

$$s_{1-} \leq s_1 \leq s_{1+}, s_{1\pm} = \frac{1}{2} [2M^2 + m^2 + s - s_{12} \pm \sqrt{(1 - \frac{4M^2}{s_{12}})[(s + m^2 - s_{12})^2 - 4m^2s]}]. \quad (41)$$

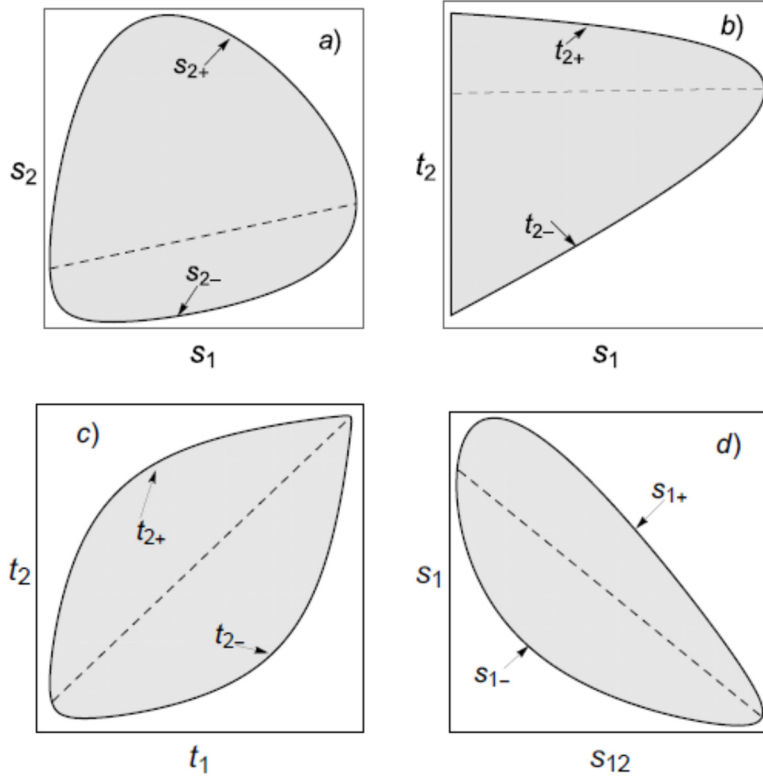


Figure 1. The kinematical double invariant variables regions calculated at $s = 10 GeV^2$
 (a) $-(s_1, s_2)$, (b) $-(s_1, t_2)$, (c) $-(t_1, t_2)$ and (d) $-(s_{12}, s_1)$.

Taking into account that the expression under square root in Eq.(41) has not to be negative, one finds the limits on the variable s_{12}

$$4M^2 \leq s_{12} \leq (\sqrt{s} - m)^2.$$

As concerns the region (t_1, t_2) , the corresponding boundaries are more complicated and the analytical expressions for them require additional short notation. We introduce

$$G(x, y, z, u, v, w) = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2u & u-v+x & u+w-y \\ u-v+x & 2x & w+x-z \\ u+w-y & w+x-z & 2w \end{vmatrix},$$

$$s_{1-} < s_1 < s_{1+},$$

$$s_{1\pm} = \frac{(a \pm b)}{(m_e^2 - s_2^+) - 4t_1 s_2}, b = 2\sqrt{G(s, t_1, s_2, m_e^2, m_e^2, M^2)G(t_2, s_2, t_1, M^2, m_e^2, m^2)},$$

$$a = s_2^- \left[s(t_1 - m^2) + M^2(t_+ - M^2) - s_2 t_2 \right] + s(t_2 s_2^+ - 2M^2 t_1) + m_e^2 \left[m_e^2 (s - 2M^2) + \right. \\ \left. + m^2 (s - 2M^2 + 2s_2) + M^2 (M^2 + t_+ + 2s_2^+) + s t_- - s_2 (t_+ + s_2) \right],$$

$$\frac{-\lambda_{12} \lambda_2 + a_1}{2t_2} < s_2 < \frac{\lambda_s \lambda_1 + b_1}{2m_e^2},$$

where

$$a_1 = t_-(t_2 - m_e^2) + m^2(-M^2 + m_e^2 + t_2) + M^2 t_+, b_1 = s(t_1 - M^2) + m_e^2(s + 2M^2),$$

$$s_2^\pm = s_2 \pm t_1, t_\pm = t_1 \pm t_2, \lambda(x, y, z) = x^2 - 2xy - 2xz + y^2 - 2yz + z^2,$$

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\lambda(t_{1,2}, m_e^2, M^2)}, \lambda_{12} = \sqrt{\lambda(t_1, t_2, m^2)}, \lambda_s = \sqrt{\lambda(s, m_e^2, m_e^2)}.$$

The boundaries of the region (t_1, t_2) are determined by the equation

$$\frac{-\lambda_{12}\lambda_2 + a_1}{2t_2} = \frac{\lambda_s\lambda_1 + b_1}{2m_e^2}. \quad (42)$$

It is clear that, at such high energies, the electron mass cannot influence the kinematics, and to simplify following calculations we go to the limit $m_e \rightarrow 0$. The Eq.(42), in this limiting case, reads

$$\frac{t_1(M^2 - s - t_1)}{M^2 - t_1} = \frac{(t_2 - M^2)(\lambda_{12} + m^2) + t_2 t_- + M^2 t_+}{2t_2},$$

and gives

$$t_2^- < t_2 < t_2^+$$

$$t_2^\pm = \frac{a_2 \pm b_2}{2(M^2 - t_1)(M^2 - s - t_1)}, a_2 = M^2[2t_1(s + t_1) - m^2 s + 2M^4 - M^2(s + 4t_1)] +$$

$$+ st_1(m^2 - s - t_1), b_2 = s[M^4 + 4t_1(t_1 - M^2) + 2t_1(s + t_1)] +$$

$$+ t_1^2(s + t_1)(s + t_1 - 4M^2) + m^2(t_1 - M^2)[m^2(t_1 - M^2) + 2M^4 - 2t_1(s + t_1)]^{1/2},$$

$$\frac{a_3 - b_3}{2} \leq t_1 \leq \frac{a_3 + b_3}{2}, a_3 = 2M(M + m) + m^2 - s, b_3 = \sqrt{s - m^2} \sqrt{s - (m + 2M)^2}.$$

The regions (t_2, t_1) and (s_1, s_{12}) are plotted in the lower row in Fig. 1.

In addition, the dependence on the invariant mass of the $N\bar{N}$ -system is also of the great interest. It is evident, that to study this dependence, it is enough to measure the pion 4-momentum k only. This ensures, at least, investigations of the double distributions over invariants $\bar{t}_1 = (k_1 - k)^2$, $s_{12} = (p_1 + p_2)^2$ or $\bar{t}_2 = (k_2 - k)^2, s_{12}$. To perform the corresponding calculations, it is necessary to investigate the Gramian determinant using \bar{t}_1 (or \bar{t}_2) and s_{12} variable of five independent invariant variables. In present paper such kind of distributions are not considered but we hope to study them in the next publications.

The matrix element squared of the process (1), as well as the differential cross section, are defined by the convolution of the leptonic and hadronic tensors (see Eq. (6)), that can be expressed in terms of the invariant amplitudes and chosen invariant variables. To calculate the contribution of any dynamical mechanism to the cross section, it is enough to know only the corresponding invariant amplitudes and this simplification is an essential advantage of the developed here formalism.

ORCID IDs

Mykhailo I. Konchatnij, <https://orcid.org/0000-0002-9972-5348>; Nikolay P. Merenkov, <https://orcid.org/0000-0002-9743-3827>
Egle Tomasi-Gustafsson, <https://orcid.org/0000-0002-5263-3948>

REFERENCES

- [1] Bing-Song Zou, arXiv:1801.09822v1 [hep-ph], <https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.09822>
- [2] H. Li, BES Collaboration, H.C. Chiang, G.X. Peng, and B.S. Zou, Nucl. Phys. **A675**, 189 (2000), [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(00\)00243-8](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(00)00243-8).
- [3] BES Collaboration, B.S.Zou et al., Excited Nucleons and Hadronic Structure, in: Proc. of NSTAR 2000 Conference at JLab, edited by V.D. Burkert, L. Elouadrhiri, J.J. Kelly, and R.C. Minehart, (World Scientific, 2001), pp. 155, <https://doi.org/10.1142/4591>.

- [4] M. Ablikim et al. [BESIII Collaboration], Phys. Rev. Lett. 124, 042001 (2020), <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.042001>.
- [5] M. Ablikim et al. [BESIII], Phys. Lett. **B814**, 136110 (2021), <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2021.136110>.
- [6] M. Ablikim et al. [BESIII], Phys. Lett. **B817**, 136328 (2021), <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2021.136328>.
- [7] J. Haidenbauer, U. G. Meißner and L. Y. Dai, Phys. Rev. **D103**, 014028 (2021), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.014028>.
- [8] E. Tomasi-Gustafsson, A. Bianconi and S. Pacetti, Phys. Rev. **C103**, 035203 (2021), <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.103.035203>.
- [9] Y. M. Bystritskiy, Phys. Rev. **D103**, 116029 (2021), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.116029>.
- [10] B.S. Zou, Nucl. Phys. **A684**, 330 (2001), [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(01\)00433-X](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(01)00433-X);
- [11] Nucl. Phys. **A675**, 167 (2000), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.66.054020>
- [12] D.M. Asner et al., Int. J. Mod. Phys. A, **24**, S1 (2009) [arXiv:0809.1869 [hep-ex]], <https://doi.org/10.48550/arXiv.0809.1869>.
- [13] M. Ablikim et al. (BESIII Collaboration), Phys. Rev. **D90**, 032007 (2014), arXiv:1406.2486v1 [hep-ex], <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.032007>
- [14] M. Ablikim et al., Phys. Lett. **B771**, arXiv:1701.04198v1 [hep-ex], <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2017.05.033>.
- [15] J.P. Alexander et al. [CLEO Collaboration], Phys. Rev. **D82**, 092002 (2010), [arXiv:1007.2886 [hep-ex]], <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.092002>
- [16] IHEP-Physics-Report-BESIII-2019-12-13, arXiv:1912.05983v1 [hep-ex], <https://doi.org/10.48550/arXiv.1912.05983>
- [17] S. Adler, Ann. Phys. **50**, 189 (1968), [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(68\)90278-9](https://doi.org/10.1016/0003-4916(68)90278-9)
- [18] E. Byckling, and K. Kajantie, *Particle Kinematics* (Wiley, London, New York, Sydney, Toronto, 1973)

ЗАГАЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕАКЦІЇ $e^+ + e^- \rightarrow N + \bar{N} + \pi^0$

Г.І. Гах^а, М.І. Кончатний^а, М.П. Меренков^а, Егле Томасі-Густафссон^б

^аНаціональний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

вул. Академічна, 1, 61108, м. Харків, Україна

^бIRFU, CEA, Université Paris-Saclay, 91191, Жив-сюр-Іветт, Франція

У наближенні однофотонної анігіляції виконано загальний аналіз реакції $e^+ + e^- \rightarrow N + \bar{N} + \pi^0$ у випадку позадвожньо поляризованого пучка електронів з врахуванням поляризаційних станів кінцевого нуклона. Цей аналіз є корисним для опису внесків континуума (не резонансний) та резонансного (з різними можливими векторними мезонами або збудженими баріонами у проміжних віртуальних станах діаграм Фейнмана). Для виразу матричного елемента у термінах шести комплексних незалежних інваріантних амплітуд було використано збереження електромагнітних струмів адронів та Р-інваріантність електромагнітної взаємодії адронів. Була визначена загальна структура адронного тензора у випадку неполяризованих кінцевих адронів і поляризованого нуклона. Спіннезалежна частина адронного тензора визначається п'ятьма структурними функціями, а спінзалежна – 13 структурними функціями. Поперечна, позадвожня та нормальна компоненти нуклонного чотиривектора поляризації виражені у термінах чотиривекторів імпульсів частинок. Застосовані п'ять незалежних інваріантних змінних що описують реакцію. Досліджені межі існування цих змінних. Кінематичні області подвійних інваріантних змінних приведені на рисунку. Досліджена кінематика яка зручна для дослідження розподілів по інваріантній масі.

Ключові слова: поляризаційні явища, електрон, інваріантні амплітуди, адронний тензор, кінематика.