УДК 537.6; 538.9 PACS: 75.30.Ds, 75.50.Dd

# ДВОПРОМЕНЕЗАЛОМЛЕННЯ ТА ВІДБИТТЯ ПОВЕРХНЕВИХ СПІНОВИХ ХВИЛЬ У ДВОХОСЬОВИХ ФЕРОДІЕЛЕКТРИКАХ

Ю.І. Горобець<sup>1</sup>, С.О. Решетняк<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Інститут магнетизму НАН та МОН України бул. Вернадського, 36-б, 03142 Київ, Україна <sup>2</sup>Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут" пр. Перемоги, 37, 03056 Київ, Україна *E-mail: <u>s.reshetnyak@kpi.ua</u>* Received 2 February 2012, accepted 20 February 2012

Розглядаються процеси заломлення та відбиття поверхневих спінових хвиль в неоднорідному діелектричному феромагнітному середовищі. В рамках формалізму спінової густини в обмінному наближенні отримано рівняння динаміки магнітного моменту та закон дисперсії спінових хвиль. Отримано рівняння ейконалу та показники заломлення спінових хвиль. Визначено польові та частотні залежності показників заломлення та коефіцієнтів відбиття спінових хвиль на межі двох однорідних двохосьових феромагнетиків з різними параметрами обмінної взаємодії, магнітної анізотропії та намагніченості насичення. Показано можливість застосування запропонованої системи в якості спінхвильових аналогів оптичних приладів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: магнітне поле, спінові хвилі, заломлення, анізотропія, відбиття.

## ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН В ДВУОСНЫХ ФЕРРОДИЭЛЕКТРИКАХ

Ю.И. Горобец<sup>1</sup>, С.А. Решетняк<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт магнетизма НАН и МОН Украины

бул. Вернадского, 36-б, 03142 Киев, Украина

<sup>2</sup>Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт"

пр. Победы, 37, 03056 Киев, Украина

Рассматриваются процессы преломления и отражения поверхностных спиновых волн в неоднородной диэлектрической ферромагнитной среде. В рамках формализма спиновой плотности в обменном приближении получено уравнение динамики магнитного момента и закон дисперсии спиновых волн. Получено уравнение эйконала и показатели преломления спиновых волн. Определены полевые и частотные зависимости показателей преломления и коэффициентов отражения спиновых волн на границе двух однородных двуосных ферромагнетиков с различными параметрами обменного взаимодействия, магнитной анизотропии и намагниченности насыщения. Показана возможность применения предложенной системы в качестве спинволновых аналогов оптических приборов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: магнитное поле, спиновые волны, преломление, анизотропия, отражение.

#### DOUBLE REFRACTION AND REFLECTION OF SURFACE SPIN WAVES IN BIAXIAL FERROMAGNETIC INSULATORS

Yu.I. Gorobets<sup>1</sup>, S.O. Reshetnyak<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Magnetism of NAS and MES of Ukraine

Vernadskiy av., 36-б, 03142 Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup>National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"

Peremohy av., 37, 03056 Kyiv, Ukraine

The processes are considered of refraction and reflection of surface spin waves in inhomogeneous dielectric ferromagnetic medium. In the frameworks of the formalism of spin density in exchange mode the equation of magnetic moment dynamics and the dispersion low of spin waves are obtained. The eikonal equation and refraction indexes are obtained. The field and frequency dependencies of refraction indexes and reflection coefficients of spin waves are defined in an interface of two uniform biaxial ferromagnets with different parameters of exchange interaction, magnetic anisotropy and saturation magnetization. It is shown the possibility to use the proposed system as spinwave analogs of optical devises.

KEY WORDS: magnetic field, spin waves, refraction, anisotropy, reflection.

Стрімкий прогрес в області мікро- та нанотехнологій, що спостерігається протягом останніх десятиліть, викликає необхідність розробки нових матеріалів і пристроїв, у яких реалізується можливість використання переваг високочастотних хвиль. Зокрема, становить інтерес прикладне використання характерних рис спінових хвиль. Відзначимо, що вже активно розробляються та досліджуються магнітні структури, здатні керувати інтенсивністю спінових хвиль, які в них поширюються [1,2]. Крім того, за допомогою спін-хвильових пристроїв може здійснюватися обробка сигналу безпосередньо в надвисокочастотному діапазоні: фільтрація, дисперсійна та бездисперсійна затримка, керування фазою, згортання сигналів, магнітооптична модуляція світла та ін. [3-6]

Як правило, при теоретичному описі особливостей поширення спінових хвиль традиційно © GorobetsYu.I., Reshetnyak S.O., 2012 використовується хвильовий підхід, що з успіхом застосовується, наприклад, для визначення різного роду спектральних характеристик магнітних матеріалів [7–11].

В цій роботі здійснюється застосування математичного апарату ВКБ-наближення до опису поведінки поверхневих спінових хвиль, які поширюються у двохосьовому феромагнітному середовищі з неоднорідним розподілом магнітних параметрів. Використання цього підходу дає можливість одержувати необхідну зміну напрямку поширення спінових хвиль (зокрема, фокусування) за допомогою створення штучних неоднорідностей магнітних параметрів середовища заданої конфігурації, а також шляхом зміни величини зовнішнього магнітного поля. спінхвильові аналоги оптичних приладів, які дозволяють керувати інтенсивністю хвилі, зокрема, фокусувати та фільтрувати

Метою роботи є визначення показника заломлення спінових хвиль в просторово-неоднорідному двохосьовому феромагнетику, розрахунок коефіцієнтів відбиття та проходження спінових хвиль крізь межу двох однорідних феромагнітних середовищ, а також аналіз частотних та польових залежностей цих величин.

В результаті будуть запропоновані спінхвильові аналоги оптичних приладів, які дозволяють керувати інтенсивністю спінових хвиль, зокрема, фокусувати та фільтрувати їх.

#### АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

У роботах [11–12] був розрахований показник заломлення об'ємних спінових хвиль, наведено методику застосування ВКБ – наближення для опису поширення об'ємних спінових хвиль в одновісних феромагнетиках, досліджувалася поведінка об'ємних спінових хвиль на межі розділу двох однорідних одновісних магнетиків з різними параметрами обмінного взаємодії й одноосьової магнітної анізотропії, вивчався вплив параметрів матеріалу на відбивальні характеристики, а також розраховувалися параметри приладів, які можуть бути побудовані на основі отриманих ефектів. Робота [13] розширила область застосування геометрооптичного підходу на розповсюдження спінових хвиль у слабо неоднорідних середовищах. Особливості поширення поверхневих спінових хвиль в одновісних феромагнетиках були розглянуті в роботі [14]. Заломлення та відбиття об'ємних спінових хвиль у двохосьовому феромагнетику досліджувалося в роботі [15].

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

В даній роботі наводяться розрахунки щодо поведінки поверхневих спінових хвиль у магнітодвохосьовому середовищі у випадку безперервного розподілу параметрів обмінної взаємодії, одновісної та ромбічної анізотропії, а також намагніченості насичення. Крім того, розраховано показник заломлення й інтенсивність відбиття поверхневої спінової хвилі на межі двох однорідних феромагнетиків з різними значеннями параметрів одноосьової й ромбічної магнітної анізотропії, констант обмінної взаємодії й намагніченості насичення.

Розглянемо необмежений феромагнетик, який складається із двох напівнескінчених частин, що контактують уздовж площини yOz, і мають у відповідних півпросторах значення намагніченості насичення  $M_{01}$  та  $M_{02}$ , а також значення параметрів обмінної взаємодії  $\alpha_j$  одноосьової  $\beta_j$  і ромбічної  $\rho_j$  магнітної анізотропії, які безперервно (або кусково-безперервно) і повільно змінюються. Легка вісь магнетика й зовнішнє постійне магнітне поле  $H_0$  спрямовані уздовж осі Oz.

#### РІВНЯННЯ ДИНАМІКИ МАГНІТНОГО МОМЕНТУ

Густина енергії магнетика описаної конфігурації в обмінному (високочастотному) наближенні має вигляд [16]:

$$w = \sum_{j=1}^{2} \theta \left[ \left( -1 \right)^{j} x \right] w_{j} + A \delta(x) \mathbf{M}_{1} \mathbf{M}_{2}, \qquad (1)$$

де

$$w_{j} = \frac{\alpha_{j}}{2} \left( \frac{\partial m_{j}}{\partial x_{k}} \right)^{2} + \frac{\beta_{j}}{2} \left( m_{jx}^{2} + m_{jy}^{2} \right) + \frac{\rho_{j}}{2} m_{jx}^{2} - H_{0} M_{jz} , \qquad (2)$$

 $\theta(x)$  – східчаста функція Хевісайда;  $\delta(x)$  – дельта-функція Дірака, A – параметр, що характеризує обмінну взаємодію в інтерфейсі між півпросторами при x=0;  $\mathbf{M}_j = M_{0j}\mathbf{e}_z + \mathbf{m}_j$ ,  $\mathbf{m}_j$  – малі відхилення намагніченості від основного стану, j=1,2.

Будемо використовувати формалізм спінової густини [16], відповідно до якого намагніченість можна представити у вигляді:

$$\mathbf{M}_{j}(\mathbf{r},t) = M_{0j} \mathcal{\Psi}_{j}^{+}(\mathbf{r},t) \mathbf{\sigma} \, \mathcal{\Psi}_{j}(\mathbf{r},t), \quad j=1,2.$$
(3)

де  $\Psi_i(\mathbf{r},t)$  – квазікласичні хвильові функції, що грають роль параметра порядку спінової густини,  $\mathbf{r}$  – радіус-

вектор декартової системи координат, о – двохрядні матриці Паулі.

Принцип найменшої дії призводить до таких рівнянь Лагранжа для  $\Psi_j$  при відсутності згасання у системі [16]:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{j}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = -\mu_{0} \mathbf{H}_{ej}(\mathbf{r},t) \boldsymbol{\sigma} \Psi_{j}(\mathbf{r},t), \qquad (4)$$

де  $\mu_0$  – магнетон Бора,  $\mathbf{H}_{ej} = -\frac{\partial w_j}{\partial \mathbf{M}_j} + \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial w_j}{\partial (\partial \mathbf{M}_j / \partial x_k)}$ .

В рамках лінійної теорії збурень за умови  $\mathbf{M}_{j}^{2} = const$  загальний розв'язок рівняння (4) будемо шукати у вигляді:

$$\Psi_{j}(\mathbf{r},t) = \exp(i\,\mu_{0}H_{0}t/\hbar) \cdot \begin{pmatrix} 1\\ \chi_{j}(\mathbf{r},t) \end{pmatrix}.$$
(5)

Тут  $\chi_j(\mathbf{r},t)$  – малі добавки до елементів функції  $\Psi_j(\mathbf{r},t)$ , які описують відхилення магнітного моменту від основного стану в першому порядку теорії збурень.

Таким чином, лінеаризація рівняння (4) з урахуванням (5) приводить до таких рівнянь:

$$-\frac{i\hbar}{2\mu_{0}M_{0j}}\frac{\partial\chi_{j}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \left(\alpha_{j}(\mathbf{r})\Delta - \beta_{j}(\mathbf{r}) - \frac{\rho_{j}(\mathbf{r})}{2} - \tilde{H}_{0j}\right)\chi_{j}(\mathbf{r},t) - \frac{\rho_{j}(\mathbf{r})}{2}\chi_{j}^{*}(\mathbf{r},t),$$

$$\frac{i\hbar}{2\mu_{0}M_{0j}}\frac{\partial\chi_{j}^{*}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \left(\alpha_{j}(\mathbf{r})\Delta - \beta_{j}(\mathbf{r}) - \frac{\rho_{j}(\mathbf{r})}{2} - \tilde{H}_{0j}\right)\chi_{j}^{*}(\mathbf{r},t) - \frac{\rho_{j}(\mathbf{r})}{2}\chi_{j}(\mathbf{r},t).$$
(6)

Тут  $\tilde{H}_{0j} = \frac{H_0}{M_{0j}}$ . Виражаючи  $\chi_j^*(\mathbf{r},t)$  з одного з рівнянь системи (6) і підставляючи в інше,

приходимо до наступного рівняння динаміки намагніченості:

$$-\frac{\hbar^2}{\left(2\mu_0 M_{0j}\right)^2} \frac{\partial^2 \chi_j\left(\mathbf{r},t\right)}{\partial t^2} = \left[\alpha_j^2 \Delta^2 - 2\alpha_j \left(\beta_j + \frac{\rho_j}{2} + \tilde{H}_{0j}\right) \Delta + \left(\beta_j + \tilde{H}_{0j}\right) \left(\beta_j + \rho_j + \tilde{H}_{0j}\right)\right] \chi_j\left(\mathbf{r},t\right). \tag{7}$$

На поверхні z=0 має виконуватися гранична умова [17]:

$$\frac{\partial \chi_j}{\partial z}(x,y,0,t) - L_j \chi_j(x,y,0,t) = 0, \qquad (8)$$

де  $L_j$  – параметр закріплення спинів на поверхні магнетика. Виділимо ту гілку, яка відповідає поверхневій хвилі. При згасанні в область від'ємних значень осі аплікат амплітуда таких коливань має залежність  $e^{k_z z}$ , звідки на поверхні маємо  $k_{zj} = L_j$ . Тоді, застосовуючи перетворення Фур'є ( $\chi_j(\mathbf{r}, t) \sim e^{k_z z} e^{i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - \omega t)}$ ), отримуємо з рівняння (7) для поверхневої спінової хвилі, яка експоненціально загасає вглиб магнетика уздовж осі Oz, дисперсійне співвідношення:

$$\Omega_{j}^{2} = \left[\alpha_{j}(\mathbf{r}_{\perp})k_{\perp j}^{2}(\mathbf{r}_{\perp}) + \beta_{j}(\mathbf{r}_{\perp}) + \tilde{H}_{0j} - \alpha_{j}(\mathbf{r}_{\perp})L_{j}^{2}\right] \times \left[\alpha_{j}(\mathbf{r}_{\perp})k_{\perp j}^{2}(\mathbf{r}_{\perp}) + \rho_{j}(\mathbf{r}_{\perp}) + \beta_{j}(\mathbf{r}_{\perp}) + \tilde{H}_{0j} - \alpha_{j}(\mathbf{r}_{\perp})L_{j}^{2}\right],$$
(9)

де  $\Omega_j = \frac{\omega \hbar}{2\mu_0 M_{0j}}$ ,  $\omega$  – частота,  $\mathbf{k}_j = (\mathbf{k}_{\perp j}, k_{zj})$  – хвильовий вектор,  $\mathbf{r}_{\perp} = (x, y)$ .

# РІВНЯННЯ ЕЙКОНАЛУ ТА ПРОСТОРОВО-НЕОДНОРІДНИЙ ПОКАЗНИК ЗАЛОМЛЕННЯ ПОВЕРХНЕВИХ СПІНОВИХ ХВИЛЬ

Щоб спростити рівняння (7), скористаємося методом Венцеля-Крамерса-Брилюена, слідуючи [18,19].

Представимо в (7)  $\chi_j(\mathbf{r}_{\perp},t) = C \exp\left[i(k_0 s_j(\mathbf{r}_{\perp}) - \omega t)\right]$ , де  $k_0$  – абсолютне значення хвильового вектора поверхневої хвилі, наприклад, на нескінченно великій відстані від межі x = 0 з боку падаючої хвилі (визначеність цієї величини, як буде показано нижче, є необхідною тільки з метою відносного виміру  $\mathbf{k}(\mathbf{r}_{\perp})$  при визначенні показника заломлення), C – повільно мінлива амплітуда. Як випливає з (9),

$$\alpha(\mathbf{r}_{\perp})k_{\perp}^{2}(\mathbf{r}_{\perp}) = \alpha(\mathbf{r}_{\perp})L_{j}^{2} - \frac{\rho(\mathbf{r}_{\perp})}{2} - \beta(\mathbf{r}_{\perp}) - \tilde{H}_{0j} \pm \sqrt{\Omega_{j}^{2} + \frac{\rho^{2}(\mathbf{r}_{\perp})}{4}}.$$

Якщо довжина спінової хвилі λ задовольняє умові переходу до геометричної оптики:

$$\lambda \ll a$$
,

де *а* – характерний розмір наявних у середовищі неоднорідностей, то з (7) отримуємо аналог класичного рівняння Гамільтона - Якобі:

$$\left(\nabla_{\perp} s_j\left(\mathbf{r}_{\perp}\right)\right)^2 = n_j^2\left(\mathbf{r}_{\perp}\right),\tag{11}$$

Double refraction and reflection...

де  $s_j(\mathbf{r}_{\perp})$  – просторова залежність ейконалу,

$$\nabla_{\perp} = \mathbf{e}_{x} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_{y} \frac{\partial}{\partial y},$$

$$n_{j}^{2}(\mathbf{r}_{\perp}) = \frac{k_{j}^{2}(\mathbf{r}_{\perp})}{k_{0}^{2}}.$$
(12)

Як й в оптиці [17], будемо вважати, що права частина рівняння (11) представляє собою квадрат показника заломлення, тобто

$$n_{j}^{\pm}(\mathbf{r}_{\perp}) = \frac{1}{k_{0}^{\pm}} \left[ \alpha(\mathbf{r}_{\perp}) L_{j}^{2} - \frac{\rho(\mathbf{r}_{\perp})}{2} - \beta(\mathbf{r}_{\perp}) - \tilde{H}_{0j} \pm \frac{\left(\Omega_{j}^{2} + \rho^{2}(\mathbf{r}_{\perp})/4\right)^{1/2}}{\alpha(\mathbf{r}_{\perp})} \right]^{1/2},$$
(13)

оскільки відношення модулів хвильових векторів у двох різних точках простору характеризує зміну напрямку поширення спінової хвилі.

Як бачимо, завдяки закріпленню спінів на поверхні магнетика, можливе спостереження ефекту двопроменезаломлення поверхневої спінової хвилі. Відзначимо, що у випадку поширення об'ємних спінових хвиль, як й у випадку відсутності закріплення спінів на поверхні, існує тільки одна гілка, що відповідає вибору позитивного знаку в (13). Якщо ж значення  $\alpha(\mathbf{r}_{\perp})L_{j}^{2}$  досить велике, то з'являється друга гілка, що відповідає вибору від'ємного знаку в (13).

Записавши рівняння (11) у вигляді

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \left[ \mathbf{p}^2 - n^2 \left( \mathbf{r}_{\perp} \right) \right] = 0$$

де  $\mathbf{p} = \nabla_{\perp} s$ , отримуємо рівняння променів у гамільтоновій формі:

$$\dot{\mathbf{p}} = \frac{1}{2} \nabla_{\perp} n^2 (\mathbf{r}_{\perp}) \,.$$

З (11) випливає, що

$$\left|\nabla s_{\perp}(\mathbf{r}_{\perp})\right| = \frac{ds(\mathbf{r}_{\perp})}{d\tau} = n(\mathbf{r}_{\perp})$$

де  $d\tau = \sqrt{dx^2 + dy^2}$  – елемент траєкторії променя. Тому функцію s можна визначити як криволінійний інтеграл уздовж траєкторії променя:

$$s = \int_{A}^{B} n d\tau .$$
 (14)

Мінімізуючи (14) за допомогою принципу Ферма [20], отримуємо рівняння траєкторії променя [18]:

$$\frac{d}{d\tau} \left( n \, \frac{d\mathbf{r}_{\perp}}{d\tau} \right) = \nabla_{\perp} n$$

#### ЗАЛОМЛЕННЯ ПОВЕРХНЕВОГО СПІНОВОГО ПРОМЕНЯ НА МЕЖІ РОЗДІЛУ ДВОХ ОДНОРІДНИХ ДВОХОСЬОВИХ ФЕРОМАГНЕТИКІВ

Використаємо формулу (14) у застосуванні, наприклад, до напівнескінченого феромагнетика, що складається із двох контактуючих однорідних частин (рис. 1).

Нехай на межу розділу двох магнетиків з параметрами  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\rho_1$ ,  $M_{01}$ ,  $L_1$  й  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ ,  $\rho_2$ ,  $M_{02}$ ,  $L_2$ відповідно, які стикаються уздовж площини *уz*, з боку першого магнетика падає спінова хвиля. Промінь поширюється із точки ( $x_1, y_1, z_1$ ), розташованої в середовищі 1, що має показник заломлення  $n_0=1$ , до точки ( $x_2, y_2, z_2$ ) у середовищі 2 з показником заломлення, рівним, згідно з (13),

$$n^{\pm} = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{\alpha_2 L_2^2 - \beta_2 - \rho_2/2 - \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_2^2 + \rho_2^2/4}}{\alpha_1 L_1^2 - \beta_1 - \rho_1/2 - \tilde{H}_{01} \pm \sqrt{\Omega_1^2 + \rho_1^2/4}}},$$

(10)



Рис. 1. Феромагнітна структура.

перетинаючи границю розділу середовищ у точці (0, *y*, *z*). У цьому випадку з умов екстремуму функції *s* випливає:

$$\frac{\sin\theta_{1}^{\pm}}{\sin\theta_{2}^{\pm}} = \frac{k_{2}^{\pm}}{k_{0}^{\pm}} = \sqrt{\frac{\alpha_{1}}{\alpha_{2}}\frac{\alpha_{2}L_{2}^{2} - \beta_{2} - \rho_{2}/2 - \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_{2}^{2} + \rho_{2}^{2}/4}}{\alpha_{1}L_{1}^{2} - \beta_{1} - \rho_{1}/2 - \tilde{H}_{01} \pm \sqrt{\Omega_{1}^{2} + \rho_{1}^{2}/4}} = n^{\pm},$$
(15)

де  $\theta_1^{\pm}$  – кут падіння,  $\theta_2^{\pm}$  – кут заломлення.

Цей же результат можна отримати також з інших міркувань, зіставивши в (7) падаючій хвилі функцію

$$\chi_I = \exp\left(i\left(\mathbf{k}_0\mathbf{r} - \omega t\right)\right),\tag{16}$$

відбитій хвилі – функцію

$$\chi_R = R \exp\left(i\left(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega t\right)\right),\tag{17}$$

хвилі, що пройшла – функцію

$$\chi_D = D \exp\left(i\left(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \omega t\right)\right),\tag{18}$$

де R – комплексна амплітуда відбиття спінової хвилі від границі розділу, D – амплітуда проходження,  $\mathbf{k}_0$ ,

**k**<sub>1</sub> – хвильові вектори падаючої та відбитої хвиль відповідно, **k**<sub>2</sub> – хвильовий вектор хвилі що пройшла.

У силу того, що, з урахуванням граничних умов (8),

$$k_{0}^{\pm} \Big)_{\perp}^{2} = \left(k_{1}^{\pm}\right)_{\perp}^{2} = \frac{1}{\alpha_{1}} \left(\alpha_{1}L_{1}^{2} - \beta_{1} - \frac{\rho_{1}}{2} - \tilde{H}_{01} \pm \sqrt{\Omega_{1}^{2} + \frac{\rho_{1}^{2}}{4}}\right)$$
$$\left(k_{2}^{\pm}\right)_{\perp}^{2} = \frac{1}{\alpha_{2}} \left(\alpha_{2}L_{2}^{2} - \beta_{2} - \frac{\rho_{2}}{2} - \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_{2}^{2} + \frac{\rho_{2}^{2}}{4}}\right),$$

де

$$k_{1x} = -\sqrt{\left(k_1\right)_{\perp}^2 - k_{1y}^2}, \quad k_{2x} = \sqrt{\left(k_2\right)_{\perp}^2 - k_{2y}^2}$$

(мінус у виразі для  $k_{1x}$  відповідає хвилі, яка уходить від межі розділу), а на межі розділу  $k_{0y} = k_{1y} = k_{2y}$ , отримуємо, що падаюча, відбита й минула хвилі, а також нормаль до поверхні в точці падіння лежать в одній площині, а кут падіння дорівнює куту відбиття. Це твердження аналогічно закону відбиття світлових хвиль в оптиці [17].

При дійсних  $\tilde{k}_{2x}$ , тобто при виконанні умови

$$\left(k_2\right)_{\perp}^2 > k_{2y}^2 \,,$$

що еквівалентно

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{\alpha_2 L_2^2 - \beta_2 - \rho_2/2 - \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_2^2 + \rho_2^2/4}}{\alpha_1 L_1^2 - \beta_1 - \rho_1/2 - \tilde{H}_{01} \pm \sqrt{\Omega_1^2 + \rho_1^2/4}} > \sin^2 \theta_1^{\pm},$$

отримуємо формулу (15).

Якщо ж 
$$(k_2)_{\perp}^2 < k_{2y}^2$$
 (сюди ж відноситься випадок  $k_1^2 > 0$ ,  $k_2^2 < 0$ ), то

$$\begin{aligned} k_{2x} &= -i\sqrt{k_{1y}^2 - (k_2)_{\perp}^2} = -i/2h ,\\ \chi_{\rm D}\left(\mathbf{r}_{\perp}, t\right) &= D\exp\left(-x/2h\right)\exp\left(i\left(k_{2y}y - \omega t\right)\right), \end{aligned}$$

тобто величина h відіграє роль глибини проникнення спінової хвилі вглиб другого матеріалу й дорівнює

1/2

$$h^{\pm} = \frac{1}{\left(k_{0}^{\pm}\right)_{\perp} \sqrt{\sin^{2} \theta_{1}^{\pm} - \left(n^{\pm}\right)^{2}}}$$

Граничний кут повного відбиття визначається виразом:

$$\sin\theta_0^{\pm} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{\alpha_2 L_2^2 - \beta_2 - \rho_2/2 - \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_2^2 + \rho_2^2/4}}{\alpha_1 L_1^2 - \beta_1 - \rho_1/2 - \tilde{H}_{01} \pm \sqrt{\Omega_1^2 + \rho_1^2/4}}\right)^{1/2}$$

#### ВІДБИТТЯ ПОВЕРХНЕВИХ СПІНОВИХ ХВИЛЬ НА МЕЖІ РОЗДІЛУ ДВОХ ОДНОРІДНИХ ДВОХОСЬОВИХ СЕРЕДОВИЩ

У всіх випадках, коли мова йде про процеси відбиття й заломлення хвиль будь-якої природи, представляється важливим оцінити співвідношення інтенсивностей відбитої хвилі та хвилі що пройшла. Якщо інтенсивність відбитої хвилі набагато перевершує інтенсивність хвилі, яка пройшла, то структуру, що є об'єктом досліджень, можна застосовувати як основу для конструювання дзеркал різного типу (маються на увазі плоскі, опуклі або ввігнуті дзеркала типу сферичних, циліндричних і т.п.). У противному ж випадку, коли інтенсивність минулої хвилі набагато більше інтенсивності відбитої, структура може послужити основою для створення лінз із необхідними параметрами.

Отримаємо вирази для амплітуд відбиття й проходження спінової хвилі, використовуючи граничні умови, які випливають з вигляду енергії (1)–(2) для  $\chi(\mathbf{r},t)$  на межі розділу середовищ:

$$\begin{bmatrix} A\gamma(\chi_2 - \chi_1) + \alpha_1 \chi_1' \end{bmatrix}_{x=0} = 0, \begin{bmatrix} A(\chi_1 - \chi_2) - \gamma \alpha_2 \chi_2' \end{bmatrix}_{x=0} = 0.$$

Відзначимо, що ці граничні умови враховують "якість" обмінної взаємодії на межі розділу, яка характеризується параметром *А*. Якщо *А* → ∞, отримуємо "ідеальні" граничні умови:

$$\chi_2 = \chi_1 ,$$
  
$$\alpha_1 \chi_1' = \alpha_2 \chi_2' .$$

Якщо ж  $A \rightarrow 0$ , то маємо відсутність обміну на межі розділу. Підставляючи сюди значення  $\chi(\mathbf{r},t)$  в експонентній формі (16)–(18), приходимо до виразів для амплітуд відбиття й проходження спінової хвилі (знаки ± опускаємо для спрощення запису):

$$R = \frac{k_0 \alpha_1 \alpha_2 \gamma \cos \theta_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - iA \left(\alpha_1 \cos \theta_1 - \alpha_2 \gamma^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}\right)}{k_0 \alpha_1 \alpha_2 \gamma \cos \theta_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - iA \left(\alpha_1 \cos \theta_1 + \alpha_2 \gamma^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}\right)},$$

$$D = \frac{-2iA \alpha_1 \cos \theta_1}{k_0 \alpha_1 \alpha_2 \gamma \cos \theta_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - iA \left(\alpha_1 \cos \theta_1 + \alpha_2 \gamma^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}\right)}.$$
(19)

#### ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ СПІНОВИХ ЛІНЗ І ДЗЕРКАЛ ДЛЯ ДВОХОСЬОВИХ ФЕРОМАГНЕТИКІВ

Наведемо оцінки параметрів матеріалів у випадку тонкої лінзи й при малих кутах падіння спінових променів стосовно оптичної осі лінзи, які забезпечують необхідну прозорість лінзи [13]. Оскільки інтенсивність відбитої хвилі визначається квадратом модуля амплітуди відбиття й, як випливає з (19),

$$\left|R\right|^{2} \approx \left[\frac{\alpha_{1} - \alpha_{2}\gamma^{2} n}{\alpha_{1} + \alpha_{2}\gamma^{2} n}\right]^{2}$$

(для малих кутів падіння й  $A \to \infty$ , що відповідає ідеальному обміну на межі контакту однорідних середовищ), то, вимагаючи виконання умови  $|R|^2 < \eta$ , де  $\eta$  – необхідний ступінь малості коефіцієнту відбиття, отримуємо обмеження на *n* й, отже, на  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ , L,  $M_0$  й  $H_0$ :

$$\frac{1-\sqrt{\eta}}{1+\sqrt{\eta}} < \frac{\alpha_2}{\alpha_1}n < \frac{1+\sqrt{\eta}}{1-\sqrt{\eta}}.$$

Зокрема, при  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $M_{01}=M_{02}$ ,  $L_1=L_2$  коефіцієнт відбиття не перевищує 10%, якщо 0,52<n<1,92. При такому співвідношенні отримуємо поверхню, яка пропускає 90 % падаючої хвилі, тож отримуємо лінзу з малим відбиттям. Відповідні обмеження у випадку дзеркала мають такий вигляд:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}n < \frac{1-\sqrt{\eta}}{1+\sqrt{\eta}} \text{ afo } \frac{\alpha_2}{\alpha_1}n > \frac{1+\sqrt{\eta}}{1-\sqrt{\eta}}$$

Наприклад,  $|R|^2 > 0,9$  досягається для  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $M_{01}=M_{02}$ ,  $L_1=L_2$  при n < 0,03 або n > 37,97.

Для виконання умови геометричності оптики (10) товщина лінзи або дзеркала обмежується нерівністю:

$$a \gg 2\pi \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha L^2 - \beta - \rho/2 - \tilde{H}_0 \pm \sqrt{\Omega^2 + \rho^2/4}}} . \tag{20}$$

Як видно з (15), (19) та (20), підбір параметрів для побудови лінзи або дзеркала не представляє труднощів для широкого спектру магнітних матеріалів [21]. Зокрема, у випадку ферит-гранатів з умови (20) для тонкої лінзи випливає, що за порядком  $a > 10^{-6}$  см.

Фокусна відстань ƒ лінзи визначається за формулою

$$\frac{1}{f} = \left(n-1\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

де  $R_1$ ,  $R_2$  – радіуси кривизни поверхонь лінзи. Наприклад, для лінзи, сформованої з ферит-гранату в іншому ферит-гранаті, при радіусі кривизни  $R_1 = -R_2 = 1$  мкм (з урахуванням прийнятого в оптиці правила, що для двовипуклих лінз  $R_1 > 0$ , а  $R_2 < 0$ ), товщині лінзи a = 0,1 мкм та показнику заломлення n = 1,8отримуємо фокусну відстань  $f \approx 0,6$  мкм, що на 2–3 порядки менше за глибину згасання в таких матеріалах.

# ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

На рис. 2–3 зображені залежності інтенсивності відбиття  $I_{R^+} = |R^+|^2$  й показника заломлення n<sup>+</sup> від частоти поверхневої спінової хвилі при характерних значеннях параметрів матеріалу [21]. Добре видно, що шляхом підбору параметрів матеріалу можна досягти необхідного співвідношення інтенсивностей відбитої хвиля та хвилі що пройшла для обраної частоти. Крім того, як випливає з рис. 4, інтенсивність відбиття істотно залежить від величини зовнішнього однорідного магнітного поля, що дає можливість керувати інтенсивністю відбитої хвилі в широких межах шляхом зміни лише тільки значення зовнішнього магнітного поля при фіксованих параметрах матеріалу. При цьому характер зміни показника заломлення відбитий на рис. 5.





Рис. 2. Залежність коефіцієнту відбиття  $|R^+|^2$  від частоти спінової хвилі  $\omega$  при  $\alpha_1 = 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_2 = 1, 2 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = L_2 = 10^5$  см<sup>-1</sup>,  $M_{01} = 100$  Гс,  $M_{02} = 105$  Гс,  $A/c = 10^7$  (c – стала гратки),  $\theta_1 = \pi/80$ ,  $\tilde{H}_{01} = 187$ .

Рис. 3. Залежність показника заломлення n<sup>+</sup> від частоти єю при  $\alpha_1 = 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_2 = 1, 2 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = L_2 = 10^5$  см<sup>-1</sup>,  $M_{01} = 100$  Гс,  $M_{02} = 105$  Гс,  $\tilde{H}_{01} = 187$ .

Таким чином, існує можливість досягнення необхідного значення коефіцієнта відбиття від неоднорідного двохосьового вкраплення, що грає роль лінзи або дзеркала, шляхом зміни значення зовнішнього магнітного поля. При цьому коефіцієнт відбиття може істотно змінюватися без зміни параметрів середовища, що дає можливість використати одну й ту ж саму неоднорідність як в якості лінзи, так і в якості дзеркала при тих самих параметрах структури.





Рис. 4. Залежність коефіцієнту відбиття  $|R^+|^2$  від величини зовнішнього постійного однорідного магнітного поля при  $\alpha_1 = 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_2 = 1, 2 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = L_2 = 10^5$  см<sup>-1</sup>,  $M_{01} = 100$  Гс,  $M_{02} = 105$  Гс,  $A/c = 10^7$ ,  $\theta_1 = \pi/80$ ,  $\omega = 3 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>.

Рис. 5. Залежність показника заломлення п<sup>+</sup> від величини зовнішнього постійного магнітного поля при  $\alpha_1 = 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_2 = 1, 2 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = L_2 = 10^5$  см<sup>-1</sup>,  $M_{01} = 100$  Гс,  $M_{02} = 105$  Гс,  $\omega = 3 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>.

На рис. 6–9 наведені залежності інтенсивності відбиття  $I_{R^-} = |R^-|^2$  й показника заломлення п<sup>-</sup> від частоти поверхневої спінової хвилі й величини зовнішнього магнітного поля при значеннях параметрів матеріалу, що допускають існування цієї гілки спінових хвиль. Прямування до нескінченності показника заломлення на рис. 7,9 відповідає початку забороненої зони в першому матеріалі. На рис. 6,8 цей факт умовно відзначений лінією, що відповідає повному відбиттю, хоча насправді в цьому випадку відсутня падаюча хвиля через швидке загасання в першому середовищі.





Рис. 6. Залежність коефіцієнту відбиття  $|R^{-}|^{2}$  від частоти спінової хвилі  $\omega$  при  $\alpha_{1} = 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_{2} = 1, 2 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\beta_{1} = 10$ ,  $\beta_{2} = 15$ ,  $\rho_{1} = 1$ ,  $\rho_{2} = 2$ ,  $L_{1} = L_{2} = 10^{6}$  см<sup>-1</sup>,  $M_{01} = 100$  Гс,  $M_{02} = 105$  Гс,  $A/c = 10^{7}$ ,  $\theta_{1} = \pi/80$ ,  $\tilde{H}_{01} = 37$ .

Рис. 7. Залежність показника заломлення п<sup>-</sup> від частоти єю при  $\alpha_1 = 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_2 = 1, 2 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = L_2 = 10^6$  см<sup>-1</sup>,  $M_{01} = 100$  Гс,  $M_{02} = 105$  Гс,  $\tilde{H}_{01} = 37$ .

Слід відзначити, що при необхідності можна підібрати параметри матеріалу таким чином, що через границю розділу будуть проходити лише хвилі, які відповідають однієї з гілок, в той час як хвилі другої гілки будуть повністю відфільтровуватися. Звичайно, при певних параметрах можна реалізувати й ситуацію, при якій «мінусова» гілка при зростанні частоти (або зовнішнього поля) спочатку потрапить у заборонену зону другого матеріалу, у той час як у першому матеріалі зона буде усе ще дозволеною. Це буде відповідати реальному повному відбиттю від границі розділу.

Відзначимо також, що, оскільки фокусна відстань *f* лінзи залежить від показника заломлення, магнітне поле та частота можуть бути тими чинниками, які разом із зміною показника заломлення спінової хвилі змінюють також фокусну відстань спін-хвильової лінзи без зміни магнітних параметрів середовищ.





Рис. 8. Залежність коефіцієнту відбиття  $|R^{-}|^{2}$  від величини зовнішнього постійного однорідного магнітного поля при  $\alpha_{1} = 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_{2} = 1, 2 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\beta_{1} = 10$ ,  $\beta_{2} = 15$ ,  $\rho_{1} = 1$ ,  $\rho_{2} = 2$ ,  $L_{1} = L_{2} = 10^{6}$  см<sup>-1</sup>,  $M_{01} = 100$  Гс,  $M_{02} = 105$  Гс,  $A/c = 10^{7}$ ,  $\theta_{1} = \pi/80$ ,  $\omega = 3.6 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>.

Рис. 9. Залежність показника заломлення п<sup>-</sup> від величини зовнішнього постійного однорідного магнітного поля при  $\alpha_1 = 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 1, 2 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = L_2 = 10^6 \text{ см}^{-1}$ ,  $M_{01} = 100 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 105 \text{ Гс}$ ,  $\omega = 3.6 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ .

## ВИСНОВКИ

Таким чином, в рамках ВКБ-наближення, застосованого до випадку поширення поверхневих спінових хвиль у двохосьових феромагнетиках, показано, що характер заломлення спінової хвилі на межі розділу двох однорідних середовищ проявляє ефект двопроменезаломлення завдяки закріпленню спінів на поверхні матеріалу. При цьому кожна із двох гілок має свій вигляд коефіцієнту відбиття спінової хвилі від границі розділу середовищ, що дозволяє досягти необхідного співвідношення інтенсивностей пройшовших крізь границю хвиль, які відповідають різним гілкам, аж до повного виключення однієї з гілок. Отримано вклад параметру обміну в інтерфейсі в амплітуди відбитої та пройшовшої хвиль. Показано, що при великих значеннях цього параметру відповідні граничні умови зводяться до звичайних обмінних граничних умов. Аналізуючи вираз (19), слід відзначити, що в двохосьових феромагнітних структурах можливість досягнення будь-якого значення коефіцієнту відбиття для обраної частоти шляхом зміни тільки величини зовнішнього магнітного поля при фіксованих параметру відпотя для обраної частоти шляхом зміни тараметру обміну в інтерфейсі, а при зменшенні цього параметру відбиття для обраної частоти шляхом зміни тільки величини зовнішнього магнітного поля при фіксованих параметру відбиття хвиль стає превалюючим над проходженням, і значення максимуму амплітуди проходження хвилі зменшується, прямуючи до нуля при  $A \rightarrow 0$ .

Виявлені закономірності можуть бути з успіхом використані при розробці приладів спінхвильової мікроелектроніки як в якості фільтрів, так й у якості спінхвильових аналогів оптичних пристроїв. Зокрема, наведені розрахунки дозволяють побудувати лінзи або дзеркала зі змінною фокусною відстанню та змінною відбиттєвою здатністю, керувати властивостями яких можна за допомогою зовнішнього магнітного поля. Відзначимо, що фокусні відстані та інші параметри двофокусної спіхвильової лінзи були визначені та досліджені в роботі [22].

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1. Gorobets Yu.I., Kuchko A.N., Vasil'ev S.V. Vozbuzhdenie modulirovannykh spinovykh voln odnomernym defektom anizotropii // FMM. 1998. T. 85, № 3. C.40-45.
- Kruglyak V.V., Hicken R.J., Kuchko A.N., Gorobets V.Yu. Spin waves in a periodically layered magnetic nanowire // J. Appl. Phys. – 2005. – Vol. 98, № 1. – P. 014304.
- 3. Vázquez M. Soft magnetic wires // Physica B: Condensed Matter. 2001. Vol. 299, № 3-4. P 302-313.

- Rutkin O. G., Kovshikov N.G, Stashkevich A.A., Kalinikor B. A., Ageev A.N., Trifonov A.C., Kravchenko V. B., Filimonova L. M. Vzaimodeystvie opticheskikh volnovodnykh mod so spinovymi volnami v plyenke ING // Pis'ma v ZhTF. – 1985. – T.11., № 15. – S. 933-936.
- 5. Gulyaev Yu.V., Ignat'ev I.A., Plekhanov V.G., Popkov A.F. Rasseyanie sveta v girotropnom volnovode na spinovoy volne // Radiotekhnika i elektronika. 1985. T.30, № 8. S.1522-1530.
- 6. Gurevich A.G. Magnetizm na sverkhvysokikh chastotakh // Sorosovskiy obrazovatel'nyy zhurnal. 1999. № 1. S. 98-104.
- 7. Gan J.Y., Zhang F.C., Su Z.B. Spin wave theory for antiferromagnetic XXZ spin model on a triangle lattice in the presence of an external magnetic field // Phys. Rev. B. 2003. Vol. 67, №14. P. 4427.
- Buchmeier M., Kuanr B.K., Gareev R.R., Bürgler D.E., Grünberg P. Spin waves in magnetic double layers with strong antiferromagnetic interlayer exchange coupling: Theory and experiment // Phys. Rev. B. – 2003. – Vol. 67, №18. – P. 4404.
- 9. Fransson J., Holmström E., Eriksson O., Sandalov I. Theory of spin filtering through quantum dots // Phys. Rev. B. 2003. Vol. 67, №20. P. 5310.
- Antropov V.P. The exchange coupling and spin waves in metallic magnets: removal of the long-wave approximation // JMMM. - 2003. - Vol. 262. - P. 192-197.
- 11. Gorobets Yu.I., Reshetnyak S.A. Otrazhenie i prelomlenie spinovykh voln v odnoosnykh magnetikakh v priblizhenii geometricheskoy optiki // ZhTF. 1998. T. 68, № 2. S. 60–63.
- 12. Gorobets Yu.I., Reshetnyak S.O., Khomenko T.A. Filtration of spin-wave signal at transmission of data through a ferromagnetic medium // Data Science Journal. 2008. Vol. 7, №12. P. 167–170.
- 13. Reshetnyak S.O. Kharakterystyky spin-khvil'ovykh analogiv optychnykh pryladiv dlya spinovogo promenya v neodnoridnomu magnitnomu seredovyshchi // Naukovi visti NTUU "KPI". 2001. № 6. S. 133–136.
- 14. Gorobets' Yu.I., Reshetnyak S.O. Nablizhennya geometrichnoyi optyky dlya poverkhnevykh spinovykh khvyl' v odnovisnomu magnitnomu seredovyshchi // Naukovi visti NTUU «KPI». 2003. № 1. S. 132–137.
- Gorobets Yu.I., Reshetnyak S.A. Refraction and reflection of bulk spin waves on a boundary of two homogeneous dielectric ferromagnets having biaxial anisotropy // Functional materials. - 2004. - Vol. 11, №3. - P. 436-440.
- Bar'yakhtar V.G., Gorobets Yu.I.. Tsilindricheskie magnitnye domeny i ikh reshetki. K.: Naukova dumka. 1988. 168 s.
- 17. Akhiezer A.I., Bar'yakhtar V.G., Peletminskiy S.V. Spinovye volny M.: Nauka, 1967. 368 s.
- 18. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu. I. Geometricheskaya optika neodnorodnykh sred M.: Nauka, 1980. 302 s.
- 19. Mors F.M., Feshbakh G. Metody teoreticheskoy fiziki, T. 2. M.: Izd-vo in. lit., 1960. 896 s.
- 20. Kurant R. Uravneniya s chastnymi proizvodnymi M.: Mir, 1964. 830 c.
- 21. Eshenfel'der A., Fizika i tekhnika tsilindricheskikh magnitnykh domenov M.: Mir, 1983. 496 s.
- Berezhinskiy A.S., Reshetniak S.A. Refraction of spin waves by bifocal surface ferromagnetic lens // JMMM. 2012. Vol. 324, №2. – P. 231-234.