МОДЕЛЮВАННЯ, ІМІТАЦІЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ Й УПРАВЛІННІ

DOI: 10.26565/2311-2379-2021-100-10
УДК 330.4

Г.С. Богданова
аспірантка
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
майдан Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна
E-mail: hanna.bohdanova@gmail.com, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9579-360X

МОДЕЛЮВАННЯ ДОВІРИ: ЙМОВІРНІСНИЙ ПІДХІД

Робота присвячена застосуванню моделі ДеГрута для аналізу можливостей встановлення консенсусу думок членів соціальної групи (суспільства). Ця модель описує процес зміни ставлення (думки) людей (агентів) до деякої події або твердження під впливом міжособистісної довіри агентів, яка моделюється за допомогою ланцюгів Маркова. Ставлення агентів задається шляхом ймовірності їх підтримки даного твердження (події). Інтерпретація моделі ДеГрута є досить широкою. Вона включає, зокрема, сферу прийняття економічних рішень, впливу на них суспільних думок і досягнення консенсусу. В роботі розглянуто умови, при яких процес оновлення думок агентів, що входять в соціальну групу (мережу), збігається до певної граничної величини - консенсусу, тобто випадку, коли всі агенти соціальної групи мають однакову думку щодо деякого питання. Показано деякі узагальнення моделі ДеГрута в напрямку додавання неконстантності за часом правил оновлення думок агентів. Для апробації моделі ДеГрута зроблена її програмна реалізація для двомірного випадку за допомогою програмного забезпечення Microsoft Excel. В роботі розглянуто 2 задачі досягнення консенсусу за допомогою даної моделі. Перша задача пов'язана з аналізом можливостей отримання бажаного консенсусу при заданій матриці довіри (міжособистісної довіри агентів), змінюючи початковий вектор думок учасників групи до деякої події (твердження). Представлено розв'язання і зворотній задачі: показана яка повинна бути матриця довіри, щоб отримати бажаний консенсус при заданому початковому векторі думок. Отримані результати можна використовувати в аналізі проблем управління суспільною (колективною) думкою з приводу певних економічних рішень у межах колективу підприємства, соціальної групи (мережі).
Ключові слова: міжособистісна довіра, модель довіри, модель ДеГрута.
JEL Classification: A12, A14, C65, C92.

Поняття довіри широко вивчається в різних дисциплінах і може бути використано в якості основи для прийняття рішень у різних аспектах. Інтерес до теми довіри рос на протязі 1980-х та 1990-х років (Creed & Miles, 1996), і значно посилився за останні кілька десятиліть (Kipnis, 1996; Фукуяма, 2004). Ямамото (Yamamoto, 1990) передбачає, що довіра є важливим компонентом соціального життя. В цілому, довіра є мірою впевненості, що суб'єкт буде поводитися очікуваним чином, враховуючи відсутність можливості управляти навколишнім середовищем, в якій він працює. Альтернативне визначення довіри, дане Дюмушель (Dumouchel, 2005) і Штомпкою (Sztompka, 1999), має наступний вигляд: «впевненість щодо майбутніх можливих дій довіреної особи». Така впевненість (очікування) вважається довірою, тільки якщо вона має якісь наслідки для довірителя. Довіра в економіці розглядається як міра впевненості, що суб'єкт буде поводитися очікуваним чином, враховуючи відсутність можливості управляти навколишнім середовищем, в якій він працює. «Довіра - очікування тих чи інших вчинків інших людей, які впливають на прийняті людиною рішення в ситуації, коли він повинен починати діяти, не знаючи, чи виконані ці вчинки» (Rotter, 1967).

Хоча різні дисципліни визначають довіру по-різному, проблеми, які виникають, мають спільну ціль: визначити точну кількісну оцінку довіри для можливості прийняття рішень. У той час як неточна оцінка довіри може привести до вагомої втрати можливостей. Моделі впливу в соціальних мережах розглядаються як інструмент спілкування, обміну думками та отримання інформації від інших агентів соціальної мережі. Соціальна мережа – це така соціальна структура, яка складається з безлічі агентів (індивідууми або групи індивідуумів) і множини відносин (рівень міжособистісної довіри) між ними. Вплив в соціальній мережі може бути реалізовано у вигляді комунікації між учасниками або порівняння агента з іншими учасниками. Агент за допомогою комунікації, тобто спілкування, обговорення питань, обмін інформацією з тими агентами, до яких він має більш високу довіру, може поміняти свою думку щодо деякого питання. Порівняння реалізується декількома способами: агент порівнює себе з деяким «еталоном» і приймає відповідні дії; або агент виконує дії, очікувані від нього іншими агентами, для соціального схвалення; або агент шукає стратегічну перевагу: порівнюючи себе з іншими агентами, він може ввести нововведення, які зроблять його більш привабливим в якості об'єкта відносин (Губанов, Новиков & Чхартишвили, 2009).

У даній роботі ми розглянули модель соціального впливу, засновану на концепції ланцюгів Маркова, - модель ДеГрута. Ця модель описує процес зміни ставлення людей (членів групи, колективу, суспільства) до певної ідеї (пропозиції, твердження). Їх ставлення представляється у вигляді ймовірності, яка показує ступінь сприйняття індивідом цієї ідеї. Інтерпретація такої формалізації достатньо широка. Вона включає, зокрема, сферу прийняття економічних рішень, впливу на них суспільних думок і досягнення консенсусу. В роботі розглянути: основні поняття моделі ДеГрута; умови, при яких процес оновлення думок агентів, що входять в соціальну групу (мережу), збігається до певної межі; умови досягнення консенсусу, тобто однакової думки агентів в соціальній групі до деякого питання; деякі узагальнення моделі ДеГрута в напрямку додавання неконстантності за часом правил оновлення думок агентів.

Метою даної роботи є аналіз можливостей моделі ДеГрута для управління суспільною думкою і встановлення консенсусу. В роботі вирішено 2 задачі: 1) аналіз можливостей отримання бажаного консенсусу при заданій матриці довіри (міжособистісної довіри агентів), змінюючи початковий вектор думок учасників групи до деякої події (твердження); 2) показано, яка повинна бути матриця довіри, щоб отримати бажаний консенсус при заданому початковому векторі думок.

Основні результати дослідження.

Базова постановка моделі ДеГрута. Нехай у суспільстві n людей, і їх думки представляються n —мірним вектором ймовірностей $p(0) = (p_1(0), p_2(0), \dots, p_n(0))$.

Кожне число $p_i(0)$ лежить в інтервалі $[0; 1]$ і може бути розглянуто як ймовірність того, що якесь дане твердження є істинним (наприклад, про якість деякого продукту), або як ймовірність того, що якась людина скоїть певну дію. Між учасниками товариства відбувається взаємодія. Закони цієї взаємодії фіксуються в (можливо зваженої) невід'ємної матриці $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Зокрема, нехай T буде строчно-стохастичною матрицею (тобто всі елементи кожного її рядка в сумі дають одиницю). Елементи цієї матриці T_{ij} являють собою вагу (довіру), який агент i покладає на поточну думку агента j в процесі формування власних думок на наступний період часу. Думки агентів змінюються в часі за наступним законом:

$$p(t) = Tp(t-1) = T^t p(0).$$

Питання, які будемо далі розглядати, наступні: при яких умовах процес оновлення сходиться до певної межі і до чого саме сходяться дані думки.

Матриця T соціальної думки будемо називати збіжною, якщо границя $\lim_t T^t p$ існує для будь-якого початкового вектора думок p.

Матрицю T будемо називати аперіодичною, якщо НСД (найбільший спільний дільник) довжин усіх спрямованих циклів дорівнює 1, де спрямований цикл визначається щодо направленої мережі, при цьому спрямована ребро від i до j існує тоді і тільки тоді, коли $T_{ij} > 0$.

Стандартні результати в теорії ланцюгів Маркова легко адаптуються до цієї моделі, і можемо укласти наступне: якщо T строго зв'язна, тобто існує спрямований шлях від будь-якої вершини до будь-якої іншої вершині, і аперіодична, то ця матриця буде збіжною (DeGroot, 1974).

Наступним основним питанням в даній моделі буде питання про досягнення консенсусу. Для вирішення цього питання необхідно ввести наступне визначення: замкнутим набором вершин (замкнутої групою агентів) $C \subset \{1,2,\dots,n\}$ називається така підмножина вершин, що немає такої вершини в C, що з неї виходить спрямоване ребро в $\{1,2,\dots,n\} \setminus C$.

Тепер, будемо говорити, що група агентів $C \subset \{1,2,\dots,n\}$ досягає консенсусу з матрицею оновлення T на початковому векторі $p(0)$, якщо $\lim_{t\to\infty} p_i(t) = \lim_{t\to\infty} p_j(t)$ для будь−яких агентів $i, j \in C$. Очевидно, що поняття консенсусу виникає, коли в групі більше, ніж один агент. Надамо необхідну і достатню умову досягнення консенсусу.

Твердження: будь-яка сильно зв'язна і замкнута група агентів досягає консенсусу з матрицею оновлення T для будь−якого початкового вектора думок в тому і тільки в тому випадку, коли матриця T – апериодична (Jackson, 2008).

Тепер розглядаємо досягнення консенсусу в повній групі агентів. Розіб'ємо всіх агентів на сильно зв'язні замкнуті групи з більше, ніж одним агентом, а також на індивідуумів (сильно зв'язні групи з одного агента). Якщо є більше, ніж одна сильно зв'язна замкнута група, то очевидно, що все суспільство в цілому не завжди буде досягати консенсусу (крім рідкісного випадку, коли початкові думки в різних групах близькі настільки, що консенсус досягається). Таким чином, для досягнення консенсусу не тільки в рідкісних обраних випадках необхідно, щоб у суспільстві була рівно одна сильно зв'язна замкнута група агентів.

В роботі Джексона надано наступнє слідство: консенсус у моделі ДеГрута досягається в тому і тільки в тому випадку, коли в мережі існує рівно одна сильно зв'язна замкнута група агентів і T – аперіодична на цій групі (Jackson, 2008).

Наведені твердження в цілому характеризують модель ДеГрута. Відзначимо також, що ця модель має ряд узагальнень в напрямку додавання неконстантності за часом правил оновлення. Наприклад, у роботі ДеМарцо, Ваяноса і Цвібеля (DeMarzo, Vayanos & Zwiebel, 2003) досліджувалась модель з правилом оновлення думок $p(t) = [(1-\lambda_t)I + \lambda_t\hat{T}]p(t-1)$ (тут $\lambda_t \in (0;1]$ –множник поправки, I–одинична матриця, $\hat{T}$ – стохастична матриця). Якщо λ_t є константою, що не залежить від часу, то тоді ми отримуємо модель ДеГрута, в іншому ж випадку ми отримуємо модель, в якій агенти можуть довіряти собі більше (або менше) з плином часу.

Друга модель, розглянута Гегсельманном та Краузем (Hegselmann & Krause, 2002) припускає, що агенти довіряють тільки тим агентам, які мають схожі з ними самими думки. Математично матрицю оновлення в такому випадку можна задати так: $T(p(t),t)_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{n_i(p(t))}, & \text{якщо } |p_i(t) - p_j(t)| < d \\ 0, & \text{в іншому випадку} \end{cases}$ (тут $n_i(p(t)) = |\{k: |p_i(t) - p_k(t)| < d\}|$.

Тут всі агенти однаково довіряють усім тим агентам, думки яких в даний момент часу відрізняються від їх власних не більше, ніж на d.

Для ілюстрації роботи моделі ДеГрута була зроблена її програмна реалізація для двовимірного випадку (рис.1).

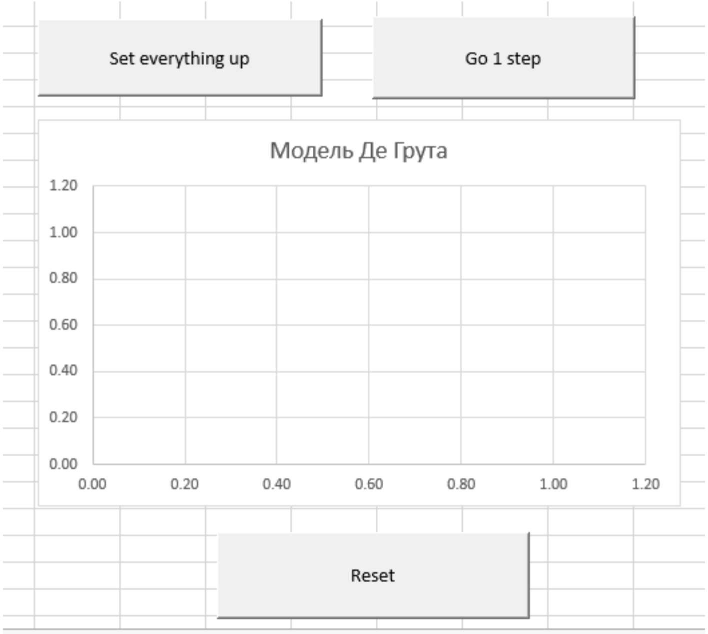

Рис.1. Інтерфейс моделі

Джерело: власні розрахунки

На осях відображаються ймовірності, що відповідають кожному агенту: х - агент 1, у - агент 2. Таким чином, на кожному кроці стан групи з 2-х агентів, яке виражається вектором ймовірностей, буде відображатися точкою на заданій площині.

Вводимо початкові дані (рис.2).

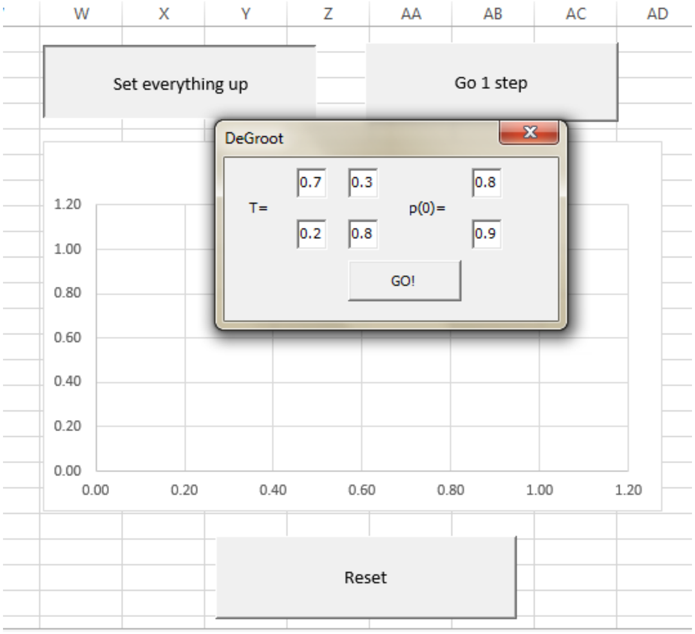

Рис.2. Модель ДеГрута, введення початкових даних

Джерело: власні розрахунки

На перше кроці агент 1 довіряє деякому твердженням з імовірністю 80%, а агент 2– 90% (рис.3).

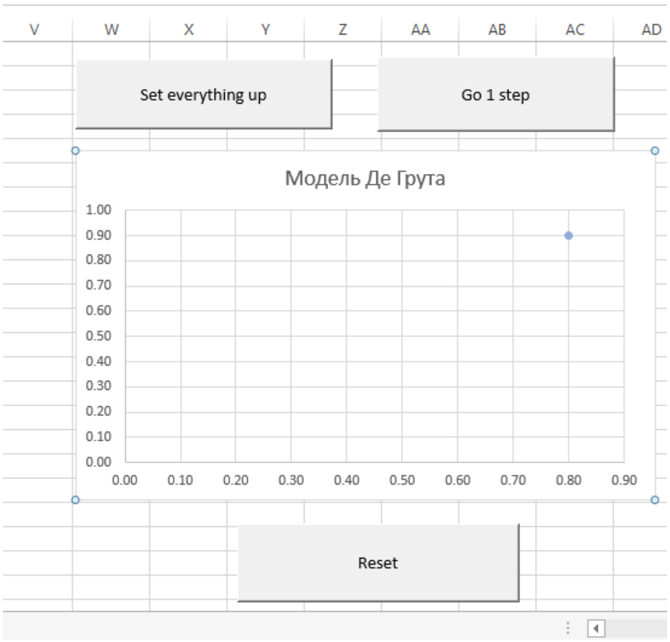

Рис.3. Модель ДеГрута, 1-ий крок

Джерело: власні розрахунки

На наступному кроці думку агентів оновлюються наступним чином: агент 1 довіряє твердженням з імовірністю 0.83, а агент 2 - 0.88 (рис.4):

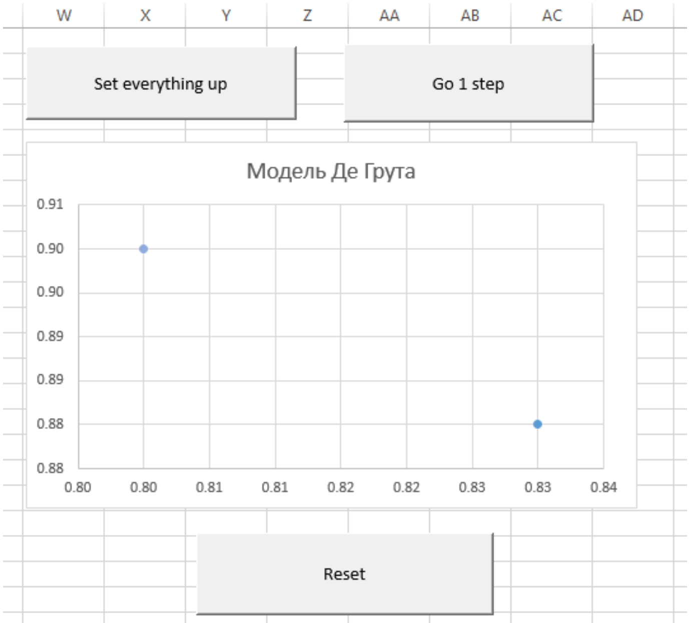

Рис.4. Модель ДеГрута, 2-ий крок

Джерело: власні розрахунки

Продовжуючи цей процес, ми приходимо до стійкої позиції (рис.5).

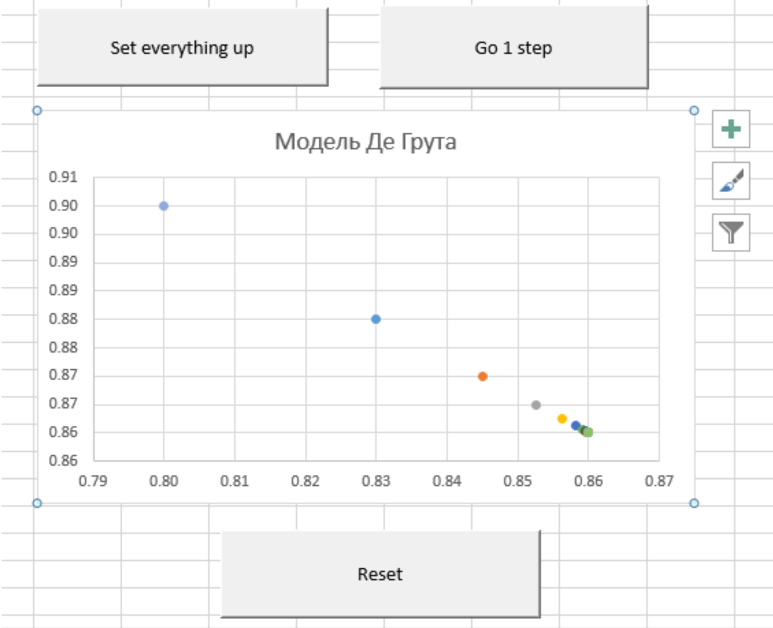

Рис.5. Модель ДеГрута, збіжність

Джерело: власні розрахунки

Таким чином, думки агентів збігаються, тобто агенти досягли консенсу: обидва агента довіряють даному твердженню на 86%.

Аналіз можливостей консенсусу за допомогою моделі ДеГрута

З точки зору впливу довіри на формування консенсусу громадської думки з деякого питання, тобто зближення думок різних респондентів (верст населення), цікавим є аналіз того , чи можна отримати будь-який (бажаний) граничний вектор впевненості, задаючи матрицю довіри чи задаючи початкову впевненість (вектор громадських думок).

Проведемо аналіз використовуючи висновки моделі ДеГрута з метою відповіді на 2 питання:

1) яка повинна бути матриця довіри, що б з заданою початковою структурою громадської думки ($p(0)$) отримати бажаний консенсус (граничний вектор громадської думки);

2) яка повинна бути початкова структура думок по деякому питанню (вектори $p(0)$), що б при заданій матриці довіри (матриці думок) бажаний консенсус (заданий граничний вектор громадської думки).

Аналіз поведемо для випадку двох агентів. Розмірність в цій задачі несуттєва, тому результат, що ми отримаємо, буде прямо узагальнюватись на випадок розмірності вищої, ніж 2.

Розглянемо матрицю довіри $T = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-q & q \end{pmatrix}$. Очевидно, що $tr\ T = p + q, \det T = pq - (1-p)(1-q) = p + q - 1$.

Позначимо $a = p + q, b = p + q - 1 = a - 1.$

В нашій ситуації маємо $\mathrm{X}_T(\lambda) = \lambda^2 - tr\ T \cdot \lambda + \det T = \lambda^2 - a \cdot \lambda + b$. З теореми Гамільтона-Келі маємо, що $\mathrm{X}_T(T) = 0$, тобто $T^2 - aT + bE = 0$, або

$T^2 = aT - bE$. Тоді зрозуміло, що $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq 2 \Rightarrow T^k = \alpha_k T + \beta_k E$, причому $\alpha_2 = a, \beta_2 = -b$. З попередньої рівності випливає, що

$T^{k+1} = \alpha_{k+1}T + \beta_{k+1}E = T(\alpha_k T + \beta_k E) = \alpha_k T^2 + \beta_k T = \alpha_k(aT - bE) + \beta_k T = (a\alpha_k + \beta_k)T - \alpha_k bE$

Таким чином, $\alpha_{k+1} = a\alpha_k + \beta_k, \beta_{k+1} = -b\alpha_k$ (що те ж саме, що $\beta_k = -b\alpha_{k-1}$), або $\alpha_{k+1} = a\alpha_k - b\alpha_{k-1}$. Очевидно, що $\alpha_2 = a, \alpha_3 = a^2 - b$.

Ми отримали рекурентне співвідношення, яке вирішимо методом твірних функцій. Введемо функцію $f(x) = \sum_{k=2}^{\infty} \alpha_k x^k = \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 + \sum_{k=4}^{\infty} \alpha_k x^k$. Тоді зрозуміло, що $xf(x) = \sum_{k=2}^{\infty} \alpha_k x^{k+1} = \alpha_2 x^3 + \sum_{k=4}^{\infty} \alpha_{k-1} x^k$, і $x^2 f(x) = \sum_{k=2}^{\infty} \alpha_k x^{k+2} = \sum_{k=4}^{\infty} \alpha_{k-2} x^k$. Нам відомо, що $\sum_{k=4}^{\infty} \alpha_k x^k = a\sum_{k=4}^{\infty} \alpha_{k-1} x^k - b\sum_{k=4}^{\infty} \alpha_{k-2} x^k$ (бо рівні коефіцієнти при відповідних ступенях.

Тоді $f(x) - \alpha_2 x^2 - \alpha_3 x^3 = a(xf(x) - \alpha_2 x^3) - bx^2 f(x)$. Підставимо відомі значення $\alpha_2 = a, \alpha_3 = a^2 - b$і проведемо ряд еквівалентних перетворень:

$f(x) \cdot (1 - ax + bx^2) = ax^2 + a^2x^3 - bx^3 - a^2x^3 = ax^2 - bx^3 = x^2(a - bx)$, або $f(x) = \frac{x^2(a-bx)}{1-ax+bx^2}$. Розкладемо поліном в знаменнику на множники:

$1 - ax + bx^2 = 1 - (p+q)x + (p+q-1)x^2 = (p+q-1)(x-1)\left(x - \frac{1}{p+q-1}\right) = (x-1)\big((p+q-1)x - 1\big)$

Тоді нескладно перевірити, що при розкладанні на найпростіші множники отримуємо, що

$f(x) = \frac{1}{b-1}\left(\frac{x^2b^2}{1-bx} - \frac{x^2}{1-x}\right) = \frac{1}{b-1}\left(x^2b^2\sum_{k=0}^{\infty} b^k x^k - x^2\sum_{k=0}^{\infty} x^k\right) = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{b^k-1}{b-1} x^k$

За визначенням, ми мали $f(x) = \sum_{k=2}^{\infty} \alpha_k x^k$, що означає, що $\alpha_k = \frac{b^k-1}{b-1}$. Тоді $\beta_k = -b\alpha_{k-1} = \frac{b^k-b}{1-b}$. Таким чином, ми встановили, що $T^k = \frac{b^k-1}{b-1}T + \frac{b^k-b}{1-b}E$.

Помітимо тоді, що

$$\lim_{k\to\infty} T^k = \lim_{k\to\infty} \frac{b^k-1}{b-1}T + \frac{b^k-b}{1-b}E = \frac{1}{b-1}(-T + bE) =$$
$$\frac{1}{p+q-2}\begin{pmatrix} p+q-1-p & p-1 \\ q-1 & p+q-1-q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{q-1}{p+q-2} & \frac{p-1}{p+q-2} \\ \frac{q-1}{p+q-2} & \frac{p-1}{p+q-2} \end{pmatrix}$$

Тоді очевидно, що граничний вектор впевненості має вигляд

$$\lim_{k\to\infty} T^k p(0) = \begin{pmatrix} \frac{q-1}{p+q-2} & \frac{p-1}{p+q-2} \\ \frac{q-1}{p+q-2} & \frac{p-1}{p+q-2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_1(0) \\ p_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{q-1}{p+q-2}p_1(0) + \frac{p-1}{p+q-2}p_2(0) \\ \frac{q-1}{p+q-2}p_1(0) + \frac{p-1}{p+q-2}p_2(0) \end{pmatrix}.$$

Зрозуміло, що всі ці викладки дійсні, коли знаменники в виразах не обертаються в нуль. В такому випадку $p + q - 2 = 0 \Leftrightarrow p = 1, q = 1$ ми маємо одиничну матрицю $T = E$, що означає, що вектор впевненості взагалі не змінюється. Інший проблемний момент – коли

$b = -1$, тобто коли $p = q = 0$. В цьому випадку агенти постійно обмінюються думками, і тоді ніякого граничного вектора впевненості просто не існує.

Тепер ми можемо розглядати питання, як можна досягти потрібного граничного вектора впевненості, змінюючи або матрицю T, або початковий вектор $p(0)$. По-перше, у всіх нетривіальних випадках агенти досягають консенсуса, тобто координати граничного вектора впевненості мають бути однаковими.

1. Розглянемо перше питання, коли заданий початковий вектор думок, а змінюється матриця T. Помітимо, що $\lambda = \frac{q-1}{p+q-2} > 0, \lambda < 1$, а $\frac{p-1}{p+q-2} = 1 - \lambda$. Тоді легко побачити, що координати граничного вектора мають вигляд $\lambda p_1(0) + (1-\lambda)p_2(0)$, тому координати граничного вектора мають лежати на відрізку між $p_1(0)$ та $p_2(0)$. Зрозуміло, що можна отримати всі точки цього відрізка, змінюючи значення p, q (для довільного $0 \le \lambda \le 1$ легко знайти $p, q: \frac{q-1}{p+q-2} = \lambda$, достатньо покласти $\mathrm{p} = \lambda, \mathrm{q} = 1 - \lambda$). Таким чином, змінюючи матрицю T, можна отримати будь-який граничний вектор впевненості, координати якого дорівнюють одна одній і знаходяться на відрізку між початковими значеннями впевненості.

Наприклад, треба знайти таку матрицю довіри $T = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-q & q \end{pmatrix}$, щоб початковий вектор думок був $p(0) = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.2 \end{pmatrix}$. Тоді координати граничного вектора повинні бути в границі від 0.2 до 0.7, візьмемо граничний вектор $x = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.3 \end{pmatrix}$.

Рахуємо $\mathrm{p} = \lambda$ за формулою:

$$\lambda p_1(0) + (1-\lambda)p_2(0) = x,$$

$$0.7\lambda + (1-\lambda) * 0.2 = 0.3,$$

$$\lambda = \frac{1}{5}.$$

Тоді $\mathrm{p} = \frac{1}{5}$, а $\mathrm{q} = 1 - \lambda = \frac{4}{5}$. Значить, $T = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$.

Таким чином, ми можемо обрати матрицю довіри в вигляді $T = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$, щоб був досягнутий консенсус 0.3 при заданому початковому вектору думок $p(0) = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.2 \end{pmatrix}$.

2. Розглянемо друге питання: покажемо, що змінюючи початковий вектор впевненості можна отримати будь-який граничний вектор $\begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix}$, координати якого дорівнюють одна одній (крім тривіальних векторів повної впевненості і повної невпевненості обох агентів). Для цього оберемо $p_1(0) = x \cdot \frac{n-1}{n}$. Тоді з умови $\lambda p_1(0) + (1-\lambda)p_2(0) = x$ виберемо

$p_2(0) = \frac{x}{1-\lambda}\left(1 - \frac{\lambda(n-1)}{n}\right) = \frac{x}{1-\lambda}\left(1 - \lambda + \frac{\lambda}{n}\right) = x + \frac{x\lambda}{1-\lambda} \cdot \frac{1}{n}$. Зрозуміло, що можна вибрати достатньо велике n таке, щоб $0 < p_1(0) = x - \frac{x}{n} < 1$ та $0 < p_2(0) = x + \frac{x\lambda}{1-\lambda} \cdot \frac{1}{n} < 1$. Таким чином, завжди можна вибрати $p_1(0)$ та $p_2(0)$ так, щоб граничний вектор впевненості був $\binom{x}{x}$ (крім випадка, коли $x = 0$ або $x = 1$, в якому зрозуміло, що для нетривіальних значень λ не існує такого початкового вектора, щоб крайня точка інтервалу ділила відрізок між його координатами в нетривіальному співвідношенні).

Наприклад, граничний вектор $x = \binom{0.3}{0.3}$, а матриця оновлення має наступний вигляд: $T = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$, тоді p=0.2 q=0.6. Треба вибрати такі початкові дані $p_1(0)$ та $p_2(0)$, щоб з даною матрицею оновлення отримати граничний вектор x. Тоді за формулами приходимо до наступного:

$$\lambda = \frac{0.6-1}{0.2+0.6-2} = \frac{-0.4}{-1.2} = \frac{1}{3},$$

$$p_1(0) = 0.3 * \frac{n-1}{n} = 0.3 * \frac{10-1}{10} = 0.27,$$

$$p_2(0) = 0.3 + \frac{0.3*\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} * \frac{1}{10} = 0.32,$$

Тобто початковий вектор p має приймати наступний вигляд: $p = \binom{0.27}{0.32}$.

Висновки. В роботі була розглянута модель соціального впливу на основі ланцюгів Маркова – модель ДеГрута та основні твердження, які в цілому характеризують її результати. Була проведена симуляція моделі ДеГрута для двомірного випадку за допомогою програмного забезпечення Microsoft Excel.

На підставі математичного аналізу моделі ДеГрута було показано, що, по-перше, при заданій матриці довіри можна отримати бажаний консенсус громадської думки, змінюючи відповідним чином начальний вектор думок. По-друге, було показано, яка повинна бути матриця довіри, щоб при заданому начальному вектору думок результат зійшовся до бажаного консенсусу (кінцевому вектору думок). Отримані результати можна використовувати в аналізі проблем управління суспільною (колективною) думкою з приводу певних економічних рішень у межах колективу підприємства, соціальної групи (мережі).

Список літератури

1. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Модели влияния в социальных сетях. *Управление в социально-экономических системах*. 2009. № 27. С. 205–281.

2. Фукуяма Ф. Доверие: социальные добродетели и путь к процветанию: монографія. Москва: ООО «Издательство АСТ»: ЗАО НПП «Ермак», 2004. 730 с.

3. Creed W.E., Miles E. Trust in organizations: A conceptual framework linking organizational forms, managerial philosophies, and the opportunity costs of controls. *Trust in organizations: Frontiers of theory and research*. 1996. P. 16–38. DOI: https://doi.org/10.4135/9781452243610.n2.

4. DeGroot H. Reaching a consensus. *Journal of the American Statistical Association*. 1974. P. 118–121.

5. DeMarzo P., Vayanos D., Zwiebel. J. Persuasion Bias, Social Influence, and Unidimensional Opinions. *Quarterly Journal of Economics*. 2003. P. 909–968. DOI: https://doi.org/10.1162/00335530360698469.

6. Dumouchel P. Trust as an action. *Euro. J. Sociol.* 2005. P. 417–428. DOI: https://doi.org/10.1017/S0003975605000160.

7. Hegselmann R., Krause U. Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis, and Simulations. *Journal of Artifical Societies and Social Simulation*. 2002. P. 1–33.

8. Jackson O. Social and Economic Networks. Forthcoming: Princeton University Press. 2008. 648 p.

9. Kipnis D. Trust in Organizations: Frontiers of Theory and Research. London*:* SAGE Publications. 1996. 442 p.

10. Kramer R., Tyler T. Trust and Technology. London*:* SAGE Publications. 1996. 413 p. DOI: http://dx.doi.org/10.4135/9781452243610.

11. Rotter J.B. A new scale for the measurement of interpersonal trust. *Journal of Personality*. 1967. P. 651–665. DOI: https://doi.org/10.1111/j.1467-6494.1967.tb01454.x.

12. Sztompka P. Trust: A Sociological Theory. Cambridge: Cambridge University Press. 1999. 240 p.

13. Yamamoto Y. A Morality Based on Trust: Some Reflections on Japanese Morality. *Philosophy East and West*. 1990. P. 451–469. DOI: https://doi.org/10.2307/1399351.

References

1. Gubanov, D.A., Novikov, D.A. & Chkhartishvili, A.G. (2009). Social media influence models. *Management in socio-economic systems,* 27, 205-281. (in Russian)

2. Fukuiama, F. (2004). *Trust: social virtues and the path to prosperity*:monograph. Moscow: ACT Publishing House: CJSC NPP Ermak. (in Russian)

3. Creed, W. E. & Miles, E. (1996). Trust in organizations: A conceptual framework linking organizational forms, managerial philosophies, and the opportunity costs of controls. *Trust in organizations: Frontiers of theory and research*, 16-38. doi: https://doi.org/10.4135/9781452243610.n2.

4. DeGroot, H. (1974). Reaching a consensus. *Journal of the American Statistical Association*, 118-121.

5. DeMarzo, P., Vayanos, D. & Zwiebel, J. (2003). Persuasion Bias, Social Influence, and Unidimensional Opinions. *Quarterly Journal of Economics*, 909-968. doi: https://doi.org/10.1162/00335530360698469.

6. Dumouchel, P. (2005, May 16). Trust as an action. *Euro. J. Sociol*, 417-428. doi: https://doi.org/10.1017/S0003975605000160.

7. Hegselmann, R. & Krause, U. (2002). Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis, and Simulations. *Journal of Artifical Societies and Social Simulation*, 1-33.

8. Jackson, O. (2008). *Social and Economic Networks.* Forthcoming: Princeton University Press.

9. Kipnis, D. (1996). Trust in Organizations: Frontiers of Theory and Research. London: SAGE Publications.

10. Kramer, R. & Tyler, T. (1996). *Trust and Technology.* London*:* SAGE Publications. doi: http://dx.doi.org/10.4135/9781452243610.

11. Rotter, J. B. (1967). A new scale for the measurement of interpersonal trust. *Journal of Personality*, 651–665. doi: https://doi.org/10.1111/j.1467-6494.1967.tb01454.x.

12. Sztompka, P. (1999). *Trust: A Sociological Theory.* Cambridge: University Press.

13. Yamamoto, Y. (1990). A Morality Based on Trust: Some Reflections on Japanese Morality. *Philosophy East and West*, 451-469. doi: https://doi.org/10.2307/1399351.

Стаття надійшла до редакції 04.03.2021
Стаття рекомендована до друку 25.03.2021

Hanna Bohdanova
Postgraduate student
V.N. Karazin Kharkiv National University
4 Svobody Sq., 61022, Kharkiv, Ukraine
E-mail: hanna.bohdanova@gmail.com, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9579-360X

TRUST MODELING: A PROBABILITY APPROACH

The work is devoted to describing an application of the DeGroot model in the following analysis: is it possible to establish a consensus of opinions of members in a social group (a society). This model describes the process of changing the agents' opinion about a certain event or statement, factoring in the effect of interpersonal trust between agents, which is modelled by Markov chains. Agents' opinions are represented by the probability of them showing their support to a given statement (event). The interpretation of the DeGroot model is quite broad. It includes, in particular, the study of economic decision-making, the influence of public opinion on people and the fact of achieving a consensus. The paper considers the conditions under which the process of updating the opinions of agents, belonging to a social group (network), converges to a certain limit value - a consensus, i.e. a case when all agents in a social group have the same opinion on a particular issue. We also show some generalizations of the DeGroot model, namely those that concern adding time dependency to the rules of updating the opinions of agents. To test the DeGroot model, we implemented the two-dimensional case as a dynamic Microsoft Excel workbook. The paper describes 2 types of problems related to reaching a consensus, solved with the model. The first kind of problem constitutes an analysis of possibilities of obtaining the desired consensus with a given matrix of trust (interpersonal trust of agents), whilst changing the initial group members' opinions vector about an event (statement). We also discuss a solution of the inverse problem: find the trust matrix such that the iterative opinion update process converges to the desired consensus with a given initial vector of opinions. The results we obtained may be used for analyzing the process of managing public (collective) opinion concerning certain economic decisions in a social group (network).

Keywords: interpersonal trust, trust model, DeGroot model.

JEL Classification: A12, A14, C65, C92.

А.С. Богданова
аспирантка
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
площадь Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
E-mail: hanna.bohdanova@gmail.com, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9579-360X

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОВЕРИЯ: ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД

Работа посвящена применению модели ДеГрута для анализа возможностей установления консенсуса мнений членов социальной группы (общества). Эта модель описывает процесс изменения отношения (мнения) людей (агентов) к некоторому событию или утверждению под влиянием межличностного доверия агентов, которое моделируется с помощью цепей Маркова. Отношение агентов задается путем вероятности их поддержки данному утверждению (событию). Интерпретация модели ДеГрута является достаточно широкой. Она включает, в частности, сферу принятия экономических решений, влияния на них общественных мнений и достижения консенсуса. В работе рассмотрены условия, при которых процесс обновления мнений агентов, входящих в социальную группу (сеть), сходится к определенному пределу - консенсусу, то есть случаю, когда все агенты социальной группы имеют одинаковое мнение относительно некоторого вопроса. Показано некоторые обобщения модели ДеГрута в направлении добавления неконстантности по времени правил обновление мнений агентов. Для апробации модели ДеГрута сделана ее программная реализация для двухмерного случае с помощью программного обеспечения Microsoft Excel. В работе рассмотрено 2 задачи достижения консенсуса с помощью данной модели. Первая задача связана с анализом возможностей получения желаемого консенсуса при заданной матрицы доверия (межличностного доверия агентов), изменяя исходный вектор мнений участников группы к некоторому событию (утверждению). Представлены решения и обратной задачи: показана какая должна быть матрица доверия, чтобы получить желаемый консенсус при заданном начальном векторе мнений. Полученные результаты можно использовать в анализе проблем управления общественным (коллективным) мнением по поводу определенных экономических решений в рамках коллектива предприятия, социальной группы (сети).

Ключевые слова: межличностное доверие, модель доверия, модель ДеГрута.

JEL Classification: A12, A14, C65, C92.