

ФОРМУЛИРОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

Анна Кононченко, Виктория Попенко, Виктор Краснобаев

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков, 61022, Украина
akononpro@gmail.com, vita.popenko@gmail.com, v.a.krasnobaev@gmail.com

Рецензент: Николай Карпинский, д.т.н., проф., Университет Бельсько-Бяла,
ул. Виллова 2, 43-309 Бельсько-Бяла, Польша
mkarpinski@ath.bielsko.pl

Поступила: Ноябрь 2019.

***Аннотация.** Объектом исследования являются процессы, протекающие в специализированных компьютерных системах (СКС) обработки цифровых данных, которые представлены непозиционной системой счисления в остаточных классах (СОК). Рассмотрены возможности повышения надёжности высокопроизводительных процессоров, которые функционируют на базе СОК, за счёт решения задачи оптимального резервирования их структуры. Для достижения поставленной цели, в статье формулируются и решаются прямая и обратная задачи оптимального резервирования структуры в СОК. Решение задач оптимального резервирования осуществляется путём применения метода наискорейшего покоординатного спуска, который является достаточно точным для проведения инженерных расчётов. Представлены результаты расчётов и сравнительного анализа надёжности (по вероятности безотказной работы) для трехканальной мажоритарной системы обработки информации в позиционной системе счисления и для резервированной структуры в СОК.*

***Ключевые слова:** надёжность, система счисления, система остаточных классов, система обработки информации, специализированные компьютерные системы.*

1 Введение

Одним из основных требований, предъявляемых к современным системам обработки информации (СОИ), которые работают в реальном времени, являются обеспечение заданного уровня надёжности. Это связано, прежде всего, с тем, что выход из строя или даже кратковременный сбой в работе таких специализированных компьютерных систем (СКС) может привести к авариям или нанести серьёзный экономический ущерб.

Целью статьи является, рассмотрение возможностей повышения надёжности высокопроизводительных процессоров в системе остаточных классов (СОК) за счёт решения задачи оптимального резервирования их структуры.

2 Анализ последних исследований

Существует два основных метода повышения надёжности СКС, функционирующих в ПСС [1-3]: повышение надёжности отдельных логических элементов (использование новой элементной базы) и введение различных типов избыточности (применения различных видов резервирования, влияющих как на конструктивную, так и на функциональную надёжность СКС). Поскольку надёжность логических элементов СКС определяется уровнем развития технологии, то очевидно, что введение избыточности при использовании любой элементной базы является наиболее эффективным путем повышения надёжности СКС. Один из эффективных практических методов повышения надёжности СКС является структурное резервирование, например, на уровне троированной мажоритарной структуры. Однако применение структурного резервирования в ПСС усложняет структуру вычислительного комплекса, повышает его энергопотребление, увеличивает массогабаритные и другие характеристики, что в конечном итоге повышает стоимость его создания и эксплуатации, а также ограничивает сферу его применения в различных технических системах. В связи с этими обстоятельствами возникает необходимость применения новых методов повышения надёжности СКС, и, в частности, методов основанных на применении кодов в СОК. Возможность повышения

надежности при этом обуславливается свойствами СОК (малоразрядность, равноправность и независимость остатков), что позволяет более эффективно применять структурное резервирование по сравнению с кодами в ПСС.

3 Основные материалы исследований

При применении резервирования возможна формулировка задачи оптимального резервирования в двух вариантах [4-6].

1) Прямая задача оптимального резервирования. Требуется обеспечить вероятность безотказной работы СОИ не менее заданной при минимальных затратах:

$$\begin{cases} V_{SRC}^{(l)} \rightarrow \min; \\ P_{SRC}^{(l)}(t) \geq P_{зад}(t) [t = const]. \end{cases} \quad (1)$$

2) Обратная задача оптимального резервирования. Требуется обеспечить максимально возможную вероятность безотказной работы СОИ при заданных затратах:

$$\begin{cases} P_{SRC}^{(l)}(t) [t = const] \rightarrow \max; \\ V_{SRC}^{(l)} \leq V_{зад}^{(l)}. \end{cases} \quad (2)$$

где: $P_{SRC}^{(l)}(t)$ – вероятность безотказной работы l -байтовой СОИ в СОК;

$P_{зад}(t)$ – заданное значение вероятности безотказной работы;

$V_{СОИ}^{(l)}$ – количество оборудования («стоимость затрат») СОИ в СОК;

$V_{зад}^{(l)}$ – заданное количество оборудования.

Перечислим некоторые из известных методов решения задачи оптимального резервирования [7-10]:

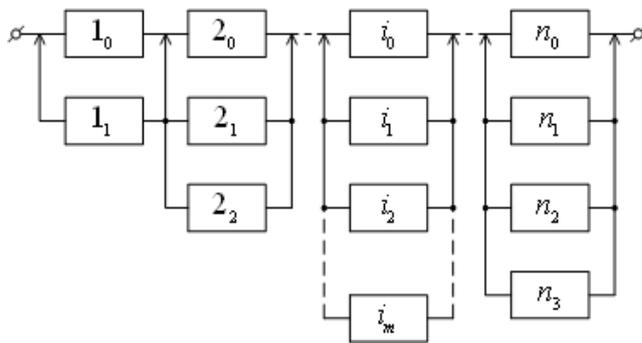


Рис. 1 – Надёжностная схема СОИ в СОК

Поэтому рассмотрим наиболее удобный и сравнительно простой для проведения инженерных расчётов метод наискорейшего покоординатного спуска. Это многошаговый процесс, который представлен на рис. 1.

1. Рассматриваемая система, состоит из n участков. Для каждого i -го участка необходимо определить (при различных кратностях резервирования m_i) значения вероятности безотказной работы $P_i(t, m_i)$ для некоторого фиксированного интервала времени при соответствующем способе резервирования, который возможен для данного участка системы.

1. Метод динамического программирования;
2. Модифицированный метод динамического программирования;
3. Метод наискорейшего покоординатного спуска;
4. Метод частной оптимизации с контролем ограничений;
5. Метод «отражающего экрана»;
6. Метод выбора наиболее «жёсткого» ограничения.

Каждый из перечисленных методов имеет свои достоинства и недостатки.

2. Составляется сводная таблица (см. Табл. 1) значений $P_i(t, m_i)$ для всех практически возможных m_i и различных $i=1, 2, \dots, n$ (для различных участков системы), полученных по указанным формулам.

Таблица 1 – Сводная таблица переменных значений

m_i	$P_1(t)$	$P_2(t)$...	$P_i(t)$...	$P_n(t)$
0	$P_1(t, 0)$	$P_2(t, 0)$...	$P_i(t, 0)$...	$P_n(t, 0)$
1	$P_1(t, 1)$	$P_2(t, 1)$...	$P_i(t, 1)$...	$P_n(t, 1)$
2	$P_1(t, 2)$	$P_2(t, 2)$...	$P_i(t, 2)$...	$P_n(t, 2)$
...
m	$P_1(t, m)$	$P_2(t, m)$...	$P_i(t, m)$...	$P_n(t, m)$
...

3. На основании полученных значений $P_i(t, m_i)$, сведенных в таблицу 1, и известных значений "стоимости" элементов ω_i рассчитывается $\gamma_i(m_i)$ по формуле (3) для всех значений i и различных значений m_i , после чего составляется таблица 2.

$$\gamma_i(m_i + 1) = \frac{P_i(t, m_i + 1) - P_i(t, m_i)}{\omega_i P_i(t, m_i)}. \quad (3)$$

4. Все значения $\gamma_i(m_i)$ таблицы 2 перенумеровываются в каждом из столбцов в порядке убывания, а также далее нумеруем все значения $\gamma'(k)$ в порядке их убывания, и исследуется следующий многошаговый процесс.

Таблица 2 – Сводная таблица полученных данных

m_i	γ_1	γ_2	...	γ_i	...	γ_n
0	–	–	...	–	...	–
1	$\gamma_1(1)$	$\gamma_2(1)$...	$\gamma_i(1)$...	$\gamma_n(1)$
2	$\gamma_1(2)$	$\gamma_2(2)$...	$\gamma_i(2)$...	$\gamma_n(2)$
...
m	$\gamma_1(m)$	$\gamma_2(m)$...	$\gamma_i(m)$...	$\gamma_n(m)$
...

На первом шаге:

- выбирается γ с номером 1 (максимальная из величин $\gamma_i(1)$);
- по таблице 1 отыскивается соответствующая величина $P_i(t, 1)$;
- вычисляется значение:

$$P_c^{(1)}(t) = \frac{P_i(t, 1)}{P_i(t, 0)} P_c^{(0)}(t), \quad (4)$$

где $P_c^{(0)}(t) = \prod_{k=1}^n P_k(t, 0)$ – начальное значение вероятности безотказной работы исходной системы (без резервирования);

- вычисляется значение:

$$W_c^{(1)} = W_c^{(0)} + \omega_i, \quad (5)$$

где: - $W_c^{(0)}$ – начальная "стоимость" системы; - ω_i – "стоимость" 1-го элемента, который предназначен для резервирования i -го участка.

На втором шаге:

- выбирается γ с номером 2 (max среди оставшихся $\gamma_k(1)$ для $k \neq 1$ или $\gamma_i(2)$);
- по таблице 1 отыскивается соответствующая величина $P_k(t,1)$ (или $P_i(t,2)$, если номер 2 имеет $\gamma_i(2)$);
- вычисляется значение:

$$P_c^{(2)}(t) = \frac{P_k(t,1)}{P_k(t,0)} P_c^{(1)}(t), \quad (6)$$

или

$$P_c^{(2)}(t) = \frac{P_i(t,2)}{P_i(t,1)} P_c^{(1)}(t), \quad (7)$$

если номер 2 имеет $\gamma_i(2)$;

- вычисляется значение:

$$W_c^{(2)} = W_c^{(1)} + \omega_k, \quad (8)$$

или имеем

$$W_c^{(2)} = W_c^{(1)} + \omega_i, \quad (9)$$

если номер 2 имеет $\gamma_i(2)$. Затем этот многошаговый процесс продолжается при использовании выражений

$$P_c^M(t) = \frac{P_i(t, m_i)}{P_i(t, m_i - 1)} P_c^{M-1}, \quad (10)$$

или

$$W_c^{(M)} = W_c^{(M-1)} + \omega_i, \quad (11)$$

при $m_i \geq 0$; $M \geq 0$.

Полученные данные сводятся в таблицу 3. Указанный процесс прекращается на шаге

$$M \left(M = \sum_{i=1}^n m_i \right). \quad (12)$$

Когда для первой задачи выполняется условие:

$$P_c^{(M-1)}(t) < P_{mp}(t) \leq P_c^M(t). \quad (13)$$

Для второй задачи выполняется условие:

$$W_c^M \leq W_{mp} \leq W_c^{(M+1)}. \quad (14)$$

Из анализа данных таблицы 4 (решения задачи оптимального резервирования) следует, что независимо от того, какая задача решается, каков процесс решения, а также условия вы-

бора γ_i , на каждом шаге автоматически обеспечивается минимальная "стоимость" системы при решении 1-й задачи и max возможная вероятность безотказной работы системы при решении 2-й задачи.

Таблица 3 – Совокупность промежуточных значений

M	m_1	m_2	...	m_n	$P_i^{(M)}(t)$	$W_c^{(M)}$
0	0	0	...	0	$P_i^{(0)}(t)$	$W_c^{(0)}$
1	1	0	...	0	$P_i^{(1)}(t)$	$W_c^{(1)}$
2	1	0	...	0	$P_i^{(2)}(t)$	$W_c^{(2)}$
3	1	1	...	0	$P_i^{(3)}(t)$	$W_c^{(3)}$
4	1	2	...	0	$P_i^{(4)}(t)$	$W_c^{(4)}$
5	1	3	...	0	$P_i^{(5)}(t)$	$W_c^{(5)}$
6	2	3	...	1	$P_i^{(6)}(t)$	$W_c^{(6)}$
...	1

В соответствии с приведённой методикой в таблице 5 представлены расчётные значения вероятности безотказной работы $P_i^{(M)}(t)$ и "стоимости" системы $W_c^{(M)}$, для однобайтового вычислительного устройства в СОК при интенсивности отказов $\lambda = 10^{-8}$ и времени работы $t=1$ [час].

Вероятность безотказной работы резервированной СОИ в СОК $P_{СОК}^{(M)}(t)$ определяется для каждого фиксированного интервала времени ее работы.

Таблица 4 – Таблица решений

M	$P_i^{(M)}(t)$	$W_c^{(M)}$
0	$P_i^{(0)}(t)$	$W_c^{(0)}$
1	$P_i^{(1)}(t)$	$W_c^{(1)}$
2	$P_i^{(2)}(t)$	$W_c^{(2)}$
3	$P_i^{(3)}(t)$	$W_c^{(3)}$
4	$P_i^{(4)}(t)$	$W_c^{(4)}$
5	$P_i^{(5)}(t)$	$W_c^{(5)}$
6	$P_i^{(6)}(t)$	$W_c^{(6)}$
...

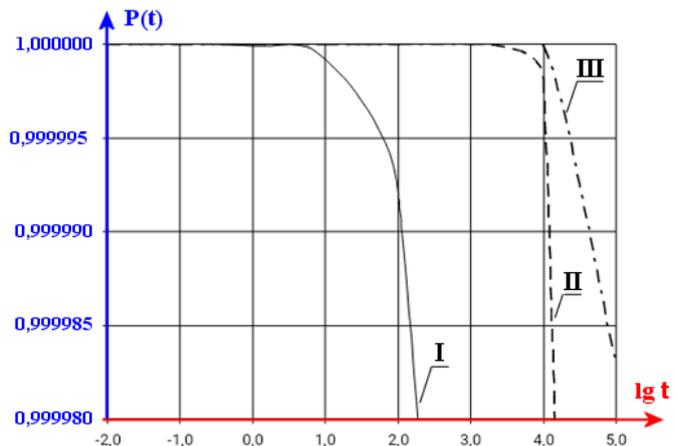


Рис. 2 – Графики функции $y=P(t)$ (для $\ell=1, \lambda_3=10^{-8}$)

Данные табл. 6 представляют результаты расчёта вероятностей безотказной работы однобайтовой СОИ при $\lambda = 10^{-8}$ для: – нерезервированной одноканальной структуры СОИ в ПСС (I); – трехканальной мажоритарной структуры СОИ в ПСС (II); – резервированной СОИ в СОК (III). В соответствии с данными таблицы 5 на рис. 2 приведены зависимости вероятности безотказной работы от времени $P(t)$ для каждой рассмотренной структуры СОИ.

Таблица 5 – Предварительные результаты вычислений

Основания СОК				Произведение $P_{SRC}^{(M)}(t)$	$W_c^{(M)}$ [y. e.]
$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$		
0,999999800000	0,999999800000	0,999999700000	0,999999700000	0,999999000000	10
0,999999800000	0,999999800000	0,999999999999	0,999999700000	0,999999300000	13
0,999999800000	0,999999800000	0,999999999999	0,999999999999	0,999999599999	16
1,000000000000	0,999999800000	0,999999999999	0,999999999999	0,999999799999	18
1,000000000000	1,000000000000	0,999999999999	0,999999999999	0,999999999999	20
1,000000000000	1,000000000000	1,000000000000	0,999999999999	0,999999999999	23
1,000000000000	1,000000000000	1,000000000000	1,000000000000	0,999999999999	26

Таблица 6 – Вероятности безотказной работы однобайтовой СОИ

Время работы СОИ (t)	$\lg t$	ПСС		СОК
		Одноканальная СОИ	Трёхканальная мажоритарная СОИ	
		I	II	
0,01	-2	0,999999992	1,000000000	1,000000000
0,1	-1	0,999999920	1,000000000	1,000000000
1	0	0,999999200	0,999999999	0,999999999
10	1	0,999992000	0,999999999	0,999999999
100	2	0,999920000	0,999999998	0,999999999
1000	3	0,999200032	0,999999808	0,999999983
10000	4	0,9992003199	0,999980826	0,999998300
100000	5	0,9920319148	0,9998105407	0,9999830161

5 Выводы

Представленные результаты расчёта и сравнительного анализа надёжности СОИ в СОК и ПСС, получены путём решения задачи оптимального резервирования методом наискорейшего покоординатного спуска, свидетельствуют о том, что использование непозиционного кодирования позволяет достичь требуемого уровня надёжности при меньшем количестве дополнительного оборудования, чем широко известный в ПСС метод мажоритарного троирования.

Ссылки

- [1] I. Ya. Akushskii and D. I. Yuditskii, *Machine Arithmetic in Residual Classes* [in Russian]. Moscow: Sov. Radio, 1968.
- [2] V. Krasnobayev, A. Yanko and S. Koshman, "A Method for arithmetic comparison of data represented in a residue number system", *Cybernetics and Systems Analysis*, vol. 52, Issue 1, pp. 145-150, 2016.
- [3] O. Karpenko, A. Kuznetsov, V. Sai and Yu. Stasev, "Discrete Signals with Multi-Level Correlation Function", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 71, Issue 1, pp. 91-98, 2012.
- [4] V. Krasnobayev, S. Koshman and M. Mavrina, "A method for increasing the reliability of verification of data represented in a residue number system", *Cybernetics and Systems Analysis*, vol. 50, Issue 6, pp. 969-976, 2014.
- [5] S. Kavun, A. Zamula and I. Mikheev, "Calculation of expense for local computer networks", *4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)*, Kharkov, pp. 146-151, 2017.
- [6] V. Krasnobayev and S. Koshman, "A method for operational diagnosis of data represented in a residue number system", *Cybernetics and Systems Analysis*, vol. 54, Issue 2, pp. 336-344, 2018.
- [7] O. Kazymyrov, R. Oliynykov and H. Raddum, "Influence of addition modulo $2n$ on algebraic attacks", *Cryptography and Communications*, vol. 8, Issue 2, pp. 277-289, April 2016.
- [8] D. A. Patterson, *The Morgan Kaufmann Series in Computer Architecture and Design*. Morgan Kaufmann, 2016.
- [9] A. Yanko, S. Koshman, V. Krasnobayev, "Algorithms of data processing in the residual classes system", *4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)*, Kharkiv, pp. 117-121, 2017.
- [10] O. Kuznetsov, Yu. Gorbenko, I. Bilozertsev, A. Andrushkevych and O. Narizhnyi, "Algebraic Immunity of Non-linear Blocks of Symmetric Ciphers", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, Issue 4, pp. 309-325, 2018.
- [11] A. Kuznetsov, I. Kolovanova and T. Kuznetsova, "Periodic characteristics of output feedback encryption mode", *4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)*, Kharkov, pp. 193-198, 2017.
- [12] Yu.V. Stasev, A.A. Kuznetsov, A.M. Nosik, "Formation of pseudorandom sequences with improved autocorrelation properties", *Cybernetics and Systems Analysis*, vol. 43, Issue 1, pp. 1-11, January 2007.
- [13] N. Naumenko, Yu. Stasev, A. Kuznetsov, "Methods of synthesis of signals with prescribed properties", *Cybernetics and Systems Analysis*, vol. 43, Issue 3, pp. 321-326, May 2007.
- [14] V. Ruzhentsev, R. Oliynykov, "Properties of Linear Transformations for Symmetric Block Ciphers on the basis of MDS-codes", *Proceedings of the 6th International Conference on Network Architecture and Information System Security SAR-SSI*, pp. 193-196, 2011.
- [15] O. Potii, O. Illiashenko, D. Komin, "Advanced Security Assurance Case Based on ISO/IEC 15408", *Theory and Engineering of Complex Systems and Dependability Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol. 365, pp. 391-401, 2015.
- [16] A. S. Molahosseini, L. Seabra de Sousa, Ch.-H. Chang. *Embedded Systems Design with Special Arithmetic and Number Systems*, Springer International Publishing, 2017.
- [17] V. Dolgov, I. Lisitska, K. Lisitskiy, "The new concept of block symmetric ciphers design", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, Issue 2, pp. 157-184, 2017.

- [18] A. Kuznetsov, A. Smirnov, D. Danilenko, A. Berezovsky, "The statistical analysis of a network traffic for the intrusion detection and prevention systems", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 74, Issue 1, pp. 61-78, 2015.
- [19] R. Gavrylko, Yu. Gorbenko, "A physical quantum random number generator based on splitting a beam of photons", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 75, Issue 2, pp. 179-188, 2016.

Reviewer: Mikołaj Karpiński, Dr. of Sciences (Eng.), Full Prof., University of Bielsko-Biala, Bielsko-Biala, Poland.
E-mail: mkarpinski@ath.bielsko.pl

Received: November 2019.

Authors:

Anna Kononchenko, student of CSD, V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine.
E-mail: akononpro@gmail.com

Victoria Popenko, student of CSD, V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine.
E-mail: vita.popenko@gmail.com

Victor Krasnobaev, Doctor of Sciences (Eng.), Full Prof., V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine.
E-mail: v.a.krasnobaev@gmail.com

The formulation and solution of the task of the optimum reservation in the system of residual classes.

Abstract. Processes in specialized computer systems of the handling of the digitized data, which are representing non-positional notation in the system of residual classes (NRC), serve as the object of research. The considered capabilities of increasing the reliability of the high-performance processors, functioning on NRC's base as a result of solving the task of the optimum redundancy of their structure. In order to achieve the goal, direct and inverse tasks of the optimum reservation of the structure in NRC are formulated and solved in the article. The solution of problems of the optimum reservation is carried out by application of a method of the fastest coordinate descent, which is quite exact for carrying out engineering calculations. The results of calculations and comparative analysis of reliability (on the probability of trouble-free operation) for a three-channel majority information processing system are presented, in positional notation and for reservation of the structure in NRC are represented.

Keywords: Reliability; Notation; Residue classes system; Information handling system; Specialized computer system.

Рецензент: Микола Карпінський, д.т.н., проф., університет Бельсько-Бяла, Бельсько-Бяла, Польща.
E-mail: mkarpinski@ath.bielsko.pl

Надійшло: Листопад 2019.

Автори:

Анна Кононченко, студентка факультету комп'ютерних наук, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, 61022, Україна.
E-mail: akononpro@gmail.com

Вікторія Попенко, студентка факультету комп'ютерних наук, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, 61022, Україна.
E-mail: vita.popenko@gmail.com

Віктор Краснобаєв, д.т.н., проф., Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, 61022, Україна.
E-mail: v.a.krasnobaev@gmail.com

Формулювання та рішення завдання оптимального резервування в системі залишкових класів.

Анотація. Об'єктом дослідження є процеси, що тривають в спеціалізованих комп'ютерних системах обробки цифрових даних, які представлені непозиційною системою числення в залишкових класах (СЗК). Розглянуті можливості підвищення надійності високопродуктивних процесорів, які функціонують на базі СЗК, за рахунок рішення задачі оптимального резервування їх структури. Для досягнення поставленої мети, в статті формулюються і вирішуються пряма і зворотна задачі оптимального резервування структури в СЗК. Рішення задач оптимального резервування здійснюється шляхом застосування методу найшвидшого покоординатного спуску, який є досить точним для проведення інженерних розрахунків. Представлені результати розрахунків і порівняльного аналізу надійності (за ймовірністю безвідмовної роботи) для 3-х каналної мажоритарної системи обробки інформації в позиційній системі числення і для резервованої структури в СЗК.

Ключові слова: надійність; система числення; система залишкових класів; система обробки інформації; спеціалізовані комп'ютерні системи.