

Original article<https://doi.org/10.26565/2075-3810-2021-51-03>

УДК 51.76:620.179:577.34

АЛГОРИТМ ТРИВИМІРНОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ ДЛЯ ЛІНІЙНОЇ ГЕОМЕТРІЇ СКАНУВАННЯ

Т. Г. Віхтинська , К. Є. Лапітан , К. Е. Нємченко *Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, м. Харків, 61022,
Україна**e-mail: konstantinlapitan@gmail.com*

Надійшла до редакції 8 лютого 2024 р. Переглянута 3 травня 2024 р.

Прийнята до друку 18 травня 2024 р.

Актуальність. Комп'ютерна томографія (КТ) визнана одним із найпотужніших методів діагностики та контролю над процесом лікування широкого ряду захворювань. Вона забезпечує можливість отримати детальну інформацію про внутрішню структуру органів та кісток. При цьому, не дивлячись на успіх в застосуванні комп'ютерної томографії у таких сферах дослідження як тривимірна рентгенівська мамографія або рентгенографія легень, не вдається досягти такого поширення як, наприклад, у випадку використання магнітно-резонансної томографії, навіть попри більшу точність КТ. Це пов'язано, в першу чергу, з обмеженнями, з точки зору безпеки, на допустиму кількість досліджень через шкідливість рентгенівського опромінення для пацієнта. Однією з головних проблем, які досі стоять перед дослідниками, є необхідність зменшення часу повного дослідження та зменшення радіаційного навантаження на пацієнта. Подолання цих задач має вирішальне значення для підвищення загальної ефективності медичних послуг, оптимізації планів лікування та, зрештою, покращення результатів лікування пацієнтів. Таким чином, вирішення цих проблем за допомогою інноваційних алгоритмів і методів комп'ютерної томографії має значні перспективи для революції в медичній діагностиці та забезпечення постійного прогресу сучасної охорони здоров'я.

Мета роботи. Метою даної роботи стала розробка алгоритму тривимірної реконструкції, який не залежить від конусності пучка випромінювання, а тому дозволяє проводити точну реконструкцію всього об'єкта, за єдине обертання джерела випромінювання навколо об'єкта дослідження.

Матеріали і методи. У роботі використовуються методи інтегральних перетворень та комп'ютерне моделювання для розв'язання обернених задач, що виникають у комп'ютерній томографії.

Результати. Отримано аналітичну формулу обернення для тривимірної комп'ютерної томографії з лінійною геометрією сканування з сегментацією, також було перевірено можливість практичного застосування розробленого алгоритму та розроблено методику дослідження з використанням лінійного руху конусного випромінювача та детекторів.

Висновки. Розроблений алгоритм дозволяє покращити реконструкцію шарів об'єкта, що значно віддалені від площини, в якій рухаються випромінювач та детектор, у порівнянні з існуючими алгоритмами.

Як цитувати: Віхтинська ТГ, Лапітан КЄ, Нємченко КЕ. Алгоритм тривимірної реконструкції для лінійної геометрії сканування. Біофізичний вісник. 2024;51:39–52.
<https://doi.org/10.26565/2075-3810-2024-51-03>

In cites: Vikhtinskaya TG, Lapitan KE, Nemchenko KE. Segmented algorithm for three-dimensional reconstruction in linear scan geometry. Biophysical Bulletin. 2024;51:39–52.
<https://doi.org/10.26565/2075-3810-2024-51-03> (in Ukrainian)

Open Access. This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

КЛЮЧОВІ СЛОВА: комп'ютерна томографія; конусний промінь; алгоритм Фельдкамп; тривимірна реконструкція; медична діагностика.

Основи комп'ютерної томографії (КТ) були закладені в піонерській роботі Радона [1], в якій було запропоновано розв'язання задачі про відновлення функцій в площині з набору проєкційних даних. Цей метод дозволяє відновлювати двовимірну функцію за її проєкційними даними й належить до аналітичних підходів, які в свою чергу можна поділити на точні та наближені. До точних методів [2–6] відносяться такі, що мають повну геометрію сканування об'єкта, тобто такі, що задовольняють умові, що кожна з площин, яка перетинає об'єкт, має співпадати з кривою руху конуса випромінювання [3, 11].

Повна геометрія сканування має основну перевагу в тому, що вона дозволяє отримати інформацію про об'єкт з різних кутів і перспектив. Це призводить до якісної і точної реконструкції об'єкта та допомагає візуалізувати його структуру.

Однак повна геометрія сканування може бути більш вимогливою до обчислювальних ресурсів і часу, оскільки вимагає збору більшої кількості даних та обробки їх для отримання реконструкції. Крім того, вона може бути складнішою для реалізації та використання порівняно з обмеженими геометричними конфігураціями. У практичних застосуваннях вибір між повною геометрією сканування та обмеженою геометрією залежить від конкретних вимог та обмежень системи, включаючи обчислювальні ресурси, швидкість сканування та потрібну якість реконструкції. Отже, точні методики мають той недолік, що їхнє практичне застосування виявляється сильно обмежене технологічними труднощами та вимогами медичного характеру, зокрема, обмеженням радіаційного навантаження на пацієнта.

До наближених відносять такі методи, де використовується не повний набір даних сканування, в такому випадку має виконуватись умова достатності для реконструкції: площина реконструкції перетинається з траєкторією руху випромінювача хоча б один раз. А тому застосовують екстраполяцію та проводять фільтрацію небажаних артефактів у реконструкції зображень [7–9]. Наближені методики природно мають свої внутрішні обмеження відновлення контрастів та просторової роздільної здатності, які обумовлені характером цих наближень. Задля кращого наближення останнім часом набирає популярність використання штучного інтелекту, для синтезу відсутніх проєкційних даних [10].

В той самий час існує певний клас методик у конусній томографії, який задовольняє математичним умовам відновлення, але при цьому характер траєкторій досить простий для їх технологічної реалізації [11–15]. До таких методів відноситься використання спіральної траєкторії [16] та траєкторії, що складається з двох перпендикулярних кілець [17], але на практиці більшого поширення та подальші вдосконалення отримала саме спіральна томографія через її зручність застосування при дослідженнях довгих тіл.

Ще однією із таких методик конусної томографії є рух джерела вздовж прямої лінії, паралельної плоскому детектору [11, 14]. Така геометрія повністю задовольняє умовам повноти для відновлення тривимірної структури об'єкта, тобто умовам існування розв'язку зворотної задачі відновлення тривимірного розподілу густини об'єкта за його двовимірними проєкціями.

У цьому методі зрізи об'єкта, що відновлюються, являють собою множину площин, які походять через одну загальну задану пряму. Понад те, ця загальна пряма співпадає з прямолінійною траєкторією джерела. У кожній з таких площин відновлення двовимірного розподілу зводиться до звичайної віялової задачі Радона. Вперше така методика була запропонована у роботі [13].

Незважаючи на простоту та очевидність цього методу не менш очевидні його недоліки. Перше — це обмеження за довжиною траєкторії руху джерела, яке викликано складностями практичної реалізації достатнього великого шляху джерела, а також труднощами у виготовленні компактних пристроїв. Другий недолік безпосередньо пов'язаний із медичним застосуванням — це забезпечення граничних радіаційних навантажень на далеких від об'єкта місцях розташування джерела та приймача.

Подолання цих недоліків призвело до появи модифікованих методик, у яких траєкторія джерела є кусково-лінійною і замкненою. Така технологія вже близько наближається до класичної конусної томографії, в якій джерело рухається за колом і за один оберт збирає достатню кількість інформації для відновлення.

У цій роботі ми розглядаємо методику, в якій джерело рухається по периметру квадрата. У роботі показано, що такий підхід може забезпечити досить якісне відновлення тривимірної структури об'єкта і, не дивлячись на свою наближеність, дає результати, що перевищують результати інших конусних методик.

ДВОВИМІРНИЙ ВИПАДОК ЛІНІЙНОГО СКАНУВАННЯ

Основа більшості алгоритмів комп'ютерної томографії полягає в тому, що дослідження проводиться по колу, обертаючи випромінювач та детектор навколо об'єкта. Але ті самі проекційні дані можливо отримати не тільки якщо випромінювач буде рухатись по круговій траєкторії, а й у випадку руху вздовж прямої.

Розглянемо випадок коли випромінювач рухається вздовж прямої на фіксованій відстані від детектора, а дослідження проводиться вузьким вівальним пучком рентгенівського випромінювання як це зображено на Рис. 1.

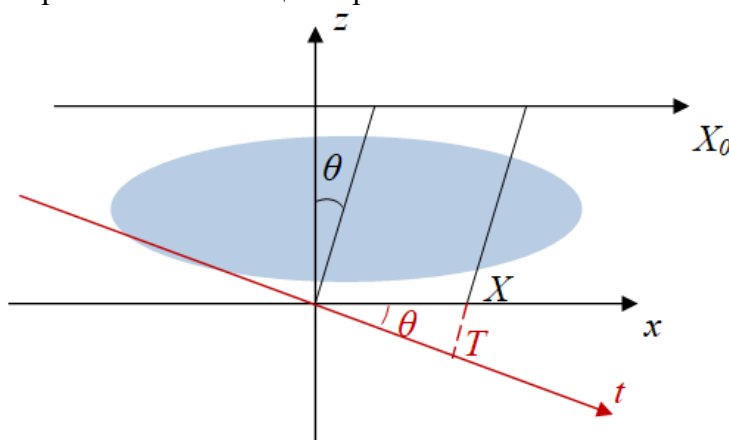


Рис. 1. Лінійна геометрія сканування в площині.

Fig. 1. Linear scanning geometry in the plane.

Положення променя в такому випадку задається двома параметрами X — це координата потрапляння променя в статичний детектор, та X_0 — це координата випромінювача.

З Рис. 1 можна побачити, що лінійна геометрія сканування може надати такий самий набір даних як у випадку паралельного сканування з кільцевою траєкторією випромінювача. Координата t на детекторі з геометрії сканування по колу пов'язана з горизонтальним напрямком співвідношенням $t = X \cos(\theta)$.

Позначимо відстань між лінійкою детекторів та випромінювачем як H та запишемо рівняння $x \cos(\theta) + y \sin(\theta) - t = 0$, що визначає промінь вздовж якого інтегруємо:

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) - X \cos(\theta) = x - X + y \tan(\theta) = x - X + y \frac{X - X_0}{H}. \quad (1)$$

Звідки отримаємо вираз для перетворення Радона у параметрах лінійного сканування:

$$I(X, X_0) = \iint f(x, y) \delta\left(x - X - y \frac{X_0 - X}{H}\right) dx dy. \quad (2)$$

Тепер за допомогою теореми про зв'язок перетворення Фур'є та перетворення Радона запишемо обернену функцію:

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} I(X, X_0) \frac{q}{H} e^{iq\left[x - X - y \frac{X_0 - X}{H}\right]} dX dX_0 dq, \quad (3)$$

де q виступає в якості просторової частоти, яка відповідає за перетворення Фур'є.

Вираз (3) є шуканий результат для визначення розподілу густини при дослідженні в'яловим пучком, коли детектор рухається вздовж прямої лінії. В якості степеня експоненти виступає вираз, що відповідає променю (1), з якого реконструюємо зображення об'єкта.

ТРИВИМІРНИЙ ВИПАДОК ГЕОМЕТРІЇ ЛІНІЙНОГО СКАНУВАННЯ (LSG)

Розглянемо тепер узагальнення на дослідження об'єкта конусним пучком та тривимірний алгоритм реконструкції. Припустимо, що точковий випромінювач рентгенівського проміння рухається вздовж нескінченної прямої у напрямку X_0 . На відстані H від випромінювача знаходиться пласка матриця детекторів, що позначаються координатами (X, Y) . Схему такого дослідження зображено на Рис. 2.

В такому випадку отримаємо такий вигляд для тривимірного перетворення Радона функції густини об'єкта $f(x, y, z)$:

$$I(X, Y, X_0) = \iiint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \delta\left(x - X - z \frac{X_0 - X}{H}\right) \delta\left(y - Y - z \frac{Y_0 - Y}{H}\right) dx dy dz. \quad (4)$$

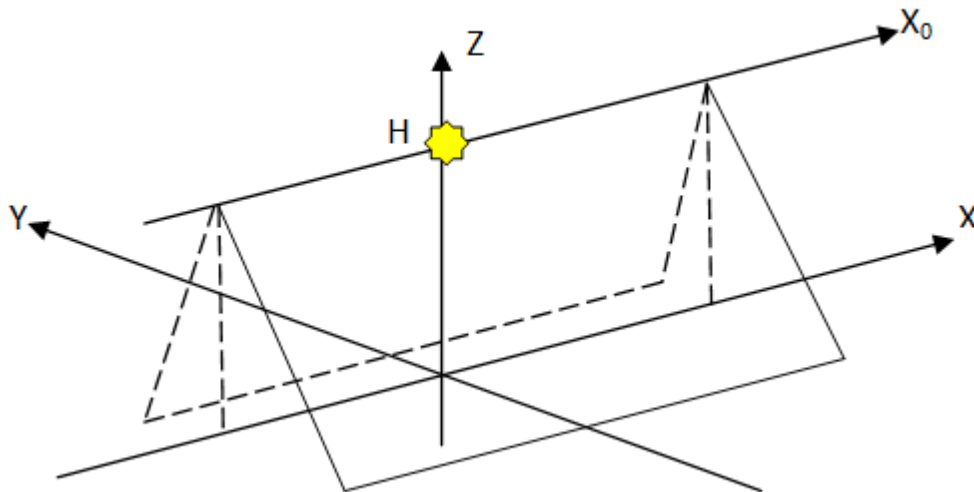


Рис. 2. Тривимірне дослідження конусним пучком вздовж прямої лінії.
Fig. 2. Three-dimensional scanning with a cone beam in a straight line.

У випадку коли випромінювач рухається вздовж прямої лінії об'єкт дослідження розбивається на похилі площини, що вирізаються дельта функцією, і не відбувається змішування даних з різних площин. В такому випадку тривимірна задача реконструкції зводиться до набору двовимірних задач реконструкції в похилих площинах, які мають

точне розв'язання у випадку лінійного сканування, оскільки виконується умова повноти геометрії сканування. Саме тому результуюче зображення не зазнає наближень та артефактів, як у випадку звичних алгоритмів реконструкції конусного променя, а сама обернена функція має такий вигляд:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{H-z}{H^2} I\left(X, Y = \frac{yH}{H-z}, X_0\right) G\left(x - X\left(1 - \frac{z}{H}\right) - X_0 \frac{z}{H}\right) dXdX_0. \quad (5)$$

Тут $G(x) = \int |q| e^{iqx} dq$ — це ядро лінійної фільтрації перетворення Радона [18].

Використання прямої лінії в якості геометрії сканування забезпечує проєкційну повноту даних, оскільки всі точки об'єкта можуть бути зіскановані з будь-якого кута, та виконується умова повноти даних. Це дозволяє отримати більш детальну та точну реконструкцію об'єкта, що особливо важливо для складних структур або областей зі змінною щільністю.

Загалом, використання безкінечної прямої в якості повної геометрії сканування є привабливим варіантом для отримання високоякісних реконструкцій об'єктів. Однак, вибір між безкінечною прямою геометрією та іншими варіантами залежить від конкретних вимог та обмежень системи.

АЛГОРИТМ FDK

В якості контрольного дослідження будемо використовувати алгоритм, запропонований Фельдкампом, Девісом та Крейсом (FDK) [9]. Цей наближений алгоритм широко застосовується в практичних дослідженнях у більшості існуючих томографів. FDK алгоритм дозволяє отримати точку реконструкції у середній площині (площина, яка містить кругову орбіту), а також достатньо якісно реконструювати зображення під малими кутами конуса, хоча у площинах, що віддалені від серединної площини, якість значно знижується.

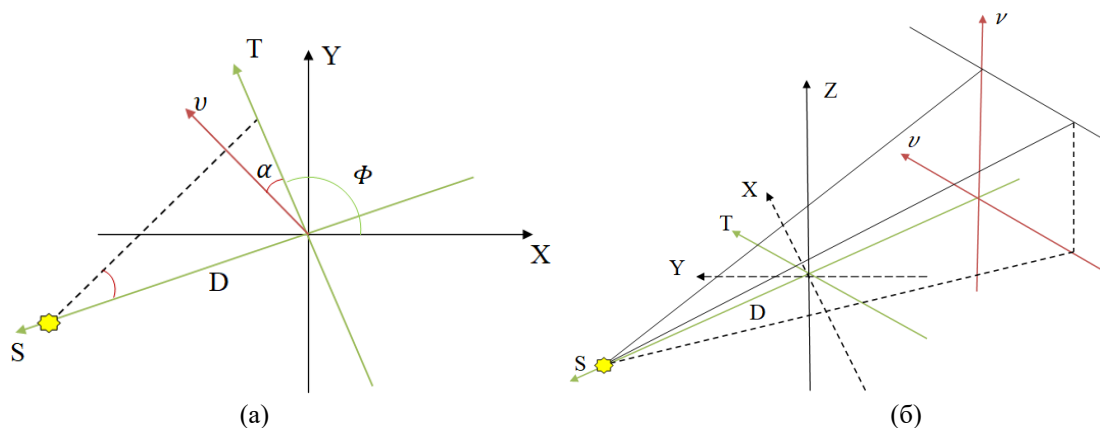


Рис. 3. (а) сканування у серединній площині, (б) геометрія сканування конусного променя.

Fig. 3. (a) mid-plane scan, (b) cone beam scanning geometry.

Алгоритм зворотного проєктування для конусного випромінювача, що зображено на Рис. 3 б, отримується з віялового випадку шляхом застосування формул перетворення координат.

$$f(x, y, z) = \iiint \frac{D}{\sqrt{D^2 + u^2 + v^2}} I(u, v, \Phi) * \frac{D^2}{(D-s)^2} G_y\left(\frac{Dt}{D-s} - u\right) G_z\left(\frac{Dz}{D-s} - v\right) dudvd\Phi, \quad (6)$$

$$\text{де } G_y(u) = \int |q| e^{iqu} dq \text{ та } G_z(v) = \frac{\sin(q_{0z}v)}{\pi v} \begin{cases} t = x \cos(\Phi) + y \sin(\Phi) \\ s = -x \sin(\Phi) + y \cos(\Phi) \end{cases}.$$

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Перевірку роботи алгоритмів будемо проводити за допомогою мови програмування C# на моделі тіла з твердою оболонкою, що складається з 13 шарів товщиною в 1 воксел та розмірами зображення в поперечному перетині 198×198 пікселів з розміром одного пікселя 1 мм^2 , тіло вписується в загальну матрицю розмірами $256 \times 256 \times 20$ вокселів, де розмір одного вокселя 1 мм^3 .

Основною проблемою при дослідженні з лінійною траєкторією руху є обмеженість фізичних розмірів установки. Оскільки для точного відновлення необхідне використання нескінченної прямої, то в реальному досліді реконструкція буде неякісною, як це зображено на Рис. 4. Введемо довжину проходу для випромінювача над детектором такої довжини, щоб при фіксованій висоті прольоту рівній 256 мм над детектором відповідати дослідженню на кути відносно нормалі до детектора від -45 до $+45$ градусів у випадку а), від -60 до $+60$ градусів у випадку б), від -70 до 70 градусів у випадку в), та від -80 до $+80$ градусів у випадку г).

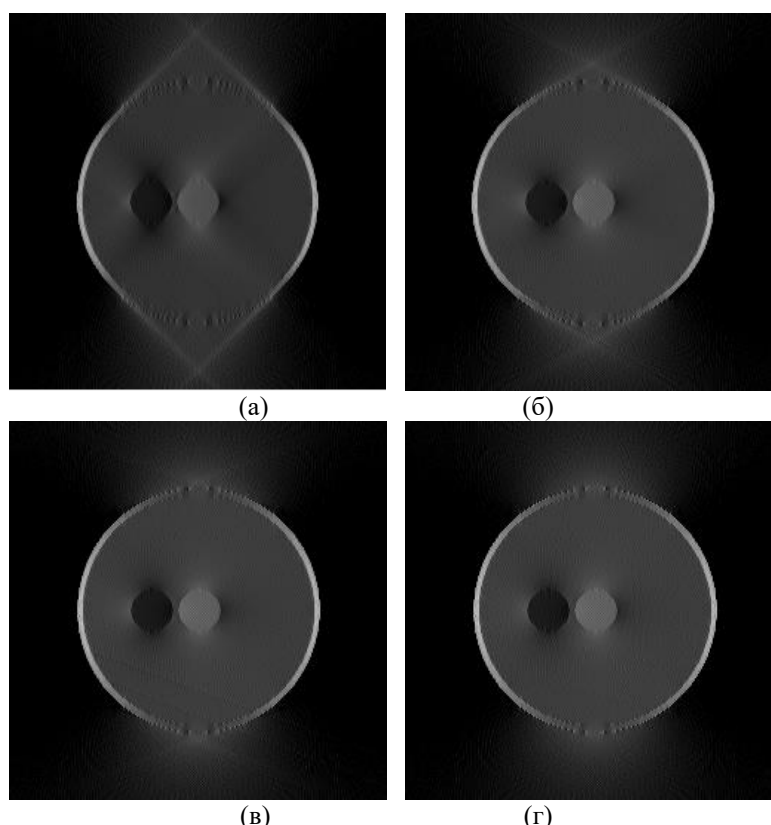


Рис. 4. Результат дослідження з різною довжиною ходу для випромінювача:
(а) 768 мм, (б) 1142 мм, (в) 1662 мм, (г) 3159 мм.

Fig. 4. The result of the scanning with different lengths of the emitter stroke:
(a) 768 mm, (b) 1142 mm, (c) 1662 mm, (d) 3159 mm.

Цю проблему можна подолати використовуючи кілька серій дослідів, тобто послідовних досліджень з довжиною ходу випромінювача у 768 мм та поворотом системи випромінювача та детектора на кут кратний 90 градусам. В такому випадку дослідження в дві серії дорівнює дослідженню від 0 до 180 градусів, дослідження в 4 серії відповідає дослідженню від 0 до 360 градусів. Оскільки дані отримані від 180 до

360 градусів дублюють розподіл густини отриманий від 0 до 180, то недоцільно робити дослідження в три серії. В такому випадку ми продублюємо тільки частину проєкцій, які внесуть артефакти відновлення. На Рис. 5 представлено результати реконструкції порівняно з оригінальним зображенням.

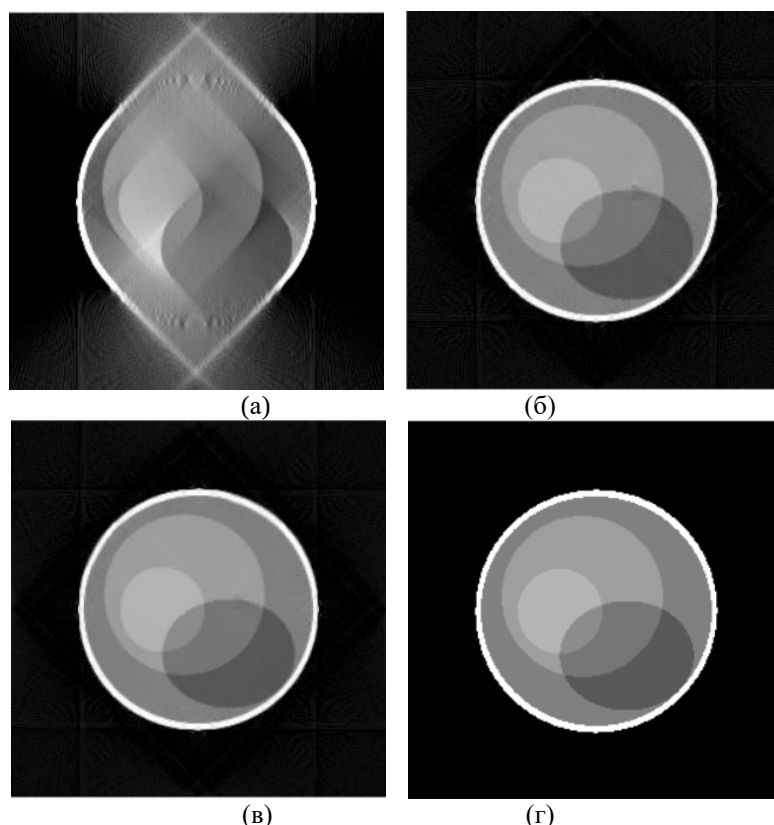


Рис. 5. Результат реконструкції для (а) однієї, (б) двох серій дослідів (в) чотирьох серій дослідів, (г) оригінал зображення.

Fig. 5. The reconstruction result for (a) one, (b) two series of experiments (c) four series of experiments, (d) original image.

Щоб переконатись в якості реконструкції для різних умов порахуємо середньо квадратичне відхилення, що представлено в табл. 1.

Таблиця 1. Порівняння середньоквадратичного відхилення реконструкції для різних умов сканування
Table 1. Comparison of standard deviation of reconstruction for different scanning conditions

	Одна серія дослідів	Дві серії дослідів	Чотири серії дослідів
Нульовий шар	13,48	6,4	3,04
Шостий шар	13,41	6,06	3,54
Дванадцятий шар	11,40	7,73	7,18

В даному експерименті ріст похибки у дальніх шарах пов'язаний з тим, що частина променів, які проходять крізь об'єкт, проходить повз детектора, як зображено на Рис. 6. Рішенням цієї проблеми може стати використання матриці детекторів більшого розміру, або використання рухомого набору детекторів.

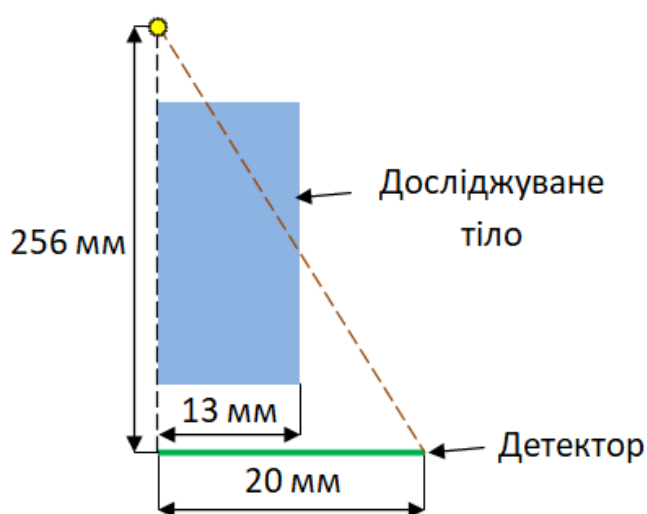


Рис. 6. Недостатність розміру детектора.
Figure 6. Detector size insufficiency.

Для кільцевої геометрії сканування відбувається з кроком обертання в один градус. Обертання випромінювача та детекторів відбувається навколо нульового шару об'єкта. Для лінійної геометрії сканування відбувається так, щоб відповідати променям кільцевої геометрії сканування в похилих площинах з кроком в 1 градус. Розмір сітки детекторів становить 256×20 мм з площиною однієї клітинки 1 мм^2 . Довжина проходу випромінювача для алгоритму з лінійною геометрією сканування складає 768 мм. Реконструкція проводилась з 360 проекцій для кожного з алгоритмів. У випадку лінійного сканування 360 проекцій розбиваються на 4 серії по 90 проекцій при дослідженні на кути $-45-45$, $45-135$, $135-225$, $225-315$ градусів, що забезпечує повне сканування в 360 градусів в параметрах кільцевого сканування.

На Рис. 7. представлено результати роботи.

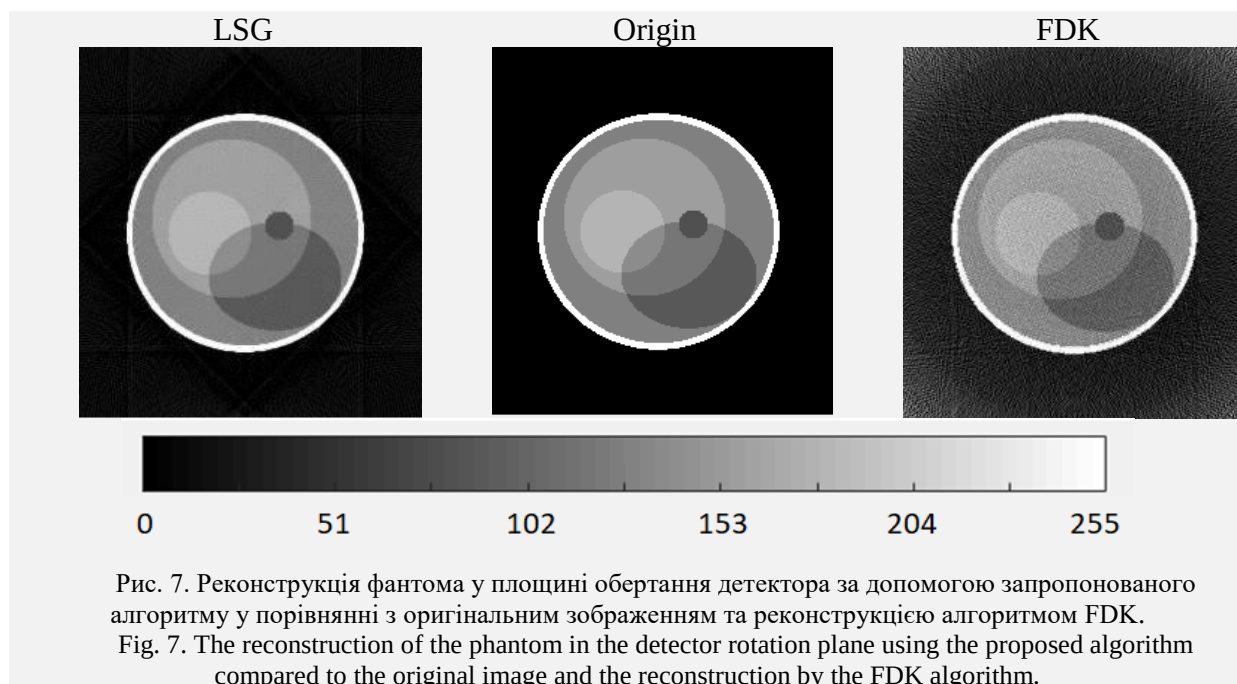


Рис. 7. Реконструкція фантома у площині обертання детектора за допомогою запропонованого алгоритму у порівнянні з оригінальним зображенням та реконструкцією алгоритмом FDK.

Fig. 7. The reconstruction of the phantom in the detector rotation plane using the proposed algorithm compared to the original image and the reconstruction by the FDK algorithm.

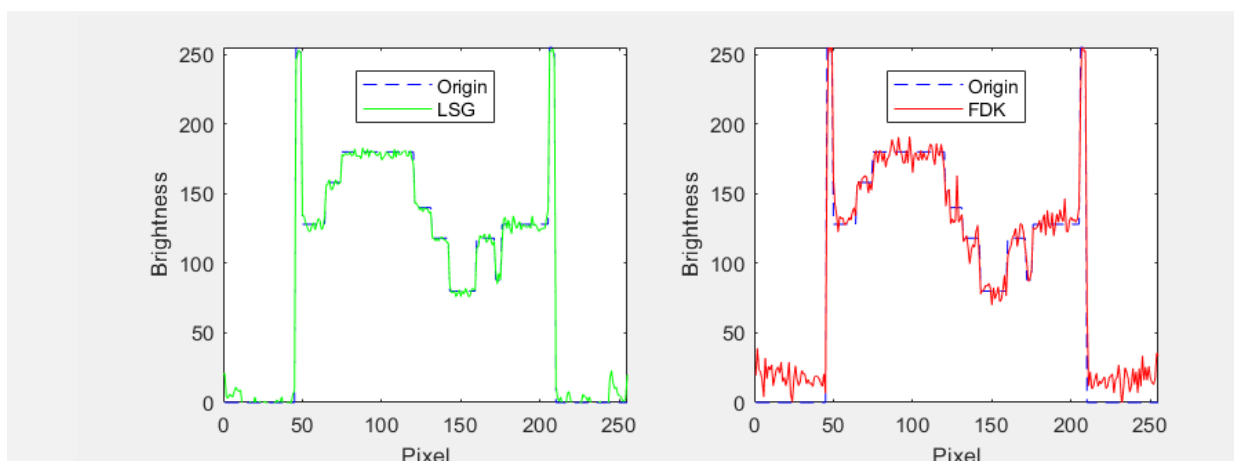


Рис. 7. Продовження. Реконструкція фантома у площині обертання детектора за допомогою запропонованого алгоритму у порівнянні з оригінальним зображенням та реконструкцією алгоритмом FDK.

Fig. 7. Continuation. The reconstruction of the phantom in the detector rotation plane using the proposed algorithm compared to the original image and the reconstruction by the FDK algorithm.

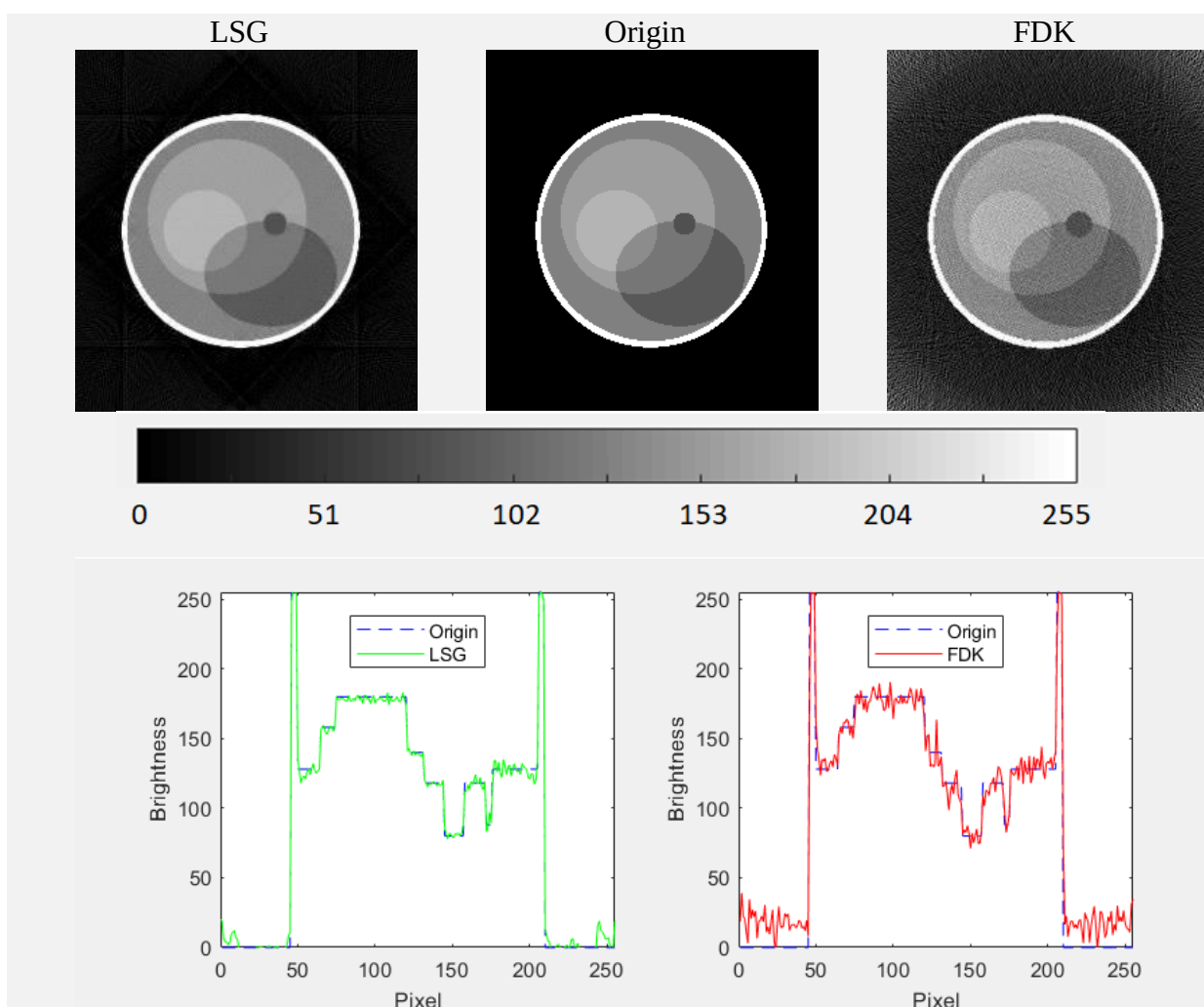


Рис. 8. Реконструкція фантома третього шару за допомогою запропонованого алгоритму у порівнянні з оригінальним зображенням та реконструкцією алгоритмом FDK.

Fig. 8. Reconstruction of the phantom's third-layer using the proposed algorithm compared to the original image and the reconstruction by the FDK algorithm.

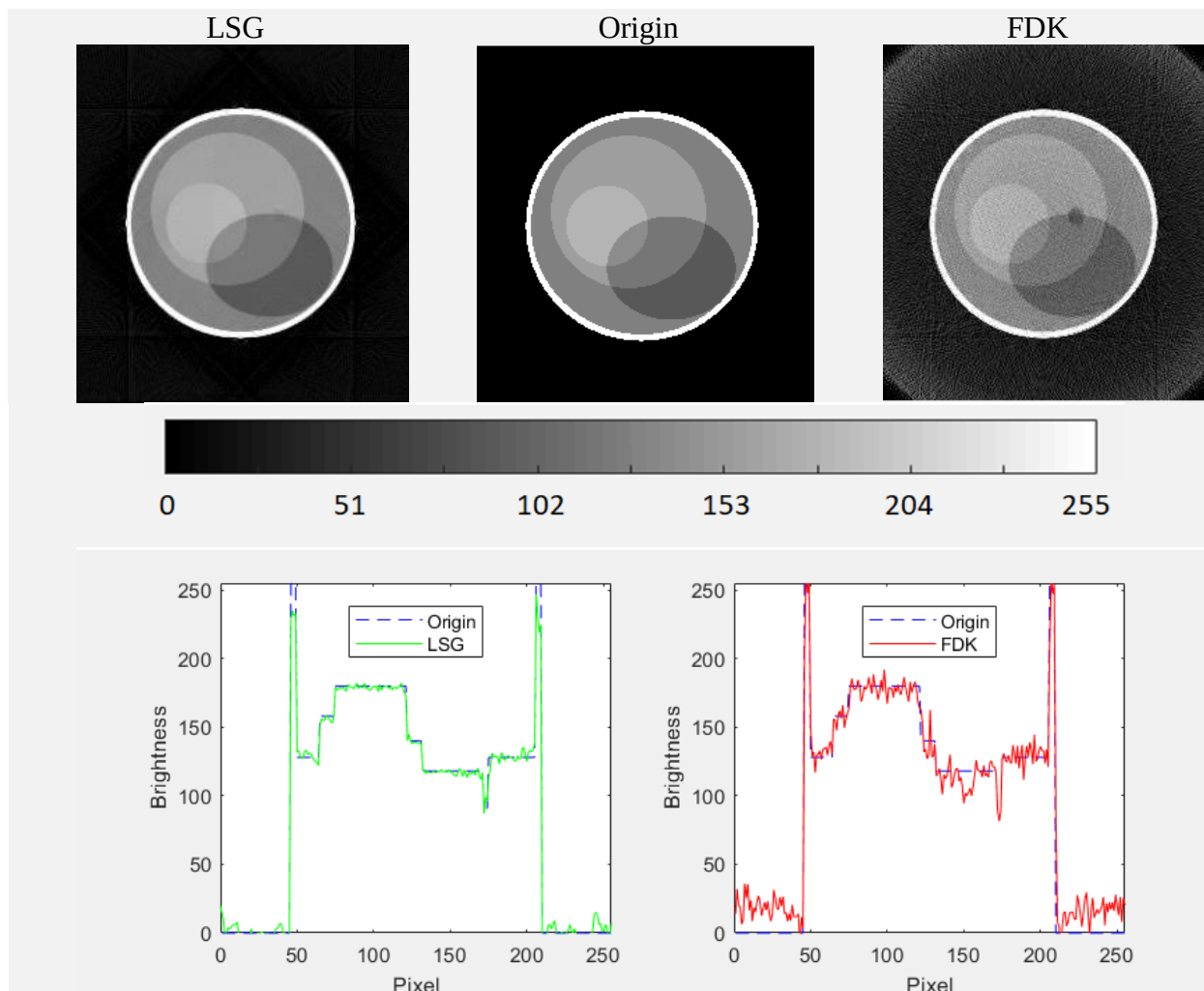


Рис. 9. Реконструкція фантома шостого шару за допомогою запропонованого алгоритму у порівнянні з оригінальним зображенням та реконструкцією алгоритмом FDK.
 Fig. 9. Reconstruction of the phantom's sixth-layer using the proposed algorithm compared to the original image and the reconstruction by the FDK algorithm.

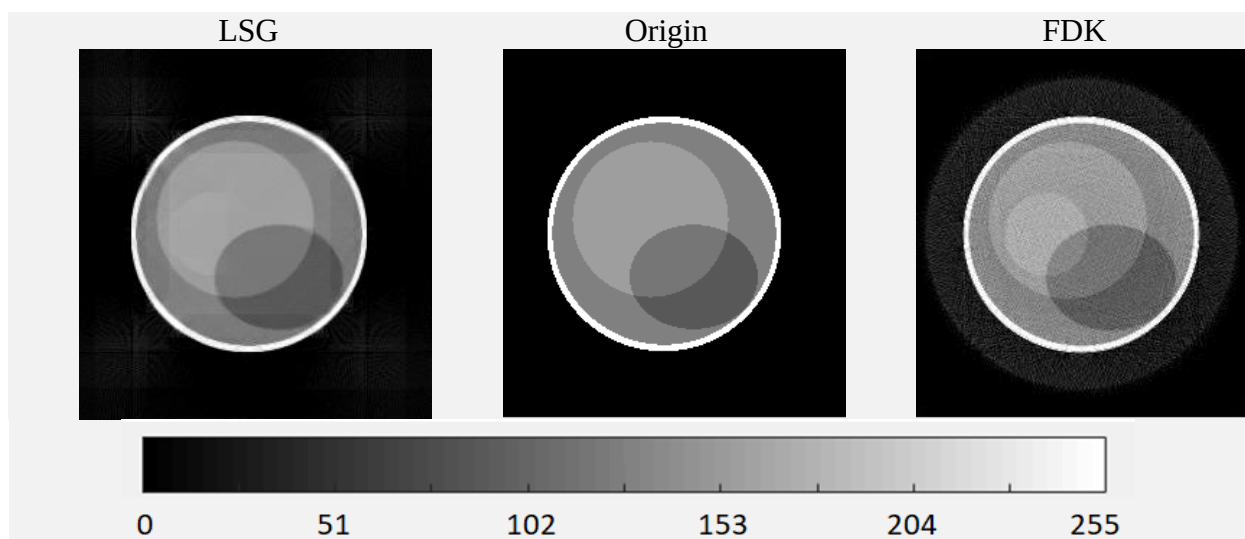


Рис. 10. Реконструкція фантома дев'ятого шару за допомогою запропонованого алгоритму у порівнянні з оригінальним зображенням та реконструкцією алгоритмом FDK.
 Fig. 10. Reconstruction of the phantom's ninth-layer using the proposed algorithm compared to the original

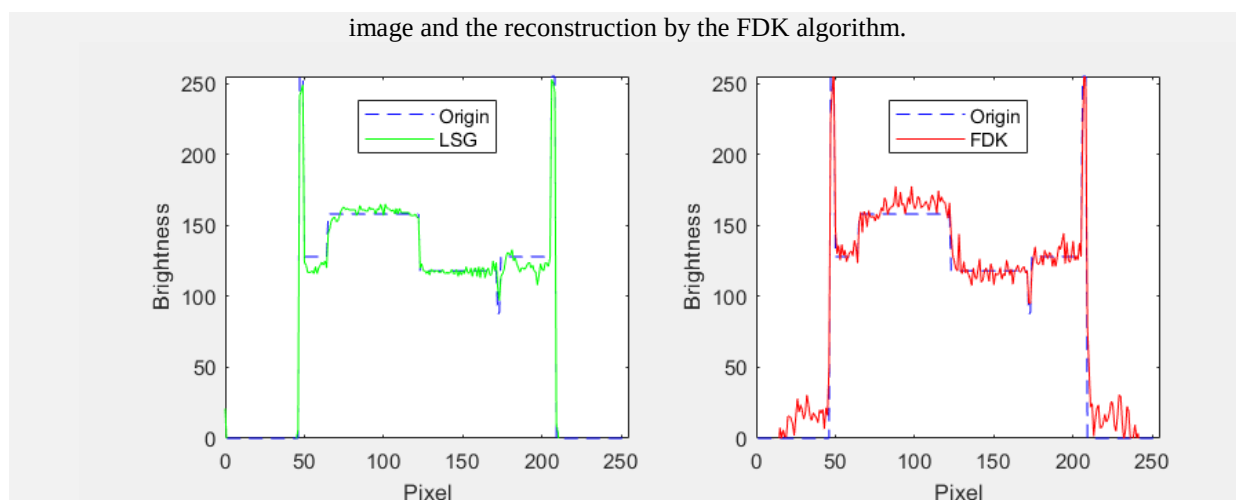


Рис. 10. Продовження. Реконструкція фантома дев'ятого шару за допомогою запропонованого алгоритму у порівнянні з оригінальним зображенням та реконструкцією алгоритмом FDK.

Fig. 10. Continuation. Reconstruction of the phantom's ninth-layer using the proposed algorithm compared to the original image and the reconstruction by the FDK algorithm.

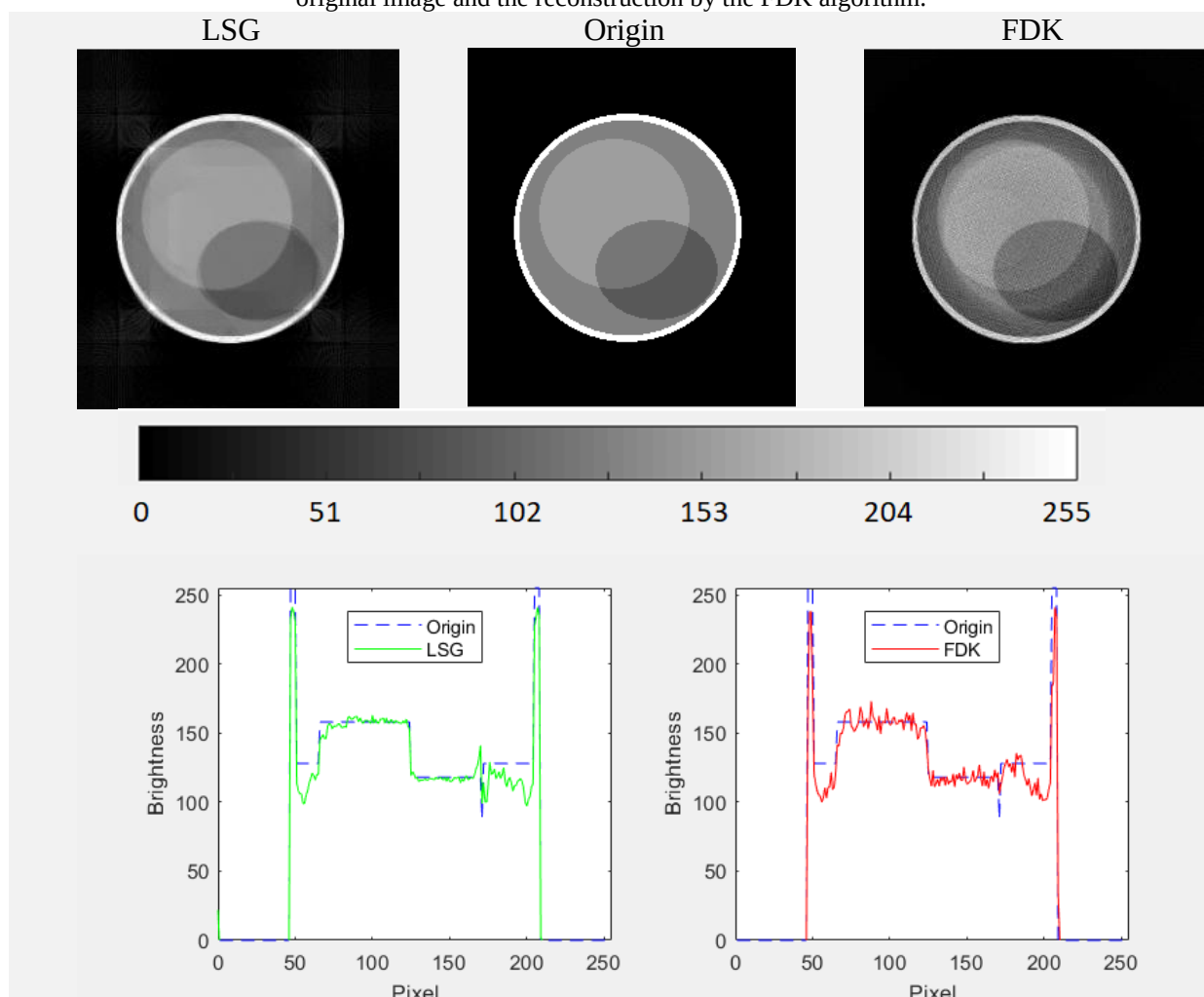


Рис. 11. Реконструкція фантома дванадцятого шару за допомогою запропонованого алгоритму у порівнянні з оригінальним зображенням та реконструкцією алгоритмом FDK.

Fig. 11. Reconstruction of the phantom's twelfth-layer using the proposed algorithm compared to the original image and the reconstruction by the FDK algorithm.

Результати реконструкції об'єктів за допомогою алгоритмів відображають ефективність їхнього застосування, і важливою характеристикою є час, який потрібен для виконання процесу. У цій роботі розрахунки виконувалися на центральному процесорі 11-th Gen Intel(R) Core i5-11400H із тактовою частотою 2,70 ГГц. Виконання коду відбувалось в одному потоці без використання паралельних обчислень.

У випадку обробки одного шару досліджуваного об'єкту, що представлений зображенням розмірами 256×256 пікселів, час реконструкції з використанням стандартного алгоритму FDK складає 2,7 хвилини, в той час як обрахунок зворотної проекції за допомогою алгоритму LSG складає 1,2 хвилини. Отже, можна відзначити прискорення у часі виконання між цими двома алгоритмами у 2,25 рази.

Причиною такої різниці є менша кількість змінних інтегрування в розробленому алгоритмі LSG, що призводить до меншої кількості операцій і, відповідно до цього, прискорює процес реконструкції. Такі відмінності в ефективності алгоритмів важливо враховувати при виборі методів обробки даних у медичній та інших областях, де важливий швидкий та точний аналіз інформації.

ВИСНОВКИ

У статті було наведено нову методику сканування, алгоритм реконструкції для конусного пучка та представлено порівняння з класичним алгоритмом тривимірної реконструкції. Дослідження показало, що використання прямої лінії як геометрії сканування забезпечує більшу проекційну повноту даних і дозволяє отримати більш точну та детальну реконструкцію об'єкта. Порівняно з коловим рухом, лінійна геометрія сканування хоч і зазнає артефактів через наближення, але вони виявляються значно меншими і водночас дозволяють отримати якісне представлення про розподіл особливостей структури тіла при більших кутах конусності променя ніж при звичних методах дослідження.

Ще одною перевагою розробленого алгоритму LSG є швидша обробка даних порівняно з класичним алгоритмом FDK, так було отримано прискорення обрахунку реконструкції у 2,25 рази. Така перевага запропонованого алгоритму є дуже важливою у випадку, коли необхідно обробити великий обсяг даних або ж проводити багато реконструкцій у реальному часі. Такий підхід дозволить використовувати томографію більш ефективно в клінічній та науковій практиці, сприяючи точнішим та швидшим діагностичним процедурам.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори повідомляють про відсутність конфлікту інтересів.

Authors' ORCID ID

T. G. Vikhtinskaya  <https://orcid.org/0000-0001-8265-4371>

K. E. Lapitan  <https://orcid.org/0000-0003-0050-405X>

K. E. Nemchenko  <https://orcid.org/0000-0002-0734-942X>

REFERENCES

1. Radon J. On the determination of functions from their integral values along certain manifolds. IEEE Transactions on Medical Imaging. 1986;5(4):170–6. <https://doi.org/10.1109/TMI.1986.4307775>
2. Proksa R, Kohler T, Grass M, Timmer J. The n-PI-method for helical cone-beam CT. IEEE Transactions on Medical Imaging. 2000;19(9):848–63. <https://doi.org/10.1109/42.887834>
3. Tuy HK. An inversion formula for cone-beam reconstruction. SIAM Journal on Applied Mathematics. 1983;43(3):546–52. <https://doi.org/10.1137/0143035>
4. Clack R, Defrise M. Cone-beam reconstruction by use of Radon transform intermediate functions. Journal of the Optical Society of America A. 1994;11(2):580–5. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.11.000580>

5. Smith BD. Image reconstruction from cone-beam projections: Necessary and sufficient conditions and reconstruction methods. *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 1985;4(1):14–25. <https://doi.org/10.1109/tmi.1985.4307689>
6. Kudo H, Noo F, Defrise M. Quasi-exact filtered backprojection algorithm for long-object problem in helical cone-beam tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 2000;19(9):902–21. <https://doi.org/10.1109/42.887838>
7. Jacobson C. Fourier methods in 3D-reconstruction from cone-beam data. Linköping: Department of Electrical Engineering, Linköping University; 1996. 256 p.
8. Grangeat P. *Analysis of a 3D imaging device by reconstruction from cone beam X ray radiographs [dissertation]*. Ecole Nationale Supérieure des Telecommunications. 1987. 458 p.
9. Feldkamp LA, Davis LC, Kress JW. Practical cone-beam algorithm. *Journal of the Optical Society of America A*. 1984;1(6):612–9. <https://doi.org/10.1364/josaa.1.000612>
10. Fu Z, Tseng HW, Vedantham S. An attenuation field network for dedicated cone beam breast CT with short scan and offset detector geometry. *Scientific Reports*. 2024;14:319. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-51077-1>
11. Wu Weiwen, Quan Chao, Liu Fenglin. Filtered back-projection image reconstruction algorithm for opposite parallel linear CT scanning. *Acta Optica Sinica*. 2016;36(9):0911009. <https://doi.org/10.3788/aos201636.0911009>
12. Smith BD. Cone-beam tomography: Recent advances and a tutorial review. *Optical Engineering*. 1990;29(5):524–34. <https://doi.org/10.1117/12.55621>
13. Kowalski G. Fast 3-D scanning systems using a limited tilting angle. *Applied Optics*. 1977;16(6):1686–90. <https://doi.org/10.1364/ao.16.001686>
14. Zeng GL, Clack R, Gullberg GT. Implementation of Tuy's cone-beam inversion formula. *Physics in Medicine and Biology*. 1994;39(3):493–507. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/39/3/014>
15. Hatamikia S, Biguri A, Herl G, Kronreif G, Reynolds T, Kettenbach J, et al. Source-detector trajectory optimization in cone-beam computed tomography: A comprehensive review on today's state-of-the-art. *Physics in Medicine and Biology*. 2022;67(16):16TR03. <https://doi.org/10.1088/1361-6560/ac8590>
16. Reynolds T, Ma YQ, Kanawati AJ, Constantinidis A, Williams Z, Gang G, et al. Extended intraoperative longitudinal 3-dimensional cone beam computed tomography imaging with a continuous multi-turn reverse helical scan. *Investigative Radiology*. 2022;57(11):764–72. <https://doi.org/10.1097/rli.0000000000000885>
17. Hatamikia S, Biguri A, Kronreif G, Kettenbach J, Russ T, Furtado H, et al. Optimization for customized trajectories in cone beam computed tomography. *Medical Physics*. 2020;47(10):4786–99. <https://doi.org/10.1002/mp.14403>
18. Zeng GL. Revisit of the ramp filter. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2015;62(1):131–6. <https://doi.org/10.1109/tns.2014.2363776>

SEGMENTED ALGORITHM FOR THREE-DIMENSIONAL RECONSTRUCTION IN LINEAR SCAN GEOMETRY

T. G. Vikhtinskaya , K. E. Lapitan , K. E. Nemchenko 

V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Square, Kharkiv, 61022, Ukraine

e-mail: konstantinlapitan@gmail.com

Submitted February 8, 2024; Revised May 3, 2024;

Accepted May 18, 2024

Background: Computer tomography is recognized as one of the most powerful methods for diagnosis, and monitoring of a wide range of diseases. It provides the ability to obtain detailed information about the internal structure of organs and bones. Despite the success of computed tomography in areas such as three-dimensional mammography or lung radiography, it has not achieved the same level of widespread as, for example, magnetic resonance imaging, even if CT offers greater accuracy. This is primarily due to safety limitations on the permissible number of examinations due to the harmfulness of X-ray radiation to the patient. One of the main challenges facing researchers is the need to reduce the time of the entire examination and decrease the radiation exposure to the patient. Overcoming these challenges is crucial for improving the overall efficiency of medical services, optimizing treatment plans, and ultimately enhancing patient outcomes. Thus, addressing these issues through innovative algorithms and methods in computed tomography holds significant potential for revolutionizing medical diagnostics and ensuring continuous progress in modern healthcare.

Objectives: The aim of this work was to develop an algorithm for three-dimensional reconstruction that is independent of the conicity of the radiation beam. Therefore, it allows for accurate reconstruction of the entire object with a single rotation of the radiation source around the investigated object.

Materials and Methods: The work utilizes methods of integral transforms and computer modeling to solve inverse problems arising in computer tomography.

Results: An analytical inversion formula was obtained for three-dimensional computer tomography with linear scan geometry and segmentation. The feasibility of the developed algorithm was verified, and a methodology for research with linear motion of the conical emitter and detectors was developed.

Conclusions: The developed algorithm improves the reconstruction of object layers significantly distant from the plane in which the emitter and detector move, compared to existing algorithms.

KEY WORDS: computed tomography; conical beam; Feldkamp algorithm; three-dimensional reconstruction; medical diagnostics.