

Volume 1 • Number 2 • 2014

ISSN 2312-4334

East European Journal of Physics



Karazin Kharkiv National University, Publisher

ISSN 2312-4334

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

East European Journal of Physics

Volume 1 · Number 2

2014

East European Journal of Physics

EEJP is an international peer-reviewed journal devoted to experimental and theoretical research on the nuclear physics, cosmic rays and particles, high-energy physics, solid state physics, plasma physics, physics of charged particle beams, plasma electronics, radiation materials science, physics of thin films, condensed matter physics, functional materials and coatings, medical physics and physical technologies in an interdisciplinary context.

Published quarterly in hard copy and online by Karazin Kharkiv national University Publishing.

The editorial policy is to maintain the quality of published papers at the highest level by strict peer review.

Approved for publication by the Academic Council of the Karazin Kharkiv National University (May 30, 2014, protocol No.5)

Editor-in-Chief

Azarenkov N.A. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

Deputy editor

Girka I.O. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

Editorial Board

Adamenko I.N., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Akulov V.P., City University of New York, USA

Antonov A.N., Institute of Nuclear Research and Nuclear Energy, Sofia, Bulgaria

Barannik E.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Beresnev V.M., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Berezhnoy Yu.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Bizyukov A.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Bragina L.L. STU Kharkiv Polytechnical Institute, Ukraine

Broda B., University of Lodz, Poland

Budagov Yu.A., Joint Institute of Nuclear Research, Dubna, Russia

Dovbnaya A.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Dragovich B.G., University of Belgrade, Serbia

Duplij S.A., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Garkusha I.E., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Gofman Yu., Jerusalem College of Technology, Israel

Grekov D.L., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Karnaukhov I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Khodusov V.D., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Kondratenko A.N., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Korchin A.Yu., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Krivoruchenko M.I., Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, Russia

Lavrinenko S.D., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Lazurik V.T., Karazin Kharkiv National University, Ukraine

Mel'nik V.N., Institute of Radio Astronomy, Kharkiv, Ukraine

Merenkov N.P., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Neklyudov I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Noterdaeme J.-M., Max Planck Institute for Plasma Physics, Garching, Germany

Nurmagambetov A.Yu., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Onyschenko I.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Ostrikov K.N., Plasma Nanoscience Centre Australia, Clayton, Australia

Peletminsky S.V., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Pilipenko N.N., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Radinschi I., Gheorghe Asachi Technical University, Iasi, Romania

Slyusarenko Yu.V., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Smolyakov A.I., University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada

Shul'ga N.F., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Tkachenko V.I., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Voyevodin V.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Yegorov O.M., NSC Kharkiv Institute of Physics and Technology, Ukraine

Technical Editor

Girnyk S.A.

Editorial office

Department of Physics and Technologies

Karazin Kharkiv National University

Kurchatov av., 31, office 402, Kharkiv, 61108

Ukraine

Tel: +38-057-335-18-33

E-mail: eejp@univer.kharkov.ua

Web-page: <http://eejp.univer.kharkov.ua>

Certificate of State registration No.20644-10464P, 21.02.2014

East European Journal of Physics

Volume 1

Number 2

2014

REVIEWS

- Abnormal waves in wave field with modulation instability** 4
E.V. Belkin, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, A.V. Pryimak

ORIGINAL PAPERS

- Constructing relativistic amplitude satisfying the requirements of conservation EM current and fission $^3\text{He}(^3\text{H})$** 40
Yu.A. Kasatkin, V.Ph. Klepikov, Ph.E. Kuznietsov
- Modulation of integral field of multimode beam instabilities in plasma** 53
A.G. Zagorodny, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, A.V. Pryimak
- Pure electron plasma structures formation in an external constant magnetic field** 67
Yu.K. Moskvitina, I.V. Tkachenko
- Measurement of energy parameters of laser radiation with three-gratings thinwire bolometer** 73
S.V. Pogorelov
- Study of processes during electrolysis of organic dye solution by means of ion-photon spectrometry** 80
I.A. Afanas'eva, S.S. Alimov, V.V. Bobkov, V.V. Gritsyna, I.I. Oksenyuk, D.A. Ryzhov, D.I. Shevchenko
- The formation of multyscaling structures under laser irradiation on the surface of zirconium alloys** 85
V.G. Kirichenko, S.V. Starostenko
- Fields excited and providing a uniform focusing of short relativistic electron bunches in plasma** 92
V.I. Maslov, I.N. Onishchenko, I.P. Yarovaya
- Dynamics ion flows in a rotating plasma** 96
V.B. Yuferov, A.S. Svichkar, S.V. Shariy, V.V. Katrechko, T.I. Tkachova

PASC: 42.30.Lr, 47.35.Bb, 52.35.Mw

ABNORMAL WAVES IN WAVE FIELD WITH MODULATION INSTABILITY**E.V. Belkin, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, A.V. Pryimak***V.N. Karazin Kharkiv National University**4 Svobody Sq., Kharkov 61022, Ukraine**e-mail: kuklinvm1@rambler.ru**Received April 23, 2014*

The paper discusses the processes of modulation instability of large-amplitude waves. The behavior of wave field envelope intensity is described for the model, which is described by Lighthill equation, taking into account the absorption and external source. Another presented model describes the appearance of abnormal amplitude waves on ocean surface in conditions of existence of finite amplitude disturbances. It is discussed the results of simplified description based on a modified S-theory, which takes into account the interaction of spectrum modes; the wave vectors of modes are arranged symmetrically with respect to the wave vector of main wave of finite amplitude. The feature of modified S-theory is the ability to clearly distinguish the mechanisms of modulation instability and explain the nature of appearance of abnormal amplitude waves with short lifetime. It is also presented the results of calculations without the use of simplifications, that allow verify the approach based on S-theory. It has been shown that many of the characteristics of both descriptions are close enough for at least at initial stage of nonlinear instability regime. Achievable maximum amplitudes of modulation and individual waves are similar, as well as characteristic times of their appearance and their lifetimes. It is noted that the envelope of wave field at beginning of nonlinear regime of instability in the Lighthill model is almost three times exceed the average amplitude of waves. It is shown that frequency of appearance of abnormal waves in statistics (by the ensemble and time) is almost identical in both models of ocean excitement. At initial stage of nonlinear regime of instability it may cause the waves and bursts of envelope with very large amplitude significantly often than it would be expected from statistically justified estimates.

KEY WORDS: modulation instability, abnormal amplitude waves, S-theory, Lighthill equation**АНОМАЛЬНІ ХВИЛІ В МОДУЛЯЦІЙНО НЕСТІЙКОМУ ХВИЛЬОВОМУ ПОЛІ****Є.В. Белкін, О.В. Кірічок, В.М. Куклін, О.В. Приймак***Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна**майдан Свободи, 4, Харків 61022, Україна*

У роботі розглянуті процеси розвитку модуляційної нестійкості хвиль великої амплітуди. Обговорюється поведінка обвідної інтенсивного хвильового поля для моделі, яка описується рівнянням Лайтхілла з урахуванням поглинання і зовнішнього джерела. Представлена також подібна модель, яка описує появу хвиль аномальної амплітуди на поверхні океану в умовах існування хвилювання кінцевої амплітуди. Обговорюються результати спрощеного опису на основі модифікованої S-теорії, яка враховує взаємодію мод спектра, хвильові вектора яких симетрично розташовуються відносно хвильового вектора основної хвилі кінцевої амплітуди. Особливістю модифікованої S-теорії є можливість явно виділити механізми модуляційної нестійкості і пояснити природу виникнення хвиль аномальної амплітуди з малим часом життя. Представлені також результати розрахунків без використаних спрощень, що дозволило провести верифікацію наближення, заснованого на S-теорії. Показано, що багато характеристик обох описів виявляються досить близькі, принаймні, на початковій стадії нелінійного режиму нестійкості. Подібними виявляються також максимальні амплітуди модуляції і окремих хвиль, що досягаються, а також характерний час їх появи і час їхнього життя. Відзначається, що обвідна хвильового поля на початку нелінійного режиму нестійкості в моделі Лайтхілла майже в три рази перевершує середню амплітуду хвиль. Показано, що частоти появи аномальних хвиль в статистиці по ансамблю і за часом в обох моделях опису океанського хвилювання практично не відрізняються. На початковій стадії нелінійного режиму нестійкості можлива поява хвиль і сплесків обвідної з вельми великою амплітудою значно частіше, ніж це впливає з статистично обґрунтованих оцінок.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: модуляційна нестійкість, хвилі аномальної амплітуди, S-теорія, рівняння Лайтхілла**АНОМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В МОДУЛЯЦИОННО НЕУСТОЙЧИВОМ ВОЛНОВОМ ПОЛЕ****Е.В. Белкин, А.В. Киричок, В.М. Куклин, А.В. Приймак***Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина**пл. Свободы, 4, Харьков 61022, Украина*

В работе рассмотрены процессы развития модуляционной неустойчивости волн большой амплитуды. Обсуждается поведение огибающей интенсивного волнового поля для модели, которая описывается уравнением Лайтхилла с учетом поглощения и внешнего источника. Представлена также подобная модель, которая описывает появление волн аномальной амплитуды на поверхности океана в условиях существования волнения конечной амплитуды. Обсуждаются результаты упрощенного описания на основе модифицированной S-теории, которая учитывает взаимодействие мод спектра, волновые вектора которых симметрично располагаются относительно волнового вектора основной волны конечной амплитуды. Особенностью модифицированной S-теории является возможность явно выделить механизмы модуляционной неустойчивости и пояснить природу возникновения волн аномальной амплитуды с малым временем жизни. Представлены также результаты расчетов без использованных упрощений, что позволило провести верификацию приближения, основанного на S-теории. Показано, что многие характеристики обоих описаний оказываются достаточно близки, по крайней мере, на начальной стадии нелинейного режима неустойчивости. Подобными оказываются также достигаемые максимальные амплитуды как модуляции, так и отдельных волн, а также характерные времена их появления и времена их

жизни. Отмечается, что огибающая волнового поля в начале нелинейного режима неустойчивости в модели Лайтхилла почти в три раза превосходит среднюю амплитуду волн. Показано, что частоты появления аномальных волн в статистике по ансамблю и по времени в обеих моделях описания океанского волнения практически не отличаются. На начальной стадии нелинейного режима неустойчивости возможно появление волн и всплесков огибающей с весьма большой амплитудой значительно чаще, чем это следует из статистически обоснованных оценок.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: модуляционная неустойчивость, волны аномальной амплитуды, S-теория, уравнение Лайтхилла

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1. Системы уравнений, описывающие нестабильность волн большой амплитуды, распространяющихся в неравновесных средах и системах с кубической нелинейностью и конечным уровнем поглощения

1.1. Природа нестабильностей волн большой амплитуды

1.2. Развитие спектра возмущений вблизи порога неустойчивости волны конечной амплитуды в модели Лайтхилла

1.3. Модуляционная неустойчивость волны большой амплитуды в 1D модели Лайтхилла

1.4. Системы уравнений, описывающие модуляционную неустойчивость гравитационных волн на поверхности воды

2. Численный анализ процессов модуляционной неустойчивости

2.1. Результаты расчетов процесса модуляции волны конечной амплитуды в модели Лайтхилла

2.2. Численное моделирование модуляционной неустойчивости гравитационных волн на поверхности воды

2.3. Применение моделей

Список литературы

ВВЕДЕНИЕ

Модуляционные неустойчивости. Как известно [1-6], периодические волны конечной амплитуды в средах с наиболее распространенным видом локальной кубической нелинейности являются неустойчивыми с возбуждением двух боковых спектров вынужденных возмущений, соответственно с большей и меньшей длиной волны. Развитие такой неустойчивости приводит к амплитудной модуляции начальной волны. Это определило название этого типа неустойчивостей – модуляционные [2]. В одномерных случаях кроме модуляционных неустойчивостей возможны и процессы самофокусировки [7].

Однако ниже уделим основное внимание именно модуляционным неустойчивостям. В условиях поглощения энергии возмущений в среде инкременты модуляционной неустойчивости уменьшаются и существует пороговая амплитуда начальной волны, при превышении которой неустойчивость развивается [1-6]. Кроме того, подобные неустойчивости очень чувствительны к уширению спектра начального волнения и даже для сравнительно нешироких пакетов сильно ослабляются а также подавляются вследствие механизмов поглощения и трансформации колебаний [8,9]. Поэтому изучение модуляционной неустойчивости представляется полезным для выяснения характера уширения и пространственной модуляции практически монохроматических волн большой амплитуды в приборах электроники, где их групповые скорости невелики и соответственно значительны амплитуды поля; при распространении волн в волноводах с замедляющими структурами или с заполняющими их оптически плотными диэлектриками; при рассмотрении объемных и поверхностных волн в различных средах и в ряде других практически важных случаев.

Отметим, что для наблюдения модуляционной неустойчивости в поглощающей среде должен существовать источник энергии, который поддерживает основную волну или структуру. Этим источником энергии может быть внешний генератор или неравновесный процесс, способный генерировать достаточно узкую интенсивную спектральную линию излучения. Отметим, что именно узкая спектральная ширина излучения является необходимым условием его применения в современной высокочастотной электронике [10,11]; в диагностических методах изучения различных процессов как в земных условиях, так и в ионосфере; в лазерной физике и во множестве технических приложений. Высокая интенсивность излучения необходима для технической транспортировки СВЧ энергии вплоть до верхних слоев атмосферы [12], для использования лазерных импульсов в технических устройствах для целей обороны и в схеме технологий двойного назначения [13].

Средой, где будет распространяться возбужденная таким образом квазимонохроматическая волна большой амплитуды, может быть волновод, заполненный нелинейным диэлектриком [14-16], нелинейная замедляющая структура [17], генераторы или усилители СВЧ излучения, заполненные газом или плазмой [18]. Это могут быть и протяженные среды, такие как ионосфера [19], и поверхность океана [20]. В последнем случае интерес к исследованиям был стимулирован проблемами, осложняющими судоходство [21-30]. Во всех случаях в этих системах и средах при выполнении определенных условий могут развиваться модуляционные неустойчивости квазимонохроматических волн большой амплитуды.

В консервативных средах и системах, где затухание колебаний отсутствует (или пренебрежимо мало), в результате развития модуляционных неустойчивостей и процессов самофокусировок интенсивных волн

формируются известные нелинейные образования - автоволны (автомодельные решения, являющиеся следствием существования определенных симметрий [31,32], которые можно получить, в частности, методами обратной задачи рассеяния [33] или используя теорию групп [34]).

Так, численное моделирование модуляционной неустойчивости плоской волны в одномерном случае в консервативной среде, рассмотрено в работе [35] (см. также обсуждение этих численных экспериментов и ссылки на собственные исследования [8]). Происходит перестройка поля с формированием движущихся в системе покоя волны пакетов огибающей, каждый пакет медленно эволюционирует к солитонной форме.

Однако при наличии поглощения энергии (неконсервативные или открытые системы [36,37]) реализация автоволн (автомодельных решений систем уравнений) затруднена или даже невозможна. Известно, что при решении начальной задачи в консервативной системе с определенным запасом энергии с определенностью возникает набор нелинейных пространственно-волновых структур - автоволн конечной амплитуды и некоторый шум, представляющий собой множество пространственных мод малой амплитуды, слабо коррелированных между собой. То есть то, что авторами [38] характеризуется как слабый хаос. При этом доминирующие в системе нелинейные структуры способны обмениваться энергией между собой и с шумом, энергия которого может быть не мала. Нарушая консервативность системы и адиабатически изменяя характеристики шума, увеличивая или уменьшая энергию системы в целом, можно добиться подавления или роста амплитуды существующих автоволн. Такой механизм обмена энергией нелинейных структур с шумом можно считать или турбулентной диссипацией, или стохастическим возбуждением, в зависимости от того убывает или растет амплитуда соответствующей пространственной структуры [38-40].

Однако в квазиконсервативных системах такие изменения практически не меняют структуру решений. Наличие же заметного источника и стока (вывода, поглощения и диссипации) волновой энергии превращает систему в неконсервативную и открытую по отношению к внешней среде. Существование конечного потока энергии через систему способно привести к следующим изменениям в её динамике [41,42]: а). традиционные для консервативных систем решения - автоволны сильно искажаются и способны существовать весьма ограниченное время, б). появляются новые, не характерные для консервативных систем нелинейные решения, которые тем не менее могут иметь достаточно значительные времена жизни и отличную от консервативных аналогов пространственно-временную топологию. Некоторые решения вообще характерны только для систем находящихся вблизи порога неустойчивостей и имеют выраженную пространственную четкость (кстати, характерную для линейных по амплитуде возмущений), а в модуляционно-неустойчивых средах вблизи порога неустойчивости даже приобретают фрактальный характер [43,44].

Изучение динамики развития неустойчивости волны большой амплитуды с возбуждением спектра, ответственного за её модуляцию, невозможно без применения вычислительных методов. Однако, анализ результатов численных экспериментов часто не способен ответить на вопросы о физической природе явления, не дает возможности выделить ряд интересующих исследователя процессов, понять их роль. А это необходимо для активного воздействия на процесс, для создания управляющих систем и механизмов. Характерной в этом смысле представляется публикация результатов в основном численных экспериментов по исследованию процессов появления больших всплесков на поверхности океана, представленная в работах [20-30]. Не всегда удается выделить механизмы явлений, понять их природу. Поэтому представляется полезным изучать различные достаточно простые модели описания, позволяющие выяснить основные детали процессов.

Самоподобные структуры вблизи порога модуляционной неустойчивости. Развитие модуляционной неустойчивости на начальной стадии обусловлено нелинейным резонансным взаимодействием между основной волной и боковыми сателлитами. Вблизи порога модуляционной неустойчивости ее спектральная ширина невелика, амплитуды возникающих возмущений даже в режиме насыщения остаются много меньше амплитуды начальной волны. Взаимодействие возникающих в результате неустойчивости возмущений между собой в этих условиях ослаблено, они в большей степени взаимодействуют с основной волной, причем их действие на основную волну носит интегральный характер. Именно поэтому можно считать, что такая система может быть определена как квазилинейная. Как оказалось (см., например, обзор [42]), в том числе и в результате наших исследований [45,46], квазилинейный характер процесса сохраняется и при достаточном удалении от порогов неустойчивостей, которые при этом должны с определенностью сопровождаться возбуждением плотного спектра возмущений.

В работах [44-46] были отмечены две основные черты модуляционных неустойчивостей в средах и системах с большим уровнем поглощения энергии. Во-первых, в режиме насыщения неустойчивости в результате обсуждаемых ниже механизмов конкуренции мод формируются узкие спектры боковых возмущений в пределе больших времен развитая пространственная структура приобретает характерный линейчатый спектр.

Во-вторых, теоретически было предсказано, что формирование линейчатого спектра облегчает выполнение условий для следующей, уже вторичной модуляционной неустойчивости, которая развивается в рамках подобного сценария. Промодулированная в результате развития первичной модуляционной неустойчивости волна (или структура) должна подвергаться модуляции из-за вторичной неустойчивости уже на существенно большем масштабе [47]. Результаты численных исследований такой многомодовой системы,

качественно подтвердили сделанные авторами [47] предположения и их теоретические выводы о возникновении мультифрактальной структуры возмущений. Кроме этого, было обнаружено, что в режиме насыщения неустойчивости интегральная энергия спектра стабилизируется, что свидетельствует о формировании долгоживущего квазиустойчивого физического состояния [45], и остается заметно меньше энергии основной волны.

При удалении от порога неустойчивости следует учитывать взаимодействие мод спектра неустойчивости, что приводит к изменению динамики развития процесса. Многомасштабность пространственной модуляции сохраняется, сужение спектра замедляется. Энергия спектра в режиме развитой неустойчивости уже сравнима с энергией основной волны.

Обмен энергией между основной волной и возникающим спектром в режимах развитой модуляционной неустойчивости часто приобретает характерный (отмеченный, например, в работах [48,49]) осцилляторный характер.

Не прекращаются попытки описать развитие модуляционной неустойчивости с использованием модифицированных различными способами решений, полученных для консервативных систем [50]. Однако такой подход не всегда может быть конструктивным, поскольку он не учитывает довольно активный и длительный переходный процесс формирования квазиустойчивых волновых структур. Ибо именно там часто возникают нестационарные возмущения аномальной амплитуды. Более того, устойчивость подобных структур может быть достигнута, как правило, только в узком диапазоне параметров.

С другой стороны в работах [51-52] было показано, что диссипация стабилизирует развитие модуляционной неустойчивости. При наличии диссипации, область неустойчивости в пространстве волновых чисел сужается с течением времени [45,46]. Это означает, что первоначально неустойчивые моды, оказавшись вне области неустойчивости, прекращают рост. Диссипация может остановить рост боковых мод ранее того момента, когда нелинейное взаимодействие станет существенным. Амплитуды таких спутников в таком случае подрастают до некоторого уровня, после чего начинают осциллировать. В работе [53] рассмотрена динамика модуляционной неустойчивости стоковых волновых пакетов в условиях действия как диссипации, так и внешнего источника энергии. Было показано, что развитие модуляционной неустойчивости при таких условиях зависит как от частоты несущей волны, так и от интенсивности внешнего воздействия.

Авторы множества работ, исследуя сложные модели процессов и наблюдая аномально большие уединенные волновые возмущения, тем не менее, не могут утверждать, что эти волны представляют собой солитоны, ибо они имеют столь короткое время жизни, что солитонным решениям не характерно. С другой стороны это не результат интерференции случайных возмущений, ибо очевидным является развитие модуляционной неустойчивости. Следовательно, это иной процесс, который возможно является так называемой вынужденной (навязанной основной волной, которая в данном случае является «накачкой» модуляционной неустойчивости) интерференцией растущих мод спектра [54].

Развивающиеся модуляционные неустойчивости как вблизи порога, так и в отдалении от него при существовании источника и стока энергии, представляют значительный интерес, ибо реализуются во многих практических важных случаях. Основное внимание следует уделить выяснению динамики системы вблизи порога, там, где образуется квазистационарное состояние, и рассмотрению явлений при удалении от порога неустойчивости, где возможно появление короткоживущих аномальных всплесков как огибающей, так и отдельных волн. Динамика подобных режимов является малоизученной и требует проведения детального анализа как качественных, так и количественных характеристик.

Для решения задач анализа устойчивости монохроматических волны большой амплитуды в открытых системах с нелинейной средой необходимо использовать математическое моделирование на основе интегродифференциальных систем уравнений с заданными условиями. Наличие разных пространственных и временных масштабов приводит к определенной редукции уравнений, позволяющей рассматривать изменения на расстояниях больше длины волны и на временах, которые существенно превосходят период осцилляций поля. Традиционное описание динамики нелинейных возмущений с медленно меняющимися амплитудами в распределенных системах является обобщением известных асимптотических методов Крылова-Боголюбова для систем с сосредоточенными параметрами [55]. Учет дисперсии впервые был проведен в работах [56]. Существование этих методов сводится к использованию разложения решений по набору ортогональных (ортонормированных) пространственно-временных функций или, в частности, по более понятным физикам и технологам синусоидальным волнам (модам) с медленно меняющимися амплитудами и фазами, для которых используются дифференциальные и интегродифференциальные уравнения с частными производными. Применение процедур осреднения или введение разных масштабов времени и координат позволяет не только снижать порядок и размерность систем уравнений, но и заменять нелокальную нелинейность локальной и т.д.

Для выделения основных параметров задачи применяют процедуру обезразмеривания [57], причем если изучение беспараметрических систем и систем с одним параметром не представляет трудностей, то изучение систем с большим числом параметров создает проблемы для исследователей. В таком пространстве крайне трудно выделить области, где система формирует решения с нужными кондициями. В техническом смысле речь идет о трудности оптимального выбора рабочей точки и области параметров для эффективной работы

устройства, которое будет создано на основе изучаемого явления.

Описание модуляционных неустойчивостей с помощью S-теории. Интерес к параметрическим неустойчивостям в средах с кубической нелинейностью, где существуют так называемые нераспадные (распадные - трехволновые взаимодействия волн запрещены законами сохранения энергии-импульса) спектры проявлялся в разных областях физики. Наиболее продуктивными для развития нелинейной теории были исследования развития неустойчивости спиновых волн при так называемой параллельной накачке, то есть в случае, когда длина волны внешнего поля существенно больше возбуждаемых спиновых волн.

Так, например, в работе [58], было показано, что при накачке спиновых волн однородной прецессией намагниченности ($k_0 \rightarrow 0$), описываемой уравнением Лайтхилла [1] при учете возбуждения симметричного спектра, для которого выполнены условия пространственно-временного синхронизма вида $2\omega_0 = \omega(k) + \omega(-k)$ и $2k_0 = 0 = k - k$ механизмом ограничения неустойчивости является их обратное влияние на накачку, приводящее к «замораживанию» ее амплитуды на пороговом уровне. Дальнейшее уточнение теории [59,60], позволяло учитывать взаимодействие возбужденных мод между собой, причем основной вклад должны были обеспечивать симметричные относительно накачки пары волн $\omega(k) + \omega(-k) = \omega(k') + \omega(-k')$, которые позволяли обеспечить выполнение условий отмеченного выше пространственно-временного синхронизма для всех мод. Ряд работ группы Захарова В.Е и Львова В.С. (см. обстоятельный обзор [61] и книгу [62]) опираясь на учет подобного взаимодействия, сформулировали подходы к описанию нелинейной стадии модуляционной неустойчивости, что в дальнейшем получило название S-теории. Для этого авторы этой теории перешли к описанию на языке корреляционных функций $\langle A_k A_{k'}^* \rangle = n_k \cdot \Delta(k - k')$ и $\langle A_k A_{k'} \rangle = \sigma_k \cdot \Delta(k + k')$, обратив внимание на эффект полной корреляции (спаривания) фаз φ_k и φ_{-k} мод, синхронно взаимодействующих с однородным полем накачки, представили $\sigma_k = n_k \cdot \exp\{-i\psi_k\}$. К важным результатам S-теории можно причислить обнаруженное доминирование в механизме насыщения обратного влияния на накачку спектра возбуждения при малой надпороговости и рост влияния на эффект насыщения неустойчивости фазового рассогласования при увеличении надпороговости.

В отличие от возможного описания в рамках обобщенной на случай $k_0 \neq 0$ развитой в работах [58-62] S-теории, предложенная в [46,63-65] модифицированная модель S-теории, рассматривающая эволюцию отдельных мод спектра, позволила корректно проследить их поведение, определить пространственно-временную динамику волнового пакета (то есть, волн и их огибающих), а также характер процесса неустойчивости и структуру спектра при нарушении симметрии модуляционной неустойчивости волны большой амплитуды в среде с сильной дисперсией и ряд других тонких и важных для приложений деталей. Особенностью модифицированной S-теории является возможность выделить механизмы возникновения модуляционной неустойчивости, пояснить природу возникновения волн аномальной амплитуды с малым временем жизни и оценить амплитуду модуляции неустойчивой волны на нелинейной стадии процесса в режиме насыщения. Однако, несмотря на простоту и наглядность описания нелинейной стадии модуляционной неустойчивости волн большой амплитуды в рамках S-теории, возникает сомнение в корректности такого описания на больших временах развитого процесса. По крайней мере, следует выяснить области применимости такого описания для нескольких наиболее характерных случаев развития модуляционной неустойчивости волн конечной амплитуды.

Целью данной работы является выяснение условий появления волн и огибающих волновых пакетов аномальной амплитуды в условиях интенсивного волнового волнения. Рассмотрены нелинейные уравнения для волн конечной амплитуды. Обсуждаются результаты применения как модифицированной S-теории, так и более общей теории в рамках нелинейных уравнений, когда нелинейные слагаемые вычисляются без приближений, для описания модуляционной неустойчивости в модели Лайтхилла, а также для моделирования процесса возбуждения волн аномальной амплитуды на поверхности океана.

Проведена верификация применения S-теории для этих задач путем сравнения результатов расчетов на ее основе с результатами расчетов более общей теории, когда нелинейные слагаемые вычисляются без приближений (последнее позволяет учесть различные виды взаимодействия мод спектра). Показано, что многие характеристики процесса неустойчивости на основе двух этих подходов оказываются достаточно близки, по крайней мере, на начальной стадии нелинейного режима процесса неустойчивости. Подобными оказываются также достигаемые максимальные амплитуды как модуляции (огибающей), так и отдельных волн, а также частота их появления.

В условиях слабого поглощения, энергия спектра модуляционной неустойчивости достигает значений, сравнимых с начальной энергией волны конечной амплитуды. При этом на начальной стадии нелинейного режима процесса возможно появление волн и всплесков огибающей с весьма большой амплитудой значительно чаще, чем это следует из статистически обоснованных оценок. При развитии процесса происходит снижение амплитуды основной волны, что уменьшает ее влияние на интерференцию мод спектра.

1. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИЕ НЕСТАБИЛЬНОСТЬ ВОЛН БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В НЕРАВНОВЕСНЫХ СРЕДАХ И СИСТЕМАХ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ И КОНЕЧНЫМ УРОВНЕМ ПОГЛОЩЕНИЯ

1.1. Природа неустойчивостей волн большой амплитуды

Рассмотрим неустойчивость монохроматической волны

$$A(x, t) \cdot \exp\{i\omega t - ikx\} \quad (1)$$

в волновой среде со слабой дисперсией и локальной кубической нелинейностью, где $A(x, t)$ – медленно меняющаяся ее комплексная амплитуда. В общем случае, если известна дисперсия системы

$$\omega = \omega_0 + \beta \cdot \vec{k}^2 + \alpha \cdot |A|^2, \quad (2)$$

то уравнение для изменения комплексной амплитуды A можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} A = i\omega_0 A - i\beta \frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2} A + i\alpha A |A|^2, \quad (3)$$

или в одномерном случае

$$\frac{\partial}{\partial t} A = i\omega_0 A - i\beta \frac{\partial^2}{\partial x^2} A + i\alpha A |A|^2. \quad (4)$$

Подобная дисперсия характерна для ленгмюровских волн в плазме и колебаний в плазменных волноводах в соответствующей нормировке

$$\omega = \omega_0 + \vec{k}^2 - |A|^2. \quad (5)$$

Критерий Лайтхилла [1]

$$(\partial^2 \omega / \partial k^2)^{-1} \cdot \partial \omega(|A|^2) / \partial |A|^2 < 0, \quad (6)$$

согласно которому волна (модуляционно) неустойчива в направлении своего распространения в этом случае оказывается выполнен. Вообще говоря, если

$$\partial \omega(|A|^2) / \partial |A|^2 < 0, \quad (7)$$

то возможны также эффекты самофокусировки [8].

Интересно, что для гравитационных поверхностных волн на глубокой воде

$$\omega = \omega(k) \{1 + a^2 k^2 / 2\}, \quad (8)$$

где линейная дисперсия определяется соотношением $\omega(k) = \sqrt{kg}$, (здесь g - ускорение свободного падения) условие Лайтхилла (6) также выполняется, несмотря на то, что условие самофокусировки (7) не выполнено.

При определенной нормировке для огибающей волнового пакета (2) при выборе зависимости от частоты и волнового вектора в форме (1) справедливо уравнение Лайтхилла [1]

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -i \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - iA |A|^2, \quad (9)$$

Важно отметить, что слабая зависимость частоты от волнового вектора приводит к тому, что на длине модуляции оказывается много волн, то есть речь в этом случае идет об огибающей волнового пакета. Несколько иная ситуация в случае волн на поверхности глубокой воды, где зависимость частоты от волнового вектора намного сильнее. Этот случай сильной дисперсии (т.е. сильной зависимости фазовой скорости от волнового вектора) приводит к формированию модуляции, характерный пространственный период которой может включать лишь несколько волн. Заметим, что выбор зависимости от времени и координат

$$A(x, t) \cdot \exp\{-i\omega t + ikx\}, \quad (10)$$

приводит к уравнению

$$\frac{\partial A}{\partial t} = i \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + iA |A|^2. \quad (11)$$

Очевидно, что характер процесса модуляции при этом не меняется, ибо соотношение (6) остается справедливым.

При наличии источника и стока (распределенного вывода, поглощения и диссипации) энергии волны уравнение Лайтхилла принимает вид

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -\delta A - i \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - iA |A|^2 + g, \quad (12)$$

где δ – декремент поглощения и g – внешний источник волновой энергии. Медленно меняющаяся со временем амплитуда колебаний $A(t, x)$ может быть представлена в виде

$$A = u_0(t) \exp\{i\phi_{k_0}(t) - ik_0x\} + \sum_{n \neq 0} u_n(t) \exp\{i\phi_{k_n}(t) - ik_nx\} = \\ = \{u_0(t) + \sum_{n \neq 0} u_n(t) \exp[i(\phi_{k_n} - \phi_{k_0}) - i(k_n - k_0)x]\} \exp\{i\phi_{k_0}(t) - ik_0x\}. \quad (13)$$

То есть, неустойчивость понимают как возбуждение спектра $\sum_{n \neq 0} u_n(t) \cdot \exp\{i\phi_{k_n}(t)\} \cdot \exp\{i\omega_0t - ik_nx\}$, где $u_n(t) \cdot \exp\{i\phi_{k_n}(t)\}$ – медленно меняющаяся комплексная амплитуда n -ной моды спектра. Реальное поле представляет собой модулированную волну на частоте ω_0 . Поэтому для восстановления вида волнового поля следует выражение (13) умножить на $\exp\{i\omega_0t\}$. Выделяя отвечающий основной волне «быстрый» фазовый множитель $\exp\{i\omega_0t - ik_0x\}$, получим в этом случае поле колебаний, как произведение

$$A = \exp\{i\omega_0t - ik_0x\} \cdot \{u_0 \exp[i\phi_{k_0}] + \sum_{n \neq 0} u_n \exp[i\phi_{k_n} - i(k_n - k_0)x]\}, \quad (14)$$

где $\exp\{i\omega_0t - ik_0x\}$ – быстро меняющаяся фаза.

Часто, используют несколько иной вид представления поля, выделяя полную фазу основной волны $\exp\{i\omega_0t - ik_0x + i\phi_{k_0}\}$

$$A = \exp\{i\omega_0t - ik_0x + i\phi_{k_0}\} \cdot \{u_0 + \sum_{n \neq 0} u_n \exp[i(\phi_{k_n} - \phi_{k_0}) - i(k_n - k_0)x]\}. \quad (15)$$

Огибающую этого волнового процесса можно определить следующим образом. Обозначим быструю фазу $\omega_0t - k_0x + \phi_{k_0} = \varphi$, а медленную $(\phi_{k_n} - \phi_{k_0}) - (k_n - k_0)x = \psi_n$. Тогда, например,

$$\text{Re } A = \bar{A} \cdot \{ \text{Cos}\varphi \cdot \text{Sin}\bar{\varphi} - \text{Sin}\varphi \cdot \text{Cos}\bar{\varphi} \} = -\bar{A} \cdot \text{Sin}(\varphi - \bar{\varphi}),$$

где $\text{Sin}\bar{\varphi} = (u_0 + \sum_{n \neq 0} u_n \cdot \text{Cos}\psi_n) / \bar{A}$, $\text{Cos}\bar{\varphi} = \sum_{n \neq 0} u_n \cdot \text{Sin}\psi_n / \bar{A}$, причем амплитуда огибающей

$$\bar{A} = \sqrt{(u_0 + \sum_{n \neq 0} u_n \cdot \text{Cos}\psi_n)^2 + (\sum_{n \neq 0} u_n \cdot \text{Sin}\psi_n)^2}.$$

Или, возвращаясь к прежним обозначениям

$$\bar{A} = \{(u_0 + \sum_{n \neq 0} u_n \cos[(\phi_{k_n} - \phi_{k_0}) - (k_n - k_0)x])^2 + \\ + (\sum_{n \neq 0} u_n \sin[(\phi_{k_n} - \phi_{k_0}) - (k_n - k_0)x])^2\}^{1/2}. \quad (16)$$

1.2. Развитие спектра возмущений вблизи порога неустойчивости волны конечной амплитуды в модели Лайтхилла

На начальной стадии неустойчивости возбуждается спектр колебаний, волновые числа которых располагаются симметрично относительно волнового числа основной моды конечной амплитуды $k_n > k_0$ и $k_{-n} < k_0$, где $n > 0$. Каждая пара симметрично расположенных относительно основной волны мод k_n, k_{-n} непосредственно взаимодействует с полем основной волны, причем, выполняется следующее соотношение

$$k_n + k_{-n} = 2k_0, \quad (17)$$

которое обусловлено видом нелинейности. В данном разделе рассмотрим процесс развития модуляционной неустойчивости вблизи порога, когда можно удержать в нелинейном слагаемом симметричные относительно основной волны моды, для которых выполнены соотношения (17).

Таких взаимодействующих групп волн (каналов неустойчивости) может быть достаточно много. Остальными видами (диаграммами) взаимодействиями мод спектра в рассматриваемом случае линейной по амплитудам теории можно пренебречь. Отметим здесь же, что при слабом превышении порога неустойчивости [43-45], другими видами взаимодействия мод также можно пренебречь даже в режиме развитой неустойчивости.

Вернемся к рассмотрению уравнения (12). Наибольшее взаимодействие мод спектра наблюдается при участии основной волны $2k_0 = k_1 + k_2$. Получим, например, уравнение для возмущений с волновым числом

$$\frac{\partial A_{k_1}}{\partial t} = -\delta A_{k_1} + ik_1^2 A_{k_1} - i\{A | A|^2\}_{k_1}. \tag{18}$$

Для определения вида выражения в фигурной скобке нужно рассмотреть произведение трех сомножителей, каждый из которых содержит три моды

$$\begin{aligned} \{A | A|^2\}_{k_1} &= \{(A_{k_2} e^{ik_2 x} + A_{k_1} e^{ik_1 x} + A_{k_0} e^{ik_0 x}) \times \\ &\times (A_{k_2}^* e^{-ik_2 x} + A_{k_1}^* e^{-ik_1 x} + A_{k_0}^* e^{-ik_0 x})\}_{k_1} = 2A_{k_1} |A_{k_0}|^2 + A_{k_2}^* A_{k_0}^2. \end{aligned} \tag{19}$$

Таким образом, получим

$$\frac{\partial A_{k_1}}{\partial t} = -\delta A_{k_1} + ik_1^2 A_{k_1} - i\{2A_{k_1} |A_{k_0}|^2 + A_{k_2}^* A_{k_0}^2\} \tag{20}$$

или для действительных амплитуд и фаз

$$\frac{\partial u_{k_1}}{\partial t} = -\delta u_{k_1} + u_{k_2}^* u_{k_0}^2 \text{Sin}(2\phi_{k_0} - \phi_{k_1} - \phi_{k_2}) + g_{k_1}, \tag{21}$$

$$\frac{\partial \varphi_{k_1}}{\partial t} = k_1^2 - 2u_{k_0}^2 - \frac{u_{-2k_0+k_2}}{u_{k_1}} u_{k_0}^2 \text{cos}(2\varphi_{k_0} - \varphi_{k_1} - \varphi_{k_2}). \tag{22}$$

Заметим, что отлично от нуля только g_{k_0} . Для основной волны

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{k_0}}{\partial t} &= -\delta A_{k_0} + ik_0^2 A_{k_0} - \\ &- i\{2A_{k_0} \sum_{k_1} |A_{k_1}|^2 + 2A_{k_0} \sum_{k_2} |A_{k_2}|^2 + A_{k_0}^* \sum_{k_1, k_2} A_{k_1} A_{k_2} + A_{k_0}^* \sum_{k_1, k_2} A_{k_2} A_{k_1}\} + g. \end{aligned} \tag{23}$$

Нужно, чтобы волновые числа всех возмущений справа и слева в этом уравнении удовлетворяли условиям

$k_0 = -k_0 + k_1 + k_2$ или были равны k_0 . Очевидно,

$$\partial A_k / \partial t = (\partial u_k / \partial t) \cdot \exp\{i\phi_k\} + i(\partial \phi_k / \partial t) u_k \cdot \exp\{i\phi_k\}. \tag{24}$$

Уравнение переписывается как

$$\begin{aligned} (\partial u_{k_0} / \partial t) \cdot \exp\{i\phi_{k_0}\} + i(\partial \phi_{k_0} / \partial t) \cdot u_{k_0} \cdot \exp\{i\phi_{k_0}\} &= -\delta u_{k_0} \cdot \exp\{i\phi_{k_0}\} + ik_0^2 u_{k_0} \cdot \exp\{i\phi_{k_0}\} - \\ - i\{2u_{k_0} \cdot \exp\{i\phi_{k_0}\} \sum_{k_1} u_{k_1}^2 + 2u_{k_0} \cdot \exp\{i\phi_{k_0}\} \sum_{k_2} u_{k_2}^2 + u_{k_0} \cdot \exp\{-i\phi_{k_0}\} \sum_{k_1, k_2} u_{k_1} u_{k_2} \exp\{i\phi_{k_1} + i\phi_{k_2}\} + \\ + u_{k_0} \cdot \exp\{-i\phi_{k_0}\} \sum_{k_1, k_2} u_{k_2} u_{k_1} \exp\{i\phi_{k_2} + i\phi_{k_1}\}\} + g, \end{aligned} \tag{25}$$

а также

$$\begin{aligned} (\partial u_{k_0} / \partial t) + i(\partial \phi_{k_0} / \partial t) \cdot u_{k_0} &= -\delta u_{k_0} + ik_0^2 u_{k_0} - i\{2u_{k_0} \sum_{k_1} u_{k_1}^2 + 2u_{k_0} \sum_{k_2} u_{k_2}^2 + \\ + u_{k_0} \cdot \sum_{k_1, k_2} u_{k_1} u_{k_2} \exp\{i\phi_{k_1} + i\phi_{k_2} - 2i\phi_{k_0}\} + u_{k_0} \cdot \sum_{k_1, k_2} u_{k_2} u_{k_1} \exp\{i\phi_{k_2} + i\phi_{k_1} - 2i\phi_{k_0}\}\} + g = \\ = -\delta u_{k_0} + ik_0^2 u_{k_0} - i\{4u_{k_0} \sum_{k_1} u_{k_1}^2 + 2u_{k_0} \cdot \sum_{k_1, k_2} u_{k_1} u_{k_2} \exp\{i\phi_{k_1} + i\phi_{k_2} - 2i\phi_{k_0}\}\} + g. \end{aligned} \tag{26}$$

Используя тот факт, что волновые числа участвующих во взаимодействии мод располагаются симметрично относительно волнового числа волны накачки, определим $k_1 = k_0 + K$ и $k_2 = k_0 - K$ где $K \ll k$. Тогда уравнения для основной моды и сателлитов можно представить в следующем виде

$$du_0 / dt = u_1 \cdot [-\delta - 2 \sum_K u_K^2 \text{sin}\Phi_K] + g, \tag{27}$$

$$du_K / dt = u_K \cdot [-\delta + 2u_0^2 \text{sin}\Phi_K], \tag{28}$$

$$d\Phi_K / dt = d / dt(2\varphi_0 - \varphi_K - \varphi_{-K}) = -2K^2 + 2(u_0^2 - u_K^2) + 2(u_0^2 - 2u_K^2) \text{cos}\Phi_K. \tag{29}$$

Ниже использована известная симметрия задачи, которая состоит, в частности, в равенстве амплитуд возбуждаемых мод $u_{k_1} \equiv u_K = u_{k_2} \equiv u_{-K}$. Причем $\varphi_{k_1} \equiv \varphi_K \neq \varphi_{k_2} \equiv \varphi_{-K}$. Ниже обсудим условия формирования такой симметризации.

При рассмотрении процессов с характерными временами, значительно превышающими обратный

декремент поглощения возмущений δ^{-1} , производными по времени можно пренебречь. Из уравнений (27)-(29), считая, что декремент поглощения достаточно большой и пренебрегая производной по времени, получим значение амплитуды основной моды, поддерживаемой внешним источником

$$u_0 = \{-g[-\delta - 2\sum_K u_K^2 \sin\Phi_K]^{-1}\}. \quad (30)$$

Линейная теория. Полагая, что изменения во времени амплитуды неустойчивых мод происходят медленнее, чем меняются их фазы, пренебрежем также производной по времени от общей фазы связанных мод (канала неустойчивости) в третьем уравнении системы (29). При этом фаза $\Phi_K \rightarrow \Phi_K^{st}$. Тогда для фазы Φ_K^{st} справедливо выражение

$$\cos\Phi_K^{st} = -[u_0^2 - u_K^2 - K^2] / (u_0^2 + 2u_K^2). \quad (31)$$

Уравнение для амплитуд возмущений с волновым числом $k_0 \pm K$ в этих условиях может быть представлено в виде

$$du_K / dt = u_K \{-\delta + u_0^2 [1 - (u_0^2 - u_K^2 - K^2) / (u_0^2 + 2u_K^2)]\}. \quad (32)$$

Наибольшим линейным инкрементом обладает мода с $K = u_0(t=0) = u_{00}$, однако сужение спектра происходит в окрестности несколько меньшего значения. Если в начальный момент $u_0^2(t=0) = u_{00}^2 > \delta$, то развивается модуляционная неустойчивость. Ниже ограничимся случаем $u_{00}^2 - \delta \ll \delta$, при этом ширина спектра неустойчивости относительно невелика: $\Delta k \ll k_0$, то есть

$$k_0 - \Delta k < k < k_0 + \Delta k, \quad -k_0 - \Delta k < k < -k_0 + \Delta k, \quad (33)$$

где $\Delta k = (u_{00}^2 - \delta) / 2k_0$. Режим процесса возбуждения колебаний отвечает слабому превышению над порогом неустойчивости (слабой надпороговости). Именно в этом случае суммарные фазы каждого канала Φ_k неустойчивости "подстраиваются" под медленные изменения амплитуд колебаний. Можно перейти к представлению $K_n^2 = 1 + (\frac{2|n|-N}{N})\sqrt{1-\delta}$.

При учете нелинейных по амплитуде возмущений слагаемых уравнения для основной моды и мод неустойчивых спектров можно представить в следующем виде

$$\frac{d\phi_0}{dt} = -u_0^2 - 2\sum_{m>0}^N (u_m^2 + u_{-m}^2) - 2\sum_{m>0}^N u_m u_{-m} \cos\Phi_m, \quad (34)$$

$$u_0 = -g \{-\delta - 2\sum_{m>0}^N u_m u_{-m} \sin\Phi_m\}^{-1}, \quad (35)$$

$$\frac{du_n}{dt} = \{-\delta + u_0^2 \frac{u_{-n}}{u_n} \sin\Phi_n\} u_n, \quad (36)$$

$$\frac{d\phi_n}{dt} = K_n^2 - u_0^2 \frac{u_{-n}}{u_n} \cos\Phi_n - 2[u_0^2 + \sum_{m>0}^N (u_m^2 + u_{-m}^2) - \frac{1}{2}u_n^2]. \quad (37)$$

Для суммарной фазы каждого канала неустойчивости $\Phi_n = 2\varphi_0 - \varphi_n - \varphi_{-n}$ справедливо уравнение

$$\frac{d\Phi_n}{dt} = \Delta_n + 2u_0^2 - (u_n^2 + u_{-n}^2) + u_0^2 [\frac{u_{-n}}{u_n} + \frac{u_n}{u_{-n}}] \cos\Phi_n - 4\sum_{m>0}^N u_m u_{-m} \cos\Phi_m, \quad (38)$$

причем для расстройки Δ_n получим выражение

$$-\frac{\Delta_n}{2} = K_n^2 = 1 + (\frac{2|n|-N}{N})\sqrt{1-\delta}, \quad (39)$$

где

$$K_n = k_n - k_0, \text{ и } K_{-n} = k_{-n} - k_0, \quad K_{-n} = -K_n, \quad -2(1+\sqrt{1-\delta}) < \Delta_n < -2(1-\sqrt{1-\delta}). \quad (40)$$

Влияние начальных условий. Покажем, что u_m и u_{-m} выравниваются уже на линейной стадии неустойчивости. Для суммы фаз в развитом режиме неустойчивости справедливо уравнение

$$\frac{d\Phi_n}{dt} = \Delta_n + 2u_0^2 + u_0^2 [\frac{u_{-n}}{u_n} + \frac{u_n}{u_{-n}}] \cos\Phi_n. \quad (41)$$

Производная в левой части уравнения (41) быстро обращается в нуль [66], при этом $\Phi_n \rightarrow \Phi_n^{st}$, где устойчивая фаза Φ_n^{st} определяется из выражения

$$\cos(\Phi_n^{st}) = (2K_m^2 - 2u_0^2) / u_0^2 \left[\frac{u_{-m}}{u_m} + \frac{u_m}{u_{-m}} \right]. \quad (42)$$

При $\delta = 0$ устойчивые фазы растущих мод находятся в интервале $0 < \Phi_n^{st} < \pi$, максимальный инкремент отвечает значению $\Phi_n^{st} = \pi / 2$. При увеличении уровня поглощения δ интервал Φ_n^{st} сужается. Собственно, при достижении этого устойчивого значения интегральной фазы и начинается рост возмущений. Отметим, что при $K_m^2 = u_0^2$ линейный инкремент неустойчивости

$$\text{Im}\omega = \gamma = -\delta + (-\Delta_n^2 - 4\Delta_n u_0^2)^{1/2} / 2 \quad (43)$$

максимален и равен $\gamma_{MAX} = (u_0^2 - \delta)$.

Природа вынужденной интерференции. При различных начальных амплитудах мод u_m и u_{-m} , для которых значение расстройки Δ_n попадает в интервал (40), имеет место их неравномерный рост при $\{-\delta + u_0^2 \sin \Phi_n^{st}\} = \gamma > 0$. Мода с большей амплитудой растет медленнее, чем мода меньшей амплитуды. Для разности амплитуд справедливо уравнение

$$\frac{\partial(u_m - u_{-m})}{\partial t} = \{-\delta - u_0^2 \sin \Phi_n^{st}\} \cdot (u_m - u_{-m}), \quad (44)$$

которое и описывает динамику выравнивания растущих амплитуд мод. Заметим, что сумма амплитуд этих мод растет

$$\frac{\partial(u_m + u_{-m})}{\partial t} = \{-\delta + u_0^2 \sin \Phi_n^{st}\} \cdot (u_m + u_{-m}). \quad (45)$$

Выравнивание амплитуд и их рост происходит уже в процессе развития неустойчивости. Для корректного выяснения поведения разности фаз этих мод полезно использовать уравнения системы (34)-(37), откуда получим

$$\frac{d(\phi_n - \phi_{-n})}{dt} = 2 \frac{d(\phi_n - \phi_0)}{dt} = 2(u_n^2 - u_{-n}^2) \cdot \left\{ 1 + \frac{(K_n^2 - u_0^2)}{(u_n^2 + u_{-n}^2)} + \frac{2}{(u_n^2 + u_{-n}^2)} \sum_{m>0}^N u_m u_{-m} \cos \Phi_m \right\}. \quad (46)$$

Следует отметить, что при выравнивании амплитуд мод разность фаз уже не меняется на начальной стадии развитой неустойчивости. Таким образом, несмотря на синхронизацию основной волной суммарных фаз мод спектра $\Phi_n \rightarrow \Phi_n^{st}$, каждая пара мод на нелинейной стадии процесса сохраняет разность фаз, что приводит к навязанной основной волной интерференции. Фактически реальное поле это сумма вида

$$\sim \sum_n [\exp\{i\Phi_n^{st} / 2\} \cdot \cos[k_n x - (\varphi_n - \varphi_{-n}) / 2], \quad (47)$$

где фазы Φ_n^{st} и $(\varphi_n - \varphi_{-n})$ для каждого значения n на начальной стадии развитого процесса стабилизируются. При уменьшении амплитуды основной волны, интерференционные процессы теряют с ней связь. Такая интерференция мод спектра, навязанная основной волной, может быть названа вынужденной интерференцией [54].

Изменения в пространственной структуре поля $A(x, t)$ в лабораторной системе отчета можно исследовать, рассматривая выражение

$$A(x, t) = \exp\{-ik_0 x + i\omega_0 t + i\phi_0(t)\} \cdot [u_0 + \sum_{m>0}^N [u_m \exp\{-iK_m x + i[\phi_m(t) - \phi_0(t)]\} + u_{-m} \exp\{iK_m x + i[\phi_{-m}(t) - \phi_0(t)]\}]. \quad (48)$$

Случайное начальное распределение фаз мод приводит к подобному случайному их распределению после установления равенства амплитуд u_m, u_{-m} , симметричных относительно основной волны мод спектра.

Нетрудно привести выражение для огибающей волнового движения

$$\bar{A} = \left\{ [u_0 + \sum_{m>0}^N [u_m \cos(-K_m x + [\phi_m(t) - \phi_0(t)]) + u_{-m} \cos(K_m x + [\phi_{-m}(t) - \phi_0(t)]]]^2 + \right. \\ \left. + [\sum_{m>0}^N [u_m \sin(-K_m x + [\phi_m(t) - \phi_0(t)]) + u_{-m} \sin(K_m x + [\phi_{-m}(t) - \phi_0(t)]]]^2 \right\}^{1/2}. \quad (49)$$

1.3. Модуляционная неустойчивость волны большой амплитуды в 1D модели Лайтхилла

Учет наиболее эффективных взаимодействий, которые происходят только между симметричными по отношению к накачке модами спектра ($k_s + k_{-s} = k_n + k_{-n}$) согласно S-теории приводит к следующим уравнениям

$$\frac{dv_s}{dt} = v_s \left\{ -\delta + u_0^2 \frac{v_{-s}}{v_s} \sin\Phi_s + 2 \frac{v_{-s}}{v_s} \sum_{n \neq s}^N u_n u_{-n} \sin\Psi_{sn} \right\}, \quad (50)$$

$$\frac{d\phi_s}{dt} = K_s^2 - 2(u_0^2 + \frac{3}{2}v_s^2 + 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2) - u_0^2 \frac{v_{-s}}{v_s} \cos\Phi_s - 2 \frac{v_{-s}}{v_s} \sum_{n \neq s}^N u_n u_{-n} \cos\Psi_{sn}, \quad (51)$$

к которым следует добавить первые два уравнения системы (34) - (37). Выше использовано обозначение: $\Psi_{sn} = \Phi_s - \Phi_n$. Здесь для удобства анализа использовано обозначение $v_s \equiv u_s$ амплитуд мод спектра с волновыми числами k_s . В развитой стадии неустойчивости данная система уравнений способна описывать не только процессы обмена энергией между модами спектра, но и развитие каскада модуляционных неустойчивостей, результатом которой может быть формирование фрактального спектра возмущений.

Можно показать, что выравнивание амплитуд v_s и v_{-s} происходит и в этом случае

$$\begin{aligned} \frac{dv_s}{dt} - \frac{dv_{-s}}{dt} &= -\delta(v_s - v_{-s}) + (v_{-s} - v_s)u_0^2 \sin\Phi_s + 2(v_{-s} - v_s) \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \sin\Psi_{sn} = \\ &= (v_s - v_{-s}) \left\{ -\delta - u_0^2 \sin\Phi_s - 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \sin\Psi_{sn} \right\}. \end{aligned} \quad (52)$$

Причем сумма этих мод при выполнении условий неустойчивости растет:

$$\begin{aligned} \frac{dv_s}{dt} + \frac{dv_{-s}}{dt} &= -\delta(v_s + v_{-s}) + (v_{-s} + v_s)u_0^2 \sin\Phi_s + 2(v_{-s} + v_s) \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \sin\Psi_{sn} = \\ &= (v_s + v_{-s}) \left\{ -\delta + u_0^2 \sin\Phi_s + 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \sin\Psi_{sn} \right\}. \end{aligned} \quad (53)$$

Что касается поведения фаз, то следует отметить, что при выравнивании амплитуд мод разность фаз уже не меняется даже на развитой стадии неустойчивости:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_s}{dt} - \frac{d\phi_{-s}}{dt} &= -(v_s^2 - v_{-s}^2) - u_0^2 \left(\frac{v_{-s}}{v_s} - \frac{v_s}{v_{-s}} \right) \cos\Phi_s - 2 \left(\frac{v_{-s}}{v_s} - \frac{v_s}{v_{-s}} \right) \sum_{n \neq s, -s}^N u_n^2 \cos\Psi_{sn} - \\ &- 2 \left(\frac{v_{-s}^3}{v_s} - \frac{v_s^3}{v_{-s}} \right) \cos\Psi_{s-s}. \end{aligned} \quad (54)$$

Таким образом, систему уравнений уже даже на начальной стадии неустойчивости можно представить в виде

$$\frac{dv_s}{dt} = v_s \left\{ -\delta + u_0^2 \sin\Phi_s + 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \sin\Psi_{sn} \right\}, \quad (55)$$

$$\frac{d\phi_s}{dt} = K_s^2 - 2(u_0^2 + \frac{3}{2}v_s^2 + 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2) - u_0^2 \cos\Phi_s - 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \cos\Psi_{sn}. \quad (56)$$

Двумерная неустойчивость. Для двумерной неустойчивости плоской интенсивной волны справедлива следующая система уравнений.

$$\frac{d\phi_0}{dt} = -u_0^2 - 4 \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N (u_{m,s}^2 + u_{-m,-s}^2) - 2 \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N u_{m,s} u_{-m,-s} \cos\Phi_{m,s}, \quad (57)$$

$$\frac{d}{dt} u_0 = \left\{ -\delta - 2 \sum_{s=-S}^S \sum_{m>0}^N u_{m,s} u_{-m,-s} \sin\Phi_{m,s} \right\} + G, \quad (58)$$

$$\frac{du_{n,s}}{dt} = u_{n,s} \left\{ -\delta + u_0^2 \frac{u_{-n,-s}}{u_{n,s}} \sin\Phi_{n,s} + 2 \frac{u_{-n,-s}}{u_{n,s}} \sum_{\substack{z>0 \\ z \neq s}}^S \sum_{\substack{m \neq n \\ m>0}}^N u_{-m,-z} u_{m,z} \sin\Psi_{snmz} \right\}, \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_{n,s}}{dt} &= (K_{n,s}^2 + K_{n,s}^2) - 2[u_0^2 + \frac{1}{2}u_{n,s}^2 + u_{-n,-s}^2 + 2\sum_{\substack{z>0 \\ z\neq s}}^S \sum_{\substack{m>0 \\ m\neq n}}^N (u_{m,z}^2 + u_{-m,-z}^2)] \\ &- u_0^2 \frac{u_{-n,-s}}{u_{n,s}} \cos\Phi_{n,s} - 2 \frac{u_{-n,-s}}{u_{n,s}} \sum_{\substack{z>0 \\ z\neq s}}^S \sum_{\substack{m\neq n \\ m>0}}^N u_{-m,-z} u_{m,z} \cos\Psi_{snmz}, \end{aligned} \tag{60}$$

где $\Phi_{n,s} = 2\varphi_0 - \varphi_{n,s} - \varphi_{-n,-s}$ и $\Psi_{snmz} = \Phi_{n,s} - \Phi_{m,z}$, а для волновых чисел в двух направлениях

$$K_{n,s}^2 = \{1 + (\frac{2|n|-N}{N})\sqrt{1-\delta}\} - K_{n,s}^2, K_{m,s} = 0.1 \cdot s.$$

Для медленно меняющегося поля справедливо выражение

$$\begin{aligned} E_M(\xi, \eta, t) &= [u_0 + \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N [u_{m,s} \exp\{-iK_{m,s}\xi - iK_{m,s}\eta + i(\varphi_{m,s} - \varphi_0)\} + \\ &+ u_{-m,-s} \exp\{iK_{m,s}\xi + iK_{m,s}\eta + i(\varphi_{-m,-s} - \varphi_0)\}]]. \end{aligned} \tag{61}$$

В том случае, если существует необходимость просмотреть тонкую структуру поля, то есть, отдельные волны

$$\begin{aligned} E_M(\xi, \eta, t) &= \exp\{-ik_0\xi + i\varphi_0\} \times \\ &\times \left(u_0 + \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N (u_{m,s} \exp(-iK_{m,s}\xi - iK_{m,s}\eta + i(\varphi_{m,s} - \varphi_0)) + \right. \\ &\left. + u_{-m,-s} \exp(iK_{m,s}\xi + iK_{m,s}\eta + i(\varphi_{-m,-s} - \varphi_0))) \right). \end{aligned} \tag{62}$$

В системе покоя модуляции для подобной тонкой структуры поля справедливо выражение

$$\begin{aligned} E_M(\xi, \eta, t) &= \exp\{-ik_0((\xi + 2k_0t)) + i\varphi_0\} \cdot [u_0 + \\ &+ \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N [u_{m,s} \exp\{-iK_{m,s}\xi - iK_{m,s}\eta + i(\varphi_{m,s} - \varphi_0) - 2K_m \cdot k_0t\} + \\ &+ u_{-m,-s} \exp\{iK_{m,s}\xi + iK_{m,s}\eta + i(\varphi_{-m,-s} - \varphi_0) + 2K_m \cdot k_0t\}]]. \end{aligned} \tag{63}$$

Модель Лайтхилла без ограничений на вид взаимодействия мод спектра. Если в выражении для нелинейного слагаемого вида $\{A | A|^2\}_k$ в уравнении Лайтхилла (9) удерживать все слагаемые, не ограничиваясь симметричными по отношению к накачке модами спектра ($2k_0 = k_s + k_{-s} = k_n + k_{-n}$), которые используются для формирования S-теории, то уравнения для амплитуды и фазы малых мод можно записать в виде

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} = -\delta u_n - \beta_{1L} A_{n,1} - \beta_{2L} A_{n,2}, \tag{64}$$

$$u_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial t} = K_n^2 \cdot u_n - \beta_{1L} B_{n,1} - \beta_{2L} B_{n,2} \tag{65}$$

а для амплитуды и фазы основной волны

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} = -\delta u_0 - \beta_{1L} A_{0,1} - \beta_{2L} A_{0,2} + G_0, \tag{66}$$

$$u_0 \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} = -\beta_{1L} B_{0,1} - \beta_{2L} B_{0,2}, \tag{67}$$

где $G_{k_n} \equiv G_n = 0, k_n \neq k_0, n \neq 0; G_{k_n} \equiv G_n = \delta, k_n = k_0, n = 0.$

Причем для $A_{i,j}$ и $B_{i,j}$ справедливы выражения

$$A_{0,1} = +u_0 \sum_{m\neq 0} u_m u_{-m} \sin(2\varphi_0 - \varphi_m - \varphi_{-m}), \tag{68}$$

$$B_{0,1} = [u_0^3 + 2u_0 \sum_{m\neq 0} u_m^2 + u_0 \sum_{m\neq 0} u_m u_{-m} \cos(\varphi_m + \varphi_{-m} - 2\varphi_0)], \tag{69}$$

$$A_{0,2} = -\sum_m \sum_p u_{-m-p} u_{-p} u_m \sin(\varphi_{-m-p} - \varphi_{-p} + \varphi_m - \varphi_0) - A_{0,1}, \tag{70}$$

$$B_{0,2} = +\sum_m \sum_p u_{-m-p} u_{-p} u_m \cos(\varphi_{-m-p} - \varphi_{-p} + \varphi_m - \varphi_0) - B_{0,1}, \tag{71}$$

$$A_{n,1} = -[u_{-n}u_0^2 \sin(2\varphi_0 - \varphi_n - \varphi_{-n}) + u_{-n} \sum_{m \neq 0,n} u_m u_{-m} \sin(\varphi_m + \varphi_{-m} - \varphi_n - \varphi_{-n})], \quad (72)$$

$$B_{n,1} = [u_n u_n^2 + 2u_n u_0^2 + 2u_n \sum_{m \neq 0,n} u_m^2 + u_{-n} u_0^2 \cos(2\varphi_0 - \varphi_n - \varphi_{-n}) + u_{-n} \sum_{m \neq 0,n} u_m u_{-m} \cos(\varphi_m + \varphi_{-m} - \varphi_n - \varphi_{-n})], \quad (73)$$

$$A_{n,2} |_{n \neq 0} = -\sum_m \sum_p u_{n-m-p} u_{-p} u_m \sin(\varphi_{n-m-p} - \varphi_{-p} + \varphi_m - \varphi_n) - A_{n,1}, \quad (74)$$

$$B_{n,2} |_{n \neq 0} = +\sum_m \sum_p u_{n-m-p} u_{-p} u_m \cos(\varphi_{n-m-p} - \varphi_{-p} + \varphi_m - \varphi_n) - B_{n,1}. \quad (75)$$

При $\beta_{1L} = 1$ и $\beta_{2L} = 0$ приходим к предыдущему случаю (S-теория), при $\beta_{1L} = 1$ и $\beta_{2L} = 1$, не трудно видеть, что система уравнений есть следствие уравнения (12), где слагаемое $iA|A|^2$ вычисляется точно, без учета ограничений S-теории. Ниже будем выделять случай описания с помощью S-теории и так называемый общий случай, когда нелинейные слагаемые вычисляются без приближений. Пространственно-временная структура волнового поля и его огибающей может быть представлена выражениями (48) и (49).

1.4. Система уравнений, описывающая модуляционную неустойчивость гравитационных волн на поверхности воды

Если дисперсия достаточно сильная в окрестности частоты волны большой амплитуды, возможно нарушение симметрии в структуре стоковой и антистоковой части спектра, что способно значительно изменить характер модуляции. Так, например, для гравитационных поверхностных волн на глубокой воде, представляющих интерес для судоходства в районах с высоким уровнем возбуждения океанского волнения, справедливо следующее выражение для частоты волн большой амплитуды [8]

$$\omega = kW = \sqrt{gk} \cdot \left\{ 1 + \frac{A^2 k^2}{2} + \dots \right\}, \quad (76)$$

где A – отклонение поверхности, W – скорость волны, g – ускорение свободного падения. Уравнение для комплексной амплитуды поля, используя подход, с помощью которого получено уравнение (12), представляется в виде

$$\frac{\partial A_K}{\partial t} = -\delta A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)}A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2} \{|A|^2 A\}_K, \quad (77)$$

где $\lambda = \frac{2\pi}{k_0}$ – длина волны большой амплитуды, $H = 2|A|$ – крутизна волны, то есть расстояние между

верхней точкой гребня волны и нижней точкой впадины волны. В случае применения S-теории уравнение (77) можно записать в виде

$$\frac{\partial A_K}{\partial t} = -\delta A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)}A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2} \cdot \{A_K [2|A_0|^2 + 2 \sum_{K' \neq K,0} |A_{K'}|^2 + |A_K|^2] + A_{-K}^* \{A_0^2 + \sum_{K \neq K,0} A_K \cdot A_{-K}\}\}. \quad (77a)$$

Данные экспериментальных исследований [67] указывают на следующие характеристики таких волн: максимальная крутизна для устойчивых длинных (гравитационных) волн на глубокой воде до их обрушения $H/\lambda = 0,11 \div 0,13$ откуда $Ak < 1$. Важно отметить, что волны с большей амплитудой не существуют из-за эффекта обрушения.

В отсутствии модуляции $|A_0|$ – средняя амплитуда, $\bar{H} = 2|A_0|$ – средняя крутизна. Для аномально больших волн их крутизна достигает $(2 \div 3) \cdot 2|A_0|$, причем для наиболее высоких волн $(2 \div 3) \frac{2|A_0|}{2\pi} k_0 < 0,11 - 0,13$. Анализируя эти данные, легко видеть, что ширина пространственного спектра неустойчивости в этих условиях не столь мала в сравнении с волновым числом волны большой амплитуды, как в предыдущих моделях.

Перейдем к описанию медленно меняющейся амплитуды волны (исключим частоту основной волны $\sqrt{gk_0}$) то есть будем рассматривать медленное изменение комплексной амплитуды, что соответствует переходу:

$$A_K \propto \exp\{-i\omega_0 t + i(k_0 + K)x + i\phi_K\} \rightarrow A_K \propto \exp\{+i(k_0 + K)x + i\phi_K\}. \quad (78)$$

При этом уравнение (77) можно записать в виде

$$\frac{\partial A_K}{\partial t} = -\delta A_K - i[\sqrt{g(k_0 + K)} - \sqrt{gk_0}]A_K - i\sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2} \times \times \{A_K [2|A_0|^2 + 2 \sum_{K' \neq K, 0} |A_{K'}|^2 + |A_K|^2] + A_{-K}^* \{A_0^2 + \sum_{K \neq K, 0} A_K \times A_{-K}\}\}. \tag{79}$$

Введем в рассмотрение действительные амплитуды и фазы: $A_K = |A_K| \exp\{i\varphi_K\}$. Здесь пространственная зависимость уже не нужна и мы её убрали, то есть был осуществлен дальнейший переход: $A_K \propto \exp\{i(k_0 + K)x + i\varphi_K\} \rightarrow A_K \cdot \exp\{i\varphi_K\}$. Правильнее было бы переобозначить величины, но это не обязательно. Для амплитуды и фазы отдельной моды:

$$\frac{\partial |A_K|}{\partial t} = -\delta |A_K| + \sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2} \cdot [|A_{-K}| |A_0|^2 \sin(2\phi_0 - \phi_K - \phi_{-K}) + + |A_{-K}| \sum_{K \neq K, 0} |A_K| \cdot |A_{-K}| \sin(\phi_K + \phi_{-K} - \phi_K - \phi_{-K})], \tag{80}$$

$$\frac{\partial \phi_K}{\partial t} = -[\sqrt{g(k_0 + K)} - \sqrt{gk_0}] - \sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2} \cdot [2|A_0|^2 + 2 \sum_{K' \neq K, 0} |A_{K'}|^2 + |A_K|^2] + + \frac{|A_{-K}|}{|A_K|} |A_0|^2 \cos(2\phi_0 - \phi_K - \phi_{-K}) + \frac{|A_{-K}|}{|A_K|} \sum_{K \neq K, 0} |A_K| \cdot |A_{-K}| \cos(\phi_K + \phi_{-K} - \phi_K - \phi_{-K}). \tag{81}$$

Определим величину $2\phi_0 - \phi_K - \phi_{-K} = \Phi_K$. Используя это представление, запишем систему уравнений, описывающую модуляционную неустойчивость гравитационной поверхностной волны большой амплитуды в условиях сильной дисперсии глубокой воды.

$$\frac{\partial |A_K|}{\partial t} = -\delta |A_K| + \sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2} \cdot [|A_{-K}| |A_0|^2 \sin\Phi_K + + |A_{-K}| \sum_{K \neq K, 0} |A_K| \cdot |A_{-K}| \sin(\Phi_K - \Phi_K)], \tag{82}$$

$$\frac{\partial \phi_K}{\partial t} = -[\sqrt{g(k_0 + K)} - \sqrt{gk_0}] - \sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2} \cdot [2|A_0|^2 + 2 \sum_{K' \neq K, 0} |A_{K'}|^2 + |A_K|^2] + + \frac{|A_{-K}|}{|A_K|} |A_0|^2 \cos(\Phi_K) + \frac{|A_{-K}|}{|A_K|} \sum_{K \neq K, 0} |A_K| \cdot |A_{-K}| \cos(\Phi_K - \Phi_K)]. \tag{83}$$

Для волны большой амплитуды

$$\frac{\partial |A_0|}{\partial t} + \delta |A_K| + \sqrt{gk_0} \frac{k_0^2}{2} \cdot [|A_0| \sum_{K \neq K, 0} |A_K| \cdot |A_{-K}| \sin(\Phi_K)] = G, \tag{84}$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} = -\sqrt{gk_0} \frac{k_0^2}{2} \cdot [2|A_0|^2 + 2 \sum_{K \neq 0} |A_K|^2] + \sum_{K \neq 0} |A_K| \cdot |A_{-K}| \cos(\Phi_K)]. \tag{85}$$

Линейная по амплитудам возмущений теория и области задания параметров. Для решения задачи линейной устойчивости пренебрежем квадратами малых амплитуд. Для амплитудного уравнения (82) при этом справедливо выражение

$$\frac{\partial |A_K|}{\partial t} = -\delta |A_K| + \sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2} \cdot [|A_{-K}| |A_0|^2 \sin\Phi_K]. \tag{86}$$

Введем новый масштаб времени $\tau = t \cdot \sqrt{gk_0} \frac{k_0^2 |A_0|^2}{2}$, при этом для значения затухания получим

$\delta_d = \delta / \sqrt{gk_0} \frac{k_0^2 |A_0|^2}{2}$. Уравнение для действительных амплитуд мод спектра при этом перепишем следующим образом

$$\frac{\partial |A_K|}{\partial \tau} = -\delta_d |A_K| + (1 + K/k_0)^{2.5} \cdot [|A_{-K}| |A_0|^2 \sin\Phi_K]. \tag{87}$$

Тогда два уравнения для двух мод неустойчивого спектра, непосредственно взаимодействующих с основной волной, примут вид

$$\frac{\partial |A_K|}{\partial \tau} = -\delta_d |A_K| + (1 + K/k_0)^{2.5} \cdot [|A_{-K}| |A_0|^2 \sin \Phi_K], \quad (88)$$

$$\frac{\partial |A_{-K}|}{\partial \tau} = -\delta_d |A_{-K}| + (1 - K/k_0)^{2.5} \cdot |A_K| |A_0|^2 \sin \Phi_K. \quad (89)$$

В частности, в отсутствие диссипации определим, как растут на линейной стадии амплитуды таких мод, симметрично расположенных в пространстве волновых чисел относительно основной волны. В этом случае для выявления тенденций нужно перенормировать время, которое здесь будет другим: $\tau(1 + K/k_0)^{1.25} \cdot (1 - K/k_0)^{1.25} \rightarrow \tau'$. Ниже этот переход к новому масштабу времени не используется. Он нужен только для поиска отношений амплитуд.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 |A_K|}{\partial \tau^2} &= (1 + K/k_0)^{2.5} \cdot \left[\frac{\partial |A_{-K}|}{\partial \tau} |A_0|^2 \sin \Phi_K \right] = \\ &= (1 + K/k_0)^{2.5} \cdot |A_0|^2 \sin \Phi_K \cdot (1 - K/k_0)^{2.5} \cdot [|A_K| |A_0|^2 \sin \Phi_K] = \\ &= (1 + K/k_0)^{2.5} \cdot (1 - K/k_0)^{2.5} |A_0|^4 \sin^2 \Phi_K \cdot |A_K|. \end{aligned} \quad (90)$$

Теперь мы получили подсказку, как записать компактно эти уравнения. Выясним, какое отношение амплитуд формируется (в отсутствие диссипации) на линейной стадии. Оказывается $|A_K| / |A_{-K}| \rightarrow (1 + K/k_0)^{1.25} / (1 - K/k_0)^{1.25}$. Напомним: ранее амплитуды симметричных мод выравнивались на линейной стадии. Здесь они будут несколько отличаться. То есть, будем ожидать нарушение симметрии по амплитудам справа (антистоксовая часть спектра) и слева (стоксовая часть спектра) в пространстве волновых чисел от основной волны.

Для интегральной фазы канала $2\varphi_0 - \varphi_K - \varphi_{-K} = \Phi_K$ справедливо уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_K}{\partial \tau} &= 2 \frac{[\sqrt{1 + K/k_0} + \sqrt{1 - K/k_0} - 2]}{k_0^2 |A_0|^2} + 2 |a_0|^2 \{-2 + 2(1 + K/k_0)^{2.5} + 2(1 - K/k_0)^{2.5}\} + \\ &+ |a_0|^2 \cos(\Phi_K) \left\{ (1 + K/k_0)^{2.5} \frac{|A_{-K}|}{|A_K|} + (1 - K/k_0)^{2.5} \frac{|A_K|}{|A_{-K}|} \right\}. \end{aligned} \quad (91)$$

Ранее мы использовали то обстоятельство, что при переходе к экспоненциальному росту возмущений в условиях конечного поглощения энергии выполнялось условие $\cos(\Phi_K) \rightarrow 0$ для пары мод с максимальным инкрементом. При этом оказывалось возможным определить положение центров неустойчивого спектра. Ибо неустойчивый спектр состоит из двух почти симметричных частей относительно положения волнового вектора основной моды. Уравнение для положения центров кривых инкремента $K_{Max}/k_0 = f(k_0^2 |A_0|^2)$

$$\frac{[2 - \sqrt{1 + K_{Max}/k_0} - \sqrt{1 - K_{Max}/k_0}]}{k_0^2 |A_0|^2} = \{-2 + 2(1 + K_{Max}/k_0)^{2.5} + 2(1 - K_{Max}/k_0)^{2.5}\} \quad (92)$$

следует решать численно. Можно разложить (92) используя малый параметр K_{Max}/k_0 :

$$\frac{[K_{Max}/k_0]^2}{4k_0^2 |A_0|^2} = 2, \quad (93)$$

при этом

$$K_{Max}/k_0 = 2\sqrt{2}k_0 |A_0| = 2\sqrt{2} \cdot \alpha^{1/2}. \quad (94)$$

После этого моды спектра располагаем в интервалах: $0 < K < 2K_{Max}$ (антистоксовая часть спектра, положительные K) и $-2K_{Max} < -K < 0$ (стоксовая часть спектра, отрицательные K). Интервал $0 < K < 2K_{Max}$ можно представить в виде суммы N мод обычным способом, как и ранее, вводя интервал в пространстве волновых чисел $\Delta K = \frac{2K_{Max}}{N}$, и переходя к использованию безразмерных величин $K_i = i \cdot \Delta K / k_0$, $i = \pm(1, 2, \dots, N)$.

Визуализация. Кстати, ΔK определит и область рассмотрения – для наблюдения импульсов в пространстве $\zeta = k_0 x$:

$$\zeta \subset L = 2\pi / (\Delta K / k_0) = \pi N / K_m = \frac{\pi N}{2\sqrt{2} \cdot \alpha^{1/2}}, \quad (95)$$

где $K_m = K_{Max}/k_0$. Поле возмущений имеет вид, который немного более общий, чем ранее

$$\begin{aligned}
 E &= \exp\{-i\omega_0 t + ik_0 x + i\phi_0\} \cdot \\
 &\{u_0 + \sum_{\substack{i \neq 0 \\ i > 0}} [u_i \cdot \exp\{-i(\omega_i - \omega_0)t + i(k_i - k_0)x + i(\phi_i - \phi_0)\}] + \\
 &u_{-i} \cdot \exp\{-i(\omega_{-i} - \omega_0)t + i(k_{-i} - k_0)x + i(\phi_{-i} - \phi_0)\}]\}.
 \end{aligned}
 \tag{96}$$

Это связано с тем, что частоты мод $\omega_i - \omega_0 = \omega(k_0 + K) - \omega(k_0) = \sqrt{g(k_0 + K)} - \sqrt{gk_0}$ могут быть, разумеется, разложены в ряд по K , а могут быть приведены и в такой форме. Например, раскладывая в ряд по K , получим $\omega(k_0 + K) = \omega(k_0) \left\{ 1 + \frac{K}{2k_0} - \frac{K^2}{8k_0^2} \right\}$, тогда $\omega(k_0 + K) - \omega(k_0) = \omega(k_0) \left\{ \frac{K}{2k_0} - \frac{K^2}{8k_0^2} \right\}$ и экспонента в верхнем выражении будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 &\exp\left\{-i\omega(k_0)\left(\frac{K}{2k_0} - \frac{K^2}{8k_0^2}\right)t + iKx + i(\phi_i - \phi_0)\right\} = \\
 &= \exp\left\{i\omega(k_0)\left(\frac{K^2}{8k_0^2}\right)t\right\} \cdot \exp\left\{iK\left(x - \frac{\omega(k_0)}{2k_0}t\right) + i(\phi_i - \phi_0)\right\}.
 \end{aligned}
 \tag{97}$$

Тогда выражение для поля в системе отсчета основной волны $\xi = x - \frac{\omega_0}{k_0}t$ принимает вид

$$\begin{aligned}
 E &= \exp\{ik_0 \xi + i\phi_0\} \cdot \\
 &\{u_0 + \sum_{\substack{K \neq 0 \\ K > 0}} \exp\{i\omega_0 \frac{K^2}{8k_0^2} t\} [u_K \cdot \exp\{+iK(\xi + \frac{\omega_0}{2k_0}t) + i(\phi_K - \phi_0)\}] + \\
 &+ u_{-K} \cdot \exp\{-iK(\xi + \frac{\omega_0}{2k_0}t) + i(\phi_{-K} - \phi_0)\}]\},
 \end{aligned}
 \tag{98}$$

Используем следующие обозначения $k_0 \xi = \zeta$, $\frac{\omega_0}{2}t = \tau / \alpha$, $\alpha = k_0^2 |A_0|^2$, $\tau = t \cdot \sqrt{gk_0} \frac{k_0^2 |A_0|^2}{2}$, $K \rightarrow K/k_0$, $\omega_0 \frac{K^2}{8k_0^2} t = (\tau / 4\alpha) \cdot K^2$.

В пространстве ζ вид возмущения

$$\begin{aligned}
 E &= \exp\{i\zeta + i\phi_0\} \cdot \\
 &\{u_0 + \sum_{\substack{K \neq 0 \\ K > 0}} \exp\{i \frac{K^2}{4\alpha} \tau\} [u_K \cdot \exp\{+iK(\zeta + \frac{\tau}{\alpha}) + i(\phi_K - \phi_0)\}] + \\
 &+ u_{-K} \cdot \exp\{-iK(\zeta + \frac{\tau}{\alpha}) + i(\phi_{-K} - \phi_0)\}]\}.
 \end{aligned}
 \tag{99}$$

Здесь основная волна покоится, а модуляция перемещается. Окончательно система уравнений, описывающая модуляционную неустойчивость волны большой амплитуды в условиях сильной дисперсии, принимает вид

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u_K}{\partial \tau} &= -\delta_d u_K + (1 + K)^{2.5} \cdot [u_{-K} \cdot u_0^2 \sin \Phi_K + \\
 &+ u_{-K} \sum_{K \neq K, 0} u_K u_{-K} \sin(\Phi_K - \Phi_K)].
 \end{aligned}
 \tag{100}$$

Здесь следует различать моды с волновыми числами K и K , соответственно и фазы Φ_K и Φ_K и сделана замена $K \rightarrow K/k_0$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \phi_K}{\partial \tau} &= -\frac{2[\sqrt{(1 + K)} - 1]}{\alpha} - (1 + K)^{2.5} \cdot [[2u_0^2 + 2 \sum_{K' \neq K, 0} u_{K'}^2 + u_K^2] + \\
 &+ \frac{u_{-K}}{u_K} u_0^2 \cos \Phi_K + \frac{u_{-K}}{u_K} \sum_{K \neq K, 0} u_K u_{-K} \cos(\Phi_K - \Phi_K)],
 \end{aligned}
 \tag{101}$$

где использованы традиционные обозначения $A_K / A_0 = a_K = |a_K| \exp\{i\varphi_K\} = u_K \exp\{i\varphi_K\}$, а также

$\Delta_K = \frac{2\{\sqrt{(1+K)}-1\} + \sqrt{(1-K)}-1\}}{\alpha}$, $P_K = \{2(1+K)^{2.5} + 2(1-K)^{2.5} - 2\}$ причем при расчетах можно не

использовать разложение подкоренных выражений. Уравнения для основной волны можно записать как

$$\frac{\partial u_0}{\partial \tau} + \delta u_0 + u_0 \sum_{K \neq K,0} u_K u_{-K} \sin \Phi_K = G, \tag{102}$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial \tau} = -u_0^2 - 2 \sum_{K \neq 0} u_K^2 - \sum_{K \neq 0} u_K u_{-K} \cos \Phi_K. \tag{103}$$

Уравнение для интегральной фазы Φ_K принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_K}{\partial \tau} = & \Delta_K + P_K \cdot \{u_0^2 + 2 \sum_{K' \neq -K, K, 0} u_{K'}^2 + 3u_K^2 + 3u_{-K}^2\} + \\ & + \{(1+K)^{2.5} \cdot \frac{u_{-K}}{u_K} u_0^2 + (1-K)^{2.5} \cdot \frac{u_K}{u_{-K}} u_0^2 - 2 \sum_{K \neq 0} u_K u_{-K}\} \cos \Phi_K + \\ & + \{(1+K)^{2.5} \cdot \frac{u_{-K}}{u_K} \sum_{K' \neq K, 0} u_K u_{-K} + (1-K)^{2.5} \cdot \frac{u_K}{u_{-K}} \sum_{K' \neq -K, 0} u_K u_{-K}\} \cos(\Phi_K - \Phi_{K'}). \end{aligned} \tag{104}$$

Так же как и в предыдущем разделе можно перейти к $K \rightarrow K_m$ и суммированию по m , то есть $K_m = m \cdot \Delta K / k_0$ где $\Delta K = \frac{2K_{Max}}{N}$ и $m = \pm(1, 2, \dots, N)$, причем $K_{Max} / k_0 = 2\sqrt{2}k_0 |A_0| = 2\sqrt{2} \cdot \alpha^{1/2}$, где $\alpha = k_0^2 |A_0|^2$.

2D представление. Для двумерной неустойчивости плоской волны большой амплитуды справедлива следующая система уравнений [63].

$$\frac{d\phi_0}{dt} = -u_0^2 - 4 \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N (u_{m,s}^2 + u_{-m,-s}^2) - 2 \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N u_{m,s} u_{-m,-s} \cos \Phi_{m,s}, \tag{105}$$

$$\frac{d}{dt} u_0 = \{-\delta_d - 2 \sum_{s=-S}^S \sum_{m>0}^N u_{m,s} u_{-m,-s} \sin \Phi_{m,s}\} + G, \tag{106}$$

где $\Phi_{n,s} = 2\phi_0 - \phi_{n,s} - \phi_{-n,-s}$ и $\Psi_{snmz} = \Phi_{n,s} - \Phi_{m,z}$, а для волновых чисел в двух направлениях $K_{m,s}^2 = \frac{m^2 \cdot \Delta K_{Max}^2}{N^2 \cdot k_0^2} - P_{n,s}^2$, причем $K_{m,s} = \text{sign}(m) \sqrt{K_{m,s}^2}$ и $P_{m,s} = 0.1 \cdot s$, и для небольших $K_{Max} / k_0 = 2\sqrt{2}k_0 |A_0| = 2\sqrt{2} \cdot \alpha^{1/2}$. Причем, для длинных гравитационных волн $\alpha = k_0^2 |A_0|^2$ и выполнено условие $(2 \div 3) \frac{2|A_0|}{2\pi} k_0 \propto 0.13$.

Моды спектра в двумерном представлении описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{du_{n,s}}{dt} = & u_{n,s} \{-\delta_d + \\ & + (1 + K_{n,s})^{2.5} \cdot [u_0^2 \frac{u_{-n,-s}}{u_{n,s}} \sin \Phi_{n,s} + 2 \frac{u_{-n,-s}}{u_{n,s}} \sum_{\substack{z>0 \\ z \neq s}}^S \sum_{\substack{m \neq n \\ m>0}}^N u_{-m,-z} u_{m,z} \sin \Psi_{snmz}]\}, \end{aligned} \tag{107}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_{n,s}}{dt} = & -\frac{2[\sqrt{(1+K_{n,s})}-1]}{\alpha} - \\ & -(1 + K_{n,s})^{2.5} \{2[u_0^2 + \frac{1}{2}u_{n,s}^2 + u_{-n,-s}^2 + 2 \sum_{\substack{z>0 \\ z \neq s}}^S \sum_{\substack{m>0 \\ m \neq n}}^N (u_{m,z}^2 + u_{-m,-z}^2)] + \\ & + u_0^2 \frac{u_{-n,-s}}{u_{n,s}} \cos \Phi_{n,s} + 2 \frac{u_{-n,-s}}{u_{n,s}} \sum_{\substack{z>0 \\ z \neq s}}^S \sum_{\substack{m \neq n \\ m>0}}^N u_{-m,-z} u_{m,z} \cos \Psi_{snmz}\}. \end{aligned} \tag{108}$$

Для тонкой структуры поля, то есть, выделяя отдельные волны, получим

$$\begin{aligned}
E_M(\xi, \eta, t) &= \exp\{i\xi\zeta + i\phi_0\} \cdot \\
&\{u_0 + \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N \exp\{i\frac{K^2}{4\alpha}\tau\} \cdot [u_{m,s} \exp\{-iK_{m,s}(\zeta + \frac{\tau}{\alpha}) - iP_{m,s}\eta + i(\phi_{m,s} - \phi_0)\} + \\
&+ u_{-m,-s} \exp\{iK_{m,s}(\zeta + \frac{\tau}{\alpha}) + iP_{m,s}\eta + i(\phi_{-m,-s} - \phi_0)\}]\}.
\end{aligned} \tag{109}$$

Причем для модуляции справедливо выражение $E_M(\xi, \eta, t) \cdot \exp\{-i\xi\zeta - i\phi_0\}$. В системе покоя модуляции $\zeta' = (\zeta + \frac{\tau}{\alpha})$ для подобной тонкой структуры поля справедливо выражение

$$\begin{aligned}
E_M(\xi, \eta, t) &= \exp\{i(\zeta' - \frac{\tau}{\alpha}) + i\phi_0\} \cdot \\
&\{u_0 + \sum_{s>0}^S \sum_{m>0}^N \exp\{i\frac{K^2}{4\alpha}\tau\} \cdot [u_{m,s} \exp\{-iK_{m,s}\zeta' - iP_{m,s}\eta + i(\phi_{m,s} - \phi_0)\} + \\
&+ u_{-m,-s} \exp\{iK_{m,s}\zeta' + iP_{m,s}\eta + i(\phi_{-m,-s} - \phi_0)\}]\}.
\end{aligned} \tag{110}$$

Модель без учета ограничений на вид взаимодействия мод спектра. Если учитывать все виды нелинейного взаимодействия мод спектра, то есть в выражении для нелинейного слагаемого вида $\{A | A|^2\}_k$ удерживать все слагаемые, не ограничиваясь симметричными по отношению к накачке модами спектра ($2k_0 = k_S + k_{-S} = k_n + k_{-n}$), которые используются для формирования S-теории, то уравнения для амплитуды и фазы малых мод можно записать в виде

$$\frac{\partial u_n}{\partial \tau} = -\delta u_n - \beta_1 A_{n,1} - \beta_2 A_{n,2}, \tag{111}$$

$$u_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \tau} = -2 \left\{ \frac{\sqrt{1+n \cdot \Delta} - 1}{\alpha} \right\} u_n - \beta_1 B_{n,1} - \beta_2 B_{n,2}. \tag{112}$$

Уравнения для амплитуды и фазы моды основной волны

$$\frac{\partial u_0}{\partial \tau} = -\delta u_0 - \beta_1 A_{0,1} - \beta_2 A_{0,2} + G_0, \tag{113}$$

$$u_0 \frac{\partial \varphi_0}{\partial \tau} = -\beta_1 B_{0,1} - \beta_2 B_{0,2}, \tag{114}$$

где

$$\begin{aligned}
A_{0,1} &= -[u_0 \sum_{m \neq 0, n} u_m u_{-m} \sin(\varphi_m + \varphi_{-m} - 2\varphi_0)], \\
B_{0,1} &= [u_0 u_0^2 + 2u_0 \sum_{m \neq 0} u_m^2 + u_0 \sum_{m \neq 0} u_m u_{-m} \cos(\varphi_m + \varphi_{-m} - 2\varphi_0)], \\
A_{0,2} &= -\sum_m \sum_p u_{-m-p} u_{-p} u_m \sin(\varphi_{-m-p} - \varphi_{-p} + \varphi_m - \varphi_0) - A_{0,1}, \\
B_{0,2} &= +\sum_m \sum_p u_{-m-p} u_{-p} u_m \cos(\varphi_{-m-p} - \varphi_{-p} + \varphi_m - \varphi_0) - B_{0,1}, \\
A_{n,1} &= -(1+n \cdot \Delta)^{5/2} [u_{-n} u_0^2 \sin(2\varphi_0 - \varphi_n - \varphi_{-n}) + u_{-n} \sum_{m \neq 0, n} u_m u_{-m} \sin(\varphi_m + \varphi_{-m} - \varphi_n - \varphi_{-n})], \\
B_{n,1} &= (1+n \cdot \Delta)^{5/2} [u_n u_n^2 + 2u_n u_0^2 + 2u_n \sum_{m \neq 0, n} u_m^2 + u_{-n} u_0^2 \cos(2\varphi_0 - \varphi_n - \varphi_{-n}) + \\
&+ u_{-n} \sum_{m \neq 0, n} u_m u_{-m} \cos(\varphi_m + \varphi_{-m} - \varphi_n - \varphi_{-n})], \\
A_{n,2} |_{n \neq 0} &= -(1+n \cdot \Delta)^{5/2} \sum_m \sum_p u_{n-m-p} u_{-p} u_m \sin(\varphi_{n-m-p} - \varphi_{-p} + \varphi_m - \varphi_n) - A_{n,1}; n \neq 0, \\
B_{n,2} |_{n \neq 0} &= +(1+n \cdot \Delta)^{5/2} \sum_m \sum_p u_{n-m-p} u_{-p} u_m \cos(\varphi_{n-m-p} - \varphi_{-p} + \varphi_m - \varphi_n) - B_{n,1}.
\end{aligned}$$

При $\beta_{1L} = 1$ и $\beta_{2L} = 0$ приходим к предыдущему случаю (S-теория), при $\beta_{1L} = 1$ и $\beta_{2L} = 1$, не трудно видеть, что система уравнений есть следствие уравнения (77), где нелинейное слагаемое вычисляется точно,

без учета ограничений S-теории. Ниже будем выделять случай описания с помощью S-теории и так называемый общий случай, когда нелинейные слагаемые модели (12) вычисляются без приближений.

Пространственно-временная структура волнового поля в системе покоя основной волны может быть представлена выражением

$$E(\xi, \tau) = u_0 \cos(\xi + \varphi_0) + \sum_{\substack{n \neq 0 \\ n > 0}} [u_n \cos\{-2 \frac{\sqrt{(1+n \cdot \Delta)} - (1+n \cdot \Delta)}{\alpha} \tau + (1+n \cdot \Delta) \cdot \xi + \varphi_n\} + u_{-n} \cos\{2 \frac{\sqrt{(1-n \cdot \Delta)} - (1-n \cdot \Delta)}{\alpha} \tau + (1-n \cdot \Delta) \cdot \xi + \varphi_{-n}\}], \quad (115)$$

где $k_0 x = \xi$ и область пространства рассмотрения $-\pi / \Delta < \xi < \pi / \Delta$.

2. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

2.1. Результаты расчетов процесса модуляции волны конечной амплитуды в модели Лайтхилла

Численное решение представленной выше системы дифференциальных уравнений (34)-(38) демонстрирует возбуждение спектра неустойчивости по обе стороны от основной волны. По мере возбуждения спектра неустойчивости наблюдаются модулирование основной моды. При определенных условиях наблюдается значительные всплески амплитуды основной волны.

Ниже приведены результаты численного моделирования, проведенного при разных уровнях надпороговости. Количество мод N взято равным 100. При уровне надпороговости $u_{00} - \delta = 0,2$, или, что то же самое, при декременте поглощения $\delta = 0,80$ (так как $u_{00} = 1$) имеем следующую картину эксперимента:

При начальных значениях наблюдается одна основная мода и в результате нелинейного взаимодействия начинается медленный, но ускоряющийся рост спектра неустойчивости. Значения амплитуд мод неустойчивости на данном этапе мало, поэтому не оказывает существенного влияния на основную волну. Основная волна имеет вид синусоиды, огибающая основной волны имеет вид прямой линии, т.к основная волна не модулирована. При этом малы уровень дефектности структуры $D = \frac{2}{u_0^2} \sum_{m>0} u_m^2$ и уровень интенсивности

спектра $I_s = 2 \sum_{m>0} u_m^2$, а интенсивность основной волны $I_0 = u_0^2$ близка к единице.

При дальнейшем моделировании производная амплитуд мод спектра неустойчивости по времени достигает своего максимума, быстро формируется спектр амплитуды возбужденных мод, которые достигают значений, достаточных для эффективного воздействия на основную волну (рис.2.1-2.2). Моды возбуждаются по обе стороны от основной моды. На данном этапе спектр широкий, амплитуда возбужденных мод составляет 1-5 % от амплитуды основной, однако их взаимодействие приводит к отклонениям вида основной волны на 15-20% от правильной синусоидальной формы. При данном процессе наблюдается рост уровня дефектности D .

На следующем этапе развитии процесса ($t > 100$) наблюдается сужение спектра модуляционной неустойчивости с одновременным увеличением амплитуды возбужденных мод (рис.2.3). Производная крайних мод спектра принимает отрицательное значение, максимум спектра смещается в сторону основной моды. Далее скорость изменения амплитуды возбужденных мод уменьшается и система выходит на квазиустойчивое состояние. Увеличение амплитуды возбужденных мод приводит к более выраженному воздействию на основную волну (рис. 2.4). В результате такого воздействия всплески амплитуды последней могут превышать начальную амплитуду в 1,5-1,7 раза.

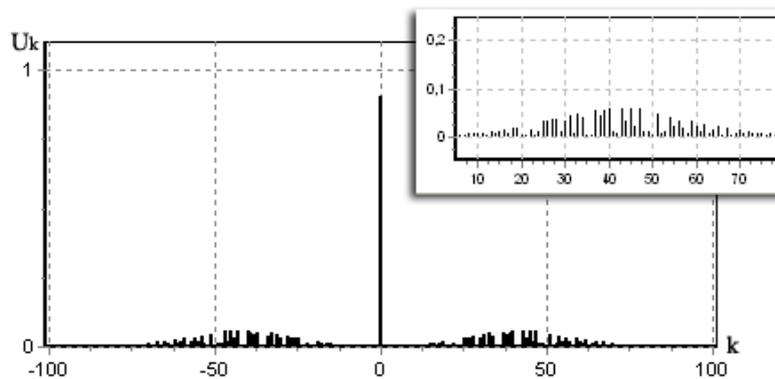


Рис. 2.1. Возбуждение широкого спектра неустойчивости ($t \approx 50, \delta = 0,80$)

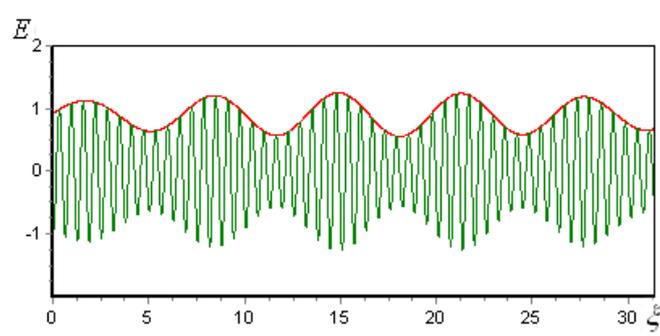


Рис. 2.2. Основная волна, промодулированная модами возбужденного спектра ($t \approx 50, \delta = 0,85$)

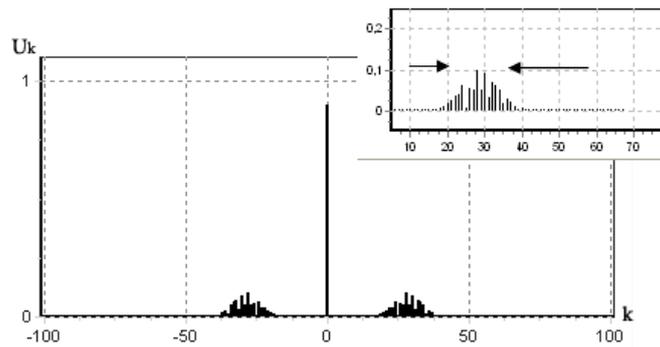


Рис. 2.3. Спектр неустойчивости на заключительной стадии развития ($t \approx 300, \delta = 0,80$)

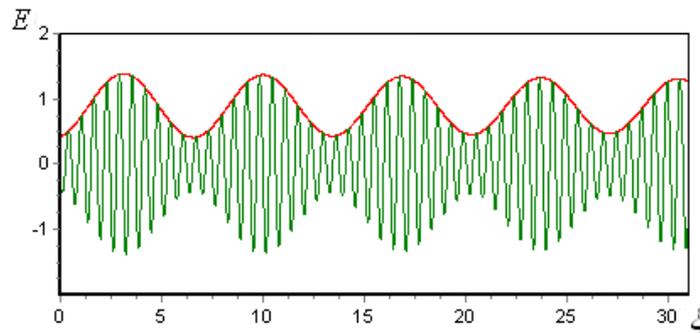


Рис. 2.4. Вид основной волны на заключительной стадии развития спектра неустойчивости ($t \approx 300, \delta = 0,80$)

Интегральные и локальные характеристики процесса неустойчивости. Рассмотрим детально процесс формирования спектра и выход системы на квазилинейную стадию в терминах интенсивности мод: Как видно из рис. 2.5, 2.6 интенсивность основной моды на начальных стадиях процесса заметно уменьшается и при значении $t \approx 100$ приближается к значению δ . Значения уровня надпороговости $(1-\delta)$ ограничивают снизу интенсивность основной моды. Во время уменьшения интенсивности основной моды начинает расти интенсивность спектра возбуждаемых мод, так же приближаясь к верхней границе, значение которой зависит от параметра δ .

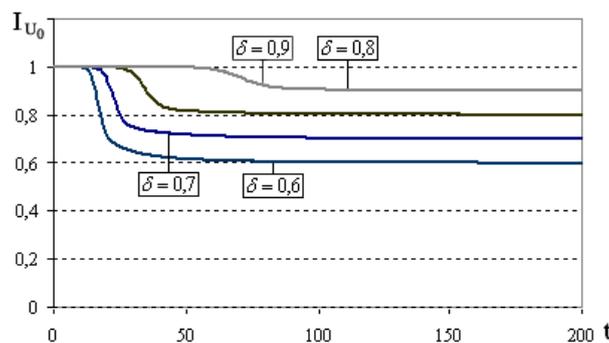


Рис. 2.5. Интенсивность основной моды $I_0 = u_0^2$ на линейной стадии процесса

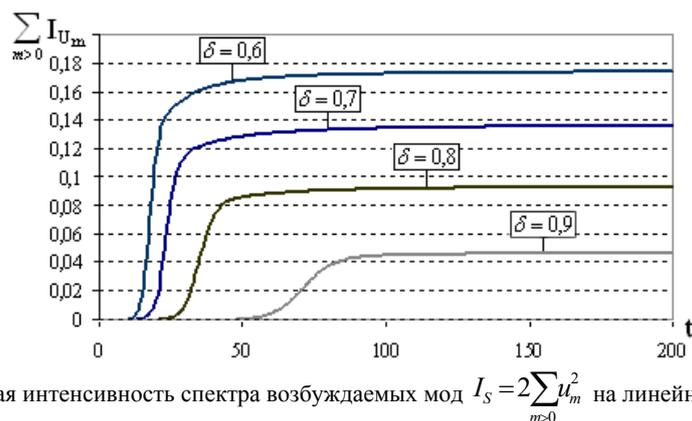


Рис. 2.6. Суммарная интенсивность спектра возбуждаемых мод $I_S = 2\sum_{m>0} u_m^2$ на линейной стадии процесса

При этом суммарная интенсивность не превышает единицы (рис.2.7), и с развитием неустойчивости уменьшается, ограничиваясь снизу значениями, зависящими от параметра δ .

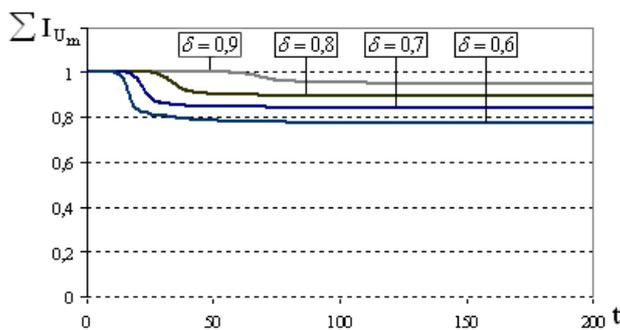


Рис. 2.7. Суммарная интенсивность структуры

При рассмотрении системы на временах перехода в квазилинейную стадию, можно получить зависимость интенсивности мод от значения параметра δ .

Формирование долгоживущего квазиустойчивого состояния. В режиме развитой неустойчивости дальнейшее изменение интенсивности не происходит. Можно считать, что нелинейная, а точнее квазилинейная стадия неустойчивости проявляет себя в условиях, когда интегральные характеристики процесса практически не меняются. При этом скорости изменения амплитуд мод резко уменьшаются. Неизменное значение общей интенсивности системы мод, при крайне медленном изменении внутренней её структуры на квазилинейной стадии процесса позволяет говорить о формировании квазиустойчивого долгоживущего физического состояния. Важно отметить, что монотонное уменьшение количества мод спектра, которое наблюдается на квазилинейной стадии процесса эволюции такого состояния фактически соответствует уменьшению возбужденных степеней свободы.

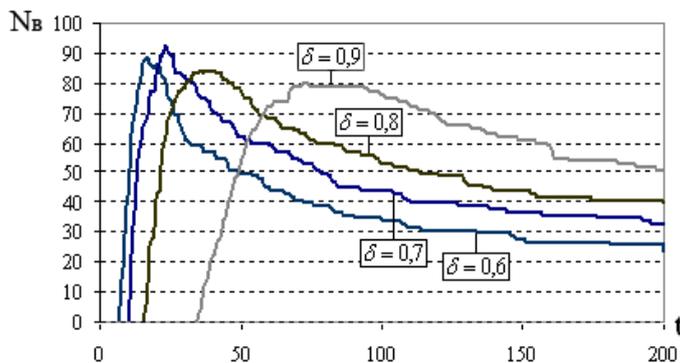


Рис. 2.8. Количество возбужденных мод спектра неустойчивости.

Из рис. 2.8 видно, что на начальной стадии возбуждается набор мод, состоящий более чем из 70% мод начального спектра, причем максимальное количество мод возбуждается в области перехода в квазилинейную стадию. Мода считалась возбужденной, если ее амплитуда превышала 0,1% от начального уровня основной моды. Скорость изменения амплитуды моды со временем уменьшается, но продолжает быть значимой. В результате конкуренции, амплитуда мод на периферии спектра уменьшается практически до нуля, а амплитуда части мод в центре спектра увеличивается. Таким образом, на квазилинейной стадии спектр в целом сужается,

количество степеней свободы - возбужденных мод уменьшается, то есть можно говорить об уменьшении значений характерных величин, связанных с энтропией системы в целом. Производная амплитуд периферийных мод спектров от времени принимает отрицательное значение, спектры как целое смещаются в сторону волнового числа основной моды. Далее скорость изменения амплитуды возбужденных мод уменьшается, и система выходит на квазилинейный режим неустойчивости.

При слабом превышении порога неустойчивости $\delta \geq 0,7$ интегральные показатели ведут себя аналогично соответствующим показателям простой модели, что подтверждает справедливость сделанных ранее допущений о возможности пренебрежения взаимодействием мод внутри спектра при слабом превышении порога неустойчивости, а также дает оценку границе применимости простой модели $\delta \geq 0,7$.

Увеличение амплитуды возбужденных мод приводит к более выраженному воздействию на основную волну. В результате такого воздействия всплески амплитуды последней могут превышать начальную амплитуду в 1,5-1,7 раза, а среднюю, более чем в 2,5 раза.

Моделирование нелинейной стадии модуляционной неустойчивости вдали от порога. В случае существенного превышения порога неустойчивости $\delta \leq 0,7$ модель (34)-(37), (50), (51) учитывающая взаимодействия, между симметричными по отношению к накачке модами спектра ($k_s + k_{-s} = k_n + k_{-n}$), выявляет качественно новые эффекты в процессе развития спектра неустойчивости. Речь идет об осцилляторном характере обмена энергией между основной волной и развивающейся структурой при модуляционной неустойчивости.

Рассмотрим модуляцию основной волны при сильном превышении порога неустойчивости. Учет взаимодействий между модами возбуждаемого спектра позволяет рассмотрение модели в области сильного превышения порога неустойчивости $\delta = 0,4$. Результаты расчетов изображены на рис. 2.9 - рис. 2.11. В данной области параметров интенсивность развитого спектра неустойчивости выше в сравнении с областью слабой надпороговости ($\delta \geq 0,7$). Т.к. более интенсивный спектр сильнее воздействует на основную волну, то возможно появление более выраженных всплесков огибающей.

При многократном моделировании процесса было отмечено, что на начальной стадии развитой модуляционной неустойчивости возможно появление значительных всплесков амплитуды основной волны. При возбуждении спектров мод с неизбежностью возникают интерференционные эффекты, состоящие в реализации всплесков модуляции волнового движения и в появлении значительных амплитуд отдельных волн. Вопрос в том, являются ли эти эффекты проявлением случайного характера интерференции мод или они детерминированы.



Рис. 2.9. Поведение амплитуды основной волны со временем (а), максимальная (сплошная кривая) и средняя (пунктир) амплитуды огибающей волнового поля для случая $\delta = 0,4$, $N = 200$

Выше отмечалось, что из-за развития неустойчивости поведение мод возбуждаемого спектра управляется накачкой, которой в данном случае является волна большой амплитуды. В большинстве случаев при реализации подобных многомодовых процессов, даже если взаимодействием неустойчивых мод можно пренебречь, влияние накачки на каждую отдельную моду спектра неустойчивости может оказаться велико. Поэтому интерференция в подобных случаях носит вынужденный характер, навязанный накачкой. Случайность проявляется лишь в той степени, насколько случайным было распределение фаз мод спектра неустойчивости в начальный момент.

При данных условиях также можно наблюдать сужение спектра неустойчивости

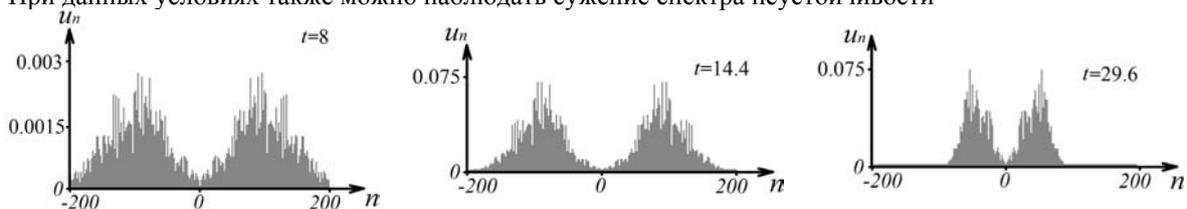


Рис. 2.10. Поведение спектра неустойчивости для трех моментов времени ($\delta = 0,4$, $N = 200$).

Представляют также интерес зависимости изменения энергии спектра мод $\sim \sum_{m \neq 0} u_m^2$ и энергии основной

волны $\sim u_0^2$ от времени в процессе развития неустойчивости, представленные на рис. 2.11.

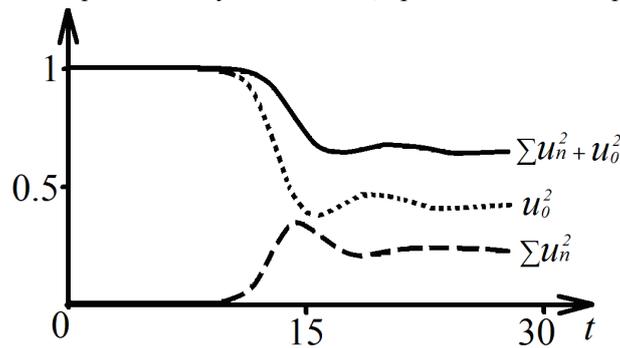


Рис. 2.11. Изменение энергии спектра мод $\sim \sum_{m \neq 0} u_m^2$ и энергии основной волны $\sim u_0^2$ и их суммы от времени ($\delta=0,4, N=200$).

Неустойчивости волны большой амплитуды в 2D модели Лайтхилла [63]. В системе (57)-(63) разрешены возбуждение спектров мод с волновым вектором, составляющим ненулевой угол с волновым вектором основной волны.

Процесс возбуждения двумерного спектра неустойчивости представлен на рис. 2.12a) представляет спектр неустойчивости на начальной стадии развития - широкий, с небольшими ($u_k < 0,05$) значениями амплитуд мод. В процессе развития, спектр сужается, при этом амплитуда возбужденных мод увеличивается (рис. 2.12b)).

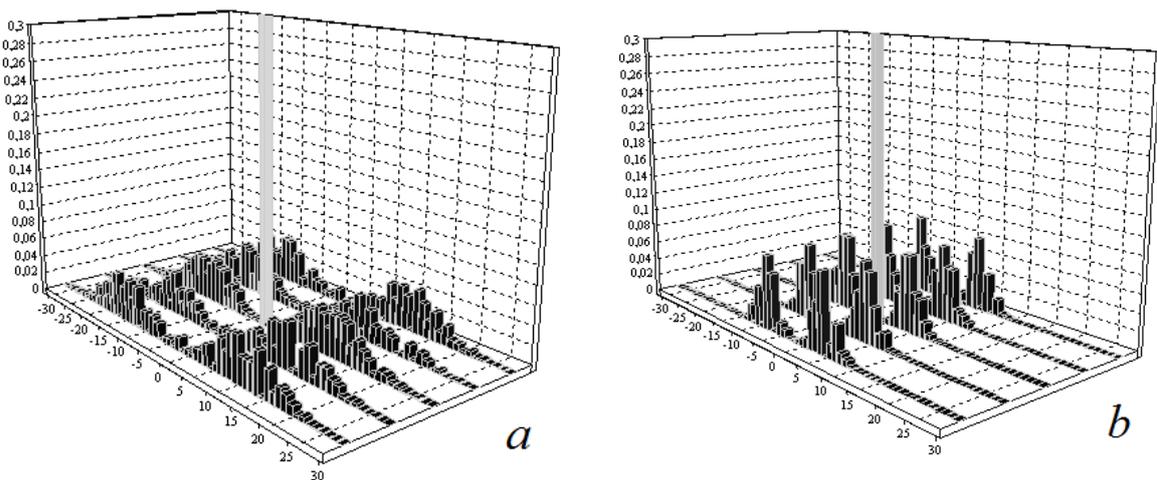


Рис. 2.12. Двумерный спектр неустойчивости квазимонохроматической волны

В результате численного моделирования получены трехмерные картины огибающей поля для значений параметров $N=100, \delta=0,5, t=15$. На рис. 2.13а показана мелкомасштабная картина огибающей основной волны, рис. 2.13б иллюстрирует всплески огибающей поля в более крупном масштабе. Трехмерная визуализация этого волнового поля представлена на рис. 2.14.

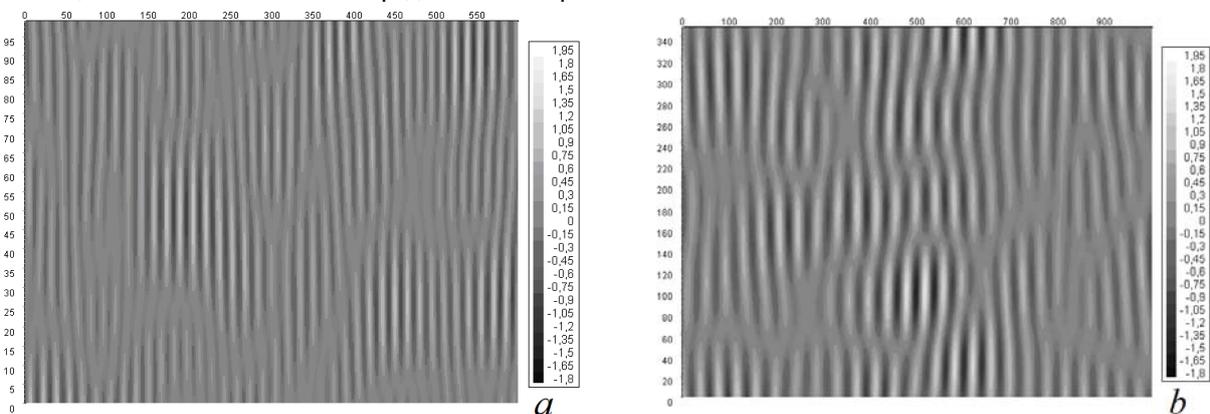


Рис. 2.13. Двумерная модуляция основной волны: а) мелкомасштабное представление, б) фрагмент

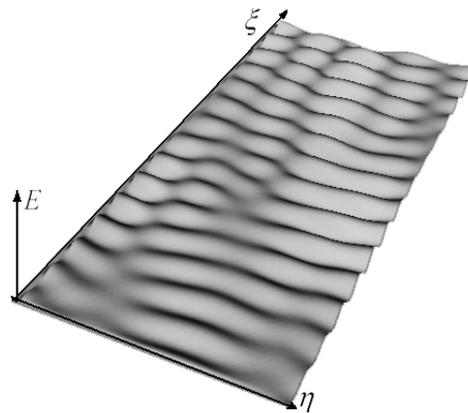


Рис. 2.14. Трехмерная визуализация поля огибающей, построенная на основании карты высот (рис. 2.13)

Можно убедиться в том, что учет даже малого угла между волновыми фронтами несколько увеличивает амплитуды больших волн, что было отмечено в работах [20-30].

Сравнение 1D моделей Лайтхилла в случаях применения S-теории и прямого вычисления уравнения (12). Рассмотрим систему уравнений (64) - (75), которая описывает оба обсуждаемых случая. Выше показано, что при $\beta_{1L} = 1$ и $\beta_{2L} = 0$ система уравнений отвечает случаю применения S-теории, при $\beta_{1L} = 1$ и $\beta_{2L} = 1$, система уравнений есть следствие модели (12), где нелинейное слагаемое вычисляется точно, без ограничений S-теории.

Вблизи порога неустойчивости характеристики процесса модуляции основной волны в двух случаях применения S-теории и прямого вычисления нелинейных слагаемых модели (12) практически идентичны.

На рис. 2.15 показаны зависимости изменения энергии спектра мод $\sum_{m \neq 0} u_m^2$ и энергии основной волны u_0^2 от времени в процессе развития неустойчивости.

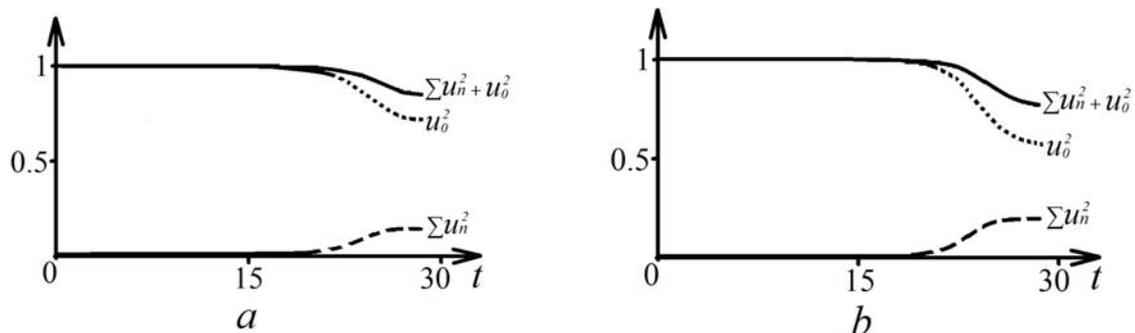


Рис. 2.15. Изменение энергии спектра мод $\sum_{m \neq 0} u_m^2$ и энергии основной волны u_0^2 и их суммы от времени для

случаев применения S-теории (а) и прямого вычисления модели (12) (b) при $\delta = 0,7, N = 200$

В случае применения S-теории (а) средняя амплитуда волн и максимальная амплитуда огибающей волнения несколько меньше, чем прямом вычислении модели (12) (b). Эта динамика представлена на рис. 2.16.

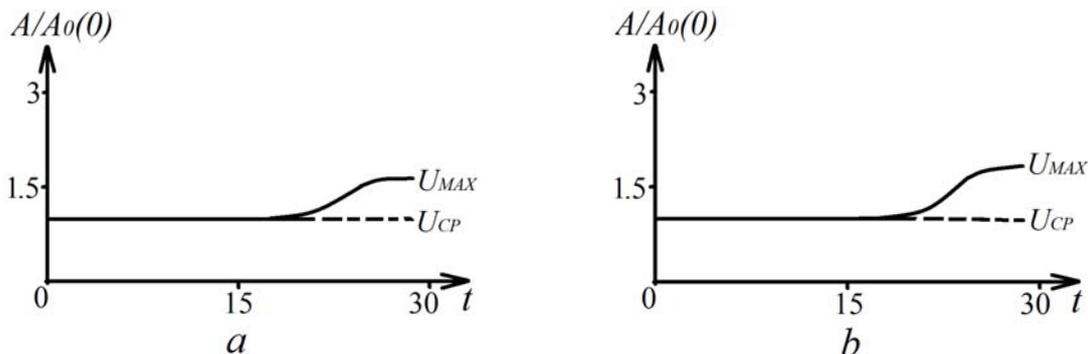


Рис. 2.16. Максимальная (сплошная кривая) и средняя (пунктир) амплитуды огибающей волнового поля для случаев применения S-теории (а) и прямого вычисления модели (12) (b) при $\delta = 0,7, N = 200$

Режим неустойчивости вдали от порога. Несколько больше отличий в развитии неустойчивости при описании в рамках S-теории (а) и в случае прямого вычисления модели (12) при малых уровнях поглощения, вдали от порога. Так, характерные времена модуляции амплитуды основной волны при уровне поглощения $\delta = 0,1$ при учете всех видов взаимодействия мод становятся менее регулярными (рис. 2.17).

Зависимости энергии спектра мод $\sum_{m \neq 0} u_m^2$ и энергии основной волны u_0^2 от времени в процессе развития неустойчивости, представлены на рис. 2.18. Уже явно заметен осцилляторный характер обмена энергией между основной волной и спектром неустойчивых мод.

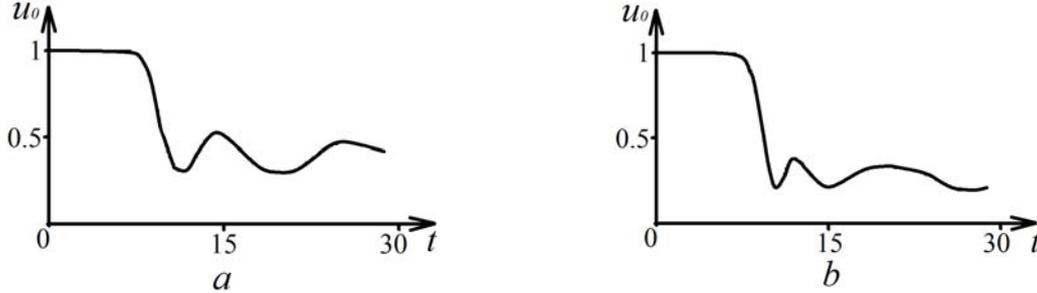


Рис.2.17. Поведение амплитуды основной волны со временем для случаев применения S-теории (а) и прямого вычисления модели (12) (b) при $\delta = 0,1, N = 200$

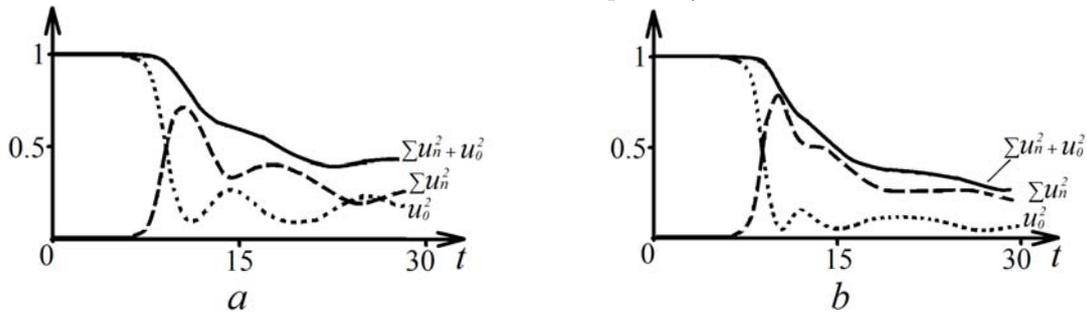


Рис. 2.18. Зависимости энергии спектра мод $\sum_{m \neq 0} u_m^2$, энергии основной волны u_0^2 и их суммы от времени для случаев применения S-теории (а) и прямого вычисления модели (12) (b) при $\delta = 0,1, N = 200$

Максимумы амплитуды огибающей в обоих случаях достигаются практически в одно время и примерно равны друг другу, что можно увидеть на рис. 2.19.

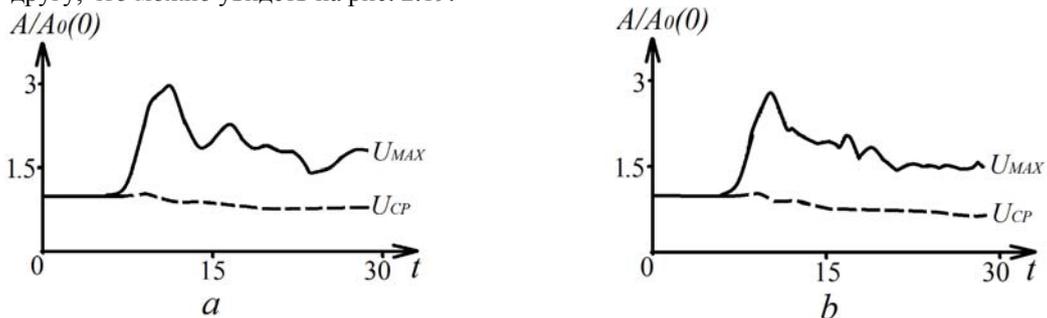


Рис. 2.19. Максимальная (сплошная кривая) и средняя (пунктир) амплитуды огибающей волнового поля для случаев применения S-теории (а) и прямого вычисления модели (12) (b) при $\delta = 0,1, N = 200$

Изменяется и поведение спектра неустойчивости. Характерный для модуляционной неустойчивости двугорбый спектр в случае описания в рамках S-теории (а) сужается, а при более общем описании, то есть в случае прямого вычисления модели (12) (b) наблюдается противоположная тенденция к расширению. Времена рассмотрения спектра выбраны на линейной по амплитудам возмущений стадии процесса, в момент достижения максимальной амплитуды огибающей волнового поля и в стадии развитой неустойчивости (рис. 2.20).

В условиях слабого поглощения, энергия спектра модуляционной неустойчивости достигает значений, сравнимых с начальной энергией волны конечной амплитуды. Из рис. 2.19 видно, что на начальной стадии нелинейного режима процесса возможно появление волн и всплесков огибающей с весьма большой амплитудой. В дальнейшем происходит снижение амплитуды основной волны (рис. 2.18) и ее влияние на интерференцию мод спектра ослабляется и их амплитуда заметно уменьшается.

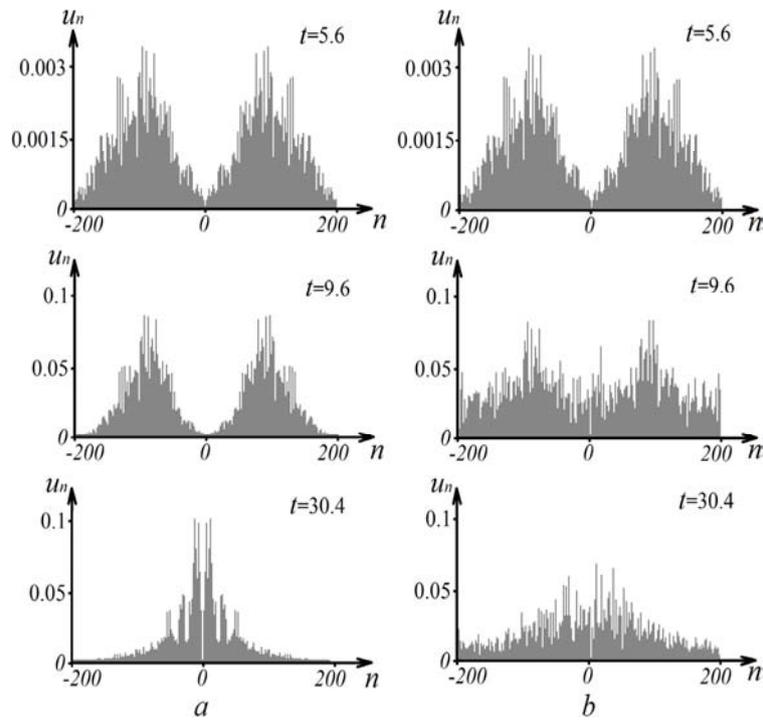


Рис. 2.20. Спектры неустойчивости для трех моментов времени в случае описания в рамках S-теории (а) и в случае прямого вычисления модели (12) (b) при $\delta = 0,1$, $N = 200$

Характер модуляции основной волны в пространстве (фрагмент вблизи области с максимальной амплитудой огибающей) для тех же моментов времени для этих двух случаев описания неустойчивости, представленный на рис. 2.21.

Таким образом, созданная авторами [58-62] и модифицированная в работах [46, 63-65] S-теория позволяет с достаточной степенью точности описывать начальную стадию нелинейного режима процесса модуляционной неустойчивости в модели Лайтхилла, позволяя количественно оценить максимальную амплитуду огибающей поля волн, время появления максимума огибающей и энергию, сосредоточенную в спектре возмущений.

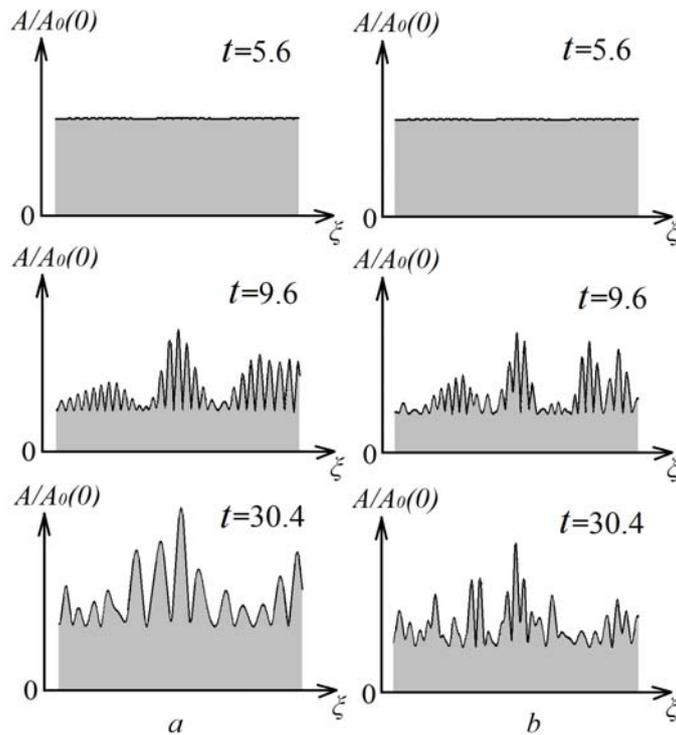


Рис. 2.21. Модуляция основной волны для трех моментов времени в случае описания в рамках S-теории (а) и в случае прямого вычисления модели (12) (b) при $\delta = 0,1$, $N = 200$

2.2. Численное моделирование модуляционной неустойчивости гравитационных волн на поверхности воды

Для анализа размахов волн (то есть, расстояния между верхней точкой гребня волны и нижней точкой впадины), выделим из них треть наибольших. Найдем для каждого момента времени в области рассмотрения ($\zeta \subset L = 2\pi / (\Delta K / k_0) = \pi N / K_m = \frac{\pi N}{\sqrt{2} \cdot \alpha^{1/2}}$, где $\Delta K = \frac{2K_{Max}}{N}, \zeta = k_0 x$) средний размах всех волн

$H = U_{CP}$ и средние значения размаха трети самых больших $H = U_{SWH}$, а также самый большой размах волны из ансамбля $H = U_{Max}$.

Численный анализ динамики и статистические показатели при использовании S-теории. Расчеты проводились для 600 мод спектра, отношение декремента поглощения к величине максимального инкремента выбиралось равным δ . При этом для нормировки амплитуды основной волн на единицу на начальной стадии процесса был выбран уровень внешней накачки $G = \delta$. Для модели (100)-(104), построенной на основе S-теории, с уменьшением поглощения величина u_0^2 , определяющая энергию основной волны, уменьшается, а величина $\sum_{m \neq 0} u_m^2$, определяющая энергию спектров неустойчивости, растет. Это можно увидеть на рис. 2.22. и рис. 2.23.

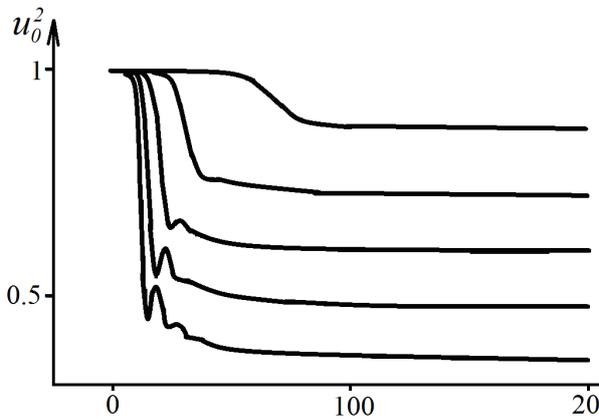


Рис. 2.22. Интенсивности основной волны u_0^2 при различных значениях параметра $\delta = 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5$ сверху вниз ($N = 100$) как функции времени

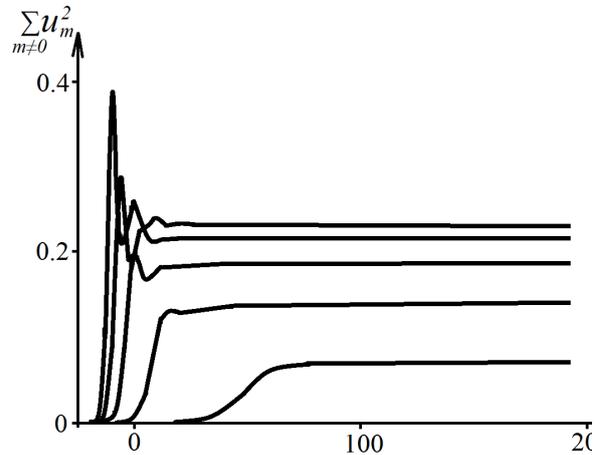


Рис. 2.23. Суммарные интенсивности мод спектра $\sum_{m \neq 0} u_m^2$ неустойчивости при различных значениях параметра $\delta = 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5$ снизу вверх ($N = 100$) как функции времени

Однако поскольку затухание гравитационных волн на поверхности океана мало, рассматривать случаи близкие к порогу неустойчивости не имеет смысла. Основное внимание уделим случаю, когда поглощение энергии волн достаточно мало: пусть отношение декремента поглощения к величине максимального инкремента выбиралось на уровне 0,1 (то есть $\delta = 0,1$). Результаты расчета для одной реализации начальных условий приведены на рис. 2.24. Прежде всего, следует отметить, что критерий, по которому выделяют аномально большие волны, вида

$$U_{AG} > 2U_{SWH} \tag{116}$$

или подобный этому неоднозначен, ибо наибольшие амплитуды наблюдаются именно в начальной стадии развития неустойчивости, особенно при конечном затухании. Тем не менее, волны заметно меньших амплитуд или размахов в режиме развитой неустойчивости также подпадают под этот критерий, так как со временем наблюдается снижение как средних, так и больших амплитуд волн.

На рис. 2.25 приведен волновой пакет, амплитуда наибольшей волны которого соответствует критерию (2.1)

С уменьшением уровня поглощения δ процессы обмена энергией между спектром и основной волной усиливаются. Вид спектра при этом несимметричный (рис.2.26). Можно убедиться, что при уменьшении амплитуды основной волны на начальной стадии неустойчивости, происходит смещение максимума инкремента неустойчивости в сторону меньших значений K . При этом, так как максимуму инкремента соответствует значение суммарной фазы $2\phi_0 - \phi_K - \phi_{-K} = \Phi_K$, равное $\pi / 2$, то происходит синхронизация этих

фаз [64-65] для большинства мод с различными значениями K . Тот факт, что интегральные фазы Φ_K спектра неустойчивости сосредотачиваются вблизи $\pi/2$ создает условия практически однотипного взаимодействия многих пар мод с основной волной. Это коллективное взаимодействие мод спектра с основной волной и поясняет природу интенсивных осцилляций интенсивности основной волны и спектра в начальной стадии неустойчивости.

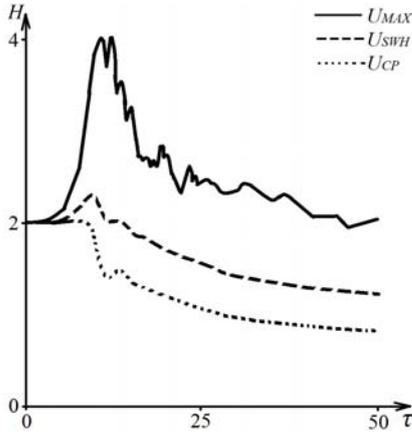


Рис. 2.24. Размах волн (расстояние между верхней точкой гребня волны и нижней точкой впадины) как функция времени $\tau \propto 10$: средний для всех волн U_{CP} , средний для трети самых больших волн U_{SWH} , максимальный для каждого момента времени U_{Max} [45]

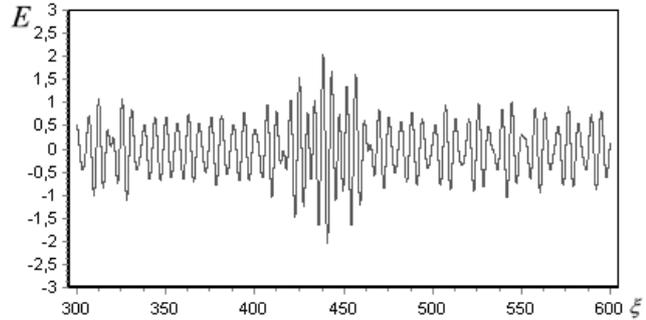


Рис.2.25. Локальный всплеск волнового поля E , превышающий средний размах трети самых больших волн более чем в 2 раза ($N = 300, \tau = 10.2$)

Позднее разброс интегральных фаз увеличивается и обмен энергией между основной волной и спектром ослабляется. Вследствие того, что фазы отдельных мод ϕ_K сохраняют случайное распределение (в частности, не имеют место симметрии вида $\phi_K = \phi_{-K}, \phi_K = -\phi_{-K}$), то в каждой реализации синхронизованный с основной волной спектр неустойчивости формирует различную интерференционную структуру. Тем не менее, интенсивность интерференции мод спектра в начальной стадии оказывается наибольшей. Кстати, фазовая синхронизация за счет выбора симметричных начальных фаз взаимодействующих мод спектра модуляционной неустойчивости интенсивной волны или симметризация самих уравнений, обычно приводили к режимам с обострением. Отсутствие же симметрии фаз в парах взаимодействующих волн способно ослабить интенсивность интерференционных всплесков и сократить время их существования. Рассматривая динамику спектра неустойчивости в проведенных в данной работе расчетах, можно обнаружить явление значительного его сдвига по отношению к спектральной области линейной неустойчивости.

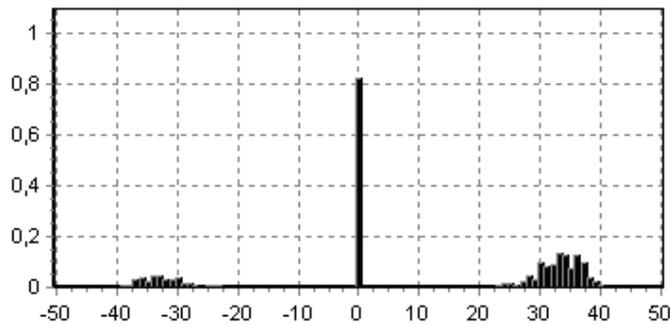


Рис. 2.26. Вид несимметричного спектра неустойчивости

Этот сдвиг обусловлен снижением амплитуды основной волны. Кроме этого следует отметить, что амплитуды отдельных мод спектра остаются много меньше амплитуды основной волны. Отметим также несимметричность спектра относительно основной волны, что обусловлено сильной дисперсией и достаточно большой величиной инкремента модуляционной неустойчивости для волн большой амплитуды. Из анализа спектров можно увидеть, что в режиме развитой неустойчивости в условиях конечного поглощения длина модуляции на больших временах увеличивается почти в 3,5 раза. Поведение относительной характерной длины модуляции представлено на рис. 2.27. Динамика двумерных волновых процессов оказывается подобной. Таким

образом, количество волн на длине модуляции в начальной стадии развитой неустойчивости значительно меньше, чем на поздних стадиях процесса.

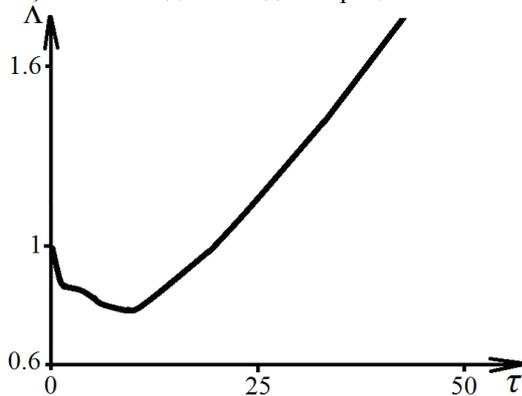


Рис. 2.27. Поведение относительной характерной длины модуляции $\Lambda \approx 2\pi / \Delta K$ в процессе неустойчивости

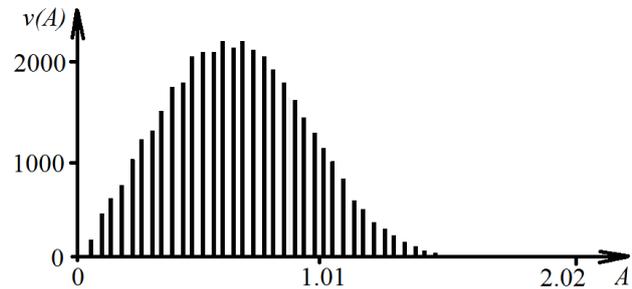


Рис. 2.28. Частота появления волн разной амплитуды $v(A)$ в численных экспериментах при разных реализациях процесса в момент времени $\tau \propto 10$

Анализируя частоту появления аномальных волн в разных реализациях процесса, найдем, что одна такая волна появляется среди 10^4 волн, что качественно соответствует известным наблюдениям и не противоречит статистическим оценкам (рис. 2.28). Однако в условиях слабого поглощения, энергия спектра модуляционной неустойчивости достигает значений, сравнимых с начальной энергией волны конечной амплитуды. Легко видеть (рис. 2.24), что только на начальной стадии нелинейного режима процесса возможно появление волн и всплесков огибающей с весьма большой амплитудой. При развитии процесса происходит снижение амплитуды основной волны и ее влияние на интерференцию мод спектра ослабляется. Амплитуды больших волн даже удовлетворяющих критерию (116), также заметно снижаются.

Таким образом, появление аномальных волн весьма большой амплитуды характерно для начальной стадии развитой модуляционной неустойчивости. С развитием неустойчивости средние и максимальные значения волн для данного уровня поглощения ($\delta = 0,1$) заметно убывают (рис. 2.24).

Однако, согласно принятому критерию (116), даже в этих условиях можно выделить аномально большие волны, хотя их амплитуда уже при $\tau \propto 30$ в полтора-два раза меньше, чем в наиболее интересном случае самых больших подобных волн при $\tau \propto 10$. На длине модуляции в начальной стадии процесса укладывается несколько волн, одна из которых может в отдельных реализациях оказаться аномально большой. В режиме развитой неустойчивости количество волн на длине модуляции возрастает в три-четыре раза. Частота появления волн (одна аномальная волна на 10^4 волн) в численном эксперименте качественно соответствует известным наблюдениям.

Сравнение 1D моделей в случаях применения S-теории и более общего описания, когда учитываются все виды взаимодействия мод в модели (77). В реальных условиях поглощение энергии гравитационных волн большой амплитуды весьма мало. Поэтому рациональным будет сравнение двух моделей описания проводить для более реалистичного случая малого поглощения $\delta = 0,01$ и значительной амплитуды

волнения $\Delta = \frac{0,566}{N}; \alpha = 0,01$. На рис. 2.29-3.34 приведем результаты расчетов, демонстрирующие развитие спектра неустойчивости для трех моментов времени в случае описания в рамках S-теории (a) и в общем случае, когда учитываются все виды взаимодействия мод в уравнении (77) вида $\{|A|^2 A\}$ (b).

Легко видеть формирование характерного двугорбого спектра (рис. 2.29) модуляционной неустойчивости. Если в случае описания в рамках S-теории такая форма спектра сохраняется, то в общем случае описания, когда удерживаются все нелинейные слагаемые уравнения (77), спектр с развитием неустойчивости сглаживается. На рис. 2.30 показан характер изменения амплитуды основной волны в случае описания в рамках S-теории (a) и в общем случае (b).

Можно видеть, что нерезонансные взаимодействия, для которых не выполнены соотношения S-теории, приводят к срыву осцилляторного режима поведения амплитуды основной волны, характерного для режима резонансного взаимодействия, описываемого S-теорией [64]. Динамика изменения средней амплитуды U_{CP} , средней амплитуды трети наибольших мод U_{SWH} и максимальных в текущий момент мод представлена на рис. 2.31. Кружками отмечено появление волн аномального размаха U_{AG} , которые удовлетворяют соотношению (116), то есть $U_{AG} > 2U_{SWH}$.

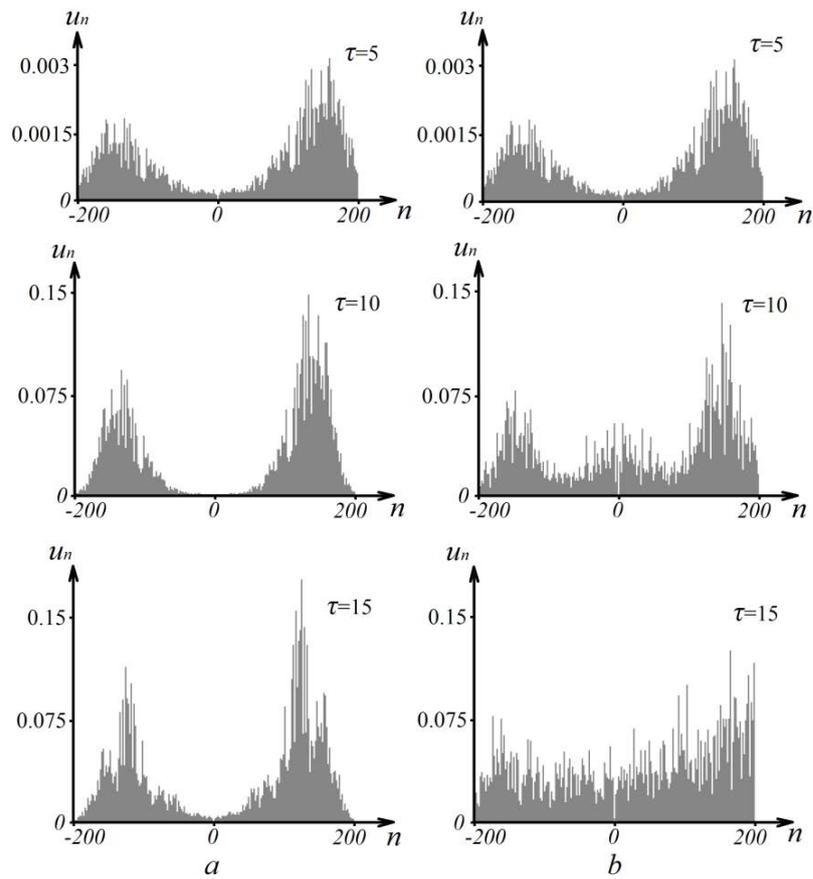


Рис. 2.29. Спектр неустойчивости для трех моментов времени в случае описания в рамках S-теории (а) и в общем случае (б), когда учитываются все виды взаимодействия мод в нелинейном слагаемом уравнения (77) вида $\{ |A|^2 A \}$

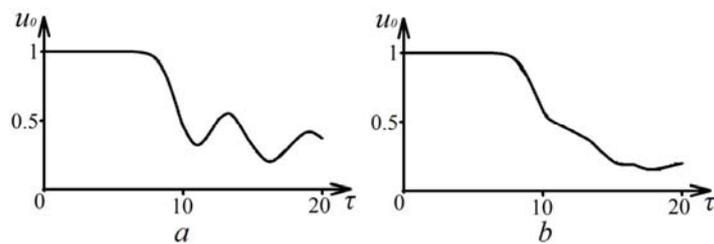


Рис. 2.30. Изменение амплитуды основной волны со временем. а) В случае описания в рамках S-теории и б) в общем случае, когда учитываются все виды взаимодействия мод в нелинейном слагаемом уравнения (77) вида $\{ |A|^2 A \}$

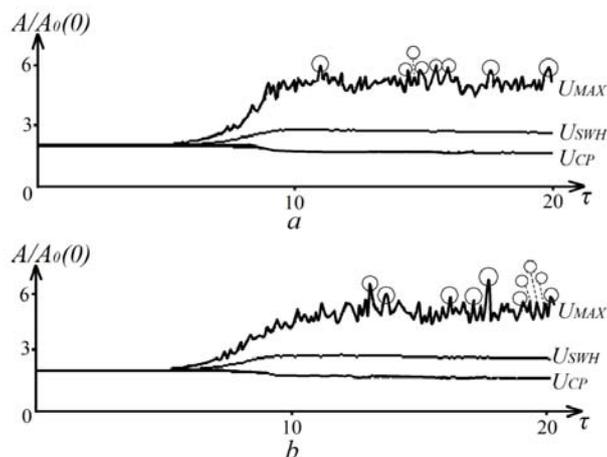


Рис. 2.31. Средняя амплитуда U_{CP} , средняя амплитуда трети наибольших мод U_{SWH} и самый большой размах волны из ансамбля U_{Max} , как функции времени. Кружками отмечено появление волн аномальной амплитуды U_{AG} в рамках S-теории (а) и в общем случае (б), когда учитываются все виды взаимодействия мод в нелинейном слагаемом уравнения (77) вида $\{ |A|^2 A \}$

Распределения амплитуд размахов H , то есть расстояний между верхней точки гребня волны и нижней точкой впадины, в режиме развитой неустойчивости в один момент и за все время расчетов представлены на рис. 2.32 и рис. 2.33 в случае описания в рамках S-теории (а) и в общем случае (b), когда учитываются все виды взаимодействия мод в нелинейном слагаемом уравнения (77) вида $\{A^2 A\}$. Подсчет волн происходил в одном и том же варианте расчета через моменты времени, равные времени жизни anomalно большой волны. То есть, в отличие от случая, представленного на рис. 2.24, где волны с разными амплитудами подсчитывались в многочисленных расчетах. Важно отметить, что в двух этих случаях частоты появления anomalных волн в статистике по ансамблям и по времени в обоих моделях описания океанского волнения практически не отличаются. Одна такая волна возникает среди 15-20 тысяч волн.

Характер распределения размахов подобен обсуждаемому в работе [64] где их число подсчитывалось в разных реализациях, и величины усреднялись по ансамблю реализаций. Число и распределение размахов обнаруженных волн anomalной амплитуды в этих двух случаях представлены в табл. 2.1. Следует обратить внимание на наличие выраженных «хвостов» распределений в обоих случаях.

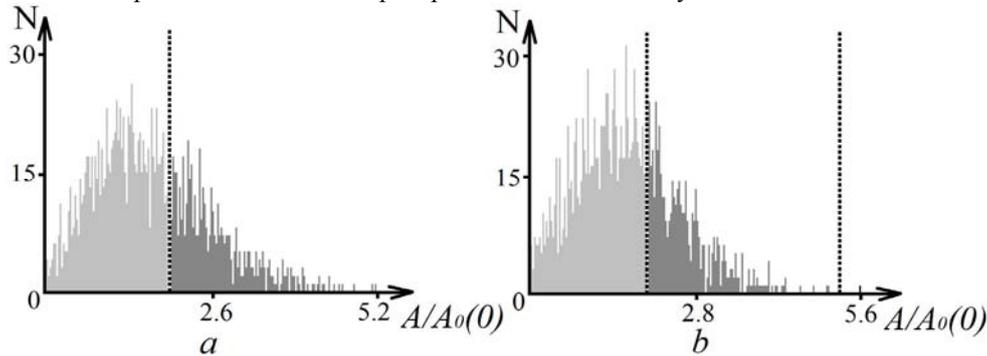


Рис. 2.32. Распределение амплитуд размахов в момент времени $\tau = 20$ в случае описания в рамках S-теории (а) и в общем случае (b), когда учитываются все виды взаимодействия мод в нелинейном слагаемом уравнения (77) вида $\{A^2 A\}$. Пунктирные линии определяют границу между модами малой амплитуды и третью самых больших мод и величиной, в два раза превышающей среднее значение от трети самых больших мод

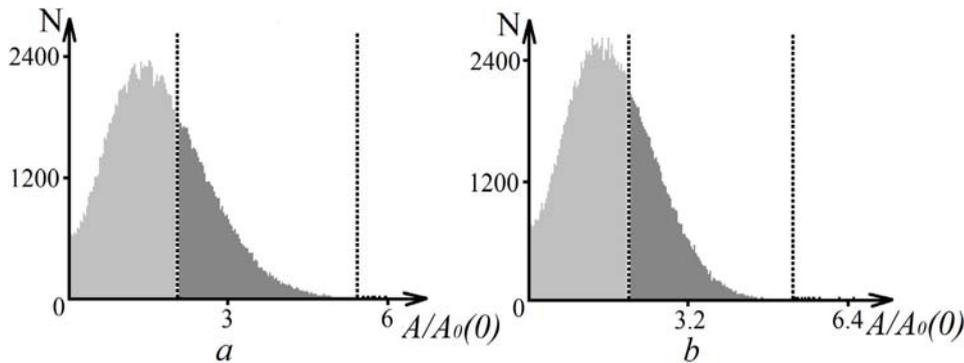


Рис. 2.33. Распределение амплитуд размахов за все время расчетов в случае описания в рамках S-теории (а) и в общем случае (b), когда учитываются все виды взаимодействия мод в нелинейном слагаемом уравнения (77) вида $\{A^2 A\}$, а) - всего размахов 173526, треть наибольших размахов 57842, размахов в 2 раза больше среднего трети наибольших размахов 8, б) - всего размахов 176386, треть наибольших размахов 58795, размахов в 2 раза больше среднего трети наибольших размахов 10

Таблица 2.1

Аномальные размахи		
значение $U_{AG} / 2U_{SWH}$	случай а: $\beta_1 = 1, \beta_2 = 0$	случай б: $\beta_1 = 1, \beta_2 = 1$
от 2 до 2,1	4	7
от 2,1 до 2,2	2	1
от 2,2 до 2,3	2	-
от 2,3 до 2,4	-	1
от 2,4 до 2,5	-	1
всего	8	10

Анализ наблюдений и численных экспериментов показывает [20-30], что anomalные волны часто возникают в составе группы волн, имеющих форму солитоноподобных образований. И в данном случае такие волны появляются именно в составе групп достаточно больших волн, причем в общем случае характерная длина модуляции оказывается меньше, чем при описании в рамках S-теории.

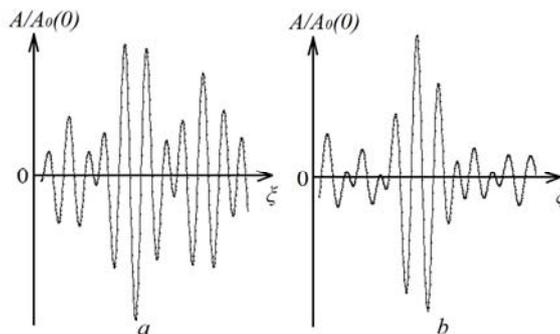


Рис. 2.34. Характерный вид аномальных волн в составе групп волн в случае описания в рамках S-теории (а) и в общем случае (б), когда учитываются все виды взаимодействия мод в нелинейном слагаемом уравнения (77) вида $\{|A|^2 A\}$.

2.3. Применение моделей

Модуляционные неустойчивости колебаний со слабой дисперсией в частности в случае генерации мощных продольных и квазипоперечных волн в плазменных волноводах, способны формировать амплитуды огибающих волновых пакетов более чем в три раза превосходящие средние их значения. В условиях слабого поглощения, энергия спектра модуляционной неустойчивости достигает значений, сравнимых с начальной энергией волны конечной амплитуды. Появление волн и всплесков огибающей с весьма большой амплитудой возможно в основном на начальной стадии нелинейного режима процесса. В дальнейшем происходит снижение амплитуды основной волны и ее влияние на интерференцию мод спектра ослабляется.

Для описания процессов модуляционной неустойчивости вполне корректной является модель описания на основе S-теории, что подтверждено сравнением результатов, полученных в рамках этой модели и в случае более общего описания, учитывающего все виды (диаграммы) взаимодействия мод спектра. Тем более, что отличия этих двух подходов можно увидеть на больших временах развития процесса, где появление аномально больших амплитуд модуляции практически не наблюдается.

Одной из актуальных проблем безопасности судоходства и нефтегазодобычи в океанах и морях является определение условий появления интенсивных поверхностных волн, способных привести к крупным катастрофам и авариям. Ранее появление таких волн считалось достаточно редким, и учитывать их появление и воздействие не считали нужным. Однако с развитием судоходства и появления индустрии морской добычи полезных ископаемых на границах шельфа появились многочисленные свидетельства появления таких аномальных волн.

Первым надежным инструментальным свидетельством появления такой аномальной волны считаются показания приборов на нефтяной платформе "Дропнер", расположенной в Северном море. Первого января 1995 года при значимой высоте волн 12 метров внезапно возникла 26-метровая волна (высота было точно измерена лазерным радаром, установленным на платформе).

По внешнему виду аномально высокие волны (экстремальные волны, rogue waves, abnormal waves, exceptional waves, giant waves, steep wave events) на поверхности глубокой воды (это т.н. гравитационные поверхностные волны, длина такой волны много меньше глубины океана, кстати, с уменьшением глубины скорость волны замедляется) делятся на три основных типа: "белая стена", "три сестры" (группа из трех волн), одиночная волна ("одиночная башня"). Высота волны обычно указывается именно как расстояние от высшей точки гребня до низшей точки впадины. Ширина цуга гигантских волн может достигать нескольких сотен метров до километра, что намного больше длины таких волн. В ряде случаев направление распространения таких волн, часто сбивающихся в группы по две-три волны отличалось от основного направления движения волн вплоть до десятков градусов.

Аномально высокими волнами считаются волны, высота которых более чем в два раза превышает значимую высоту волн. Значимая высота волн рассчитывается для заданного периода в заданном регионе. Для этого отбирается треть всех зафиксированных волн, имеющих наибольшую высоту, и находится их средняя высота. Есть и иные способы определения аномальных волн.

Большинство современных судов может выдержать до 15 тонн на квадратный метр и в случае даже сильного волнения это соответствует более чем двукратному запасу прочности, однако аномально большие волны способны вызвать давление до сотни тонн на квадратный метр [68]. Все это внушает беспокойство работникам морского транспорта. Поэтому предпринимаются попытки выяснить области образования, определить частоту возникновения таких волн и разработать способы предупреждения об их появлении. В течение трех недель в августе-сентябре 2001 года два европейских спутника ERS-1 и ERS-2 делали радарные снимки поверхности на пространстве между Латинской Америкой и Южной Африкой в рамках проекта MaxWave [69]. Было получено 30 тыс. фотографий, каждая из которых охватывала поверхность океана $10\text{км} \times 5\text{ км}$. На расшифровку и анализ полученных изображений ушло два года. На этом пространстве океана в течение трех недель было зафиксировано десять аномальных волн высотой более 25 метров. Вслед за MaxWave стартовал другой европейский проект - WaveAtlas, завершившийся в 2005 году. Созданы международные

организации, занимающиеся проблемами безопасности судов и морских сооружений, такие как International Association of Classification Societies.

На основании данных полученных со спутников удалось составить приблизительную карту, которая поможет судоводителям [70] избегать опасных районов. Европейцев волнует, прежде всего, восточное побережье Южной Африки, Бискайский залив и Северное море. Есть и другие опасные регионы – это южная часть побережья Латинской Америки. Сомневаясь в возможности раннего предупреждения, шведские специалисты рекомендуют создавать виртуальные карты Мирового океана с обозначением на них скользящих «треугольников смерти» - участков, где в определенное время года и при определенных условиях наиболее вероятно появление волн-убийц. Области морских течений рассматривались и ранее как области наиболее вероятного появления волн-убийц [71].

Авторы [29,70], полагали, что вероятность случайных возвышений морской поверхности $P(H)$ подчиняется Рэлеевскому распределению:

$$P(H) = \exp\left\{-2\frac{H^2}{H_s^2}\right\}, \quad (117)$$

где H_s - средняя высота-размах одной трети самых высоких волн. можно показать, что такие волны могут появляться довольно часто. Волной с амплитудой $2H_s$ по их расчетам будет примерно каждая из $3 \cdot 10^3 - 10^4$ волн (волны в океане вдали от берегов имеют длины вплоть до 100 метров и выше, а скорости порядка 10 м/с.), что не противоречило некоторым экспериментальным данным. Однако, если использовать значение этой вероятности, то для $3H_s$, получим, что волна такой высоты может наблюдаться один раз в 20 лет. Весьма часто появляющимися, в сравнении с оценкой (167) оказались волны с амплитудой превышающей $2H_s$. Однако по данным наблюдения проекта MaxWave морской поверхности из космоса наблюдалась волна с $A = H / H_s = 2,9$. За 793 часа наблюдений волн в Северном море зарегистрировано $A = 3,19$ [72]. Такая неожиданно частая регистрация экстремальных волн привела к необходимости серьезного пересмотра подходов к применимости классической статистической модели в области высоких волн.

Таким образом, чисто случайный механизм образования аномальных волн оказался не вполне корректным. Поэтому основное внимание было уделено другим механизмам, которые в большинстве своем основаны на результатах развития модуляционной неустойчивости гравитационных поверхностных волн на глубокой воде.

Преимущества данного описания в том, что оно не противоречит многим наблюдениям, поясняет формирование цугов волн в каждом из которых может быть несколько больших волн, объясняет короткое время жизни таких групп волн, и в целом показывает природу расширения масштаба и уменьшения амплитуды модуляции волнового движения в дальнейшем.

Полезным результатом данного исследования является выявление на начальной стадии модуляционной неустойчивости аномальных волн сверхвысокого размаха и амплитуды. Ибо в условиях слабого поглощения, энергия спектра модуляционной неустойчивости достигает значений, сравнимых с начальной энергией волны конечной амплитуды. При этом только на начальной стадии нелинейного режима процесса возможно появление волн и всплесков огибающей с весьма большой амплитудой значительно чаще, чем это следует из статистически обоснованных оценок. При развитии процесса происходит снижение амплитуды основной волны и ее влияние на интерференцию мод спектра ослабляется. Снижаются также средние и максимально достижимые амплитуды волн. Согласно принятым критериям (превышения амплитудой аномальной волны в два раза средней амплитуды трети самых больших волн) на больших временах процесса можно также выделить аномально большие волны, хотя их амплитуда по абсолютной величине оказывается меньше, чем на начальной стадии развитой неустойчивости. При этом частота появления аномальных волн и их амплитуды в большей мере отвечают статистически оправданным оценкам.

Аномально большие волны ($U_{AG} > 15-20$ метров возникающие в результате интерференции сильного волнения моря (средняя высота-размах волн 4-6м., период 10-12 с., фазовая скорость – более 20 м/с, групповая – в два раза меньше, длины затухания волнения – тысячи километров) с непременным учетом нелинейного взаимодействия, представляют собой цуг (группу) обычно из трех волн, одна из которых наибольшая, частота появления (статистика по ансамблю и по времени) – одна такая волновая группа на 10-20 тысяч волн. Для таких длинных волн (200-250м) максимально достижимая амплитуда до обрушения - около 30 метров. Наиболее вероятно их появление в начале развития модуляционной неустойчивости (в интервале сотни километров от границы зоны ветрового возбуждения волн, время развития неустойчивости – 10 обратных инкрементов – около 2,5-3 часов). Кроме таких цугов волн возможно весьма редкое появление уединенных волн с размахом до 30 метров даже при небольшом волнении – результат обычной интерференции на больших расстояниях уже ослабленных таких длинноволновых ветровых волн.

Рекомендации для технического проекта космического мониторинга поверхности океана. Для определения зон мирового океана, где с большой вероятностью ожидается появление аномальных волн необходимо на базе разработанных математических моделей определить условия, частоту и значения аномальных волн, используя характеристики внешней среды. Мониторинг, который состоит в проверке ряда

критических показателей, должен быть основан на результатах моделирования, подобного моделированию, проведенному выше. Для наблюдаемых anomalно больших волн с крутизной $(2 \div 3) \frac{2|A_0|}{2\pi} k_0 \propto 0,13$, при которой еще нет обрушения [67,72], средняя высота волн равна $2|A_0| \propto (0,07 \div 0,04) \cdot \lambda_0$. Длина волны связана с периодом колебаний соотношением $\lambda_0 \propto 1,6 \cdot T^2$ и для волн с периодом 10 сек., волнение океана отвечает высотам волн сравнимым с 10 м. Отношение максимального инкремента модуляционной неустойчивости к частоте колебаний порядка α , где $\alpha = k_0^2 |A_0|^2 \approx (0,04 \div 0,02)$ в обсуждаемых выше условиях. Другими словами, характерное время процесса (обратный инкремент) при этом можно оценить как 6-12 минут. За время менее часа можно будет наблюдать неустойчивость на её развитой нелинейной стадии. При ветровом возбуждении (скорость ветра должна превосходить фазовую скорость гравитационных поверхностных волн, равную примерно 10-15 м/с, но если есть встречное течение, то скорость ветра может быть даже меньше этой величины на значение скорости течения) зона развитой модуляционной неустойчивости находится в 50-100 км от границы зоны ветрового возбуждения.

Прежде всего, следует выявить зону океана с постоянной по направлению и величине большей пороговой скоростью ветра, с поправкой на течение. Внутри области ветрового возбуждения на расстояниях более 50 км начинается зона развитой модуляционной неустойчивости, причем именно на границе этой зоны ширина и интенсивность спектра модуляционной неустойчивости максимальна и возможны интенсивные всплески модуляции, которые могут содержать одну или несколько anomalно больших волн. На расстояниях заметно больших 100 км от границы зоны ветрового возбуждения, даже в рамках этой зоны, максимальные амплитуды волн оказываются меньше их наибольших anomalных аналогов, хотя и сохраняют значительный разброс.

Авторы благодарны за полезные замечания В.М. Конторовичу и Е.Н. Пелиновскому и за внимание к работе Е.А. Кузнецову и Н.С. Ерохину.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lighthill M.J. Contribution to the theory of waves in nonlinear dispersive system // J.Inst. Math. Appl. - 1965. - Vol.1, No.2. - P.269-306.
2. Zakharov V.E. Stability of nonlinear waves in dispersive media // J Teor. Prikl.Fiz., - 1966. - Vol. 51. - P. 668-671; Weak-turbulence spectrum in a plasma without a magnetic field //Sov. Phys. JETP. - 1967. - Vol. 24(2). - P.455-459; The Instability of Waves in Nonlinear Dispersive Media // Sov. Phys. JETP. - 1967. - Vol. 24. - P.740.
3. Silin V.P. Parametric resonance in plasma // JETP. - 1965. - Vol. 48, No.6. - P. 1679- 1691.
4. Aliev Ju.M., Silin V.P. Oscillations theory of plasma, which situated in HF electromagnetic field // JETP. - 1965. -Vol.48, No.3. - P.901-912.
5. Gorbunov L.M., Silin V.P. On the plasma instability in strong HF field // JETP. - 1965. - Vol.49, No.6. - P.1973- 1981.
6. Benjamin T.B., Feir J.E. The disintegration of wave trains on deep water // J. Fluid Mech. - 1967. - Vol.27. - P. 417-430.
7. Askar'jan G.A. Jeffekt samofokusirovki // UFN. - 1973. - Vyp. 10. - T. 111. - S. 249-260.
8. Karpman V.I. Nelinejnye volny v dispergirujushhiih sredah. - M.: Nauka, 1973. - 175 s.
9. Valeo E.J., Olerman C.R. Model of Parametric Excitation by an Imperfect Pump // Phys. Rev. Lett. - 1973. - Vol.30. - No.21, P.1035- 1038.
10. Fajnberg Ja.B. Nekotorye voprosy plazmennoj jelektroniki // Fizika plazmy. - 1985. - T.11, vyp.11. - C.1398-1410.
11. Rabinovich M.S., Ruhadze A.A. Principy reljativistskoj plazmennoj elektroniki // Fizika plazmy. - 1976. - T.2. - Vyp.5. - S.715-722.
12. Armand N.A. Rasprostranenie decimetrovyh i santimetrovyh voln. - M.: IREAN, 1975, - 93s.
13. Jenciklopedija nizkotemperaturnoj plazmy. Gazovye i plazmennye lazery. Tom HI-4 / Pod redakciej V. E. Fortova. -M.: Fizmatlit, 2005. - 822c.
14. Skanavi G.I. Fizika dijelektrikov (Oblast' slabyh polej). - M.: Fizmatgiz, 1949.
15. Skanavi G.I. Fizika dijelektrikov (Oblast' sil'nyh polej). - M.: Fizmatgiz, 1958.
16. Hippel' A. R. Dielektriki i volny, per. s angl. - M. - 1960.
17. Knol' M., Jehmejer I. Tehnicheskaja elektronika, per. s nem., - M. - 1971. - T.1.
18. Kondratenko A.N., Kuklin V.M. Osnovy plazmennoj elektroniki. - M.: Energoatomizdat, 1988. - 320 s.
19. Makarov G.I., Novikov V.V., Rybachek S.T. Rasprostranenie radiovoln v volnovodnom kanale Zemlja-ionosfera i v ionosfere. - M.: Nauka, 1994. - 150 s.
20. Zakharov V.E. Statistical theory of gravity and capillary waves on the surface of a finite-depth fluid. Three-dimensional aspects of air-sea interaction // Eur. J. Mech. B Fluids. - 1999. - Vol.18(3). - P.327-344.
21. Schwartz L.W., Fenton J.D. Strongly nonlinear waves // Ann. Rev. Fluid. Mech. - 1982. - Vol.14. - P.39-60.
22. Debnath L. Nonlinear Water Waves. - Boston: Academic Press, 1994.
23. Kurkin A.A., Pelinovskij E.N. Volny-ubijcy: fakty, teorija i modelirovanie. - Nizhnij Novgorod: NNGU, 2004.
24. Dyachenko A.I., Zakharov V.E. Modulation instability of stokes wave - Freak wave // JETP Lett. - 2005. - Vol.81(6). - P. 255-259.
25. Kharif C., Pelinovsky E. Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon // Eur. J. Mech. B-Fluid. - 2006. - Vol.22(6). - P.603-633.
26. Yeom D.-I., Eggleton B.J. Photonics: rogue waves surface in light // Nature. - 2007. - Vol.450. - P.953-962.
27. Solli D.R., Ropers C., Koonath P., Jalali B. Optical rogue waves // Nature. - 2007. - Vol.450. - P.1054- 1064.

28. Burlaga L.F., Ness N.F., Acuna M.H. Linear magnetic holes in a unipolar region of the heliosheath observed by Voyager 1 // *J. Geophys. Res.* – 2007. – Vol.112. – P.A07106.
29. Kharif C., Pelinovsky E., Slunyaev A. *Rogue Waves in the Ocean.* - Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009.
30. Ruderman M.S. Freak waves in laboratory and space plasmas // *Eur. Phys. J. Special Topics.* - 2010. - Vol.185. - P.57-66.
31. Vasil'ev V.A., Romanovskij Ju.M., Jahno V.G. *Avtovolnovye processy, pod red. D.S.Chernavskogo.* - M.: Nauka. Gl. red. fiz-mat. lit., 1987. - 240 s.
32. *Avtovolnovye processy v sistemah s diffuziej, pod redakciej M.T. Grehovoj.* – Gor'kij: IPF AN SSSR, 1981. - 246 s.
33. *Teoriya solitonov: metod obratnoj zadachi, pod red. S.P. Novikova.* - M.: Nauka, 1980.- 327s.
34. Ovsjannikov L.V. *Gruppovoj analiz differencial'nyh uravnenij.* - M.: Nauka, 1978.- 240s.
35. Tappert F.D., Cole W.J., Hardin R.H., Zabusky N.J. Wave kinetic equation emulation by numerical particle-in-cell simulation method // *Preprint PCP-70- 29, Comp.Phys.Res.Dep. Bell.Tel.Lab.,* 1970.
36. Klimontovich Ju.L. *Statisticheskaja teorija neravnovesnyh processov v plazme.* - M.: Izd-vo Mosk. un-ta, 1964. - 308 s.
37. Klimontovich Ju.L., Vil'hemson H., Jakimenko I.P., Zagorodnij A.G. *Statisticheskaja teorija plazmenno-molekuljarnyh sistem.* - M.: Iz-vo MGU, 1990. - 220s.
38. Zaslavskij G.M., Sagdeev R.Z., Usikov D.A., Chernikov A.A. *Slabyj haos i kvazireguljarnye struktury.* - M.: Nauka, 1991. - 320s.
39. Cytovich V.N. *Teoriya turbulentnoj plazmy.* - M.: Atomizdat, 1971.- 423s.
40. Kljackin V.N. *Statisticheskoe opisanie dinamicheskikh sistem s fluktuirujushhimi parametrami.* - M.: Nauka, 1975. - 240s.
41. Chernousenko V.M., Kuklin V.M., Panchenko I.P., Vorob'ev V.M. *Space dissipative structures // Nonlinear World.* - 1990. - Vol. 2 (IV International Workshop on Nonlinear and Turbulent Processes in Physics, 1989, Singapore). - R.776-803.
42. Kuklin V.M. *Rol' poglyannja ta disipaciyi energiji u formuvanni prostorovih nelinejnyh struktur u nerivnovaznyh seredovyshhah // UFZh. Oglyady.* - 2004. - T. 1, No.1. - S. 49-81.
43. Kuklin V.M., Kirichok A.V., Kuklina O.V. *O mehanizmah obrazovaniya samopodobnyh struktur v neravnovesnoj sploshnoj srede // Voprosy atomnoj nauki i tehniki. (VANT).* - Ser. Plazmennaja elektronika i novye metody uskoreniya. - 2000. - No.1. - S. 222-224.
44. Kuklin V.M. *Obrazovanie samopodobnyh prostranstvennyh struktur v moduljacionno-neustojchivyh sredah // Elektromagnitnye javleniya.* - 2001. - T. 4, No.1 (13). - S. 85-100.
45. Belkin E.V., Gushhin I.V. *Analiz chislennoj modeli moduljacionnoj neustojchivosti volny konechnoj amplitudy v nelinejnoj srede // Visnik HNU im. V.N. Karazina.- Ser. Matematichne modeljuvannja. Informacijni tehnologii. Avtomatizovani sistemi upravlinnja.* - 2008 - No.809 (9). - S. 20-31.
46. Belkin E.V., Kirichok A.V., Kuklin V.M. *Ob interferencii v mnogomodovyh rezhimah moduljacionnyh neustojchivostej // Voprosy atomnoj nauki i tehniki (VANT) Ser. «Plazmennaya elektronika i novye metody uskoreniya.* - 2008. – No. 4 (6). - S. 222-227.
47. Kuklina O.V., Kirichok A.V., Kuklin V.M. *Dinamika formirovaniya samopodobnyh struktur v nelinejnyh volnovyh dissipativnyh sredah s nerazpadnym spektrom // The Journal of Kharkiv National University, physical series “Nuclei, Particles, Fields”.* – 2001. - №541. – Iss.4(16). - S.73-76.
48. Kuklin V.M., Panchenko I.P. *Vozbuzhdenie korotkovolnovogo spektra poverhnostnyh voln v plazme moshhnyim elektromagnitnym izlucheniem // Pis'ma v ZhJeTF.* - 1986. - T. 43, vyp. 5. - S. 237-239.
49. Kuklin V.M., Sevidov S.M. *K nelinejnoj teorii ustojchivosti intensivnyh kolebanij holodnoj plazmy // Fizika plazmy.* - 1988. - T. 14, vyp. 10. - S. 1180-1185.
50. Zemlyanaya E.V., Alexeeva N.V. *Oscillation solitons of the driven, damped nonlinear Schrödinger equation // Theoretical and Mathematical Physics.* - 2009. – Vol.159. –P. 870-876.
51. Segur H., Henderson D., Carter J. et al. *Stabilizing the Benjamin-Feir instability // J. Fluid Mech.* - 2005. - Vol.539. - P.229-271.
52. Wu G., Liu Y., Yue D.K.P. *A note on stabilizing the Benjamin-Feir instability // J. Fluid Mech.* - 2006. - Vol.556. - P. 45-54.
53. Kharif C., Touboul J. *Under which conditions the Benjamin-Feir instability may spawn an extreme wave event: A fully nonlinear approach // Eur. Phys. J. Special Topics.* - 2010. - Vol.185 - P.159- 168.
54. Kuklin V.M. *Ob interferencionnoj prirode formirovaniya tonkoj struktury lazernyh impul'sov i anomal'nyh vspleskov amplitudy kolebanij v modeli Lajthilla / VIII Haritonovskie nauchnye chteniya. 21-24 marta, 2006 g. Sarov, Rossija, Sb. dokladov.* - Carov, 2006. - S. 450-456; Kuklin V.M. *Effect of induced interference and the formation of spatial perturbation fine structure in nonequilibrium open-ended system // Voprosy atomnoj nauki i tehniki (VANT) Ser. «Plazmennaya elektronika i novye metody uskoreniya.* - 2006. - No.5 (5). - S. 63-68.
55. Bogoljubov N.N., Mitropol'skij Ju.A. *Asimptoticheskie metody v teorii nelinejnyh kolebanij.* - M.: Nauka, 1974.- 503c.
56. Gaponov V.A., Ostrovskij L.A Rabinovich M.I. *Odnomernye volny v nelinejnyh sistemah s dispersiej // Izv. VUZov. Radiofizika.* – 1970. - T.13, No.2. - C.163-175.
57. Sedov L.I. *Metody podobija i razmernosti v mehanike - izd. VIII pererabotannoe.* - M., 1977. – 440s.
58. Suhl H. *Effective Nuclear Spin Interactions in Ferromagnets // Phys Rev.* - 1958. - Vol.109. – No.2. - P.606.
59. Schlomann E, Saunder J.H., Sirvets M.H. *L-Band Ferromagnetic Resonance Experiments at High Peak Power Levels // J. Appl. Phys.* - 1960. - Vol.31, Suppl. - P.386S-395S.
60. Zaharov V.E., L'vov V.S., Starobinec S.S. *Novyj mehanizm ogranichenija amplitudy SV pri paralel'noj nakachke // FTT.* – 1969. - T.11. - C.2047- 2055.
61. Zaharov V.E., L'vov V.S., Starobinec S.S. *Turbulentnost' spinovyh voln za porogom ih parametricheskogo vozbuzhdeniya // UFN.* – 1974. - T.114. – No.4. – C.609-654.
62. L'vov V.S. *Nelinejnye spinovye volny.* – M.: Nauka. Gl. red. fiz-mat. lit., 1987. – 272 s.
63. Belkin E.V. *The mathematical models of modulation instability processes of waves in media with cubic nonlinearity / Manuscript. PhD-thesis by speciality 01.05.02 – Mathematical modeling and computational methods. V.N. Karasin Kharkiv National University, Kharkiv, 2010. – 150P.*

64. Belkin E.V., Kirichok A.V., Kuklin V.M. Moduljacionnaja neustojchivost' voln, podderzhivaemyh vneshnim istochnikom v crede s pogloshheniem // VANT, Ser. «Plazmennaja jelektronika i novye metody uskorenija. – 2010. – No.4(68)). - C.291-295.
65. Belkin E.V., Kirichok A.V., Kuklin V.M. Development of modulation instabilities in media with damping and forcing / High-Power pulsed electrophysics. International conference XIV Khariton's topical scientific readings. Digest of technical papers - Sarov, Russia: FGUP «RFYATS-VNIIEF», 2013. – P.14-20.
66. Vorob'ev V.M., Kuklin V.M. O mehanizme vozniknovenija prostranstvennyh struktur v dissipativnyh neravnovesnyh sredah // Pis'ma v ZhTF. – 1987. – T.13. – No.22. - S. 1354-1360.
67. Schwartz L.W., Fenton J.D. Strongly nonlinear waves // Ann. Rev. Fluid. Mech. – 1982. - Vol.14. - P.39-60.
68. Berdichevskij A. Gigantskie volny-ubijcy vse eshhe predstavljajut opasnost' dlja sudohodstva. - RIA novosti, 2007. - Rezhim dostupa: <http://transbez.com/info/sail/wave-killer.html>.
69. The research project supported by the European Commission under the Fifth Framework Programme contributing to the implementation of the Key Action 3: Sustainable Marine Ecosystems within the Energy, Environment and Sustainable Development (Project N°: EVK:3- 2000-00544), 2001 – 2003.
70. Badulin S., Ivanov A., Ostrovskij A. Vlijanie gigantskih voln na bezopasnost' morskoy dobychi i transportirovki uglevodorodov // Tehnologii, TJeK. - 2005, No.2.
71. Lavrenov I.V. The wave energy concentration at the Agulhas current of South Africa // Natural Hazards. – 1998. – Vol.17. – P.117- 127.
72. Stansell P. Distributions of extreme wave, crest and trough heights measured in the North Sea // Ocean Engineering. – 2005. - Vol.32. – No.8-9. – P.1015- 1036.

PACS: 11.15.-q, 25.20.-x

CONSTRUCTING RELATIVISTIC AMPLITUDE SATISFYING THE REQUIREMENTS OF CONSERVATION EM CURRENT AND FISSION ${}^3\text{He}({}^3\text{H})$

Yu.A. Kasatkin, V.Ph. Klepikov, Ph.E. Kuznietsov

Institute of Electrophysics & Radiation Technologies National Academy of Sciences of Ukraine

61002, Ukraine, Kharkiv, Chernyshevsky St, 28, P. O. Box 8812

e-mail: YuKasatkin2007@ya.ru

Received May 5, 2014

A method of constructing a covariant two-particle amplitudes photodisintegration nonlocal matter fields, satisfying the requirements of gauge invariance, which was a consequence of the properties of the inseparability of the electric charge on the mass and led to the harmonization of the laws of conservation actions 4 momenta and charge. Shown how to incorporate into the outer ends of the photon three-point function and strongly coupled top. On an example of disintegrate of ${}^3\text{He}$ in the proposed approach have been calculated and were compared with experimental data. Predicted behaviour of the energy dependence of the Σ – asymmetry for the process $\gamma^3\text{H} \rightarrow nd$ at an angle neutron emission $\theta_n = 90^\circ$.

KEYWORDS: covariant amplitude, attached tangent space, disintegrating nucleus ${}^3\text{He}({}^3\text{H})$, the asymmetry of the cross sections

ПОБУДОВА КОВАРІАТНОЇ АМПЛІТУДИ, ЯКА ЗАДОВОЛЬНЯЄ ВИМОГАМ ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕМ СТРУМУ ТА РОЗЩЕПЛЕННЯ ЯДРА ${}^3\text{He}({}^3\text{H})$

Ю.О. Касаткін, В.Ф. Клепиков, Ф.Е. Кузнецов

Інститут електрофізики і радіаційних технологій НАН України

61002, Україна, Харків, вул. Чернишевського, 28, а/я 8812

Запропоновано метод побудови коваріантною амплітуди двохчастинкового фоторозщеплення нелокального поля матерії, задовольнивши вимогу калібрувальної інваріантності, що стало наслідком властивості невіддільності електричного заряду від маси і привело до узгодження дій законів збереження 4 - імпульсу і заряду. Показано як включити фотон в зовнішні кінці трихвостки і потужно пов'язану вершину. На прикладі розщеплення ядра ${}^3\text{He}$ в запропонованому підході виконаний розрахунок і проведено зіставлення з експериментальними даними. Передбачити поведінку енергетичної залежності Σ – асиметрії для процесу $\gamma^3\text{H} \rightarrow nd$ при куті вильоту нейтрона $\theta_n = 90^\circ$.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: коваріантна амплітуда, приєднаний дотичний простір, розщеплення ядра ${}^3\text{He}({}^3\text{H})$, асиметрія перетинів

ПОСТРОЕНИЕ КОВАРИАТНОЙ АМПЛИТУДЫ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩЕЙ ТРЕБОВАНИЮ СОХРАНЕНИЯ ЭМ ТОКА И РАСЩЕПЛЕНИЕ ЯДРА ${}^3\text{He}({}^3\text{H})$

Ю.А. Касаткин, В.Ф.Клепиков, Ф.Е. Кузнецов

Інститут електрофізики і радіаційних технологій НАН України

61002, Україна, Харків-2, вул. Чернышевского, 28, а/я 8812

Предложен метод построения ковариантной амплитуды двухчастичного фоторасщепления нелокального поля материи, удовлетворив требование калибровочной инвариантности, что явилось следствием свойства неотделимости электрического заряда от массы и привело к согласованию действий законов сохранения 4-импульса и заряда. Показано как включить фотон во внешние концы треххвостки и сильно связанную вершину. На примере расщепления ядра ${}^3\text{He}$ в предложенном подходе выполнен расчет и проведено сопоставление с экспериментальными данными. Предсказано поведение энергетической зависимости Σ – асимметрии для процесса $\gamma^3\text{H} \rightarrow nd$ при угле вылета нейтрона $\theta_n = 90^\circ$.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ковариантная амплитуда, присоединенное касательное пространство, расщепление ядра ${}^3\text{He}({}^3\text{H})$, асимметрия сечений

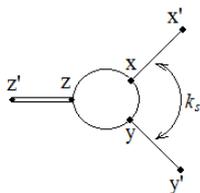


Рис. 1. Виртуальная треххвостка

Фоторасщепление ядра на два фрагмента [1] с относительным 4-импульсом k_s между ними требует развить подход, в котором нужно сохранить ковариантность амплитуды. Включение фотона в сильно связанную треххвостку (рис.1) должно происходить в соответствии с требованием калибровочной инвариантности. Окончательное выражение для ковариантной амплитуды получается

пропорциональным тензору ЭМ поля $F_{\mu\nu} = \varepsilon_\mu q_\nu - \varepsilon_\nu q_\mu : \mathfrak{M}_{tot} = e \cdot \frac{F_{\mu\nu} \cdot J_{pol}^\mu k_s^\nu}{q \cdot k_s}$, где, J_{pol}^μ

полный ЭМ полюсной ток s-, t- и u- каналов. Из содержания работы станет понятным, почему в окончательное выражение для амплитуды входит лишь относительный импульс фрагментов k_s , и в чем его избранность.

Дальнейшее изложение материала статьи связано с объяснением и выводом этой формулы. При трансляциях необходимо согласовать действия законов сохранения 4-импульса и заряда. Для этого привлечём в рассмотрение дополнительные факты, имеющие общий характер, которые в локальной формулировке теории

не были востребованы в полном объеме (имели избыточную форму, но давали возможность выйти за предел локальной теории).

Во-первых, все массивные фундаментальные частицы – лептоны и кварки заряжены. Нелокальные поля материи, составленные из фундаментальных полей, могут иметь произвольные целые значения заряда. Центральное место в этом утверждении связано с понятием об электрическом заряде. Электрический заряд неотделим от понятия массы. Законы взаимодействия электрического заряда и их масс одинаковы – закон Кулона и Закон всемирного тяготения. В природе экспериментально не наблюдался электрический заряд вне массы, т.е. как самостоятельная сущность, а также не наблюдался, например, электрон (или другая фундаментальная частица) с зарядом равным $2|e|$ или с отсутствием заряда. Несмотря на столь тесное существование электрического заряда и массы они индифферентны к другим видам взаимодействий. Электромагнитные взаимодействия реагируют только на заряд. Понятие о заряде фундаментальных полей неотделимо от понятия их массы. Этот факт в дальнейшем будем формулировать как свойство неотделимости заряда от массы.

Второе свойство также находит полное экспериментальное подтверждение и состоит в том, что ЭМ взаимодействия не искажаются одновременным присутствием других видов взаимодействий, т.е. ЭМ взаимодействия реагируют только на заряд и индифферентны по отношению к другим типам взаимодействий.

В локальной теории свободные фундаментальные поля до и после взаимодействия с ЭМ полем не меняют своей массы и зарядового состояния в силу сохранения своей компактности, что не вступает в противоречие с отмеченными свойствами. Иначе говоря, эти факты остаются невостребованными в полном объеме для описания взаимодействий подобно тому, как с локальной частицей. Однако при построении теории ЭМ расщепления нелокальных полей материи, когда в ограниченной области структуру образующего взаимодействия происходит перераспределение массы и заряда между исходным связанным состоянием и его фрагментами, отмеченные свойства для адекватного описания процесса взаимодействия имеют определяющее значение.

Чтобы придать смысл этим положениям нужно привлечь к рассмотрению специальные разделы математики. При перемещении в пространстве Минковского материального объекта должен выполняться закон сохранения энергии-импульса. Поскольку понятие электрического заряда некоторой частицы, как уже говорилось, неотделимо от понятия массы этой же частицы и кроме того для электрического заряда выполняется не менее строгий закон сохранения заряда (аддитивный как и для массы), поэтому для заряженных частиц должны выполняться оба закона сохранения. Соединить эти требования в одном выражении позволяет введение понятия присоединенного пространства, которое по отношению к базовому – пространству Минковского вводится исходя из понятия “параллельного переноса”.

Это связано со свойством калибровочного поля, как связности главного расслоения обобщенного конфигурационного пространства [2,3]. Связность позволяет согласовывать различные пространственно-временные траектории заряженной частицы с их проекциями в присоединенном касательном пространстве. В соответствии с этим фактом одинаковые заряженные частицы, при их перемещении в одну и ту же пространственно-временную точку, имеют различные координаты на “зарядовой” оси или находится на различных листах комплексного пространства в случае совпадения их величин. Зарядовые координаты определяются фазовыми экспоненциальными множителями с криволинейным интегралом от вектора-потенциала ЭМ поля по различным 4-мерным траекториям. Зарядовые координаты “несут” информацию о каждой точке траектории, вдоль которой осуществляется перемещение заряженной частицы.

В основе реализации сформулированных выше положений использовано правило «параллельного переноса» [2], которое позволяет сравнивать заряженные поля матери за счет соотношения их в одну и ту же мировую точку. Это правило формулируется как требование равенства нулю ковариантной производной от полевой функции в направлении касательного пространства, т.е. дополнительно вводится в рассмотрение “обобщенная зарядовая” координата $\psi_{ch}(x)$ в соответствии с уравнением:

$$\left. \frac{dx_\mu(\tau)}{d\tau} \cdot D^\mu \psi_{ch}(x) \right|_{x=x(\tau)} = \left. \frac{dx_\mu(\tau)}{d\tau} \cdot (\partial^\mu + ieA^\mu) \psi_{ch}(x) \right|_{x=x(\tau)} = 0, \quad (1)$$

где τ - естественный параметр длины траектории $x_\mu(\tau)$, e - электрический заряд частицы, A_μ - вектор-потенциал внешнего ЭМ поля. Решение уравнения (1), с учетом начального условия $\psi_{ch}(a) = 1$ имеет вид

$$\psi_{ch}(x) = P \cdot e^{-ie \int_a^x A_\nu(\xi) d\xi^\nu} \psi(a), \quad (2)$$

где P - оператор пространственно-временного упорядочения вдоль траектории $x_\mu(\tau)$.

Полная волновая функция в обобщенном конфигурационном пространстве определяется произведением пространственно-временной составляющей и зарядовой

$$\psi(x) \rightarrow \Psi(x; A) = P \cdot e^{-ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu} \cdot \psi(x). \quad (3)$$

Вектор-потенциал калибровочного в этом пространстве играет роль связности главного расслоения и определяет правило согласования трансляций пространственно-временного многообразия с фиксированной начальной точкой a с их проекциями в присоединённом пространстве.

Отправной точкой построения теории ЭМ расщепления нелокального поля материи на фрагменты, по известной причине, будем проводить основывать на теории локальной КЭД и ее естественного обобщения с позиций геометрической интерпретации калибровочных полей. Необходимость этого шага связана с гарантией обеспечения непрерывного структурного предела от нелокального к локальному рассмотрению. Кроме того, необходимость такого шага, вызвана требованием сохранения свойства универсальности ЭМ взаимодействий в формате минимальной связи, что влечет сохранение в неизменном виде структуры группы калибровочной симметрии. Это условие тесно связано с возможностью непрерывного описания изменения ЭМ фазы в процессе всего времени взаимодействия.

Исследуем, к каким изменениям в локальной теории приведет введение обобщенного конфигурационного пространства и возможности описания трансляций заряженного поля материи во внешнем ЭМ поле в соответствии с выражением (3) для “зарядовой” координаты. Структура конфигурационного пространства представляет собой локальное разложение в каждой пространственно-временной точке в прямое произведение пространственно-временного многообразия и присоединенного касательного пространства с определенной в нем “обобщенной зарядовой” координатой.

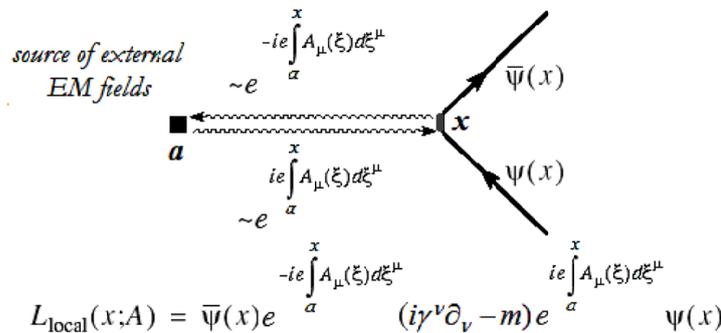


Рис. 2. Локальная форма взаимодействия ЭМ поля с фундаментальным полем электрона.

Как показано в [3-6], структура полевой функции в представлении (3) восстанавливает локальную калибровочную симметрию лагранжианов свободных электронного и скалярного полей (рис.2):

$$\mathcal{L}_{local}(x; A=0) = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) \Rightarrow \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{local}(x; A) &= \bar{\Psi}(x; A)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi(x; A) = \bar{\psi}(x)e^{-ie\int_a^x A_\nu(\xi)d\xi^\nu} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)e^{ie\int_a^x A_\nu(\xi)d\xi^\nu} \psi(x) \\ &= \bar{\psi}(x)i\gamma^\mu (\partial_\mu + ieA_\mu(x))\psi(x) - m \cdot \bar{\psi}(x)\psi(x); \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{local}(x; A=0) = [\partial_\mu \phi(x)]^+ [\partial^\mu \phi(x)] - \mu^2 \phi(x)^+ \phi(x) - \frac{\lambda}{4} (\phi(x)^+ \phi(x))^2 \Rightarrow \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{local}(x; A) &= [\partial_\mu \Phi(x; A)]^+ [\partial^\mu \Phi(x; A)] - \mu^2 \Phi(x; A)^+ \Phi(x; A) - \frac{\lambda}{4} (\Phi(x; A)^+ \Phi(x; A))^2 = \\ &= [\partial_\mu e^{ie\int_a^x A_\nu(\xi)d\xi^\nu} \phi(x)]^+ [\partial^\mu e^{ie\int_a^x A_\nu(\xi)d\xi^\nu} \phi(x)] - \mu^2 \phi(x)^+ \phi(x) - \frac{\lambda}{4} (\phi(x)^+ \phi(x))^2 = \\ &= [(\partial + ieA)_\mu \phi(x)]^+ [(\partial + ieA)^\mu \phi(x)] - \mu^2 \phi(x)^+ \phi(x) - \frac{\lambda}{4} (\phi(x)^+ \phi(x))^2. \end{aligned}$$

Эвристический принцип вывода лагранжиана взаимодействия в локальной теории, сформулированный в виде “рецепта” по замене производных в кинетической части свободного лагранжиана на ковариантные производные, в обобщенном пространстве наполняется физическим содержанием.

Построение КЭД с привлечением адекватного конфигурационного пространства не приводит каким-либо изменениям результатов, которые были ранее получены в локальной теории. Обеспечена возможность описания непрерывного изменения ЭМ фазы, согласованной с пространственно-временными сдвигами, что приводит в амплитуде к согласованию действий законов сохранения 4-импульса и заряда. Преимущество построения КЭД с привлечением обобщенного конфигурационного пространства и введения количественной характеристики, позволяющей реагировать на изменения при переносе электрического заряда в присутствии внешнего ЭМ поля, становятся очевидными при обобщении теории на нелокальные поля материи с использованием единых принципов [3].

Построению ковариантной амплитуды процесса фоторасщепления нелокального поля материи (ядро ${}^3\text{He}$), удовлетворяющего требованию точного сохранения ЭМ тока, когда в процессе согласованы в амплитуде

действия законов сохранения 4-импульса и заряда, представлено в настоящей работе. Проведено сопоставление с экспериментальными данными и предсказано энергетическое поведение Σ -асимметрии для процесса $\gamma^3 H \rightarrow nd$ при угле вылета нейтрона $\theta_n = 90^\circ$.

ЭМ ВЕРШИНЫИ КОНТАТКНАЯ АМПЛИТУДА

Введение обобщенного пространства позволило автоматически локализовать калибровочную симметрию лагранжианов свободных электронного и скалярного полей. Следующий шаг будет направлен на включение калибровочного ЭМ поля во взаимодействие с фундаментальным полем, т.е. получения соответствующих вершин.

В основе построения теории используются 2-х и 3-х точечные нелокальные функции Грина (ФГ) [3], в структуре которых использованы свойства неотделимости и индифферентности. Принимая геометрическую интерпретацию калибровочных полей (1-3), запишем выражения для нелокальных 2-х и 3-х точечных ФГ:

$$D_{\text{nonlocal}}(x, y; A) = i \langle P(\phi(x) e^{ie \int_x^y A_\rho(\xi) d\xi^\rho} \phi^+(y)) \rangle, \tag{6}$$

$$G(x, y, z; \{A\}) = i \langle P(\phi(z) e^{ie_1 \int_x^z dr_\rho A^\rho(r)} \phi_1^+(x) e^{ie_2 \int_y^z dr_\sigma A^\sigma(r)} \phi_2^+(y)) \rangle.$$

Нетрудно убедиться, что определенные в (6) выражения инвариантны относительно локальных калибровочных преобразований

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x) e^{-ie\alpha(x)}, \quad \phi_1^+(y) \rightarrow e^{ie\alpha(y)} \phi_1^+(y), \quad A_\mu(\xi) \rightarrow A_\mu(\xi) + \partial_\mu \alpha(\xi) \tag{7}$$

$$\phi(z) \rightarrow \phi(z) e^{-ie\alpha(z)}, \quad \phi_1^+(x) \rightarrow \phi_1^+(x) e^{ie_1 \alpha(x)}, \quad \phi_2^+(y) \rightarrow \phi_2^+(y) e^{ie_2 \alpha(y)}, \quad A_\mu(r) \rightarrow A_\mu(r) + \partial_\mu \alpha(r),$$

с законом сохранения заряда $e = e_1 + e_2$ соответственно.

Структуру 2-х точечной калибровочно-инвариантной ФГ можно представить графически (рис.3). Точка отсчета a источника внешнего ЭМ поля (постоянного однородного или плоской волны) при формировании билинейного выражения ФГ исключается из рассмотрения.

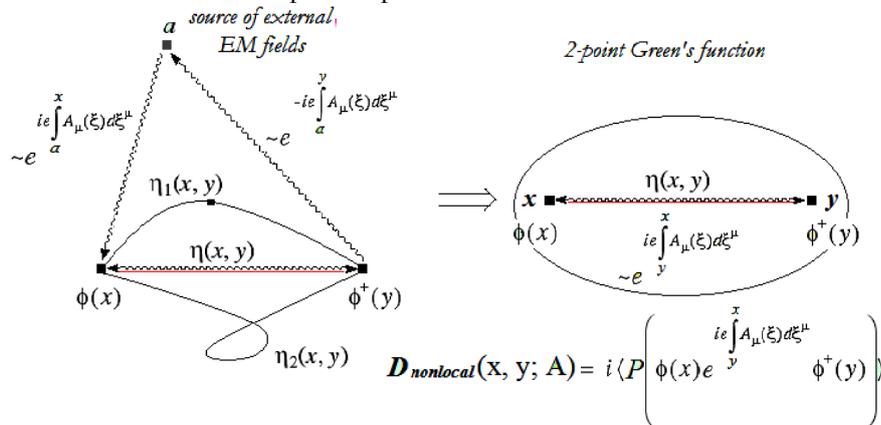


Рис.3. Калибровочно-инвариантная нелокальная 2-х точечная ФГ.

Напомним, что множество различных путей интегрирования $\eta_1(x, y)$ и $\eta_2(x, y)$ в (6), соединяющих концевые точки, заменяем “прямолинейной” траекторией $\eta(x, y)$, поскольку криволинейный интеграл в рассматриваемом случае не зависит от ее формы, а благодаря свойству неотделимости он синхронизирован с трансляцией массы.

Как показано [3-4], что вся необходимая информация о взаимодействии фундаментальных полей с учетом их статистики (или условно локальных полей, у которых после взаимодействия не происходит перераспределение массы и заряда, т.е. они сохраняют свою индивидуальность) с ЭМ полем в компактном виде содержится в 2-х точечных калибровочно-инвариантных ФГ.

Рассмотрим функциональную производную по вектор-потенциалу $A_\mu(r)$ от выражения (6) для двухточечной ФГ, используя соотношение $\delta A_\rho(r') / \delta A_\mu(r) = g_{\rho\mu} \delta(r' - r)$:

$$\frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D_{\text{nonlocal}}(x, y; A) \Big|_{A=0} = -e \cdot \int_y^x dr'_\mu \delta(r - r') \cdot \langle P(\psi(x) \bar{\psi}(y)) \rangle. \tag{8}$$

Определяя “минимальную” траекторию, соединяющую точки x и y согласно выражению $r'(\lambda) = (1 - \lambda)y + \lambda x$ и переходя к интегрированию по λ : $\int_y^x dr'_\mu \delta(r - r') = \int_0^1 d\lambda \frac{dr'_\mu(\lambda)}{d\lambda} \delta(r'(\lambda) - r) = (x - y)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta(y - r + \lambda(x - y))$, получаем

$$\frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D_{nonlocal}(x, y; A)|_{A=0} = ie(x - y)_\mu \cdot \int_0^1 d\lambda \delta(y - r + \lambda(x - y)) \cdot D_{nonlocal}(x, y; 0). \quad (9)$$

Как следствие трансляционной инвариантности в отсутствии ЭМ поля выполняется условие $D_{nonlocal}(x, y; 0) = D(x - y)$. Преобразуем функциональную производную (9) в импульсное представление

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dr \cdot e^{i(qr + px - p'y)} \frac{\delta}{\delta A^\mu(r)} D_{nonlocal}(x, y; A)|_{A=0} &= \\ = ie \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dr e^{i(qr + px - p'y)} (x - y)_\mu \delta(y - r + \lambda(x - y)) D(x - y) \end{aligned} \quad (10)$$

Введение в выражение (10) стандартных переменных – относительной координаты $\zeta = x - y$ и координаты центра масс $X = (x + y)/2$ приводит к виду

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx dy dr \cdot e^{i(qr + px - p'y)} \frac{\delta}{\delta A^\mu(r)} D_{nonlocal}(x, y; A)|_{A=0} = (2\pi)^4 \delta(q + p - p') ie \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta e^{i\zeta(p + \lambda q)} \zeta_\mu D(\zeta),$$

в котором учтено $p = p' - q$, а также учитывая, что $\zeta_\mu e^{i\zeta(p + \lambda q)} = \frac{-i\partial}{\partial(p + \lambda q)^\mu} e^{i\zeta(p + \lambda q)}$ окончательно получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx dy dr \cdot e^{i(qr + px - p'y)} \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D_{nonlocal}(x, y; A)|_{A=0} = (2\pi)^4 \delta(q + p - p') e \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D_{nonlocal}(p + \lambda q)}{\partial(p + \lambda q)_\mu}. \quad (11)$$

В результате получаем стандартные выражения для ЭМ вершин локальной КЭД, а нелокальная структура выражения (6) проявляется в форме согласования вершин с соответствующими ФГ до и после взаимодействия с фотоном:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta D_{nonlocal}(x, y; A)}{\delta A_\mu(r)} \right|_{A=0} A_\mu(r) \rightarrow \\ (2\pi)^4 \delta(p + q - p') e \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D(p + \lambda q)}{\partial(p + \lambda q)_\mu} = (2\pi)^4 \delta(p + q - p') D(p + q) \left\{ -e \varepsilon_\mu (p + p')^\mu \right\} D(p), \end{aligned} \quad (12)$$

где под интегралом в левой части равенства (12) использовано выражение ФГ свободной скалярной частицы $D(p) = 1/(p^2 - m^2 + i0)$. Выражение (12) справедливо для других статистик. Синхронизация трансляций масс и соответствующих им зарядов (свойство неотделимости) приводит к согласованию действий законов сохранения 4-импульса и заряда. Это наиболее ярко проявится на трехчастичной ФГ (6) при переходе в импульсное представление. На рис. 4 после знака равно можем включить ЭМ поле во внешние концы трехточечной ФГ в соответствие с выражением (12). Дополнительно к предыдущему рассмотрению является присутствие здесь вершинной функции G , которая привела к не ЭМ виртуальному развалу составного поля в точке z .

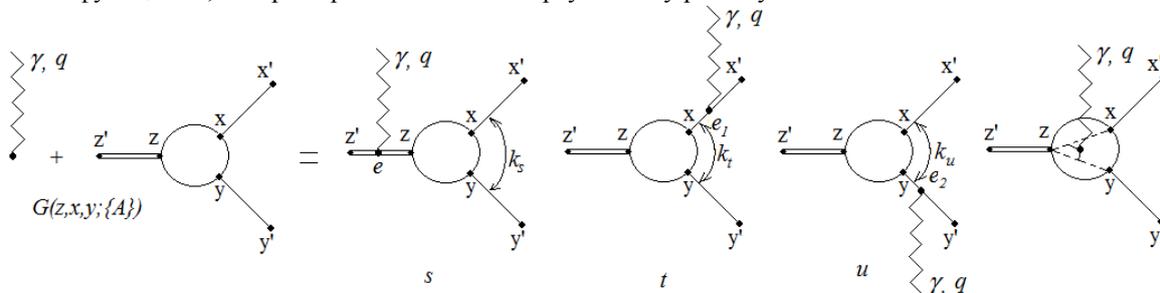


Рис.4. Построение калибровочно-инвариантной амплитуды для двухчастичного процесса фоторасщепления.

Включение калибровочного поля в сильно-связную вершинную часть 3-х точечной ФГ (6), у которой внешние концы есть 2-х точечные ФГ (на рис. 5 внешние концы удалены). Предыдущее рассмотрение было связано с включением фотона в двухточечные ФГ, поэтому сосредоточим наше внимание на сильно связанной вершинной части трёххвостки. Удовлетворив условиям симметрии (7), можно представить графически, как это

показано на рис.5 (область структурообразующего взаимодействия изображена затемнённым кругом). Разложим выражение (6) для трёхточечной ФГ в функциональный ряд Лорана по вектору-потенциалу $A_\mu(r)$ вблизи точки $A = 0$.

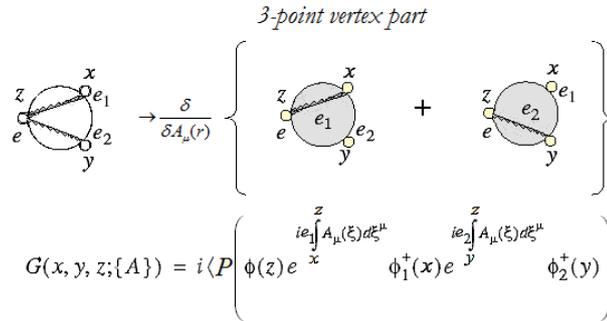


Рис.5. Сильно связанная 3-х точечная вершинная часть.

Вычисляя коэффициент при $A_\mu(r)$ для второго члена ряда, получим:

$$\frac{\delta}{\delta A^\mu(r)} G(x, y, z; \{A\}) \Big|_{A=0} = i e_1 \int_x^z dr'_\rho g_{\rho\mu} \delta(r' - r) G(x, y, z; \{0\}) + i e_2 \int_y^z dr'_\sigma g_{\sigma\mu} \delta(r' - r) G(x, y, z; \{0\}).$$

После естественного выбора “минимальных” траекторий, соединяющих мировые точки x и y с точкой z как $r'_\sigma(\lambda) = (1 - \lambda)x_\sigma + \lambda z_\sigma$ и $r'_\alpha(\lambda) = (1 - \lambda)y_\alpha + \lambda z_\alpha$, переходя к интегрированию по λ , находим

$$\frac{\delta G(x, y, z; \{A\})}{\delta A^\mu(r)} \Big|_{A=0} = i \{ e_1 (z - x)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta(x - r + \lambda(z - x)) + e_2 (z - y)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta(y - r + \lambda(z - y)) \} G(x, y, z).$$

Импульсное представление последнего выражения и интегрирование в нем по dr с учетом трансляционной инвариантности, получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz dr e^{i(qr + pz - p_1 x - p_2 y)} \frac{\delta G(x, y, z; \{A\})}{\delta A^\mu(r)} \Big|_{A=0} = i \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz [e_1 (z - x)_\mu e^{i(qx + \lambda q(z-x) + pz - p_1 x - p_2 y)} + e_2 (z - y)_\mu e^{i(qy + \lambda q(z-y) + pz - p_1 x - p_2 y)}] \cdot G(z - x, z - y).$$

Это выражение значительно упрощается после введения относительных координат $\zeta = z - x, \xi = z - y$ и координату центра масс $X = (z + (x + y) / 2) / 2$ с якобианом перехода равным 1 ($x = X - 3/4\zeta + 1/4\xi, y = X + 1/4\zeta - 3/4\xi, z = X + (\zeta + \xi) / 4$). Для упрощения заменяя λ на $1 - \lambda$ окончательно получим

$$\Gamma_\mu(q, p, p_1, p_2) = (2\pi)^4 \delta(q + p - p_1 - p_2) \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1 - \lambda q, p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)^\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1, p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)^\mu} \right\}. \tag{13}$$

ЭМ вставку в 3-х точечную вершину получаем вычислением функциональной производной от выражения (6) и, действуя аналогично как при выводе (12), получаем [3, 4] в импульсном представлении выражение для регулярной части обобщённой полюсной амплитуды

$$\frac{\delta G(x, y, z; \{A\})}{\delta A_\mu(r)} \Big|_{A=0} \cdot A_\mu(r) \rightarrow \varepsilon \cdot \Gamma(q, p, p_1, p_2) = \tag{14}$$

$$\mathfrak{M}_{reg} = (2\pi)^4 \delta(q + p - p_1 - p_2) \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1 - \lambda q, p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)^\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1, p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)^\mu} \right\},$$

где $e_i, p_i, i = \{1, 2\}$ заряды и импульсы фрагментов соответственно. Чтобы общая формула (14) стала пригодной для расчетов, конкретизируем вид аргумента в вершинной функции G . В действительности вершинная функция зависит от квадрата относительного импульса $k_s = \frac{E_2}{w} p_1 - \frac{E_1}{w} p_2 = \eta_2 p_1 - \eta_1 p_2$, где $\eta_i = E_i / w, i = 1, 2$, а $w = E_1 + E_2$ – полная энергия. В системе центра инерции фрагментов относительный 4-импульс $k_s = (0; \vec{p})$ пространственно-подобен, $p_1 = (E_1; \vec{p}), p_2 = (E_2; -\vec{p})$. Рассмотрим первое слагаемое под

интегралом, в котором восстановим зависимость от текущего значения квадрата относительного импульса

$$\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1 - \lambda q; p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} + \dots \right\} = \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial (k - \lambda \eta_2 q)^2}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} \frac{\partial G[(k - \lambda \eta_2 q)^2]}{\partial (k - \lambda \eta_2 q)^2} + \dots \right\},$$

где аргумент $(p_1 - \lambda q; p_2)$ вершинной функции в терминах квадрата относительного импульса $k_{st}^2(\lambda) = (\eta_2(p_1 - \lambda q) - \eta_1 p_2)^2 = k_s^2 - 2\lambda \eta_2 k_s \cdot q$, $k_{st}^2(1) = k_t^2$, $k_{st}^2(0) = k_s^2$, определён как $G[(k_s - \lambda \eta_2 q)^2]$.

Перепишем интеграл с учётом определённого аргумента $\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial k_{st}^2}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} \frac{\partial G[k_{st}^2]}{\partial k_{st}^2} + \dots \right\}$. Вычислим производную

$$\varepsilon_\mu \frac{\partial k_{st}^2}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} = \varepsilon_\mu \frac{\partial [\eta_2(p_1 - \lambda q) - \eta_1 p_2]^2}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} = 2(k - \lambda \eta_2 q)_\beta \eta_2 g^{\beta\mu} \varepsilon_\mu = 2\varepsilon \cdot k \eta_2,$$

где учтено условие поперечности $\varepsilon q = 0$. Первоначальный интеграл приобретает вид

$$\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial (k - \lambda \eta_2 q)^2}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} \frac{\partial G[(k - \lambda \eta_2 q)^2]}{\partial (k - \lambda \eta_2 q)^2} + \dots \right\} = \varepsilon \cdot k \int_0^1 2\eta_2 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G[k_{st}^2(\lambda)]}{\partial k_{st}^2(\lambda)} + \dots \right\}.$$

Разделим и умножим это выражение на $k \cdot q$, тогда интегрирование по λ сводится к новой переменной $d\lambda 2\eta_2 k \cdot q = -dk_{st}^2(\lambda)$. Окончательно получаем

$$\varepsilon \cdot k \int_0^1 2\eta_2 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G[k_{st}^2(\lambda)]}{\partial k_{st}^2(\lambda)} + \dots \right\} = -\frac{\varepsilon \cdot k}{q \cdot k} \int_0^1 dk_{st}^2(\lambda) \left\{ e_1 \frac{\partial G[k_{st}^2(\lambda)]}{\partial k_{st}^2(\lambda)} + \dots \right\} = -\frac{\varepsilon \cdot k_s}{q \cdot k_s} \left\{ e_1 G[k_{st}^2(1)] - e_1 G[k_{st}^2(0)] \right\}.$$

Вычисляя интеграл при втором заряде e_2 и объединяя результаты, с учётом закона сохранения заряда $e = e_1 + e_2$ получаем $-(2\pi)^4 \delta(p + q - p_1 - p_2) \cdot \frac{\varepsilon \cdot k_s}{q \cdot k_s} \{e_1 G[k_t^2] + e_2 G[k_u^2] - e G[k_s^2]\}$. Тогда выражение (14) принимает вид удобный для конкретных расчетов:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_{reg} &= (2\pi)^4 \delta(q + p - p_1 - p_2) \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ z_1 \frac{\partial G(p_1 - \lambda q, p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)^\mu} + z_2 \frac{\partial G(p_1, p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)^\mu} \right\} =, \\ &= -(2\pi)^4 \delta(p + q - p_1 - p_2) \cdot e \cdot \frac{\varepsilon \cdot k_s}{q \cdot k_s} \{z_1 G[k_t^2] + z_2 G[k_u^2] - z G[k_s^2]\} \end{aligned} \quad (15)$$

где $e_i = z_i \cdot e$, $i = \{1, 2\}$, z_i – заряд в единицах элементарного заряда.

Выражение (15) не содержит кинематических сингулярностей и определяется суммой “скоростей” изменения структуру образующего взаимодействия в каждой точке области нелокальности. Этим результатом заканчиваем построение калибровочно-инвариантной амплитуды для двухчастичного процесса фоторасщепления рис.4.

В целом полная амплитуда двухчастичного фоторасщепления нелокального поля на два фрагмента может быть представлена в следующем виде

$$\mathfrak{M} = e(\varepsilon \cdot J_{pol}) - e \frac{(\varepsilon \cdot k_s)}{(q \cdot k_s)} (q \cdot J_{pol}) = e \frac{(\varepsilon \cdot J_{pol})(q \cdot k_s) - (\varepsilon \cdot k_s)(q \cdot J_{pol})}{(q \cdot k_s)} = e \frac{F_{\mu\nu} J_{pol}^\mu k_s^\nu}{(q \cdot k_s)}, \quad (16)$$

$J_{pol} = J_s + J_t + J_u$ полный суммарный ЭМ ток полюсных диаграмм, $F_{\mu\nu} = \varepsilon_\mu q_\nu - \varepsilon_\nu q_\mu$ тензор ЭМ поля. Как нетрудно заметить, сингулярности по $qk_s = 0$ нет, когда рассеяние происходит при угле вылета фрагмента в системе центра масс равного 90° (это покажем далее в работе). Для полной амплитуды (16) существует графическое представление (рис. 6). В амплитуде (16) обеспечена непрерывность в описании изменения ЭМ фазы не только на асимптотических in- и out- состояниях (полюсная часть обобщённой амплитуды), но это изменение согласовано с областью действия структурообразующих сил (регулярная составляющая) и законом

сохранения заряда. Если в результате ЭМ взаимодействия не происходит расщепление связанного состояния, то калибровочная инвариантность обеспечивается лишь первым членом в (16), а контактная диаграмма отсутствует.

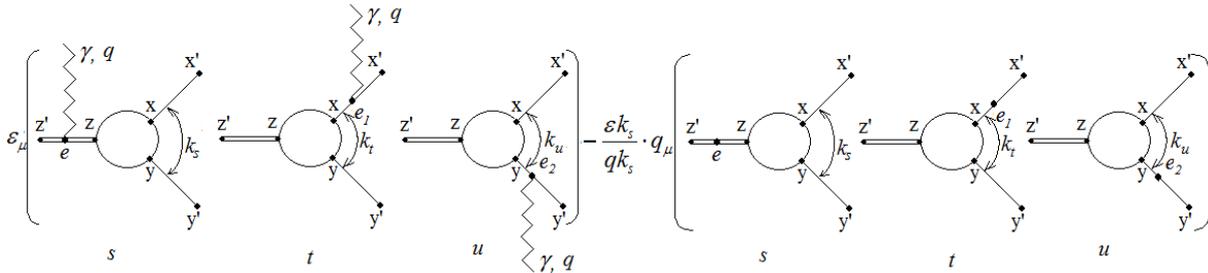


Рис. 6. Полная ковариантная амплитуда процесса двухчастичного фоторасщепления нелокального поля. Первые три диаграммы определяют полюсную часть процесса, а оставшаяся часть –регулярная диаграмма возникла из требования сохранения полного ЭМ тока.

Применение этой формулы, позволяет записывать матричные элементы различных ЭМ процессов, сохраняя ковариантность подхода.

ДВУХЧАСТИЧНОЕ ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ ЯДРА ³He (³H)

В качестве примера расчёта наблюдаемых – различных сечений для вычисления, которых воспользуемся развитым подходом, проведём на примере ядра ³He. Интерес к эксперименту двухчастичного расщепления ядер гелия-3 и трития фотонами вызван асимметричной структурой зарядовых состояний в системе образовавшихся частиц. В первой реакции заряд присутствует на протоне и дейтроне в конечном состоянии, во второй реакции заряд присутствует только на одной из образовавшихся частиц – дейтроне. Если предположить, что ядерные силы зарядово-независимые, то это должно найти отражение в теории. Результаты, полученные на одной реакции не должны сильно отличаться от результатов реакции во втором случае. Естественно после замены в формулах величин зарядов, масс и магнитных моментов соответственно.

Для написания матричного элемента применим ковариантный подход. В подходе – ядро как элементарная частица, набор диаграмм обобщённого полюсного ряда (рис. 7) имеет вид:

$$\mathfrak{M} = e\varepsilon^\mu \bar{u}(p) \left(\sum_{i \in s, t, u, c} T_{\mu\nu}^{(i)} \right) u(H) U^{*\nu}(d); \tag{17}$$

$$T_{\mu\nu}^{(s)} = A_\nu(-k_s^2) \gamma_5 \frac{\hat{H}' + m_H}{s - m_H^2} F_\mu^{(H)}; \quad T_{\mu\nu}^{(t)} = F_\mu^{(p)} \frac{\hat{p}' + m_p}{t - m_p^2} A_\nu(-k_t^2) \gamma_5; \quad T_{\mu\nu}^{(u)} = A_\alpha(-k_u^2) \gamma_5 \frac{-g^{\alpha\beta} + \frac{d'^\alpha d'^\beta}{d'^2}}{u - m_d^2} F_{\mu\nu}^{(d)};$$

$$T_{\mu\nu}^{(c)} = -\frac{k_\mu^s}{qk_s} [z_s A_\nu(-k_s^2) - z_t A_\nu(-k_t^2) - z_u A_\nu(-k_u^2)] \gamma_5;$$

где $A_\nu = A(-k_i^2)(\gamma_\nu + \frac{\sqrt{H^2} + \sqrt{p^2}}{d^2} d_\nu) + \frac{B(-k_i^2)}{2 \cdot m} (2p_\nu + \frac{d^2 - H^2 + p^2}{d^2} d_\nu)$ – вершина развала трёх нуклонной системы на нуклон и дейтрон.

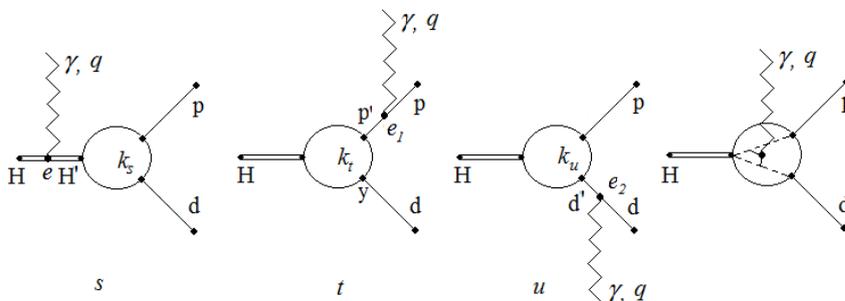


Рис. 7. Диаграммы процессов $He^3(\gamma, p)H^2$ или $H^3(\gamma, n)H^2$.

Такой вид вершины продиктован требованием ортогональности $\bar{u}(p)A_\nu \gamma_5 u(H) \cdot d^\nu = 0$. Электромагнитные вершины на протоне и гелии-3 $F_\mu^{(p,H)} = z_{(p,H)} \gamma_\mu + \mu_{(p,H)} \hat{q} \gamma_\mu$; $F_{\mu\nu}^{(d)} = -2z_d d_\mu g_{\nu\beta} - 2\mu_d (g_{\mu\nu} q_\beta - g_{\mu\beta} q_\nu)$; $z_{(p,H)}$, z_d – величина заряда в единицах заряда электрона; $\mu_{(p,H)}$, μ_d –аномальные магнитные моменты; k_i – пространственно-подобный относительный импульс вершины сильного взаимодействия для соответствующей

диаграммы. Нетрудно заметить, что в выражении для контактной амплитуды отсутствует сингулярность, когда в знаменателе $k_s q \rightarrow 0$, а всё выражение определяется производной от вершинной функции сильного взаимодействия A_v , благодаря закону сохранения заряда в реакции $z_s = z_i + z_u$:

$$\lim_{k_s q \rightarrow 0} \frac{(z_i + z_u)A_v(-k_s^2) - z_i A_v(-k_s^2 + 2\lambda\eta_2 k_s q) - z_u A_v(-k_s^2 - 2\lambda\eta_1 k_s q)}{k_s q} = -2\lambda(\eta_2 z_i - \eta_1 z_u) \frac{dA_v(x)}{dx} \Big|_{x=-k_s^2}.$$

Матричный элемент (17) можно записать в компактной форме

$$\mathfrak{M}_{tot} = e \frac{F_{\mu\nu} \cdot J_{pol}^{\mu} k_s^{\nu}}{q \cdot k_s}, \quad J_{\mu}^{pol} = \bar{u}(p) \sum_{i=s,t,u} (T_{\mu\nu}^{(i)} \cdot U^{* \nu}(d)) u(H). \quad (18)$$

Амплитуду, учитывающую образование дейтрона в промежуточном 1S_0 -состоянии принимать в рассмотрение не будем (её матричный элемент калибровочно-инвариантен $\sim \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon^{\mu} q^{\rho} U^{\nu} d^{\sigma} / m$ и вклад в сечение с образованием дейтрона в этом состоянии, пренебрежимо мал).

В качестве примера сопоставления с экспериментальными данными, рассчитанными в настоящем подходе, проведем на энергетической зависимости сечения. В теоретическом плане к нашему подходу близки работы [7,8]. В работе [7] использован подход, в котором отдано предпочтение ковариантному описанию процесса, но ценой отсутствия структуры сильного взаимодействия. Ковариантное рассмотрение процесса фоторасщепления ядра ^3He в указанном канале реакции, проведено в статье [8], но учет требования калибровочной инвариантности амплитуды, по мнению авторов, отличается от предложенного в работе. На рис. 8 показана энергетическая зависимость дифференциального сечения на ядре гелий 3 при угле вылета протона в системе центра масс равного 90° [10]. На рис. 8 представлено дифференциальное сечение для процесса $^3\text{H}(\gamma, d)n$ при угле вылета дейтрона 90° . Контрастная пунктирная кривая наш расчёт. Параметризация вершины сильного взаимодействия проведено в соответствии с работой [11]. Как видно на этом рисунке наблюдается удовлетворительное согласие теоретической кривой с экспериментальными данными от порога расщепления до 60 МэВ по энергии фотона.

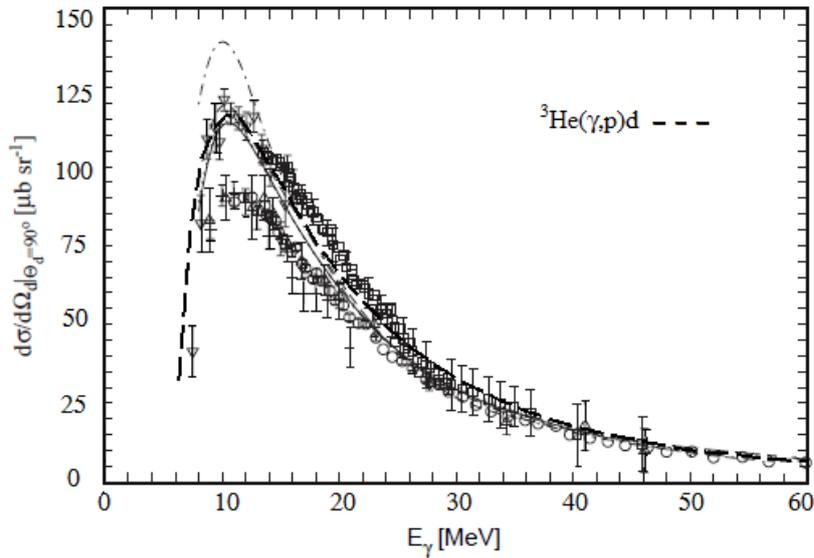


Рис.8. Энергетическая ($\theta = 90^\circ$) зависимость дифференциального сечения процесса $\gamma + ^3\text{He} \rightarrow p + d$ от порога до 60 МэВ по энергии фотона. Штриховая линия наш расчёт. Экспериментальные данные из работы [10].

На рис.9 показана такая же зависимость сечения, но для реакции $\gamma + ^3\text{H} \rightarrow n + d$ - пунктирная линия.. Параметризация вершинной функции сильного взаимодействия такая же как и для предыдущей реакции. Для примера приведен расчёт настоящей реакции в терминах предыдущей реакции (штрих пунктирная кривая). Сдвиг кривых по горизонтали обусловлен отличием энергий связи ядер гелия и трития, а различие по вертикали вызвано отличием зарядов, магнитных моментов и масс частиц. В максимуме сечения для обоих процессов представлено различными наборами данных [12,13], разброс которых составляет от 80 до $125 \mu\text{b}/\text{sr}$. Обеспечение лишь точного выполнения калибровочной инвариантности и согласование её с законом сохранения 4-импульса в амплитуде при применении требования общеквариантной схемы, позволяет описать оба процесса.

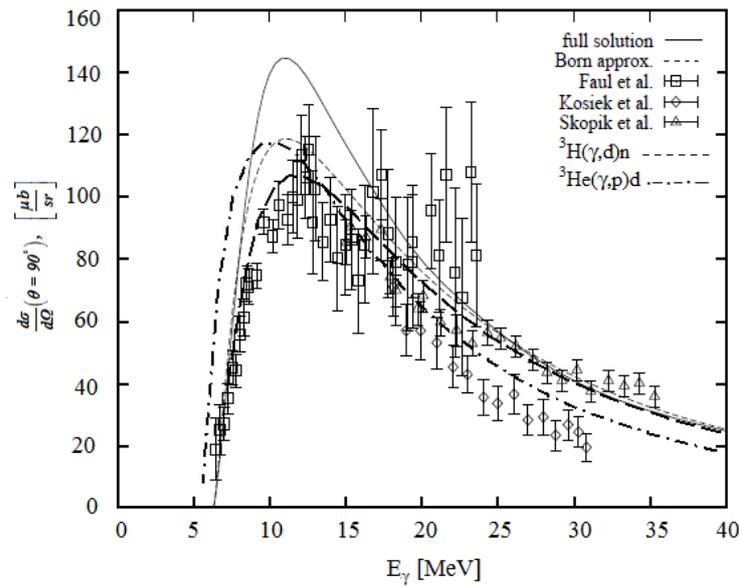


Рис.9. Энергетическая ($\theta = 90^\circ$) зависимость дифференциального сечения процесса $\gamma + {}^3\text{H} \rightarrow n + d$ от порога до 40 МэВ по энергии фотона. Штриховая и штрих пунктирная линии наш расчёт. Штрих пунктирная линия относится к процессу $\gamma + {}^3\text{He} \rightarrow p + d$ (пояснение см. в тексте). Экспериментальные данные из работы [12, 13].

На рис.10 представлена зависимость дифференциального сечения гелия-3 в более широком интервале энергий.

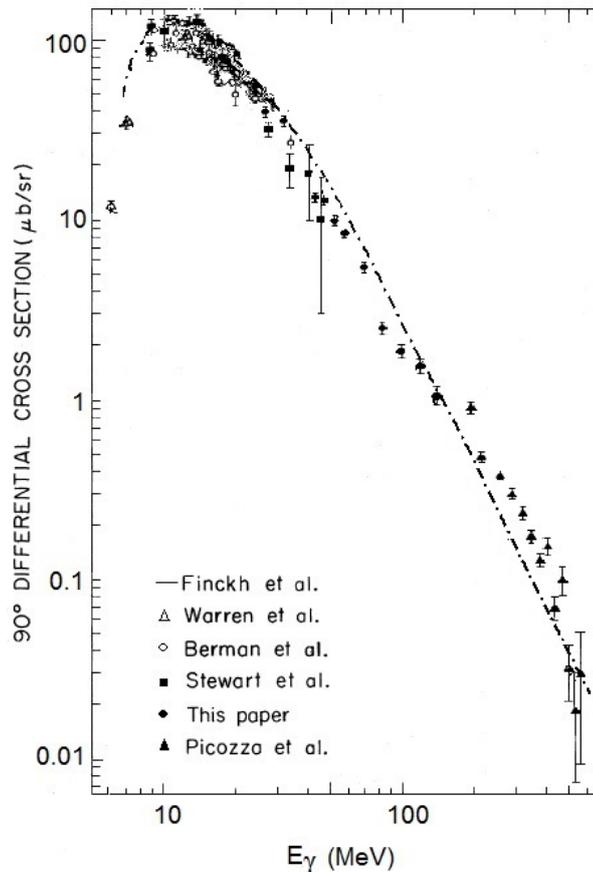


Рис.10. Энергетическая зависимость дифференциального сечения при угле вылета протона $\theta_p = 90^\circ$ в системе центра масс [14]. То же, что и на рис.8, но в другом интервале энергий.

Напомним, что расчёты проведены на основе амплитуды (17) с волновыми функциями из работы [11].

Развернув сечение по углу вылета протона при постоянной энергии фотонов, то можно проследить за изменением формы сечения с ростом энергии. На рис.11 показано такое дифференциальное сечение по углу при энергии фотона 245 МэВ [8]. Длинной контрастной пунктирной линией отмечены наши расчёты без учёта вклада 1S_0 состояния. Смысл остальных кривых прокомментирован в работе [8]. Можно заметить, что протонный пик при этой энергии уже исчез, хотя наш расчёт (контрастная пунктирная линия) не подтверждает этого факта.

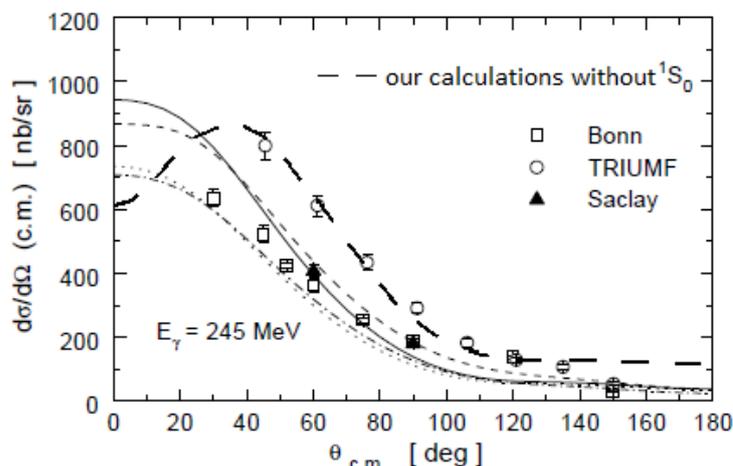


Рис.11. Угловая зависимость дифференциального сечения при энергии фотона в лабораторной системе 245МэВ [8]. Контрастная пунктирная линия наш расчёт.

Исследуем этот момент при более низких энергиях. Примером расщепления при промежуточных энергиях фотонов может служить рис.12 [15]. Для этого рассчитаем дифференциальные сечения при энергиях 52,5; 100; 140 МэВ.

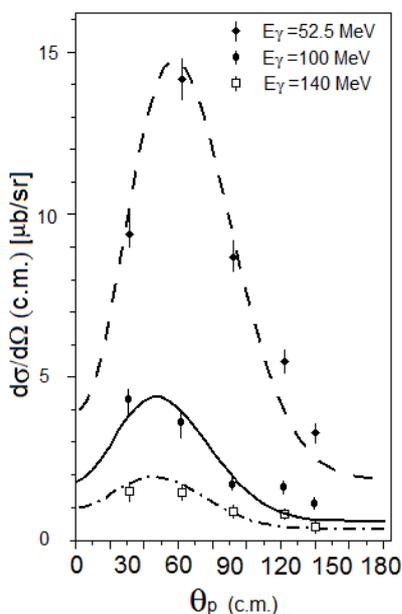


Рис.12. Зависимость от угла дифференциальных сечений для фиксированных энергий фотона в лабораторной системе [15].

На этом рисунке представлены угловые зависимости дифференциальных сечений при фиксированных значениях энергии. Как видно из рис.12 исчезновение пика не наблюдается. В подтверждение к этому обратится к более высокоэнергетическому спектру, который промерен при ещё большей энергии фотона - равной 208 МэВ (рис.13, левая позиция). Сплошная кривая наш расчёт. На правой позиции рис. 13 представлены наборы экспериментальных данных других центров, промеренных при той же энергии, а так же проведено сопоставление с теоретическими расчётами. Сплошная и пунктирная кривые расчёт Laget [15], включающий двухчастичный механизм (пунктирная линия) и механизм перерасеяния мезонов (сплошная кривая) соответственно. Угловая зависимость дифференциального сечения не отражает действительного характера поведения наборов экспериментальных измерений. По-видимому, в работах [8,15] нарушен баланс

между электрическими и магнитными составляющими в амплитуде, что является следствием требования калибровочной инвариантности.

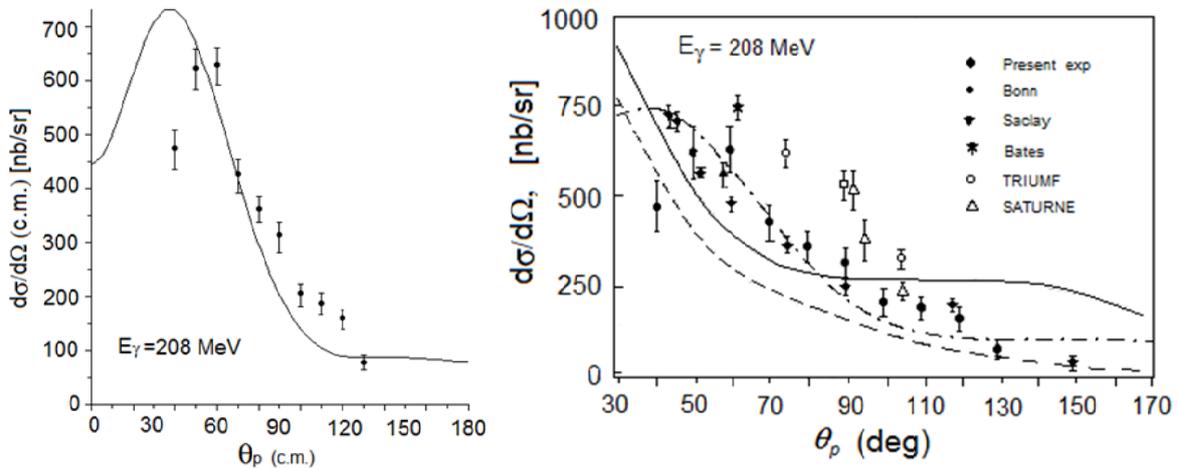


Рис.13. То же, что и на рис. 12, но при энергии фотона равной 208 МэВ [15]. Сплошная и пунктирная кривые расчёт Laget. Штрих пунктирная кривая наш расчет.

На рис.14 показана зависимость Σ асимметрии при угле вылета протона $\theta_p = 90^\circ$ от энергии. Для асимметрии использована формула $\Sigma = \frac{d\sigma(\parallel) - d\sigma(\perp)}{d\sigma(\parallel) + d\sigma(\perp)}$, где в числителе дроби находится разность сечений фоторасщепления ядра линейно поляризованными фотонами с вектором поляризации параллельно ($d\sigma(\parallel)$) и перпендикулярно ($d\sigma(\perp)$) плоскости реакции, отнесенных к их сумме.

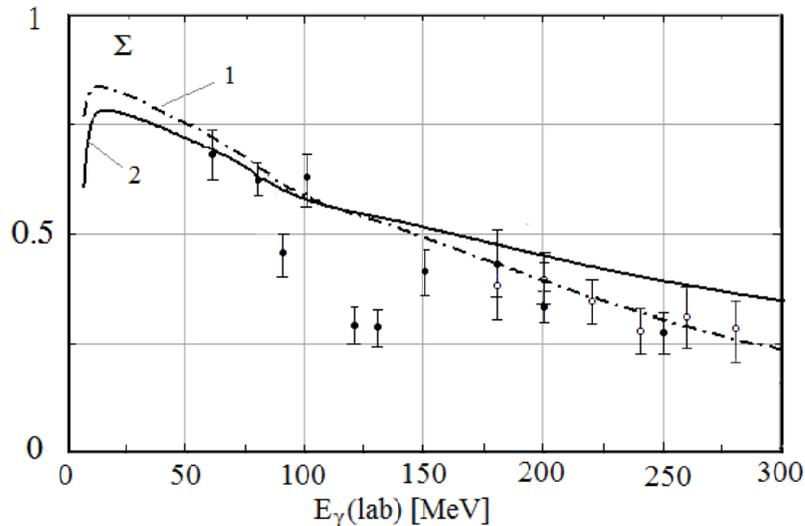


Рис.14. Энергетическая зависимость Σ асимметрии при угле вылета протона $\theta_p = 90^\circ$ [16], 1 - штрих пунктирная кривая наш расчет. Сплошная кривая 2 наш расчет для реакции двухчастичного расщепления ядра трития - $\gamma + {}^3H \rightarrow n + d$ (предсказание).

Хочется отметить общий момент проведенных исследований, учет виртуальной экзотики: мезонных обменных токов, спин орбитальных токов, конвекционных и спиновых токов в различных комбинациях – только ухудшают описание наблюдаемых для этой реакции [16]. Авторы работы [13], чтобы показать влияние указанных механизмов на сечение, то угловую зависимость дифференциального сечения при энергии фотона 208 МэВ (рис. 13) пришлось изобразить с использованием четырех порядков логарифмического масштаба. Это сделано для того, чтобы экспериментальное сечение стало выглядеть почти слабонаклонной прямой линией в одном порядке, а остальные три порядка (два до экспериментальных данных и один после) понадобились для указания рассогласования с теоретическим описанием. Подобная ситуация прослеживается при попытке сопоставления теоретических расчетов с энергетической зависимостью Σ асимметрии от порога расщепления до 300 МэВ по энергии фотона.

Выбирая подход, в основе которого использована релятивистская инвариантность, а вклады электрических

и магнитных переходов зафиксированы в амплитуде с помощью точного выполнения требования калибровочной инвариантности, то это уже обеспечивает удовлетворительное описание экспериментальных данных, как в работе [17]. Привлекать различную виртуальную экзотику для описания ЭМ процессов нужно при этом проявлять известную осторожность. Как могут виртуальные частицы повлиять на конкретный процесс. Ведь благодаря виртуальным процессам, которые возможны и уже просуммированы (неизвестным нам способом) в связанном состоянии, и результат их зафиксирован в значении величины энергии связи. “Вытаскивать” вклад в сечение отдельного мезона или другой виртуальной частицы и учитывать ее вклад во взаимодействие с фотоном в конкретном процессе, к которому этот мезон не имеет ни какого отношения (с фиксированным составом фрагментов в конечном состоянии).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен подход для описания процессов двухчастичного фоторасщепления нелокального поля на фрагменты. Ввиду свойства неотделимости понятия об электрическом заряде от массы, что приводит к необходимости описания совместного перемещения заряда и массы при трансляциях. Это обеспечивает точное согласование действий законов сохранения энергии-импульса и заряда в амплитуде. Сохранение ЭМ тока приводит к точной балансировке электрических и магнитных вкладов в сечении. Точное выполнение требований ковариантности и калибровочной инвариантности есть единственно верный признак (критерий) того, что вы при изучении того или иного явления действуете в правильном направлении.

Согласование действий законов сохранения энергии-импульса и заряда в амплитуде, посредством привлечения геометрической интерпретации калибровочных полей в обобщенном пространстве, как следствие свойства неотделимости электрического заряда от его массы и индифферентности ЭМ сил, обеспечили необходимые условия для последовательного введения в теорию, как локальных, так и нелокальных полей материи. Локальный предел следует, если вершинная функция сильного взаимодействия становится константой. В этом случае регулярная составляющая полной амплитуды обнуляется, а калибровочная инвариантность обеспечивается оставшейся полюсной частью.

Преимуществом предложенного подхода состоит в том, что он не изменяет ни единого результата, полученного ранее в рамках локальной теории, когда в процессе присутствует только ЭМ вершины. Точное сохранение адронного тока обеспечивает в амплитуде с виртуальными фотонами конечный предел в фотонную точку (по квадрату переданного импульса $q^2 \rightarrow 0$), что создает уникальные условия для исследования роли одних и тех же механизмов реакции в процессах с электронами и фотонами одновременно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Efimov G.V. Problemy kvantovoj teorii nelokal'nyh vzaimodejstvij. M.: Nauka, Glavnaja redakcija Fiz.-mat. lit., 1985. – 216s.
2. Slavnov A.A., Faddeev L.D. Vvedenie v kvantovuju teoriiju kalibrovocnyh polej. -M.: Nauka, 1988.-272s.
3. Kasatkin Ju.A. Lokal'naja U(1)-kalibrovocnaja invariantnost' i fotorasshheplenie sil'no svjazannyh sistem // Pis'ma v EChAYa. - 2004. - T.1, No.5(122). - S. 30–49.
4. Kasatkin Ju.A. Geometricheskij aspekt kalibrovocnyh polej i vozmozhnost' edinogo opisanija lokal'nyh i nelokal'nyh vzaimodejstvij v KJeD // Pis'ma v EChAYa. - 2009. - No.1(149). - S. 41-53.
5. Kasatkin Yu.A. Additional Requirements for Consistent Description of Nonlocal Interactions in QED // Physics of Particles and Nuclei Letters. - 2010. - Vol. 7, No.2.-P.100-109.
6. Kasatkin Ju.A., Korzh A.P. Dopolnitel'nye uslovija dlja opisanija nelokal'nyh vzaimodejstvij v KED // The Journal of Kharkiv National University, physical series “Nuclei, Particles, Fields”. – 2009. – No.880. – Iss.4(44). - S.31-44.
7. Govaerts J., Lucio J. L., Martinez A., Pestieau J. Low energy theorem and photodisintegration of light nuclei // Nucl. Phys.A. 1981. - Vol.368. - P. 409-428.
8. Korchin A.Yu., Van Neck D., Waroquier M., Scholten O., Dieperink A.E.L. Production of e+e- pairs in proton deuteron capture ^3He // Phys. Lett. - 1998. -Vol. - B441. - P.17-26.
9. O'Fallon N.M., Koester L.J., Smith J.H. Two-Body Photodisintegration of ^3He between 40 and 150 MeV // Phys. Rev. C.-1972.- Vol.5. - No.6. - P.1926-1938.
10. Schadow W., Nohadani O., Sandhas W. Photonuclear reactions of three-nucleon systems // Preprint TRI-PP-00-29.
11. Schiavilla R., Pandharipande V.R., Wiringa R. Momentum distributions in A=3 and 4 nuclei // Nucl. Phys. - 1986.-Vol. A449.- P. 219-242.
12. Schadow W., Sandhas W. Triton photodisintegration with realistic potentials // arXiv:nucl-th/9712018v1 5 Dec 1997.
13. Schadow W., Sandhas W. Photodisintegration of the triton with realistic potentials // arXiv:nucl-th/9712023v1 8 Dec 1997.
14. Prats F. The reactions p+d ^3He + at intermediate energy // Phys. Rev.-1979.-Vol. 88B. –No.1,2.-P. 23-26.
15. Kolb N. R., Cairns E. B., Hackett E. D. et al. $^3\text{He}(\gamma, \text{pd})$ cross sections with tagged photons below the resonance // Phys. Rev. C.-1994.-Vol.49. – No.5. -P.2586-2591.
16. Kotlyar V.V., Belyaev A.A. Calculation of the cross section for the reaction at intermediate photon energies // Problems of atomic science and technology. Series: Nucl. Phys. Invest.–2001. - No.1(37).-P. 50-52.
17. Nagornyj S.I., Kasatkin Ju.A., Zolenko V.A. Rasshheplenie trjoh-nuklonnyh sistem fotonami i jelektronami v edinom kovariantnom podhode s sohranjajushhimisja tokami // JaF.- 1994.-T.57. – No.6.- S.1001-1019.

PACS: 52.40.Mj, 52.35.Mw

MODULATION OF INTEGRAL FIELD OF MULTIMODE BEAM INSTABILITIES IN PLASMA

A.G. Zagorodny*, A.V. Kirichok**, V.M. Kuklin**, A.V. Pryimak**

**Bogolyubov Institute for Theoretical Physics
14– b, Metrolohichna str., Kiev, 03680, Ukraine*

***V.N. Karazin Kharkiv National University
4 Svobody Sq., Kharkov 61022, Ukraine*

e-mail: kuklinvm1@rambler.ru

Received April 28, 2014

The paper discusses the character of the integral field excited by the non-relativistic electron beam in a multimode regime under the finite level of oscillations absorption. The modulation of the field in the frame of the beam at the initial stage of instability is negligible for small absorption levels. The field in the laboratory frame at fixed points varies slightly, the oscillation frequency decreases slightly in a wide range of changes in the absorption level. In the case of dissipative regimes of beam instability the initial distribution of field forms a wave packet, moving synchronously with the area of beam perturbations. In the laboratory reference frame the field, at least at the initial stage of the process, is a sequence of pulses whose duration increases with time.

KEY WORDS: beam– plasma instability, field modulation, dissipative instability, field pulses, multimode operation

МОДУЛЯЦІЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО ПОЛЯ БАГАТОМОДОВИХ ПУЧКОВИХ НЕСТІЙКОСТЕЙ У ПЛАЗМІ

A.G. Загородній*, O.B. Кірічок**, В.М. Куклін**, O.B. Приймак**

**Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова
вул. Метрологічна, 14– Б, Київ 03680, Україна*

***Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
м. Свободи, 4, Харків 61022, Україна*

Обговорюється характер інтегрального поля, збуджуваного нерелятивістським пучком електронів у багатомодовому режимі за умов скінченного рівня поглинання коливань. Показано, що модуляція поля в системі відліку пучка на початковому етапі розвитку нестійкості є незначною для малих рівнів поглинання. Поле в лабораторній системі відліку у фіксованих точках слабо змінюється, частота коливань дещо зменшується в широкому діапазоні зміни рівня поглинання. У разі дисипативних режимів пучкової нестійкості початковий розподіл поля формує хвильовий пакет, який синхронно рухається з областю збудження пучка. У лабораторній системі відліку поле принаймні на початковій стадії процесу являє собою послідовність імпульсів, тривалість яких зростає з часом.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пучково–плазмова нестійкість, модуляція поля, дисипативна нестійкість, імпульси поля, багато хвильовий режим

МОДУЛЯЦІЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО ПОЛЯ МНОГОМОДОВИХ ПУЧКОВИХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ В ПЛАЗМЕ

A.G. Загородній*, A.V. Киричок**, В.М. Куклін**, A.V. Приймак**

**Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова
ул. Метрологическая, 14 – Б, Киев 03680, Украина*

***Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
пл. Свободы, 4, Харьков 61022, Украина*

Обсуждается характер интегрального поля, возбуждаемого нерелятивистским пучком электронов в многомодовом режиме в условиях конечного уровня поглощения энергии колебаний. Показано, что модуляция поля в системе отсчета пучка на начальном этапе развития неустойчивости незначительна для малых уровней поглощения. Поле в лабораторной системе отсчета в фиксированных точках слабо меняется, частота колебаний несколько уменьшается в широкой области изменения уровня поглощения. В случае дисипативных режимов пучковой неустойчивости начальное распределение поля формирует волновой пакет, синхронно движущийся с областью возмущений пучка. В лабораторной системе отсчета поле, по крайней мере, на начальной стадии процесса представляет собой последовательность импульсов, длительность которых растет со временем.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пучково–плазменная неустойчивость, модуляция поля, дисипативная неустойчивость, импульсы поля, многомодовый режим

Возбуждаемые пучком в плазме интенсивные колебания могут достигать весьма значительных амплитуд. Использование таких колебаний представляет интерес для целей генерации и усиления [1–5], а также для нагрева плазменных электронов и ионов в условиях развития модуляционных неустойчивостей [6–14]. Для генерации полезен именно одномодовый режим возбуждения, когда пространственный спектр возбуждаемых колебаний достаточно узкий, поэтому основные усилия по изучению пучково-плазменных взаимодействий в значительной степени были ориентированы на исследования именно таких режимов. Однако обеспечить одномодовый режим генерации достаточно проблематично. При развитии неустойчивости пучков заряженных частиц в плазме в одномодовом режиме наблюдается значительная амплитудная и фазовая модуляция возбуждаемых длинноволновых ленгмюровских колебаний [3], что может привести к подавлению множества

вторичных неустойчивостей [4]. Уширение пространственного спектра происходит в первую очередь за счет расширяющейся в пространстве волновых чисел области линейной неустойчивости вследствие уменьшения средней скорости частиц пучка [4] и развивающейся уже на нелинейной стадии процесса сателлитной неустойчивости [3], обусловленной осцилляторным движением сгустка захваченных частиц пучка в поле волны. На первый взгляд, эти явления приводят к некоторому уширению пространственного спектра, но с другой стороны способны ослабить фазовую и амплитудную модуляцию интегрального поля интенсивных колебаний. Подавление модуляции интенсивных колебаний не только может быть полезно для целей плазменной электроники, но и способно создать условия для развития модуляционных неустойчивостей интенсивных полей, результатом которых будет эффективная передача энергии частицам плазмы. Однако детальный анализ интегрального поля возбуждаемых пучком колебаний как в системе покоя пучка (что важно для выяснения структуры его модуляции, влияющей на его устойчивость), так и в лабораторной системе отсчета, где плазма покоится, ранее практически не проводился. Особенное значение имеет интегральное поле длинноволновых ленгмюровских колебаний, возбуждаемое пучком именно в плазме, где могут развиваться интенсивные модуляционные неустойчивости.

Целью работы является изучение влияния поглощения энергии колебаний в системе на характер многомодовых режимов взаимодействия нерелятивистского пучка электронов с плазмой, причем основное внимание уделено процессам модуляции пучка и выяснению характера интегрального ленгмюровского поля в плазме.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОГО ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ С ПЛАЗМОЙ

Уравнение для описания процесса взаимодействия пучка с плазмой может быть представлено в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} E + 4\pi \{J_L + J_{NL} + J_b\} = 0, \quad (1)$$

где J_L и J_{NL} – линейный и нелинейный по амплитудам возмущений токи в плазме, J_b – ток пучка. Так как фазовая скорость пучка значительно превосходит тепловую скорость частиц плазмы, уравнение (1) можно представить в виде [3,4]. Электрическое поле длинноволновых возмущений, фазовая скорость которых совпадает со скоростью пучка, имеет вид

$$E = \sum_{p>0} E_{0p} \exp \{-ipk_{00}(x - v_{0b}t)\}. \quad (2)$$

Так как фазовая скорость пучка значительно превосходит тепловую скорость частиц плазмы, уравнение (1) можно представить в форме [3,4]:

$$\begin{aligned} i\omega\varepsilon(pk_{00}v_{b0}, pk_{0b})E_{0p} + \frac{\partial}{\partial \omega} \omega\varepsilon(\omega, k) \Big|_{\substack{\omega=pk_{00}v_{b0} \\ k=pk_{00}}} \left(\frac{\partial}{\partial t} E_{0p} - \theta E_{0p} \right) = \\ = +4\pi en_{b0} \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} dx_0 v_b \exp \{ipk_{00}\xi\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\varepsilon(\omega, k) = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2$, $\varepsilon(pk_{0b}v_{b0}, pk_{00}) = 1 - \omega_{pe}^2 / (pk_{00}v_{b0})^2 = 1 - p_0^2 / p^2$, $\frac{\partial}{\partial \omega} \omega\varepsilon(\omega, k) \Big|_{\substack{\omega=pk_{00}v_{b0} \\ k=pk_{00}}} = 1 + p_0^2 / p^2$, θ – линейный декремент поглощения энергии колебаний, $x - v_{b0} = \xi$, $p = 1, 2, 3 \dots P$, $\omega_{pe}^2 = 4\pi e^2 n_0 / m_{e0}$, n_0 , n_{b0} – невозмущенные плотности плазмы и пучка, e , m_{e0} – заряд и масса покоя электронов, скорость электронов пучка представим в виде $V_b = v_{b0} + v_b$, в начальный момент пучок полагаем моноэнергетическим $V_b|_{t=0} = v_{b0}$, $p_0 k_{00} v_{0b} = \omega_{pe}$, $|v_b| \ll v_{b0}$, интегрирование в (3) проводится по начальным положениям частиц пучка, $x|_{t=0} = x_0$, k_{00} – интервал между модами пространственного спектра. Частицы пучка в начальный момент равномерно распределены в интервале $[-L/2, L/2]$.

Уравнения движения частиц, моделирующих пучок, в системе отсчета, которая движется со скоростью невозмущенного пучка можно представить в виде

$$\frac{d\xi}{dt} = v_b, \quad (4)$$

$$\frac{dv_b}{dt} = -\text{Re} \sum_p \frac{eE_{0p}}{m_{e0}} \exp \{-ipk_{00}\xi\}, \quad (5)$$

где $x - v_{b0} = \xi$. Приведем также суммарное длинноволновое поле, возбуждаемое пучком, действующее на частицы плазмы. Рассмотрим суммарное поле в лабораторной системе отсчета в некоторой фиксированной

точке, например $x = 0$:

$$\begin{aligned} E_0 \exp\{i\omega_{pe}t\} &= |E_0| \exp\{i\omega_{pe}t + i\varphi_0\} \approx \sum_p E_{0p} \exp\{ipk_{00}v_{0b}t - ipk_{00}x\} = \\ &= \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} E_{0p} \exp\{ipk_{00}v_{0b}t\} = \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \exp\{ipk_{00}v_{0b}t + i\varphi_{0p}\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Отметим, что в лабораторной системе отсчета в пространственных интервалах $\Delta x \ll \lambda_0$, где λ_0 – характерная длина волны интенсивных ленгмюровских колебаний, возбуждаемых пучком, можно пренебречь изменением фазы поля, полагая его однородным. Поэтому в этих интервалах $\Delta x \ll \lambda_0$ вполне можно пренебречь слагаемыми $pk_{00}\Delta x \sim \Delta x / \lambda_0 \ll 1$. Амплитуда возбуждаемых пучком электронов длинноволновых ленгмюровских колебаний в точке $x = 0$ при этом оказывается равна

$$|E_0| = \sqrt{\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \cdot \text{Cos}\{\varphi'_{0p}\} \right]^2 + \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \cdot \text{Sin}\{\varphi'_{0p}\} \right]^2}, \quad (7)$$

а для фазы φ_0 справедливо уравнение

$$\begin{aligned} |E_0| \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} &= \text{Cos}\{\varphi_0\} \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[\frac{\partial |E_{0p}|}{\partial t} \text{Sin}\{\varphi'_{0p}\} + |E_{0p}| \text{Cos}\{\varphi'_{0p}\} \frac{\partial \varphi'_{0p}}{\partial t} \right] - \\ &- \text{Sin}\{\varphi_0\} \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[\frac{\partial |E_{0p}|}{\partial t} \text{Cos}\{\varphi'_{0p}\} - |E_{0p}| \text{Sin}\{\varphi'_{0p}\} \frac{\partial \varphi'_{0p}}{\partial t} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где использованы выражения $\varphi'_{0p} = \varphi_{0p} + (pk_{00}v_{0b} - \omega_{pe})t$, а возмущениями с волновыми числами $pk_{00} < p_{\min}k_{00}$ малой амплитуды, частота которых заметно меньше ленгмюровской частоты, можно пренебречь. Не трудно видеть, что $E_0 \exp\{i\omega_{pe}t\}$ – часть поля (2) в лабораторной системе отсчета, частота которого близка к ленгмюровской частоте колебаний плазмы. При получении (8) использованы соотношения

$$\text{Cos}\{\varphi_0\} = \frac{1}{|E_0|} \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \cdot \text{Cos}\{\varphi'_{0p}\}, \quad (9)$$

$$\text{Sin}\{\varphi_0\} = \frac{1}{|E_0|} \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} |E_{0p}| \cdot \text{Sin}\{\varphi'_{0p}\}. \quad (10)$$

Система уравнений (2)–(5) описывает возбуждение пучком нерелятивистских электронов длинноволновых колебаний. Можно показать, что в этих условиях выполняется соотношение, представляющее собой интеграл системы уравнений (2)–(5)

$$\sum_p \frac{1}{4\pi R_p} \left\{ |E_{0p}|^2 - \theta \int_0^t dt' |E_{0p}(t')|^2 \right\} + m_e v_{0b} n_{b0} \cdot \frac{k_{00}}{2\pi} \int_{-\pi/k_{00}}^{\pi/k_{00}} v_b dx_0 = \text{Const}, \quad (11)$$

где $\frac{\partial}{2\partial\omega} \omega \varepsilon(\omega, k) \Big|_{\substack{\omega = mk_{00}v_{b0} \\ k = mk_{00}}} = R_p^{-1}$.

Первое слагаемое (11) – плотность энергии ленгмюровского поля $\frac{\partial}{8\pi\partial\omega} \omega \varepsilon(\omega, k) \cdot |E_{0p}|^2$, второе – потери энергии поля с начала процесса, третье – изменение плотности энергии пучка. В целом выражение (11) – это закон сохранения энергии в системе.

БЕЗРАЗМЕРНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Для удобства согласования данного рассмотрения с результатами предыдущих работ авторов [14] перейдем к представлению поля в виде $E_{0m} \Rightarrow -iE_{0m}$ и запишем уравнение (3) в виде

$$\frac{1}{p} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} A_{0p} + i\Delta_p A_{0p} + \Theta A_{0p} \right\} = iR_{0p} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V/V_0) \exp\{2\pi i p \zeta\} \cdot d\zeta_0, \quad (12)$$

где $\Delta_p = \frac{pk_{00}v_{b0}}{\delta} \frac{p^2 - p_0^2}{p^2 + p_0^2}$; $A_{0p} = \frac{epk_{00}}{m_e \delta^2} E_{0p} = A_{0p} \exp\{i\varphi_{0p}\}$; A_{0p} , φ_{0p} – действительные амплитуды и фазы мод

спектра, $R_{0p} = \frac{2}{p_0} \frac{p^2}{p^2 + p_0^2} G$; $G = \delta_b^3 / \delta^3$; $\tau = \delta t$; $k_{00} p_0 v_{b0} = \omega_0 \approx \omega_{pe}$; $-0.5 < \zeta = k_{00}(x - v_{b0}) / 2\pi < 0.5$;
 $V = k_{00} v_b / 2\pi \delta$, $V_0 = (\omega_{pe} / \delta) / 2\pi p_0$, $\delta_b^3 = n_{b0} / 2n_0$, $V(0) = 0$, $\Theta = \theta / \delta$, $1 < p < p_{\max}$, $p_{\min} = 20$, $p_0 = 25$,
 $p_{\max} = 35$, δ^{-1} – выбранный масштаб времени, δ_b – линейный инкремент пучковой неустойчивости. Ниже будем считать что характерное время процесса (обратный инкремент пучковой неустойчивости) равно выбранному масштабу времени, то есть $G = 1$, начальные значения мод спектра выбраны в виде $A_0(\tau = 0) / p = 10^{-5}$, $\varphi_{0p}(\tau = 0) = 0$.

Уравнение (12) можно записать как два уравнения для действительной амплитуды и фазы моды длинноволнового спектра

$$\frac{1}{p} \frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} + \Theta \frac{A_{0p}}{p} = -R_{0p} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V / V_0) \text{Sin}\{2\pi p \zeta - \varphi_{0p}\} \cdot d\zeta_0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \varphi_{0p}}{\partial \tau} + \Delta_p = R_{0p} \frac{p}{A_{0p}} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V / V_0) \text{Cos}\{2\pi p \zeta - \varphi_{0p}\} \cdot d\zeta_0. \quad (14)$$

Амплитуду и фазу возбуждаемых пучком электронов длинноволновых ленгмюровских колебаний в фиксированной точке в лабораторной систем отсчета запишем в виде

$$a_0 = \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}}\right)^2 \sqrt{\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cdot \text{Cos}\{\varphi'_{0p}\}\right]^2 + \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cdot \text{Sin}\{\varphi'_{0p}\}\right]^2}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_0}{\partial \tau} = & \text{Cos}\{\varphi_0\} \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}}\right)^2 \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[\frac{\partial A_{0p}}{p \partial \tau} \text{Sin}\{\varphi'_{0p}\} + \frac{A_{0p}}{p} \text{Cos}\{\varphi'_{0p}\} \frac{\partial \varphi'_{0p}}{\partial \tau} \right] - \\ & - \text{Sin}\{\varphi_0\} \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}}\right)^2 \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[\frac{\partial A_{0p}}{p \partial \tau} \text{Cos}\{\varphi'_{0p}\} - \frac{A_{0p}}{p} \text{Sin}\{\varphi'_{0p}\} \frac{\partial \varphi'_{0p}}{\partial \tau} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

где $a_0 = \frac{ek_{00}}{m_e \omega_{pe}^2} E_0 = |a_0| \exp\{i\varphi_0\}$, $\omega_{pe} / \delta = 29.41$, где выбор этого отношения определяется характерным временем развития модуляционной неустойчивости, рассмотренной в работе [14].

Уравнения движения частиц, моделирующих пучок, можно представить в виде

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = V, \quad (17)$$

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} \sum_{p>0} \frac{A_{0p}}{p} \text{Sin}\{2\pi p \zeta - \varphi_{0p}\}. \quad (18)$$

Поле в системе покоя пучка имеет вид

$$E(\zeta) = \left\{ \left[\sum_{p=p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cdot \text{Cos}\{2\pi p \zeta + \varphi_{0p}\} \right]^2 + \left[\sum_{p=p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cdot \text{Sin}\{2\pi p \zeta + \varphi_{0p}\} \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (19)$$

Система уравнений (13)–(18) описывает возбуждение пучком нерелятивистских электронов длинноволновых колебаний, и в этих условиях выполняется соотношение, представляющее собой интеграл системы уравнений (13)–(18)

$$I = \sum_p \frac{1}{R_p} \left\{ \frac{A_{0p}^2}{4\pi p^2} + 2\Theta \int_0^T dT' \frac{A_{0p}^2(T')}{4\pi p^2} \right\} + \frac{G}{p_0} \int_{-1/2}^{1/2} d\zeta_0 V_b = \text{Const}. \quad (20)$$

Нетрудно видеть, что интеграл (20) – это закон сохранения энергии в системе «релятивистский электронный пучок – линейная по возмущениям плазма».

РЕЖИМЫ СЛАБОГО ПОГЛОЩЕНИЯ. РЕАКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ С УЧЕТОМ ПОГЛОЩЕНИЯ

Спектр и фазовая плоскость частиц пучка. Рассмотрим развитие многомодового режима неустойчивости в отсутствие поглощения энергии ($\Theta = 0$). На рис.1 представлено развитие спектра мод (использована логарифмическая шкала) и поведение частиц на фазовой плоскости (скорость, координата). Можно видеть, что амплитуда резонансной моды ($n = 25$) максимальна в конце линейной (по амплитудам возмущений) стадии неустойчивости и затем за счет развития сателлитной неустойчивости (вследствие колебаний частиц в потенциальной яме основной моды [3]) возникают сателлиты. Причем из-за торможения

пучка как целого, резонанс сдвигается в сторону больших номеров мод, поэтому возбуждение антистоксовых более коротковолновых спутников происходит с большей эффективностью.

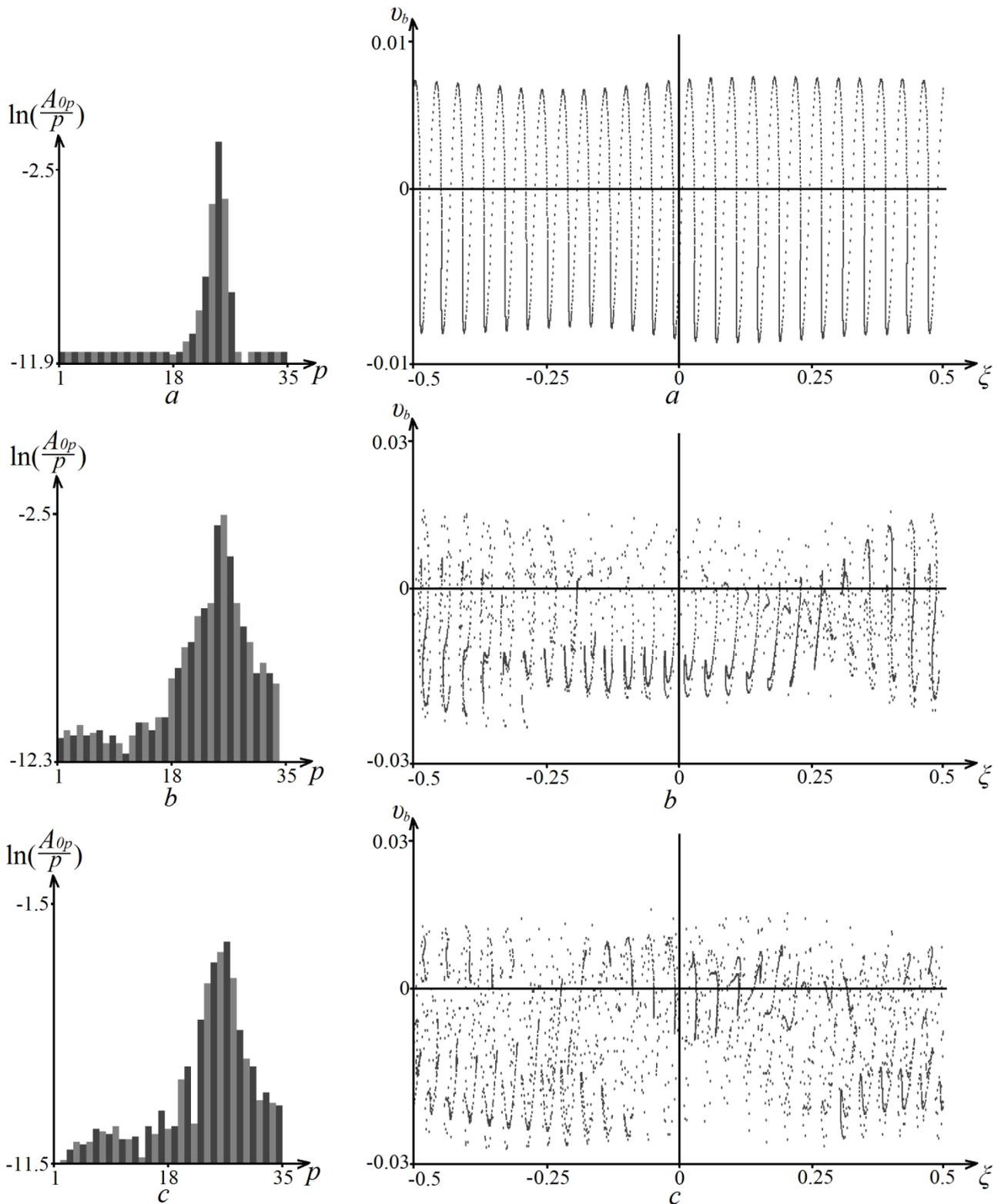


Рис. 1. Динамика спектра (слева) и поведение частиц на фазовой плоскости (справа) в отсутствие поглощения энергии колебаний $\Theta=0$ (a – в момент времени $\tau=13.6$, b – в момент времени $\tau=22.4$, c – в момент времени $\tau=26.8$)

На рис.1 и ниже на рис. 2 выбраны моменты времени, когда амплитуды резонансной и соседних мод достигают своих наибольших значений.

Развитие такой реактивной пучковой неустойчивости в присутствии небольшого поглощения энергии колебаний в системе происходит подобным образом, однако амплитуды колебаний несколько меньше.

Динамика этого процесса представлена на рис.2.

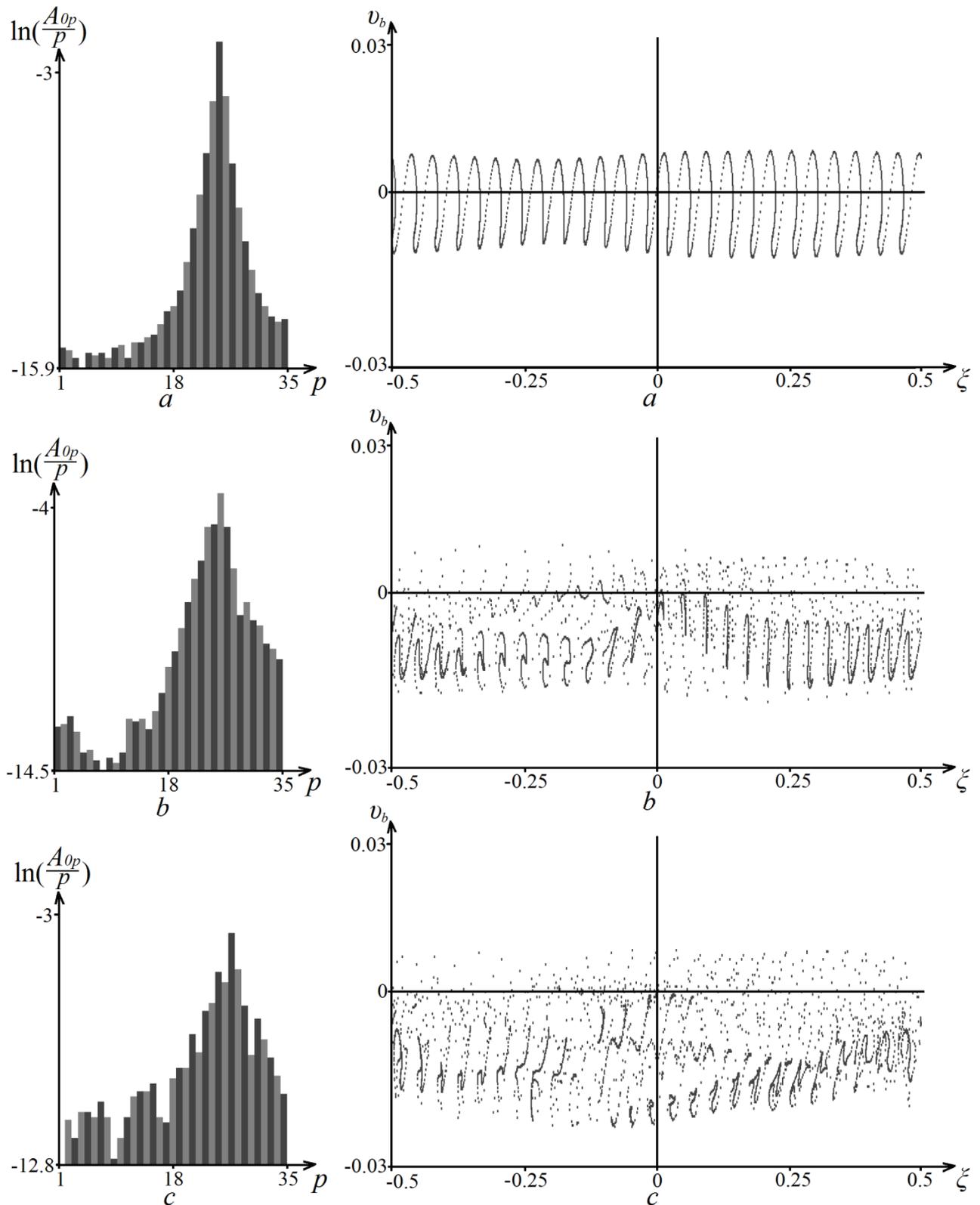


Рис. 2. Динамика спектра (слева) и поведение частиц на фазовой плоскости (справа) при небольшом поглощении энергии колебаний $\Theta = 0.3$ (a – в момент времени $\tau = 16.4$, b – в момент времени $\tau = 23.6$, c – в момент времени $\tau = 30$)

Можно привести характер распределения энергии на возбуждение колебаний и поглощаемой энергии (рис. 3). В многомодовом режиме потери энергии пучка, которые обусловлены поглощением в системе, довольно велики [4]; по сравнению с одномодовым режимом [15]. Причина этого в том, что все возбуждаемые моды спектра теряют свою энергию, что заметно увеличивает величину интегральных потерь. Закон сохранения (20) при этом выполняется.

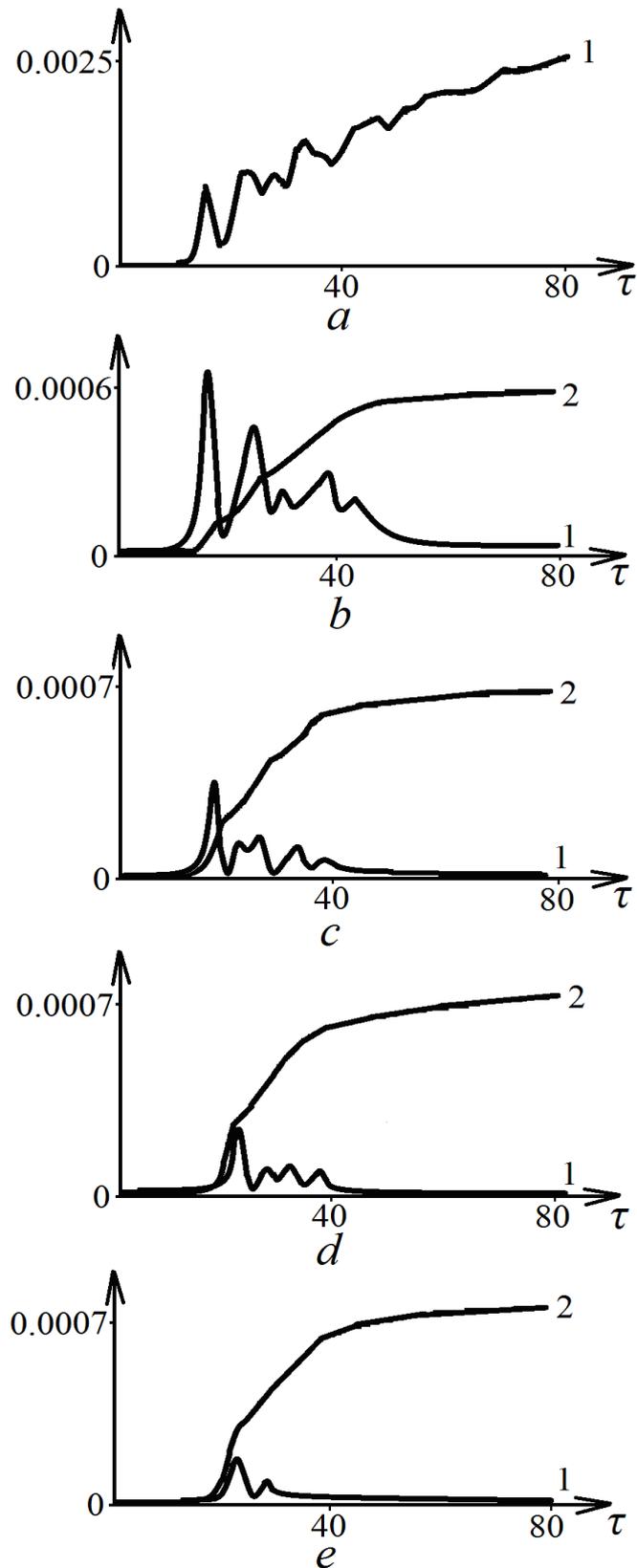


Рис. 3. Слагаемые интеграла (20) (1 – энергия колебаний спектра (все значения умножены на 3), 2 – поглощение энергии в системе ($a - \Theta = 0$, $b - \Theta = 0.1$, $c - \Theta = 0.3$, $d - \Theta = 0.5$, $e - \Theta = 0.7$))

Наибольший интерес представляет интегральное поле колебаний. Рассмотрим поведение амплитуды поля a_0 (15) и фазы поля (16) в фиксированной точке в лабораторной системе отсчета, где плазма покоится (рис. 4,5). Отметим, что в условиях поглощения амплитуда поля достаточно велика только на начальной стадии неустойчивости.

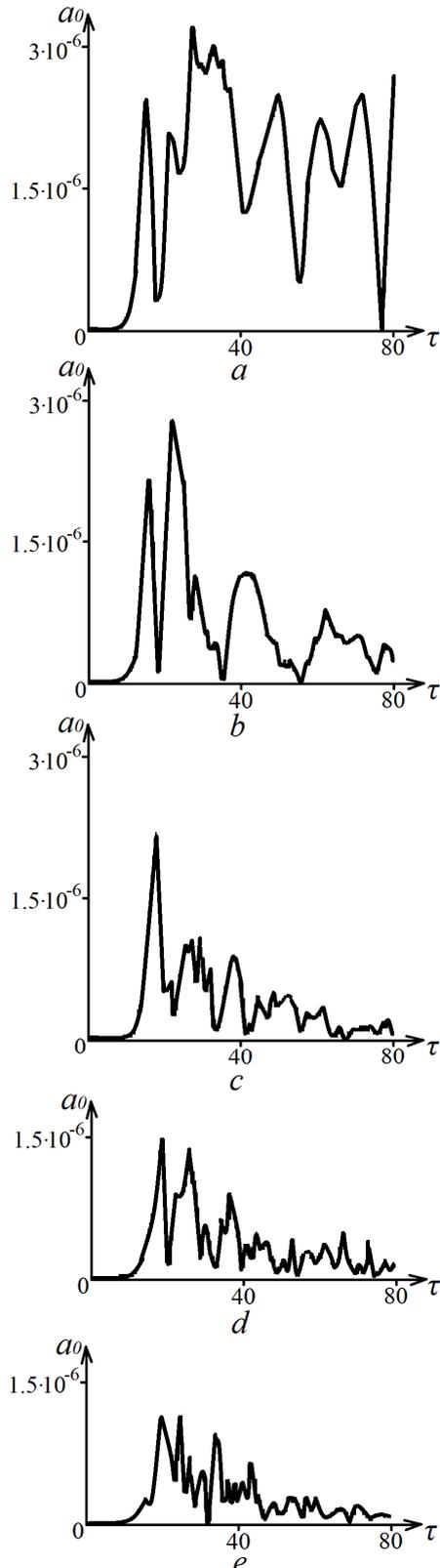


Рис. 4. Поведением нормированной амплитуды среднего поля a_0 от времени ($a - \Theta = 0, b - \Theta = 0.1, c - \Theta = 0.3, d - \Theta = 0.5, e - \Theta = 0.7$)

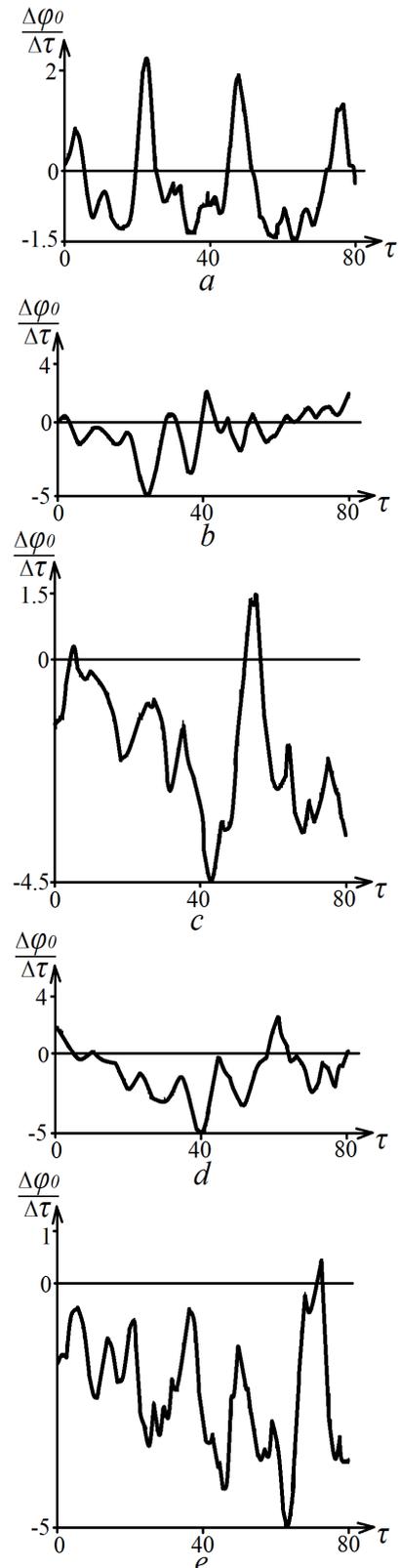


Рис. 5. Поведение изменения фазы среднего поля $\Delta\varphi_0 / \Delta\tau$ от времени ($a - \Theta = 0, b - \Theta = 0.1, c - \Theta = 0.3, d - \Theta = 0.5, e - \Theta = 0.7$)

Теперь рассмотрим поле в системе покоя пучка для того, чтобы оценить амплитуду и характерные длины волн огибающей поля колебаний – модуляции поля. На рис.6 представлена модуляция интегрального поля (19) в системе покоя пучка. Видно, что на начальной стадии процесса неустойчивости пространственная модуляция поля незначительна и затем усиливается.

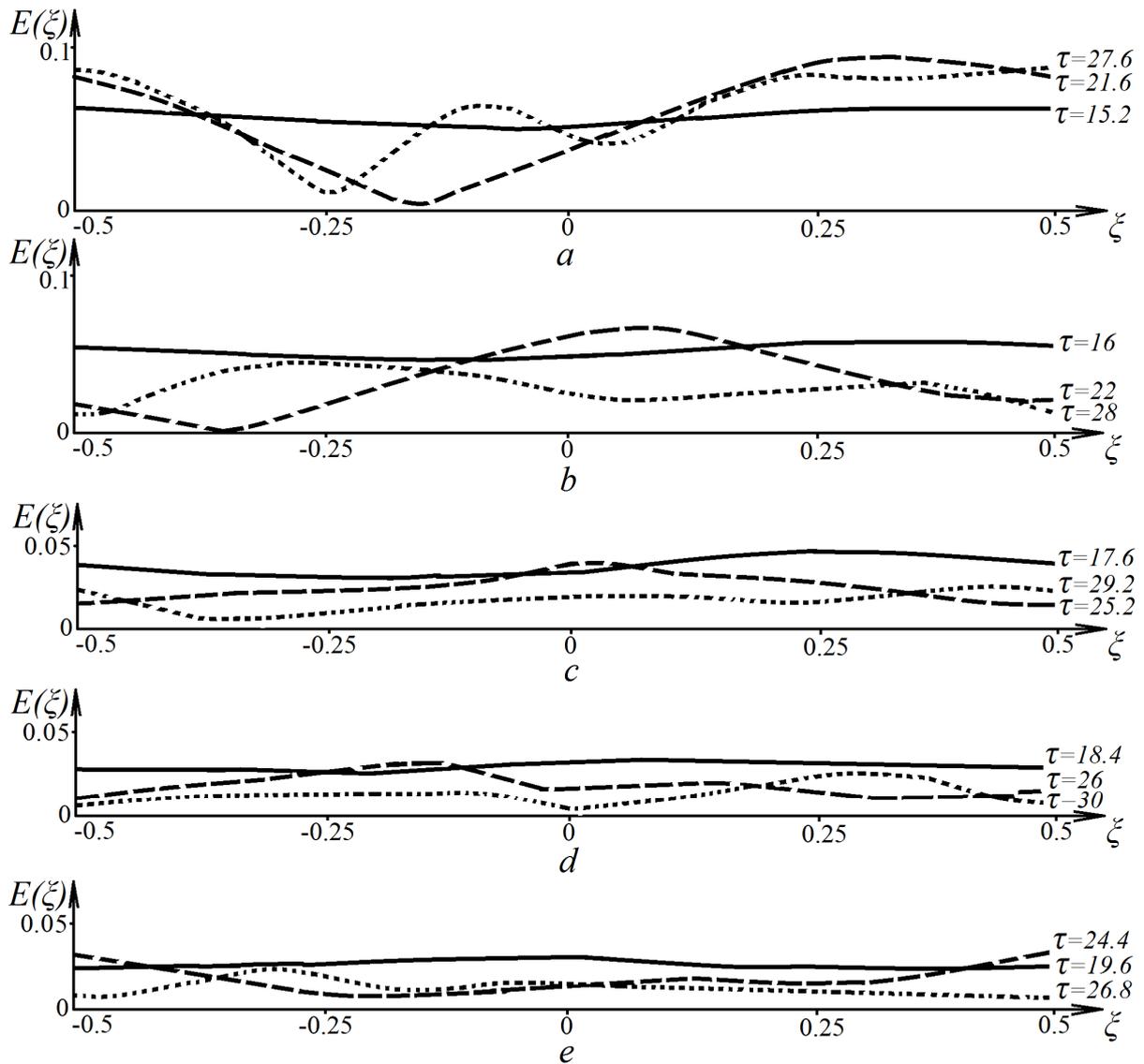


Рис. 6. Вид огибающей поля в системе покоя пучка в условиях достижения амплитудой среднего поля a_0 своего наибольшего значения ($a - \Theta = 0, b - \Theta = 0.1, c - \Theta = 0.3, d - \Theta = 0.5, e - \Theta = 0.7$)

Приведем зависимость средней поправки к частоте $\frac{\Delta\varphi_0}{\Delta\tau}$ среднего поля в лабораторной системе отсчета в выбранной нормировке. Интервал времени усреднения этой величины выберем от начала нелинейной стадии процесса (когда амплитуда поля достигает своего максимума) где интенсивность колебаний достаточно велика $\Delta\tau \propto 25$. Видно, что в основной области изменения уровня поглощения эта величина отрицательна.

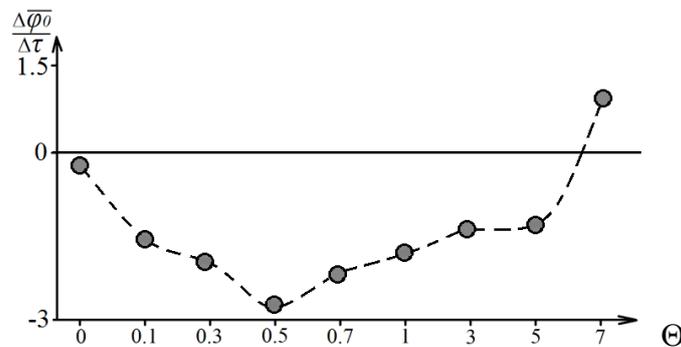


Рис. 7. Изменение среднего значения $\frac{\Delta\varphi_0}{\Delta\tau}$ как функции Θ в интервале $\Delta\tau \propto 25$ на начальной стадии развитой неустойчивости

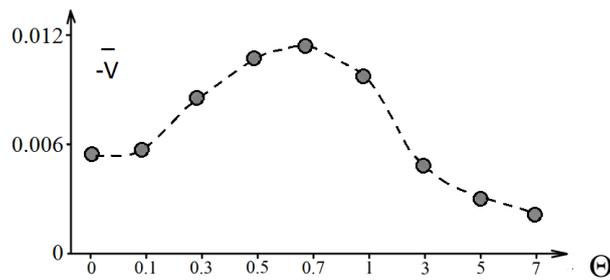


Рис. 8. Изменение среднего значения скорости частицы $|\bar{V}| = -\bar{V}$ (взятой по абсолютной величине) как функции Θ в интервале $\Delta\tau \propto 25$ на начальной стадии развитой неустойчивости

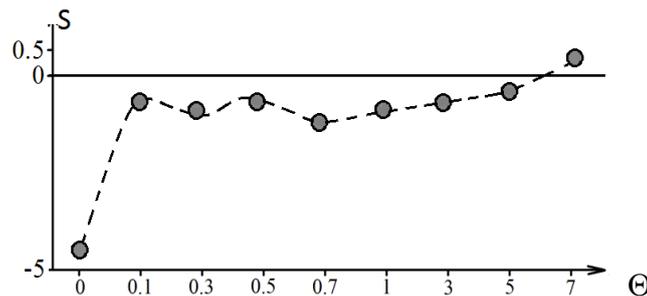


Рис. 9. Процесс синхронизации фазовой скорости волны и средней скорости пучка.

$S = -|\Delta V_b| / \Delta V_\Phi$ где $-\Delta V_b$ – изменение скорости пучка, ΔV_Φ – изменение фазовой скорости колебаний

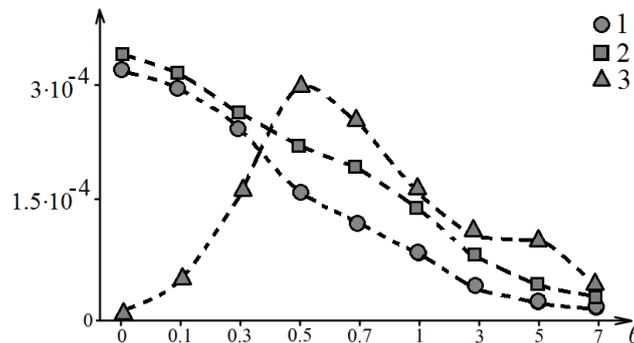


Рис. 10. Зависимости максимальной амплитуды $a_{0\max}$, относительного инкремента неустойчивости

$\delta(\Theta)/\omega_{pe} \approx (\delta/\omega_{pe}) \times \left\{ 1 + \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} \Theta \right\}^{-1}$ и скорости потерь энергии поля $\Theta \cdot W = \sum_p \frac{1}{R_p} \left\{ 2\Theta \frac{A_{0p}^2(T')}{4\pi p^2} \right\}$ в моменты времени,

когда значение a_0 максимально, как функций уровня поглощения Θ :

$$1 - a_{0\max} \times 10^2; 2 - [\delta(\Theta)/\omega_{pe}] \times 10^{-2}; 3 - \Theta \cdot W \times 3$$

Средняя скорость частиц пучка и фазовая скорость интегрального поля убывают (рис. 7,8), и возникает вопрос о том, насколько эти процессы синхронизованы. При выбранном значении изменения абсолютной величины скорости $|\bar{V}| = -\bar{V}$, в случае синхронизации изменения средней скорости частиц пучка Δv_b и фазовой скорости колебаний Δv_F отношение $S = \frac{2\pi p_0 |\bar{V}|}{(\Delta\phi_0 / \Delta\tau)} = -\frac{|\Delta V_b| \cdot k_{00} p_0}{\Delta\omega} \rightarrow -1$. Не трудно видеть, что в

большом интервале изменения относительного декремента поглощения колебаний Θ имеет место такая синхронизация (рис. 9). Именно синхронизация фазовой скорости колебаний и захваченных полем колебаний частиц пучка являлась причиной аномального отбора энергии у пучка в одномодовом режиме диссипативной пучковой неустойчивости [15]. И в многомодовом режиме подобное явление имеет место, хотя потенциальная яма интегрального поля в системе покоя пучка имеет достаточно сложную конфигурацию и весьма нестабильна. Однако максимум поглощения энергии колебаний достигается уже не при уровнях поглощения $\Theta \approx 3$, как это было в одномодовом режиме [15], а при существенно меньших значениях: $\Theta \approx 0.5 \div 0.7$ (рис. 10).

РЕЖИМЫ СИЛЬНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ. ДИССИПАТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Весьма интересными являются режимы пучковой неустойчивости в условиях сильного поглощения, когда декремент поглощения колебаний превышает максимальный инкремент бездиссипативной (реактивной) неустойчивости. Именно в этом случае параметр $\Theta > 1$.

Подобная неустойчивость характерна для процессов взаимодействия волн и возмущений разной энергии. Возмущения в пучке в этом случае представляют собой возмущения отрицательной энергии, то есть при росте их амплитуды энергия пучка как целого уменьшается [16,4]. Особенность диссипативных неустойчивостей состоит также в том, что групповая скорость возмущений в плазме и пучке синхронизируется со скоростью пучка, и неустойчивость в системе покоя пучка приобретает черты абсолютной неустойчивости [17,18].

Ниже обсудим ситуацию, когда начальный импульс поля располагается в области $\zeta < 0$. Эта область, занятая полем, с развитием неустойчивости постепенно уширяется в сторону отрицательных ζ . Последовательно формируется импульс поля, который, расширяясь в пространстве в развитых режимах процесса, занимает весь объем пучка. На рис.11 представлена динамика спектра (слева) и поведение частиц на фазовой плоскости (справа) в условиях достаточно сильного поглощения колебаний, $\Theta = 5$.

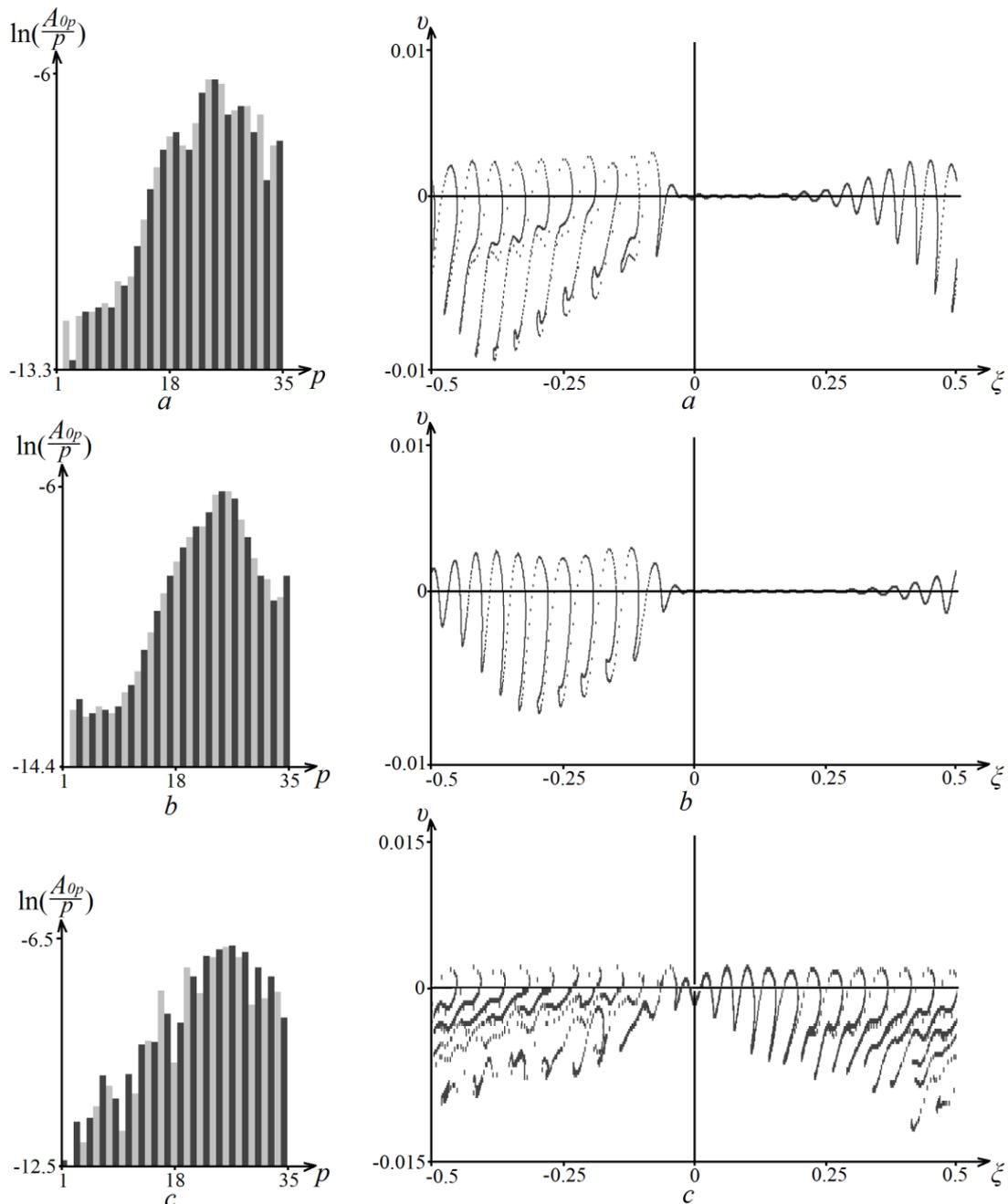


Рис.11. Динамика спектра (слева) и поведение частиц на фазовой плоскости (справа) при поглощении энергии колебаний, $\theta = 5$ (a – в момент времени $\tau = 49.6$, b – в момент времени $\tau = 43.2$, c – в момент времени $\tau = 64.8$)

Можно увидеть формирование импульса поля и группировку возмущений частиц в окрестности этого импульса. То есть, можно сказать, что результаты расчетов согласуются с представлениями, развитыми в приведенных выше работах. Важно рассмотреть динамику потерь пучка и энергии импульса для данных уровней поглощения (рис. 12).

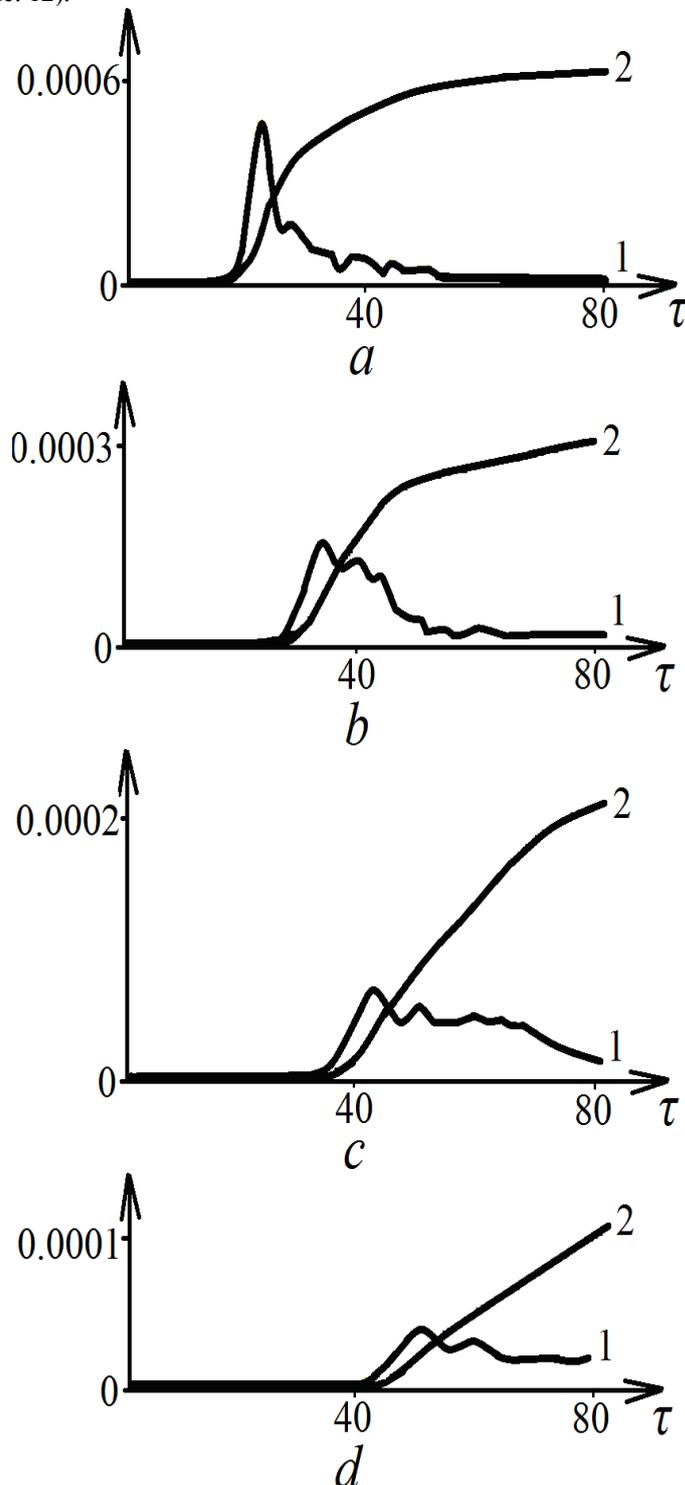


Рис.12. Слагаемые интеграла (20) (по оси ординат) как функции времени. 1 кривая – энергия колебаний спектра (все значения умножены на 10) – первое слагаемое (20), 2 – энергия, которая поглощена в системе к этому моменту времени (a – $\Theta = 1$, b – $\Theta = 3$, c – $\Theta = 5$, d – $\Theta = 7$), – второе слагаемое (20)

Диссипативные режимы характеризуются крайне низкими значениями амплитуды поля. Поскольку возмущения поля, представляющие собой расширяющиеся в пространстве волновые пакеты, движутся практически со скоростью пучка, поле в лабораторной системе отсчета представляет собой последовательность импульсов (рис.13).

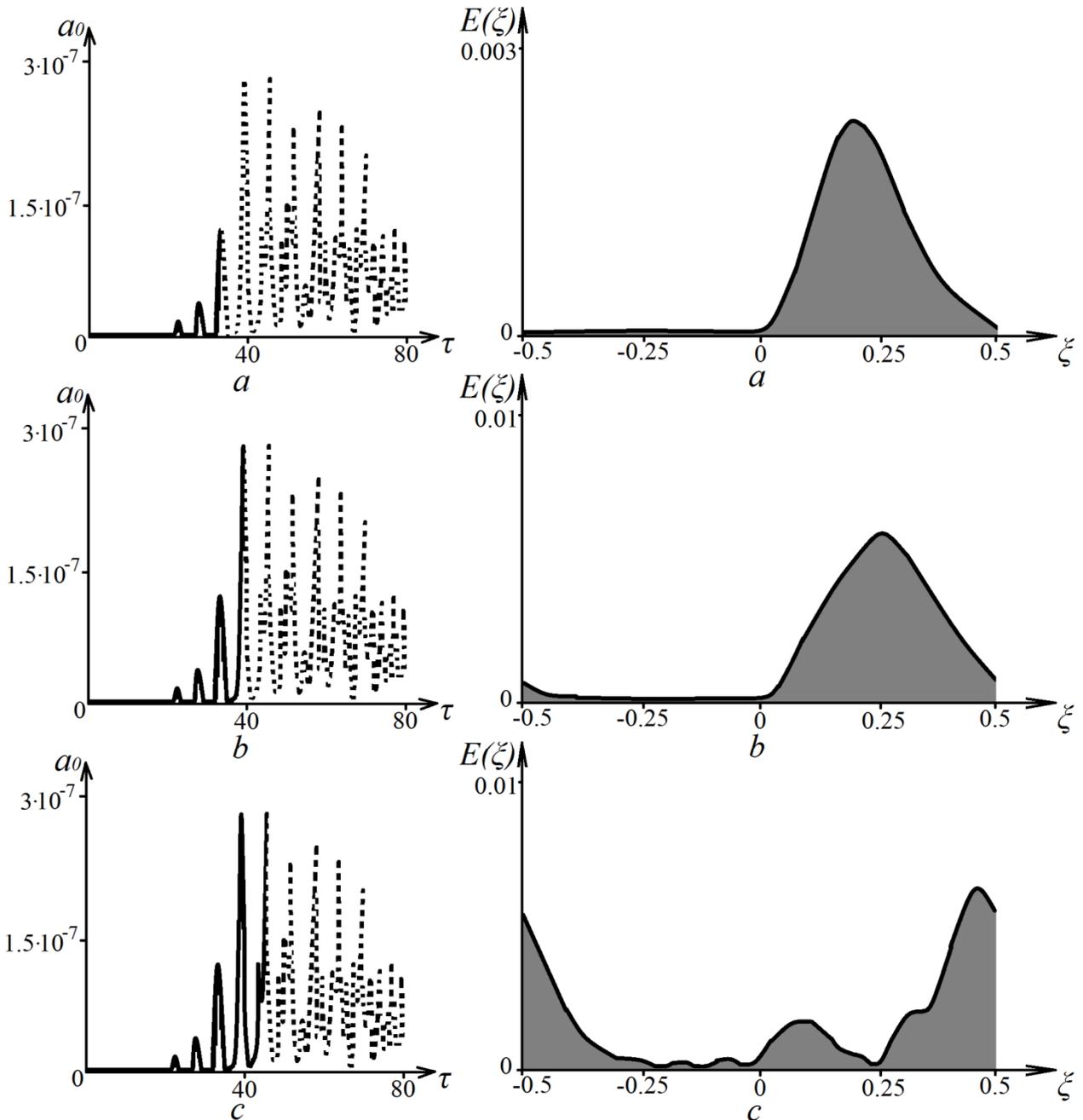


Рис.13. Поведение амплитуды интегрального поля в фиксированной точке в лабораторной системе отсчета (слева). Пунктиром показана вся последующая динамика поведения амплитуды поля. Вид огибающей поля в системе покоя пучка (справа) для случая $\Theta = 5$ (a – в момент времени $\tau = 33.2$, b – в момент времени $\tau = 38.8$, c – в момент времени $\tau = 45.2$)

ВЫВОДЫ

Развитие пучковой неустойчивости в многомодовом режиме сопровождается уширением спектра, более сильным воздействием поглощения энергии колебаний на процесс, чем в одномодовых случаях. В случае относительно слабых уровней поглощения интегральное поле в лабораторной системе отсчета, в которой плазма покоится, в фиксированных точках в среднем мало изменяется, по крайней мере, на начальном этапе процесса, модуляция пучка в его системе покоя слабо выражена.

Важным параметром, который определяет развитие процесса пучковой неустойчивости является параметр θ который представляет собой отношение декремента поглощения энергии колебаний в отсутствии пучка к величине инкремента пучковой неустойчивости в отсутствии потерь.

Максимальный отбор энергии от частиц пучка в условиях развития многомодового режима неустойчивости достигается при $\Theta = 0.5 \div 0.7$ в отличие от случая одномодового режима, когда для этого необходимо выбрать значения параметра, $\Theta \approx 3$. Начиная со значений $\Theta > 0.1 \div 0.3$ изменение средней скорости частиц пучка и фазовой скорости интегрального поля колебаний достаточно хорошо синхронизованы.

То есть черты процесса, характерные для одномодовых диссипативных неустойчивостей (при которых $\Theta > 1$), в многомодовом случае проявляются уже при существенно меньших значениях $\Theta > 0.1 \div 0.3$. Такие уровни поглощения, вообще говоря, формально относятся к реактивным режимам процесса.

В случае диссипативных режимов ($\Theta > 1$) многомодовой неустойчивости возмущения в пучке и плазме распространяются синхронно, интегральное поле в лабораторной системе отсчета в фиксированной точке является импульсным, причем ширина импульсов со временем растет. В системе покоя пучка поле представляет собой волновые пакеты, синхронизованные с возмущениями частиц пучка. Именно начальные возмущения, начальные волновые пакеты формируют такую структуру поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fainberg Ya.B. Plazmennaya elektronika // Ukr. fiz. zhurn. – 1978. - T.23, No.11. - S.1885– 901; Nekotorye voprosy plazmennoi elektroniki // Fizika plazmy. – 1985. - T.11, No.11. - S.1398– 1410.
2. Kuzelev M.V., Rukhadze A.A. Elektrodinamika plotnykh elektronnykh puchkov v plazme. – M.: Nauka. Gl. red. fiz.– mat. lit., 1990. – 336s.
3. Shapiro V.D., Shevchenko V.I. Vzaimodeistvie volna– chastitsa v neravnovesnykh sredakh // Izv. VUZov Radiofizika. – 1976. - T.19, No.5–6. - S.787– 791.
4. Kondratenko A.N., Kuklin V.M. Osnovy plazmennoi elektroniki. – M.: Energoatomizdat, 1988. – 320s.
5. Buts V.A., Lebedev A.N. Kogerentnoe izluchenie intensivnykh elektronnykh puchkov. – M. Izd. FIAN RAN, 2006. - 333s.
6. Silin V.P. Parametricheskii rezonans v plazme // ZhETF. – 1965. - T.48, vyp.6. - S.1679– 1691.
7. Zakharov V.E. O spektre slaboï turbulentsnosti v plazme bez magnitnogo polya. – ZhETF. – 1966. – T.51, vyp.6. - S.688– 696.
8. Kruer W.L., Kaw P.K., Dawson J.M., Oberman C. Anomalous high– frequency resistivity and heating of a plasma // Phys. Rev. Lett. – 1970. – Vol.24. - P.987.
9. Silin V.P. Anomal'naya nelineinaya dissipatsiya vysokochastotnykh radiovoln v plazme // UFN. – 1972. – T.108, vyp. 4. - S.625– 654.
10. Kruer W.L. Heating of underdense plasma by intense lasers // Phys. Fluids. – 1973. - Vol.16. - No.9. - P.1548– 1550.
11. Ivanov A.A., Nikulin M.G. Nelineinoe vzaimodeistvie lengmyurovskikh voln bol'shoi amplitudy v besstolknovitel'noi plazme // ZhETF. – 1973. - T.65, No.1. - S.168– 174.
12. Andreev N.E., Silin V.P., Stenichikov G.L. O nasyshchenii parametricheskoi neustoichivosti plazmy v sil'nom elektricheskom pole // Fizika plazmy. – 1977. - T.3, No.5. – S.1088– 1096.
13. Kovrizhnykh L.M. Modulyatsionnaya neustoichivost' i nelineinye volny v kholodnoi plazme // Fizika plazmy. – 1977. – T.3, vyp.5. - S.1097– 1105.
14. Belkin E.V., Kirichok A.V., Kuklin V.M., Pryjmak A.V., Zagorodny A.G. Dynamics of ions during development of parametric instability of langmuir waves // VANT. Series “Plasma Electronics and New Methods of Acceleration”. – 2013. – No.4 (86). – Iss.8. – P. 260–266.
15. Kondratenko A.N., Kuklin V.M., Tkachenko V.I. Nelineinaya teoriya puchkovoi neustoichivosti v stolknovitel'noi plazme // Izv. vuzov. Radiofizika. – 1978. - T.21. – No.10. - S.1535– 1537; Ob anomal'nom urovne poter' energii puchka pri razvitii dissipativnoi puchkovoi neustoichivosti // Ukrainskii fizicheskii zhurnal. – 1979. - T.24. – No.4. - S.559– 561.
16. Abramovich V.U., Shevchenko V.I. K nelineinai teorii dissipativnoi neustoichivosti relyativistskogo puchka v plazme // ZhETF. – 1972. - T.62, vyp. 4. - S.1386– 1391.
17. Fedorchenko A.M., Kotsarenko N.Ya. Absolyutnaya i konvektivnaya neustoichivost' v plazme i tverdykh telakh. – M.: Nauka, 1981. – 176s.
18. Kuklin V.M. O vliyarii dissipativnykh protsessov na prostranstvenno-vremennuyu dinamiku neustoichivosti v plazme // Radiotekhnika i elektronika. – 1987. - T.32, vyp. 2. – S. 452– 455.

PACS: 52.27.Lw

PURE ELECTRON PLASMA STRUCTURES FORMATION IN AN EXTERNAL CONSTANT MAGNETIC FIELD

Yu.K. Moskvitina, I.V. Tkachenko

*National Science Center
"Kharkov Institute of Physics and Technology"
61108, Kharkiv, vul. Akademicheskaya, 1
e-mail: tkachenko@kipt.kharkov.ua
Received May 5, 2014*

Behavior of the pure electron plasma column rotating in an external constant magnetic field described in the kinetic approach is investigated. The initial stage of the axially asymmetric electrostatic oscillations instability development is considered. It is shown that the exponential increase of the electrostatic potential leads to the redistribution of the beam's density due to the ponderomotive force existence. The electrons motion under the influence of ponderomotive forces is modeled numerically. The simulation results are presented graphically in the form of particles set distribution in the beam's cross section. Qualitative estimates of the beam coupling parameter, which indicates the possibility of electron plasma cooling process are submitted.

KEY WORDS: electron plasma, backward reflection, ponderomotive force, pure electron plasma structures, beams cooling

ФОРМУВАННЯ ЗГУСТКІВ ЕЛЕКТРОННОЇ ПЛАЗМИ У ЗОВНІШНЬОМУ ПОСТОЙНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Ю.К. Москвітіна, І.В. Ткаченко

*Національний науковий центр
«Харківський фізико-технічний Інститут»
61108, Харків, вул. Академічна, 1*

Розглянуто початкову стадію розвитку нестійкості аксіально-несиметричних електростатичних коливань суцільного пучка електронної плазми, який обертається в зовнішньому магнітному полі. Показано, що експоненціальне наростання потенціалу призводить до перерозподілу щільності пучка під дією пондеромоторної сили. Рух електронів під дією пондеромоторної сили було промодельовано чисельно. Результати моделювання представлені графічно у вигляді розподілу часток у поперечному перерізі пучка. Наведено якісну оцінку коефіцієнту зв'язку пучка, яка вказує на можливість охолодження електронної плазми, тобто збільшення потенційної енергії частинок в порівнянні з їх кінетичною енергією.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: електронна плазма, зворотне відбиття, пондеромоторна сила, електронні згустки, охолодження пучків

ФОРМИРОВАНИЕ СГУСТКОВ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛАЗМЫ ВО ВНЕШНЕМ ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю.К. Москвитина, И.В. Ткаченко

*Национальный научный центр
«Харьковский физико-технический Институт»
61108, Харьков, ул. Академическая, 1*

Рассмотрена начальная стадия развития неустойчивости аксиально-несимметричных электростатических колебаний сплошного пучка электронной плазмы, который вращается во внешнем магнитном поле. Показано, что экспоненциальное нарастание потенциала приводит к перераспределению плотности пучка под действием пондеромоторной силы. Движение электронов под действием пондеромоторной силы было промоделировано численно. Результаты моделирования представлены графически в виде распределения частиц в поперечном сечении пучка. Приведена качественная оценка коэффициента связи пучка, которая указывает на возможность охлаждения электронной плазмы, то есть увеличения потенциальной энергии частиц по сравнению с их кинетической.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: электронная плазма, обратное отражение, пондеромоторная сила, электронные сгустки, охлаждение пучков

Electrostatic oscillations of the electron plasma column rotating in a cylindrical trap confined by the external longitudinal magnetic and radial self-consistent electric fields are assumed to be stable. Such conclusions were made on the basis of the hydrodynamic (macroscopic) approach, while the kinetic theory (microscopic description) considered the electron plasma of complex shapes excluding the particle-wall interaction or idealizing it by application of the specular reflection as a boundary condition [1,2]. In general the diffuse reflection of electrons from a conductive surface, which is observed in experiments due to imperfection of the confinement camera or anisotropy of the medium [3-5] and is supposed to contribute to enhanced plasma heating [6] was neglected.

A special case of diffuse reflection is a "backward reflection" [7-9] during which the radial and azimuthal components of the velocity of particle collided with the wall of the trap change their signs to the contrary in a contrast to the "specular" reflection when only the sign of the radial velocity changes. A kinetic theory of the rotating cylindrical electron plasma considering a backward reflection of particles from the walls of the trap as the boundary condition was proposed in [10]. It is shown that the azimuthally asymmetric electrostatic oscillations in such system may be unstable.

Instability development in the Penning-Malmberg or Paul traps described in [10] can lead not only to ejection of particles on the chamber walls, but also to a particles' density redistribution and formation of the ordered structures such as bunches, Coulomb crystals and vortexes. The formation of such structures is possible in electron beams under the diocotron instability development [11,12] or under the influence of high-frequency ponderomotive force [13], the dynamics of similar electron bunches is considered in [14,15].

The change in electrons density profile is closely related to the probability of trapped particles cooling, since the potential energy of the particles which have formed bunches may greatly exceed their kinetic energy. Experimental and theoretical evaluation of the coupling parameter Γ (ratio of the potential energy of the beam's particles to their kinetic energy) given in [16,17] clearly indicate the cryogenic temperatures of electron bunches in the Penning-Malmberg traps which, therefore, are promising not only for the accumulation of particles but also for the electrons cooling and subsequent use for technological purposes [18].

The aim of this paper is to investigate the initial stage of pure electron plasma column instability development and subsequent ordered structures formation by modeling the growing ponderomotive force action on the electrons and estimating the electron plasma's coupling parameter.

PROBLEM FORMULATION

Let's consider the cylindrical waveguide in which the electron plasma beam performs an azimuthal rotation in self-consistent radial electric and external longitudinal magnetic fields [10]. The electron density's dependence on the transverse coordinate r is described by the following form:

$$n_e = \begin{cases} n_{oe}, & r \leq R_0 \\ 0, & r > R_0, \end{cases}$$

where R_0 - radius of the waveguide, and n_{oe} - unperturbed beam's density. There exists a possibility of an unstable axially asymmetric ($l \geq 1$) electrostatic fluctuations arising which may lead to a redistribution of the electrons' density profile. The growth rate of those unstable oscillations is defined as $\text{Im } \omega$ from the dispersion equation [10]:

$$\left(\xi_n^l\right)^2 = -\frac{6}{\pi^2} \frac{\Omega_e^2}{v_{te}^3} \frac{R_0 \Omega_*}{l} \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-1)^p \frac{\Omega_*}{\omega + p\Omega_*} \int_0^{\infty} e^{-x^2+2k_r x} \cos(2k_l x) dx, \quad (1)$$

where $\xi_n^l = \frac{\lambda_n^l}{R_0}$ - n -th root of the Bessel function of l -th order ($J_l(R_0 \xi_n^l) = 0$), $\Omega_* = \pm \omega_e \sqrt{1 - \frac{2\Omega_e^2}{\omega_e^2}}$,

$\Omega_e = \left(\frac{4\pi e^2 n_0}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}}$ and $\omega_e = \frac{eH_0}{m_e c}$ - plasma and cyclotron frequencies respectively; $k_l = \frac{l v_{te}}{R_0 \Omega_*}$, $k_r = \frac{\xi_n^l v_{te}}{\Omega_*}$, l -

azimuthal wave number, $v_{te} = \left(\frac{T_e}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}}$ - the electron thermal velocity, H_0 - the external magnetic field, m_e and e -

electron's mass and charge respectively, c - the speed of light in vacuum.

Analysis of the dispersion equation (1) predicts the instability of the perturbations of the electrostatic potential in the form:

$$\phi_{l,n}(r, l, t) = \Phi_{0l} J_0\left(\xi_n^l r\right) e^{-it \text{Re } \omega + t \text{Im } \omega} \cos l\phi, \quad (2)$$

where Φ_{0l} - the amplitude of electrostatic potential perturbation.

Solution (2) describes the formation of the electrostatic potential's humps and pits in the electron plasma rotating in the laboratory frame with $l\Omega$ frequency. At low densities of the plasma ($\Omega_e \ll \omega_e$) the potential's oscillations

frequency (2) is large enough ($\Omega_* \gg \Omega$, where $\Omega = \frac{\omega_e}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{2\Omega_e^2}{\omega_e^2}}\right]$) therefore it's easier to describe the

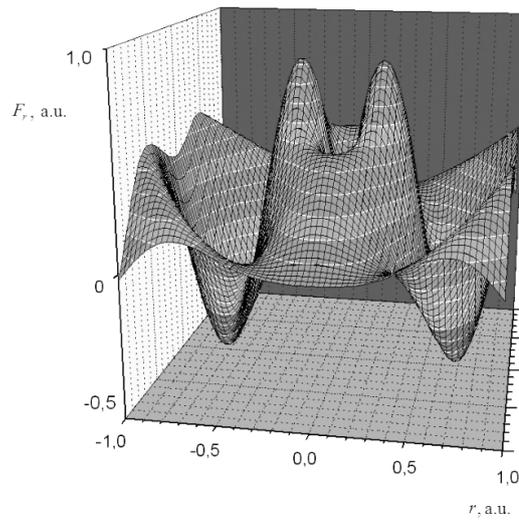
behavior of the electron beam introducing the ponderomotive force. Based on the definition, the ponderomotive force is a force that acts on a unit volume of a substance in the presence of oscillating and non-uniform electromagnetic fields due to the fact that the material is electrically charged, conductive, polarized and magnetized [19]. In the case of the azimuthal flow of electrons in the presence of potential's perturbations (2), this force is given by:

$$F_r = -\frac{e^2}{4m\omega^2} \frac{\partial}{\partial r} |\nabla\phi_l|^2$$

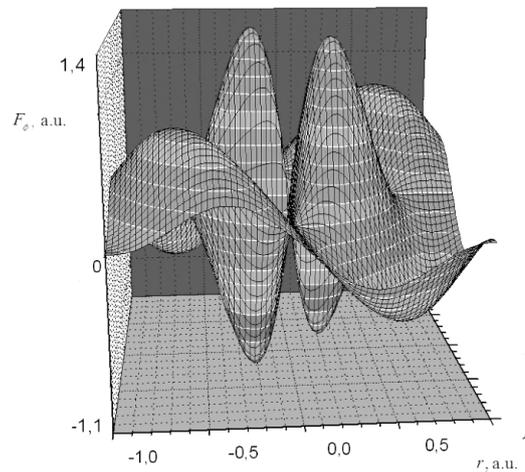
$$F_\phi = -\frac{e^2}{4m\omega^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\phi} |\nabla\phi_l|^2, \tag{3}$$

where F_r and F_ϕ - radial and azimuthal components of the ponderomotive force, which in the case of RF fields is also called the Miller force. Ponderomotive force's action on the electron beam rotating azimuthally leads to a redistribution of the particles.

Obviously, under the instability development the unperturbed stepped profile of the electrons' distribution function will change significantly and the equations (1) and (2) will not strictly apply. Nevertheless, they can be used to describe the initial stage of the electron beam's density redistribution ($\text{Im } \omega \ll \text{Re } \omega$).



a)



b)

Fig. 1. Miller (ponderomotive) force calculated for the electron beam $l=1$ radial (a) and azimuthal (b) components

SIMULATION RESULTS

Fig. 1 shows the topology of the Miller (ponderomotive) force acting on a rotating electron beam ($l=1$). As seen from Fig. 1, in a cylindrical electron beam rotating azimuthally in the external magnetic field with the boundary condition of particles backward reflection the electrons are "pushed" off the areas where the Miller force is negative and accumulated in the areas where Miller force is positive.

The following method of numerical simulation of the ordered structures' dynamics is applied: at the initial time a set of particles ($N > 10^5$) is randomly distributed over the cross section of the confinement chamber so that their density is not dependent on the radius. Runge-Kutta method of the fourth order is used to calculate the motion equations and to

determine coordinates and velocities of the particles under the influence of ponderomotive force. The results of numerical modeling for a selected group of electrons are shown in Fig. 2.

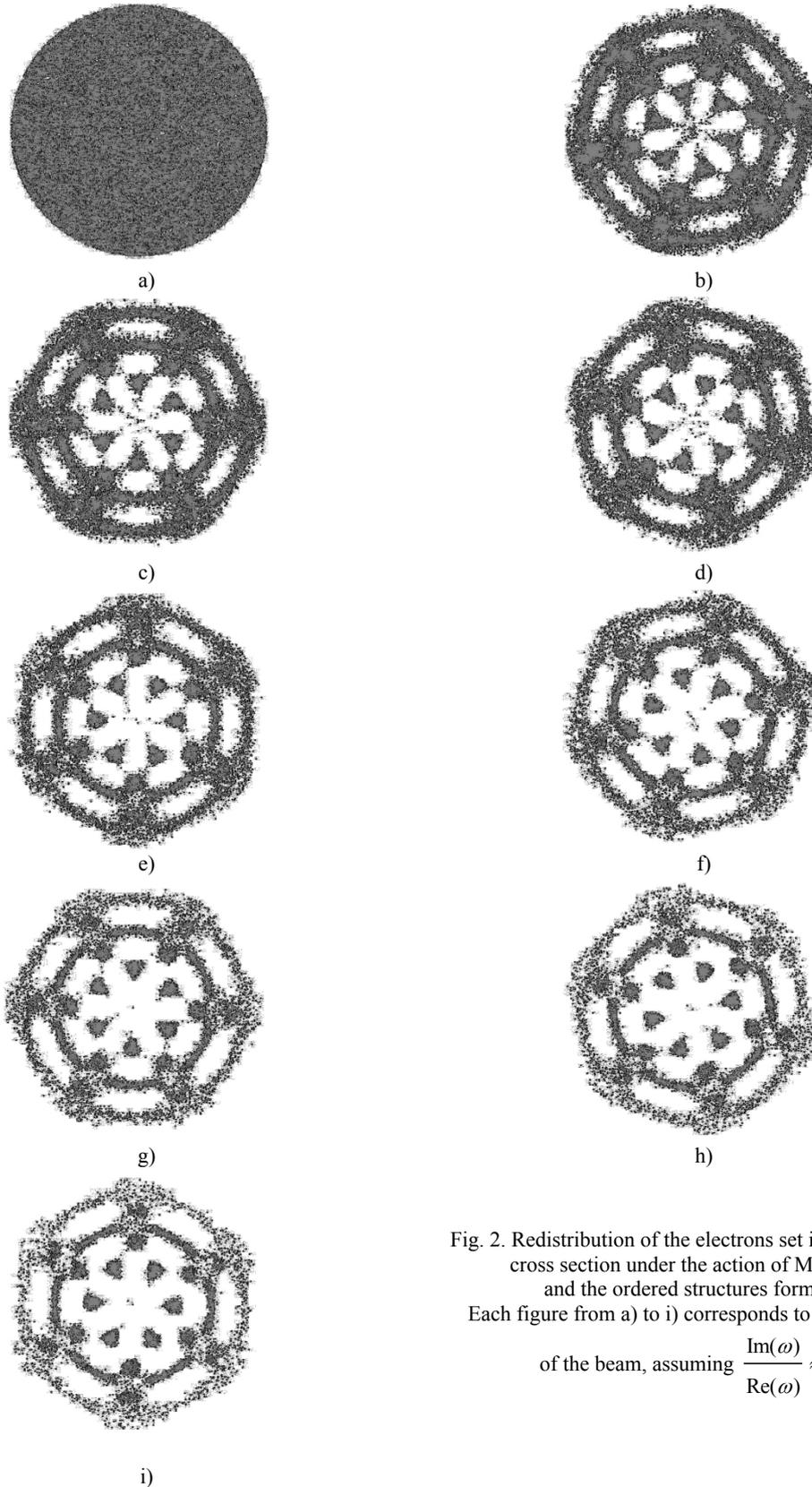


Fig. 2. Redistribution of the electrons set in the beam ($l=3$) cross section under the action of Miller force and the ordered structures formation. Each figure from a) to i) corresponds to 1000 rotations of the beam, assuming $\frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)} \approx 10^{-5}$.

According to [20,21], the electron plasma state can be described by the correlation parameter Γ i.e. the ratio of the plasma particle's kinetic energy to its potential energy ($\Gamma = \frac{E_{pot}}{E_{kin}}$ where E_{kin} and E_{pot} – kinetic and potential

energies of the beams particle respectively). For the electron plasma discussed above, the evaluation of the correlation parameter can be performed as follows:

$$\Gamma(t) \propto \frac{2e\Phi_{0l} \left| J_0 \left(\xi_n^l r \right) e^{-i\text{Re}\omega t} \cos l\phi \right|}{m_e v_e^2} e^{\gamma t}, \quad (4)$$

where γ - the growth rate of the instability (2).

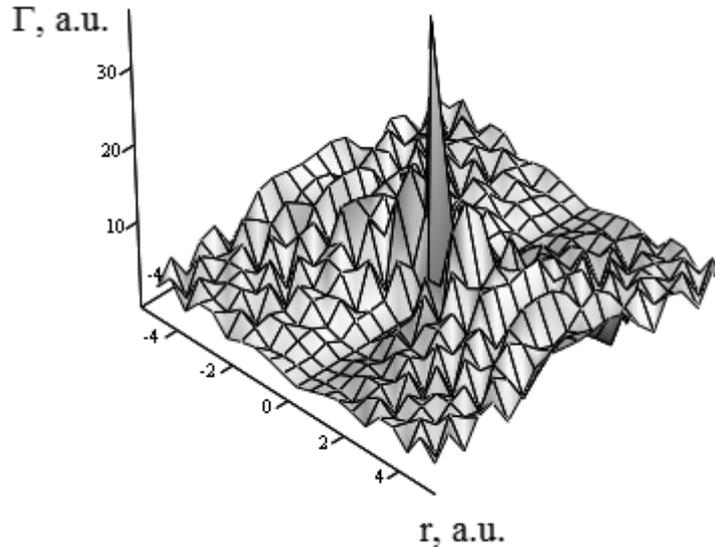


Fig. 3. Estimated value of the coupling parameter Γ in the cross section of the electron beam ($l=2$) after 1000 of rotations.

Fig.3 presents the estimate of the correlation parameter in the cross section of the confinement chamber after 10^3 of beam's ($l=2$) rotations. According to Fig.3 the instability development resulting a redistribution of the beam's density may also lead to the beam's cooling because the potential energy of the electrons located closer to the axis of the cylindrical trap greatly exceeds their kinetic energy. Thus the phase transition from gas (plasma) into the liquid state becomes possible. Assuming that the equations (2-4) remain valid for a longer time, further cooling the beam to the cryogenic temperatures (about 100K) and its transition to the state electron crystal [21] may also take place.

CONCLUSIONS

Slowly growing instability leads to a redistribution of the beam's particles under the action of the ponderomotive force and can cause the formation of rotating electron bunches. Under the weak distortion conditions of the initial electron plasma's density profile the formation of electron bunches rotating along with the plasma is possible. The possibility of electron beam cooling and its subsequent transition from the gaseous (plasma) to the liquid state until the formation of electronic crystals [11-15] may occur.

REFERENCES

1. Davidson R. C. Theory of Nonneutral Plasmas. – New York: Benjamin, 1974. – 199 p.
2. Nocentini A., Berk H.L., Sudan R.N. Kinetic Theory of the Diocotron Instability // J. Plasma Phys. – 1968. – Vol. 2. – P. 311–317.
3. Zheng-Ming Luo, Bin Jiang, Qing Hou Particle and energy reflection of fusion alpha-particles from some first wall materials // Plasma Physics and Controlled Fusion. – 1993. – Vol. 35. – No.9. – P. 1137–1143.
4. Taborek P., Goodstein D.L. Diffuse reflection of phonons and the anomalous Kapitza resistance // Phys. Rev. –1980. – Vol.B22. – P. 1550–1563.
5. Lock E.H. The properties of isofrequency dependences and the laws of geometrical optics // Phys. Usp. – 2008. – Vol. 178. – No.4. – P. 397–417.
6. Ferrante G., Zarcone M., Uryupin S.A. Enhanced electron heating in diffuse reflection by a plasma boundary // Physics Letters A. – 2002. – Vol. 300. – Issues 2-3. – P. 303–306.
7. Azbel M.Ya., Kaner E.A. Theory of cyclotron resonance in metals // JETP. – 1957. – Vol. 32. – No.4. – P. 896–913.
8. Kaner E. A. To the theory of cyclotron resonance // JETP. – 1957. – Vol. 33. – No.6 (12). – P. 1473–1476.
9. Kondratenko A. N. Plasma waveguides. – Moscow: Atomizdat, 1976. – 232p.
10. Lapshyn V.I., Tkachenko V.I., Tkachenko I.V. Kinetic theory of the azimuthal electron currents' potential waves // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". – 2002. - №574. – Iss.4(20). - S.49-56.
11. Driscoll C.F., Smith R.A., Huang X.-P., Malmberg J.H. Growth and Decay of turbulent vortex structures in pure electron plasmas, Structures in Confined Plasmas // Proc. of Workshop of U.S. – Japan Joint Institute for Fusion Program. Rept. NIFS-PROG-2. Nagoya. – 1990. – P. 69–76.

12. Driscoll C.F., Fine K.S. Experiments on vortex dynamics in pure electron plasmas // *Phys. Fluids*. – 1990. – Vol.B2 (6). – P. 1359–1366.
13. Bollinger J.J., Wineland D.J., Dubin D.H.E. Non-neutral ion plasmas and crystals, laser cooling, and atomic clocks // *Phys. Plasmas*. – 1994. – Vol.1 (5). – P. 1403–1414.
14. Christlieb A.J., Krasny R.; Verboncoeur J.P. A treecode algorithm for simulating electron dynamics in a Penning-Malmberg trap // *Computer Physics Communications*. – 2004 – Vol. 164. – Issue 1-3. – P. 306-310.
15. Eli Sarid, Teodorescu C., Marcus P.S., Fajans J. Breaking of Rotational Symmetry in Cylindrically Bounded 2D Electron Plasmas and 2D Fluids // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 93. – P.215002.
16. Jensen M.J., Hasegawa T., Bollinger J.J., Dubin D.H.E. Rapid Heating of a Strongly Coupled Plasma near the Solid-Liquid Phase Transition // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – Vol. 94 – No.2. – P. 025001:1–4.
17. F. Anderegg, Driscoll C.F., Dubin D.H.E., O’Neil T.M. Measurement of correlation-enhanced collision rates using pure ion plasmas // *Phys. Plasmas*. – 2010. – Vol. 17. – No.5. – P. 055702-7.
18. Steinmann J., Groß J., Herfurth F., Zwicknagel G. MD simulations of resistive cooling in HITRAP using GPUs // *AIP Conference Proceedings*. – 2013. – Vol. 1521. – Issue 1. – P. 240–249.
19. Maugin G. *Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids*. – Moscow: Mir, 1991. – 370p.
20. Malmberg J.H., O’Neil T.M., Hyatt A.W., Driscoll C.F. The cryogenic pure electron plasma // *Proc. of the Sendai Symposium on Plasma Nonlinear Phenomena*. – 1984.
21. Malmberg J.H. et al. Experiments with pure electron plasmas // *Reprints on Pure Electron Plasmas*. – University of San Diego, California, USA. – 1993. – Vol. 3-4. – section 3B.

PACS: 07.57. Kp, 42.60.Jf

MEASUREMENT OF ENERGY PARAMETERS OF LASER RADIATION WITH THREE-GRATINGS THINWIRE BOLOMETER

S.V. Pogorelov

*National university of pharmacy
Ukraine, Kharkov, Pushkinska str., 53
e-mail: svpog@yahoo.co.uk
Received May 6, 2014*

The measuring method of energy parameters of continuous and pulse laser radiation with three-gratings thin-wire bolometric gauge has been suggested and grounded. Dominant errors at the expense of nonlinearity of transformation characteristic of gauge have been studied and eliminated. The analysis of errors has been carried out for platinum bolometric gauge with diameter of grating elements 10 microns and laser radiation on wavelength 10.6 microns. It was shown that relative root-mean square deviation of power measurement is 0.6% and the energy one is 0.2%.

KEY WORDS: laser, bolometer, bolometric grating, pulse energy, power, polarization

ВИМІРЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ТРЬОХГРАТЧАСТИМ ТОНКОДРОТЯНИМ БОЛОМЕТРОМ

С.В. Погорелов

*Національний фармацевтичний університет
Україна, Харків, вул. Пушкінська, 53*

У роботі запропоновано та обґрунтовано методику вимірювання енергетичних параметрів безперервного та імпульсного лазерного випромінювання трьохградчастим тонкодротним болометричним вимірювачем. У роботі розглянуті та виключені домінуючі похибки за рахунок нелінійності характеристики перетворення вимірювача. Для платиного болометричного вимірювача з діаметром елементів ґраток 10 мкм та лазерного випромінювання з довжиною хвилі 10,6 мкм проведений аналіз похибок показав, що відносні СКВ вимірювання потужності складає 0,6%, а енергія імпульсу – 0,2%.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: лазер, болометр, болометрична решітка, енергія імпульсу, потужність, поляризація

ИЗМЕРЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ТРЕХРЕШЕТОЧНЫМ ТОНКОПРОВОЛОЧНЫМ БОЛОМЕТРОМ

С.В. Погорелов

*Национальный фармацевтический университет
Украина, Харьков, ул. Пушкинская, 53*

В работе предложена и обоснована методика измерения энергетических параметров непрерывного и импульсного лазерного излучения трехрешеточным тонкопроволочным болометрическим измерителем. В работе рассмотрены и исключены доминирующие погрешности за счет нелинейности характеристики преобразования измерителя. Для платинового болометрического измерителя с диаметром элементов решеток 10 мкм и лазерного излучения с длиной волны 10,6 мкм проведенный анализ погрешностей показал, что относительное СКО измерения мощности составляет 0,6%, а энергия импульса – 0,2%.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: лазер, болометр, болометрическая решетка, энергия импульса, мощность, поляризация

Одним из приоритетных направлений лазеров является повышение мощности лазерного излучения и улучшение его пространственно-временных параметров. При этом важными являются вопросы высокоточного измерения этих параметров в реальных условиях функционирования лазерных устройств [1,2,3]. При измерении характеристик высокоэнергетических лазерных пучков возникают специфические особенности процесса регистрации, которые вызваны нелинейным характером взаимодействия мощного лазерного излучения с материалом приемника. В ближнем и дальнем инфракрасных диапазонах лазерного излучения основным типом измерительных преобразователей являются тепловые приемники [4,5].

Одними из первичных измерительных преобразователей лазерного излучения являются тонкопроволочные болометры, которые используются для измерения параметров интенсивного и широкоапертурного лазерного излучения: непрерывной мощности, энергии однократных импульсов [6], профильного распределения интенсивности излучения, состояния поляризации [7], обобщенной площади пучка [8], его диаметра [9] и других. При существенных температурах нагрева болометра излучением изменяются его основные физические параметры (температурный коэффициент сопротивления, фактор эффективности поглощения, удельная теплоемкость, коэффициент теплообмена с внешней средой), определяющие его коэффициент преобразования. Появляющаяся нелинейность характеристики преобразования болометра, усиливающаяся неравномерным распределением интенсивности излучения по площади входной апертуры измерителя, приводит к систематическим погрешностям измеряемых параметров излучения. Одним из наиболее подходящих материалов болометров является платина, имеющая высокую температуру плавления и хорошие антикоррозийные свойства.

Целью работы является обоснование методики измерения энергетических параметров мощного непрерывного и импульсного лазерного излучения, коэффициента неравномерности распределения интенсивности излучения по площади входной апертуры решеток и поляризационных коэффициентов взаимодействия болометрических элементов решеток с излучением профильными болометрическими решетками с исключением систематических погрешностей за счет нелинейности характеристики преобразования болометров.

Для измерения указанных параметров излучения используются три идентичные профильные болометрические решетки с 16 тонкопроволочными элементами в каждой. Болометрические элементы решеток имеют угловые направления $\psi_1 = 0$; $\psi_2 = +\pi/3$ и $\psi_3 = -\pi/3$. Сигналы регистрируются с каждого болометрического элемента решеток.

МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Вектор напряженности электрического поля с линейной поляризацией $\vec{\mathbf{e}}$ образует углы φ_i относительно i -ых решеток. За положительное направление отсчета углов ψ_i и φ_i выбрано направление против хода часовой стрелки.

Сигналы решеток при измерении непрерывной мощности можно записать

$$U_i = \sum_{j=1}^n U_{ij} = \eta_0 \bar{P} F_i(k_i \delta \bar{P}) k_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Расшифровка величин, входящих в данное выражение, дана в [6]. При измерении энергии импульса излучения в данном выражении необходимо \bar{P} заменить на среднюю погонную удельную падающую энергию \bar{E}/m .

Поляризационные коэффициенты взаимодействия для линейной поляризации излучения имеют вид

$$k_i = \cos^2(\varphi - \psi_i) + K_D \sin^2(\varphi - \psi_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

где K_D – коэффициент дихроизма болометра, равный отношению факторов эффективности поглощения для перпендикулярной и параллельной оси болометра линейной поляризации излучения. В случае эллиптической поляризации излучения поляризационные коэффициенты решеток записываются

$$k_i = K_D - (K_D - 1) \left[\zeta_{x_i}^2 \cos^2 \psi_i + \zeta_{y_i}^2 \sin^2 \psi_i + \zeta_{x_i} \zeta_{y_i} \sin 2\psi_i \cos \alpha_i \right], \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

где ζ_{x_i} и ζ_{y_i} – относительные взаимно перпендикулярные амплитуды электрического поля относительно i -ой решетки. Эти составляющие связаны соотношением $\zeta_{x_i}^2 + \zeta_{y_i}^2 = 1$; α_i – сдвиг фаз между электрическими составляющими ζ_{x_i} и ζ_{y_i} .

Сумма поляризационных коэффициентов как для линейной поляризации по формуле (2), так и для эллиптической поляризации по формуле (3) дает одно и тоже значение

$$\sum_{i=1}^3 k_i = \frac{3}{2} (1 + K_D). \quad (4)$$

Профильные сигналы болометрических элементов решеток U_{ij} позволяют определить коэффициенты неравномерности распределения интенсивности излучения каждой решетки [8]

$$\delta_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{U_{ij}^2}{\bar{U}_i^2}; \quad \bar{U}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n U_{ij}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

где \bar{U}_i – среднее значение сигналов болометрических элементов i -ой решетки. Общий коэффициент неравномерности распределения интенсивности излучения по площади входной апертуры преобразователя будет

$$\delta = (\delta_1 \delta_2 \delta_3)^{\frac{2}{3}}. \quad (6)$$

Нормированные коэффициенты преобразования решеток $F_i(k_i \delta \bar{P})$ в нелинейном режиме работы платиновых болометров хорошо аппроксимируются полиномами второй степени от $k_i \delta \bar{P}$ в виде [10]

$$F_i(k_i \delta \bar{P}) = 1 + a_p k_i \delta \bar{P} + b_p (k_i \delta \bar{P})^2 \quad (7)$$

и для длины волны излучения 10,6 мкм, диаметра болометров 10 мкм и температуры окружающей среды $T=20^\circ\text{C}$ коэффициенты данного полинома со своими относительными средними квадратичными отклонениями (СКО) составляют: $a_p = -8,0 \cdot 10^{-3} \text{ см/Vm}$; $\sigma_a = 0,05$; $b_p = -1,4 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{Vm}^2$; $\sigma_b = 0,06$, а коэффициент преобразования $\eta_{0,p} = 0,494 \text{ см/Vm}$, $\sigma_{\eta_0} = 0,01$. Значения соответствующих коэффициентов для средней

погонной удельной энергии \bar{E}/m будут [10]: $\eta_{0E} = 1,159 \text{ э/кДж}$, $\sigma_{\eta_{0E}} = 1,7 \times 10^{-3}$; $a_E = 1,546 \times 10^{-1} \text{ э/кДж}$, $\sigma_{a_E} = 2,7 \times 10^{-3}$; $b_E = -3,2 \times 10^{-2} \text{ э/кДж}$, $\sigma_{b_E} = 1,6 \times 10^{-3}$.

Как следует из выражений (1) и (7), сумма сигналов решеток будет давать кубическое уравнение относительно \bar{P} и оно будет являться уравнением измерения

$$M(\bar{P}) = -U_{\Sigma} + c\bar{P} + d\bar{P}^2 + f\bar{P}^3 = 0, \quad (8)$$

где $U_{\Sigma} = \frac{1}{\eta_0} \sum_{i=1}^3 U_i$; $c = \sum_{i=1}^3 U_{i0}$; $d = a\delta \sum_{i=1}^3 U_{i0}^2$; $f = a\delta^2 \sum_{i=1}^3 U_{i0}^3$.

Входящие в него коэффициенты η_0 , a и b известны, коэффициент δ в первом приближении находится по профильным сигналам и выражению (6). Коэффициенты k_i можно приближенно определить по сигналам решеток считая, что болометры работают в линейном режиме и $F_i(k_i\delta\bar{P}) = 1$, вводя нормированные сигналы решеток

$$U_{i0} = \frac{U_i}{\eta_0 \bar{P}} = \frac{3}{2} (1 + K_D) \frac{U_i}{\sum_{i=1}^3 U_i} = k_i. \quad (9)$$

Видно, что в этих условиях нормированные сигналы решеток равны поляризационным коэффициентам взаимодействия болометров с излучением.

По методике вычисления фактора эффективности поглощения (ФЭП) q^E платинового болометра диаметром 10 мкм и Е-поляризованного излучения с длиной волны 10,6 мкм, изложенной в работе [10], были вычислены значения ФЭП того же болометра для Н-поляризованного излучения q^H , приведенные в третьем столбце таблицы. Зная q^E и q^H в диапазоне температур (0...1500)°С были вычислены значения коэффициента дихроизма K_D , приведенные в четвертом столбце. Видно, что K_D очень слабо изменяется в указанном диапазоне температур и среднее значение его равно 1,381.

По значениям в первом приближении коэффициентов δ и k_i путем решения уравнения (8) находится в первом приближении значение средней погонной падающей мощности на болометрические элементы \bar{P}' . Уравнение (8) имеет одно действительное решение, определяющее \bar{P}' , и два комплексных. Определяется в первом приближении эффективная мощность $\delta\bar{P}'$. И теперь вводятся поправки на систематические погрешности найденных коэффициентов δ и k_i за счет нелинейности характеристики преобразования болометров.

Таблица.

Температурные зависимости факторов эффективности поглощения и коэффициента дихроизма

T, °C	q^E	q^H	K_D
0	0,0363	0,0500	1,377
100	0,0427	0,0588	1,377
200	0,0481	0,0662	1,376
300	0,0527	0,0727	1,379
400	0,0569	0,0784	1,379
500	0,0605	0,0836	1,381
600	0,0639	0,0882	1,380
700	0,0670	0,0925	1,381
800	0,0698	0,0964	1,381
900	0,0724	0,1000	1,381
1000	0,0748	0,1033	1,381
1100	0,0770	0,1064	1,382
1200	0,0791	0,1093	1,382
1300	0,0809	0,1120	1,384
1400	0,0827	0,1145	1,384
1500	0,0844	0,1168	1,384

Нелинейность поляризационных коэффициентов k_i можно определить исходя из выражений (1) и (4). Так в нелинейном режиме работы болометров поляризационный коэффициент первой решетки будет иметь

значение k_1' , который определяется выражением

$$k_1' = \frac{1,5(1+K_D)}{1 + \frac{F_2 k_2}{F_1 k_1} + \frac{F_3 k_3}{F_1 k_1}}, \quad (10)$$

в котором k_i есть значения коэффициентов для падающего на болометры излучения. Аналогичные выражения будут и для коэффициентов k_2' и k_3' . На рис. 1а приведены зависимости отношения k_i/k_1' в зависимости от k_1' и эффективной мощности излучения $\delta \bar{P}'$. Из полученных зависимостей видно, что при значениях k_1' меньше $0,5(1+K_D)$ будет происходить завышение k_1' по сравнению с k_i , а при значениях k_1' больше $0,5(1+K_D)$ будет происходить занижение k_1' . По найденному в первом приближении значению $\delta \bar{P}'$ находят по кривым рис. 1а поправочные множители к коэффициентам k_i' и их значения во втором приближении будут k_i'' .

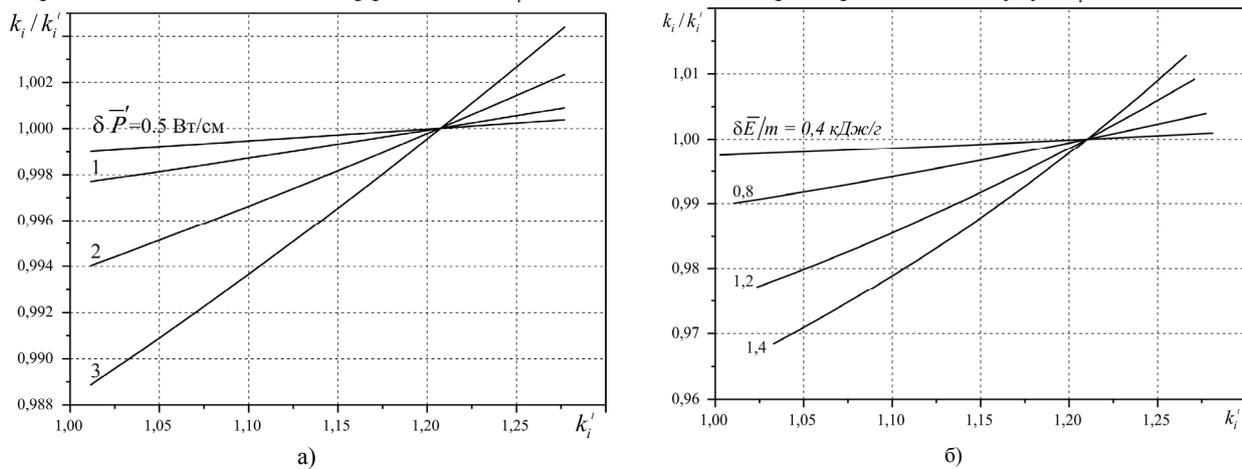


Рис. 1. Зависимости поляризационного коэффициента k_1 от измеренного значения k_1'

а) для разных значений $\delta \bar{P}'$; б) для разных значений $\delta \bar{E}'/m$

Следует отметить, что как для линейной, так и для эллиптической поляризации излучения поляризационные коэффициенты могут принимать значения от 1 до K_D . На рис. 1б приведены зависимости отношения k_i/k_1' для эффективной удельной энергии $\delta \bar{E}'/m$. В импульсном режиме нелинейность поляризационных коэффициентов k_i меньше, чем для непрерывной мощности. Это объясняется меньшим изменением нормированного коэффициента преобразования болометра $F\left(\delta \frac{\bar{E}'}{m}\right)$ и его прохождением через максимальное значение.

Нелинейность коэффициента δ определялась для гауссова пучка излучения, энергетический центр которого расположен в центре решетки и имеющего среднеквадратический радиус $\sigma = 2\chi$, где χ - период решетки, длина каждого болометрического элемента составляла $2\ell_0$.

Коэффициент δ_i каждой решетки вычислялся по выражению (5) с учетом падающей интенсивности и ее состояния поляризации на каждый болометрический элемент, определения его нормированного коэффициента преобразования и нормированного сигнала.

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ И ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ

Вычисления проводились для средней погонной падающей мощности в интервале $\bar{P} = 0 \dots 1 \text{ Вт/см}$ и средней погонной удельной энергии в интервале $\bar{E}/m = 0 \dots 0,4 \text{ кДж/г}$. Полученные зависимости показаны на рис. 2. По оси ординат отложено отношение δ/δ_0 , где $\delta_0 = S_0/4\pi\sigma^2 = 5,093$ - коэффициент неравномерности распределения интенсивности излучения в линейном режиме работы болометров и S_0 - площадь решетки. По оси абсцисс отложены эффективная мощность $\delta \bar{P}$ и эффективная удельная энергия $\delta \bar{E}/m$. Указанные кривые не зависят от изменения угла направления линейной поляризации излучения.

Кривая для энергии импульса излучения растет, проходит через максимум и потом спадает. В указанном интервале $\delta \bar{E}/m$ коэффициент δ может увеличиваться на 6,2 %. Кривая для непрерывной мощности в указанном интервале $\delta \bar{P}$ уменьшается на 10,5 %. Аналогичные кривые получаются и для других гауссовых пучков.

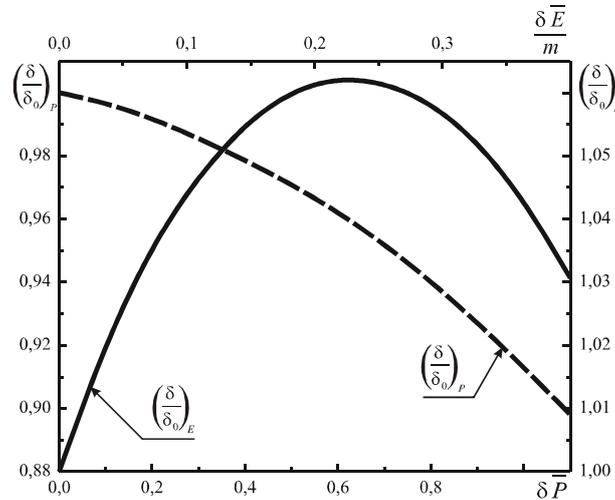


Рис.2. Зависимости относительных коэффициентов неравномерности распределения δ/δ_0 от $\delta \bar{P}$ и $\delta \bar{E}/m$.

По скорректированным значениям коэффициентов k_i и δ уточняются значения коэффициентов c , d и f .

Со скорректированными коэффициентами снова решается уравнение (8) и находится уточненное значение \bar{P}'' . Можно аналогичным образом проводить последующие уточнения величины \bar{P} . Мощность пучка лазерного излучения будет

$$P = 3 \frac{\bar{P}}{d_\delta} S, \tag{11}$$

где d_δ – диаметр болометрических элементов; S – площадь каждой решетки.

Перейдем к оценке случайной погрешности измеренной падающей на болометр средней погонной мощности \bar{P} , вызываемой случайными погрешностями регистрации сигналов болометрических элементов. Коэффициент неравномерности распределения падающей мощности пусть будет $\delta = 4,0$, а $\bar{P} = 0,5 \text{ Bm/cm}$. Количество болометрических элементов в каждой решетке составляет n .

Абсолютное СКО измеряемых сигналов болометрических элементов $\sigma_{U_{ij}}$ определяется уровнем квантования амплитудно-цифровых преобразователей (АЦП), а относительное СКО сигналов решеток будет

$$\sigma_{\bar{U}_i,0} = \frac{\sigma_{U_i}}{U_i} = \frac{\sigma_{U_{ij}} / \sqrt{n}}{U_i} = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\sigma_{U_{ij}}}{U_i}. \tag{12}$$

Величина $\sigma_{U_{ij}}/\sqrt{U_i}$ представляет собой среднее значение относительного СКО измеряемых сигналов болометрических элементов i -ой решетки и для современных АЦП довольно легко может быть обеспечено значением 10^{-3} . Будем считать, что эта величина не будет превышать приведенного значения. Тогда $\sigma_{\bar{U}_i,0} = 2,5 \times 10^{-4}$ и сигналы решеток будут регистрироваться точнее сигналов болометрических элементов.

Для коэффициента неравномерности распределения интенсивности излучения i -ой решетки дисперсия будет определяться

$$\sigma_{\delta_i}^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^n \left[\left(\frac{2U_{ij}}{U_i} \right)^2 \sigma_{U_{ij}}^2 + \left(-\frac{2U_{ij}^2}{U_i^3} \right)^2 \sigma_{U_i}^2 \right]. \tag{13}$$

Если учесть, что $U_{ij}/\sqrt{U_i} \approx 1$, то после несложных алгебраических преобразований получим

$$\sigma_{\delta_i} = 2 \sqrt{\frac{n+1}{n}} \sigma_{\bar{U}_i,0} = 5 \times 10^{-4}, \tag{14}$$

а относительное СКО коэффициента δ при условии, что $\delta_1 \approx \delta_2 \approx \delta_3 \approx \delta_i$, будет

$$\sigma_{\delta_0} = \frac{2\sigma_{\delta_i}}{\delta} = 2,5 \times 10^{-4}. \quad (15)$$

Относительное СКО $\sigma_{K_{i0}}$ величины k_i , которая определяется выражением (9), будет

$$\sigma_{K_{i0}}^2 = \left(\frac{K_D}{k_i} \frac{\partial k_i}{\partial K_D} \right)^2 \sigma_{K_{D0}}^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{U_i}{k_i} \frac{\partial k_i}{\partial U_i} \right)^2 \sigma_{U_{i0}}^2. \quad (16)$$

После несложных вычислений получаем значение $\sigma_{K_{i0}} = 0,37 \times 10^{-3}$. Перейдем к оценке относительного СКО $\sigma_{\bar{P}_0}$ падающей погонной средней мощности \bar{P} на болометрические элементы. Величина \bar{P} удовлетворяет уравнению (8) и $\sigma_{\bar{P}_0}$ будет определяться коэффициентами U_Σ, c, d, f и их относительными СКО. Можно записать

$$\sigma_{\bar{P}_0}^2 = \left(\frac{U_\Sigma}{\bar{P}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial U_\Sigma} \right)^2 \sigma_{U_{\Sigma_0}}^2 + \left(\frac{c}{\bar{P}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial c} \right)^2 \sigma_{c_0}^2 + \left(\frac{d}{\bar{P}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial d} \right)^2 \sigma_{d_0}^2 + \left(\frac{f}{\bar{P}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial f} \right)^2 \sigma_{f_0}^2, \quad (17)$$

где $\sigma_{U_{\Sigma_0}}, \sigma_{c_0}, \sigma_{d_0}, \sigma_{f_0}$ – относительные СКО соответствующих величин. Частные производные \bar{P} от коэффициентов будем получать в результате дифференцирования неявной функции в виде уравнения (8). Например для коэффициента c частная производная будет иметь вид:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial c} = - \frac{\partial M(\bar{P}) / \partial c}{\partial M(\bar{P}) / \partial \bar{P}} = - \frac{\bar{P}}{c + 2d\bar{P} + 3f\bar{P}^2}, \quad (18)$$

и таким образом для остальных коэффициентов. Относительные СКО коэффициентов будут определяться соответствующими выражениями в формуле (8) и их оценки будут:

$$\begin{aligned} \sigma_{U_{\Sigma_0}}^2 &\approx \sigma_{U_{i_0}}^2 + \sigma_{n_0}^2 \approx \sigma_{n_0}^2 = 10^{-4}; \\ \sigma_{c_0}^2 &= \left(\frac{K_D}{c} \frac{\partial c}{\partial K_D} \right)^2 \sigma_{K_{D_0}}^2 \approx 4 \times 10^{-8}; \\ \sigma_{d_0}^2 &= \sigma_{a_0}^2 + \sigma_{\delta_0}^2 + 4\sigma_{U_{i_0}}^2 \approx 25 \times 10^{-4}; \\ \sigma_{f_0}^2 &= \sigma_{b_0}^2 + 4\sigma_{\delta_0}^2 + 9\sigma_{U_{i_0}}^2 \approx 36 \times 10^{-4}. \end{aligned}$$

Подставляя для выбранных параметров излучения значения коэффициентов, их относительных СКО и частных производных получаем относительное СКО средней падающей погонной мощности $\sigma_{\bar{P}_0} = 0,53\%$. Относительное СКО полной мощности пучка лазера, в соответствии с выражением (11), будет определяться выражением

$$\sigma_{P_0} = \left(\sigma_{\bar{P}_0}^2 + \sigma_{d\delta_0}^2 + \sigma_{S_0}^2 \right)^{1/2} \approx \sigma_{\bar{P}_0} = 0,53\%. \quad (19)$$

ВЫВОДЫ

Обоснована методика измерения непрерывной мощности и энергии импульса лазерного излучения тремя профильными болометрическими решетками с исключением доминирующей погрешности за счет нелинейности характеристики преобразования болометра. Проведен метрологический анализ погрешностей получаемых результатов измерений.

Основной вклад в относительное СКО σ_{P_0} вносит относительное СКО коэффициента преобразования σ_{n_0} . Для измерения энергии импульса лазера на основании работы [10] относительное СКО средней удельной погонной энергии $\sigma_{\frac{E_0}{m}}$ не будет превышать 0,2%. Относительное СКО полной мощности или энергии импульса лазера будут аналогичными, так как относительные СКО площади решетки, диаметра болометра и его погонной массы будут значительно меньше $\sigma_{\bar{P}_0}$ и $\sigma_{\frac{E_0}{m}}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Timofeev E.P. Razrabotka i issledovanie sredstv izmerenii energeticheskikh kharakteristik lazernogo izlucheniya // Ukrains'kyi metrologichnyi zhurnal. – 2009. – No.2 – S.29-34.
2. Oleinik A.S., Fedorov A.V. Metod vizual'nogo kontrolya parametrov puchkov lazernogo izlucheniya na dlinakh voln 0,3-10,6 mkm pri pomoshchi opticheski bistabil'noi sredy Al-VO2-D (dielektrik) // Izmeritel'naya tekhnika. – 2010. – No.12. – S.20-24.
3. Raitsin A.M. Opredelenie prostranstvenno-energeticheskikh kharakteristik lazernogo izlucheniya s uchedom ogranichenogo dinamicheskogo diapazona izmeritel'nogo ustroystva // Izmeritel'naya tekhnika. – 2013. – No.8. – S.23-27.

4. Smuk S., Kochanov Yu, Petrosenko M., Solomitskii D. Infrakrasnye datchiki dlinnovolnovogo diapazona na kvantovykh yamakh // Komponenty i tekhnologii. – 2014. – No.1. – S.152-157.
5. Esman A.K., Kuleshov V.K., Zikov G.L. Neokhlazhdaemyi vysokoeffektivnyi mikrobolometricheskii priemnik antennogo tipa // Izmeritel'naya tekhnika. – 2012. – No.2. – S.43-45.
6. Kuz'michev V.M., Solov'ev V.A., Lapko A.V. Izmerenie energeticheskikh parametrov intensivnogo lazernogo izlucheniya profil'nym tonkoprovolochnym bolometrom // Radiofizika i radioastronomiya. – 1999. – T.4. – No.3. – S.287-295.
7. Kuz'michev V.M., Kuz'micheva E.V. Izmerenie ellipticheskoi polarizatsii intensivnogo lazernogo izlucheniya nelineinymi tonkoprovolochnymi bolometrami // Izmeritel'naya tekhnika. – 1998. – No.6. – S.19-22.
8. Kuz'michev V.M., Pokhil'ko S.N. Metodika izmereniya obobshchenoi ploshchadi lazernogo puchka // Izmeritel'naya tekhnika. – 2000. – No.3. – S.39-42.
9. Kuz'michev V.M., Safronov B.V., Pogorelov S.V., Balkashin V.P. Izmerenie mikrometrovykh diametrov sfokusirovannogo lazernogo izlucheniya tonkoprovolochnym bolometrom // Izmeritel'naya tekhnika. – 2002. – No.3. – S.28-30.
10. Kuz'michev V.M., Pogorelov S.V. Opredelenie kharakteristiki preobrazovaniya platinovogo bolometra dlya izmereniya energii impul'sa lazera // Izmeritel'naya tekhnika. – 2004. – No.5. – S.23-25.

PACS: 07.77.Gx; 87.15.M-; 87.15.N-; 82.39.Rt

STUDY OF PROCESSES DURING ELECTROLYSIS OF ORGANIC DYE SOLUTION BY MEANS OF ION-PHOTON SPECTROMETRY

I.A. Afanas'eva, S.S. Alimov, V.V. Bobkov, V.V. Gritsyna, I.I. Oksenyuk, D.A. Ryzhov, D.I. Shevchenko

*V.N. Karazin Kharkov National University
4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine
e-mail: afaninna@i.ua
Received April 30, 2014*

Spectral composition and quantum yield of radiation of the excited particles sputtered by an ion beam from surfaces of the dried sediment formed on electrodes at the electrolysis of the organic dye were studied by the method of ion-photon spectrometry. A correspondence between processes taking place near the electrode during the electrolysis of the organic dye solution and the composition of excited particles knocked out from the dried sediment formed on the electrodes was shown.

KEY WORDS: ion-photon spectrometry, excited particles, spectral composition, quantum yield of radiation, organic dyes, electrolysis

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ, ЩО ПРОТІКАЮТЬ ПРИ ЕЛЕКТРОЛІЗІ РОЗЧИНУ ОРГАНІЧНОГО БАРВНИКА, МЕТОДОМ ІОННО-ФОТОННОЇ СПЕКТРОМЕТРІЇ

І.О. Афанасьєва, С.С. Алімов, В.В. Бобков, В.В. Грицина, І.І. Оксенюк, Д.А. Рижов, Д.І. Шевченко

*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
пл. Свободи, 4, Харків, Україна, 61022*

Методом іонно-фотонної спектрометрії досліджено спектральний склад та квантовий вихід випромінювання збуджених частинок, вибитих іонним пучком з поверхні висушених осадів, що утворилися на електродах при електролізі органічного барвника. Показано наявність кореляції між процесами, що протікають поблизу електродів у процесі електролізу органічного барвника та складом збуджених частинок, вибитих з поверхні висушених осадів, що утворилися на електродах

КЛЮЧОВІ СЛОВА: іонно-фотонна емісія, збуджені частинки, спектральний склад, квантовий вихід випромінювання, органічні барвники, електроліз

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ, ПРОТЕКАЮЩИХ ПРИ ЭЛЕКТРОЛИЗЕ РАСТВОРА ОРГАНИЧЕСКОГО КРАСИТЕЛЯ, МЕТОДОМ ИОННО-ФОТОННОЙ СПЕКТРОМЕТРИИ

И.А. Афанасьева, С.С. Алимов, В.В. Бобков, В.В. Грицина, И.И. Оксенюк, Д.А. Рызхов, Д.И. Шевченко

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
пл. Свободы, 4, Харьков, Украина, 61022*

Методом ионно-фотонной спектрометрии исследован спектральный состав и квантовый выход излучения возбужденных частиц, выбитых ионным пучком с поверхности высушенных осадков, образовавшихся на электродах при электролизе органического красителя. Показано наличие корреляции между процессами, протекающими вблизи электродов в процессе электролиза органического красителя и составом возбужденных частиц, выбитых с поверхности высушенных осадков, образовавшихся на электродах.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ионно-фотонная эмиссия, возбужденные частицы, спектральный состав, квантовый выход излучения, органические красители, электролиз

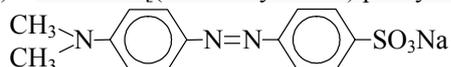
Solutions of substances belonging to azo dyes are widely used for diagnostics and treatment of various diseases [1, 2]. The study of the processes taking place during their dissolution is an important task. Methods based on the phenomena of secondary particles emission under ion bombardment of solids such as secondary ion mass-spectrometry (SIMS) and ion-photon spectrometry (IPS) are widely used. One of them (ISP) based on the phenomenon of ion-photon emission (IPE) which consists in knocking out of the particles in the excited states from the surface followed by emissions of photons. In our earlier papers [3, 4] the possibility of using ion-photon spectroscopy (IPS) for studies of organic compounds: dyes, lipids, and their mixtures, was considered. Original substances as well as sediments obtained by recrystallization of their water and alcohol solutions were studied. It was found that the number of excited particles ejected from the samples by ion bombarded is changing when going from the initial sample to the recrystallized precipitation. Moreover, the yield of excited particles depends both on the properties of the dye (its structure and solubility in various solvents) and on the method of sample preparation (range of recrystallization temperature, solvent properties). These results clearly show that there is a correspondence between the method of the sample preparation and

the yield of excited particles under ion bombardment. Thus analyzing IPE parameters of recrystallized substances the information about the processes occurring during their dissolution can be obtained.

Purpose of this work were analyzed by means of IPS of samples of substance precipitations obtained on a surface of the electrode when flowing the electrical current through the dye water solution. Comparison of obtained data with the known information about the processes in electrolytes allows us to estimate the applicability of IPS for studying the processes in organic compound solutions via analysis of their precipitations.

EXPERIMENT

In this work methyl orange dye (MO) – sodium 4-[(4-dimethylamino) phenyldiazenyl] benzenesulfonate



was studied [5] as it widely used for the analysis of processes in complex organic systems. Samples were prepared in a specially build electrolytic bath. Saturated MO water solution of red-orange colour was used as an electrolyte. Graphite plates of $1 \times 16 \times 1 \text{ mm}^3$ size were used as electrodes. DC voltage of 8 V was applied to the electrodes. An electrolysis procedure was performed at room temperature and lasted 60 min.

During electrolysis gaseous products were segregated on the cathode. Foaming of the electrolyte was observed on the anode which presumes forming of gas bubbles and fine-dispersed precipitation. The electrolyte changed its colour from red-orange to crimson one. The graphite anode was breaking down during all electrolysis procedure. Graphite particles felt into solution bulk and formed a suspension. The electrolyte got dark-red colour and lost its transparency towards to the end of the experiment.

During dissolution of the dye it dissociates on ions: anion



and cation Na^+ . Oppositely charged dye ions drifting under the influence of the electrical field to the different electrodes cause oxidation-reduction reactions on the electrodes resulted in their changing. Material of the cathode (sample CS), of the anode (sample AS) and the sediment from the near-electrode area (sample AD 1) were studied by means of IPS. The suspension that was formed in the solution bulk during the electrolysis was dried and studied in a similar way (AD 2). As the reference sample (RS) the sediment prepared by recrystallization from the saturated water MO solution at the room temperature was used.

IPE parameters were carried out for all samples on the experimental installation described in [6]. The ion source (IS) generated mass-separated 20 keV argon ion beam of $10 \div 20 \mu\text{A} \cdot \text{cm}^{-2}$ current density. The target was positioned in the chamber (TC) so that the incidence angle of the ion beam was 45° to the target surface normal. The pressure in the TC was $(1 \div 2) \cdot 10^{-4} \text{ Pa}$ and did not change when operating the IS. Radiation of excited particles sputtered from the target surface by an ion beam was fed out through TC window and focused by achromatic lens on the entrance slit of the setup for collection and analysis of radiation. The geometry of radiation collection permitted determination of a full amount of photons emitted by excited particles leaving the surface. Emission spectra in the wavelengths range $250.0 \div 800.0 \text{ nm}$ were recorded by photoelectric registration system, operating in photon counting mode.

RESULTS AND DISCUSSION

Optical emission spectra of excited particles sputtered from the sample surface during ion bombardment were obtained. The fragments of these spectra are shown in Fig. 1. The spectral composition these spectra were determined. Quantum yield for lines with intensity of not less than two times exceeding the background level were calculated.

The analysis of spectra of exited particles sputtered from all samples has shown that following lines were present in all spectra:

- emission lines of hydrogen atom (λ 486.1 nm, H_β ; λ 56.2 nm, H_α);
- molecular bands of CH radical (λ 431.2 nm, system 430 nm, transition $^2\Sigma - ^2\Pi$, g.s.; λ 387.2 nm, system 390 nm, transition $^2\Sigma - ^2\Pi$, g.s.);
- lines of Na I spectrum (λ 568.2, 568.8, 588.9, 589.6, 330.2 nm);
- number cants of a molecule band that is not yet interpreted.

It should be noted that in emission spectra of particles knocked out from the samples RS, CS, AD 1 and AD 2, emission lines of aluminium, magnesium and calcium atoms were observed. These atoms were probably present in the dye as the impurity substance since these lines were also registered in the IPE spectra of the solid target make up from pressed powder of the corresponding dye. In the spectra of deposition formed on the positive electrode (AS) lines related to the impurity not observed.

Quantum yield of emission (γ_λ) – the number of photons of the analysed wavelength per one incident ion – was calculated (see the Table 1) for the main emissions (lines of hydrogen atom and molecular band of CH radical) and the most intensive characteristic emissions (lines of Na atom). According to [6] spectral line intensity I_λ is related to the quantum yield as $I_\lambda \sim \gamma_\lambda \cdot (hc / \lambda)$, where hc / λ – quantum energy. Values of γ_λ for all lines of impurities which present at spectra of different samples are shown in the Table 2.

Table 1

Quantum yields of main and characteristic emissions

λ , nm	Interpretation	γ_λ , 10^{-6} phot./ion				
		The water solution of methyl orange dye				
		RS (a)	CS (b)	AS (c)	AD 1 (d)	AD 2 (e)
431.2	CH	2	5.5	1.4	1.9	3.2
486.1	H β	0.5	1.4	0.3	0.4	0.7
656.2	H α	6.6	17.3	4.2	3.9	9
568.2; 568.8	Na I	3.1	0.9	-	1.3	2.1
588.9; 589.6	Na I	250.4	24.8	0.5	95.6	204.2
330.2	NaI	2.2	0.5	-	0.8	0.8

Table 2

Quantum yields of impurity lines in different samples spectra

λ , nm	Interpretation	γ_λ , 10^{-6} phot./ion			
		RS (a)	CS (b)	AD 1 (c)	AD 2 (d)
365.1	Al II	0.2			0.2
365.5	Al II	0.2			0
382.9; 383.2	Mg I	0.3			0.3
383.8	Mg I	0.4			0.4
393.3	Ca I	1.3		0.1	1.3
394.4	Al I	0.6	*		0.4
396.1	Al I	0.9	*		0.5
396.8	Ca I	0.9		0.2	0.4
422.7	Ca I	3.3		0.3	2.7
442.5	Ca I	0.4			0.5
445.4	Ca I	0.5			0.6
517.2; 518.3	Mg I	1			0.8
526.5; 5270	Ca I	0.6			0.6
534.9	Ca I	0.6			0.5
559.0; 559.8	Ca I	3.1			2.5
305.0	Al I	0.7			
305.7	Al I	1.2			
306.4	Al I	1.4			1.1
308.2	Al I	4.4	1.2	0.9	3.5
309.2	Al I	5.2	2.1	1.6	2.7
643.9	Ca I	4.3			3.3
646.2	Ca I	3.1			2.4
649.3	Ca I	1.7			1.3

*The lines were blending by the band of 390 nm (0,0) system, $^2\Sigma - ^2\Pi$, transition of g.s. CH molecule

Let's consider each spectrum shown in Fig.1. In Fig.1a the emission spectrum of excited particles sputtered from RS is shown. Lines of hydrogen, sodium, aluminum, magnesium, calcium atoms and the band of CH radical are present at the spectrum. Wavelengths of the most intensive lines are marked in Fig. 1a. Wavelengths for impurities are given in the Table 2. Following the data in the Table 1(column a) one can conclude that intensities of characteristic lines of emissions of the sample RS are highest.

In Fig.1b emission spectrum of excited particles sputtered from CS is shown. Lines of hydrogen, sodium, aluminum excited atoms, and very intensive bands of the CH molecule ($\lambda\lambda$ 431.2 nm, 387.2 nm) are present at the spectrum. According to the data of the Table 1 (column b) lines of hydrogen atoms in the spectrum of excited particles sputtered from CS are the most intensive in comparison to other samples spectra. In comparison to RS spectrum, γ_λ surplus is 2.8 times for λ 656.2 nm line and 2.6 times for λ 656.2 nm line. The γ_λ value for CH (λ 431.2 nm) band is 2.7 times higher. The intensity of sodium resonant line is by the order of magnitude less than in the RS spectrum. Intensities of aluminum lines which present in the spectra are lower than those for RS.

In the AS spectrum weak lines of hydrogen atoms and the band (λ 431.2 nm) of CH radical (see Fig. 1c) are present. The weak resonant sodium line is also there but its quantum yield is 500 times lower than in RS spectrum (Table 1, column c).

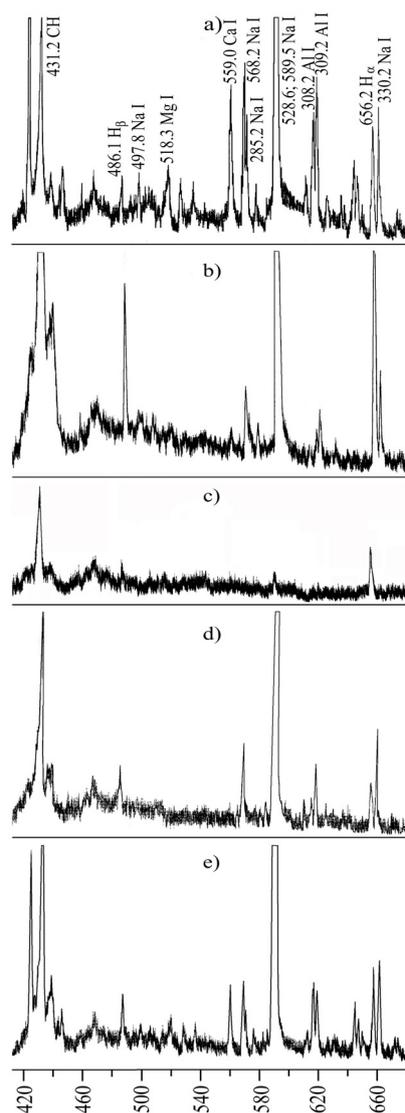


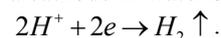
Fig. 1. Emission spectra of excited particles sputtered from different samples

- a) the sediment got by the recrystallization from the saturated water MO solution (RS);
 b) cathode material (CS);
 c) anode material (AS);
 d) the sediment from near-electrode area (AD 1);
 e) the dried electrolyte sediment (AD 2).

Lines of hydrogen, sodium, aluminum and calcium excited atoms, and the band of the CH radical (λ 431.2 nm) are present at AD 1 spectrum (Fig. 1d). According to the Table 1, column d, the intensity of H_{α} line of this sample is the weakest in comparison to other samples, even though intensities of H_{β} and CH lines are similar to those in RS spectrum. The intensity of resonant sodium line is 2.5 times lower than in RS spectrum.

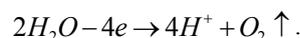
In AD 2 spectrum (Fig. 1e) lines of hydrogen, sodium, aluminum, magnesium and calcium excited atoms and the band of the CH radical (λ 431.2 nm) are observed. Intensities of hydrogen atom lines are higher in this spectrum than in RS and AD 1 spectra. Intensities of aluminum and calcium lines are higher than in AD 1 spectrum. The intensity of resonant sodium line is 2 times higher than in AD 1 spectrum and 1.4 times lower than in RS spectrum. AD 2 spectrum is similar to RS spectrum with the only difference of observed lines.

We analyzed the obtained data basing on the theory of electrolytic dissociation. According to [7] positive ions should be restored on the cathode during electrolysis. In our case these are ions of hydrogen, sodium and impurity metals. As known [7], standard electrode potentials of K, Ca, Na are: $E_{K/K^+}^0 = -2.959 V$, $E_{Ca/Ca^{2+}}^0 = -2.866 V$, $E_{Na/Na^+}^0 = -2.714 V$, $E_{Al/Al^{3+}}^0 = -1.662 V$. Really the hydrogen is restored on a cathode in water solution:

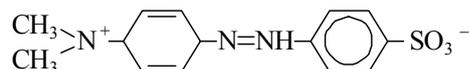


Indeed according to Fig. 1b and the data of the Table 1, column b hydrogen lines in CS sample spectrum are the most intensive compared to other samples. Concerning presence of sodium and aluminum weak lines in the spectrum, ions of these metals move under the influence of electrical field into close to the cathode area. When the cathode was removed from the electrolyte solution a part of these ions were absorbed by the cathode (material). The absence of magnesium lines in the spectrum is a result of its trace in the solution. The highest intensity of CH band in the spectrum of CS sample in comparison to others suggests that hydrogen cations interacted with graphite electrode forming CH radicals.

During electrolyze of anions OH^- and anion MO^- are oxidized on the anode. Oxidizing of OH^- hydroxyl group resulted in oxygen release:



In this connection an excess of positive hydrogen ions in near-anode area was formed. The MO dye is a salt of a weak acid [8]. Reacting with hydrogen cations it turned into protonated (acidic) form:



of red color [9]. The additional evidence of creating protonated MO form near the electrode could be the color of the near-anode suspension. As known [10], MO dye is an acid-base indicator and changes its color with change of the medium acidity. Crimson color of the near-anode suspension indicated high acidity of the medium. Hydrogen atoms and radical CH emissions which were observed in AS sample spectra were knocked out from the dye molecule. The presence of weak resonant line of Na in the spectrum is probably an experiment feature. The electrodes were for some time in the electrolyte without applying electrical field. During this time absorption of sodium ions by the anode material is possible.

As to the AD 1 и AD 2 samples, their spectra are similar to the RS sample spectra. They do not give any information on processes taking place in the solution during electrolysis. Rather high intensities of hydrogen lines in the spectra of the electrolyte sediment are due to the presence of graphite anode particles in the sediment as the result of anode destruction during electrolysis.

CONCLUSIONS

Samples of cathode and anode materials used for electrolysis of the organic water solution of dye MO were studied.

Qualitative and quantitative comparison of emission spectra of excited particles and the sediment obtained by recrystallization from the water solution of a dye were carried out by means of IPS.

It was shown that the emission spectra of excited particles sputtered from a surface of high named samples have considerable differences.

The correspondence between the type of excited particles sputtered from the electrode surface and redox processes on electrodes during the electrolysis was shown.

The obtained data allows conclude that IPS method could be used for studying processes in organic dye solutions via the analysis of their sediments.

Authors would like to thank the candidate of chemical sciences Vasetskaya L.V. for constructive discussion and interpretation of results.

REFERENCES

1. Geinits A.V., Sorokaty A.E., Yagudaev D.M., Trukhmanov R.S. Fotodinamicheskaya terapiya. Istoriya sozdaniya metoda i ee mekhanizmy // Lazernaya meditsina. – 2007. – T.11, No.3 – S.42 – 46.
2. Ageeva S.A., Podgaetskii V.M., Selishchev S.V., Titkova D.A., Tomilova L.G. Organicheskie krasiteli v lazernoi khirurgii khryashchevykh tkanei // Meditsinskaya tekhnika. – 2007. – No.2. – S.20 – 29.
3. Alimov S.S., Afanas'eva I.A., Bobkov V.V. et al. Ion-photon spectrometry study of the organic dye-lipid system // Ukr.J.Phys. – 2011. – Vol.56, No. 3. – R.211 – 216.
4. Afanas'eva I.A., Bobkov V.V., Gritsyna V.V., Shevchenko D.I. Investigation of organic systems by ion-photon spectroscopy // Quantum electronics. – 2011. – Vol.41, No.8. – P.564 – 567.
5. Goronovskii I.T., Nazarenko Yu.P., Nekryach E.F. Kratkii spravochnik po khimii. – K.: Naukova dumka, 1987. – 830 s.
6. Gritsyna V.V., Koval' A.G., Koppe V.T., Gokov S.P. Issledovanie izlucheniya vzbuzhdennykh chastits, otletayushchikh ot poverkhnosti mednoi misheni pri ionnoi bombardirovke // Optika i spektroskopiya. – 1995. – T.78, No. 2. – S.212 – 216.
7. Glinka N. Obschaya khimiya. 28e izd. – M.: Integral press, 2000. – 728 s.
8. Bishop E. Indicators. – Vol.1. – M. Oxford: Pergamon press, 1972. – 496 p.
9. Borodkin V.F. Khimiya krasitelei. – M.: Khimiya, 1981. – 248 s.
10. Knunyants I.L. Khimicheskaya entsiklopediya. – M.: Sov. Entsiklopediya, 1983. – 729 s.

PACS: 61.80.Ba

THE FORMATION OF MULTYSCALING STRUCTURES UNDER LASER IRRADIATION OF ZIRCONIUM ALLOYS SURFACE

V.G. Kirichenko, S.V. Starostenko

*Kharkiv National Karazin University
4 Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine*

E-mail: val_kir48@mail.ru

Received December 31, 2013

The results of studying the influence of laser pulse irradiation on the structure of the zirconium alloys surface layers are presented. As a result of laser irradiation of the alloys surface the multyscaling structure which included large-scale and small-scale changes of surface relief was formed. Under laser pulse irradiation of alloys surface the concentration of intermetallic phase's inclusions in the surface layer to a depth of 0.3 μm of ageing alloys was reduced. Due to the rapid heating and solidification of a liquid melt the front of the melt is moving at high velocity and accelerated migration of inclusions into the surface layer of the irradiated spot.

KEY WORDS: zirconium, alloys, surface, laser, irradiation, crystallization, waves

ФОРМУВАННЯ МУЛЬТИМАСШТАБНИХ СТРУКТУР ПРИ ЛАЗЕРНОМ ОПРМІНЮВАННІ ПОВЕРХНІ СПЛАВІВ ЦИРКОНІЮ

В.Г. Кіриченко, С.В. Старостенко

*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
61022, Харків, м. Свободи, 4*

Представлені результати дослідження впливу лазерного імпульсного опромінення на структуру поверхневих шарів сплавів. В результаті лазерного опромінення поверхні сплавів формується мультимасштабна структура з крупномасштабними та дрібномасштабними змінами рельєфа поверхні. При лазерному опромінюванні поверхні сплавів концентрація включень інтерметалевих фаз в поверхневому шарі глибиною до 0,3 мкм відпалених сплавів зменшується. За рахунок швидкого нагріву поверхні та охолодження рідкого розплаву фронт розплаву рухається з великою швидкістю та прискореною міграцією включень в поверхневому шарі опроміненої плями.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: цирконій, сплави, поверхня, лазер, опромінення, кристалізація, хвилі

ФОРМИРОВАНИЕ МУЛЬТИМАСШТАБНЫХ СТРУКТУР ПРИ ЛАЗЕРНОМ ОБЛУЧЕНИИ ПОВЕРХНОСТИ СПЛАВОВ ЦИРКОНИЯ

В.Г. Кириченко, С.В. Старостенко

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
61022, г. Харьков, пл. Свободы, 4*

Представлены результаты исследования влияния лазерного импульсного облучения на структуру поверхностных слоев сплавов. В результате лазерного облучения поверхности сплавов образуется мультимасштабная структура, включающая крупномасштабные и мелкомасштабные изменения рельефа поверхности. При лазерном облучении поверхности сплавов концентрация включений интерметаллических фаз в поверхностном слое глубиной до 0,3 мкм отожженных сплавов уменьшается. За счёт быстрого нагрева поверхности и охлаждения жидкого расплава фронт расплава движется с большой скоростью и ускоренной миграцией включений в поверхностном слое облучённого пятна.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: цирконий, сплавы, поверхность, лазер, облучение, кристаллизация, волны

Анализ взаимодействия импульсного лазерного излучения с поверхностью твердых тел требует знания как параметров лазерной плазмы (температура и концентрация ионов, электронов и нейтральных частиц), так и процессов быстрого локального нагрева с последующей трансформацией поверхностного слоя материала [1]. Заметим, что процесс образования лазерной плазмы начинается при мощности лазерного излучения выше 10^6 Вт/см². В [2] приведены простые оценки нагрева поверхности. Показано, что температура $T \approx q / c_p l$, где q - поверхностная плотность энергии, c_p - теплоемкость, l - толщина прогретого слоя. В [3] показано, что процесс взрывного вскипания поглощающих сред под действием наносекундных лазерных импульсов может иметь повторяющийся периодически - волновой характер. Для экспериментального наблюдения подобных особенностей необходимо однородное распределение лазерной интенсивности по облучаемому пятну и не слишком большие значения коэффициента поглощения материала. Ранее в обзоре [4] отмечено значение оптической нелинейности в процессе лазерного облучения полупроводников и металлов, что приводит к возникающим неустойчивостям рельефа поверхности и образованию периодических поверхностных структур. Это является универсальным явлением, возникающим при достаточно высокой интенсивности лазерного излучения. Их возникновение обусловлено пространственно-неоднородным нагревом поверхности за счет интерференции падающей лазерной волны с полем, образовавшимся вследствие рассеяния излучения на флуктуациях рельефа поверхности. В различных условиях могут иметь место неустойчивости поверхностных акустических волн, капиллярных волн в расплавах и жидких металлах и, наконец, интерференционная неустойчивость испарения поверхности. Наиболее простая причина неоднородностей - шероховатость

реальной поверхности. Развитие периодических структур во времени носит характер неустойчивостей. В основном такие периодические структуры наблюдались при облучении полупроводников Ge и Si импульсами излучения рубинового лазера. Наблюдаются не только одномерные, но и двумерные структуры. Периоды, ориентации решеток существенно зависят от характеристик лазерного излучения – угла падения, поляризации, частоты, энергии [4]. Образование решеток происходит при значительных вариациях параметров лазерного излучения ($\lambda = 0,308 - 10,6$ мкм, длительности импульсов $t = 10$ пс – 1 мс, интенсивности $j = 5 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^8$ Вт/см²). Времена релаксационных процессов в твердых телах простираются от наиболее быстрых электрон – электронных процессов релаксации энергии (10^{-14} с) через стадии электрон – фононной релаксации с испусканием LO-фононов ($10^{-14} - 10^{-13}$ с) и LA-фононов ($10^{-13} - 10^{-9}$ с) до процессов тепло- ассопереноса с характерными временами в наносекундном диапазоне [4]. Согласно «тепловой» модели в рамках шкалы релаксационных процессов при действии на поверхность достаточно короткого и мощного лазерного импульса световая энергия за времена ~ 1 пс передается от свободных носителей к решетке кристалла и вызывает ее быстрое плавление. Фронт расплава движется со скоростью звука вглубь образца, достигает глубины d_{\max} , и затем за наносекундные времена возвращается назад к поверхности, сопровождаемый процессом эпитаксиального восстановления кристаллической решетки. При большой интенсивности лазерного излучения возникновению периодических структур предшествует однородное плавление поверхности с возбуждением капиллярных волн. Закон дисперсии капиллярных волн, обусловленных поверхностным натяжением в жидкости, имеет вид $Q_q = (\sigma q^3 / \rho)^{1/2}$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения, ρ – плотность, константа затухания $2\nu q^2$, ν – кинематическая вязкость. Для расплава Ge значения скорости распространения волн $\sim 10^3$ см/с. Эффективность формирования периодической структуры на поверхности [5] оценивается величиной ΔQ , равной разности плотностей энергии, поглощенной во впадинах гофра и на его вершинах. Резкие всплески на кривой ΔQ соответствуют периодам решеток, при которых происходит возбуждение волноводных мод. Наиболее эффективно формируются решетки, соответствующие возбуждению мод высших порядков.

Мультимасштабный подход анализа иерархических структур использован для описания дефектной структуры облученных материалов на микро-, мезо- и макроуровнях [6]. На первом из них ядра дефектов представлены ансамблем потенциальных рельефов, реализующихся в сильно неравновесном состоянии кристалла. С учетом иерархической связи между различными структурными уровнями описана эволюция дефектной структуры, обладающей произвольным числом таких уровней. Оценка критерия подобия при ионном облучении дает для параметра соответствия различие в 30-40%, что является удовлетворительным критерием на фоне идеального соответствия, равного единице [7].

Ранее [8-10] в сплавах циркония в отсутствие процессов испарения материала и распыления поверхности было обнаружено значительное изменение структуры и фазового состава поверхности железосодержащих сплавов на основе циркония при импульсном облучении лучом лазера АИГ: Nd³⁺ с длительностью импульса $t_0 = 50$ нс и энергией в импульсе до 5 Дж причем, в этом случае $I_0 = 10^8$ Вт/см². Изменение структуры проявляется в обнаруженных на поверхности ступенчато-волновых формированиях и в релаксации напряжений в области включений интерметаллических фаз. Изменение фазового состава обусловлено различным характером движения включений железосодержащих фаз при лазерном облучении: от поверхности вглубь для деформированных сплавов и из глубины к поверхности для отожженных сплавов. На поверхности сплавов формируются волновые структуры за счет быстрого застывания жидкого расплава, фронт которого движется с большой скоростью вследствие возможной неустойчивости Кельвина-Гельмгольца или возникновения кристаллизационных волн на поверхности облученного пятна. Волновая структура на поверхности сплавов после лазерного импульсного облучения с характерными значениями профиля поверхности свидетельствует о возбуждении капиллярных волн в результате тангенциальной неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на границе расплавленного металл – лазерная плазма. Над поверхностью распространяется сверхбыстрый поток пара и плазмы в приповерхностном слое вдоль расплавленной поверхности сплавов от центра к периферии.

Таким образом, появление волновых структур объясняется пятью – шестью различными механизмами возникновения неустойчивостей и замораживания периодического рельефа на поверхности.

Целью настоящей работы является изучение микроструктуры сплавов циркония при лазерном облучении и процессов образования периодических волновых и мультимасштабных структур на поверхности.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для проведения исследования были изготовлены сплавы: Zr – 0,63% Fe; Zr – 0,31% Fe – M (M = Nb, Sn, Ta). Методика их приготовления описана в [11]. Перед облучением деформированные фольги отжигали в вакууме $1,3 \cdot 10^{-4}$ Па при 970 К в течение 1 ч. Использовалась мессбауэровская спектроскопия на ядрах ⁵⁷Fe в геометрии обратного рассеяния с регистрацией электронов внутренней конверсии (МСКЭ). Рентгеноспектральный анализ поверхности отожженных образцов сплавов циркония производили на спектрометре «Camebax MBX 268». Микроструктуру сплавов анализировали с помощью микроскопов JEOL JSM-840 и «Quanta - 3D». Температурная зависимость вязкости Zr со значением $\eta = 4,86$ мПа/с при T = 2125 К показана на рис. 1. Импульсное лазерное облучение проводили с помощью лазера АИГ: Nd³⁺ с энергией 4-5 Дж в импульсе

длительностью $t_0 = 30-50$ нс. Профиль лазерного пучка по данным о рельефе поверхности имеет качественно следующий вид (рис. 2). Источником энергии для формирования жидкой фазы является центральная часть лазерного пучка, форма которого проиллюстрирована рис. 2. Видно, что основная часть энергии лазерного пучка сосредоточена в луче диаметром около 4 мм. Поглощаемая на поверхности подложки интенсивность лазерного излучения задается в виде импульса лазерного излучения с гауссовским профилем

$$I(t) = I_0 \exp \left[-\frac{(t - 2t_0)^2}{t_0^2} \right],$$

причем $I_0 = 10^9$ Вт/см², t_0 – длительность импульса.

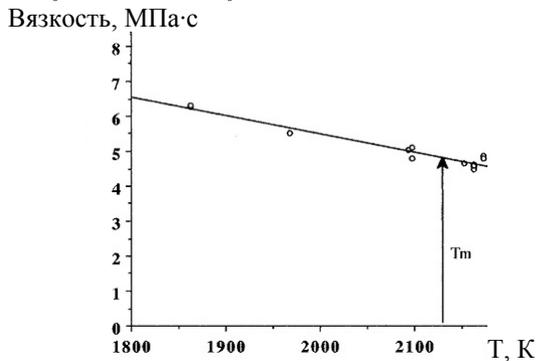


Рис. 1. Вязкость циркония как функция температуры [12, 13]

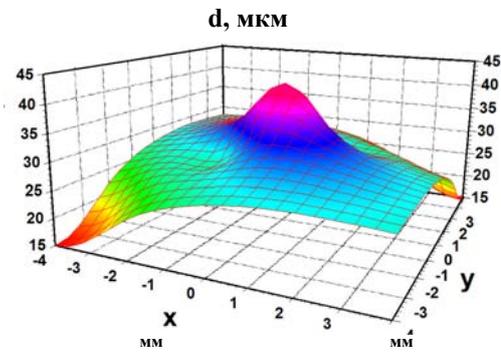


Рис. 2. 3D диаграмма профиля облученного пятна в радиальном направлении [8]

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 3-5 приведены микрофотографии различных участков облученного пятна на поверхности циркониевых сплавов. Выбор участков осуществлялся на основе диаграммы рис. 2. На данных микроструктурах проявляется крупномасштабная и мелкомасштабная структура поверхности облученного пятна.

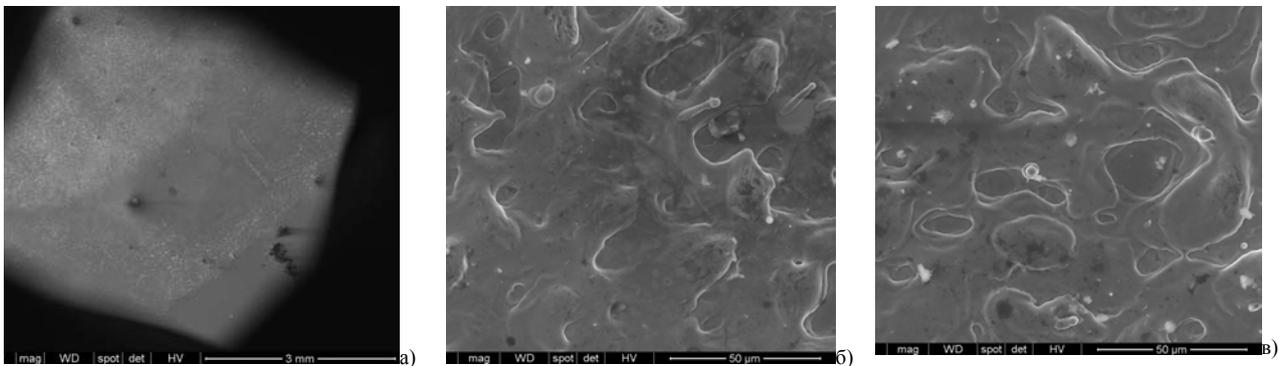


Рис. 3. Микрофотографии, иллюстрирующие мультимасштабность поверхности облученного лазером сплава $Zr - 0,63\%Fe$: а) край пятна масштаб – 3 мм; б) средняя часть пятна; в) центр пятна (масштаб – 50 мкм)

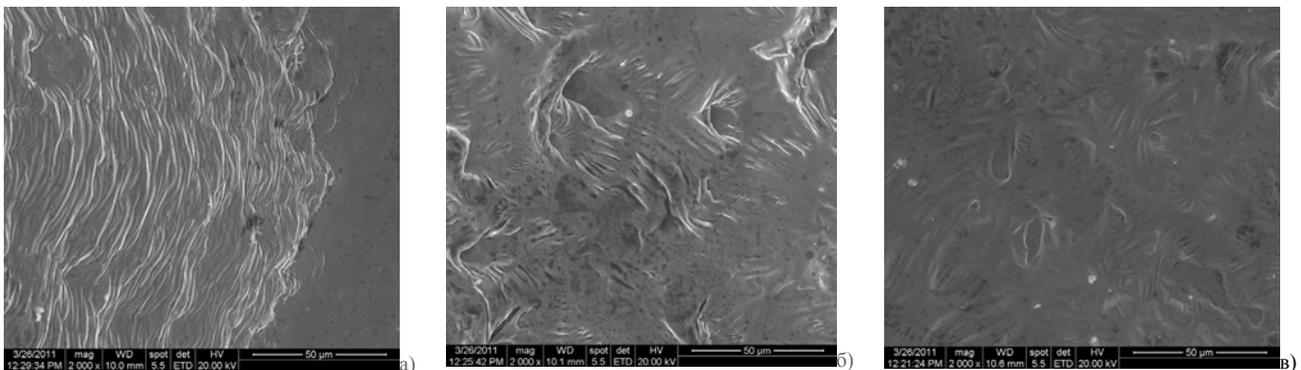


Рис. 4. Микрофотографии, иллюстрирующие мультимасштабность поверхности облученного лазером деформированного сплава $Zr - 0,31\%Fe - 0,5\%Ta$: а) край пятна; б) средняя часть пятна; центр пятна. Масштаб – 50 мкм

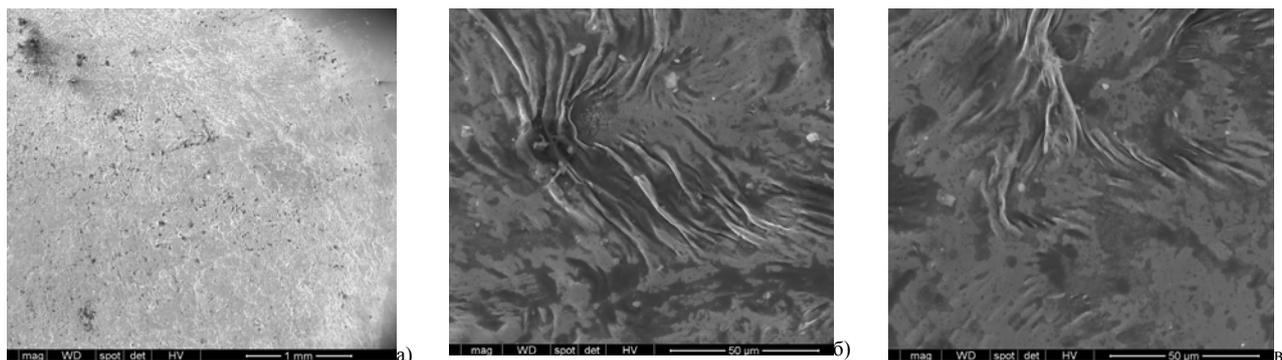


Рис. 5. Микрофотографии мультимасштабной поверхности облученного лазером отожженного сплава Zr – 0,31% Fe – 0,5%Ta:

а) край пятна масштаб – 1 мм; б) средняя часть пятна; в) центр пятна (масштаб – 50 мкм)

В нашем случае, как и ранее [9] отсутствует изменение веса облученных образцов, что свидетельствует о практически полном отсутствии распыления поверхности. При анализе дополняющих друг друга взаимосвязанных явлений – «мультимасштабирование» – «иерархия структур» – «самоподобие структур» можно использовать [14] инвариантную меру отношения последовательных сопряженных масштабов, формирующихся в ходе эволюции иерархических структур. Это отношение равно числу Ф (числу Фибоначчи). Ряд чисел Фибоначчи, в котором $R_{n+1} = R_{n-1} + R_n$ (R_{n-1}/R_n) \rightarrow $\Phi = 1,618$ является простым алгоритмом увеличения или уменьшения масштаба самоподобных структур. Отношения близких масштабов равны по разным оценкам составляют от 1,6 – 1,7 до $R_{n-1}/R_n = A \approx 3$. По другим данным отношение L/d (L - среднее расстояние между дефектами сходных размеров, d - их средний размер) оказалось равным 2,6 – 2,8 [15].

Приближенно оценим отношения (по данным рис. 3-5), по крайней мере, двух последовательных сопряженных масштабов (параметров подобия), характеризующих процесс формирования волнообразных структур на поверхности сплавов (таблица).

Таблица

Параметры подобия

Сплав	Край пятна		Средняя часть пятна		Центр пятна	
	(L/d) ₀	(L/d) ₁	(L/d) ₀	(L/d) ₁	(L/d) ₀	(L/d) ₁
Zr – 0,63%Fe	1	10	1,7	3	3	5
Деформированный Zr – 0,31%Fe – 0,5%Ta	3	2	3	5	3	4
Отожженный Zr – 0,31%Fe – 0,5%Ta	2	2,5	3	3	2,7	3

Приведенные на рис. 3-5 волновые структуры сложного вида в центральной части облученного пятна отличаются от более упорядоченных структур вблизи края облученного пятна, что обусловлено значительным снижением мощности излучения при распространении оплавленной зоны от центра к краю облученного пятна.

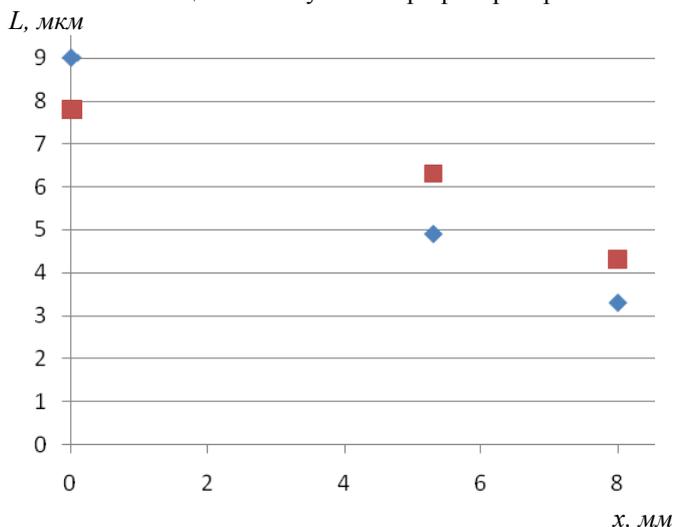


Рис. 6. Зависимость длины волны мелкомасштабной волновой структуры от поперечного размера пятна.

■ – деформированный Zr – 0,31%Fe – 0,5%Ta; ◇ – отожженный сплав Zr – 0,31%Fe – 0,5%Ta

При низких порогах лазерного облучения $10^{-5} < I_0 < 10^{-4}$ возникновения неупругих деформаций при повторяющемся локальном облучении с относительно малым лазерным нагревом $\Delta T_{max} \approx (10-100)$ градусов возникают значительные сдвиговые напряжения в приповерхностных слоях полупроводников $\sigma_0 \geq (10^6-10^7) \text{ Н/м}^2$. Это может вызвать вблизи поверхности генерацию точечных дефектов. С ростом деформаций за счет повышения концентрации генерируемых точечных дефектов и развития неустойчивости возможно образование организованной протяженной микроструктуры (т.е. низкороговые эффекты имеют дефектно-деформационную природу) [16].

На рис. 6 представлены зависимости средних значений периода между гребнями соседних волновых образований от расстояния в направлении от центра к краю пятна для отожженного сплава. Простой расчет на основе этих данных дает приблизительное значение скорости распространения волны вдоль

поверхности образца $V \sim 10^3$ м/с. Такие большие значения распространения фронта расплавленной жидкой фазы обусловлены, в основном, малой длительностью лазерного импульса (50 нс) и совместным действием разных механизмов. Уменьшение периода волновой структуры на поверхности при движении расплавленного фронта к краю облученного пятна связано с более быстрым остыванием расплава по направлению к краям пятна и достаточно малой величиной вертикальной компоненты скорости – порядка 10^{-4} м/с.

Рассмотрим данные, характеризующие мультимасштабность в случае лазерного импульсного воздействия при переходе с микроструктурного уровня масштабов на близкий к наноструктурному уровень масштаба. Такой переход связан с выделяющимися в циркониевой матрице сплавов интерметаллическими включениями, содержащими железо. В нашем случае железо было обогащено изотопом ^{57}Fe , что дало возможность использования МСКЭ. По рентгеноспектральным данным (рис. 7) на поверхность при отжиге деформированных сплавов выходят частицы интерметаллических включений, что приводит к увеличению их размеров и относительной доли в поверхностном слое.

Это явление относится к сегрегационным эффектам и сопровождает процессы термического отжига деформированных сплавов на основе циркония [18,19]. Процесс сегрегации заключается в синхронном быстром росте размеров включений интерметаллических фаз и ускоренной миграции этих частиц к поверхности сплавов [20] и иллюстрируется схемой, приведенной на рис. 8. На схеме также указаны процессы, происходящие при лазерном импульсном облучении сплавов.

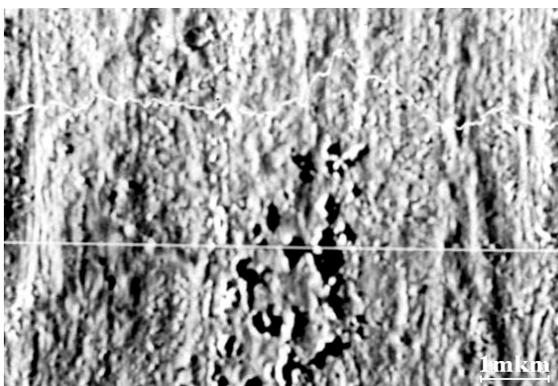


Рис. 7. Профиль концентрации железа по сечению интерметаллида Zr_3Fe на поверхности сплава $\text{Zr} - 0,63\% \text{Fe}$

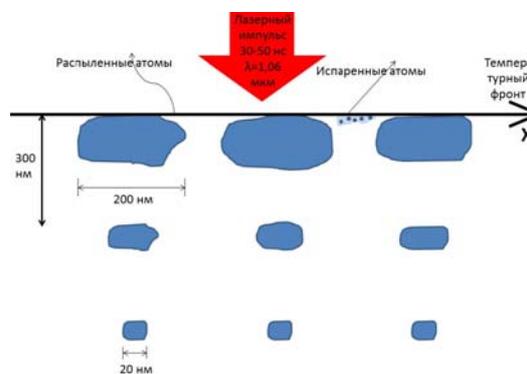


Рис. 8. Схема формирования обогащённого интерметаллидами поверхностного слоя и эффектов лазерного облучения

Поверхность специально приготовленного массивного образца интерметаллида Zr_3Fe показана на рис. 9, 10. Деформирование хрупкого интерметаллида на излом приводит к образованию трещин достаточно большого раскрытия (от 1 до 3 мкм) на дистанции 20 и 30 мкм, соответственно. Оценка коэффициентов подобия дает более высокие значения, чем полученные ранее с большим разбросом – от 10 до 20.

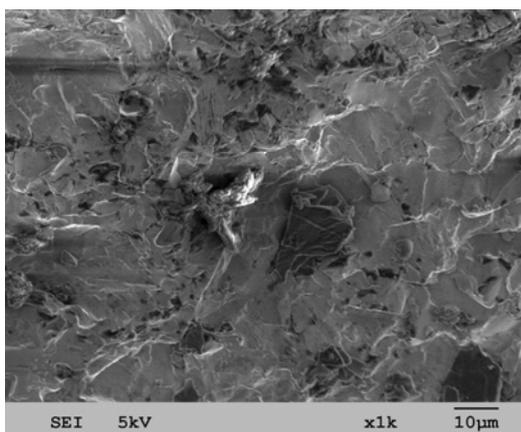


Рис. 9. Микрофотография поверхности массивного образца интерметаллида Zr_3Fe

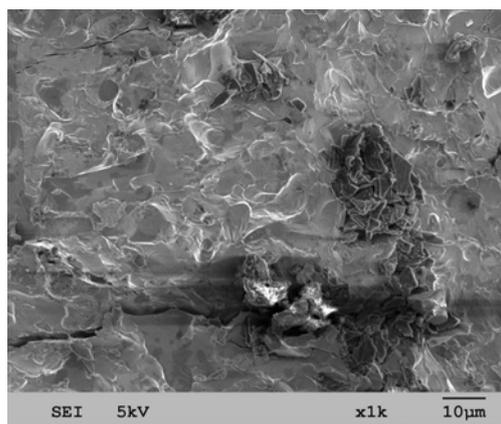


Рис. 10. Микрофотография поверхности массивного образца интерметаллида Zr_3Fe . Участок с трещиной

При лазерном облучении поверхности по схеме рис. 8 наблюдается повторная миграция интерметаллидов либо вглубь поверхностного слоя – в случае отожженных сплавов, либо – к поверхности в случае деформированных сплавов.

Формирование поверхностного слоя сплавов происходит в результате плавления слоя и перераспределения компонент при последующем охлаждении из жидкофазного состояния со скоростью примерно 10^6 К/с в поверхностном слое толщиной около 7000 Å. Оценим коэффициент диффузии атомов Fe

интерметаллического включения по известной формуле [17]: $C(x, t) = C_0 \exp(-x^2/4Dt)$, где $C(x, t)$ концентрация железа на расстоянии x от поверхности, C_0 – исходная концентрация, t – время отжига, D – коэффициент диффузии. Изменение исходной (до воздействия лазерного импульса) концентрации железа в составе железосодержащего интерметаллида можно оценить путем сравнения спектров МСКЭ поверхностного слоя сплавов до и после облучения лазерным импульсом. На рис. 11 приведены спектры МСКЭ, полученные в геометрии обратного рассеяния необлученной и облученной поверхности отожженного сплава $Zr+ 0,5\%Sn+ 0,5\%Nb+ 0,5\%Fe$. Сравнивая относительные интенсивности спектров можно определить уменьшение концентрации железа в поверхностном слое глубиной 0,3 мкм.

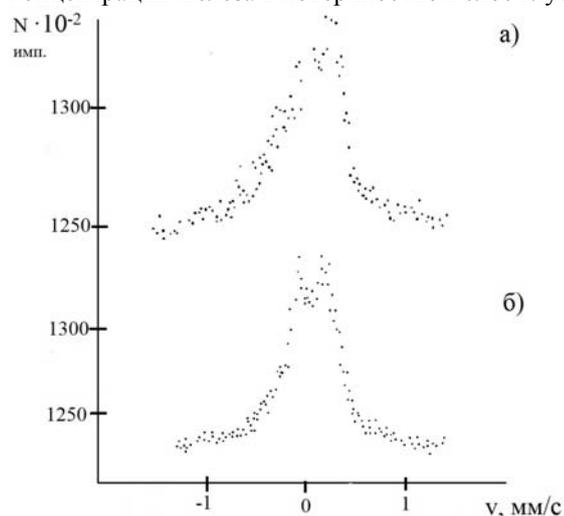


Рис. 11. Спектры облученной (а) поверхности фольги сплава $Zr+ 0,5\%Sn+ 0,5\%Nb+ 0,5\%Fe$ по сравнению с необлученной (б)

Оценка значения коэффициента диффузии дает большие значения порядка $(5 \cdot 10^{-4} - 10^{-3}) \text{ см}^2/\text{с}$, что намного выше значений коэффициента диффузии при 1170-1700 К ($6,8 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{с}$) [21]. Также, методом меченых атомов был измерен коэффициент диффузии ^{59}Fe в поликристаллическом сплаве $Zr-0,28 \text{ ат. \% Fe}$ при $T=733-1070 \text{ К}$. Коэффициент диффузии Fe в $\sim 10^8$ раз больше соответствующего коэффициента самодиффузии в $\alpha\text{-Zr}$ [22].

ВЫВОДЫ

Формирование мультимасштабного рельефа поверхности при лазерном импульсном облучении тесно связано с относительным содержанием интерметаллических нанокристаллических фаз в поверхностных слоях сплавов, и быстрой диффузией компонент интерметаллидов при движении расплавленного фронта вглубь образца при действии импульса и при обратном движении в результате быстрого охлаждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Delone N.B. Vzaimodeistvie lazernogo izlucheniya s veshchestvom. - M.: Nauka, 1989. - 280s.
2. Askar'yan G.A., Karlova E.K., Petrov R.P., Studenov V.B. Deistvie moshchnogo lazernogo lucha na poverkhnost' vody s plenкой zhidkosti: selektivnoe isparenie, vyzhiganie i vybryzgvanie sloya, pokryvayushchego poverkhnost' vody // Pis'ma v ZhETF. - 1973. - T.18. - Vyp.11. - S.665-667.
3. Andreev S.N., Orlov S.V., Samokhin A.A. Modelirovanie vzryvnogo vskipaniya pri impul'snom lazernom vozdeistvii // RAN. Trudy instituta obshchei fiziki im. A.M. Prokhorova. - 2004. - T.60. - S.127-148.
4. Akhmanov S.A., Emel'yanov V.P., Voroteev N.I., Seminogov V.N. Vozdeistvie moshchnogo lazernogo izlucheniya na poverkhnost' poluprovodnikov i metallov: nelineino-opticheskie efekty i nelineino-opticheskaya diagnostika // UFN. - 1985. - T.147. - Vyp.4. - S.675-745.
5. Bazakutsa P.V., Sychugov V.A., Prokhorov A.M. Difraksiya sveta na sherokhovatostyakh poverkhnosti i ee rol' v obrazovanii periodicheskogo poverkhnostnogo mikrorel'efa // Kvant. elektr. - 1984. - T.11, No.10. - C.2127-2128.
6. Olemskoi A.I. Theory of Structure Transformations in Non-equilibrium Condensed Matter. - N.-Y.: NOVA, 1999. - 280 r.
7. Kirichenko V.G., Kovalenko T.A. Ionnoe i lazernoe obluchenie spлавov tsirkoniya // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". - 2013. - No.1069. - Iss.4(60). - P.58-65.
8. Kirichenko V.G. Issledovanie strukturno-fazovykh prevrashchenii v poverkhnostnykh sloyakh spлавov tsirkoniya pri impul'snom lazernom vozdeistvii // Voprosy atomnoi nauki i tekhniki. Ser. Vakuuum, chistye materialy, sverkhprovodniki. - 1998. - Vyp. 6(7), 7(8). - S. 181-185.
9. Kirichenko V.G., Kirdin A.I., Kovalenko T.A., Ostapov A.V. Vliyanie impul'snogo lazernogo oblucheniya na strukturu poverkhnostnykh sloev tsirkonievyykh spлавov // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". - 2007. - No.777. - Iss.2(34). - P.41-50.
10. Kirichenko V.G., Kovalenko O.V., Leonov V.N., Starostenko S.V., Kovalenko T.A., Kolesnikov D.A. Vliyanie lazernogo oblucheniya na mikrostrukturu poverkhnosti spлавov tsirkoniya // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". - 2012. - No.991. - Iss.1(53). - P.80-85.
11. Kirichenko V.G., Kirdin A.I. Yaderno-fizicheskoe metallovedenie spлавov tsirkoniya // The Journal of Kharkiv National University, physical series "Nuclei, Particles, Fields". - 2008. - No.823. - Iss.3(39). - P.25-45.
12. Babichev A.P., Babushkina N.A., Bratkovskii A.M. i dr. Fizicheskie velichiny. Pod. red. Grigor'eva I.S., Meilikhova E.Z. Spravochnik. - M.: Energoatomizdat, 1991. - 1232s.
13. Hildebrand J.H., Lamoreaux R.H. Viscosity of liquid metals: An interpretation (fluidity of liquid metals/solubility parameters) // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. - 1976. - Vol. 73, No. 4. - R.988-989.
14. Makarov P.V. Evolyutsionnaya priroda destruktivnykh tverdykh tel sred // Fiz. mezomekh. - 2007. - T.10. - No.3. - S.23-38.
15. Kilian Kh.G., Vottegren' V.I., Svetlov V.N. Ansambli defektov na poverkhnosti nagruzhenykh metallov kak rezul'tat ikh obratimoi agregatsii // Fizika tverdogo tela. - 2000. - T.42. - Vyp.11. - S.2024-2028.
16. Vintsents S.V., Zoteev A.V., Plotnikov G.S. O porogakh vzniknoveniya neuprugikh deformatsii v poverkhnostnykh sloyakh Si i GaAs pri mnogokratnom impul'snom lazernom obluchenii // Fizika i tekhnologiya poluprovodnikov. - 2002. - T.36. - Vyp.8. -

- S.902-906.
17. Geguzin Ya.E. Diffuzionnaya zona. - M.: Nauka, 1979.-343 s.
 18. Kirichenko V.G. Poverkhnostnaya segregatsiya i elektronnyaya struktura intermetallicheskih faz v splavakh tsirkoniya // Voprosy atomnoi nauki i tekhniki. Ser.: Fizika radiats. povrezhdenii i rad. materialovedenie. – 1998. – Vyp. 3(69), 4(70). – S. 71–73.
 19. Kirichenko V.G. Vliyanie legiruyushchikh elementov na poverkhnostnyuyu segregatsiyu i strukturu intermetallicheskih faz v splavakh tsirkoniya // Voprosy atomnoi nauki i tekhn. Ser.: Fizika radiats. povrezhd. i rad. materialoved. – 1999. – Vyp. 1(73), 2(74). – S. 101–106.
 20. Kirichenko V.G., Kirdin A.I. Fazovyi sostav i migratsiya vklyucheni intermetallidov v splave Zr-Fe57 // The Journal of Kharkiv National University, physical series “Nuclei, Particles, Fields”. – 2005. – No.710. – Iss.3(28). - P.78-84.
 21. Minina N.A. K voprosu o diffuzii v tsirkonii // Teplofizicheskie svoistva veshchestv i materialov. – 1983. – No.19.– S.68–81.
 22. Hakajima H., Hood G.M., Schultz R.J. Diffusion of Fe59 in single-crystal α -Zr // Phil. Mag. B. – 1988. – Vol.58, No.3. – P.319-337.

PACS: 29.17.+w; 41.75.Lx

FIELDS EXCITED AND PROVIDING A UNIFORM FOCUSING OF SHORT RELATIVISTIC ELECTRON BUNCHES IN PLASMA

V.I. Maslov, I.N. Onishchenko, I.P. Yarovaya*

*NSC Kharkov Institute of Physics & Technology
1, Academichna Str., 61108 Kharkov, Ukraine*

**V.N. Karazin Kharkov National University
4, Svobody Sq., Kharkov, 61022, Ukraine*

E-mail: ymaslov@kipt.kharkov.ua

Received May 7, 2014

Plasma wake lens in which all short relativistic electron bunches of sequence are focused identically and uniformly is studied analytically and by numerical simulation. For two types of lenses necessary for these parameters of focused sequence of relativistic electron bunches are formulated. Verification of these parameters is performed by numerical simulation.

KEY WORDS: plasma wake lens, relativistic electron beam focusing, plasma wakefield, sequence of electron bunches

ПОЛЯ, ЯКІ ЗБУДЖУЮТЬСЯ І ЗАБЕЗПЕЧУЮТЬ ОДНОРІДНЕ ФОКУСУВАННЯ КОРОТКИХ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОННИХ ЗГУСТКІВ У ПЛАЗМІ

В.І. Маслов, І.М. Онищенко, І.П. Ярова*

*ННЦ Харківський фізико-технічний інститут
Україна, 61108 Харків, вул. Академічна, 1*

**Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Україна, 61022, Харків, м. Свободи, 4*

Аналітично та чисельним моделюванням досліджується плазмова кильватерна лінза, в якій усі короткі релятивістські електронні згустки послідовності фокусуються однаково та однорідно. Для двох типів лінз сформульовано та перевірено чисельним моделюванням необхідні для цього параметри послідовності релятивістських електронних згустків, які фокусуються.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: плазмова кильватерна лінза, фокусування релятивістського електронного пучка, кильватерне поле в плазмі, послідовність згустків електронів

ПОЛЯ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ И ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ОДНОРОДНУЮ ФОКУСИРОВКУ КОРОТКИХ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОННИХ ЗГУСТКОВ В ПЛАЗМЕ

В.И. Маслов, И.Н. Онищенко, И.П. Ярова*

*ННЦ Харьковский физико – технический институт
Украина, Харьков 61108, ул. Академическая, 1*

**Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
Украина, 61022, Харьков, пл. Свободы, 4*

Аналитически и численным моделированием исследуется кильватерная плазменная линза, в которой все короткие релятивистские электронные сгустки последовательности фокусируются одинаково и однородно. Для двух типов лінз сформулированы и проверены численным моделированием необходимые для этого параметры фокусируемой последовательности релятивистских электронных сгустков.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: кильватерная плазменная линза, фокусировка релятивистского электронного пучка, кильватерное поле в плазме, последовательность сгустков электронов

Focusing of relativistic electron bunches of sequence by wakefield, excited in the plasma, is important and interesting (see [1]). Mechanism of focusing in the plasma, in which all bunches of sequence are focused identically and uniformly, is proposed and investigated by numerical simulation in [2, 3]. This plasma wake lens for short relativistic electron bunches is studied in this paper analytically and by numerical simulation by code lcode [4]. Unbounded nonmagnetized homogeneous plasma is considered. The rectangular in longitudinal direction bunches (i.e. the bunch current is const along bunch axis) are considered in the fixed their current approximation.

The purpose of this paper is to show analytically and by numerical simulation that one can derive and achieve conditions of identical and uniform focusing of sequence of short relativistic electron bunches.

UNIFORM FOCUSING OF SEQUENCE OF SHORT BUNCHES

Plasma wake lens with a uniform focusing force for sequence of bunches, whose lengths are equal to half of the excited wavelength $\xi_b = \lambda/2$, with the first bunch, whose charge is in 2 times less than the charges of other bunches $Q_1 = Q_i/2$, $i=2, 3, \dots$, the space interval between bunches equals λ , has been numerically simulated in [2,3]. We consider a homogeneous focusing of sequence of short bunches.

At first we will derive the wakefield inside the 2nd bunch, the charge of which is more in B times than the charge

of the first bunch. We take into account that between the newly generated wakefield and wakefield, formed by previous bunch, is the phase difference A . Then in the second rectangular in longitudinal direction bunch (i.e. the bunch current is const along bunch axis) we have

$$E_z \propto Z_z(\xi) = (1/k) \sqrt{2} \cos(k\xi - \pi/4 + A) + B \int_0^\xi d\xi_0 \cos[k(\xi - \xi_0)] = (1/k) \{ \sqrt{2} \cos(k\xi - \pi/4 + A) + B \sin(k\xi) \}. \quad (1)$$

$Z_z(\xi)$ becomes zero, if $B = \sqrt{2}$ and $A = 3\pi/4$.

The same $Z_z(\xi)$ is occurred in each of the following bunches, if they are spaced apart by a $k\delta\xi = 2\pi$.

Now we will derive the wakefield inside the 2nd short bunch, $\xi_b = \lambda/4$, charge of which is in 2 times more than the charge of 1st bunch, the space interval between it and the first bunch is equal to $\delta\xi = \lambda$. We take into account that between the newly generated wakefield and wakefield, formed by previous bunch, is the phase difference π . Then in the 2nd bunch we have

$$E_z \propto Z_z(\xi) = (2/k) \sin(x + \pi) + 2 \int_0^\xi d\xi_0 \cos[k(\xi - \xi_0)] = 0, \quad (2)$$

$$E_r \propto Z_r(\xi) = -(2/k) \cos(x + \pi) + 2 \int_0^\xi d\xi_0 \sin[k(\xi - \xi_0)] = 2/k. \quad (3)$$

The same $Z_z(\xi)$ and $Z_r(\xi)$ are occurred inside the all next bunches, which are identical to 2nd bunch. From Fig. 1 and Fig. 2 one can see that $E_z = 0$ in the bunch location areas.

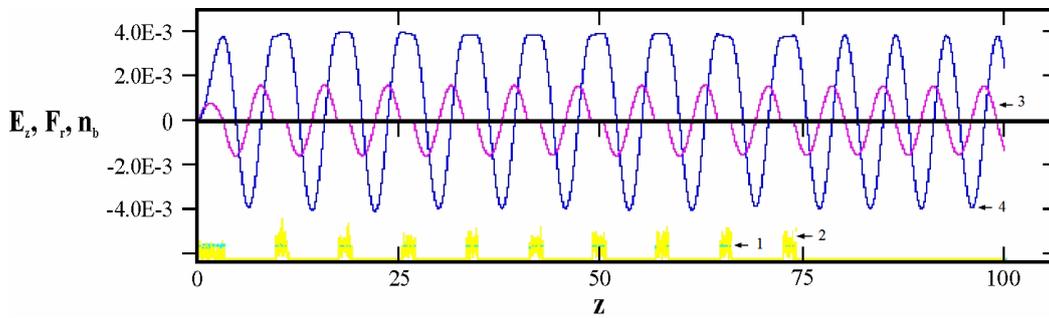


Fig. 1. The longitudinal distribution of bunch

radius (1), density n_b of bunches (2), E_z (3) and F_r (4), excited by sequence of bunches, length of the 1st bunch is equal to $\Delta\xi_{b1} = \lambda/2$, all other bunches are short, $\Delta\xi_b = \lambda/4$, the charge density of all other bunches is in two times larger than the charge of 1st bunch, space intervals between all bunches are equal to $\delta\xi = \lambda$. The longitudinal coordinate z is normalized on $2\pi/\lambda$. E_z and F_r are normalized on $mc\omega_{pe}/e$. e , m are the charge and mass of the electron, c is the light velocity, ω_{pe} is the electron plasma frequency

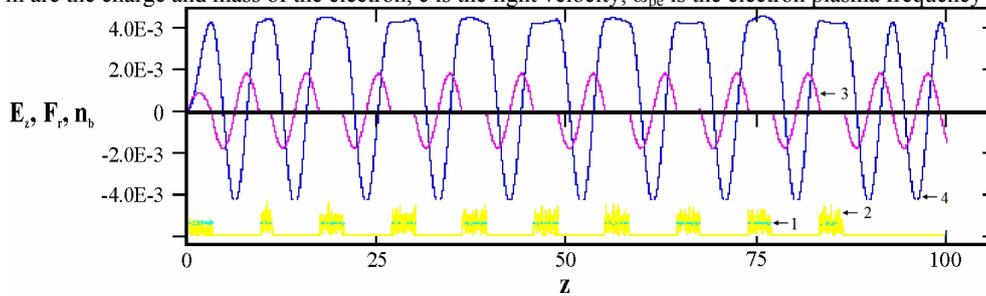


Fig. 2. The longitudinal distribution of bunch

radius (1), density n_b of bunches (2), E_z (3) and F_r (4), excited by sequence of bunches, the length of 2nd bunch is equal to $\Delta\xi_{b1} = \lambda/4$, lengths of the other bunches are $\Delta\xi_{b1} = \lambda/2$, the charge density of all other bunches is in two times larger than the charge density of 1st bunch, the space intervals between all bunches are equal to $\delta\xi = \lambda$

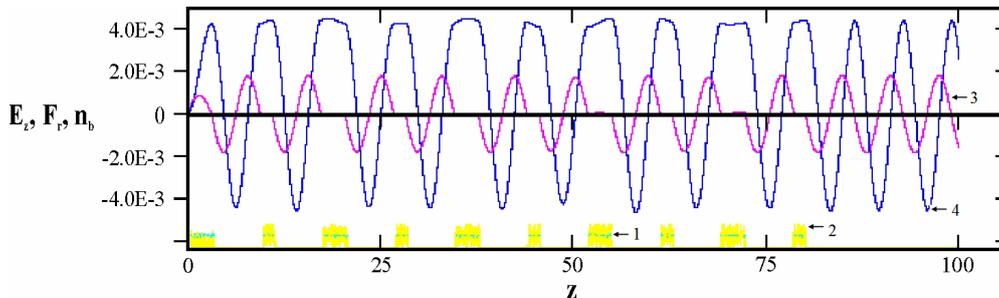


Fig. 3. The longitudinal distribution of bunch

radius (1), density n_b of bunches (2), E_z (3) and F_r (4), excited by sequence of bunches, the length of even bunches is equal to $\Delta\xi_{b2} = \lambda/4$, and the length of uneven bunches is equal to $\Delta\xi_b = \lambda/2$, the charge density of all other bunches is in two times larger than the charge density of 1st bunch, the space intervals between all bunches are equal to $\delta\xi = \lambda$

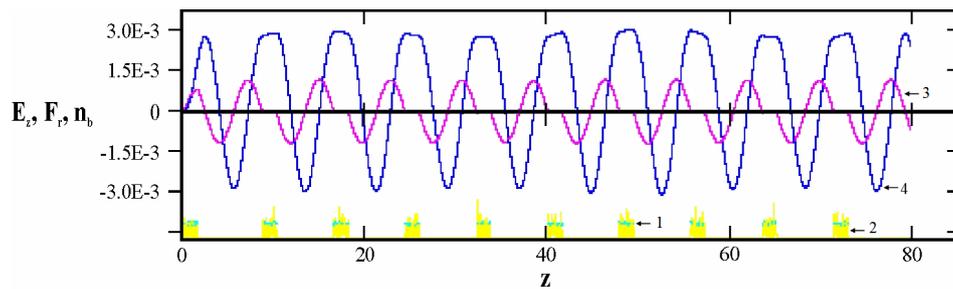


Fig. 4. The longitudinal distribution of bunch

radius (1), density n_b of bunches (2), E_z (3) and F_r (4), excited by sequence of bunches; the charges of bunches are in $\sqrt{2}$ times larger than the charge of 1-st bunch, the space interval between 1-st and 2-nd bunches is equal to $\lambda/8$, the space interval between other bunches is equal to λ .

From Figs. 1-4 one can see that in the areas of bunch location F_r approximately does not depend on the longitudinal coordinate.

FOCUSING FIELDS FOR SHORT BUNCHES AT SHAPING OF THEIR CHARGE LINEARLY ALONG A SEQUENCE AND ALONG EACH BUNCH

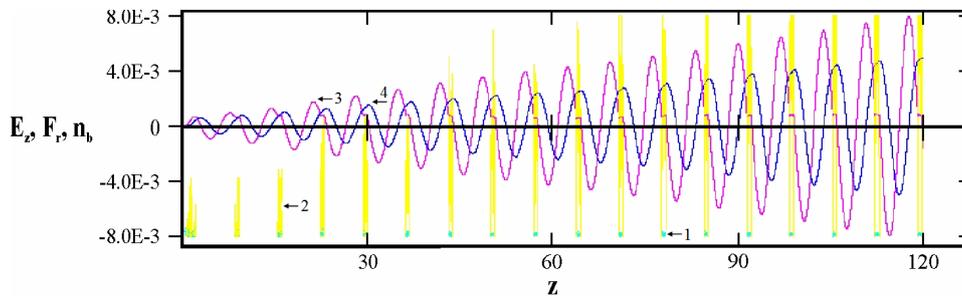


Fig. 5. The longitudinal distribution of bunch

radius (1), density n_b of bunches (2), longitudinal wakefield E_z (3) and focusing field F_r (4), excited by sequence of short bunches (with a certain bunch - precursor) at shaping of their charge linearly along the sequence as well as along each bunch

We consider now the focusing fields, which are formed in the areas of location of short bunches of sequence (with a certain bunch - precursor) at shaping of their charge linearly along the sequence as well as along each bunch. From Fig. 5 one can see that the bunches are in small and approximately identical decelerating fields and maximal focusing fields.

FOCUSING FIELD IN THE CASE OF CONTINUOUS BEAM

We consider now focusing field, which is formed in the area of location of a continuous beam, the front of which is a half-step density of length of the half-wavelength (see Fig. 6).

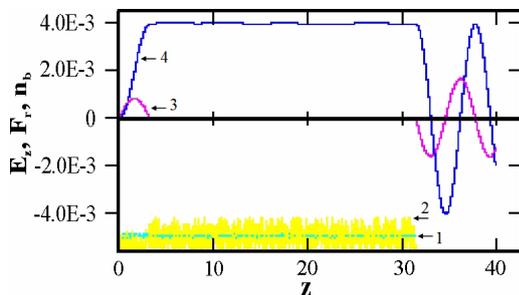


Fig. 6. The longitudinal distribution of beam

radius (1), density n_b of beam (2), longitudinal wakefield E_z (3) and focusing field F_r (4), excited by a continuous beam the front of which is a step

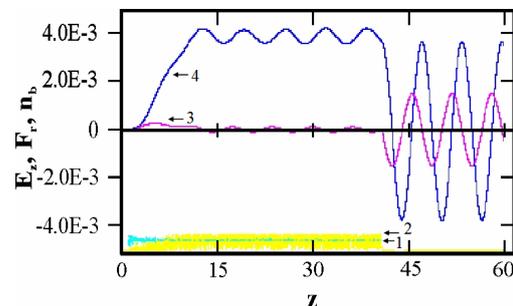


Fig. 7. The longitudinal distribution of beam

radius (1), density n_b of beam (2), longitudinal wakefield E_z (3) and focusing field F_r (4), excited by a continuous beam with a smooth front, the length of which is equal to two wavelengths

One can see that along the whole beam the focusing field is identical (homogeneous). The focusing field reaches its maximal value at the short spatial interval coinciding with the length of the beam front.

Such a uniform focusing field along the beam is not reached (see Fig. 6b) in the case of a smooth beam density increase along beam front.

CONCLUSIONS

It has been shown that all bunches of sequences can be focused identically and uniformly. It has been shown that there are two types of lenses for a sequence of short bunches. It is necessary that in one case the length of the 1st bunch $\Delta\xi_{b1}$ should be equal to half of the wavelength $\Delta\xi_{b1}=\lambda/2$, all other bunches are short, $\Delta\xi_b<\lambda/2$, the charge density of all other bunches is in 2 times larger than the charge density of the 1st bunch. The space intervals between all bunches should be multiples of the wavelength $\delta\xi=p\lambda$, $p=1, 2, \dots$ for achievement of:

$$-E_z=0,$$

-radial focusing field is the same along the bunch $F_r=\text{const}$ in areas of location of bunches.

In the second case it is necessary that the charges of all bunches are in $\sqrt{2}$ times larger than the charge of 1st bunch. The space interval between the 1-st and 2-nd bunches is equal to $(n+1/8)\lambda$, $n=1, 2, \dots$. The space interval between the other bunches is multiple to wavelength. It has been shown analytically that only 1st bunch is in the finite $E_z \neq 0$. Other bunches are in zero longitudinal electric wakefield $E_z=0$. Consequently, the 1-st bunch exchanges by energy with wakefield. Next bunches do not exchange by energy with the wakefield. Wakefield radial force F_r is the same approximately along the bunch. The focusing field of this value is formed in now widely investigated plasma lens for a long relativistic electron beam.

REFERENCES

1. Fainberg Ya., Ayzatsky M., Balakirev V. et al. Focusing of Relativistic Electron Bunches at the Wakefield Excitation in Plasma // Proceedings PAC'97. 12-16 May, 1997 Vancouver, Canada. Vol. II. - P. 651-653.
2. Lotov K.V., Maslov V.I., Onishchenko I.N., Svistun O.M. Homogeneous Focusing of Electron Bunch Sequence by Plasma Wakefield // Problems of Atomic Science & Technology. - 2012. – No.3(79). - P. 159-163.
3. Maslov V.I., Onishchenko I.N., Yarovaya I.P. Plasma Wakefield Excitation, Possessing of Homogeneous Focusing of Electron Bunches // Problems of Atomic Science & Technology. – 2013. – No.1(83). - P. 134-136.
4. Lotov K.V. Simulation of Ultrarelativistic Beam Dynamics in Plasma Wakefield Accelerator // Phys. Plasmas. – 1998. – Vol. 5, No.3. - P. 785-791.

PACS: 52.30.-q

DYNAMICS ION FLOWS IN A ROTATING PLASMA

V.B. Yuferov, A.S. Svichkar, S.V. Shariy, V.V. Katrechko, T.I. Tkachova

*NSC Kharkov Institute of Physics & Technology
1, Academichna Str., 61108 Kharkov, Ukraine
V.N. Karazin Kharkov National University
E-mail: v.yuferov@kipt.kharkov.ua
Received May 5, 2014*

The article presents the equation that characterize the motion of charged particles in electromagnetic fields. The results of the American project for the separation of isotopes - plasma mass filter "Archimedes" are presented. The ratio of the electric and magnetic fields, in which there is a continuous selective heating of ions at the "DIS-1" are shown. The trajectory of the ions in crossed electromagnetic fields in the single-particle approximation are calculated. The motion of the ion flow in a rotating plasma are considered.

KEY WORDS: plasma, ion flux, crossed fields, the threshold mass, separation

ДИНАМІКА ІОННИХ ПОТОКІВ У ПЛАЗМІ, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ

В.Б. Юферов, А.С. Свічкарь, С.В. Шарій, В.В. Катречко, Т.І. Ткачова

*Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»
61108, вул. Академічна, 1, Харків, Україна*

Наведено рівняння, які характеризують рух зарядженої частинки в електромагнітних полях. Представлені результати американського проекту з розділення ізотопів – плазмового мас-фільтра "Архімед". Показані співвідношення електричного і магнітного полів, при яких відбувається безперервний нагрів селективних іонів в установці "ДІС-1". Розраховані траєкторії руху іонів в скрещених електромагнітних полях в одночасткову наближенні. Розглянуто рух іонних потоків у плазмі, що обертається.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: плазма, іонний потік, скрещені поля, порогова маса, сепарація

ДИНАМИКА ИОННЫХ ПОТОКОВ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

В.Б. Юферов, А.С. Свичкарь, С.В. Шарий, В.В. Катречко, Т.И. Ткачева

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»
61108, ул. Академическая, 1, Харьков, Украина*

Приведены уравнения, которые характеризуют движение заряженной частицы в электромагнитных полях. Представлены результаты американского проекта по разделению изотопов – плазменного масс-фильтра "Архимед". Показаны соотношения электрического и магнитного полей, при которых происходит непрерывный нагрев селективных ионов на установке "ДИС-1". Рассчитаны траектории движения ионов в скрещенных электромагнитных полях в одночастичном приближении. Рассмотрено движение ионных потоков во вращающейся плазме.

КЛЮЕВЫЕ СЛОВА: плазма, ионный поток, скрещенные поля, пороговая масса, сепарація

В работе [1] рассмотрено движение ионных потоков во вращающейся плазме в ННЦ ХФТИ на установке "ДИС-1" [2] (магнитоплазменный метод разделения групп масс), которая имеет ряд особенностей, обеспечивающих протекание процессов ионизации, формирования потока многокомпонентной плазмы, селективного нагрева групп ионов в заданном диапазоне масс и их пространственного отделения от ионов других сортов.

Упомянутый метод основан на принципе разделения тяжелых и легких фракций ионов во вращающейся плазме с положительным потенциалом на оси цилиндрической системы с продольным магнитным и радиальным электрическим полем (система $E \times B$).

Электрические и магнитные поля действуют на движущиеся заряженные частицы с известной силой. Поэтому эти поля могут использоваться для управления движением заряженных частиц.

Описание движения заряженной частицы проводится на основании второго закона Ньютона, уравнение которого имеет вид

$$m\vec{a} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (1)$$

где $q\vec{E}$ - электрическая сила, $q\vec{v} \times \vec{B}$ - магнитная сила (сила Лоренца). Для однозначного решения уравнения (1) его необходимо дополнить начальными условиями: положением частицы r и скоростью \vec{v} в некоторый начальный момент времени t .

В экспериментах на установке "ДИС-1", как и в плазменных фильтрах, электрическое поле направлено радиально наружу (положительный потенциал на оси) и дополняет центробежную силу, а сила Лоренца противодействует им. При этих условиях баланс сил действующих на заряженную частицу, и, соответственно, условие равновесия в радиальном направлении может быть выражено:

$$Mr\omega^2 + qE_r - qr\omega B_z = 0, \quad (2)$$

где $Mr\omega^2$ – центробежная сила, M – масса частицы, r – расстояние частицы до оси вращения, ω – круговая частота вращения частицы, E_r – напряженность радиального электрического поля, B_z – индукция продольного магнитного поля, q – заряд электрона.

При выполнении равенства $2\omega_E = \omega_{ci}$, ион, для которого выполняется это условие, находится в режиме непрерывного ускорения (ускоряется радиальным электрическим полем). Исходя из последнего равенства, был проведён расчёт и построены "кривые нагрева", зависимости величин скрещенных электрических и магнитных полей для различных масс элементов, которые используются в качестве рабочего вещества на установке "ДИС-1" (рис.1).

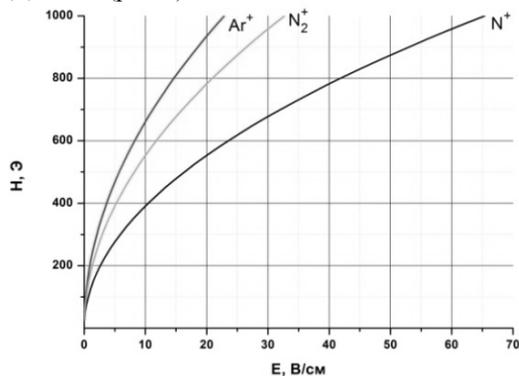


Рис.1. Условия непрерывного нагрева ионов N^+ , N_2^+ и Ar^+ на установке «ДИС-1»

Если же равенство сил не достигается, то возможно появление двух сортов частиц: одни будут локализованы на своей орбите, а другие выходить по радиусу, характеризующихся массой критической величины:

$$M_c \approx \frac{erB^2}{2E}, \quad (3)$$

где M_c – пороговая масса разделения частиц на два сорта $M \leq M_c$ и $M > M_c$ [4].

Подобный метод разделения тяжелой и легкой фракций ионов используется в масс-филтре "Архимед" [3,4]. Существенным нововведением в проекте "Архимед" является инжекция газо-паровой струи рабочего вещества радиально внутрь центральной плоскости вакуумной камеры с двух сторон, что предотвращает оседание рабочего вещества на

противоположной стенке камеры от области инжекции, а так же способствует повышению степени ионизации. При помощи ВЧ-генератора мощностью 5,9 МВт газо-паровая струя ионизируется и вращается в $E \times B$ полях. Ионы, масса которых превышает критическую массу (84 а.е.м. для масс-филтра "Архимед"), нагреваются радиальным электрическим полем и выходят на коллектора для сбора тяжелых ионов расположенных на периферии вакуумной камеры недалеко от области инжекции газо-паровой струи. Ионы, масса которых меньше критической массы, не набирают необходимой энергии от радиального электрического поля и не попадают на коллектора для сбора тяжелых ионов и выходят по оси системы на коллектора для сбора легких ионов.

В спадающем магнитном поле при постоянной напряженности радиального электрического поля шаг и амплитуда траектории движения ионов должны увеличиваться (рис.3).

Параметры масс-филтра "Архимед": критическая масса разделения $(A/z)_{кр} = 84$ а.е.м., радиус вакуумной камеры $R_k = 0,4$ м, мощность рассеиваемая на стенках камеры $P_{ст} = 2$ МВт/м², индукция магнитного поля $B = 0,17$ Тл, плотность плазмы $N = 3,5 \cdot 10^{13}$ см⁻³, мощность ВЧ генератора $P_{вч} = 5,9$ МВт.

Достигнутые результаты на масс-филтре "Архимед": масса перерабатываемых РАО (радиоактивных отходов) 440 кг/сут; энергия ионов $E_i = 300$ эВ; температура электронов, $T_e = 1,2 - 1,8$ эВ, $Z = 1$.

Для ионов Ar^+ , N^+ и N_2^+ согласно (2) рассчитаны соотношения продольного магнитного H_z и радиального электрического E_r полей, при которых селективный ион попадает в режим непрерывного ускорения на установке «ДИС-1» (рис.1).

Конфигурация магнитного поля установки «ДИС-1» позволяет разнести области создания плазмы (плазменный источник) и разделения сепарируемых ионов путем создания области дрейфа плазмы вдоль магнитного поля (рис.2,3). Плазменный источник (ПИ) должен создавать достаточно высокую плотность плазмы для получения максимальной производительности при ее бесстолкновительности в области разделения [5].

Столкновения в плазме при ее движении от ПИ к области разделения не влияет на процесс сепарации ионов. Это выгодно отличает разделительные установки с вращающейся в $E \times B$ полях плазмой от ИЦР-установок, в которых бесстолкновительность плазмы требуется на всей длине ускоряющей части: $L \gg R_p$ (R_p – радиус плазмы), тогда как в сепараторах с вращающейся в $E \times B$ полях плазмой: $L \approx R_p$.

Выбор величины магнитного поля H_z определяется необходимостью получения замагниченной плазмы с ларморовским радиусом ионов $R_l \ll R_p$ в области транспортировки плазмы от ПИ к области разделения и немагнитности выделяемых ионов в области разделения, где их ларморовский радиус $R_l \approx R_k$ (R_k – радиус вакуумной камеры), таким образом обеспечивается выход селективных ионов на стенки вакуумной камеры.

Система создания радиального электрического поля состоит из 9 коаксиальных электродов. На каждое кольцо подается определенный потенциал, и, исходя из принципа суперпозиции, обеспечивается необходимое распределение радиального электрического поля E_r в зависимости от: распределения магнитного поля (как продольного, так и радиального) и массы выделяемого иона.

Выполнен расчет движения заряженной частицы в одночастичном приближении, в электрическом и магнитном полях, для случая бесстолкновительной плазмы, учитывая силы: центробежную, Лоренца и силу

электрического поля, при заданных начальных и граничных условиях.

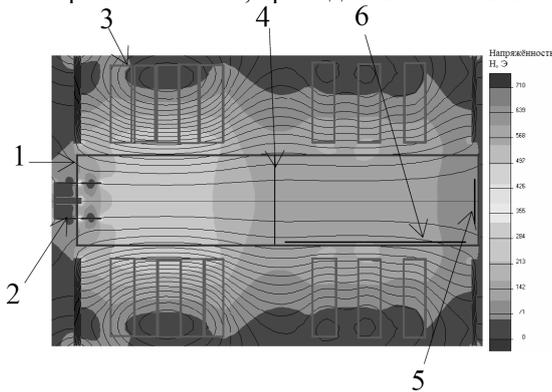


Рис.2. Схематический вид и топография магнитного поля установки "ДИС-1"(ток в магнитных катушках – 100А)

1 – вакуумная камера, (D=0,38м, L=1,65 м); 2 – плазменный источник (эквивалентный ток 2 А); 3 – магнитная система; 4 – коаксиальная система электродов радиального электрического поля; 5 – торцовый коллектор; 6 – продольный коллектор

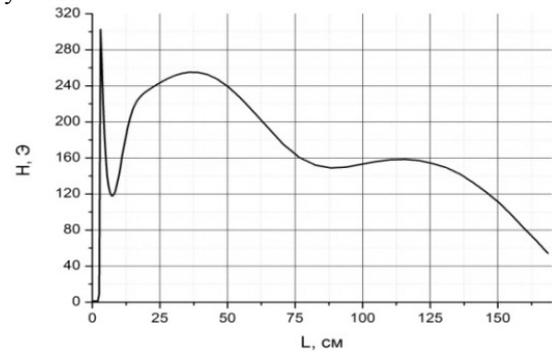


Рис.3. Осевое распределение магнитного поля установки "ДИС-1" (в области широкого пика максимума магнитного поля $H = \alpha I$ ($\alpha=2,4$), ток в магнитных катушках – 100А)

В цилиндрической системе координат движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях описывается системой из следующих уравнений:

$$\begin{cases} m \times (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = q \times (E_r + r\dot{\varphi}B_z - \dot{z}B_\varphi) \\ m \times (2r\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) = q \times (E_\varphi + \dot{z}B_r - \dot{r}B_z) \\ m\ddot{z} = q \times (E_z + \dot{r}B_\varphi - r\dot{\varphi}B_r) \end{cases} \quad (4)$$

Магнитное поле задавалось в виде трёх линейных участков (серая кривая на рис. 4а,в), электрическое – const.

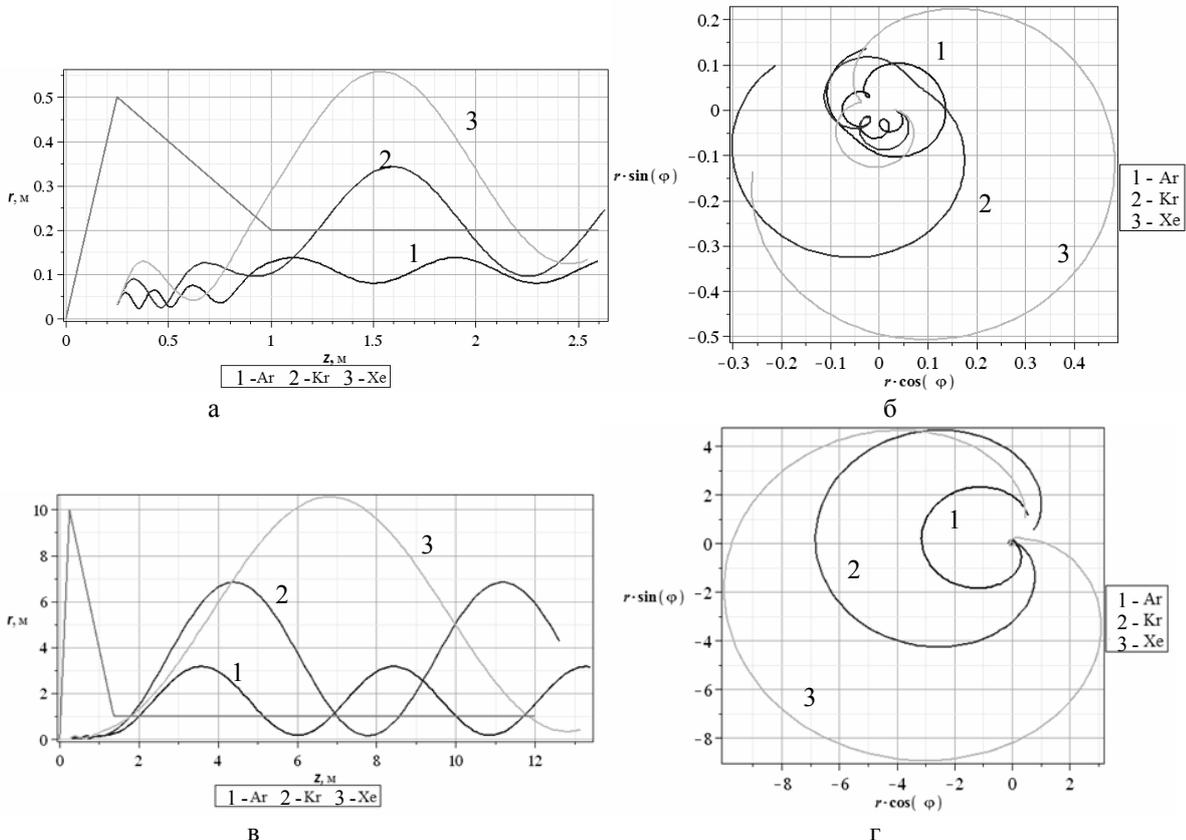


Рис. 4. Проекция траектории движения ионов в случае бесстолкновительной плазмы
 а,в – проекция Z, б,г – проекция φ

На рис. 4 приведены графики траекторий движения ионов Ar^+ , Kr^+ и He^+ при начальных условиях: частица запускалась под углом $\alpha = 45^\circ$ в области $r_0 = 0,03$ м, $z_0 = 0,25$ м; начальная энергия ионов $W_i = 5$ эВ; напряженность магнитного поля в максимуме $H_{max} = 1$ кЭ, в области однородного поля $H_0 = 0,4$ кЭ (рис. 4а,б) и $H_0 = 0,1$ кЭ (рис. 4в,г); радиальное электрическое поле $E_r = 100$ В/м.

Исходя из рис. 4 видим, что ионы, для которых выполнилось условие $\omega_{ci} \approx 2\omega_E$ начинают стремительно набирать энергию, как поперечную, так и продольную. Таким образом, задавая определенные соотношения продольного магнитного и радиального электрического полей можем производить нагрев ионов начиная с необходимой атомной массы.

Динамика потоков молекулярных ионов N_2^+ на продольные и торцевые коллекторы при монотонном изменении радиального электрического поля $E_r = 0 \dots 12$ В/см ($B_{\perp} = \text{const}$) на установке «ДИС-1» представлена на рис.5. В ходе эксперимента плазменный источник (плазменный столб) находился под положительным потенциалом.

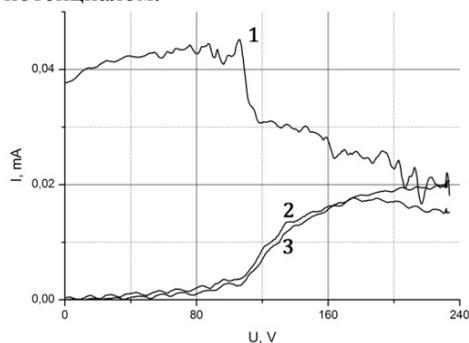


Рис. 5. Изменение токов на торцевой -1 и продольный коллекторы: 2,3 (две первых ламели продольного коллектора) при изменении величины E_r

На рис. 5 приведено изменение токов 1 – первая ламель торцевого коллектора и 2,3 – 1 и 2 ламели продольного коллектора. Характер кривой 1 повторяется на всех ламелях торцевого коллектора, характер кривой 2,3 повторяется на всех ламелях продольного коллектора.

При достижении резонансных условий, происходит перераспределение потоков ионов N_2^+ и их выход в радиальном направлении на стенки камеры в определенных поперечных сечениях камеры (определенных величинах H_{\perp}), которое сопровождается значительными изменениями давления в ходе эксперимента, что возможно объяснить процессами которые происходят на стенках вакуумной камеры. Кроме этого перераспределение ионных потоков сопровождается одновременным изменением частотного спектра.

В ходе эксперимента на установке «ДИС-1» наблюдается сохранение токового баланса в разряде, т.е. изменение плотности ионного тока на торцевом коллекторе равняется изменению плотности ионного тока на продольном коллекторе.

Динамика потока плазмы, представленная на рис.5 (выход ионов в радиальном направлении) подтверждается расчетами, выполненными исходя из системы уравнений (4).

ВЫВОДЫ

Обнаружен режим на установке «ДИС-1», при котором наблюдается выход ионных потоков по радиусу. Перераспределение ионных потоков сопровождается изменением частотного спектра и сохранением токового баланса.

При моделировании движения траекторий ионов в скрещенных полях ($E \times B$) наблюдается значительный нагрев ионов при выполнении условия $\omega_{ci} \approx 2\omega_E$. Результат моделирования подтверждается экспериментом на установке «ДИС-1».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Juferov V.B., Svichkar' A.S., Sharyj S.V., Tkacheva T.I., Il'icheva V.O., Katrechko V.V., Shvec M.O., Shapoval A.I., Hizhnyak S.N. O pereraspredelenii ionnyh potokov v imitacionnyh jeksperimentah po magnitoplazmennoj separacii // VANT. - 2013. - No.5(87). - S.100-103.
- 2 Yegorov A.M., Yuferov V.B., Sharyj S.V., Seroshtanov V.A., Druj O.S., Yegorenkov V.V., Ribas E.V., Khizhnyak S.N., Vinnikov D.V. Preliminary Study of the Demo Plasma Separator // Problems of Atomic Science and Technology. – 2009. – No.1(59). - P.122-124.
- 3 Litvak A., Agnew S., Anderegg F., Cluggish B., Freeman R., Gilleland J., Isler R., Lee W., Miller R., Ohkawa T., Putvinski S., Sevier L., Umstadter K., Winslow D. Archimedes Plasma Mass Filter / 30th EPS Conference on Contr. Fusion and Plasma Phys. - St. Petersburg (Russia), 2003. - Vol. 27A, O-1.6A.
- 4 Ohkawa T. Ohkawa T. Opisanie izobrenenija k patentu Rocijskoj Federacii. - 2001122156 /15 07.08 2001.
- 5 Il'icheva V.O., Juferov V.B., Druj O.S., Sharyj S.V. Cravnitel'nyj analiz separacionnyh ustrojstv dlja magnitoplazmennoj regeneracii obluchennogo jadernogo topliva // Voprosy atomnoj nauki i tehniki. – 2012. – No.4(80). - S.112-116.

blank line)

(blank line)

PACS: Here you must specify PACS codes

(blank line)

INSTRUCTIONS FOR PREPARING MANUSCRIPT (TITLE)

(blank line)

N.N. Author¹, N.N. Co-author(s)²

¹*Affiliation*

²*Affiliation (if different from Authors affiliation)*

e-mail: corresponding_authors@mail.com

Received January 14, 2014

(blank line)

Each paper must begin with an abstract. The abstract should be typed in the same manner as the body text (see below). Please note that these Instructions are typed just like the manuscripts should be. The abstract must have at least 500 phonetic symbols, supplying general information about the achievements, and objectives of the paper, experimental technique, methods applied, significant results and conclusions. Page layout: the text should be printed on the paper A4 format, at least 3 pages, with margins of: Top - 3, Bottom, Left and Right - 2 cm. The abstract should be presented in English (only for foreign authors), Ukraine and Russian.

KEYWORDS: there, must, be, at least, 5 keywords

(blank line)

This is introduction section. This paper contains instructions for preparing the manuscripts. The text should be prepared in .doc format (using MS Word).

(blank line)

INSTRUCTIONS

The text should be typed as follows:

- title: Times New Roman, 12 pt, ALL CAPS, bold, 1 spacing, centered;
- authors: name, initials and family names; Times New Roman, 12 pt, bold, 1 spacing, centered;
- affiliation(s): Times New Roman, 9 pt, italic, 1 spacing, centered;
- abstract: Times New Roman, 9 pt, 1 spacing, justified;
- body text: Times New Roman, 10 pt, 1 spacing, justified; paragraphs in sections should be indented right (tabulated) for 0.75 cm;
- section titles: Times New Roman, 10 pt, bold, 1 spacing, centered, without numbering, one line should be left, blank above section title;
- subsection titles: Times New Roman, 10 pt, bold, 1 spacing, centered, without numbering in accordance to the section (see below), one line should be left blank above subsection title;
- figure captions: width of the figure should be 85 or 170 mm, figures should be numbered (Fig. 1) and titled below figures using sentence format, Times New Roman, 9 pt, 1 spacing, centered (if one line) or justified (if more than one line); one line should be left blank below figure captions;
- table captions: width of the table should be 85 or 170 mm, tables should be numbered (Table 1.) and titled above tables using sentence format, Times New Roman, 10 pt, 1 spacing, centered (if one line) or justified (if more than one line), tables should be formatted with a single-line box around the outside border and single ruling lines between rows and columns; one line should be left blank below tables;
- equations: place equations centered, numbered in Arabic (1), flush right, equations should be specially prepared in MathType; one line should be left blank below and above equation.

(blank line)

Additional instructions

Numerated figures and tables should be embedded in your text and placed after they are cited. Only black and white drawings and sharp photographs are acceptable. Letters in the figures should be 3 mm high. The figures should be presented in one of the following graphic formats: jpg, gif, pcx, bmp, tif.

(blank line)

REFERENCES

Titles of journals, articles and author names in references should be given in Roman script. References should be numbered in the order of referring in the text, e.g. [1], [2-5], etc. Do not superscript your reference numbers. Cite references as in journal format. The full references should be listed in numerical order of citation in the text at the end of the paper (justified), Times New Roman, 9 pt, 1 spacing. References should be given in the following form:

Journals

1. Holzwarth G., Eckart G. Fluid-dynamical approximation for finite Fermi systems // Nucl. Phys. - 1979. - Vol. A325. - P.1-30.

Books

2. Bertsch G.F., Broglia R.A. Oscillations in finite quantum systems. Ch. 6. - Cambridge: Cambridge University, 1994. - 150 p.

Chapters

3. Van der Woude A. The electric giant resonances // Electric and magnetic giant resonances in nuclei / Ed. by J. Speth. - Singapore: World Scientific P.C., 1991. - P. 99-232.

Conference or symposium proceedings

4. Smolanzuk R., Skalski J., Sobiczewski A. Masses and half-life of superheavy elements // Proc. of the International Workshop 24 on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations / Ed. by H. Feldmeier et al. - GSI, Darmstadt, 1996. - P.35-42.

Special Notes

1. Use International System of Units (SI system). 2. It is undesirable to use acronyms in the titles. Please define the acronym on its first use in the paper. 3. Refer to isotopes as ¹⁴C, ³H, ⁶⁰Co, etc.