

УДК .533.9

ФОКУСИРУЮЩИЕ КИЛЬВАТЕРНЫЕ ПОЛЯ ДЛЯ УСКОРЯЕМОГО ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА В ПЛАЗМЕННО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ**Р.Р. Князев, Г.В. Сотников***ННЦ «Харьковский физико-технический институт»**61108, ул. Академическая 1, Харьков, Украина**E-mail: sotnikov@kipt.kharkov.ua*

Received 9 April 2012

Исследовано возбуждение кильватерных волн электронным сгустком в изотропном плазменно-диэлектрическом волноводе. Показано, что возбуждаемое поле состоит из двух слагаемых: поля ленгмюровской волны и поля собственных волн диэлектрического волновода. При определенной плотности плазмы продольная компонента ленгмюровской волны существенно меньше продольной компоненты диэлектрических волн, а поперечные компоненты поля ленгмюровской волны существенно больше поперечных компонент диэлектрических волн. При этом периоды этих двух типов волн существенно отличаются. Это позволяет обеспечить ускорение тестового сгустка полем диэлектрической волны с его одновременной фокусировкой плазменной волной.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ускорение, фокусировка, кильватерное поле, сгусток, диэлектрический волновод, плазма

FOCUSING OF ELECTRON BUNCHES WAKE FIELDS IN A PLASMA-DIELECTRIC WAVEGUIDE**R.R. Kniazev, G.V. Sotnikov***NSC "Kharkov Institute of Physics and Technology"**1, Akademicheskaya st., Kharkov, Ukraine, 61108*

The excitation of wake waves by the electron bunch in an isotropic plasma-dielectric waveguide is studied. It is shown that the excited field consists of two components: the field of the Langmuir wave and the field of eigenmodes of a dielectric waveguide. At a certain plasma density, the longitudinal component of the Langmuir waves is much smaller longitudinal component of the dielectric waves and transverse field components of the Langmuir wave is much larger transverse components of the dielectric waves. The periods of these two types of waves differ significantly. This allows to provide the acceleration of the test bunch by a field of the dielectric wave with its simultaneous focusing by the plasma wave field.

KEY WORDS: acceleration, focusing, wakefield, bunch, dielectric waveguide, plasma

ФОКУСУВАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ ЗГУСТКІВ КИЛЬВАТЕРНИМИ ПОЛЯМИ В ПЛАЗМОВО-ДИЕЛЕКТРИЧНОМУ ХВИЛЕВОДІ**Р.Р. Князев, Г.В. Сотников***ННЦ "Харківський фізико-технічний інститут"**вул. Академічна 1, м. Харків, Україна, 61108*

Досліджено збудження кильватерних хвиль електронним згустком в ізотропному плазмово-діелектричному хвилеводі. Показано, що збуджене поле складається з двох складових: поля ленгмюрівської хвилі і поля власних хвиль діелектричного хвилеводу. При певній щільності плазми поздовжня компонента ленгмюрівської хвилі істотно менше поздовжньої компоненти діелектричних хвиль, а поперечні компоненти поля ленгмюрівської хвилі істотно більше поперечних компонент діелектричних хвиль. При цьому, періоди цих двох типів хвиль істотно відрізняються. Це дозволяє забезпечити прискорення тестового згустку полем діелектричної хвилі з його одночасним фокусуванням плазмової хвилею.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: прискорення, фокусування, кильватерне поле, згусток, діелектричний хвилевід, плазма

Ускорення заряджених частиц кильватерними полями, створюваними лазерним імпульсом або сгустками заряджених частиц при їх розповсюдженні в замедлюючих середовищах, являється перспективним, бурно розвиваючимся напрямком в фізиці високих енергій. Благодаря надзвичайно високим ускоряючим градієнтам кильватерні методи ускорення дозволяють досягти енергій ускорених частиц Тев-ного діапазона при значально меншій довжині, ніж традиційні ускорителі. Один з методів ускорення кильватерними полями, збуджуваними релятивістськими електронними сгустками, в якості замедлюючої середовища використовує плазму [1], створювану тими ж електронними сгустками [2] або зовнішнім джерелом. В частині, в якості зовнішнього джерела в роботах [3,4] було запропоновано використовувати капілярний розряд. Сама капілярна трубка являється замедлюючою середовищем, тому при розповсюдженні в її каналі лазерного імпульсу або електронних сгустков поряд з плазменними кильватерними хвилями будуть збуджуватися власні хвилі діелектричної структури, модифіковані присутністю плазми в транспортному каналі. До цього часу вплив електродинамічних властивостей матеріалу капілярних трубок на збудження плазменних кильватерних волн не досліджено.

Ціль роботи: на прикладі циліндричного хвилеводу гігагерцового діапазона робочих частот дослідити збудження кильватерних волн релятивістським електронним сгустком в діелектричному хвилеводі з заповненим ізотропною плазмою ускорительним каналом. На основі отриманих виражень для компонент електромагнітного поля вивчити просторову структуру поперечних сил і розглянути можливість фокусування ускорюваних частиц в збуджуваному полі.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для исследования влияния диэлектрической среды на возбуждение плазменной кильватерной волны найдем кильватерное поле электронного сгустка, движущегося в плазменном волноводе с кольцевой диэлектрической вставкой. Плазменный волновод представляет собой однородный плазменный цилиндр радиуса a , окруженный идеально проводящим кожухом радиуса b . Диэлектрическая вставка заполняет все пространство между кожухом и плазмой. Возбуждение волновода будем рассматривать в приближении линейной изотропной плазмы, имеющей плотность n_p .

Для начала определим кильватерное поле сгустка, имеющего форму бесконечно тонкого осесимметричного кольца радиуса r_0 . Возбуждаемое азимутально-симметричное кильватерное поле описывается следующей системой уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t}, \quad -\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial D_r}{\partial t}, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) = \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j_z, \quad (1)$$

где E_r, E_z - радиальная и продольная компоненты электрического поля, D_r, D_z - радиальная и продольная компоненты электрической индукции, H_φ - азимутальная компонента магнитного поля, плотность тока равна

$$j_z = \frac{Q}{2\pi r} \delta(r-r_0) \delta(\tau-t_0), \quad (2)$$

$\tau = t - z/v_0$, t_0 - время, когда сгусток пересекает плоскость $z = 0$, v_0 - его скорость, Q - заряд сгустка, δ - дельта-функция Дирака.

КИЛЬВАТЕРНОЕ ПОЛЕ СГУСТКА

Вследствие (2) зависимость вынужденного решения системы (1) от времени и продольной координаты определяется только переменной τ . Выполнив преобразование Фурье по переменной τ

$$(\vec{E}_\omega, \vec{H}_\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau (\vec{E}, \vec{H}) \exp(i\omega\tau), \quad (3)$$

из системы (1), (2) получим уравнение для Фурье-образа продольной компоненты электрического поля:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial E_{z\omega}}{\partial r} \right] - \frac{\omega^2}{v_0^2} [1 - \beta_0^2 \varepsilon(\omega)] E_{z\omega} = i \frac{Q}{\pi v_0^2} \frac{\omega}{\varepsilon(\omega)} [1 - \beta_0^2 \varepsilon(\omega)] \frac{\delta(r-r_0)}{r} \exp(i\omega t_0). \quad (4)$$

Радиальная компонента электрического поля и азимутальная компонента магнитного поля выражаются через $E_{z\omega}$:

$$E_{r\omega} = i \frac{c}{\omega} \frac{\beta_0}{\beta_0^2 \varepsilon(\omega) - 1} \frac{\partial E_{z\omega}}{\partial r}, \quad H_{\varphi\omega} = \beta_0 \varepsilon(\omega) E_{r\omega} \quad (5)$$

$\beta_0 = v_0/c$; $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_p(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, если $r < a$ и $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_d$ если $a \leq r < b$; $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_p/m}$ - плазменная частота, $-e$ и m - заряд и масса электрона; ε_d - относительная проницаемость диэлектрической втулки, которую мы предполагаем не зависящей от частоты.

Уравнение (4) эквивалентно системе из трех уравнений, записанных в каждой из частичных областей $r < r_0$, $r_0 < r < a$ и $a < r \leq b$. Решив его совместно с граничными условиями:

$$E_{z\omega}(r=0) < \infty, \quad E_{z\omega}(r=b) = 0, \quad E_{z\omega}(r=r_0-0) = E_{z\omega}(r=r_0+0), \quad E_{z\omega}(r=a-0) = E_{z\omega}(r=a+0), \\ H_{\varphi\omega}(r=a-0) = H_{\varphi\omega}(r=a+0), \quad H_{\varphi\omega}(r=r_0+0) - H_{\varphi\omega}(r=r_0-0) = \frac{Q}{\pi c r_0} \exp(i\omega t_0) \quad (6)$$

получим:

$$E_{z\omega}(r < a) = -i A_p I_0(\kappa_p r_0) \left(K_0(\kappa_p r_0) + \frac{I_0(\kappa_p r_0) K_0(\kappa_p a)}{I_0(\kappa_p a)} \frac{\varepsilon_p(\omega)}{\sqrt{1 - \beta_0^2 \varepsilon_p(\omega)}} \frac{K_1(\kappa_p a)}{K_0(\kappa_p a)} - \gamma_d \frac{F_1(\kappa_d a, \kappa_d b)}{F_0(\kappa_d a, \kappa_d b)} \right) \exp(i\omega t_0) \quad (7)$$

$$E_{z\omega}(a \leq r \leq b) = -i \frac{Q}{\pi a c \beta_0} \frac{1}{D(\omega)} \frac{I_0(\kappa_p r_0)}{I_0(\kappa_p a)} \frac{F_0(\kappa_d r, \kappa_d b)}{F_0(\kappa_d a, \kappa_d b)} \exp(i\omega t_0)$$

В выражениях (7) введены обозначения $A_p = \frac{Q\omega}{\pi c^2} \frac{1 - \beta_0^2 \varepsilon_p(\omega)}{\beta_0^2 \varepsilon_p(\omega)}$, I_0, I_1 и K_0, K_1 - модифицированные функции Бесселя и Макдональда нулевого и первого порядка, соответственно;

$F_0(x, y) = J_0(x)N_0(y) - N_0(x)J_0(y)$, $F_1(x, y) = -J_1(x)N_0(y) + N_1(x)J_0(y)$, $J_0(x), J_1(y)$ и $N_0(x), N_1(y)$ – функции Бесселя и Неймана нулевого и первого порядка, соответственно; $\kappa_p^2 = \frac{\omega^2}{v_0^2}(1 - \beta_0^2 \varepsilon_p(\omega))$, $\kappa_d^2 = \frac{\omega^2}{v_0^2}(\beta_0^2 \varepsilon_d - 1)$,

$\gamma_d = \varepsilon_d / \sqrt{\beta_0^2 \varepsilon_d - 1}$. Знак $\langle \rangle$ означает наименьшее (наибольшее) из значений r и r_0 . Дисперсионная функция $D(\omega)$, входящая в знаменатели выражений (7), имеет вид:

$$D(\omega) = \frac{\varepsilon_p(\omega)}{\sqrt{1 - \beta_0^2 \varepsilon_p(\omega)}} \frac{I_1(\kappa_p a)}{I_0(\kappa_p a)} + \gamma_d \frac{F_1(\kappa_d a, \kappa_d b)}{F_0(\kappa_d a, \kappa_d b)} \quad (8)$$

Остальные компоненты электромагнитного поля выражаются через $E_{z\omega}$ с использованием соотношений (5).

Выполнив обратное преобразование Фурье, после вычисления интегралов с использованием теории вычетов получим окончательные выражения для кильватерного поля ступки, имеющего форму бесконечно тонкого кольца:

$$E_z(r_0, t_0, r, \tau) = -\frac{2Q}{a^2} \Theta(\tau - t_0) \left\{ \begin{array}{l} k_p^2 a^2 \frac{I_0(k_p r_0)}{I_0(k_p a)} \Delta_0(k_p a, k_p r_0) \cos \omega_p(\tau - t_0) + \frac{2a}{v_0} \sum_s \frac{I_0(\kappa_p^s r_0)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{I_0(\kappa_p^s r)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{\cos \omega_s(\tau - t_0)}{D'(\omega_s)}, r < a \\ \frac{2a}{v_0} \sum_s \frac{I_0(\kappa_p^s r_0)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{F_0(\kappa_d^s r, \kappa_d^s b)}{F_0(\kappa_d^s a, \kappa_d^s b)} \frac{\cos \omega_s(\tau - t_0)}{D'(\omega_s)}, a \leq r \leq b \end{array} \right. , \quad (9)$$

$$E_r(r_0, t_0, r, \tau) = \frac{2Q}{a^2} \Theta(\tau - t_0) \left\{ \begin{array}{l} k_p a^2 \frac{d}{dr} \left(\frac{I_0(k_p r_0)}{I_0(k_p a)} \Delta_0(k_p a, k_p r_0) \right) \sin \omega_p(\tau - t_0) \\ + \frac{2a}{v_0} \sum_s \frac{I_1(\kappa_p^s r_0)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{I_0(\kappa_p^s r)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{\sin \omega_s(\tau - t_0)}{D'(\omega_s) \sqrt{1 - \beta_0^2 \varepsilon_p(\omega_s)}}, r < a \\ - \frac{2a}{v_0 \sqrt{\beta_0^2 \varepsilon_d - 1}} \sum_s \frac{I_0(\kappa_p^s r_0)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{F_1(\kappa_d^s r, \kappa_d^s b)}{F_0(\kappa_d^s a, \kappa_d^s b)} \frac{\sin \omega_s(\tau - t_0)}{D'(\omega_s)}, r > a \end{array} \right. , \quad (10)$$

$$H_\varphi(r_0, t_0, r, \tau) = \frac{4Q}{ac} \Theta(\tau - t_0) \left\{ \begin{array}{l} \sum_s \frac{\varepsilon_p(\omega_s)}{\sqrt{1 - \beta_0^2 \varepsilon_p(\omega_s)}} \frac{I_0(\kappa_p^s r_0)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{I_1(\kappa_p^s r)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{\sin \omega_s(\tau - t_0)}{D'(\omega_s)}, r < a \\ - \frac{4\varepsilon_d}{\sqrt{\beta_0^2 \varepsilon_d - 1}} \sum_s \frac{I_0(\kappa_p^s r_0)}{I_0(\kappa_p^s a)} \frac{F_1(\kappa_d^s r, \kappa_d^s b)}{F_0(\kappa_d^s a, \kappa_d^s b)} \frac{\sin \omega_s(\tau - t_0)}{D'(\omega_s)}, a \leq r \leq b \end{array} \right. , \quad (11)$$

где: $\Theta(x)$ - функция Хэвисайда; $k_p = \omega_p / v_0$, $\kappa_p^s = \kappa_p(\omega = \omega_s)$, $\kappa_d^s = \kappa_d(\omega = \omega_s)$, $D'(\omega_s) = \left. \frac{dD(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s}$, а собственные частоты ω_s определяются из решения дисперсионного уравнения:

$$D(\omega_s) = 0. \quad (12)$$

Первые слагаемые в выражениях для электрического поля (9)-(10) описывают поле ленгмюровских колебаний ($\varepsilon_p = 0$, $\omega = \omega_p$), оно локализовано в канале транспортировки, на его границе это поле обращается в нуль и не зависит от параметров диэлектрической структуры. Эти слагаемые в (9)-(10) совпадают с выражениями для электрических полей ленгмюровских колебаний в изотропном плазменном волноводе [5,6], если в этих выражениях устремить радиус плазменного цилиндра к бесконечности $a \rightarrow \infty$, мы приходим к выражениям для кильватерных полей в безграничной плазме [7]. Оставшиеся слагаемые в (9)-(11) описывают электрическое поле собственных колебаний диэлектрической структуры (для краткости будем называть их диэлектрическими). Отметим, что в соответствии с (11) магнитное поле кильватерной волны не содержит поля ленгмюровских колебаний.

Для нахождения кильватерного поля ступки конечных размеров с произвольным распределением заряда внутри него необходимо проинтегрировать выражения (7) по всем r_0, t_0 с соответствующей функцией распределения:

$$\left[\vec{E}(r, \tau), \vec{H}(r, \tau) \right] = \int_{-\infty}^t dt_0 \int dr_0 n(r_0, t_0) \left[\vec{E}(r_0, t_0, r, \tau), \vec{H}(r_0, t_0, r, \tau) \right] \left/ \int_{-\infty}^{\infty} dt_0 \int dr_0 n(r_0, t_0) \right. \quad (13)$$

где $n(r_0, t_0)$ описывает распределение заряда внутри ступки, r_1, r_2 - внутренний и внешний радиус ступки.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Приведем результаты численных расчетов кильватерного поля. Для численных расчетов выберем диэлектрический волновод с поперечными размерами $a = 1,1$ см, $b = 4,3$ см, проницаемостью $\varepsilon_d = 2,1$ (фторопласт), энергия электронного сгустка равна 5 Мэв (скорость $v_0 = 2,985 \cdot 10^{10}$ см/сек), заряд сгустка $Q = -0,32$ нКл. Будем считать, что распределение заряда внутри сгустка однородно и описывается выражением:

$$n(r_0, t_0) = \frac{v_0}{L_b(r_2^2 - r_1^2)} [\Theta(t_0) - \Theta(t_0 - L_b / v_0)] [\Theta(r_1) - \Theta(r_2)], \quad (14)$$

r_1, r_2 - внутренний и внешний радиус сгустка, L_b - длина сгустка. Возьмем для расчетов $r_1 = 0,3$ см, $r_2 = 1,0$ см, $L_b = 1,7$ см.

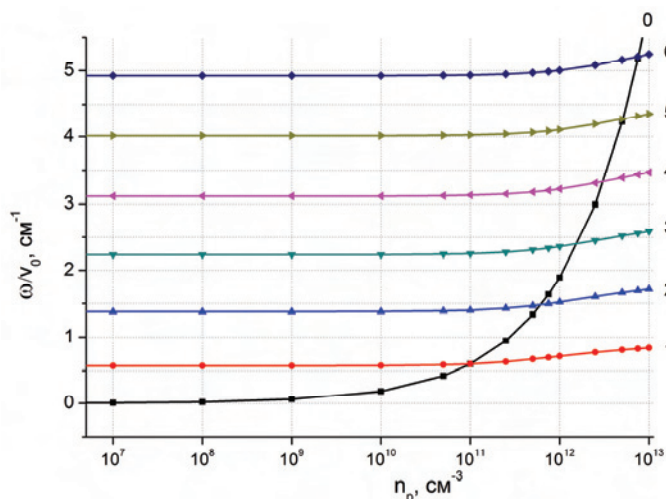


Рис. 1. Собственные частоты диэлектрической структуры в зависимости от плотности плазмы: кривая 0-ленгмюровская волна, кривые 1-6 – первые 6 решений дисперсионного уравнения (12), (8).

амплитуда поля ленгмюровской волны максимальна при определенной плотности плазмы. Для приведенных выше параметров волновода и сгустка максимумы амплитуд продольного и поперечного электрического поля локализованы приблизительно при одной и той же плотности плазмы $n_p = n_p^m \sim 10^{12}$ см⁻³, что соответствует значению безразмерного параметра $k_p a \sim 2$. Расчеты показывают, что для такой плотности плазмы электрические поля ленгмюровской волны значительно превосходят суммарные кильватерные поля, обусловленные возбуждением радиальных мод диэлектрического волновода. Т.е. результирующее поле будет формироваться, в основном, ленгмюровской волной, в которой продольное и поперечное поле сдвинуты по фазе на $\pi/2$. Для ускоряемого сгустка это будет означать отсутствие фокусировки возбуждаемым кильватерным полем. С уменьшением плотности плазмы от n_p^m амплитуды продольного и поперечного поля ленгмюровской волны уменьшаются. При некоторой плотности плазмы продольное поле ленгмюровской волны становится меньше суммарного продольного поля диэлектрических мод¹. Но радиальное электрическое поле ленгмюровской волны все еще значительно превосходит суммарное поперечное поле диэлектрических мод. Эти два типа волн – ленгмюровская и диэлектрическая – имеют в общем случае разные пространственные периоды, поэтому максимуму полного продольного поля может соответствовать минимум полного поперечного поля. Таким образом, размещая тестовый сгусток в максимуме ускоряющего поля диэлектрической волны, можно одновременно фокусировать его полем ленгмюровской волны. Ниже мы приводим один из таких возможных вариантов.

На рис.2-рис.3 приведены результаты расчетов для плотности плазмы $n_p = 10^{10}$ см⁻³ (частота плазменной волны $\omega_p = 5,64 \cdot 10^9$ рад/сек, длина волны $\lambda_p = 2\pi v_0 / \omega_p = 33,2$ см). На рис. 2 показано аксиальное распределение продольной и поперечных сил, действующей на пробную частицу, расположенную на расстоянии 1 см от оси волновода. Из сравнения приведенных зависимостей следует, что размещая тестовый сгусток на расстоянии 7,5 см или 20,6 см от головы ведущего сгустка можно обеспечить ускорение заряженных частиц с их одновременной радиальной фокусировкой. Как видно из рисунка, радиальная сила имеет почти гармоническую зависимость от продольной координаты с периодом равным ~ 33 см, т.е. ленгмюровская волна вносит преобладающий вклад в радиальную силу. В тоже время её вклад в продольную силу, ускоряющую тестовые частицы, преобла-

На рис. 1 приведены зависимости собственных частот плазменно-диэлектрического волновода от плотности плазмы. Кривые 1-6 соответствуют собственным волнам диэлектрического волновода, модифицированным присутствием плазмы в пролетном канале. При плотности плазмы $n_p = 10^{11}$ см⁻³ частота первой радиальной моды диэлектрической волны равна частоте ленгмюровской волны. На всем рассматриваемом диапазоне плотностей плазмы собственные частоты диэлектрических волн слабо зависят от плотности плазмы. Это позволяет независимо управлять частотами и амплитудами диэлектрических и ленгмюровской волн.

Как следует из рис. 1 резонансная частота первой радиальной гармоники диэлектрического волновода в отсутствие плазмы равна $\omega = 17,025 \cdot 10^9$ рад/сек, или ее пространственный период равен ~ 11 см. Известно [5, 6], что

¹ Само поле диэлектрических мод при уменьшении плотности плазмы изменяется слабо в соответствии со сказанным при обсуждении рис.1.

дающе мал. Продольная сила, в основном, определяется собственными модами диэлектрического волновода ее сложная зависимость от продольной координаты связана с возбуждением нескольких радиальных мод диэлектрического волновода.

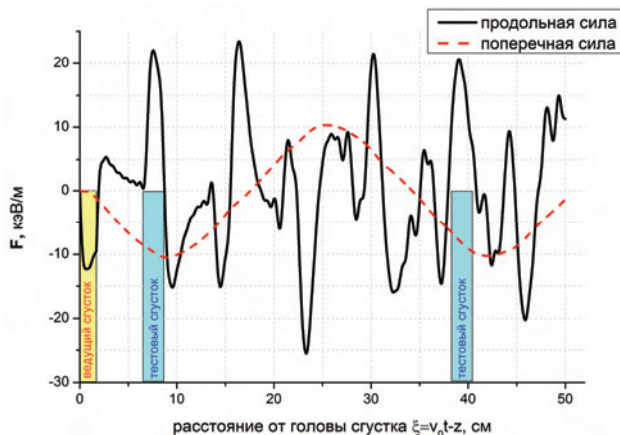


Рис.2. Аксиальный профиль продольной (сплошная линия) и поперечной сил (пунктирная линия), действующих на пробную частицу, расположенную на расстоянии 1см от оси волновода. Здесь $\xi = v_0 t - z$, голова ведущего сгустка расположена при $\xi = 0$.

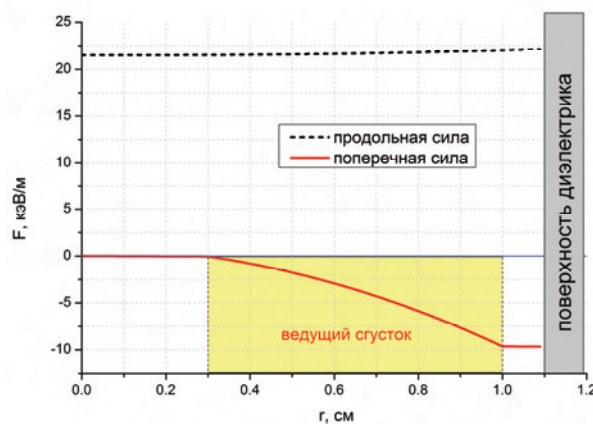


Рис.3. Поперечный профиль продольной (пунктирная линия) и поперечной сил (сплошная линия), действующих на пробную частицу, расположенную на расстоянии 7,562см от головы ведущего сгустка.

На рис. 3 показано радиальная зависимость продольной и поперечных сил, действующей на пробную частицу, расположенную в первом из максимумов ускоряющего поля, на расстоянии 7,562см позади головы ведущего сгустка. Продольная сила слабо изменяется в поперечном сечении транспортного канала, а радиальная сила остается фокусирующей по всему сечению канала.

ВЫВОДЫ

При исследовании возбуждения кильватерных полей электронным сгустком в плазменно-диэлектрическом волноводе обнаружено, что заполнение изотропной плазмой определенной плотности вакуумного канала транспортировки диэлектрического волновода приводит к появлению фокусирующего кильватерного поля, действующего на ускоряемый сгусток. Оптимизация обнаруженного механизма фокусировки тестового сгустка по плотности плазмы и другим параметрам диэлектрического волновода будет проведена в дальнейших исследованиях.

Работа выполнена с частичной поддержкой гранта STCU No. P522.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chen P., Dawson J.M., Huff R.W., Katsouleas T. Acceleration of electrons by the interaction of a bunched electron beam with a plasma // Phys. Rev. Lett. - 1985. - Vol.54, №7. - P. 693-696.
2. Hogan M.J., Barnes C.D., Clayton C.E. et al. Multi-GeV Energy Gain in a Plasma-Wakefield Accelerator // Phys. Rev. Lett. - 2005. - Vol.95. - P.054802.
3. Steinhauer L.C., Kimura W.D. Quasistatic capillary discharge plasma model // Phys. Rev. ST - Accelerators and Beams. - 2006. - Vol.9. - P.081301.
4. Butler A., Spence D.J., Hooker S.M. Guiding of High-Intensity Laser Pulses with a Hydrogen-Filled Capillary Discharge Waveguide // Phys. Rev. Lett. - 2002. - Vol.89. - P.185003.
5. Balakirev V.A., Karbushev N.I., Ostrovskiy A.O., Tkach Yu.V. Teoriya cherenkovskikh usiliteley i generatorov na relyativistskikh puchkakh. - Kiev: Naukova dumka, 1993. - 161c.
6. Balakirev V.A., Karas' V.I., Tolstoluzhskiy A.P., Faynberg Ya.B. Vozbuzhdenie kil'vaternykh poley relyativistskim elektronnyim sгustkom v radial'no-neodnorodnoy plazme // Fizika plazmy. - 1997. - T.23, №4. - S.316-324.
7. Keinigs R., Jones M.E. Two-dimensional dynamics of the plasma wakefield accelerator // Phys. Fluids. - 1987. - Vol. 30, №1. - P.252-263.