

УДК 539.17: 621. 039. 73

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ И ВЫХОДНЫХ ФОЛЬГАХ ЭЛЕКТРОННЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ

С.П. Гоков, В.И. Касилов, Л.А. Махненко, А.А. Хомич

ІФВЕЯФ ННЦ ХФТИ

ул. Академическая 1, г. Харьков, 61108, Украина

gokovsp@kipt.kharkov.ua

Received 13 April 2012, accepted 15 May 2012

На основе известных принципов термодинамики построена математическая модель теплопередачи для тонких металлических (титановых) фольг, используемых в ускорительной технике, при прохождении через них электронных пучков с гауссовым распределением плотности тока по сечению. Приведены результаты расчета, с помощью математического пакета Mathcad 15, температурных зависимостей для фольг разных толщин и условий охлаждения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пучок электронов, титановая фольга, ионизационные потери, уравнение теплового баланса

STUDY OF THERMAL PROCESSES IN DIVIDING AND OUTPUT FOILS OF THE ELECTRONIC ACCELERATORS

S.P. Gokov, V.I. Kasilov, L.A. Makhnenko, A.A. Khomich

*Institute of High Energy and Nuclear Physics, National Science Centre of Physics and Technology
Akademicheskaya str.1, Kharkov, Ukraine, 61108*

The mathematical model, based on the principles of thermodynamics, was obtained for a thin metal (titanium) foils used in accelerator technology, on passing through these foils of electron beams with a Gaussian distribution of the current density in the section. The results of calculation using the mathematical package Mathcad 15 the temperature dependences for the foils of various thicknesses and cooling terms are presented.

KEYWORDS: electron beam, titanium foil, ionization losses, the heat balance equation.

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ В РОЗДІЛОВИХ ТА ВИХІДНИХ ФОЛЬГАХ ЕЛЕКТРОННИХ ПРИСКОРЮВАЧІВ

С.П. Гоков, В.Й. Касілов, Л.О. Махненко, О.О. Хоміч

ІФВЕЯФ ННЦ ХФТИ

вул. Академічна 1, м. Харків, 61108, Україна

На основі відомих принципів термодинаміки побудована математична модель теплопередачі для тонких металевих (титанових) фольг, що використовуються в прискорювальної техніці, при проходженні через них електронних пучків з гауссовим розподілом щільності струму по перетину. Наведено результати розрахунку, за допомогою математичного пакета Mathcad 15, температурних залежностей для фольг різних товщин і умов охолодження.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пучок електронів, титанова фольга, іонізаційні втрати, рівняння теплового балансу.

При создании или модернизации электрофизических комплексов, в которых используются линейные ускорители электронов, одной из важнейших задач является обеспечение вывода электронного пучка в атмосферу, например, на радиационных стендах. Обычно это осуществляется через металлическую фольгу выходного окна ускорителя.

В ряде случаев, может возникнуть также необходимость разделения вакуумных объемов на пути прохождения пучка с помощью фольг. Так, при модернизации комплекса ЛУЭ-300 ННЦ ХФТИ (линейный ускоритель электронов с энергией пучка на выходе до 300 МэВ) с целью обеспечения максимально чистых вакуумных условий при компоновке старого и нового технологического оборудования была рассмотрена возможность применения тонких разделительных титановых фольг. При этом рассматривались варианты, когда фольга может устанавливаться как непосредственно в ускоряющем тракте, так и на выходе ускорителя в трактах соединения с установками, принимающими пучок: накопителем электронов Н-100М и магнитным спектрометром СП-95.

Было показано [1], что наилучшие условия транспортировки пучка, с точки зрения внесения минимальных искажений в оптические характеристики, обеспечиваются при расположении фольги в сечениях, в которых пучок оказывается максимально сфокусированным, так как в этом случае угловое рассеивание электронов на фольге вносит менее заметный вклад в суммарную средне - квадратичную расходимость пучка (среднеквадратичная расходимость пучка до прохождения фольги и дополнительно вносимая фольгой). Вместе с тем, с увеличением плотности потока электронов на фольге, могут возникнуть проблемы ее охлаждения при условии наличия вакуума с обеих сторон фольги при максимальных токах ускорителя.

В предлагаемой работе выполнен теоретический анализ теплового баланса в тонкой фольге, расположенной в вакууме, при наличии только теплопередачи на стенки электронопровода и теплового излучения, а также на выходе ускорителя с учетом свободной конвекции и обдува воздушным потоком с внешней стороны фольги.

Цель работы - построить математическую модель теплопередачи для тонких металлических (титановых)

фольг, и с ее помощью рассчитать температурные зависимости для фольг разных толщин и условий охлаждения.

УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА

Представим круглую фольгу в виде цилиндра с малым отношением высоты h к радиусу R_δ , ($h/R_\delta \leq 10^{-3}$). Будем полагать, что аксиально-симметричный пучок электронов с гауссовым распределением плотности тока по сечению пролетает по центру фольги и осуществляет ее нагрев за счет энергетических потерь в материале. Поскольку абсолютная толщина фольги мала (несколько десятков микрон), можно считать, что изменение температуры по толщине незначительное и им можно пренебречь. Так как задача имеет осевую симметрию, то ее удобно представлять в цилиндрических координатах.

По аналогии с описанием построения математической модели теплопроводности в симметричных объектах цилиндрической формы, изложенным в работе [2], предположим, что вектор плотности потока теплоты j , зависящий как от радиуса r , так и от времени t , направлен вдоль радиуса от центра к периферии фольги. Опишем, как показано на рис.1, вокруг оси симметрии два концентрических цилиндра с радиусами r и $r+dr$, вырезающих в фольге объемное кольцо высотой h . Количество теплоты, поступающее за время dt в этот объем равно $j(r) \cdot 2\pi \cdot r \cdot h \cdot dt$. Количество теплоты, вытекающее за пределы кольца за то же время $j(r+dr) \cdot 2\pi \cdot (r+dr) \cdot h \cdot dt$. Эти же выражения удобнее представлять несколько в ином виде, подчеркивая, что мы имеем дело с одной и той же функцией, но с разными ее аргументами, а именно $2\pi \cdot h \cdot (j \cdot r)_r \cdot dt$ и $2\pi \cdot h \cdot (j \cdot r)_{r+dr} \cdot dt$.

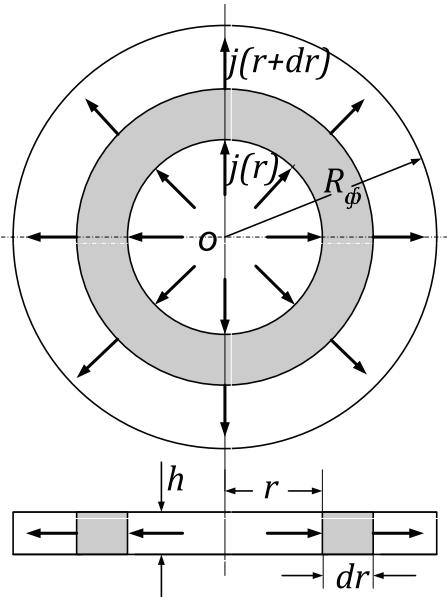


Рис.1. Эскиз фольги для пояснений к написанию уравнения теплового баланса

При этом разность между ними

$$2\pi \cdot h \cdot [(j \cdot r)_r - (j \cdot r)_{r+dr}] \cdot dt = -2\pi \cdot h \cdot \frac{\partial j(r)}{\partial r} \cdot dr \cdot dt, \quad (1)$$

будет представлять собой количество теплоты, поступающее за время dt в объем кольца из окружающего пространства.

В нашем случае, при наличии внутреннего источника теплоты, обусловленного в основном ионизационными потерями электронов в фольге (радиационными потерями и ядерными реакциями в силу малой толщины можно пренебречь) [3], зависимость объемной мощности тепловыделения от радиуса фольги для гауссова пучка можно представить выражением:

$$q(r) = \frac{b(h) \cdot g \cdot I_0}{2\pi \cdot r_0^2 \cdot h} \cdot \exp\left(\frac{-r^2}{2 \cdot r_0^2}\right), \quad (2)$$

где $b(h)$ – функция, представляющая зависимость поглощенной энергии электрона от толщины фольги (рис.2), g – численный коэффициент для перевода энергетических потерь электронов в материале в тепловую энергию,

I_0 – полный средний ток пучка (для 100% частиц) и r_0 – среднеквадратичный радиус пучка^{*}.

Таким образом, при написании уравнения теплового баланса к выражению (1) следует добавить $2\pi \cdot r \cdot dr \cdot h \cdot q(r) \cdot dt$.

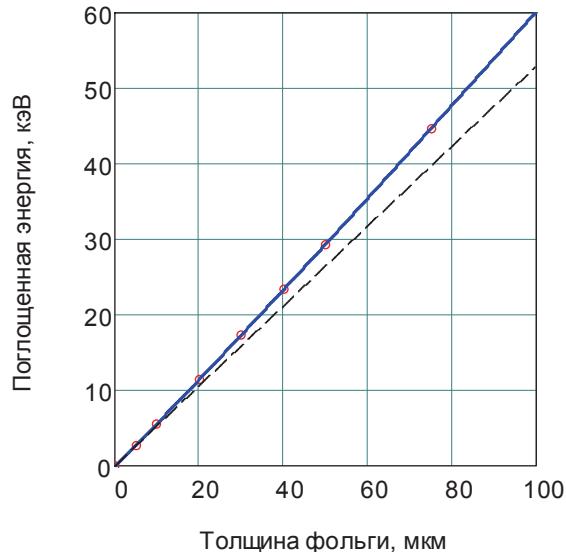


Рис. 2. Зависимость поглощенной в материале фольги энергии электрона с начальной энергией 60 МэВ от ее толщины.
Штриховой прямой показана касательная в точке $h=0$.

Наличие утечки энергии через внешнюю поверхность кольца за счет теплового излучения будем моделировать, исходя из закона Стефана-Больцмана $A = -\varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4)$ [5], где A – удельная мощность излучения, $\varepsilon = 0 \div 1$ – безразмерный коэффициент степени “черноты” объекта, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$, Bm/m^2K^4 – постоянная Стефана-Больцмана.

Для учета отвода тепловой энергии, обусловленного процессом конвекции на выходной фольге, воспользуемся законом Ньютона — Рихмана $B = -\alpha \cdot (T - T_0)$, где B – плотность теплового потока. Мы будем использовать эмпирическое соотношение для $\alpha = 5,6 + 4 \cdot v$, полученное на основе экспериментальных данных для воздуха и гладкой поверхности ($[\alpha] = Bm/m^2K$; $[v] = m/c$ – скорость потока воздуха, обдувающего поверхность) [5].

В итоге, количество выделенной и перераспределенной тепловой энергии, за время dt в объеме элемента фольги (кольце) можно выразить суммой:

$$-2\pi \cdot h \cdot \frac{\partial(j \cdot r)}{\partial r} \cdot dr \cdot dt + 2\pi \cdot r \cdot dr \cdot h \cdot q(r) \cdot dt - 2 \cdot A \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr \cdot dt - B \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr \cdot dt. \quad (3)$$

С другой стороны, изменение тепловой энергии в кольце можно представить через изменение его температуры, как $\rho \cdot 2\pi \cdot h \cdot r \cdot dr \cdot c \cdot dT$, где ρ – плотность материала фольги и c – удельная теплоемкость. Таким образом, приравнивая эти два выражения и разделив при этом обе части на общий множитель $2\pi \cdot h \cdot r \cdot dr \cdot dt$, представим уравнение теплового баланса для любой точки фольги в следующем виде:

$$-\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(j \cdot r)}{\partial r} + q(r) - \frac{2\varepsilon \cdot \sigma}{h} \cdot (T^4 - T_0^4) - \frac{\alpha}{h} \cdot (T - T_0) = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (4)$$

И, наконец, подставив в (4) выражение теплового потока, которое по определению [2] есть $j = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial r}$ (где k – удельная теплопроводность), выполнив дифференцирование и поделив все на $\rho \cdot c$, обозначив $\frac{k}{\rho \cdot c} = \chi$ (коэффициент температуропроводности материала), представим уравнение теплового баланса в

^{*}) Ионизационные потери в тонком поглотителе определялись по поглощенной дозе, рассчитанной методом Монте-Карло с помощью пакета программ Penelope 2001 [4].

окончательном виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\chi}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \sigma}{\rho \cdot c \cdot h} \cdot (T^4 - T_0^4) - \frac{\alpha}{\rho \cdot c \cdot h} \cdot (T - T_0) + \frac{b(h) \cdot g \cdot I_0}{\rho \cdot c \cdot 2\pi \cdot r_0^2 \cdot h} \cdot \exp\left(\frac{-r^2}{2r_0^2}\right), \quad (5)$$

где T_0 – температура окружающей среды и начальная температура фольги, $T = T(r, t)$.

Строгое аналитическое решение такого уравнения представляет собой достаточно сложную математическую задачу и может иметь самостоятельный интерес. Мы же, в нашем случае, использовали численные методы решения, в частности, наиболее простой и наглядный способ с помощью встроенной функции Mathcad 15 Given/Pdesolve, в основе которой заложен метод приближения Рунге-Кутта 4-го порядка.

Для построения зависимости температуры от времени и от радиуса фольги достаточно воспользоваться двумя условиями, а именно, условием $T(r, 0) = T_0$, которое задает начальную температуру на любом радиусе фольги и $T(R_\phi, t) = T_0$, определяющим температуру на границе фольги в любой момент времени. При этом, как и следовало ожидать, из физических соображений, при $r=0$ зависимость температуры от времени и от радиуса фольги будет иметь максимум, в чем можно убедиться, дополнительно используя встроенную функцию Maximize. Порядок проведения расчетов показан в приведенном ниже листинге.

Расчетный листинг Mathcad

Исходные данные:	$\rho := 4.54 \text{ г/см}^3$	$\varepsilon := 0.14$	$\sigma := 5.6704 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \text{ К}^4$	$R_\phi := 1.5 \text{ см}$
	$c := 0.54 \text{ Дж/г \cdot К}$	$\alpha := 5.6 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{K}$		$r_0 := 0.25 \text{ см}$
	$k := 0.1885 \text{ Вт/см \cdot К}$		$h := 20 \text{ мкм}$	$b(h) := 11.397$
	$\chi := \frac{k}{\rho \cdot c}$	$k_1 := \frac{2\varepsilon \cdot \sigma}{h \cdot \rho \cdot c}$	$k_2 := \frac{\alpha}{h \cdot \rho \cdot c}$	$g := 1.60207 \cdot 10^{-16} \cdot 6.25 \cdot 10^{12}$
$T_0 := 20$	$t_m := 40$			
Given				

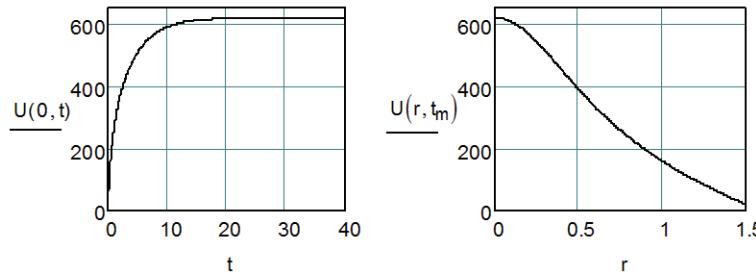
$$T_t(r, t) = \chi \cdot T_{rr}(r, t) + \frac{\chi}{r + 10^{-6}} \cdot T_r(r, t) - k_1 \left(T(r, t)^4 - T_0^4 \right) - k_2 (T(r, t) - T_0) + \frac{b(h) \cdot g \cdot J}{2\pi r_0^2 \cdot h \cdot \rho \cdot c \cdot 10^{-4}} \exp\left(\frac{-r^2}{2r_0^2}\right)$$

границы условия

$$T(r, 0) = T_0 \quad T(R_\phi, t) = T_0$$

решение уравнения

$$U := Pdesolve\left[T, r, \begin{pmatrix} 0 \\ R_\phi \end{pmatrix}, t, \begin{pmatrix} 0 \\ t_m \end{pmatrix}, 800, 100\right] \quad U(0, t_m) = 618.864294$$



Ниже приводятся результаты анализа теплового баланса в фольге, установленной в вакуумном канале или на его выходе, при ее различных толщинах и параметрах падающего пучка электронов. Мы предполагаем, что энергия пучка составляла 60 МэВ для фольги, установленной внутри ускорительного тракта (канал вывода пучка с энергией до 160 МэВ ускорителя ЛУЭ-300) и 16 МэВ – для выходного окна ускорителя ЛУЭ-30 (канал вывода пучка с энергией до 30 МэВ ускорителя ЛУЭ-300). Все характеристики материала фольги (плотность, теплопроводность, теплопроводность) приведены для $T=20^{\circ}\text{C}$.

На рис.3 показана зависимость температуры в центре фольги толщиной 10 мкм и радиусом 1,5 см, находящейся в вакууме, от среднего тока пучка при двух значениях среднеквадратичного радиуса – 0,25 и 0,05 см, которые соответствуют двум возможным режимам работы ускорителя – без дополнительной фокусировки и с фокусировкой. Штриховыми кривыми на этом рисунке показаны те же зависимости без учета теплового излучения, которое, как видно, начинает заметно проявляться после 600°C .

На рис.4 показана зависимость температуры от радиуса для той же фольги ($h=10$ мкм, $R_\phi=1,5$ см) при тех же значениях радиуса пучка ($r_0=0,25$ и $r_0=0,05$ см) при достаточно большом токе – $I_0=80$ мкА.

Как следует из обоих рисунков, наличие теплопроводности материала фольги (даже такого плохо теплопроводящего, как титан), ограничивает возможность существенного увеличения температуры с уменьшением радиуса пучка. По крайней мере, полученные данные весьма далеки от обратно пропорциональной зависимости ($1/r_0^2$), связывающей плотность тока и, соответственно, плотность выделяемой тепловой энергии с радиусом.

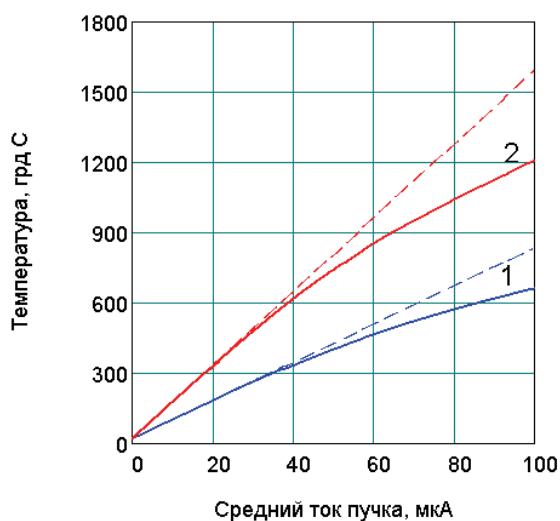


Рис.3. Зависимость температуры в центре фольги ($h=10$ мкм, $R_\phi=1,5$ см) от среднего тока пучка при 2-х значениях среднеквадратичного радиуса: 1 – $r_0=0,25$ см, 2 – $r_0=0,05$ см. Штриховые кривые показывают ту же зависимость без учета излучения.

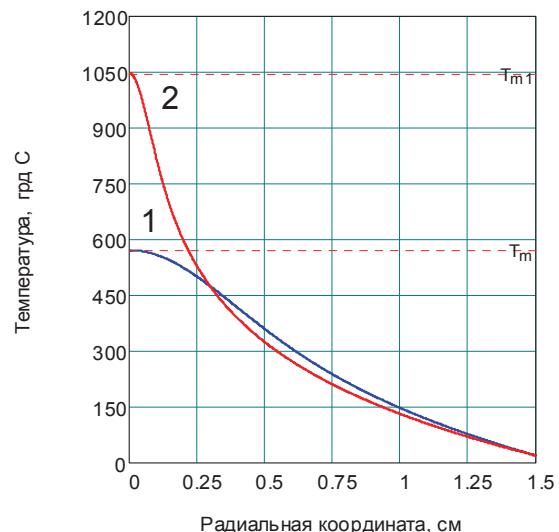


Рис.4. Зависимость температуры от радиальной координаты на фольге с $h=10$ мкм, $R_\phi=1,5$ см и токе $I_0=80$ мкА при среднеквадратичном радиусе пучка: 1 – $r_0=0,25$ см, 2 – $r_0=0,05$ см и $T_0=20^0\text{C}$.

На рис. 5 показана зависимость температуры в центре фольги при токе $I_0=20$ мкА от среднеквадратичного радиуса пучка. Из рис.5 видно, что, существенным образом, эта зависимость начинает проявляться лишь при значениях r_0 менее 0,05 см.

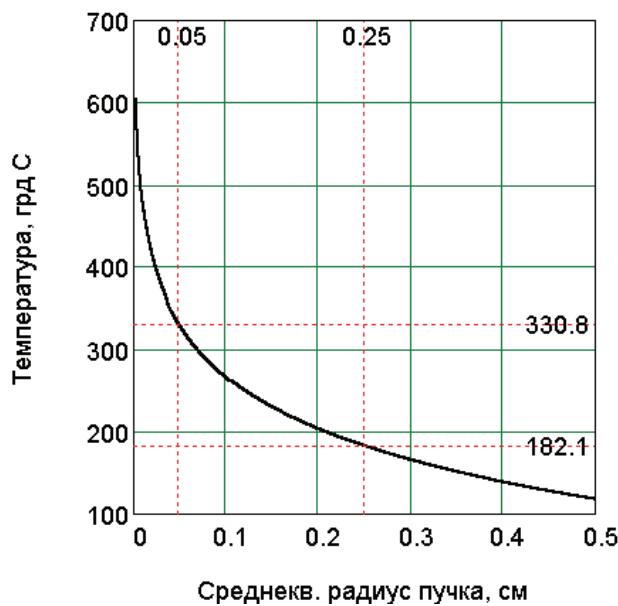


Рис.5. Зависимость температуры в центре фольги ($h=10$ мкм, $R_\phi=1,5$ см) от среднеквадратичного радиуса пучка при токе 20 мкА и $T_0=20^0\text{C}$.

На рис.6 показана зависимость максимальной температуры фольги с $R_\phi=1.5$ см от ее толщины при токе пучка 20 и 100 мкА для трех значений среднеквадратичного радиуса: $r_0=0,5$ см, $r_0=0,25$ см и $r_0=0,05$ см. Как следует из рисунка, при токе 20 мкА эта зависимость довольно слабая (не превышает 8%) и определяется незначительным отклонением от линейности зависимости поглощенной энергии от толщины фольги (рис.2). При этом пары кривых 1, 2, 3 (с учетом теплового излучения и без) для меньшего тока практически совпадают.

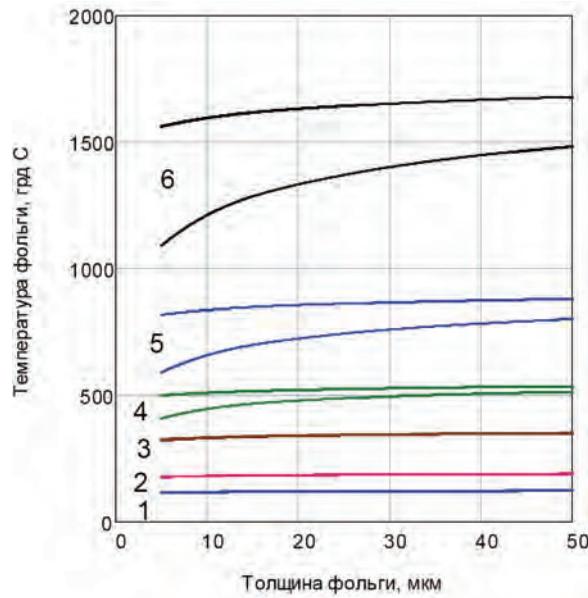


Рис.6. Зависимость температуры в центре фольги $R_\phi = 1,5$ см при токе пучка $I_0 = 20$ мкА (кривые 1, 2, 3) и $I_0 = 100$ мкА (кривые 4, 5, 6) от толщины фольги для разных значений среднеквадратичного радиуса пучка: $r_0 = 0,5$ см (кривые 1, 4), $r_0 = 0,25$ см (кривые 2, 5) и $r_0 = 0,05$ см (кривые 3, 6). Верхние кривые под каждым номером соответствуют моделированию без учета теплоизлучения, а нижние соответственно с его учетом. Пары кривых 1, 2, 3 для меньшего тока практически совпадают.

С увеличением тока до 100 мкА и, следовательно, температуры (примерно до 400 °С и выше) начинает проявляться тепловое излучение, что приводит к снижению температуры фольги в начале кривой. С увеличением же толщины фольги основной вклад в охлаждение будет вноситься процессом теплопроводности.

Далее мы остановимся на демонстрации результатов исследования тепловых процессов в фольге выходного окна ЛУЭ-30 ($R_\phi=4,0$ см, $h=50$ мкм, $E=16$ МэВ).

На рис.7 приведена зависимость максимальной температуры фольги выходного окна ЛУЭ-30 при хорошо сфокусированном пучке с $r_0=0,25$ см от среднего тока. Кривая 1 отражает расчетные данные, в которых учитывается только теплопроводность фольги, кривой 2 представлены результаты расчета с учетом теплоизлучения и кривой 3 – с учетом также свободной (т.е. без принудительного охлаждения воздухом) конвекции.

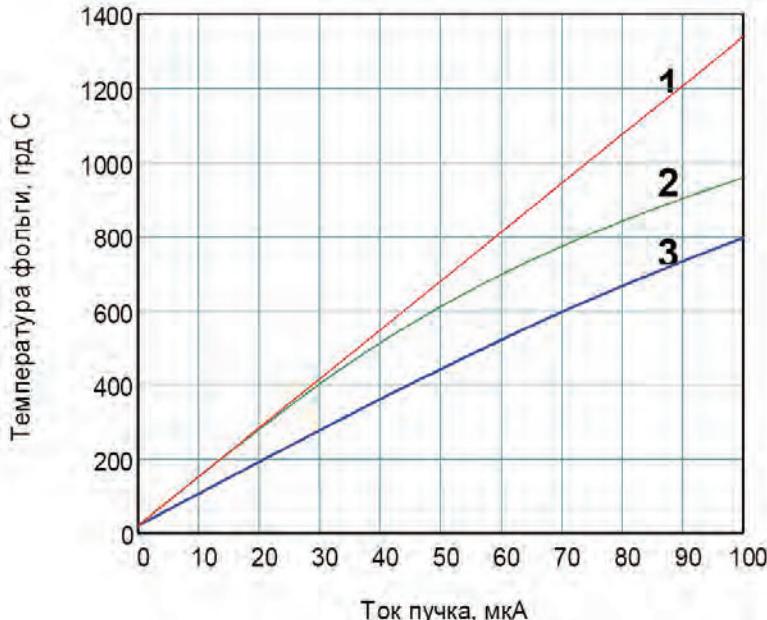


Рис.7. Зависимость максимальной температуры $R_\phi=4,0$ см, $h=50$ мкм от тока пучка с $r_0=0,25$ см. Расчет выполнен с учетом: 1 – только теплопроводности; 2 – теплопроводности и теплоизлучения; 3 – теплопроводности, теплоизлучения и свободной конвекции.

На рис.8 приведены аналогичные зависимости для разных значений радиуса пучка.

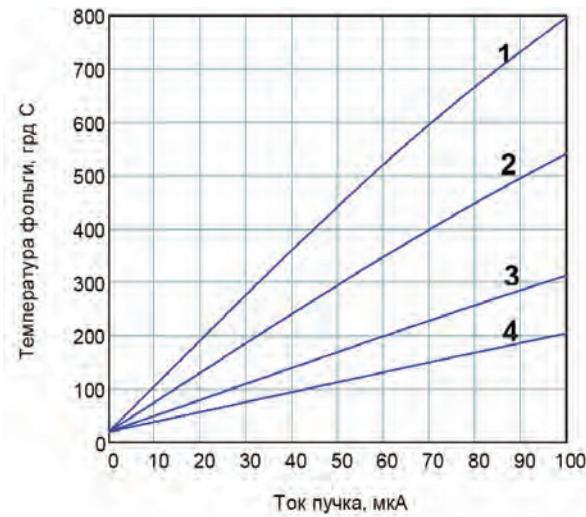


Рис.8. Зависимость температуры фольги в центре пучка $R_\phi=4$ см, $h=50$ мкм от тока пучка с различным радиусом: 1 – $r_0=0,25$ см, 2 – $r_0=0,5$ см, 3 – $r_0=1,0$ см и 4 – $r_0=1,5$ см.

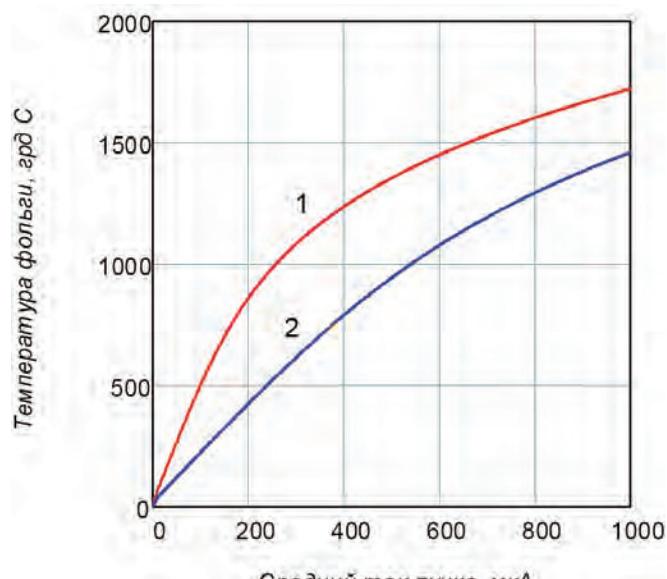


Рис.9. Зависимость температуры выходной фольги $R_\phi=4$ см, $h=50$ мкм в широком диапазоне изменения тока пучка (вплоть до предельно допустимого значения) в режиме свободной конвекции (кривая 1) и с обдувом со скоростью воздушного потока 10 м/сек (кривая 2).

На рис.9 показана зависимость температуры в центре выходной фольги ($R_\phi=4$ см, $h=50$ мкм) в широком диапазоне изменения тока пучка, вплоть до предельно допустимого значения, в режиме свободной конвекции (кривая 1) и с принудительным охлаждением воздухом со скоростью потока 10 м/с (кривая 2). Из этого рисунка следует, что при принудительном охлаждении удается существенно облегчить тепловой режим фольги.

На рис.10 показана зависимость температуры в центре выходной фольги $R_\phi=4$ см (кривая 1) и в точках на расстоянии от центра 0,5 см (кривая 2), 1,0 см (кривая 3), 2 см (кривая 4) от времени включения пучка с током 80 мкА. Из этого рисунка следует, что с удалением от центра фольги время установления стационарного теплового режима в данной точке фольги увеличивается.

На рис.11 показана зависимость температуры выходной фольги от радиальной координаты, которая демонстрирует ее спад от максимального значения до температуры фланца выходного окна.

Были проведены предварительные оценочные измерения температуры выходной фольги ЛУЭ-30 с помощью термопары, которые показали $T \sim 100^\circ\text{C}$ при токе 80 мкА и среднеквадратичном радиусе пучка $\sim 1,5$ см. Сейчас эти экспериментальные данные можно считать очень приближенными (погрешность $\sim 40\%$) в силу ряда технических причин: собственный нагрев термопары, находящейся в контакте с фольгой под пучком, сложностью экспериментального определения среднеквадратичного радиуса пучка, непосредственно на фольге.

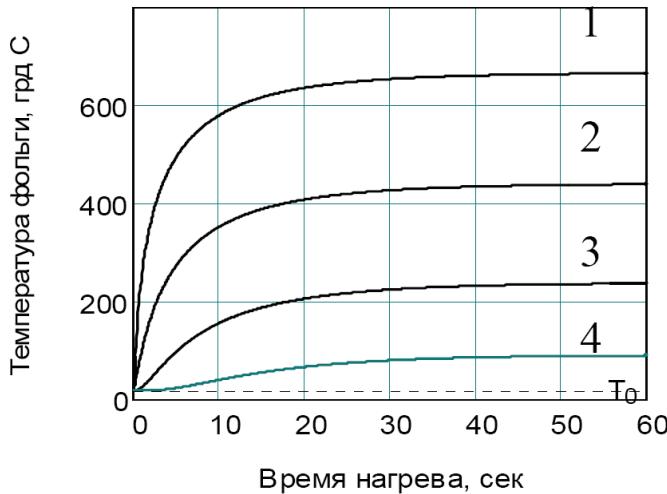


Рис.10. Зависимость температуры выходной фольги $h=50$ мкм, $R_\phi=4$ см, ток 80 мА без обдува в центре (кривая 1) и в точках удаления от центра на 0.5 см (кривая 2), 1.0 см (кривая 3), 2 см (кривая 4) от времени включения пучка.

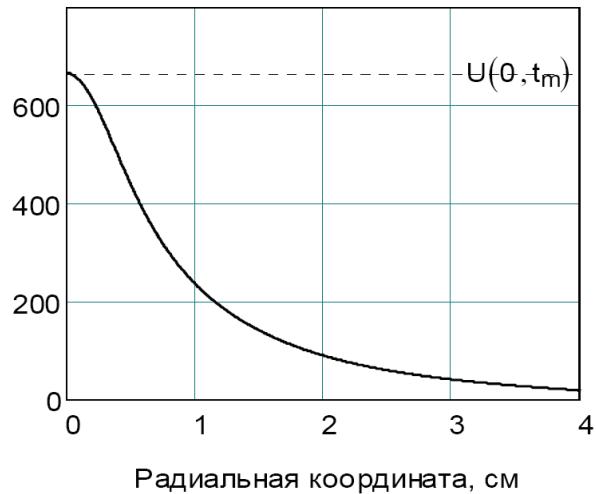


Рис.11. Зависимость температуры фольги от радиальной координаты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе построена математическая модель и проведен анализ тепловых процессов в тонких металлических фольгах, расположенных в вакууме и на выходе каналов ускорителя, при прохождении через них электронных пучков с гауссовым распределением плотности тока по сечению.

Анализ результатов моделирования показал, что наличие реально существующей теплопроводности материала фольги, даже такой невысокой как у титана, а также процесса теплового излучения, не позволяют существенно возрастать температуре в центре фольги при довольно значительном увеличении плотности тока (~ 10 раз). Это дает возможность с одной стороны проводить большие токи в подобных системах, с другой стороны без особых опасений применять дополнительную жесткую фокусировку пучка на фольге с целью дальнейшего улучшения его оптических параметров.

Таким образом, в работе было показано, что для внутренней и внешней установки могут эффективно использоваться титановые фольги 10÷50 мкм, обладающие наряду с относительно малой теплопроводностью, высокой механической прочностью при температурах (до 1000 °С) и тугоплавкостью (~1700 °С). При этом каждому конкретному случаю будет соответствовать оптимальная толщина фольги для заданного токового режима ускорителя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gokov S.P., Kasilov V.I., Makhnenko L.A., Khomich A.A. K voprosu ispol'zovaniya vakuumno-razdelitel'nykh fol'g v traktakh uskoreniya i transportirovki puchka v LUE-300. Tezisy dokladov IX konferentsii po fizike vysokikh energiy, yadernoy fizike i uskoritelyam. 21-25 fevralya 2011 g., Khar'kov, s.118-119.
2. Sivukhin D.V. Obshchiy kurs fiziki. – T.2. Termodynamika i molekulyarnaya fizika. - M.:Nauka, 1990. - 591 s.
3. Prays B., Khorton K., Spinni K. Zashchita ot yadernykh izlucheniy. - M.: Izdatel'stvo inostrannoy literatury, 1959. - 492 s.
4. Salvat F., Fernández-Varea J.M., Sempau J. “PENELOPE -A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport” //OECD Nuclear Energy Agency, Workshop Proceedings Issy-les-Moulineaux, France 5-7 November, 2001.
5. Kuz'michev V.E. Zakony i formuly fiziki / Spravochnik. – Kiev: Naukova dumka, 1989. - 861 s.