

УДК 330.4:519:863

С. І. Забуга

кандидат економічних наук, доцент
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
sergey.zabuga@karazin.ua

М. О. Дейнека

викладач
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
m.o.deyneka@karazin.ua

ОЦІНКА ОПТИМАЛЬНОГО РІВНЯ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ ДОХОДІВ ЗА ДОПОМОГОЮ АПАРАТУ ВИРОБНИЧО-ІНСТИТУЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ

Стаття присвячена визначенню оптимального рівня диференціації доходів при максимізації економічного ефекту на основі виробничо-інституційних функцій та обмежень, яким повинні задовольняти параметри функції.

Проаналізовано дослідження, у яких використано апарат виробничо-інституційних функцій для аналізу впливу чинників інституційної направленості на виробничі можливості економічної системи. Зокрема, розглянуто приклади застосування функцій для фіскального аналізу, а також для визначення оптимального значення нерівності в розподілі доходів, де в якості інституційного фактора виступає коефіцієнт Джині. У даному випадку задача була ускладнена обмеженнями параметрів, які були визначені відповідно до їх економічної інтерпретації. Для розв'язання нелінійної задачі оптимізації з обмеженнями було обрано два методи: середовище MathCAD та спеціальний Алгоритм, реалізований в MS Excel. Для апробації моделі використано статистичні дані за різні часові періоди країн Європи: Австрія, Бельгія, Греція, Данія (2001–2015 рр.) та Велика Британія, Німеччина, Латвія (2005–2015 рр.).

Результати розрахунків обома методами показали високу точність апроксимації фактичних даних та значимість моделі, про що свідчать високі значення коефіцієнта детермінації. Розраховані оптимальні значення коефіцієнта Джині мають незначну варіабельність в часі, у порівнянні з фактичними даними. Аналіз динаміки показав, що для більшості країн ряди оптимальних значень коефіцієнтів Джині перетинають ряд фактичних значень, тому співвідношення між ними змінюються протягом часу. Проте винятком стала Латвія, де за розрахунками Алгоритму отриманий ряд оптимальних значень коефіцієнта Джині розмістився нижче фактичного. Перевірка стійкості оптимального рівня нерівності проведена за допомогою зсуву часових рядів, відповідно для кожної країни. Виконано розрахунки параметрів функції за двома методами та визначено оптимальні значення коефіцієнта Джині, які характеризуються стійкістю для більшості досліджуваних країн. Хоча є винятки, різні результати за двома методами показують розрахунки для Греції та Латвії.

Ключові слова: диференціація доходів, виробничо-інституційна функція, коефіцієнт Джині, оптимальне значення.

JEL Classification: C01, C51, C63, D63.

S. I. Zabuga

Ph. D. (Economics), Associate Professor
V.N. Karazin Kharkiv National University
sergey.zabuga@karazin.ua

M. O. Deyneka

Lecturer
V. N. Karazin Kharkiv National University
m.o.deyneka@karazin.ua

ESTIMATION OF OPTIMAL LEVEL OF INCOME DIFFERENTIATION USING PRODUCTION-INSTITUTIONAL FUNCTIONS

The article is devoted to the definition of optimal level of income differentiation in maximizing economic effect on the basis of production-institutional functions and constraints which should satisfy the function parameters.

The researches which use apparatus of production-institutional functions for influence analysis of institutional orientation factors on the economic system production capabilities are analyzed. In particular,

examples of functions use for fiscal analysis, as well as for determining optimal value of inequality in income distribution where the Gini coefficient is considered an institutional factor. In this case the problem has been complicated by parameters' constraints that were determined according to their economic interpretation. To solve the nonlinear optimization problem with constraints, two methods have been chosen: the MathCAD and a special algorithm implemented in MS Excel. For approbation of the model statistics of different time periods the European countries have been used: Austria, Belgium, Greece, Denmark (2001-2015), Great Britain, Germany, Latvia (2005–2015).

The results of calculations by both methods have showed a high accuracy of approximation of actual data and model significance that as proved of determination coefficient high values. Calculated optimal values of the Gini coefficient have a slight variability over time comparing to actual data. The dynamics analysis has shown that for most countries, the series of optimal values of the Gini coefficients cross a series of actual values. It demonstrates that relationship between them is varying over time. However, the only exception is Latvia where according to the algorithm is calculations of, a number of optimal values of the Gini coefficient have been located below the actual. The stability verification of inequality optimal level is carried out by means of time series shift, for each country respectively. The calculations of function parameters are carried out in two methods and the optimal values of the Gini coefficient are determined which are characterized by stability for the majority of the studied countries. Although there are exceptions Greece and Latvia show different results by calculations via two methods.

Key words: income differentiation, production-institutional function, Gini coefficient, optimal value.

JEL Classification: C01, E44, G12, G23.

С. И. Забуга

кандидат экономических наук, доцент

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина

sergey.zabuga@karazin.ua

М. А. Дейнека

преподаватель

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина

m.o.deyneka@karazin.ua

ОЦЕНКА ОПТИМАЛЬНОГО УРОВНЯ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ДОХОДОВ С ПОМОЩЬЮ АППАРАТА ПРОИЗВОДСТВЕННО-ИНСТИТУЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

Статья посвящена определению оптимального уровня дифференциации доходов при максимизации экономического эффекта на основе производственно-институциональных функций и ограничений, которым должны удовлетворять параметры функции.

Проанализированы исследования, в которых использован аппарат производственно-институциональных функций для анализа влияния факторов институциональной направленности на производственные возможности экономической системы. В частности, рассмотрены примеры применения функций для фискального анализа, а также для определения оптимального значения неравенства в распределении доходов, где в качестве институционального фактора выступает коэффициент Джини. В данном случае задача была усложнена ограничениями параметров, которые были определены в соответствии с их экономической интерпретацией. Для решения нелинейной задачи оптимизации с ограничениями было выбрано два метода: среда MathCAD и специальный алгоритм, реализованный в MS Excel. Для апробации модели использованы статистические данные за разные временные периоды стран Европы: Австрия, Бельгия, Греция, Дания (2001–2015 гг.) и Великобритания, Германия, Латвия (2005–2015 гг.).

Результаты расчетов обоими методами показали высокую точность аппроксимации фактических данных и значимость модели, о чем свидетельствуют высокие значения коэффициента детерминации. Рассчитаны оптимальные значения коэффициента Джини имеют незначительную вариабельность во времени, по сравнению с фактическими данными. Анализ показал, что для большинства стран ряды оптимальных значений коэффициентов Джини пересекают ряд фактических значений, поэтому соотношения между ними изменяются в течение времени. Однако исключением стала Латвия, где по расчетам Алгоритма полученный ряд оптимальных значений коэффициента Джини разместился ниже фактического. Проверка устойчивости оптимального уровня неравенства проведена с помощью сдвига временных рядов, соответственно для каждой страны. Выполнены расчеты параметров функции по двум методам и определены оптимальные значения коэффициента Джини, которые характеризуются устойчивостью для большинства исследуемых стран. Хотя есть исключения, разные результаты по двум методам показывают расчеты для Греции и Латвии.

Ключевые слова: мировой рынок криптовалют, ведущие криптовалюты, инфраструктура рынка криптовалют, рыночная капитализация.

JEL Classification: C01, E44, G12, G23.

Постановка проблеми

Диференціація доходів населення є характерною особливістю ринкової економіки, вона посилює активність на ринку праці та сприяє підвищенню ділової активності, а також є стимулом економічного зростання. Прояви диференціації виникають у результаті впливу різних факторів, які мають економічну, демографічну або політичну природу. Основними економічними чинниками можна вважати: особливості функціонування ринку праці, рівень розвитку галузі або окремого регіону країни, а також особистісні характеристики економічних агентів (можливості, здібності, мотивація, рівень освіти, кваліфікація тощо). Проведення активної та регулюючої політики в сфері розподілу доходів державою дає можливість уникати значної нерівності.

Проблема нерівності розподілу доходів є однією з найдавніших та призводить до соціальної напруги в суспільстві, тому потребує детального вивчення та розробки заходів регулювання. Аналіз та оцінка нерівності доходів здійснюється за допомогою різних підходів та методологій. Вони направлені на точне визначення та розробку дієвих заходів, за допомогою яких можна здійснювати контроль рівня нерівності та бідності.

Аналіз досліджень та публікацій

Дослідженням проблеми розподілу доходів, методів та способів визначення рівня диференціації доходів присвячені роботи багатьох вчених, зокрема: С. Кузнець (Kuznets S., 1955), З. Чен (Chen Z., 2007), Е. Аткинсон (Atkinson, Piketty, & Saez, 2011) та ін. У наукових працях (Балацкий, 2003), (Балацкий, 2004), (Меркулова, 2006) застосовують апарат виробничо-інституційних функцій (ВІФ), який дозволяє вирішувати широкий спектр задач, пов'язаних з оцінкою впливу інституційних факторів на реалізацію виробничих можливостей економічної системи. Наприклад, у роботах (Балацкий, 2003), (Меркулова, 2006) за допомогою апарату ВІФ проведено оцінку впливу податкового навантаження на економічне зростання. Також виробничо-інституційні функції використано у методиці фіскального аналізу (Балацкий, 2004), (Меркулова, 2006), де враховано інституційний фактор – показник загального податкового навантаження.

У роботі (Меркулова, 2016) використовується апарат ВІФ неокласичного типу, де еластичність виробничих ресурсів (показник степеня) задана у вигляді квадратичної залежності від показника нерівності (коефіцієнта Джині). Модель дозволяє розрахувати оптимальне значення нерівності та провести аналіз динаміки при максимізації випуску (ВВП). Перевіряється допущення про існування оптимального рівня нерівності, у випадку відхилення від якого матиме місце зниження економічного ефекту. Тому було взято до уваги обмеження, яким повинні задовольняти параметри функції відповідно до економічної інтерпретації. Визначення числових значень параметрів функції було проведено за допомогою прийому лінеаризації. У роботі для більш точних розрахунків рекомендовано використовувати спеціалізоване ПО для розв'язання задач нелінійної оптимізації.

Мета та основні завдання дослідження. Метою дослідження є визначення оптимального рівня диференціації доходів та його стійкості на основі оцінки параметрів нелінійної функції. Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- 1) оцінка параметрів нелінійної виробничо-інституційної функції з урахуванням їх обмежень за допомогою середовища MathCAD та Алгоритму, реалізованого в MS Excel;
- 2) порівняння точності апроксимації фактичних даних за обраними методами;
- 3) аналіз динаміки фактичних та оптимальних значень коефіцієнтів Джині;
- 4) оцінка стійкості рівня диференціації доходів за допомогою зсуву часових рядів.

Основні результати дослідження

Виробничо-інституційна функція для визначення впливу нерівності розподілу доходів на випуск (ВВП) має вигляд (Меркулова, 2016):

$$Y = \gamma DK^{G(a+bG)} L^{G(n+mG)} \quad (1)$$

де Y – випуск (ВВП); K – основний капітал; L – праця (чисельність зайнятих); G – показник нерівності доходів (коефіцієнт Джині); D – трендовий оператор (функція від часу, найчастіше експоненціального виду $D(t) = e^{ft}$); γ, a, b, n, m – параметри моделі, які оцінюються на основі емпіричних даних.

Виходячи з граничних значень коефіцієнта Джині та властивостей еластичності випуску за ресурсами, було визначено обмеження параметрів функції. Аналіз статистичних даних коефіцієнта Джині показав, що значення більше 0,5 практично не зустрічаються. Тому в обмеження, запропоновані в (Меркулова, 2016), були внесені певні зміни:

$$\begin{cases} b < 0, \\ -0,5b \leq a < -2b, \\ m < 0, \\ -0,5m \leq n < -2m. \end{cases} \quad (2)$$

Оптимальне значення коефіцієнта Джині (G^*) можна знайти, виходячи з необхідної умови екстремуму функції $\frac{dY}{dG} = 0$, після проведення всіх необхідних розрахунків отримано формулу:

$$G^* = -\frac{1}{2} \cdot \frac{a \ln K + n \ln L}{b \ln K + m \ln L} \quad (3)$$

Модель було апробовано на статистичних даних європейських країн (Database–Eurostat). Використано фактичні значення таких показників:

- ВВП (у ринкових цінах, млн євро);
- валове нагромадження основного капіталу (млн євро);
- чисельність зайнятих (тис. чол.);
- індекс Джині (у формі коефіцієнта).

Для оцінки параметрів нелінійної моделі (1) з обмеженнями (2) застосувати стандартний МНК неможливо. Просто знехтувати обмеженнями не можна, оскільки вони мають змістовну інтерпретацію. Тому для вирішення складної нелінійної задачі було обрано два методи:

середовище MathCAD, яке має потужний математичний апарат для реалізації задач оптимізації. Оцінка параметрів моделі в даному програмному продукті зводиться до вирішення нелінійної оптимізаційної задачі. Цільова функція мінімізує суми квадратів різниці модельних та фактичних значень з урахуванням обмежень параметрів (Холоднов, 2010);

Алгоритм, який реалізовано в MS Excel за допомогою надбудови «Пошук рішень». Цей алгоритм дозволяє знайти оптимальне значення функції з урахуванням обмежень змінних. Наявність додаткових параметрів налаштування надбудови «Пошук рішень» дозволяє встановити необхідні критерії. У даному випадку встановлено, що модель нелінійна, збільшено кількість ітерацій та ін. (Excel Solver Online Help).

Для оцінки параметрів ВІФ (1) було обрано країни Європи з різною динамікою коефіцієнта Джині, а саме: Австрія, Бельгія, Греція, Данія. За досліджуваній період (2001–2015 рр.) спостерігаються коливання, збільшення або зменшення рівня диференціації доходів.

У табл. 1 представлені результати оцінки параметрів ВІФ за двома методами (MathCAD та Алгоритм). Якщо порівнювати результати за всіма країнами, то кращий результат показує Алгоритм, судячи зі значень коефіцієнта детермінації (R^2), який характеризує точність апроксимації фактичних даних. Але значення R^2 , отримані в MathCAD, також досить високі (найменше – 0,9690, найбільше – 0,9844). Аналізуючи значення параметрів, можна зробити висновок, що близькі за значенням параметри отримані для Греції та Данії. Для інших країн вони знаходяться в іншому числовому діапазоні. На основі отриманих параметрів розраховано оптимальні значення коефіцієнта Джині, які показали незначну варіабельність відносно фактичних даних. Для порівняння динаміки фактичних та розрахованих оптимальних значень коефіцієнта Джині представимо їх графічно на рис. 1.

Усі отримані ряди G^* перетинаються з рядом фактичних даних (рис. 1), та спостерігається ситуація, коли між ними змінюється співвідношення протягом часу. Для Австрії розраховані оптимальні значення за двома методами досить близькі, знаходяться на рівні 0,267-0,27. Для Греції також отримані близькі оптимальні значення на рівні 0,33-0,335. Для Бельгії та Данії оптимальні значення, отримані в MathCAD, більші, ніж показав Алгоритм. Для Бельгії за розрахунками в MathCAD коефіцієнт Джині визначений у середньому на рівні 0,273,

за Алгоритмом – 0,265. Для Данії за розрахунками в MathCAD коефіцієнт Джині знаходиться на рівні 0,263, за Алгоритмом – 0,25 і не змінюється з часом.

Таблиця 1

Результати оцінки параметрів ВІФ для країн Європи за період 2001–2015 рр.

Параметр	γ	β	a	b	n	m	R^2
Країна	Австрія						
MathCAD	294,7	0,014	4,091	-8,181	0,588	-0,294	0,9797
Алгоритм	2339,0	0,021	2,003	-3,616	1,516	-3,033	0,9818
Країна	Бельгія						
MathCAD	9556,0	0,024	0,865	-1,357	1,803	-3,605	0,9883
Алгоритм	12048,0	0,020	1,974	-3,949	0,217	-0,109	0,9912
Країна	Греція						
MathCAD	14,153	0,033	2,662	-5,324	3,359	-3,388	0,9690
Алгоритм	14,00	0,034	2,245	-4,008	3,870	-5,000	0,9691
Країна	Данія						
MathCAD	15490,0	0,021	1,18	-2,300	0,839	-1,508	0,9844
Алгоритм	15503,5	0,025	1,500	-3,000	0,500	-1,000	0,9899

Джерело: розраховано авторами

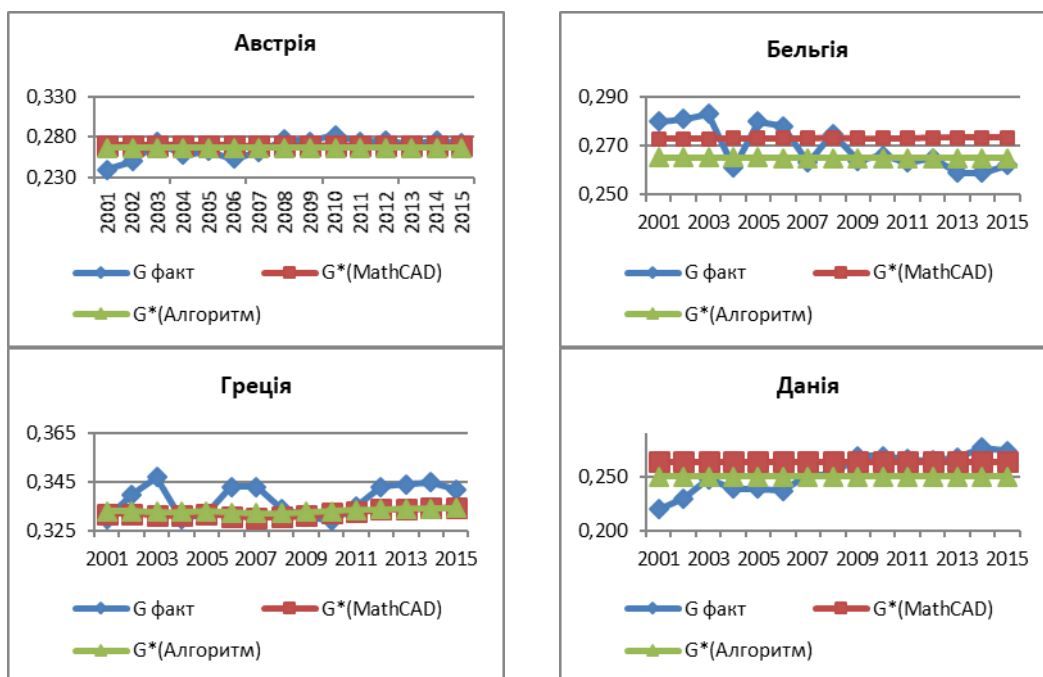


Рис. 1. Динаміка коефіцієнта Джині для країн Європи за 2001–2015 рр.

Джерело: побудовано авторами

Розглянемо інші європейські країни (Велика Британія, Німеччина, Латвія) та часові ряди за 2005–2015 рр., які мають різну тенденцію до змін коефіцієнта Джині протягом досліджуваного періоду. Оцінимо параметри ВІФ (1) обома методами, отримані результати представлені в табл. 2.

Результати оцінки параметрів ВІФ для країн Європи за період 2005–2015 рр.

Параметр	γ	β	a	b	n	m	R^2
Країна	Велика Британія						
MathCAD	15,556	0,0072	3,229	-3,848	3,070	-6,140	0,9653
Алгоритм	17,091	0,006	3,260	-3,947	3,000	-6,000	0,9828
Країна	Німеччина						
MathCAD	155,2	0,0099	1,971	-3,335	3,966	-7,035	0,8890
Алгоритм	200,0	0,010	2,624	-3,984	3,000	-6,000	0,9130
Країна	Латвія						
MathCAD	128,21	0,04	1,691	-1,387	1,693	-3,387	0,9186
Алгоритм	140,00	0,03	1,921	-2,000	1,616	-3,231	0,9039

Джерело: розраховано авторами

Алгоритм також показав кращі результати для двох країн (Велика Британія, Німеччина), якщо аналізувати R^2 . Для Латвії ситуація зворотна, R^2 більший за розрахунками в MathCAD, але різниця незначна. Для цієї групи країн спостерігаємо ситуацію, коли значення самих параметрів, отриманих двома різними способами, досить близькі. На основі отриманих значень параметрів розраховуємо G^* (3) (рис. 2).

Графічне зображення рядів оптимальних значень коефіцієнта Джині для Великої Британії та Німеччини показує, що вони перетинають ряд фактичних значень (рис. 2). Для Великої Британії G^* у середньому дорівнює 0,323, для Німеччини – 0,286. Досить цікава ситуація спостерігається для Латвії. Ряд оптимальних коефіцієнтів Джині, розрахованих за параметрами, оціненими в MathCAD, на відрізьку 2005–2009 рр. перетинає ряд фактичних даних, а потім до 2015 року оптимальні значення вище фактичних. Що стосується ряду G^* , розрахованих за допомогою Алгоритму, то він знаходиться нижче ряду фактичних значень.

Визначити однозначно, який із методів краще, не можна, оскільки обидва показали хороші результати апроксимації фактичних даних. Оцінка оптимального значення коефіцієнта Джині показала майже однакову динаміку та зміни, проте мали місце винятки.

Для перевірки стійкості оптимального рівня нерівності було зроблено зсув часових рядів для кожної країни та розраховано параметри за двома методами. Оптимальні значення коефіцієнта Джині визначені для часових рядів, кожен раз із зсувом на 2 роки.

Проаналізуємо першу групу країн (Австрія, Бельгія, Греція, Данія). Австрія: обидва методи показали, що оптимальне значення коефіцієнта Джині стійке. Бельгія: отримані G^* знаходяться в різних діапазонах, це уже було показано раніше, відповідно і зсув вплинув на них по-різному. Більш стійкий результат показав Алгоритм, оскільки всі отримані оптимальні значення знаходяться у вузькому діапазоні змін та перетинають ряд фактичних даних коефіцієнтів Джині.

Греція: спостерігаємо розбалансування, хоча попередній розрахунок двома методами показав схожі результати динаміки G^* , але під час проведення зсувів ситуація змінилася. За розрахунками Алгоритму всі отримані ряди оптимальних значень при будь-яких зсувах перетинають фактичний ряд даних. Розраховані оптимальні значення в MathCAD показують різне співвідношення динаміки. При першому зсуві фактичні значення більше оптимальних, два наступні – показують протилежну ситуацію, де фактичні менші, ніж оптимальні. А також розраховані G^* досить високі та досягають значення більше 0,37.

Данія: обидва методи показали, що оптимальні значення Джині стійкі, якщо розглядати отримані результати двома методами окремо: за Алгоритмом усі знайдені ряди оптимальних значень знаходяться на рівні 0,25, а отримані в MathCAD оптимальні значення Джині знаходяться в межах 0,26-0,27.

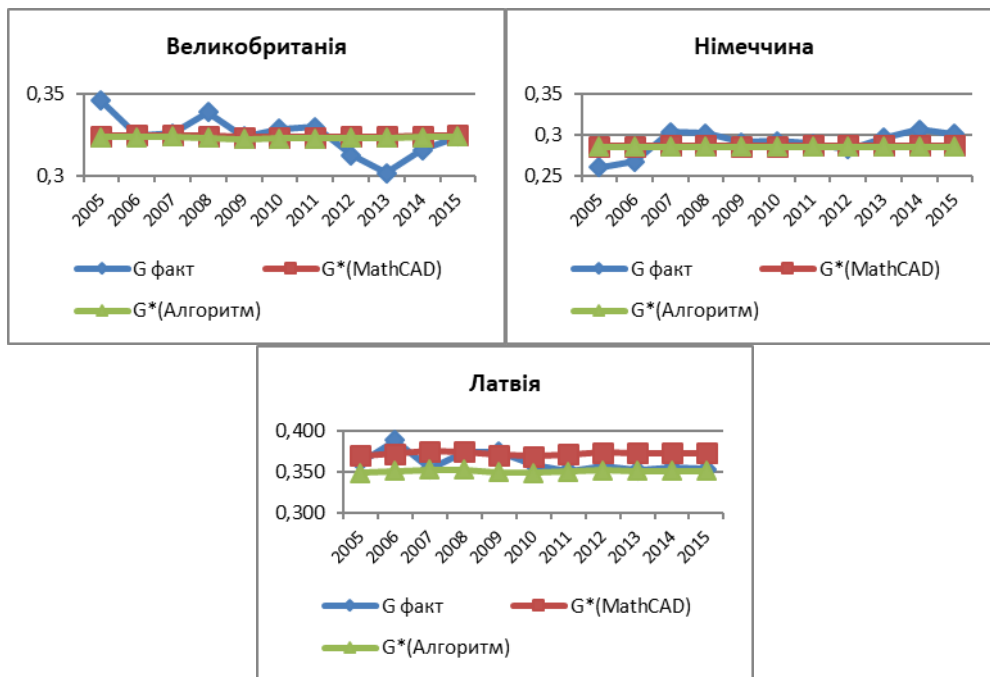


Рис. 2. Динаміка коефіцієнта Джині для країн Європи за 2005–2015 рр.

Джерело: побудовано авторами

Якщо порівнювати результати за чотирма країнами, то для Австрії спостерігається найбільш стійкий рівень нерівності за двома методами. Тобто при будь-яких зсувах оптимальні значення практично не змінюються, загальна динаміка характеризується тим, що всі ряди оптимальних значень перетинають фактичні.

Проаналізуємо другу групу країн (Велика Британія, Німеччина, Латвія), де початковий часовий ряд 2005–2015 рр., було проведено лише один зсув на 2 роки, оскільки ряд короткий, а кількість параметрів, які необхідно визначити, дорівнює 6.

Отримані розрахунки для Великої Британії двома різними методами показали практично однаковий результат. Ряд оптимальних значень знаходиться нижче фактичних на початку досліджуваного періоду, а наприкінці ряди перетинаються. Також отримані G^* після зсуву знаходяться трохи нижче значення 0,32, що досить близько до середнього рівня оптимального значення 0,323, отриманого при початкових розрахунках.

Для Німеччини отримано результати, які характеризують стійкий рівень коефіцієнта Джині. Обидва методи показали, що при зсуві оптимальні значення знаходяться в межах від 0,29 до 0,3 та досить близькі до початкових оптимальних значень.

Для Латвії після зсуву ряд оптимальних значень, розрахованих за допомогою Алгоритму, знаходиться значно вище, ніж фактичні ($>0,38$). А при використанні MathCAD отриманий ряд знаходиться нижче фактичного та приймає значення, менші 0,33. Обидва методи показали різні результати, крім того початкові розрахунки продемонстрували зворотну ситуацію.

Загалом для більшості досліджуваних країн спостерігаємо стійкість показника нерівності розподілу доходів. Суттєво різний результат при зсувах дають обидва методи для Греції та Латвії.

Висновки. Апарат виробничо-інституційних функцій з обмеженнями параметрів дає можливість аналізувати вплив диференціації доходів на випуск (ВВП) та визначити оптимальний рівень нерівності розподілу доходів, а також оцінити його стійкість. У статті було оцінено параметри нелінійної виробничо-інституційної функції у середовищі MathCAD та за спеціальним Алгоритмом, реалізованим в MS Excel. Обидва методи показали високу точність апроксимації та близькі значення оптимального показника нерівності за деякими винятками,

тому вибрати кращий із них складно. Аналіз динаміки фактичних та оптимальних значень коефіцієнта Джині показав, що в більшості досліджуваних країн розраховані значення характеризуються незначною варіабельністю та перетинають ряд фактичних даних. Для визначення стійкості рівня диференціації доходів були проведені зсуви часових рядів, в основному застосовані методи показали однакові результати динаміки та стійкості відносно фактичних значень, але мали місце винятки.

Література

1. Kuznets S. Economic Growth and Income Inequality / S. Kuznets // *American Economic Review*. – 1955. – № 1 (45). – Pp. 1–28.
2. Chen Z. Development and Inequality: Evidence from an Endogenous Switching Regression without Regime Separation / Z. Chen // *Economics Letters*. – 2007. – Vol. 96. – № 2. – Pp. 269–274.
3. Atkinson, A. Top incomes in the long run of history / T. Atkinson, E. Piketty, E. Saez // *Journal of Economic Literature*. – 2011. – Vol. 49:1. – pp. 3–71.
4. Балацкий Е. В. Анализ влияния налоговой нагрузки на экономический рост с помощью производственно-институциональных функций / Е. В. Балацкий // *Проблемы прогнозирования*. – №2. – 2003. – С. 88–105.
5. Балацкий Е.В. Оценка влияния финансовых инструментов на экономический рост / Е. В. Балацкий // *Проблемы прогнозирования*. – №4. – 2004. – С. 124–136.
6. Меркулова Т.В. Институт налога / Т. В. Меркулова. – Харьков, 2006. – 224 с.
7. Меркулова Т.В. Справедливость, неравенство и экономическая эффективность: анализ и моделирование взаимосвязей/ Т. В. Меркулова // *Экономическая теория*. – 2016. – №4. – С. 77–86.
8. Database–Eurostat [Electronic resource]. – Accessed mode : <http://ec.europa.eu/eurostat/data/database>.
9. Холоднов В.А. Решение задач нелинейного программирования на основе градиентных методов с использованием системы компьютерной математики MathCAD : методические указания / В. А. Холоднов, Е. С. Боровинская, В. П. Андреева, В. И. Черемисин. – СПб. : СПбГТИ (ТУ), 2010. – 69 с.
10. Excel Solver Online Help [Electronic resource]. – Accessed mode : <https://www.solver.com/excel-solver-online-help>.

References

1. Kuznets, S. (1955) Economic Growth and Income Inequality. *American Economic Review*, № 1 (45), 1-28.
2. Chen, Z. (2007) Development and inequality: evidence from an endogenous switching regression without regime separation. *Economics Letters*, Vol. 96, № 2, 269-274.
3. Atkinson, A. B., Piketty, T., Saez, E. (2011) Top incomes in the long run of history. *Journal of Economic Literature*, № 49:1, 3–71.
4. Balatskiy, E.V. (2003) The analysis of the influence of the tax burden on economic growth through industrial and institutional functions. *Problemy Prognozirovaniya – Studies on Russian Economic Development*, № 2, 88–105. (in Russian)
5. Balatskiy, E. V. (2004) Assessing the impact of fiscal instruments to economic growth. *Problemy Prognozirovaniya – Studies on Russian Economic Development*, № 4, 124–136. (in Russian)
6. Merkulova, T. V. (2006) Institute tax. Kharkiv: KhNU im. V. N. Karazina, 224. (in Russian)
7. Merkulova, T. V. (2016) Equity, inequality and cost-effectiveness: analysis and modeling of relationships. *Economic theory*, №4, 77-86. (in Russian)
8. Database–Eurostat. Retrieved from <http://ec.europa.eu/eurostat/data/database>.
9. Kholodnov, V. A., Borovinskaya, E. S., Andreeva, V. P., Cheremisin, V. I. (2010) Solving nonlinear programming problems on the basis of gradient methods using the computer mathematics system MathCAD: methodical guidelines, St. Petersburg: SPbGTI (TU), 69. (in Russian)
10. Excel Solver Online Help. Retrieved from <https://www.solver.com/excel-solver-online-help>.