East Eur. J. Phys. Vol.1 No.4 (2014) 77-83

PACS: 41.60.-m

TRANSITION RADIATION IN ANOMALOUS SKIN EFFECT CONDITIONS WITH THE MIXED ELECTRON REFLECTION FROM THE BOUNDARY

V.I. Miroshnichenko[1], V.M. Ostroushko[2]
[1)]Institute of Applied Physics NASU
Sumy, 40030, st. Petropavlovskaya 58, Ukraine
E-mail: mvi@ipfcentr.sumy.ua
[2)]NSC "Kharkiv Institute of Physics and Technology" NASU
Kharkiv, 61108, st. Akamemicheskaya 1, Ukraine
E-mail: ostroushko-v@kipt.kharkov.ua
Received July 25, 2014

It is considered the transition radiation when the charged particle crosses the boundary of plasma medium, in the cases of uniform motion and the motion, which consists of two parts of uniform motion, with two running across the boundary. The solution of the problem is obtained for the conditions when the spatial dispersion is large, skin effect is anomalous, and the reflection of the electrons from the boundary is partially specular and partially diffuse. There are found the differences of characteristics of radiation from ones available in the case of ideally conducting medium and the conditions, for which these differences are considerable. It is considered the question about effectiveness of generation of wide band radiation with use of pulsed accelerators.
KEY WORDS. Transition radiation, spatial dispersion, anomalous skin effect, mixed electrons reflection from boundary, effectiveness of the wide band signal generation

ПЕРЕХІДНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ В УМОВАХ АНОМАЛЬНОГО СКІН-ЕФЕКТУ ПРИ МІШАНОМУ ВІДБИТТІ ЕЛЕКТРОНІВ ВІД МЕЖІ

В.І. Мірошниченко[1], В.М. Остроушко[2]
[1)]Інститут прикладної фізики НАН України
Суми, 40030, вул. Петропавлівська, 58
[2)]Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України
Харків, 61108, вул. Академічна, 1
Розглянуто перехідне випромінювання при перетинанні зарядженою частинкою межі плазмового середовища, як при рівномірному русі, так і при русі, що складається з двох ділянок рівномірного, з дворазовим перетинанням межі. Розв'язок задачі отримано за умов, коли просторова дисперсія є значною, скін-ефект є аномальним, а відбиття електронів від межі є частково дзеркальним, частково дифузним. Виявлено відміни характеристик випромінювання від наявних у випадку ідеально провідного середовища та умови, за яких ті відміни значні. Розглянуто питання про ефективність генерації широкосмугового випромінювання з використанням імпульсних прискорювачів прямої дії.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: Перехідне випромінювання, просторова дисперсія, аномальний скін-ефект, мішане відбиття електронів від межі, ефективність генерації широкосмугового сигналу

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В УСЛОВИЯХ АНОМАЛЬНОГО СКИН-ЭФФЕКТА ПРИ СМЕШАННОМ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ ОТ ГРАНИЦЫ

В.И. Мирошниченко[1], В.Н. Остроушко[2]
[1)]Институт прикладной физики НАН Украины
Сумы, 40030, ул. Петропавловская, 58
[2)]ННЦ "Харьковский физико-технический институт" НАН Украины
Харьков, 60108, ул. Академическая, 1
Рассмотрено переходное излучение при пересечении заряженной частицей границы плазменной среды, как при равномерном движении, так и при движении, которое состоит из двух участков равномерного, с двукратным пересечением границы. Решение задачи получено для условий, когда пространственная дисперсия значительна, скин-эффект аномален, а отражение электронов от границы является частично зеркальным, частично диффузным. Выявлены отличия характеристик излучения от наличных в случае идеально проводящей среды и условия, при которых эти отличия значительны. Рассмотрен вопрос об эффективности генерации широкополосного излучения с использованием импульсных ускорителей прямого действия.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Переходное излучение, пространственная дисперсия, аномальный скин-эффект, смешанное отражение электронов от границы, эффективность генерации широкополосного сигнала

Розв'язок задачі про перехідне випромінювання при перетинанні зарядженою частинкою межі плазмового середовища добре відомий. Зокрема, задача була розв'язана і з урахуванням просторової дисперсії [1]. Досліджено, також, особливості перехідного випромінювання, утвореного частинкою, яка перетнула межу невдовзі після зіткнення [2]. Крім того, з метою розробки генераторів перехідного випромінювання, отримані характеристики випромінювання, утвореного модульованими пучками [3], та проводяться експериментальні дослідження генерації широкосмугового перехідного випромінювання з використанням імпульсних прискорювачів прямої дії [4]. На перехідному випромінюванні, як на елементарному механізмі, працюють, також, інші прилади, зокрема, монотрон [5].

Якщо плазмовим середовищем є метал при низькій температурі, випромінювання може відбуватися в умовах аномального скін-ефекту. Його теорія значною мірою була побудована в роботах [6] та [7], де розглядали відбиття електромагнітної хвилі від плазми електронів з різкою межею, причому відбиття електронів від межі характеризувалося певним співвідношенням між кількістю електронів, відбитих дзеркально та дифузно. Імовірність дзеркального відбиття електронів залежить від енергії та кута падіння електрона на межу. У роботі [8] задача розв'язується для довільної такої залежності, з використанням розкладу у ряд Неймана. Однак значну кількість результатів, у тому числі точних, отримано при однаковому для усіх електронів коефіцієнті дзеркальності. Зокрема, у такому припущенні точно розв'язано задачу про нормальне падіння хвилі в умовах гранично аномального скін-ефекгу [9] та визначено характеристики проникнення поздовжнього поля у плазму в умовах, близьких до таких [10]. Крім того, у роботі [11] отримано точний розв'язок задачі про нормальне падіння у припущенні, що функція розподілу відбитих електронів фіксована з точністю до множника, який певною мірою характеризує дифузність відбиття електронів від межі, а у роботі [12] одержано явні співвідношення для плазмового шару.

Основна мета даної роботи — отримати амплітуду випромінювання при нормальному падінні частинки на локально-ізотропну плазму з різкою межею на частотах значно більших від частоти зіткнень, але значно менших від плазмової, за наявності значної просторової дисперсії. У наступних розділах викладено побудову розв'язку. Метод розв'язання задачі, порівняно з використаним у [13] (де було розглянуто похиле падіння електромагнітної хвилі на плазму), дещо змінений, і інакше введені деякі позначення. У передостанньому розділі розглянуто питання про ефективність генерації широкосмугового випромінювання при використанні імпульсних прискорювачів прямої дії, у зв'язку з чим у основній частині роботи розглядається випадок аномального скін-ефекту, коли звичайна омічна дисипація енергії мала.

ВИХІДНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

Вважаємо, що частинка із зарядом Z_0e_0 рухається уздовж осі OZ зі швидкістю $\beta_0c\vec{e}_z$, де $\vec{e}_z$ — одиничний вектор осі OZ, c — швидкість світла, e_0 — заряд електрона, $\beta_0\in(-1,1)$, $\beta_0\neq 0$, а плазмове середовище розташоване у півпросторі $z>0$. Рівняння Максвела у півпросторі $z>0$ записуємо у вигляді $\operatorname{rot}\vec{E}+c^{-1}(\partial/\partial t)\vec{H}=0$, $\operatorname{rot}\vec{H}-c^{-1}(\partial/\partial t)\vec{E}-4\pi c^{-1}(\vec{j}+\vec{j}_0)=0$, де $\vec{j}_0=Z_0e_0\delta(x)\delta(y)\delta(z-\beta_0ct)\beta_0c\vec{e}_z$, $\vec{j}=e_0\int d^3\vec{v}\vec{v}f$, $f=f(\vec{v},\vec{r},t)$ — збурення функції розподілу електронів; для нього, у лінійному наближенні, з рівняння Власова випливає рівняння $(\partial/\partial t)f+\vec{v}(\partial/\partial\vec{r})f+(e_0/m)\vec{E}(\partial/\partial\vec{v})f_0+\nu f=0$, де m — маса електрона, ν — частота зіткнень, f_0 — незбурена функція розподілу електронів; вважаємо її відповідною ізотропному розподілу Фермі з нульовою температурою: $f_0=3n_0(4\pi v_F^3)^{-1}$ при $v<v_F$, $f_0=0$ при $v>v_F$, де v_F — швидкість електронів на рівні Фермі, n_0 — густина електронів. Потік електронів з межі у плазму характеризуємо часткою, $p\in(0,1)$, електронів, відбитих від межі дзеркально (решта відбивається дифузно), що відповідає межовій, при $z=0$, умові $f(v_z)=pf(-v_z)$ для $v_z>0$. Застосовуємо перетворення Фур'є з множником $\exp[i\omega c^{-1}(ct-k_xx-k_yy-k_zz)]$ та інтегруванням за інтервалами $t\in(-\infty,+\infty)$, $x,y\in(-\infty,+\infty)$, $z\in(0,+\infty)$. Водимо функції $q_\lambda(\eta)=3\eta^{-2}\{(2\eta)^{-1}\ln[(1+\eta)/(1-\eta)]-1\}$, $q_\tau(\eta)=3(2\eta^2)^{-1}\{1-(2\eta)^{-1}(1-\eta^2)\ln[(1+\eta)/(1-\eta)]\}$, $Q_\lambda(k_z)=1-\Omega^2q_\lambda(\beta(k_\perp^2+k_z^2)^{1/2})$, $Q_\tau(k_z)=1-k_\perp^2-k_z^2-\Omega^2q_\tau(\beta(k_\perp^2+k_z^2)^{1/2})$, $\Psi_\lambda(k_z)=\omega c^{-1}[k_\perp E_\perp(k_z)+k_zE_z(k_z)]$, $\Psi_\tau(k_z)=\omega c^{-1}[k_\perp E_z(k_z)-k_zE_\perp(k_z)]$,

$$\Phi_\lambda(k_z)=Q_\lambda(k_z)[\Psi_\lambda(k_z)+p\Psi_\lambda(-k_z)]+k_zI_z(k_z), \tag{1}$$

$$\Phi_\tau(k_z)=Q_\tau(k_z)[\Psi_\tau(k_z)-p\Psi_\tau(-k_z)]+k_\perp I_z(k_z), \tag{2}$$

у яких $k_\perp=|\vec{k}_\perp|$, $\vec{k}_\perp=k_x\vec{e}_x+k_y\vec{e}_y$, $\vec{e}_x$ та $\vec{e}_y$ — одиничні вектори осей OX та OY, $E_\perp$ — проекція компоненти Фур'є електричного поля на напрямок вектора $\vec{k}_\perp$, $\beta=v_F\omega[c(\omega+i\nu)]^{-1}$, $\Omega=\omega_e[\omega(\omega+i\nu)]^{-1/2}$, $\omega_e=(4\pi e_0^2n_0/m)^{1/2}$, $I_z(k_z)=I_{z0}/(k_z-k_{z0})$, $k_{z0}=\beta_0^{-1}$, $I_{z0}=4\pi\operatorname{sign}(\beta_0)Z_0e_0/\omega$. Функції $\Psi_\lambda(k_z)$ та $\Psi_\tau(k_z)$, як і функції $E_\perp(k_z)$ та $E_z(k_z)$, мають бути аналітичними у півплощині $\operatorname{Im}k_z<0$ та у точці $k_z=-k_{z0}$, а функції $\Phi_\lambda(k_z)$ та $\Phi_\tau(k_z)$ відповідають певним лінійним комбінаціям лівих частин написаних рівнянь Максвела і мають бути аналітичними у півплощині $\operatorname{Im}k_z>0$ та у точці $k_z=k_{z0}$, у зв'язку з виконанням рівнянь у півпросторі $z>0$. Функції $\Psi_\lambda(k_z)$ та $\Psi_\tau(k_z)$ у півплощині $\operatorname{Im}k_z<0$ мають бути обмеженими, і, до того ж, мають виконуватись рівності $\Psi(\pm ik_\perp)=0$ для функції $\Psi(k_z)=k_\perp\Psi_\lambda(k_z)-k_z\Psi_\tau(k_z)$. Подібно до того, як було зроблено у роботах [6,14,15] для задачі про падінні хвилі на середовище, кожну з рівностей, (1) або (2), разом з вимогами аналітичності, можна розглядати як межову задачу Гілберта для пар функцій, $\{\Phi_{\lambda,\tau}(k_z),\ \Psi_{\lambda,\tau}(-k_z)\}$

та $\{\Phi_{\lambda,\tau}(-k_z)$, $\Psi_{\lambda,\tau}(k_z)\}$, аналітичних у різних півплощинах. Для граничних, при $z\to 0+$, значень $\tilde{E}_z(z)$, $\tilde{E}_\perp(z)$ та $\tilde{H}_\varphi(z)$, відповідних компонент поля (одиничний вектор напрямку φ визначений рівністю $\vec{e}_\varphi=[\vec{e}_z,\vec{k}_\perp/k_\perp]$), які були утворені інтегруванням тільки за t, x та y з множником $\exp[i\omega c^{-1}(ct-k_x x-k_y y)]$, маємо рівності $\tilde{E}_z(0+)=i\Psi_\lambda(\infty)$, $\tilde{E}_\perp(0)=-i\Psi_\tau(\infty)$, $\tilde{H}_\varphi(0)=\lim_{u\to\infty}\{-iu[\Psi_\tau(u)-\Psi_\tau(\infty)]\}$ (літера u, а далі, також, і літера w, місцями використовуються у аргументах функцій замість k_z; значення $0+$ аргументу функції $\tilde{E}_z(z)$ нагадує про те, що, через наявність хоча б частково дифузного відбиття, на різкій межі плазми має існувати нескінченно тонкий, змінний з часом, шар заряду [16], і значення нормальних до межі проекцій електричного поля з різних боків від межі різні). Позначаємо $A=(\beta\Omega)^{2/3}$. Вважаємо, що $|\beta_0|\sim 1$, $v_F\ll c$, та розглядаємо ті частотні складові, для яких $\nu\ll\omega$, $|A|\gg 1$ (тобто, скін-ефект аномальний), причому частоту зіткнень ν розглядаємо як нескінченно малу, і її додатність використовується лише для з'ясування правил обходу особливостей на комплексній площині. Вважаємо, також, що $k_\perp\in(0,1)$. Хвилі з $k_\perp>1$ у порожній півпростір $z<0$ не випромінюються, експоненційно спадаючи там при $z\to-\infty$. Функції $Q_{\lambda,\tau}(k_z)$ мають нулі $\pm k_{\lambda,\tau}$, відповідно, та точки галуження $\pm q$, для яких $q=(\beta^{-2}-k_\perp^2)^{1/2}$, $\mathrm{Im}\,q\to 0+$ при $\nu\to 0+$, $k_\lambda\approx 3^{1/2}i\Omega/\beta$, $k_\tau\approx(3\pi/4)^{1/3}iA/\beta$. Вводимо функції $Q^+_{\lambda,\tau}(k_z)$, аналітичні у півплощині $\mathrm{Im}\,k_z>0$ та поблизу точки q так, що $Q^+_{\lambda,\tau}(k_z)Q^+_{\lambda,\tau}(-k_z)=Q_{\lambda,\tau}(k_z)$, $Q^+_\lambda(\infty)=1$, $\lim_{u\to\infty}[Q^+_\tau(u)/u]=1$, та покладаємо $Q^\times_{\lambda,\tau}(k_z)=Q^+_{\lambda,\tau}(k_z)\big/Q^+_{\lambda,\tau}(-k_z)$. Функції $Q^+_{\lambda,\tau}(k_z)$ та $[Q^+_{\lambda,\tau}(-k_z)]^{-1}$, аналітичні у різних півплощинах, є парами розв'язків відповідних задач Рімана. Якщо від точки q провести розріз Γ у півплощину $\mathrm{Im}\,k_z>0$ на нескінченність, то при аналітичному продовженні функцій $Q_{\lambda,\tau}(k_z)$ з обходом точки q з різних боків для різниць значень на різних берегах розрізу виконуються рівності $Q_{\lambda,\tau}(k_z(1-i0))-Q_{\lambda,\tau}(k_z(1+i0))=-\Omega^2\Delta_{\lambda,\tau}(\beta(k_\perp^2+k_z^2)^{1/2})$, де $\Delta_\lambda(\eta)=-3\pi i\eta^{-3}$, $\Delta_\tau(\eta)=3\pi i(\eta^{-3}-\eta^{-1})/2$.

Розглядаємо (1) та (2) як функціональні рівняння. Якщо покласти $X_{\lambda,\tau}(k_z)=\Psi_{\lambda,\tau}(-k_z)Q^+_{\lambda,\tau}(k_z)$, $Y_{\lambda,\tau}(k_z)=\Phi_{\lambda,\tau}(k_z)/Q^+_{\lambda,\tau}(k_z)$, то приходимо до рівнянь,

$$X_\lambda(k_z)+pQ^\times_\lambda(k_z)X_\lambda(-k_z)-k_zI_z(-k_z)/Q^+_\lambda(-k_z)=Y_\lambda(-k_z),\qquad(3)$$

$$X_\tau(k_z)-pQ^\times_\tau(k_z)X_\tau(-k_z)+k_\perp I_z(-k_z)/Q^+_\tau(-k_z)=Y_\tau(-k_z),\qquad(4)$$

та вимог аналітичності функцій $X_{\lambda,\tau}(k_z)$ та $Y_{\lambda,\tau}(k_z)$ у півплощині $\mathrm{Im}\,k_z>0$ та у точках q та k_{z0}; крім того, мають існувати граничні, при $k_z\to i\infty$, значення величин $X_\lambda(k_z)$, $Y_\lambda(k_z)$, $X_\tau(k_z)/k_z$ та $Y_\tau(k_z)/k_z$.

РІВНЯННЯ ДЛЯ ПОЗДОВЖНЬОГО ПОЛЯ

З рівняння (3), враховуючи аналітичність функцій $X_\lambda(k_z)$ та $Y_\lambda(-k_z)$ у півплощинах $\mathrm{Im}\,k_z>0$ та $\mathrm{Im}\,k_z<0$, відповідно, подаючи решту доданків сумами функцій, аналітичних у тих півплощинах, та записуючи рівняння так, щоб кожна його частина була аналітична у одній з півплощин та спадна там при $k_z\to\infty$, для $\mathrm{Im}\,k_z>0$ одержуємо рівність

$$X_\lambda(k_z)-X_\lambda(\infty)-I_{z0}k_{z0}[(k_z+k_{z0})Q^+_\lambda(k_{z0})]^{-1}+(2\pi i)^{-1}p\int dw(w-k_z)^{-1}[Q^\times_\lambda(w)X_\lambda(-w)-X_\lambda(\infty)]=0\,;\qquad(5)$$

інтегрування у (5) виконується за симетричним відносно нуля контуром, який проходить близько до дійсної осі у додатному її напрямку та так, що точки k_z, k_{z0} та q залишаються з лівого боку від нього. Замінюючи змінну, w на $-w$, та переміщуючи контур інтегрування на розріз Γ, одержуємо рівняння

$$X_\lambda(k_z)-X_\lambda(\infty)-I_{z0}k_{z0}[(k_z+k_{z0})Q^+_\lambda(k_{z0})]^{-1}=-p\hat{K}_\lambda[k_z,w;X_\lambda(w)],\qquad(6)$$

у якому дія оператора $\hat{K}$ на функцію $f(u)$ визначена рівностями

$$\hat{K}_{\lambda,\tau}[u,w;f(w)]=\int_\Gamma dw(u+w)^{-1}K_{\lambda,\tau}(w)f(w),\qquad K_{\lambda,\tau}(w)=(2\pi i)^{-1}\Omega^2\Delta_{\lambda,\tau}(\beta(k_\perp^2+w^2)^{1/2})[Q^+_{\lambda,\tau}(w)]^{-2}\qquad(7)$$

(позначення з індексом τ використовуються далі при розгляді поперечного поля). Простими перетвореннями можна отримати рівняння

$$X_\lambda(k_z)/k_z-X_\lambda(0)/k_z+I_{z0}[(k_z+k_{z0})Q^+_\lambda(k_{z0})]^{-1}=p\hat{K}_\lambda[k_z,w;X_\lambda(w)/w],\qquad(8)$$

розв'язок якого можна подати лінійною комбінацією, $X_\lambda(k_z)=X_\lambda(0)X^r_\lambda(k_z)-I_{z0}[Q^+_\lambda(k_{z0})]^{-1}X^e_\lambda(k_z)$, розв'язків двох рівнянь,

$$X^r_\lambda(k_z)/k_z-k_z^{-1}=p\hat{K}_\lambda[k_z,w;X^r_\lambda(w)/w],\qquad(9)$$

$$X_\lambda^e(k_z)/k_z-(k_z+k_{z0})^{-1}=p\hat{K}_\lambda[k_z,w;X_\lambda^e(w)/w]\,. \tag{10}$$

З інтегральних рівнянь (9), (10) можна відшукати значення $X_\lambda^{r,e}(k_z)$ на контурі Γ, а далі скористатись тими рівняннями як явними формулами для $X_\lambda^{r,e}(k_z)$ на усій площині k_z, крім розрізу, симетричного до Γ відносно нуля. При $1\ll|k_z|\ll\Omega/\beta$ наближено маємо $Q_\lambda(k_z)\approx-\Omega^2 q_\lambda(\beta k_z)$, і якщо перейти до змінної βk_z, то наближено можна замінити ядро інтегральних рівнянь (9), (10) на ядро, побудоване за додатною на дійсній осі функцією $q_\lambda(iw)$ (замість функції $Q_\lambda(iw)$), а інтервал інтегрування у (7) для рівняння відносно змінної βk_z близький до $(1,\infty)$. Розв'язок рівняння можна отримати через збіжний ітераційний процес, відповідний побудові ряду Неймана. При $|k_z|\gg1$ маємо $X_\lambda^r(k_z)\approx X_\lambda^e(k_z)$, а при $|k_z|\le1$ маємо $X_\lambda^r(k_z)-X_\lambda^e(k_z)\approx k_{z0}/(k_{z0}+k_z)$.

РІВНЯННЯ ДЛЯ ПОПЕРЕЧНОГО ПОЛЯ

Розв'язок рівняння (4), відповідний даним граничним значенням $\tilde{E}_\perp(0)$ та $\tilde{H}_\varphi(0)$, можна подати у вигляді лінійної комбінації, $X_\tau(k_z)=[ik_zX(-p;k_z)-c_\tau\Psi_{\tau1}X(p;k_z)]\tilde{E}_\perp(0)-iX(p;k_z)\tilde{H}_\varphi(0)+I_{z0}k_\perp[Q_\tau^+(k_{z0})]^{-1}X_\tau^e(k_z)$. Тут $c_\tau=\exp(-i\pi/6)A/\beta$, $\Psi_{\tau1}=ic_\tau^{-1}\lim_{u\to\infty}[uX(-p;u)-Q_\tau^+(u)]$, $X_\tau^e(k_z)$ та $X(\pm p;k_z)$ — розв'язки функціональних рівнянь $X_\tau^e(k_z)-pQ_\tau^\times(k_z)X_\tau^e(-k_z)-(k_z+k_{z0})^{-1}=Y_\tau^e(-k_z)$ та $X(\pm p;k_z)\mp pQ_\tau^\times(k_z)X(\pm p;-k_z)=Y(\pm p;-k_z)$ з вимогами аналітичності функцій $X_\tau^e(k_z)$, $Y_\tau^e(k_z)$, $X(\pm p;k_z)$, $Y(\pm p;k_z)$ у півплощині $\mathrm{Im}\,k_z>0$ та у точках q та k_{z0}, причому при $k_z\to\infty$ функція $X_\tau^e(k_z)$ має бути спадною, а функції $X(\pm p;k_z)$ нормовані вимогою $X(\pm p;\infty)=1$. Подібно до того, як були отримані рівняння (6), (8), можна отримати рівняння

$$X_\tau^e(k_z)-(k_z+k_{z0})^{-1}=p\hat{K}_\tau[k_z,w;X_\tau^e(w)]\,, \tag{11}$$

$$X(p;k_z)-1=p\hat{K}_\tau[k_z,w;X(p;w)]\,, \tag{12}$$

$$X(-p;k_z)/k_z-X(-p;0)/k_z=p\hat{K}_\tau[k_z,w;X(-p;w)/w]\,. \tag{13}$$

При таких w, що $1/\beta\ll|w|\ll A/\beta$, маємо $K_\tau(w)\approx1/\pi$, і якщо записати рівняння відносно шести наступних функцій, $X_\tau^e(u/\beta)$, $u^{-1}X(p;ic_\tau/u)$, $u^{-1}X(-p;u/\beta)$, $u^{-1}X_\tau^e(ic_\tau/u)$, $X(p;u/\beta)$, $X(-p;ic_\tau/u)$, як функцій віл u, то ядра у тих рівняннях при $1\ll|w|\ll A$ близькі до $p/[\pi(u+w)]$. Можливість побудувати явно розв'язок рівняння з ядром $p/[\pi(u+w)]$ дозволяє застосувати метод часткового обернення. Позначаємо $\kappa=\pi^{-1}\arcsin(p)$ та розглядаємо рівняння

$$X(u)=f(u)+\sin(\pi\kappa)\int_1^\infty dw[\pi(u+w)]^{-1}X(w)\,. \tag{14}$$

Виконуючи заміну змінних u та w на $\exp(u)$ та $\exp(w)$, перетворюємо його на інтегральне рівняння на інтервалі $(0,\infty)$ з ядром, залежним від різниці $u-w$. Розв'язуючи таке рівняння методом Вінера-Хопфа, отримуємо рівність

$$X(u)=f(u)+\int_1^\infty dwV_\kappa(u,w)f(w)\,, \tag{15}$$

у якій

$$V_\kappa(u,w)=\pi^{-1}(uw)^{-1/2}\,\mathrm{tg}(\pi\kappa)\big\{\mathrm{sh}[\ln(u/w)(1/2+\kappa)]/\mathrm{sh}[\ln(u/w)]+$$
$$+\pi^{-1}\,\mathrm{tg}(\pi\kappa)\sum_{m,n=1}^\infty[(-1)^{m+n-1}\Lambda_{\kappa,m}\Lambda_{\kappa,n}(\sigma_{\kappa,m}+\sigma_{\kappa,n})^{-1}\exp(-\sigma_{\kappa,m}\ln u-\sigma_{\kappa,n}\ln w)]\big\}\,,$$

$\sigma_{\kappa,n}=n-1/2+(-1)^n\kappa$, $\Lambda_{\kappa,n}=\Lambda_\kappa(i\sigma_{\kappa,n})$, $\Lambda_\kappa(s)=[1-\sin(\pi\kappa)]^{1/2}\prod_{n=1}^\infty[(1-is/\sigma_{\kappa,n})/(1-is/\sigma_{0,n})]$. Різниця між ядрами рівнянь для згаданих шести функцій та ядром $p/[\pi(u+w)]$ при $1\le w\ll A$ оцінюється величиною порядку $(u+w)^{-1}w^{-1}$. Якщо, виконавши граничний перехід $A\to\infty$, $\beta\to0$, розглядати інтеграл з різницею як відому функцію (хоча насправді він містить невідому функцію) та включити його у функцію $f(u)$ у рівнянні вигляду (14), то на місці рівності (15) отримуємо інтегральне рівняння, ядро якого досить швидко спадає при необмеженому зростанні значень змінних, і таке рівняння простою заміною змінних може бути перетворене до інтегрального рівняння з обмеженим ядром на обмеженому інтервалі, у зв'язку з чим залежність функцій $X_\tau^e(u/\beta)$, $u^{-1}X(p;ic_\tau/u)$ та $u^{-1}X(-p;u/\beta)$ від u при $1\ll|u|\ll A$ близька до залежності $u^{\kappa-1}$. А одержати розв'язок рівнянь, отриманих з рівнянь (11–13), можна і без застосування методу часткового обернення, завдяки збіжності процесу ітерацій, відповідного побудові ряду Неймана. У рівняннях для функцій $u^{-1}X_\tau^e(ic_\tau/u)$, $X(p;u/\beta)$ та $X(-p;ic_\tau/u)$ вільним доданком при $1\ll|u|\ll A$ можна знехтувати, і розв'язки тих рівнянь близькі до розв'язків відповідних однорідних рівнянь, які, у зв'язку з рівністю $\pi^{-1}\sin(\pi\kappa)\int_1^\infty dw(u+w)^{-1}P_{-\kappa}(w)=P_{-\kappa}(u)$ (де P — функція Лежандра), характеризуються при $1\ll|u|\ll A$ залежністю від u, близькою до $u^{-\kappa}$. Доцільно відняти доданки з такими залежностями від розв'язків однорідних рівнянь та розв'язувати рівняння для різниць через ітераційний процес. Ядра рівнянь для функцій від u/β або ic_τ/u близькі до таких, які можна побудувати, замінивши функцію $Q_\tau(iu)$, відповідно, функцією $q_\tau(iu)$ або такою парною функцією, яка при $u>0$ дорівнює $3\pi u/4+u^{-2}$. Порівнюючи рівняння (11) та (13), при $|k_z|\gg 1$ наближено маємо $X_\tau^e(k_z)\approx X(-p;k_z)[k_z X(-p;0)]^{-1}$, а при $|k_z|\le 1$ наближено маємо $X(-p;k_z)/X(-p;0)-k_z X_\tau^e(k_z)\approx k_{z0}/(k_z+k_{z0})$. При розв'язанні відповідних рівнянь, оцінюючи відношення $X(-p;u/\beta)/X(-p;0)$ та величину $X(-p;ic_\tau/u)$ при $u=(i\beta c_\tau)^{1/2}$, можна обчислити величину $F_a=X(-p;0)[A\exp(i\pi/3)]^\kappa$. У зв'язку з рівністю $X(-p;0)X(p;0)=1$ (виведення якої коротко викладене у наступному абзаці), має місце рівність $X(-p;0)/X(p;0)=F_a^2[A\exp(i\pi/3)]^{-2\kappa}$.

Рівність $X(-p;0)X(p;0)=1$ можна отримати, виходячи з рівнянь (12) та (13), які мають однакові ядра, $K_0(u,w)=K_\tau(w)/(u+w)$, і для яких рівностями $K_{n+1}(u,w)=\int_\Gamma dw' K_0(u,w')K_n(w',w)$ $(n=0,1,2,...)$ та $R(u,w;p)=\sum_{n=0}^\infty[K_n(u,w)p^n]$ однаково визначається резольвента $R(u,w;p)$ [17]. Записавши через резольвенту розв'язки, для величин $X(p;0)$ та $X(-p;\infty)/X(-p;0)$, з використанням рівності $K_\tau(u)R(u,w;p)=K_\tau(w)R(w,u;p)$, маємо рівність $X(p;0)=X(-p;\infty)/X(-p;0)$ та враховуємо вимогу $X(-p;\infty)=1$.

АМПЛІТУДА ВИПРОМІНЮВАННЯ

Позначаємо $F_\lambda=\beta^{-1}\lim_{u\to 0}(\partial/\partial u)\ln[X_\lambda^r(u)/Q_\lambda^+(u)]$, $F_\tau=\beta^{-1}\lim_{u\to 0}(\partial/\partial u)\ln[X(-p;u)/Q_\tau^+(u)]$. При $\beta\ll 1$, $A\gg 1$ значення F_a, F_λ, F_τ та $\Psi_{\tau 1}$ близькі до дійсних чисел (залежних від p). У роботі [9], фактично, отримане співвідношення $\Psi_{\tau 1}\approx(\pi^2/48)^{1/6}[\sin(\alpha/2)/\sin(\alpha/3)]^2$, де $\alpha=\arccos(p)$. Числове розв'язання відповідних інтегральних рівнянь описаним вище шляхом показало, що залежності величин F_a, $F_\lambda(1-p)$ та $F_\tau(1-p)^{1/2}$ від p у межах похибки 1% близькі до лінійних, зі значеннями, близькими до 1, 0,714 та 0,277 при $p=0$ та до 0,85, 1,34 та 0,6 при $p=1$. Обмеженість величин $F_\lambda(1-p)$ та $F_\tau(1-p)^{1/2}$ поблизу значення $p=1$ пов'язана з аналітичністю функції $V_\kappa(u,w)$ як функції змінної κ поблизу точки $\kappa=1/2$ та з можливістю розкласти резольвенту симетричного неперервного обмеженого ядра інтегрального рівняння на обмеженому інтервалі у ряд за власними функціями з коефіцієнтами, які містять у знаменниках різниці між множником перед інтегралом та відповідним власним значенням того множника [17].

Для $|k_z|\le 1$ маємо $X(-p;k_z)Q_\tau^+(0)/[X(-p;0)Q_\tau^+(k_z)]-1\approx\beta F_\tau k_z$ $X_\lambda^r(k_z)Q_\lambda^+(0)/Q_\lambda^+(k_z)-1\approx\beta F_\lambda k_z$. Враховуючи, що $Q_\lambda^+(0)\approx i\Omega\approx Q_\tau^+(0)$, з вимог $\Psi(\pm ik_\perp)=0$ одержуємо $X_\lambda(0)\approx ik_\perp X(-p;0)\tilde{E}_\perp(0)$,

$$C_E\tilde{E}_\perp(0)-\tilde{H}_\varphi(0)\approx B_E I_{z0}, \tag{16}$$

де $C_E=ic_\tau\Psi_{\tau 1}+\beta k_\perp^2(F_\lambda-F_\tau)X^2(-p;0)$, $B_E=-\beta\Omega^{-1}k_\perp(F_\lambda-F_\tau)X(-p;0)$. А розглядаючи поле у півпросторі $z<0$, при даному струмі, $\vec{j}_0=Z_0e_0\delta(x)\delta(y)\delta(z-\beta_0 ct)\beta_0 c\vec{e}_z$, отримуємо

$$\tilde{E}_\perp(0)+w_z\tilde{H}_\varphi(0)=ik_\perp(w_z-k_{z0})^{-1}I_{z0}, \tag{17}$$

де $w_z=(1-k_\perp^2)^{1/2}$. Для межових значень $\tilde{H}_\varphi^r(0-)$, $\tilde{E}_\perp^r(0-)$ та $\tilde{E}_z^r(0-)$, відповідних компонент хвилі (з хвилевим числом $k_z=-w_z$), випроміненої у півпростір $z<0$, маємо $\tilde{H}_\varphi^r(0-)=\tilde{H}_\varphi(0)+ik_\perp(k_{z0}^2-w_z^2)^{-1}I_{z0}$, $\tilde{E}_\perp^r(0-)=-w_z\tilde{H}_\varphi^r(0-)$, $\tilde{E}_z^r(0-)=-k_\perp\tilde{H}_\varphi^r(0-)$, а випромінену енергію можна подати інтегралом $\int_0^\infty d\omega\int_0^{\pi/2}d\theta 2\pi\sin\theta W(\omega,\theta)$, де кут θ пов'язаний з $k_\perp$ рівністю $k_\perp=\sin\theta$, а функція $W(\omega,\theta)=(2\pi)^{-4}c^{-1}\omega^2\cos^2\theta|\tilde{H}_\varphi^r(0-)|^2$ дає спектральну густину випромінювання у просторовий кут. З (16) та (17) можна знайти межові значення, $\tilde{E}_\perp(0)$ та $\tilde{H}_\varphi(0)$, а далі отримати величину $X_\lambda(0)$ та функції $X_{\lambda,\tau}(k_z)$, $\Psi_{\lambda,\tau}(k_z)$, $E_{\perp,z}(k_z)$, через які описується поле у плазмі. Наближено маємо $|\tilde{E}_\perp(0)|\ll|\tilde{H}_\varphi(0)|$, $\tilde{H}_\varphi(0)\approx ik_\perp[w_z(w_z-k_{z0})]^{-1}I_{z0}$, $\tilde{E}_\perp(0)\approx\tilde{H}_\varphi(0)/C_E$, $C_E\approx ic_\tau\Psi_{\tau 1}$. Тобто, амплітуда перехідного випромінювання у даному діапазоні частот близька до тієї, яка була б у випадку, коли середовище у півпросторі $z>0$ було б ідеально провідним. Через відміну середовища від ідеально провідного амплітуда випроміненої хвилі змінюється на відносно малу величину, і цю зміну можна оцінити, користуючись ненульовим поверхневим імпедансом, як це зроблено у роботі [1] у випадку суто дзеркального відбиття електронів від межі. Другий доданок у означенні C_E є відносно малим, і відповідає вже малому внеску у імпеданс від того, що поле, утворене на межі середовища рухом частинки у півпросторі $z < 0$, має нормальну до межі складову (такий доданок з'являється також і при розв'язанні задачі про похиле падіння електромагнітної хвилі на плазмове середовище [13], а у випадку нормального падіння відсутній). А права частина рівняння (16) пов'язана з полем, утвореним рухом частинки у півпросторі $z > 0$.

На частотах, значно більших від частоти зіткнень, характеристики випромінювання залежать від частоти практично тільки через її відношення до плазмової частоти. А саме, на малих частотах, доки імпеданс малий, спектральна густина енергії випромінювання приблизно однакова, а на частотах, більших від плазмової, швидко спадає з частотою.

ВИПРОМІНЮВАННЯ ПРИ РУСІ З КОРОТКОЧАСНИМ ВИХОДОМ ІЗ СЕРЕДОВИЩА

Відмінність даного середовища від ідеально провідного може значно вплинути на амплітуду випромінювання у випадку, коли до або після перетинання межі середовища частинка рухається не через увесь порожній півпростір $z < 0$, і поле, утворене на межі середовища у зв'язку з рухом частинки у тому півпросторі, мале. Наприклад, коли частинка, вийшовши із середовища у порожній півпростір, невдовзі змінює напрямок свого руху через зіткнення і знов входить у середовище. Як зразок такої ситуації, можна розглянути випадок, коли частинка, рухаючись уздовж осі OZ, виходить із середовища у момент часу $t = -t_0$, де $t_0 > 0$, а при $t = 0$ змінює напрямок свого руху на протилежний без зміни величини швидкості. У такому випадку розгляд поля у півпросторі $z < 0$ дає рівності

$$\tilde{E}_\perp(0) + w_z\tilde{H}_\varphi(0) = -ik_\perp I_{z2}(w_z)\,,\ \tilde{H}^r_\varphi(0-) = \tilde{H}_\varphi(0) - 2\beta_0 k_\perp[w_z(\beta_0^2 w_z^2 - 1)]^{-1}[\sin(\omega t_0\beta_0 w_z) - \beta_0 w_z\sin(\omega t_0)]I_{z0}\,,$$

де $I_{z2}(k_z) = 2I_{z0}\beta_0(1-\beta_0^2 k_z^2)^{-1}[\cos(\omega t_0) - \exp(i\omega t_0\beta_0 k_z) + i\beta_0 k_z\sin(\omega t_0)]$, причому $\beta_0 > 0$. А для поля у півпросторі $z > 0$, узявши лінійну комбінацію, з коефіцієнтами $\mp\exp(\mp i\omega t_0)$, розв'язків таких задач, у яких частинка, маючи швидкість $\mp\beta_0 c$, перетинає межу $z = 0$ при $t = 0$, отримуємо у правій частині наближеної рівності (16) додатковий множник $2i\sin(\omega t_0)$.

Вважаємо частоту та напрямок випромінювання такими, що виконуються співвідношення $\omega t_0 \ll 1$ та $\pi/2 - \theta \gg \beta/A$ (тобто, за час руху у півпросторі $z < 0$ фаза коливань з даною частотою змінюється мало, а напрямок випромінювання хвилі у півпростір $z < 0$ не дуже близький до дотичного до межі). За таких умов для розв'язку, який можна отримати з наближених рівностей $C_E\tilde{E}_\perp(0) - \tilde{H}_\varphi(0) \approx 2i\omega t_0 B_E I_{z0}$ та $\tilde{E}_\perp(0) + w_z\tilde{H}_\varphi(0) \approx ik_\perp\beta_0(\omega t_0)^2 I_{z0}$, маємо $|\tilde{H}^r_\varphi(0-)/\tilde{H}_\varphi(0) - 1| \ll 1$. Якщо виконується співвідношення $\omega t_0 \gg \beta^3 A^{-5/2-\kappa}$, то основний внесок у створення випромінювання дає рух частинки у півпросторі $z < 0$, і виконуються співвідношення $|\tilde{E}_\perp(0)/\tilde{H}_\varphi(0)| \ll 1$ та $\tilde{H}^r_\varphi(0-) \approx ik_\perp\beta_0 w_z^{-1}(\omega t_0)^2 I_{z0}$. Якщо ж $\omega t_0 \ll \beta^3 A^{-5/2-\kappa}$, то переважна частина перехідного випромінювання утворюється завдяки руху частинки у півпросторі $z > 0$, і тоді $\tilde{E}_\perp(0)/\tilde{H}_\varphi(0) \approx -w_z$, $\tilde{H}^r_\varphi(0-) \approx 2i\exp[-i\pi(\kappa+1)/3]\beta^3 A^{-5/2-\kappa}k_\perp(F_\lambda - F_\tau)F_a(\Psi_{\tau 1}w_z)^{-1}\omega t_0 I_{z0}$.

ЕНЕРГЕТИЧНА ЕФЕКТИВНІСТЬ ГЕНЕРАЦІЇ ВИПРОМІНЮВАННЯ

На досить високих частотах, коли припущення $\omega \ll \omega_e$ не виконується, відповідні отримані співвідношення втрачають силу. Спектральна густина енергії випромінювання вже не є практично незалежною від частоти, швидко спадає при збільшенні частоти, і випромінена енергія є обмеженою величиною. Якщо частинка переходить з порожнечі у плазму, то до переходу частинка притягується до поляризованого нею плазмового середовища (у випадку ідеально провідного середовища — неначе б то до свого дзеркального зображення з протилежним знаком). Тобто, при такому напрямку руху перехідне випромінювання має супроводжуватись прискоренням частинки та збільшенням її кінетичної енергії, а джерелом енергії для прискорення та випромінювання є потенційна енергія взаємодії вільної частинки з поляризованим нею середовищем (і у випадку ідеально провідного середовища випромінена енергія формальна нескінченна). Але для того, щоб стати вільною, частинка раніше мала вийти з якогось середовища або з прискорювача, і такий вихід теж супроводжується перехідним випромінюванням, причому частинка гальмується, притягуючись до поляризованого нею середовища та віддаючи кінетичну енергію на збільшення потенційної та на утворення випромінювання. При однаковій швидкості перетинання межі амплітуди випромінювання у випадках входження частинки у плазму та виходу з неї для малих частот (за умови $\omega \ll \omega_e$) близькі. А про енергетичну ефективність процесу утворення випромінювання при виході можна казати у разі, коли частинка втрачає при гальмуванні значну частину кінетичної енергії і та енергія іде переважно на випромінювання. Якщо з вихідного пристрою прискорювача, яке закінчується антеною, виходить згущення частинок, то для значного його гальмування при взаємодії зі своїм, умовно кажучи, дзеркальним зображенням в антені заряд згущення має бути досить великим (і для такого заряду, зокрема, сила, яка розштовхує згущення, ще більша від сили, яка його гальмує). Щоб згущення вийшло з імпульсного прискорювача прямої дії порівняно компактним (для отримання випромінювання з широким спектром), потрібне досить однорідне, по відношенню до розміру згущення, поле, і для його утворення розмір електроду має бути більшим від розміру згущення, а напруженість поля більшою від тієї, яка розштовхує згущення, і тому заряд на електроді має бути більшим від заряду згущення. А тоді випромінювання, яке виникає при швидкому переміщенні такого заряду на електрод, значно потужніше, і не менш широкосмугове, ніж те, яке виникає потім при гальмуванні прискореного згущення у області розташування антени. Тож, використовуючи тільки переміщення зарядів у провідниках, які складали систему живлення імпульсного прискорювача прямої дії, без пучка у вакуумі, можна отримати значно потужніше широкосмугове випромінювання, ніж те, яке може дати пучок з антеною.

ВИСНОВКИ

Отже, у роботі викладено побудову розв’язку задачі про перехідне випромінювання при нормальному падінні частинки на локально-ізотропну плазму з різкою межею на частотах значно більших від частоти зіткнень, але значно менших від плазмової, за наявності значної просторової дисперсії, коли скін-ефект є аномальним, та при мішаному відбитті електронів від межі, що спричиняє до появи шару заряду на поверхні. При рівномірному русі частинки амплітуда випроміненої хвилі близька до тієї, яка була б у випадку ідеальної провідності середовища, межу якого перетинає частинка. Якщо ж частинка виходить із середовища у порожній півпростір на короткий час, то відмінність середовища від ідеально провідного значно впливає на амплітуду випромінювання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Kaner E.A., Jakovenko V.M. K teorii perehodnogo izluchenija // ZhETF. - 1962. - T.42, No.2. - S.471–478.
2. Shulga N.F., Trofymenko S.V. High-energy wave packets. ’Half-bare’ electron // Journal of Kharkiv National University, physical series ‘Nuclei, Particles, Fields’. – 2013, Issue 1(57). – No.1040. – P.59–69.
3. Balakirev V.A., Sidel'nikov G.L. Perehodnoe izluchenie modulirovannyh elektronnyh puchkov v neodnorodnoj plazme. Obzor. – Har'kov, HFTI, 1994. – 104s.
4. Balakirev V.A., Gaponenko N.I., Gorban’ A.M., Gorozhanin D.V., Egorov A.M., Ermolenko V.V., Lonin Yu.F., Onishchenko I.N. Excitement TEM-horn antenna by impulsive relativistic electron beam // Problems of Atomic Science and Technology. Series: “Plasma Physics”(5). – 2000, No.3. – P.118–119.
5. Buc V.O., Koval'chuk I.K. Elementarnij mehanizm zbudzhennja kolivan' elektronnim puchkom v rezonatori // UFZh. – 1999. – T.44, No.11. – S.1356–1363.
6. Reuter G.E.H., Sondheimer E.H. The theory of the anomalous skin effect in metals // Proceedings of the Royal Society of London. – 1949. – Vol.195. – P.336–364.
7. Azbel' M.Ja., Kaner Je.A. Anomal'nyj skin-effekt pri proizvol'nom integrale stolknovenij // ZhETF. – 1955. – T.29, No.6(12). – S.876–878.
8. Latyshev A.V., Jushkanov A.A. Vlijanie zavisimosti koefficienta zerkal'nosti ot ugla padenija elektronov na velichinu impedansa // ZhTF. – 2010. – T.80, No.9. – S.1–7.
9. Hartmann L.E., Lattinger J.M. Exact solution of the integral equation for the anomalous skin effect and cyclotron resonance in metals // Physical Review. – 1966. – Vol.151, No.2. – P.430–433.
10. Gohfel'd V.M., Kaganov M.I., Ljubarskij G.Ja. Anomal'noe proniknovenie prodol'nogo peremennogo elektricheskogo polja v vyrozhdennuju plazmu pri proizvol'nom parametre zerkal'nosti // ZhETF. – 1987. – T.92, No.2. – S.523–530.
11. Latyshev A.V., Jushkanov A.A. Analiticheskoe reshenie zadachi o skin-effekte pri proizvol'nom koefficiente akkomodacii tangencial'nogo impul'sa elektronov // ZhTF. – 2000. – T.70, No.8. – S.1–7.
12. Kondratenko A.N., Miroshnichenko V.I. Kineticheskaja teorija prohozhdenija elektromagnitnyh voln cherez plazmennyj sloj // ZhTF. – 1965. – T.35, No.12. – S.2154–2159; ZhTF. – 1966. – T.36, No.1. – S.25–32.
13. Miroshnichenko V.I., Ostroushko V.M.. Vidbyttja pohiloyi elektromagnitnoyi hvyli vid rizkoyi mezhi plazmy v umovah anomal'nogo skin-efektu pry zmishanomu vidbytti elektroniv vid mezhi // UFZh. – 2002. – T.47, No.2. – S.147–153.
14. Silin V.P., Ruhadze A.A. Elektromagnitnye svojstva plazmy i plazmopodobnyh sred. – M.: Gosatomizdat, 1961. - 244s.
15. Miroshnichenko V.I. Elektromagnitnye svojstva poluogranichennoj plazmy pri diffuznom otrazhenii Elektronov ot granicy // ZhTF. – 1966. – T.36, No.6. – S.1008–1016.
16. Kurilko V.I., Popov V.A. K kineticheskoj teorii vozbuzhdenija prodol'nyh voln v ogranichennoj plazme // ZhTF. – 1966. – T.36, No.3. – S.466–469.
17. Smirnov V.I. Kurs Vysshej matematiki. T.4, Ch.1. – M.: Nauka, 1974. - 336s.