ZnO deposited in an magnetic field, and do not have this band. While this exciton band with  $\lambda_{\max}=401\text{nm}$  for all the samples remains almost unchanged. When exposed to samples of oxygen ions spectra were obtained ionoluminescence, which differ from the fluorescence spectra. The analysis of the spectral characteristics obtained under the influence of ions sour-kind of the ZnO crystals shows that the intensity of the broad band in the visible region responsible for the defects formed by oxygen ions.

**KEYWORDS:** spectrum, photoluminescence, ionoluminescence, magnetic field, ZnO, ultrafine crystals

### СПЕКТРЫ УЛЬТРАДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ZnO, ПОЛЯРИЗОВАННЫХ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.И. Тютюнников

*Приазовский государственный технический университет  
г. Мариуполь, ул. Университетская, 7, 87500, Украина*

В данной работе рассматриваются спектры фото- и ионо-люминесценции (ФЛ и ИЛ) ультрадисперсных кристаллов (УДК) ZnO, осаждённых на подложку в магнитном поле. УДК ZnO получали путём разделения на фракции в водной эмульсии промышленного люминофора (К-56). Спектры ФЛ для исходного образца имеют довольно интенсивную широкую полосу в видимой области, которая при осаждении исходного образца в магнитном поле, становится менее интенсивной. Спектры ФЛ для УДК ZnO имеют слабую интенсивность полосы в видимой области. А спектры ФЛ для УДК ZnO, осаждённых в магнитном поле, практически не имеют этой полосы. При этом экситонная полоса с  $\lambda_{\max}=402\text{nm}$  для всех образцов остаётся практически неизменной. При воздействии на образцы ионами кислорода были получены спектры ионолюминесценции, которые отличаются от спектров ФЛ. Анализ спектральных характеристик, полученных при воздействии ионами кислорода на кристаллы ZnO показывает, что за интенсивность широкой полосы в видимой области ответственны дефекты, образованные ионами кислорода.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** спектр, фотолуминесценция, ионолюминесценция, магнитное поле, ZnO, ультрадисперсные кристаллы

### СПЕКТРИ УЛЬТРАДИСПЕРСНИХ ЧАСТИНОК ZnO, ПОЛЯРИЗОВАНИХ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

В.І. Тютюнников

*Приазовський державний технічний університет  
м. Маріуполь, вул. Університетська, 7, 87500, Україна*

В даній роботі розглядаються спектри фото - та іонолюмінесценції (ФЛ та ІЛ) ультрадисперсних кристалів (УДК) ZnO, осаджених на основу в магнітному полі. УДК ZnO отримували шляхом поділу на фракції в водній емульсії промислового люмінофора (К-56). Спектри ФЛ для вихідного зразка мають досить таки інтенсивну широку смугу у видимій області, яка при осажденні вихідного зразка в магнітному полі, стає менш інтенсивною. Спектри ФЛ для УДК ZnO мають слабку інтенсивність смуги у видимій області. А спектри ФЛ для УДК ZnO, осаджених в магнітному полі, практично не мають цієї смуги. При цьому екситона смуга з  $\lambda_{\max}=402\text{nm}$  для всіх зразків залишається практично незмінною. При дії на зразки іонами кисню були отримані спектри іонолюмінесценції, які відрізняються від спектрів ФЛ. Аналіз спектральних характеристик, отриманих при впливі іонами кисню на кристали ZnO показує, що за інтенсивність широкої смуги у видимій області відповідальні дефекти, утворені іонами кисню.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** спектр, фотолумінесценція, іонолюмінесценція, магнітне поле, ZnO, ультрадисперсні кристали

В последнее время особый интерес представляют наноразмерные материалы, в которых могут наблюдаться размерные эффекты изменения свойств материалов из-за большого вклада поверхности. Получение и исследование материалов с новыми свойствами, при использовании нанотехнологий, позволяет совершить прорыв в этом направлении. В этой связи благодаря своим уникальным свойствам мелкодисперсные структуры на основе ZnO привлекают внимание различных исследовательских групп [1-4]. Оксид цинка является широкозонным полупроводником с шириной запрещенной зоны 3,37 эВ. Из [5] следует, что ширина запрещенной зоны наночастиц ZnO зависит и от их величины. Энергия связи экситона в ZnO равна 63 МэВ, это значительно выше, чем у широко известного полупроводника GaN (26МэВ). Рекомбинация экситонов в оксиде цинка при комнатной температуре обуславливает ультрафиолетовое излучение с длиной волны 380–390 нм

[6,7]. Таким образом, повышенный интерес к оксиду цинка связан с возможностью создания светоизлучающих устройств, работающих в ближнем ультрафиолетовом диапазоне [7-9].

В настоящее время разработано множество методов получения наночастиц, как в рамках традиционной для микроэлектроники технологий (электрохимическое травление, метод тонко регулируемой конденсации из газовой фазы), так и создание новых технологических приемов (детонационный синтез, золь-гель технология, механосинтез и другие) [10,11]. В этих работах подчёркивается, что метод получения ультрадисперсных систем (УДС) имеет значительно большее влияние на их свойства, чем в случае макроскопических материалов. В дополнение к физическим характеристикам макроскопического объекта УДС характеризуются дисперсией частиц по размерам и качеством поверхности, а эти параметры, в значительной мере определяющие физико-химические свойства такой системы, зависят в сильной степени от метода получения. Это приводит к большим вариациям экспериментальных данных, получаемых различными исследователями. Поэтому представляет интерес исследовать образцы, полученные определенным методом. Исследование свойств мелкодисперсных кристаллов ZnO, полученных с помощью различных методов, открывает новые перспективы применения этого вещества.

Помимо выше упомянутых свойств у ZnO есть такие преимущества перед прочими широко зонными материалами, как радиационная стойкость. Также, технология получения ZnO гораздо проще, что является залогом низкой стоимости устройств на его основе. Актуальной на сегодняшний день является одна из важнейших проблем кристаллизации - получение ориентированных мелкодисперсных систем на не ориентированных подложках [12-14].

Цель данной работы заключается в исследовании оптических свойств мелкодисперсных систем ZnO, осаждённых на неориентированную подложку в магнитном поле.

### ЭКСПЕРИМЕНТ

Спектральные характеристики исследовались на высоковакуумной установке, технические параметры которой представлены в работе [15]. Экспериментальная установка позволяет изучать спектры ионнолюминесценции (ИЛ) и фотолюминесценции (ФЛ). Микрофотографии образцов получали на электронном микроскопе - JSM-6390LV. Коэффициент пропускания измеряли на спектрофотометре СФ-46, затем полученные данные использовали для определения ширины запрещённой зоны. Методика определения ширины запрещённой зоны полупроводников представлена в работах [16,17].

Мелкодисперсные кристаллы ZnO получали путём разделения на фракции в коллоидном растворе промышленного люминофора К-56. Коллоидный раствор выдерживался в пробирке не менее одного месяца. После этого для исследований использовалась 1/3 раствора из верхней части пробирки. Анализ микрофотографии промышленного люминофора (рис.1б) показывает, что размеры кристаллов находятся в пределах 500-10нм. Образцы для исследования наносились на подложку из нержавеющей стали в виде эмульсии ZnO водного раствора, затем вода удалялась путём выпаривания. Температура подложки поддерживалась в пределах 65°C. Такой режим выпаривания даёт возможность эффективнее удалить воду из образца и в то же время не способствует образованию конвективных потоков, которые не позволяют зафиксировать частицы в определённом положении. Процесс нанесения эмульсии производился 3-4 раза до образования матового налёта на подложке. Исследовались образцы ZnO, нанесенные на подложку, как обычным способом, так и в магнитном поле. Осаждение ультрадисперсных частиц проводили в магнитном поле с индукцией магнитного поля: 0,14 Тл, 0,20 Тл и 0,30Тл. После чего образец помещался в рабочую камеру. Индукция магнитного поля измерялась "измерителем магнитной индукции Ш1-8". Параметры ионной пушки: ускоряющее напряжение от 50 до 3000 В, ионный ток от 0,004 до 3,5  $\mu$ А. Запись спектров производилась при комнатной температуре. Для сравнения записывались спектры ФЛ и спектры ионнолюминесценции, полученные при воздействии ионами кислорода на образец (ИЛ<sub>0</sub>).

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В данной работе применялись фотолюминесценция-ФЛ и низкоэнергетическая ионнолюминесценция ИЛ<sub>0</sub>, которые являются весьма информативными и широко используются для изучения ультрадисперсных систем (УДС). На (рис.1а) представлены спектры ФЛ образцов исходного люминофора К-56 и спектры мелкодисперсных частиц ZnO, осаждённых в магнитном поле.

Полученные в данной работе спектры ФЛ промышленного люминофора ZnO (К-56) представлены рядом линий с длинами волн в максимуме:  $E_1(\lambda_{\max}=379 \text{ нм})$ ,  $E_2(\lambda_{\max}=388 \text{ нм})$ ,  $E_3(\lambda_{\max}=395,5 \text{ нм})$ ,  $E_4(\lambda_{\max}=401 \text{ нм})$ , и широкой полосой в видимой области  $E_7(\lambda_{\max}=510-540 \text{ нм})$  и охватывающей диапазон от 401 до 650 нм. Наблюдается различие между спектрами ФЛ для образцов нанесённых на подложку обычным способом и нанесенных в магнитном поле (рис. 1а). Из анализа спектров видно, что с увеличением интенсивности магнитного поля, в котором происходит осаждение УДК, улучшается структурированность спектральных линий. Так для линии  $E_1$  наблюдается незначительное изменение интенсивности от 0,40 до 0,27(абсолютных единиц) и уменьшение полуширины полосы от  $\Delta\lambda=7,0 \text{ нм}$  до  $\Delta\lambda=6,0 \text{ нм}$ . Спектральная линия  $E_2$  также испытывает изменение интенсивности и уменьшение полуширины полосы от  $\Delta\lambda=4,0 \text{ нм}$  до  $\Delta\lambda=3,5 \text{ нм}$ .

Наиболее интенсивная линия  $E_4$  также становится более узкой (изменение полуширины от  $\Delta\lambda=4,0$  нм до  $\Delta\lambda=3,6$  нм).

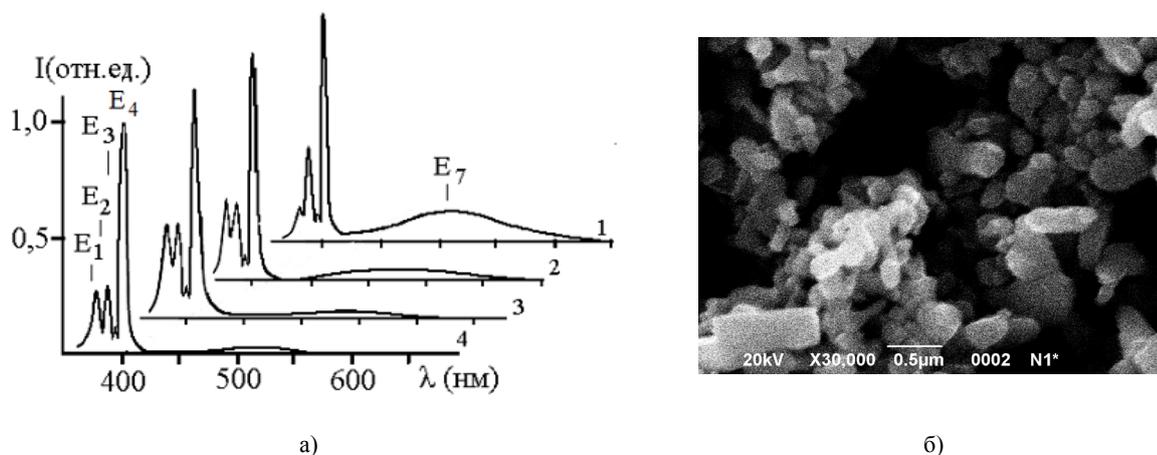


Рис.1. Спектры ФЛ мелкодисперсных частиц ZnO, осаждённых в магнитном поле и микрофотография исходного образца ZnO

а) 1-нанесение на подложку обычным способом промышленного люминофора К-56; 2 - магнитное поле с индукцией 0,14Тл; 3- магнитное поле с индукцией 0,20 Тл; 4- магнитное поле с индукцией 0,30 Тл; б) микрофотография исходного образца ZnO.

Интенсивность полосы  $E_7$  уменьшается по мере увеличения интенсивности магнитного поля в котором происходит осаждение частиц ZnO. Низкая интенсивность спектральной полосы в видимой области говорит об улучшении кристаллической структуры данного образца ZnO. В литературе отмечается, что такие спектры соответствуют высокому структурному и оптическому качеству кристаллов [6-8]. Этому, видимо, способствует направленная определённым образом ориентация кристаллов в магнитном поле. Уровень поляризации ультрадисперсных кристаллов в данном случае выше, чем кристаллов исходного образца так, как согласно микрофотографии размеры УДК находятся в пределах 10-40 нм (рис.4). На поляризацию наночастиц в электрическом поле указывается и в работах [13-15], об ориентации УДК в магнитном поле информации не найдено.

При воздействии на люминофор К-56 и УДК ZnO ионами кислорода (энергия -3кэВ) были получены спектры ионoluminesценции (рис. 2), отличающиеся от спектров ФЛ (рис. 1а).

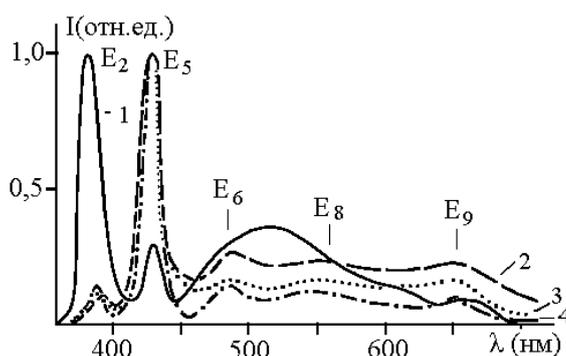


Рис. 2. Спектры ИЛ<sub>0</sub> образцов, полученных путём осаждения мелкодисперсных частиц ZnO в магнитном поле (для данных спектров энергия ионов кислорода 3кэВ)

1 - промышленного люминофора К-56, 2 - нанесение на подложку в магнитном поле с индукцией 0,14 Тл, 3- нанесение на подложку в магнитном поле с индукцией 0,20Тл, 4 - нанесение на подложку в магнитном поле с индукцией 0,30Тл

Спектры ИЛ<sub>0</sub> промышленного люминофора (К-56) ZnO представлены рядом линий с длинами волн в максимуме:  $E_2$  ( $\lambda_{\max}=382,5$  нм),  $E_5$  ( $\lambda_{\max}=426,8$  нм),  $E_7$  ( $\lambda_{\max}=512$  нм),  $E_9$  ( $\lambda_{\max}=654$  нм). Спектры ИЛ<sub>0</sub> УДК ZnO представлены линиями с длинами волн в максимуме:  $E_2$  ( $\lambda_{\max}=390$  нм),  $E_5$  ( $\lambda_{\max}=427$  нм),  $E_6$  ( $\lambda_{\max}=486$  нм),  $E_8$  ( $\lambda_{\max}=550$  нм),  $E_9$  ( $\lambda_{\max}=652,5$  нм). Из (рис.2) видно, что спектры УДК ZnO сильно отличаются как от спектра исходного образца, так и от спектров ФЛ ZnO (рис.1а). Спектры ИЛ<sub>0</sub> имеют более широкие линии, с полушириной линии от  $\Delta\lambda=17,0$  до  $\Delta\lambda=10,0$ нм для линии  $E_2$  и от  $\Delta\lambda=16,5$  нм до  $\Delta\lambda=15,5$  нм для линии  $E_5$ . Это также можно объяснить тем, что с увеличением напряжённости магнитного поля, при осаждении УДК ZnO, число частиц ZnO с определённой ориентацией увеличивается. Следует отметить, что линия  $E_2$  и линия  $E_5$  в

спектре исходного образца и спектрах УДК ZnO испытывают инверсию. Из спектров УДК ZnO видно, что интенсивность полос спектра в видимой области уменьшается при осаждении мелкодисперсных частиц ZnO в магнитном поле с большей напряжённостью. На рис. 4 представлена микрофотография УДК ZnO анализ которой показывает, что размеры частиц находятся в пределах 10-40нм. Частицы наноразмерных величин в большей степени преобретают определённую ориентацию в магнитном поле, что проявляется в спектральных характеристиках. Из этого можно сделать вывод, что осаждение УДК ZnO на подложку в магнитном поле улучшает оптические характеристики образца. Спектры УДК ZnO, полученные при воздействии ионами кислорода с энергией 1кэВ и 2кэВ имеют такой же вид, но хуже структурированность и интенсивность. На рис. 3 показана зависимость интенсивности спектральных линий ионolumинесценции от ускоряющего напряжения на ионной пушке (экспериментальные данные отмечены точками).

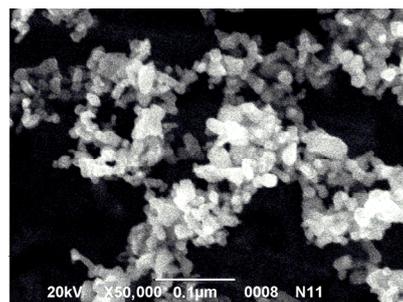
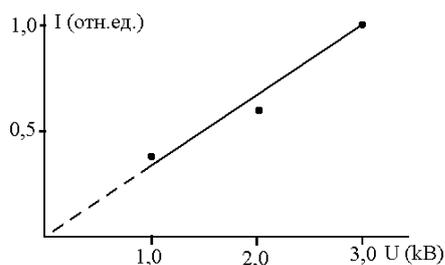


Рис. 3. Зависимость интенсивности ИЛ<sub>0</sub> от энергии ионов      Рис. 4. Микрофотография мелкодисперсных кристаллов ZnO.

Отличие спектров ФЛ и ИЛ<sub>0</sub> можно объяснить тем, что ФЛ это объёмная люминесценция кристалла, а люминесценция вызванная ионами низких энергий (до 3кэВ) – поверхностная люминесценция. Ионы низких энергий ~1 кэВ рассеиваются почти полностью на поверхностном слое и широко используются для исследования "первого монослоя" атомов кристалла [18]. Глубина воздействия ультрафиолетового излучения на кристаллические материалы до нескольких микрон. Также необходимо учитывать, что механизм взаимодействия ионов с кристаллической решёткой твёрдого тела отличается от механизма взаимодействия электромагнитного поля УФ излучения с веществом.

В таблице представлены все основные спектральные параметры, полученные для исследуемых образцов.

Таблица

Параметры спектров, полученные при исследовании люминофора ZnO

	E <sub>1</sub> (нм)	E <sub>2</sub> (нм)	E <sub>3</sub> (нм)	E <sub>4</sub> (нм)	E <sub>5</sub> (нм)	E <sub>6</sub> (нм)	E <sub>7</sub> (нм)	E <sub>8</sub> (нм)	E <sub>9</sub> (нм)
ФЛ <sub>исх</sub>	379(0,13)	388,0(0,41) Δλ=4,8	395,0(0,12)	401,0(1,00) Δλ=4,0	.....	.....	510(0,14)	.....	.....
ФЛ <sub>удк</sub> B=0,14Тл	379(0,37) Δλ=7,0	388,7(0,35) Δλ=4,0	395,0(0,12)	402,3(1,00) Δλ=4,0	.....	.....	525(0,06)	.....	.....
ФЛ <sub>удк</sub> B=0,20Тл	379(0,40) Δλ=6,5	388,6(0,43) Δλ=4,0	395,5(0,12)	402,0(1,00) Δλ=4,0	.....	.....	525(0,03)	.....	.....
ФЛ <sub>удк</sub> B=0,30Тл	379(0,27) Δλ=6,0	389,0(0,43) Δλ=3,5	395,5(0,12)	402,0(1,00) Δλ=3,6	.....	.....	525(0,02)	.....	.....
ИЛ <sub>исх</sub>	.....	382,5(1,00) Δλ=17,0	.....	.....	426,8(0,32) Δλ=15,0	.....	512(0,36)	.....	654,0(0,10)
ИЛ <sub>удк</sub> B=0,14Тл	.....	390,0(0,10) Δλ=12,0	.....	.....	427,0(1,00) Δλ=16,5	486(0,27)	.....	550(0,23)	652,5(0,24)
ИЛ <sub>удк</sub> B=0,20Тл	.....	390,0(0,12) Δλ=10,7	.....	.....	427,0(1,00) Δλ=16,0	486(0,16)	.....	550(0,15)	652,5(0,16)
ИЛ <sub>удк</sub> B=0,30Тл	.....	389,7(0,14) Δλ=10,0	.....	.....	427,0(1,00) Δλ=15,5	486(0,14)	.....	550(0,11)	652,5(0,10)

В скобках указана относительная интенсивность полос, ФЛ<sub>исх</sub>. – фотolumинесценция промышленного образца К-56, ИЛ<sub>исх</sub>. – ионolumинесценция промышленного образца К-56, ФЛ<sub>удк</sub> – фотolumинесценция ультрадисперсных кристаллов, осаждённых на подложку в магнитном поле с индукцией B=0,14Тл, B=0,20Тл, B=0,30Тл, ИЛ<sub>удк</sub> – ионolumинесценция ультрадисперсных кристаллов, осаждённых на подложку в магнитном поле с индукцией B=0,14Тл, B=0,20Тл, B=0,30Тл.

По данным УФ-спектроскопии ультрадисперсные кристаллы ZnO прозрачны в видимом диапазоне длин волн. Для того чтобы определить ширину запрещённой зоны УДК ZnO на спектрофотометре СФ-46 были определены коэффициенты пропускания в необходимой области длин волн для кварцевой подложки и ультрадисперсных кристаллов, нанесённых на кварцевую подложку. Коэффициенты пропускания определяли для фиксированных значений длин волн. Затем по известной методике определили коэффициенты поглощения

и построили графики в координатах  $(\alpha h\nu)^2 - h\nu$  [16,17]. Значение ширины запрещённой зоны ( $E_g$ ) получили путём линейной интерполяции прямолинейного участка графика на ось абсцисс.

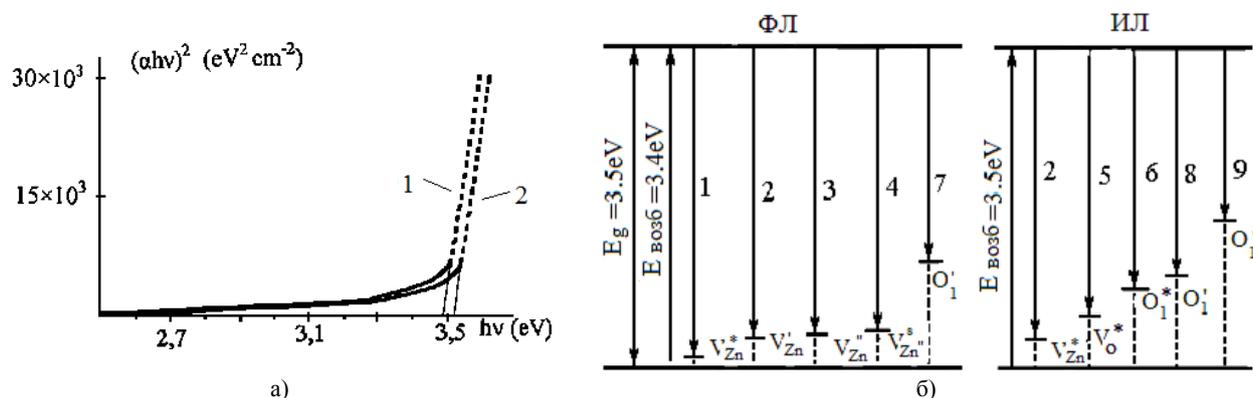


Рис. 5. Спектры поглощения образцов ZnO и электронные переходы при фото- и ионо-люминесценции.

а) определение ширины запрещённой зоны образцов в координатах  $(\alpha h\nu)^2 - h\nu$ ; 1 - исходный образец (K-56), 2 - УДК ZnO, б) схема электронных переходов в ZnO при воздействии на образец ультрафиолетом и пучком ионов кислорода.

На рис. 5а показаны графики исходного и УДК ZnO. Значение ширины запрещённой зоны образца K-56 равно 3,49 эВ, а для УДК ZnO составляет 3,52 эВ при комнатной температуре. Наблюдается зависимость значения ширины запрещённой зоны  $E_g$  от размеров кристаллов, с уменьшением размеров УДК величина  $E_g$  растёт. Для более полного понимания процессов, происходящих при возбуждении ультрафиолетом ( $\lambda_{\text{max}}=365$  нм) и ионами кислорода (ИЛ<sub>0</sub>) образцов ультрадисперсных кристаллов ZnO, предложена энергетическая диаграмма электронных переходов (рис. 5б). Как видно, при ФЛ преобладают “прямые” переходы зона-зона с излучением кванта света это линии  $E_1, E_2, E_3, E_4$ . Излучение в видимой области линия  $E_7$  с  $\lambda_{\text{max}}=525$  нм обусловлено дефектами кислородных вакансий. Штриховые линии показывают электронные безизлучательные переходы сопровождающиеся растратой энергии в тепло. При воздействии ионами кислорода на образец электронный переход зона-зона имеет малую вероятность, о чём свидетельствует интенсивность линии  $E_2$  ( $\lambda_{\text{max}}=390$  нм). Ионная бомбардировка способствует образованию множества дефектов, созданных вакансиями кислорода, что подтверждается спектрами ИЛ<sub>0</sub> (линии  $E_5, E_6, E_8, E_9$ ).

В данной работе было установлено, что осаждённые в магнитном поле кристаллы ZnO ультрадисперсных размеров значительно улучшают свои спектральные свойства. Эти спектры аналогичны спектрам, которые получают при использовании сверхчистых кристаллов с идеальной кристаллической решёткой [1,8,10,17,19]. В работе [17] отмечается, что ультрафиолетовое (UV) излучение проявляется в достаточно совершенных структурах с минимальным количеством дефектов, которые могут создавать конкурирующие каналы излучательной или безизлучательной рекомбинации. Поэтому соотношение интенсивностей UV и видимого излучения PL может служить мерой качества кристаллов ZnO. Причём в настоящей работе для этого использовалась не специально подготовленная подложка. Результаты работы показывают, что на неориентированной подложке, при осаждении УДК в магнитном, как и в электрическом [15], поле тоже можно получать образцы со спектральными параметрами близкими к параметрам для кристаллов высокой чистоты и идеальной кристаллической решёткой.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены спектры ФЛ и ИЛ<sub>0</sub> для ультрадисперсных систем ZnO, которые указывают на то, что при уменьшении размерности кристаллов до нано-размерных величин их структурные и оптические свойства улучшаются. Осаждение ультрадисперсных кристаллов на подложку в магнитном поле также ведёт к значительному улучшению оптических параметров. Это, видимо, связано с определённой ориентацией оптической оси мелкодисперсных кристаллов ZnO при осаждении их в магнитном поле. Показано, что для получения материалов с высокими оптическими свойствами не требуется специально подготовленная подложка, если УДК ZnO осаждать в магнитном поле. Полученные результаты также показывают, что уменьшение размерности кристаллов ведёт к увеличению ширины запрещённой зоны материала. Показано, что при осаждении ультрадисперсных кристаллов в магнитном поле можно получить материалы с оптическими параметрами не хуже, чем для сверхчистых кристаллов с идеальной кристаллической решёткой.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Burakov V.S., Tarasenko N.V., Nevar E.A., Nedelko M.I. Morphology and optical properties of zinc oxide nanostructures synthesized by thermal and electric-spraying // Technical Physics. -2011. - Vol.81. - Vyp.2. -P.89-97.
2. Chaliapina A.Y., Khokhlov E.M., Polyakova L.A., Solovyova A.Yu. Synthesis and study of the properties of nanoparticles of zinc oxide// Vestnik MИTHT. -2011. -Vol.6. - No.6. -P.102-104 (in Russian).

3. Ostafiychuk B.K., Zhirovetsky V.M., Kotlyarchuk B.K., Moisa M.I., Popovych D.I., Serednitsky A.S. The study of processes the formation of nano ZnO and on its properties // *Physics and Chemistry of Solid State*.- 2008.-Vol.9. - No.4.-P.728-731(in Russian).
4. Sushchikh M., Styrov V., Tyutyunnikov V., Cordella N. Surface Luminescence of Polycrystallin Zinc oxide Excited by Hydrogen Atoms // *Mater. Res. Symp. Proc.* - 2007. - Vol.957. - P.0957-K07-02 .
5. Vakalov D.S., Krandievsky S.O., Mihneev L.V. The study of recombination centers of ZnO nanoparticles in the methods of optical, photoelectric and luminescent spectroscopy // *Vestnik NCSTU*.-2011. - No.4(29).-P.6-11 (in Russian).
6. Kuzmina I.P., Nikitenko V.A. Zinc oxide. Preparation and Optical Properties. - M.: Nauka, 1984.-166p (in Russian).
7. Nikitenko V.A. Optics and Spectroscopy of Point Defects in ZnO // *Proceeding of interational NATO Workshop "Zinc oxide as a material for micro-and optoelectronic application."*-Shringer, 2005.-P.69-81.
8. Kaidashev V.E., Kaidashev E.M., Perez M., Monteiro T., Correia M.R., Sobolev N.A. Optical and structural properties of the nanorods ZnO, obtained by pulsed laser deposition without catalyst // *Technical Physics*.-2009.- Vol.79. - Vyp.11.- P.45-49.
9. Li L.E., Demianets L.N. Room-temperature excitonic lasing in ZnO tetrapod-like crystallites // *Opt. materials*. - 2008. - Vol.30. No.7.-P.1074-1078.
10. Lyanguzov N.V., Kaidashev V.E., etc. The use of different catalysts for micro-laser deposition and ZnO nanorods // *Technical Physics*. - 2012. - Vol.82. -Vyp.4. - P.108-116.
11. Gusev A.I. Nanomaterials, nanostructures, nanotechnology.- M.: Fizmatlit, 2005. - 416 s. (in Russian).
12. Andrievsky R.A., Raguli A.V. Nanostructured materials.- M.: Izd.tsentr "Academy", 2005.-192p. (in Russian).
13. Malyshev K.V. The polarization of the nanoparticles in the tunneling microscope // *Science and education*. - 2011.- No.10. - P.1-13(in Russian). <http://technomag.edu.ru/pdf/out/228079.pdf>
14. Shirokov V.P., Biryukov S.V., Mukhortov V.M., Yuzyuk Y.I. The polarization of thin films of barium strontium titanate under the influence of an external electric field // *Technical Physics*.- 2011.-Vol.81. - Vyp.8.-P.115-121. (in Russian).
15. Tyutyunnikov V.I. Spectra of ZnO Superdispersed Paticles Polaized in an Electric Field//*East European Journal of Physics*.- 2015.-Vol.6.-No.3.-P.64-69.
16. Kulak A.I.,Streltsov E.A.,Rabchynski S.M. Band gap determination of semiconductor electrodes from photopotential spectrum//*Sviridov Readings*.- Iss.7.-Minsk.-2011.-P.1-10.
17. Troshin A.V., Kovalenko A.A., Dorofeev S.H., BaranovA.N. Sensitization ZnO nanorods CdSe quantum dots// *Inorganic materials*.-2012.-V48.-No7.-P.1-8. (in Russian).
18. Oura K., Lifshiz V.H., Saranin A.A. and other . Introduction to the physics of surface .- M.: Nauka, 2006 - 490 p. (in Russian).
19. Khomchenko V.S., Roshchina N.N., Zavyalov L.V., Strelchuk V.V., Svechnikov G.S., Tatyanyenko N.P., Gromashevskiy V.L., Lytvyn O.S., Avramenko E.A., Snopok B.A. Investigation of the structure, and the emission properties of piezoelectric films ZnS, ZnS-ZnO and ZnO, obtained by chemical method // *Technical Physics*. - 2014. - Vol.84. - Vyp.1. - P.94-103. (in Russian).

PACS: 61.80.Ba

## THE FEATURES OF THE PHASE TRANSFORMATIONS IN INTERMETALLIC PHASES IN ZIRCONIUM ALLOYS

V.G. Kirichenko, R.S. Nestarenko, T.A. Kovalenko

*Kharkiv National Karazin University,  
4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine*

*E-mail: [val\\_kir48@mail.ru](mailto:val_kir48@mail.ru)*

Received December 25, 2015

On the basis of experimental data the analysis of phase changes in intermetallic phases in alloys on the basis of zirconium (Zr – 1,03 at.% Fe; Zr – 0,51 at.% Fe; Zr – 0,51 at.% Fe – M (M = Nb, Sn, Ta) is carried out. We used experimental techniques: Mössbauer spectroscopy on  $^{57}\text{Fe}$  nuclei in backscattering geometry with the registration of the internal conversion electrons, X-ray analysis, X-ray diffraction and electron microscopy. As a result is found the interrelation between process of growth of inclusions of intermetallic phases and segregation of these phases. The growth of particles derived by phase transformation, recrystallization and interrelated. In our case the detected phase separation of two types, so iron is transferred from one phase to another at short diffusion paths. The kinetics growth of inclusions is not controlled by bulk diffusion, and a lower value of the activation energy of migration of iron atoms can be bound with existence of enhanced diffusion paths and interphase borders.

**KEY WORDS:** zirconium, alloys, phases, growth, segregation

### ОСОБЛИВОСТІ ФАЗОВИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ В ІНТЕРМЕТАЛІЧНИХ ФАЗАХ В ЦИРКОНІЄВИХ СПЛАВАХ

В.Г. Кіріченко, Р.С. Нестаренко, Т.О. Коваленко

*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
61022, Харків, м. Свободи, 4*

На основі експериментальних даних проведено аналіз фазових перетворень в інтерметалічних фазах у сплавах на основі цирконію. Zr – 1,03 ат.% Fe; Zr – 0,51 ат.% Fe; Zr – 0,51 ат.% Fe – M (M = Nb, Sn, Ta). Використовували експериментальні методи: месбауерівська спектроскопія на ядрах  $^{57}\text{Fe}$  в геометрії зворотного розсіювання з реєстрацією електронів внутрішньої конверсії, рентгеноспектральний аналіз, рентгеноструктурний аналіз і електронну мікроскопію. В результаті виявлено взаємозв'язок між процесами росту включень інтерметалічних фаз та сегрегацією цих фаз. Зростання частинок, що відбувається через фазовий перетворення, і рекристалізація взаємопов'язані. У нашому випадку виявлені виділення фаз двох типів, тому залізо переходить з однієї фази в іншу по коротким шляхах дифузії. Кінетика росту включень не контролюється об'ємною дифузією, та менші значення енергії активації міграції атомів заліза може бути пов'язане з наявністю шляхів прискореної дифузії та між фазними кордонами.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** цирконій, сплави, фази, зріст, сегрегація

### ОСОБЕННОСТИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ В ИНТЕРМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ФАЗАХ В ЦИРКОНИЕВЫХ СПЛАВАХ

В.Г. Кириченко, Р.С. Нестаренко, Т.А. Коваленко

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина  
61022, Харьков, пл. Свободы, 4*

На основе экспериментальных данных проведен анализ фазовых превращений в интерметаллических фазах в сплавах на основе циркония: Zr – 1,03 ат.% Fe; Zr – 0,51 ат.% Fe; Zr – 0,51 ат.% Fe – M (M = Nb, Sn, Ta). Использовали экспериментальные методы: месбауэровскую спектроскопию на ядрах  $^{57}\text{Fe}$  в геометрии обратного рассеяния с регистрацией электронов внутренней конверсии, рентгеноспектральный анализ, рентгеноструктурный анализ и электронную микроскопию. В результате обнаружена взаимосвязь между процессами роста включений интерметаллических фаз и сегрегацией этих фаз. Рост частиц, происходящий через фазовое превращение, и рекристаллизация взаимосвязаны. В нашем случае обнаружены выделения фаз двух типов, поэтому железо переходит из одной фазы в другую по коротким путям диффузии. Кинетика роста включений не контролируется объемной диффузией, и меньшее значение энергии активации миграции атомов железа на стоящем может быть связано с наличием путей ускоренной диффузии и межфазными границами.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** цирконий, сплавы, фазы, рост, сегрегация

При решении проблем использования ядерных материалов, ядерных и радиационных технологий в энергетике важное значение имеет исследование и разработка конструкционных материалов для активной зоны и корпусов ядерных реакторов. К ним относятся сплавы циркония, аустенитные хромоникелевые стали, ферритные стали, сплавы других металлов.

Значительное влияние на эксплуатационные свойства и характеристики сплавов на основе циркония и изделий из них оказывают фазовые превращения и сегрегационные процессы (увеличение концентрации одного из компонент сплава по сравнению с равновесной) на поверхности, в областях концентрации напряжений. Важными задачами являются изучение механизмов эволюции микроструктуры и структурно-фазового состояния сплавов, исследование термически активированных и радиационно-стимулированных структурно-фазовых

превращений в сплавах, изучение структуры фаз и перераспределения легирующих элементов. Интерметаллиды и границы зерен являются местами локализованной коррозии. Поэтому коррозионная стойкость сплавов в целом определяется не только фазовым составом, дисперсностью и равномерностью распределения по поверхности частиц интерметаллидов, но и микроструктурой металлической матрицы. Процессы возврата и рекристаллизации сложнелегированных сплавов на основе циркония изучены недостаточно. Поэтому важным является определение температурных интервалов как относительной стабильности структурно-фазового состояния деформированных железосодержащих сплавов на основе  $\alpha$ -Zr, так и температур начала рекристаллизации.

Целью работы является исследование и анализ влияния последствий фазовых превращений в интерметаллических фазах, образующихся в сплавах на основе циркония, на создание оптимальной микроструктуры сплавов.

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для проведения исследования были изготовлены сплавы: Zr – 1,03 ат.% Fe; Zr – 0,51 ат.% Fe ; Zr – 0,51 ат.% Fe – M (M = Nb, Sn, Ta). Методика их приготовления описана в [8-9]. Использовалась мессбауэровская спектроскопия на ядрах  $^{57}\text{Fe}$  в геометрии обратного рассеяния с регистрацией электронов внутренней конверсии (МСКЭ). Рентгеноспектральный анализ поверхности отожженных образцов сплавов циркония производили на спектрометре «Самбах MBX 268». Рентгенографическое исследование сплавов проводили на установке ДРОН-3,0 в  $\text{Cu-}k_{\alpha}$  - излучении. Рентгеноструктурный анализ показал, что на всех этапах термомеханической обработки (ТМО) сплавов на основе циркония фазовый состав представлен только альфа – фазой Zr. Использовали просвечивающий электронный микроскоп ЭМ - 200 с разрешающей способностью 15 Å при ускоряющем напряжении 125 кВ. Анализ поверхности образцов производили с помощью сканирующего электронного микроскопа JEOL JSM-840 и «Quanta 3D».

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим последовательно результаты исследования процессов фазовых превращений, сегрегации включений интерметаллических фаз и роста включений.

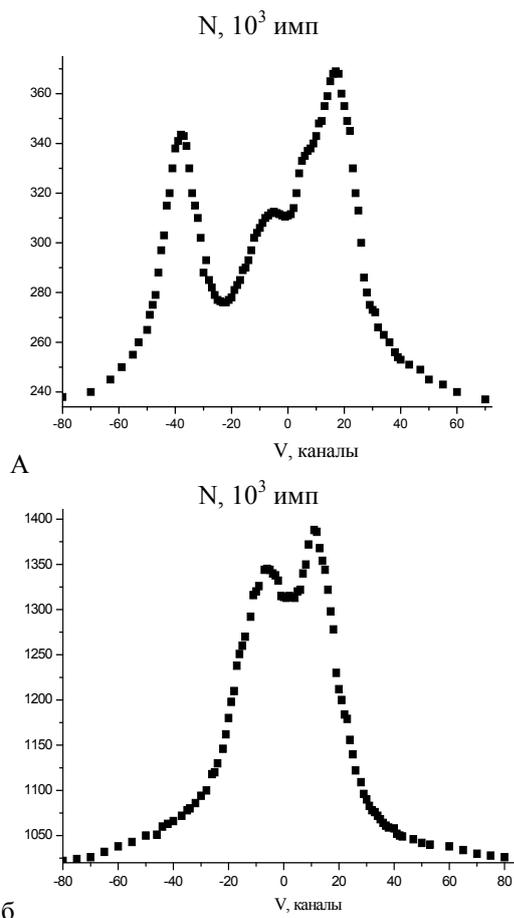


Рис. 1. МСКЭ спектры рассеяния сплава Zr-0,51 ат. %Fe-0,5 ат. %Nb после отжига при 770 К (а) и при 970 К (б)

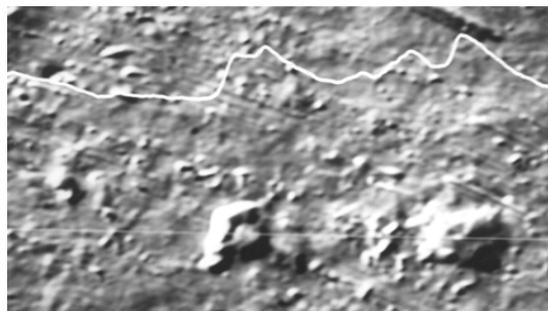


Рис. 2. Микрофотография по рентгеноспектральным данным поверхности образца сплава цирконий - железо после отжига в вакууме при 870 К в течение 5 часов. Распределение железа по линии сканирования 800<sup>x</sup>

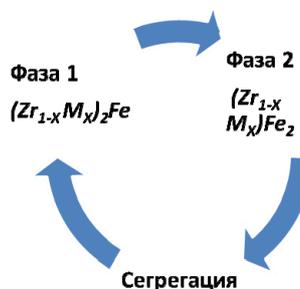


Рис. 3. Схема фазовых превращений

Обработка спектров заключалась в разложении их на два дублета (рис. 1). По рентгеноспектральным данным наблюдается возрастание количества железа в приповерхностном слое (рис. 2).

Влияние третьего элемента на локальное окружение атомов железа в цирконии по мессбуаэровским данным связывается с особенностями процесса кристаллизации двойных и тройных сплавов на основе циркония (таблица). Приведенные результаты позволили предложить схему фазовых превращений в сплавах (рис. 3).

В тройных сплавах с  $M=Nb, Ta, Mo, Cu$  и четверном сплаве с добавками  $Nb, Sn, Fe$  дублеты с большей величиной квадрупольного расщепления были отнесены к фазам  $(Zr_{1-x}M_x)_2Fe$  (фаза 1), дублеты с меньшими значениями расщепления – к фазам типа  $(Zr_xM_{1-x})Fe_2$  (фаза 2). При отжиге (изохронном и изотермическом в диапазоне температур  $T = 573-1073$  К и диапазоне времен 0,4–30 ч), протекает фазовое превращение фаза 1 → фаза 2, о чем свидетельствует падение интенсивности линий дублета фазы 1с ростом температуры и рост интенсивности линий другого дублета с меньшим значением квадрупольного расщепления (рис. 1).

Фазовые превращения 1→2 в железосодержащих интерметаллических включениях в исследованных сплавах (с добавками  $Nb, Ta, Mo, Cu, Cr$ ) начинают интенсивно развиваться при температурах  $T > 670$  К.

Таблица

Мессбуаэровские параметры основных фаз в системах $Zr-Fe_x$				
Группа сплавов	Сплав	Расшифрованные фазы Фаза	Изомерный сдвиг, мм/с	Квадрупольное расщепление, мм/с
Группа 1				
Бинарный сплав цирконий - железо	Zr-0,51 ат.% Fe Zr-1,03 ат.% Fe	$Zr_3Fe$	-0,33(1)	0,97(1)
		$Zr_2Fe$ (типа $CuAl_2$ )	-0,31(1)	0,56(1)
Тройной сплав	Zr-Fe-Sn	$Zr_3Fe$ $Zr_2Fe$ (типа $CuAl_2$ )	-0,35 -0,15	0,85 0,56
Группа 2				
Тройной сплав Zr-Fe-3d M	Zr-0,51 ат.% Fe 0,5 ат.% V Zr-0,51 ат.% Fe 0,5 ат.% Cr Zr-0,51 ат.% Fe 0,5 ат.% Cu	$Zr(V_{1-x}Fe_x)_2$	-0,18	0,24
		$Zr(Cr_{1-x}Fe_x)_2$	-0,19	0,30(1)
		$(Zr_{1-x}Cu_x)_2Fe$ $(Zr_{1-x}Cu_x)Fe_2$ $Zr(V_{1-x}Fe_x)_2$	-0,26 -0,11 -0,17	0,7 0,25 0,2
Четверной сплав	Zr-Fe-V-Cu			
Группа 3				
Тройной сплав Zr-Fe-4d M	Zr-Fe-Mo	$(Zr_{1-x}Mo_x)_2Fe$	-0,28	0,68
		$(Zr_{1-x}Mo_x)Fe_2$	-0,19	0,24
Четверной сплав	Zr-0,51 ат.% Fe-Nb(0,5; 1,0; 2,5%) Zr-Fe-Sn-Nb	$(Zr_{1-x}Nb_x)_2Fe$	-0,30	0,61
		$(Zr_{1-x}Nb_x)Fe_2$	-0,19	0,27
		$(Zr_{1-x}Nb_x)_2Fe$	-0,27	0,55
		$(Zr_{1-x}Nb_x)Fe_2$	-0,16	0,28
Группа 4				
Тройной сплав Zr-Fe-5d M	Zr-0,51 ат.% Fe-0,8 ат.% Ta	$(Zr_{1-x}Ta_x)_2Fe$	-0,32	0,75(1)
		$(Zr_{1-x}Ta_x)Fe_2$	-0,15	0,30

По данным [9] в сплавах  $Zr-Fe-Mo$  в интервале температур 973-1273 К интерметаллиды представлены фазами  $ZrMo_2$  и  $ZrFe_2$ . В нашем случае это фазы  $(Zr_{1-x}Mo_x)_2Fe$  и  $(Zr_{1-x}Mo_x)Fe_2$ . В богатых цирконием сплавах  $Zr-Fe-Nb$ , содержащих до 15 вес.%(Nb+Fe), в интервале 873–1373 К образуется фаза  $Zr_2Fe$  [10]. В нашем случае в  $\alpha$ -области сплавов присутствуют фазы  $(Zr_{1-x}Nb_x)_2Fe$  (фаза 1) и  $(Zr_{1-x}Nb_x)Fe_2$  (фаза 2). На рис. 4 приведена зависимость  $c/a$  от температуры отжига сплава  $Zr-Fe-Nb$ . Рост  $c/a$  с увеличением температуры отжига и одно-временным переходом атомов железа из фазы  $(Zr_{1-x}Nb_x)_2Fe$  в растущую фазу  $(Zr_{1-x}Nb_x)Fe_2$  возможно связан с преимущественной ориентацией растущей фазы по оси  $c$ .

В двухфазных интерметаллидах (таблица, группы 4-6) при протекании фазовых превращений 1 → 2 и процессов сегрегации по схеме (рис. 3) выделения не имеют пограничного слоя на границе выделения - матрица. В случае сплавов без протекания фазовых превращений и в условиях ограничения роста частиц интерметаллидов (таблица, группы 2, 3) можно, видимо, использовать модель Аубауэра [ссылки 37, 39 в 12], в рамках которой вводится пограничный слой толщиной  $D$  (рис. 5а). Степень упорядочения от центра выделения к периферии снижается медленно, а в слое приграничной сферы – быстро в слое толщиной  $T_r$  (рис. 5б).

В соответствии с этим по мере увеличения размеров частицы упругая энергия растет как  $(\Delta V)^2$ . Однако в процессе роста выделений площадь их поверхности и, следовательно, поверхностная энергия уменьшаются. Поэтому, следует учитывать следующие факторы: удельный объем играет активную роль; диффузия является контролирующим процессом; большинство межфазных границ подвижны. Кроме того, следует учитывать наличие субструктуры, ускоряющей процесс роста; условия стабильности дисперсной системы - низкие значения энергии межфазовых границ, растворимости и коэффициента диффузии. В сплавах с заметным упругим несоответствием решеток может иметь место стабильное распределение выделений, устойчивых к росту, хотя причины этого пока не выяснены.

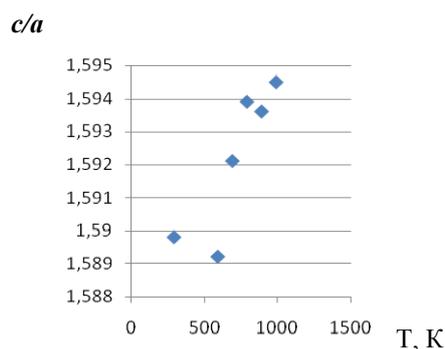


Рис. 4. Зависимость  $c/a$  от температуры отжига сплава Zr-Fe-Nb

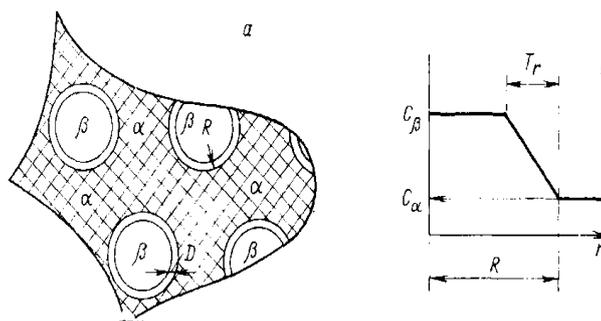


Рис. 5. Модель Аубаэра для объяснения сопротивления росту когерентных упорядоченных  $\beta$ -выделений в  $\alpha$ -матрице (а) (вокруг каждого выделения есть слой толщиной  $D$  в котором порядок и состав изменяются до матричных значений); (б) изменение концентрации вокруг  $\beta$ -выделения в слое толщиной  $T_r$  [12]

Рост частиц, происходящий через фазовое превращение, и рекристаллизация взаимосвязаны. Железо не уходит в матрицу циркония, так как растворимость его при 600 °С не выше 0,02%. Поэтому трактовка перераспределения железа, предложенная в [11], вызывает вопросы, связанные с предположением об уходе железа из выделений вторых фаз. В нашем случае обнаружены выделения фаз двух типов, поэтому железо переходит из одной фазы в другую по коротким путям диффузии.

Это подтверждается оценкой эффективной энергии активации миграции атомов железа из фазы 1 в фазу 2. Экспериментальные данные обрабатывались с помощью уравнения Остина-Риккета  $\xi / (1 - \xi) = (A t)^n$ , где  $\xi$  – доля общего количества атомов железа, связанных в фазе 1;  $A$  – постоянная, зависящая от температуры  $T$ ;  $t$  – время отжига. Величина  $n$  оказалась равной 0,3 при 770 К и 0,44 при 970 К, что близко к теоретической величине 1/3, предсказываемой для диффузионного роста частиц.

Из теории Лифшица-Слезова-Вагнера [12] следует, что

$$A = R^2 / 9\gamma^2 V_m D (T/C_e)^2 (C_0 - C_e)^3 \quad (1)$$

Однако если удельный объем частиц  $f_v$  не является пренебрежимо малым, радиус выделения нельзя рассматривать как пренебрежимо малую часть расстояния между частицами. Арделл [12] ввел некоторые упрощения и получил уравнение, отличающееся от уравнения роста выделения среднего радиуса  $R$  только параметром  $k_m$ , который является функцией только удельного объема выделений:

$$\bar{r}_t^{-3} - \bar{r}_0^{-3} = k_m \frac{8}{9} \frac{D \sigma V_m C_\alpha (\infty) t}{RT} \quad (2)$$

Такая модификация весьма существенна: если  $k_m$  равно 1 в соотношении Лифшица-Слезова-Вагнера при нулевом удельном объеме выделений, то при удельном объеме в 1%  $k_m$  увеличивается до 2, при 7% – до 5 и составит 10 при 25%. При увеличении удельных объемов скорость роста выделений возрастает [12].

По рентгеноспектральным данным в том же температурном интервале, в котором происходит рекристаллизация циркониевой матрицы и фазовое превращение  $1 \rightarrow 2$ , идет и возрастание количества железа в приповерхностном слое (рис. 2). Кинетика роста контролируется объемной диффузией, а ход процесса не лимитирован подвижностью межфазовых границ. Если это верно, то начальный рост выделений из пересыщенного твердого раствора должен также проходить по диффузионному механизму и не зависеть от подвижности границ.

В нашем случае это не выполняется. При предположении простой экспоненциальной зависимости  $A \sim \exp(-E/kT)$  из наклона графика Аррениуса для всех сплавов получается среднее значение энергии активации  $E = (1,5 \pm 0,2)$  эВ. Оно меньше энергии активации диффузии примеси Fe в  $\alpha$ -Zr (2,06 эВ), отнесенной к междоузельному механизму. Меньшее значение энергии активации  $E$  в настоящем случае может быть связано с наличием путей ускоренной диффузии, обусловленных межзеренными и межфазными границами.

### ВЫВОДЫ

В результате анализа фазовых превращений в интерметаллидах, образующихся в сплавах на основе циркония, обнаружена связь между процессами роста включений интерметаллических фаз и поверхностной сегрегацией этих фаз.

Рост частиц, происходящий через фазовое превращение, и рекристаллизация взаимосвязаны. Железо не уходит в матрицу циркония, так как растворимость его при 600 °С не выше 0,02%. В нашем случае обнаружены

выделения фаз двух типов, поэтому железо переходит из одной фазы в другую по коротким путям диффузии. Кинетика роста включений не контролируется объемной диффузией, и меньшее значение энергии активации миграции атомов железа на самом деле может быть связано с наличием путей ускоренной диффузии, межзеренными и межфазными границами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Clark R.J.H., Bradley D.C., Thornton P. The chemistry of titanium, zirconium and hafnium. – Oxford, 1975. – 434p.
2. Nekhamkin L.G. Metallurgiya tsirkoniya i gafniya. – M.: 1979. – 324 p.
3. Gupta K.P. The Nb-Ni-Zr System (Niobium-Nickel-Zirconium) // Journal of Phase Equilibria. – 2000. – Vol. 21. – No. 5. – P. 485–493.
4. Cox B., Kritsky V.G., Lemaignan C., Polley V., Ritchie I.G., Ruhmann H., Shishov V.N., Bibilashvili Yu.K., Nikulina A.V. IAEA-TECDOC-996, Waterside Corrosion of Zirconium Alloys in Nuclear Power Plants, Vienna: IAEA, 1998. – 313 p.
5. Shikov A.K., Nikulin A.D., Nikulina V.A. i dr. Sovremennoe sostoyanie i perspektivy razvitiya proizvodstva tsirkoniya i ego splavov i izdeliy iz nih // Fizika i khimiya obrabotki materialov. – 2001. – No. 6. – S.5–14.
6. Azhazha V.M., V'yugov P.N., Lavrinenko S.D., Lindt K.A., Mukhachev A.P., Pilipenko N.N. Tsirkoniy i ego splavy: tekhnologii proizvodstva, oblasti primeneniya: Obzor // Khar'kov: NNTs KhFTI. – 1998. – 89 s.
7. Solonin M.I., Reshetnikov F.G., Nikulina V.A. New Construction Materials for Active Zone in Nuclear Power Plants // Nucl. Mater. – 2004. – Vol.25. – P.12–14.
8. Kirichenko V.G., Kirdin A.I. Yaderno-fizicheskoe metallovedenie splavov tsirkoniya // The Journal of Kharkiv National University, physical series “Nuclei, Particles, Fields”. – 2008. – No.823. – Iss.3(39). – S.25-45.
9. Khan Ashraf Z., Shapiro E.S., Antoshin G.V., Erivanskaya L.A., Lunin V.V., Minachev Kh.M. Issledovanie sostava poverkhnosti i sostoyanie komponentov v intermetallidakh  $ZrMo_2$ ,  $ZrW_2$  i gidridah  $ZrMo_2H_{0,8}$   $ZrMo_2H_{1,8}$  // Poverkhnost'. Fizika, khimiya, mekhanika. – 1985. – No.1. – S. 68–73.
10. Alekseeva Z.M., Korotkova N.V. Izotermicheskie secheniya diagrammy sostoyaniya Zr-Fe-Nb v intervale temperatur 1600-850°C // Metally. – 1989. – No.1. – S. 199–205.
11. Shishov V.N., Peregud M.M., Nikulina A.V., Pimenov Yu.V., Kobylansky G.P., Novoselov A.E., Ostrovsky Z.E., Obukhov A.V. Influence of Structure- phase State of Nb Containing Zr Alloys on Irradiation Induced Growth // 14 International Symposium on Zirconium in the Nuclear Industry, ASTMSTP 1467. – 2006. – P.666 – 685.
12. Martin Dzh., Doerti R. Stabil'nost' mikrostruktury metallicheskih system. – M.: – Atomizdat, 1978. – 280s.

PACS: 29.30.L

**SINGLE AND DUAL-POINTING DEVICE FOR MOVING THE SAMPLE LU-40 KIPT****A.N. Vodin<sup>1</sup>, V.T. Bykov<sup>1</sup>, V.A. Kushnir<sup>1</sup>, M.S. Malovitza<sup>2</sup>, S.N. Olejnik<sup>1</sup>,  
G.E. Tuller<sup>1</sup>, A.V. Tertichniy<sup>1</sup>**<sup>1</sup> *National Scientific Centre "Kharkiv Institute of Physics and Technology"**1, Akademichna st., 61108, Kharkiv, Ukraine*<sup>2</sup> *V.N. Karazin Kharkiv National University**4, Svobody sq, 61022, Kharkiv, Ukraine**e-mail: vodin@kipt.kharkov.ua*

Received February 5, 2015

Developed two electro-mechanical device with remote control, designed to move the samples one and two dimensions in a high background radiation. Samples movement carried in mechanical block by stepper motor with holding torque 5.6 kgf·cm and angle precision 1.8°/step. Motor control and control of samples coordinates implements by dint on electronic block, based on PIC16f76 microcontroller and Usart-RS485 interface converter based on Max 485 microchip. Devices can move objects weighing up to 100 g with an accuracy of 0.5 mm. The testing of the two-coordinate device in experiments on electron beam accelerator LU-40 KIPT have been held. The two-dimensional distribution of relative density of the flow distribution of brake  $\gamma$ -rays have been measured by ionization detector.

**KEY WORDS:** electron accelerator, brake  $\gamma$ -rays, control system, stepper motors**ОДНО- И ДВУХ-КООРДИНАТНЫЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ОБРАЗЦОВ НА ЛУ-40 ННЦ ХФТИ****А.Н. Водин<sup>1</sup>, В.Т. Быков<sup>1</sup>, В.А. Кушнир<sup>1</sup>, М.С. Маловица<sup>2</sup>,  
С.Н. Олейник<sup>1</sup>, Г.Э. Туллер<sup>1</sup>, А.В. Тертычный<sup>1</sup>**<sup>1</sup> *Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт"**61108, Харьков, ул. Академическая, 1*<sup>2</sup> *Харьковский национальный университет им В.Н. Каразина,**61022, Харьков, пл. Свободы, 4*

Разработаны два электронно-механических устройства с дистанционным управлением, предназначенных для перемещения образцов по одной и двум координатам в условиях высокого радиационного фона. Перемещение образцов осуществляется в механическом блоке, с помощью шаговых двигателей с моментом удержания 5,6 кгс·см и с угловым перемещением 1,8°/шаг. Управление двигателями и контроль координат образцов осуществляется с помощью электронного блока, выполненного на базе микроконтроллера PIC16f76 и преобразователя интерфейсов Usart-RS485 на базе микросхемы Max 485. Устройства могут перемещать объекты массой до 100 г с точностью не хуже 0,5 мм. Диапазон перемещения для одно-координатного устройства составляет 400 мм, а для двух-координатного 300 мм по горизонтали и 200 мм по вертикали. Проведены тестовые испытания двух-координатного устройства в экспериментах на пучке электронов ускорителя ЛУ-40 ННЦ ХФТИ. С помощью ионизационного датчика измерено двумерное распределение относительной плотности распределения потоков тормозных  $\gamma$ -квантов.

**К.ЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ускоритель электронов, тормозные  $\gamma$ -кванты, система управления, шаговые двигатели**ОДНЕ- І ДВОХ-КООРДИНАТНІ ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ ПЕРЕМІЩЕННЯ ЗРАЗКІВ НА ПЕ-40 ННЦ ХФТИ****О.М. Водин<sup>1</sup>, В.Т. Биків<sup>1</sup>, В.А. Кушнір<sup>1</sup>, М.С. Маловица<sup>2</sup>, С.Н. Олійник<sup>1</sup>, Г.Є. Туллер<sup>1</sup>, А.В. Тертичний<sup>1</sup>**<sup>1</sup> *Національний науковий центр "Харківський фізико-технічний інститут"**61108, Харків, вул. Академічна, 1*<sup>2</sup> *Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна**61022, Харків, пл. Свободи, 4*

Розроблено два електронно-механічних пристрою з дистанційним управлінням, призначених для переміщення зразків по одній і двох координатах в умовах високого радіаційного фону. Переміщення зразків відбувається у механічному блоці за допомогою шагових двигунів з моментом утримання 5,6 кгс·см і кутовим переміщенням 1,8°/крок. Управління двигунами і контроль координат відбувається за допомогою електронного блока, виконаного на базі мікросхеми PIC16f76 і перетворювача інтерфейсів Usart-RS485 на базі мікросхеми Max 485. Пристрої можуть переміщувати об'єкти масою до 100 г з точністю не гірше 0,5 мм. Проведено тестові випробування двох-координатного пристрою в експериментах на пучку електронів прискорювача ЛУ-40 ННЦ ХФТИ. З допомогою іонізаційного датчика було виміряне розподілення відносної щільності розподілу потоків гальмівних  $\gamma$ -квантів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** прискорювач електронів, гальмівні  $\gamma$ -кванти, система управління, крокові двигуни

Во время проведения ядерно-физических экспериментов, особенно в условиях высокого радиационного фона, возникает необходимость дистанционно перемещать небольшие объекты (детекторы, мишени-образцы и т.п.) непосредственно в зоне облучения. Фирмы, производящие соответствующее оборудование для решения подобного рода задач, предлагают различные готовые актуаторы [1-3]. Однако такое оборудование требует, помимо высокой стоимости, создания специфической системы управления и может плохо вписаться в текущую геометрию экспериментальной установки.

В связи с этим, нами разработаны одно- и двух-координатные устройства с системами дистанционного управления, которые могут эксплуатироваться в условиях высокого радиационного фона для перемещения небольших объектов с массой до 100 г. Проведено физическое испытание этих устройств на пучке электронов ускорителя ЛУ-40 ННЦ ХФТИ, показавшее их надежную работу. Одно-координатное устройство использовалось для установки стеклянной пластины, необходимой для определения размеров пучка электронов на выходе ускорителя. Для определения плотности распределения тормозных гамма-квантов применялось двух-координатное устройство, с помощью которого передвигался детектор гамма-излучения в плоскости перпендикулярной направлению оси пучка [4]. В дальнейшем предполагается задействовать разработанные устройства для проведения экспериментов на каналах нейтронов ядерной установки «Источник нейтронов» ННЦ ХФТИ [5].

Целью работы является создание устройств, предназначенных для перемещения образцов по одной и двух координатах с точностью не хуже 0,5 мм в условиях высокого радиационного фона.

### ОПИСАНИЕ КООРДИНАТНЫХ УСТРОЙСТВ

Оба устройства имеют схожие схемы блочных конструкций, состоящих из механической части и электронного блока управления. Электронный блок содержит источник питания для двигателей, плату управления и драйверы шаговых двигателей (ШД). Эти драйверы выполнены на связке микросхем L297 и L298 по стандартной схеме [6,7] со стабилизацией среднего тока в обмотках двигателя, что позволяет регулировать ток и избежать перегрева двигателей. В режиме покоя драйверы обесточивают двигатели, что уменьшает нагрев двигателей и драйверов. Применяемые драйверы позволяют подключать двигатели с током до 2 А на обмотку. Электронные блоки выведены из зоны облучения с целью уменьшения радиационной нагрузки на них и соединены длинным кабелем с соответствующей механической частью координатного устройства.

Плата управления преобразует поступающие команды в сигналы для драйверов ШД, обрабатывает состояния конечных выключателей “home” и “limit” и отправляет результаты выполнения команд или состояния устройства, например, текущей координаты. В схеме реализован плавный разгон и торможение шаговых двигателей, что позволяет достичь больших скоростей вращения двигателя, чем при вращении с постоянной скоростью и резким стартом. Кроме того, это позволяет избежать прокручивания двигателя и ходового винта по инерции, что увеличивает точность перемещения. Средняя скорость перемещения порядка 1 см/с.

Основным элементом платы управления является микроконтроллер PIC16f76, работающий на тактовой частоте 8 МГц [8]. Кроме микроконтроллера, плата содержит:

- стабилизатор питания;
- светодиоды для индикации состояния;
- схемы защиты входов и выходов от короткого замыкания;
- схемы защиты от повышенного напряжения, которое может возникнуть вследствие наводок;
- преобразователь интерфейсов Usart-RS485 на базе микросхемы Max 485, необходимый для подключения микроконтроллера к линии связи.

Связь исполняется по стандарту RS485 по линии типа «витая пара» либо по двум коаксиальным кабелям вне зависимости от общего количества устройств. Данный стандарт широко используется в промышленности, обладает хорошей помехозащищенностью и позволяет управлять одновременно несколькими устройствами. При согласовании линии связи длина кабеля может достигать 1200 м. Вследствие малого информационного обмена между блоками выбрана довольно низкая скорость передачи данных 9600 бод, что позволяет улучшить помехозащищенность.

Линия связи подключается к ПК через преобразователь RS485-USB, который отображается в списке устройств ПК как виртуальный COM-порт. Такое решение позволяет использовать для управления системой различные терминальные программы, поддерживающие работу с COM-портом, либо специально разработанное программное обеспечение.

Алгоритм системы команд и ответов разработан с учетом возможного подключения нескольких устройств. Команда состоит из пяти байт:

- первый – имя устройства, которому адресована данная инструкция,
- второй – непосредственно действие,
- остальные – параметры.

Для передачи параметров применяется десятичная или строковая запись. Питание для плат управления обоих устройств подается отдельно, что позволяет организовать полную перезагрузку устройств в случае их некорректной работы.

В механических частях координатных устройств используются шаговые двигатели с моментом удержания 5,6 кгс·см и с угловым перемещением 1,8°/шаг (200 шагов/оборот). Драйверы ШД работают в режиме половинного шага, таким образом, для совершения одного оборота ходового вала на драйвер необходимо подать 400 импульсов, что позволяет, при необходимости, перемещаться объекту с более мелким шагом.

### МЕХАНИКА ОДНО-КООРДИНАТНОГО УСТРОЙСТВА

На рис. 1 схематически изображена конструкция одно-координатного устройства. Станиной (2) данного устройства служит длинный металлический уголок. На одном конце, которого расположен шаговый двигатель (1), посередине и в конце стойки с шарикоподшипниками (4,7) между которыми расположен ходовой винт (5). Для перемещения выбрана винтовая передача, состоящая из каретки (6) и ходового винта. Небольшие нагрузки позволили обойтись без применения специальной резьбы и использовать метрическую резьбу М8 с треугольным профилем и шагом 1,25 мм. Каретка одновременно является и ходовой гайкой (резьба нарезана непосредственно в ее теле). Стекла́нная пластина (9) крепится к каретке.

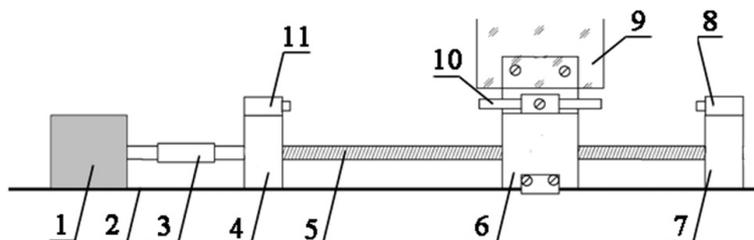


Рис. 1. Схема одно-координатного устройства

1 – шаговый двигатель; 2 – станина; 3 – упругая муфта; 4,7 – стойки с подшипниками; 5 – ходовой винт; 6 – каретка; 8,11 – концевые выключатели; 9 – стеклянная пластина; 10 – регулируемые упоры.

При вращении ходового винта с резьбой каретка едет либо в одну, либо в другую сторону, соответственно она перемещается вдоль одной координаты. Для предотвращения вращения образца каретка сделана в форме параллелепипеда и своей поверхностью скользит по внутренней поверхности станины. Также предусмотрены дополнительные меры предотвращения её поворота. Длина перемещения каретки 400 мм. Ходовой винт соединен с валом двигателя упругой муфтой (3), что позволяет избежать разрушения устройства в случае несрабатывания концевых выключателей, и снижает требования, накладываемые на соосность вала двигателя и ходового винта.

Рядом с подшипниками расположены концевые выключатели “home” и “limit” (8 и 11), на которые нажимают специальные регулируемые упоры (10), расположенные на каретке. При нажатии на них регулируемые упоры, расположенные на каретке, двигатель останавливается. Так же выключатель “home” служит для определения начальной координаты. В этом случае каретка медленно движется до его срабатывания. В момент срабатывания двигатель отключается, текущая координата считается нулевой.

### МЕХАНИКА ДВУХ-КООРДИНАТНОГО УСТРОЙСТВА

При разработке механической части двух-координатного устройства использовалась информация по компоновке и созданию станков с числовым программным управлением, как наиболее близких к разработанному устройству по конструкции [9,10]. В данном случае, выбрана типовая схема портала, а также использовались типовые решения для других узлов, например: использование упругих муфт и конструкции подшипниковых узлов с регулируемым предварительным натяжением.

На рис. 2 схематически изображена конструкция двух-координатного устройства.

В механической части двух-координатного устройства использованы два шаговых двигателя с моментом удержания 5,6 кгс·см с угловым перемещением 1,8°/шаг (200 шагов/оборот). Шаговый двигатель по оси X (8) через упругую муфту (7) передает вращение на ходовой винт (2) диаметром 10 мм и шагом 1,5 мм. Винт закреплен в двух опорах с шарикоподшипниками, причем конструкция одной из них позволяет выбрать люфт в подшипниках. Гайка, сидящая на винте, закреплена на каретке (3), свободно-катящейся на шарикоподшипниках (4) вдоль горизонтальных направляющих (1). На каретке расположен второй набор направляющих (13), шаговый двигатель (6), упругая муфта (5) и винт (9), который через гайку (10) перемещает вертикальный шток (11) с закрепленным на нем детектором гамма-излучения (12). Вынос детектора на штоке позволяет снизить дозу облучений устройства. Использование упругих муфт позволяет избежать разрушения устройства в случае несрабатывания концевых выключателей и снижает требования, накладываемые на соосность вала двигателя и ходового винта.

На каждой паре направляющих расположены свои концевые выключатели “home” и “limit”, срабатывающие при достижении кареткой минимального и максимального положения соответственно.

Устройство позволяет перемещать детектор на 300 мм по горизонтали и 200 мм по вертикали. В ходе испытаний на стенде точность и повторяемость положения детектора, измеренные индикатором часового типа ИЧ-5, были не хуже 0,5 мм.

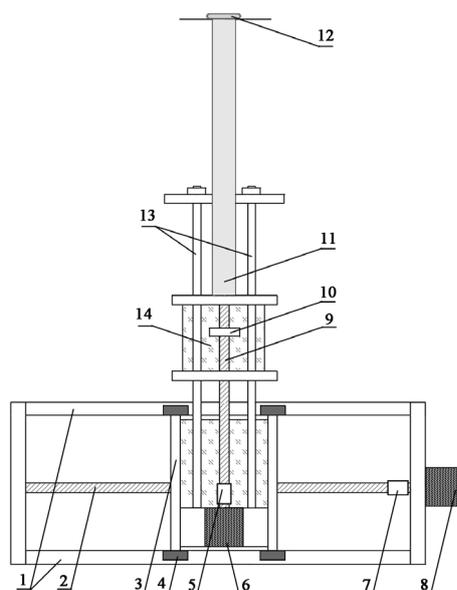


Рис. 2. Схематический вид двух-координатного устройства

1 – горизонтальные направляющие; 2 – ходовой винт оси X; 3 – каретка, движущаяся вдоль оси X; 4 – шарикоподшипники; 5 – упругая муфта оси Y; 6 – шаговый двигатель оси Y; 7 – упругая муфта оси X; 8 – шаговый двигатель оси X; 9 – ходовой винт оси Y; 10 – ходовая гайка оси Y; 11 – шток; 12 – детектор гамма-излучения; 13 – вертикальные направляющие; 14 – каретка, движущаяся вдоль оси Y.

### ЭКСПЕРИМЕНТ НА ЛУ-40

Проведено физическое испытание работоспособности двух-координатного устройства на пучке электронов ЛУ-40 ННЦ ХФТИ в условиях высокого радиационного фона. Схема эксперимента приведена на рис. 3.

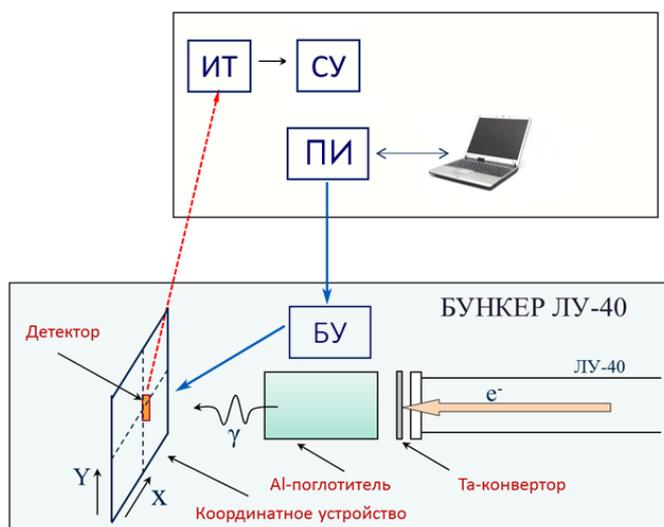


Рис. 3. Схема эксперимента на ЛУ-40 ННЦ ХФТИ

В эксперименте детектор  $\gamma$ -квантов перемещался с помощью двух-координатного устройства в плоскости перпендикулярной оси электронного пучка с шагом 20 мм по координатам X и Y. При этом была измерена относительная плотность распределения тормозных  $\gamma$ -квантов, образующихся при облучении Та-мишени толщиной 1,05 мм пучком ускоренных электронов с энергией  $E_e = 46$  МэВ и средним током  $I_e = 3,36$  мкА. Для очистки пучка  $\gamma$ -квантов от электронов использовался цилиндрический Al-замедлитель диаметром 10 см и толщиной 10 см.

Управление движением детектора  $\gamma$ -квантов проводилось через ПК, расположенного на расстоянии 50 м, путем выдачи соответствующих команд на блок управления (БУ). Линия связи подключалась к ПК через преобразователь интерфейсов (ПИ) RS485 – USB. В качестве детектора тормозных  $\gamma$ -квантов использовался счетчик Гейгера, сигналы с которого передавались на интегратор тока (ИТ) и затем на счетное устройство (СУ).

В процессе проведения ядерно-физических экспериментов на пучке электронов ЛУ-40 ННЦ ХФТИ двух-координатное устройство показало устойчивую и надежную работу.

На рис. 4 изображен результат проведенных измерений – профиль относительного распределения плотности потока тормозных  $\gamma$ -квантов. Диапазон измерений по оси X составил 240 мм, по оси Y - 180 мм. Интенсивность отсчетов детектора тормозных  $\gamma$ -квантов отложена по вертикальной оси. Как видно из рис. 4 распределение тормозных  $\gamma$ -квантов носит симметричный характер. Оно определяется в основном низкоэнергетической составляющей тормозного спектра  $\gamma$ -квантов.

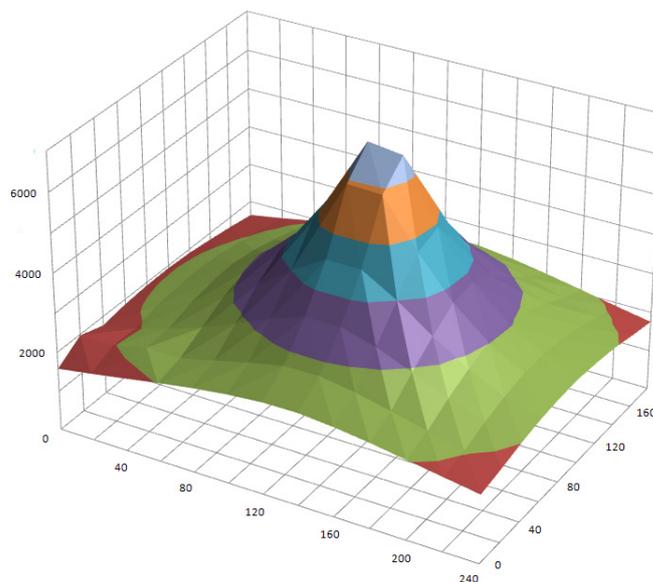


Рис. 4. Плотность распределения тормозных  $\gamma$ -квантов

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны одно- и двух-координатные устройства для перемещения образцов в условиях высокого радиационного фона. Каждое устройство состоит из механической части и электронного блока управления. Механическая часть устройств позволяет передвигать объекты массой до 100 г с точностью не хуже 0,5 мм. Двух-координатное устройство использовалось в экспериментах на пучке электронов ускорителя ЛУ-40 ННЦ ХФТИ для измерения относительной плотности распределения потоков тормозных  $\gamma$ -квантов. Во время проведения этих измерений оба устройства показали устойчивую и безотказную работу.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. [http://www.focus-nuclear.com/pdf/TP\\_AUMA.pdf](http://www.focus-nuclear.com/pdf/TP_AUMA.pdf).
2. <http://www.zpa-pecky.cz/electric-actuators/multi-turn/moa-oc.htm?lang=en>.
3. <http://www.bernardcontrols.com/en/valve-actuator-market/nuclear-energy/>.
4. Vodin A.N., Olejnik S.N., Tuller G.Je., Tertichnyj A.V. Dvuh-koordinatnaja sistema dlja peremeshhenija datchika izmerenija plotnosti potoka  $\gamma$ -kvantov // Tezisy dokladov na HI Konferencii po fizike vysokih energij, jadernoj fizike i uskoriteljam, Har'kov, 11-15 marta 2013 g. – S.116.
5. Ayzatskiy M.I., Borts B.V., Vodin A.N. at all. NSC KIPT Neutron Source // Problems of Atomic Science and Technology, series Nuclear Physics Investigations. – 2012. – No.3(79). – P.3-9.
6. L297 Stepper Motor Controller Datasheet <http://www.st.com/st-web-ui/static/active/en/resource/technical/document/datasheet/CD00000063.pdf>
7. L298 Dual Full Bridge Driver Datasheet [http://www.st.com/st-web-ui/static/active/en/fragment/website\\_building\\_block/site\\_media/icon/pdf\\_icon\\_large.jpg](http://www.st.com/st-web-ui/static/active/en/fragment/website_building_block/site_media/icon/pdf_icon_large.jpg)
8. Pic16f7x 28/40-pin, 8-bit Cmos Flash Microcontrollers DataSheet <http://www1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/30325b.pdf>
9. Lovygin A.A., Teverovskij L.V. Sovremennyj stanok s ChPU i CAD/CAM-sistema. – DMK-Press, 2012. – 279s.
10. Pabla B.S., Adithan M. CNC Machines. – New Age International, 1994. – 107p.

blank line)

(blank line)

**PACS:** Here you must specify PACS codes

(blank line)

## INSTRUCTIONS FOR PREPARING MANUSCRIPT (TITLE)

(blank line)

**N.N. Author<sup>1</sup>, N.N. Co-author(s)<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Affiliation*

<sup>2</sup>*Affiliation (if different from Authors affiliation)*

*e-mail: [corresponding\\_authors@mail.com](mailto:corresponding_authors@mail.com)*

Received January 14, 2014

(blank line)

Each paper must begin with an abstract. The abstract should be typed in the same manner as the body text (see below). Please note that these Instructions are typed just like the manuscripts should be. The abstract must have at least 500 phonetic symbols, supplying general information about the achievements, and objectives of the paper, experimental technique, methods applied, significant results and conclusions. Page layout: the text should be printed on the paper A4 format, at least 3 pages, with margins of: Top - 3, Bottom, Left and Right - 2 cm. The abstract should be presented in English (only for foreign authors), Ukraine and Russian.

**KEYWORDS:** there, must, be, at least, 5 keywords

(blank line)

This is introduction section. This paper contains instructions for preparing the manuscripts. The text should be prepared in .doc format (using MS Word).

(blank line)

### INSTRUCTIONS

The text should be typed as follows:

- title: Times New Roman, 12 pt, ALL CAPS, bold, 1 spacing, centered;
- authors: name, initials and family names; Times New Roman, 12 pt, bold, 1 spacing, centered;
- affiliation(s): Times New Roman, 9 pt, italic, 1 spacing, centered;
- abstract: Times New Roman, 9 pt, 1 spacing, justified;
- body text: Times New Roman, 10 pt, 1 spacing, justified; paragraphs in sections should be indented right (tabulated) for 0.75 cm;
- section titles: Times New Roman, 10 pt, bold, 1 spacing, centered, without numbering, one line should be left, blank above section title;
- subsection titles: Times New Roman, 10 pt, bold, 1 spacing, centered, without numbering in accordance to the section (see below), one line should be left blank above subsection title;
- figure captions: width of the figure should be 85 or 170 mm, figures should be numbered (Fig. 1) and titled below figures using sentence format, Times New Roman, 9 pt, 1 spacing, centered (if one line) or justified (if more than one line); one line should be left blank below figure captions;
- table captions: width of the table should be 85 or 170 mm, tables should be numbered (Table 1.) and titled above tables using sentence format, Times New Roman, 10 pt, 1 spacing, centered (if one line) or justified (if more than one line), tables should be formatted with a single-line box around the outside border and single ruling lines between rows and columns; one line should be left blank below tables;
- equations: place equations centered, numbered in Arabic (1), flush right, equations should be specially prepared in MathType; one line should be left blank below and above equation.

(blank line)

### Additional instructions

Numerated figures and tables should be embedded in your text and placed after they are cited. Only black and white drawings and sharp photographs are acceptable. Letters in the figures should be 3 mm high. The figures should be presented in one of the following graphic formats: jpg, gif, pcx, bmp, tif.

(blank line)

### REFERENCES

Titles of journals, articles and author names in references should be given in Roman script. References should be numbered in the order of referring in the text, e.g. [1], [2-5], etc. Do not superscript your reference numbers. Cite references as in journal format. The full references should be listed in numerical order of citation in the text at the end of the paper (justified), Times New Roman, 9 pt, 1 spacing. References should be given in the following form:

#### *Journals*

1. Holzwarth G., Eckart G. Fluid-dynamical approximation for finite Fermi systems // Nucl. Phys. - 1979. - Vol. A325. - P.1-30.

#### *Books*

2. Bertsch G.F., Broglia R.A. Oscillations in finite quantum systems. Ch. 6. - Cambridge: Cambridge University, 1994. - 150 p.

#### *Chapters*

3. Van der Woude A. The electric giant resonances // Electric and magnetic giant resonances in nuclei / Ed. by J. Speth. - Singapore: World Scientific P.C., 1991. - P. 99-232.

#### *Conference or symposium proceedings*

4. Smolanzuk R., Skalski J., Sobiczewski A. Masses and half-life of superheavy elements // Proc. of the International Workshop 24 on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations / Ed. by H. Feldmeier et al. - GSI, Darmstadt, 1996. - P.35-42.

### Special Notes

1. Use International System of Units (SI system).
2. It is undesirable to use acronyms in the titles. Please define the acronym on its first use in the paper.
3. Refer to isotopes as <sup>14</sup>C, <sup>3</sup>H, <sup>60</sup>Co, etc.

Наукове видання

**СХІДНО-ЄВРОПЕЙСЬКИЙ ФІЗИЧНИЙ ЖУРНАЛ**

**Том 3 Номер 1**

**EAST EUROPEAN JOURNAL OF PHYSICS**

**Volume 3 Number 1**

Збірник наукових праць  
англійською, українською, російською мовами

Коректор – Коваленко Т.О.  
Технічний редактор – Гірник С.А.  
Комп'ютерне верстання – Гірник С.А.

Підписано до друку 2.03.2016. Формат 60×84 /8. Папір офсетний.

Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 11,7. Обл.-вид. арк. 9,36  
Тираж 300 пр. Зам. № Ціна договірна

61022, Харків, майдан Свободи, 4  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Видавництво

Надруковано Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
61022, Харків, майдан Свободи, 4, тел. +380-057-705-24-32  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3367 від 13.01.09