

МЕДИЧНА ФІЗИКА

УДК 534.29

**ПОЛНЫЙ ДОПЛЕРОВСКИЙ СПЕКТР ПРИ РАССЕЯНИИ
ИМПУЛЬСНЫХ СФОКУСИРОВАННЫХ ВОЛН
НА АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ ПОТОКАХ****Е.А. Баранник, И.В. Скресанова***Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков 61077*

Поступила в редакцию 20 декабря 2005 г.

На основе известного решения для спектров мощности доплеровских сигналов, формируемых откликом линии тока, получены общие аналитические выражения для полных доплеровских спектров мощности при рассеянии импульсных сфокусированных волновых пучков на аксиально-симметричных потоках. Получено, в частности, выражение для пуазейлевского потока, устанавливающее коэффициент пропорциональности между средней по сечению кровеносного сосуда скоростью потока крови и средней частотой доплеровского спектра. Найденные выражения позволяют повысить точность измерения диагностически важных параметров потоков крови.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ультразвук, доплеровский спектр, скорость потока крови, измерение скорости.

Как известно [1], одним из важнейших количественных параметров, определяемых в процессе ультразвуковых доплеровских диагностических исследований, является поток или расход крови Q . Расход крови определяется непосредственно измеряемой величиной *time average velocity* (TAV), которая представляет собой усредненную по времени и среднюю по сечению кровеносного сосуда скорость потока крови. Используя TAV и данные о диаметре $D = 2R$ сосуда, можно вычислить величину так называемой объемной скорости потока [1]: $V_{vol} = Q \cdot 60 = A \cdot TAV \cdot 60$, где $A = \pi \cdot D^2 / 4$ – площадь поперечного сечения сосуда. Как TAV, так и V_{vol} являются важнейшими диагностическими характеристиками для идентификации целого ряда сосудистых патологий [1].

В общем случае названные диагностические параметры могут быть определены с помощью измеряемых спектров ультразвукового доплеровского отклика потока крови в кровеносном сосуде. Поэтому проблема интерпретации доплеровских спектров, получаемых методами ультразвуковой доплеровской диагностики, остаётся актуальной до настоящего времени. В современной ультразвуковой диагностике применяются, как правило, импульсные сфокусированные пучки волн. К настоящему времени общие физические механизмы формирования спектральных характеристик доплеровских сигналов, отмеченные в [2], известны достаточно хорошо. На ширину доплеровского спектра отклика линии тока наибольшее влияние оказывает величина измерительного объема, задаваемого длительностью зондирующих импульсов, и дифракционное искривление волнового фронта зондирующих пучков волн, формируемых ультразвуковым преобразователем в различных режимах фокусирования волн [3]. При непрерывном излучении пучков плоских волн известны общие аналитические выражения для полных спектров при произвольном соотношении между шириной пучков волн и поперечным размером исследуемого потока крови [4,5]. Аналогичным образом, известны полные спектры мощности доплеровского сигнала при зондировании короткими импульсами сфокусированного пучка волн [3,5-7].

В то же время до сих пор не получены общие выражения для полных доплеровских спектров, учитывающие фокусирование волн при произвольном соотношении между длительностью зондирующих импульсов и диаметром кровеносного сосуда. Эта задача весьма актуальна, поскольку ее решение позволяет повысить точность определения средней по сечению сосуда скорости потока крови и расход крови (мгновенный и средний по времени). Корректный пересчет средних скоростей, получаемых из спектральных данных, в средние по диаметру кровеносного сосуда скорости необходим для правильной калибровки ультразвуковых доплеровских диагностических сканеров.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ**Полные спектры для аксиально-симметричных потоков**

В основе проведенного исследования доплеровских спектров, учитывающего распределение скорости движения рассеивателей ультразвука и влияние фокусирования пучков волн, лежит общее выражение для спектра мощности доплеровского отклика линии тока [3,6,7], которое справедливо при произвольной длительности зондирующих импульсов:

Полный доплеровский спектр при рассеянии импульсных ...

$$S(\omega, y, z) = \frac{\pi \langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \rangle (1 + \gamma^2)^{1/2} (Aa^2 k^2)^2}{16 \cos^2 \vartheta \left\{ \sigma_0^4 + (\pi N)^{-4} \left[\frac{l_0}{l_F} (1 + \gamma^2) - \gamma \right]^2 \right\}^{1/2} \frac{v}{V} \left\{ (l_F - l_0)^2 + l_0^2 \right\}^{3/2}} \times \quad (1)$$

$$\times \exp \left\{ \frac{\Omega^2}{2\sigma_0^2} - \frac{4(1 + \gamma^2)\sigma_0^2 (\pi N \cos \vartheta)^{-2}}{\sigma_0^4 + (\pi N)^{-4} \left[\frac{l_0}{l_F} (1 + \gamma^2) - \gamma \right]^2} \left[\frac{y}{a} - \frac{\sin \vartheta \left[\frac{l_0}{l_F} (1 + \gamma^2) - \gamma \right] a}{8l_F \sigma_0^2} \right]^2 - \frac{4}{\left(1 - \gamma \frac{l_0}{l_F} \right)^2 + \frac{l_0^2}{l_F^2}} \frac{z^2}{a^2} \right\}$$

где

$$\Omega(y, z) = \frac{\omega}{\omega_d} - 1 = \frac{\omega}{2kV(y, z) \cos \vartheta} - 1, \quad \sigma_0^2 = \frac{a^2}{8l_F^2} (1 + \gamma^2) \text{tg}^2 \vartheta + (\pi N)^{-2}. \quad (2)$$

Здесь $\gamma = l_F / R_0$ - степень фокусирования волн, $l_F = \pi a^2 / \lambda$ - длина зоны Френеля, $a = \alpha b$ - полуширина пучка с гауссовской аподизацией апертуры ($\alpha = \text{Const} \leq 1$), A - амплитуда акустического давления, создаваемого ультразвуковым преобразователем, v - постоянная, определяемая радиусом корреляции рассеивающих неоднородностей, $\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \rangle$ - статистически усредненный квадрат разности флуктуаций сжимаемости и плотности жидкой среды (крови), N - число колебаний несущей частоты в зондирующем импульсе, ϑ и l_0 - соответственно угол и глубина зондирования, как показано на рис. 1.

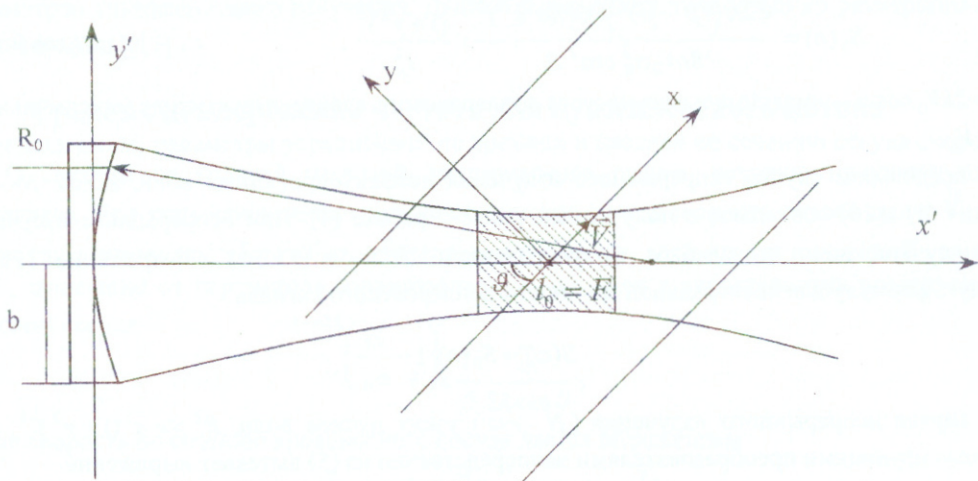


Рис. 1 Относительное положение измерительного объема и системы координат, связанной с потоком крови.

Для вычисления полного спектра мощности доплеровского отклика необходимо проинтегрировать выражение (1) по координатам линий тока y, z с учётом закона распределения скорости течения $V(y, z)$. Особый интерес представляют результаты интегрирования в аналитическом виде, позволяющие легко установить их физический смысл и получить расчетные формулы для анализа свойств потока. В общем случае такое интегрирование невыполнимо даже для наиболее простых аксиально-симметричных потоков. Получить аналитические результаты удастся, однако, путём некоторых упрощающих предположений, которые по существу не меняют физического содержания задачи. Рассмотрим случай совмещённых в пространстве центра измерительного объема и реального фокуса пучков волн: $l_0 = F$. Этот случай представляет собой и непосредственный практический интерес, поскольку в ультразвуковой диагностике такое совмещение соответствует реальной процедуре измерений и может производиться как автоматически, так и устанавливаться оператором. Для пучков волн с гауссовской аподизацией амплитуда достигает максимума в точке $F = l_F (1 + \gamma^2)^{-1}$, поэтому выражение (1) может быть переписано в виде

$$S(\omega, y, z) = \frac{\pi \langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \rangle (Aa^2 k^2)^2}{16 \sigma_0^2 \cos^2 \vartheta} \frac{v}{V} \frac{(1 + \gamma^2)^2}{l_F^2} \exp \left\{ - \frac{\Omega^2}{2\sigma_0^2} - \frac{4(1 + \gamma^2)}{a^2} \left(\frac{(\pi N \cos \vartheta)^{-2}}{\sigma_0^2} y^2 + z^2 \right) \right\}. \quad (3)$$

Для аксиально-симметричных течений $V = V(\rho)$, где $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$, удобнее перейти к цилиндрическим координатам ρ, φ . Тогда после интегрирования по φ находим

$$S(\omega) = \frac{\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \rangle (\pi A R a^2 k^2)^2}{16 \sigma_0^2 \cos^2 \vartheta} v \frac{(1 + \gamma^2)^2}{l_f^2} \int_0^1 \frac{I_0 \left(\frac{2R^2}{a^2} (1 + \gamma^2) \left(1 - \frac{(\pi N \cos \vartheta)^{-2}}{\sigma_0^2} \right) x \right)}{V(x)} \times \exp \left\{ -\frac{\Omega^2}{2\sigma_0^2} - \frac{2R^2}{a^2} (1 + \gamma^2) \left(1 + \frac{(\pi N \cos \vartheta)^{-2}}{\sigma_0^2} \right) x \right\} dx, \quad (4)$$

где $x = \rho^2 / R^2$, $I_0(x)$ – цилиндрическая функция Бесселя мнимого аргумента.

Выберем закон изменения скорости по сечению сосуда в виде $V(x) = V_0(1 - x^{n/2})$, где V_0 – максимальная скорость потока и $n \geq 2$. Значение $n = 2$ соответствует пуазейлевскому профилю скорости, который, как известно [2], характерен для артериальных кровеносных сосудов в норме. Полагая, что наибольший вклад в полный доплеровский спектр вносят градиенты скорости движения вдоль линий тока в измерительном объеме, и учитывая, что $l_f / a \gg 1$, можно перейти к $\delta(\Omega)$. Тогда после интегрирования (4) с δ -функцией окончательно находим выражения для полного спектра

$$S(\omega) = S_0(n) I_0 \left(\frac{2R^2}{a^2} (1 + \gamma^2) c_- \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{\frac{2}{n}} \right) \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{\frac{2}{n}-1} \exp \left(-\frac{2R^2}{a^2} (1 + \gamma^2) c_+ \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{\frac{2}{n}} \right) \quad (5)$$

$$S_0(n) = \frac{\sqrt{2\pi} \langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \rangle (\pi A R a^2 k^2)^2}{8n V_0 \sigma_0^2 \cos^2 \vartheta} v \frac{(1 + \gamma^2)^2}{l_f^2}, \quad c_{\pm} = 1 \pm (\pi N \cos \vartheta \sigma_0)^{-2}, \quad (6)$$

где $\omega_0 = 2kV_0 \cos \vartheta$ – «максимальная» частота доплеровского сдвига, отвечающая максимальной скорости течения V_0 .

В предельном случае непрерывного излучения нефокусированных волн, когда $N \rightarrow \infty$ и $\gamma \rightarrow 0$, выражения (5) и (6) совпадают с полученным ранее в работе [4]. При непрерывном излучении ($N \rightarrow \infty$) широких пучков волн со слабым фокусированием $R^2 \ll a^2(1 + \gamma^2)^{-1}$ выражение (5) переходит в следующую формулу для спектральной мощности доплеровского сигнала

$$S(\omega) = S_0(n) \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{2/n-1} \quad (7)$$

В случае непрерывного излучения ($N \rightarrow \infty$) узких пучков волн $R^2 \gg a^2(1 + \gamma^2)^{-1}$, формируемых сильнофокусирующими преобразователями непосредственно из (5) вытекает выражение

$$S(\omega) = \frac{S_0(n)}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{2R^2}{a^2} (1 + \gamma^2) \right]^{-1/2} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{1/n-1}, \quad (8)$$

которое при $\gamma \rightarrow 0$ переходит в формулу для нефокусированных волн [4].

В реальных ультразвуковых диагностических комплексах при измерении спектрально-доплеровских характеристик потоков крови в кровеносном сосуде апертура излучения, как правило, совпадает по порядку величины с диаметром исследуемого сосуда. Поэтому условие $R^2 \gg a^2(1 + \gamma^2)^{-1}$ соответствует случаю достаточно сильного фокусирования, которое в реальности имеет величину порядка $\gamma = 2 \div 8$. Тогда при достаточно больших углах зондирования ($\vartheta > \pi/4$) и большой длительности зондирующих импульсов выполняется условие $(\pi N \cos \vartheta \sigma_0)^{-2} \ll 1$. В результате с учётом известной асимптотики функции Бесселя при больших значениях аргумента приходим к следующему выражению

$$S(\omega) = \frac{S_0(n)}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{2R^2}{a^2} (1 + \gamma^2) c_- \right)^{-1/2} \exp \left(-\frac{4R^2}{a^2} (1 + \gamma^2) \frac{(\pi N \cos \vartheta)^{-2}}{\sigma_0^2} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{2/n} \right) \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{2/n-3/2}. \quad (9)$$

Полный доплеровский спектр при рассеянии импульсных ...

Далее, рассмотрим случай таких длительностей импульсов, при которых аргумент функции Бесселя в выражении (5) по мере дальнейшего уменьшения N оказывается достаточно малой величиной, а величина самой функции близка к 1. Тогда в соответствии с (5) полный доплеровский спектр имеет следующую форму

$$S(\omega) = S_0(n) \exp\left(-\frac{4R^2}{a^2}(1+\gamma^2)\left(1-\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2/n}\right) \left(1-\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2/n-1} \quad (10)$$

Из равенства $(\pi N \cos \vartheta \sigma_0)^{-2} = 1$ можно получить соответствующее данному случаю выражение для N

$$N = \frac{2\sqrt{2}l_F}{\pi a \sqrt{1+\gamma^2}}$$

По физическому смыслу это означает, что поперечный размер измерительного объема в реальном фокусе совпадают с продольным, определяемым длительностью импульса.

Интерес представляет также рассмотрение спектров при малом измерительном объеме в случае, когда пренебрежимо малых градиентов скорости движения крови. Тогда в (4) можно сразу заменить пуазейлевский поток «поршневым» потоком с постоянной по сечению скоростью V_0 в центре сосуда и произвести интегрирование по всему пространству. С учетом малости аргумента функции Бесселя и хорошей сходимости интеграла интегрирование в (4) можно распространить до бесконечности, в результате чего получаем

$$S(\omega) = \frac{\tilde{S}_0}{V_0} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\Omega_0^2}{2\sigma_0^2} - \frac{4R^2}{a^2}(1+\gamma^2)x\right) dx = \frac{\tilde{S}_0}{V_0} \left(\frac{4R^2}{a^2}(1+\gamma^2)\right)^{-1} \cdot \exp\left(-\frac{\Omega_0^2}{2\sigma_0^2}\right), \quad (11)$$

$$\tilde{S}_0 = \frac{\langle(\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2\rangle (\pi A R a^2 k^2)^2}{16\sigma_0^2 \cos^2 \vartheta} \nu \frac{(1+\gamma^2)^2}{l_F^2} \quad \Omega_0 = \frac{\omega}{\omega_0} - 1 = \frac{\omega}{2kV_0 \cos \vartheta} - 1.$$

В этом случае ширина спектра зависит только от постоянной по сечению сосуда скорости движения потока крови V_0 и параметров ультразвукового излучения. Данное выражение с точностью до размерного множителя совпадает с полученным в [3,7].

Средняя доплеровская частота для пуазейлевского потока

Как отмечалось выше, параметры усредненной по времени и средней по сечению сосуда скорости TAV и расхода крови Q связаны со средней частотой доплеровского сдвига, которую получают из спектров доплеровского сигнала. При этом мгновенные средние по сечению сосуда скорости потока крови \bar{V} могут быть вычислены по средним значениям частоты $\bar{\omega}$ доплеровского спектра, если ввести некоторый калибровочный коэффициент β , зависящий от параметров зондирующего пучка волн и характеристик исследуемого потока крови в кровеносном сосуде

$$\hat{V} = \frac{1}{\beta} \frac{\bar{\omega}}{2k \cos \vartheta}, \quad (12)$$

Истинная средняя скорость по сечению кровеносного сосуда дается выражением

$$\hat{V} = (\pi R^2)^{-1} \int_0^R 2\pi \rho V(\rho) d\rho = \frac{V_0}{2}, \quad (13)$$

поэтому коэффициент β , который может быть определен экспериментально при калибровке ультразвуковой доплеровской диагностической системы, равен

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{kV_0 \cos \vartheta}.$$

Средняя по спектру частота доплеровского сдвига вычисляется по формуле

$$\bar{\omega} = \frac{\int_0^{\omega_0} \omega S(\omega) d\omega}{\int_0^{\omega_0} S(\omega) d\omega} \quad (14)$$

Для пуазейлевского потока ($n=2$) доплеровский спектр (7), получаемый при непрерывном излучении слабых слабо фокусированных пучков волн, становится равномерным $S(\omega) = S(2) = const$. Значение калибровочного коэффициента β в этом случае равно 1.

Выражение (9) при $n=2$ принимает вид

$$S(\omega) = \frac{S_0(2)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{4R^2}{a^2}(1+\gamma^2) \frac{(\pi N \cos \vartheta)^{-2}}{\sigma_0^2} \left(1-\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right) \left[\frac{2R^2}{a^2}(1+\gamma^2) c \left(1-\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right]^{-1/2},$$

что позволяет определить среднюю частоту доплеровского сдвига при импульсно-доплеровском зондировании

фокусированными пучками волн

$$\bar{\omega} = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2C} + \frac{e^{-C}}{\sqrt{\pi C} \operatorname{erf}(\sqrt{C})} \right), \quad (15)$$

$$C = \frac{4R^2(1+\gamma^2)}{a^2} (\pi N \cos \vartheta \sigma_0)^{-2}, \quad (16)$$

где $\operatorname{erf}(x)$ - интеграл ошибок. Тогда

$$\beta = 2 \left(1 - \frac{1}{2C} + \frac{e^{-C}}{\sqrt{\pi C} \operatorname{erf}(\sqrt{C})} \right). \quad (17)$$

С учетом известного разложения функции $\operatorname{erf}(x)$ в степенной ряд при малых значениях аргумента

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[x - \frac{x^3}{1! \cdot 3} + \frac{x^5}{2! \cdot 5} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n! \cdot (2n+1)} + \dots \right],$$

с точностью до квадратичных членов разложения получаем значение $\beta = 4/3$, которое является минимально возможным, как видно из рис.2. В соответствии с (16) этот предельный случай отвечает непрерывному излучению волн и может быть получен при непосредственном интегрировании (8), полагая также $n=2$.

По мере уменьшения длительности импульсов величина C возрастает и, несмотря на выполнение

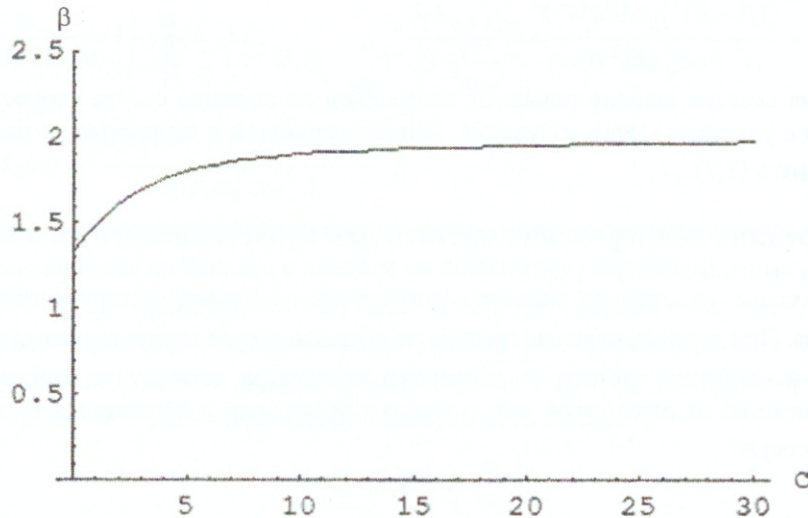


Рис. 2 Зависимость калибровочного коэффициента $\beta = 2\bar{\omega}/\omega_0$ от C при углах $\vartheta > \pi/4$ и сильном фокусировании пучка ($\gamma = 2 + 8$)

условия $(\pi N \cos \vartheta \sigma_0)^{-2} \ll 1$, может достигать достаточно больших значений благодаря сильному неравенству $R^2 \gg a^2(1+\gamma^2)^{-1}$. Используя известную асимптотику интеграла ошибок для больших значений аргумента

$$\operatorname{erf}(x) \approx 1 - \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{\pi}} \left[1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1 \cdot 3}{2^2 x^4} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-3)}{2^{n-1} x^{2n-2}} + \dots \right]$$

и ограничиваясь главным членом разложения, находим $\beta = 2$. По физическому смыслу с уменьшением N средняя частота увеличивается из-за уменьшения амплитуды низкочастотных составляющих спектра, соответствующих медленно движущимся периферийным областям потока крови.

Физически точно такой же результат должен получаться, очевидно, и в случае дальнейшего уменьшения длительности импульсов, когда в соответствии с (10) спектр для $n=2$ приобретает экспоненциальную форму, а среднее значения частоты равно ω_0 . Коэффициент β в этом случае также близок к 2

$$\beta = \frac{2\bar{\omega}}{\omega_0} = 2 \left(\frac{1}{1 - e^{-\zeta}} - \frac{1}{\zeta} \right) \cong 2, \quad \zeta = \frac{4R^2}{a^2} (1 + \gamma^2)$$

Последнее приближенное равенство имеет место при больших ζ . В данном случае в соответствии с $(\pi N \cos \vartheta \sigma_0)^{-2} = 1$ величина $\zeta \cong C$, а C в свою очередь является большим параметром.

Наконец, при очень малых длительностях импульса главный вклад в ширину доплеровского спектра для любого профиля потока жидкости вносят не градиенты скорости движения, а ширина спектра той линии тока, которая попадает в измерительный объем. Этому случаю отвечает выражение (11), и соответствующее значение

β также равно 2

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega_0} = 2 \left(1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_0 \frac{1 - \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\sigma_0}\right)} \right) \cong 2.$$

Равенство верно при малых σ_0 , что является необходимым условием применимости развитой теории.

ВЫВОДЫ

1. Получено общее аналитическое выражение для спектральной плотности мощности доплеровского сигнала, образующегося вследствие рассеяния импульсного сфокусированного волнового пучка на аксиально-симметричных потоках. Проанализировано изменение формы доплеровского спектра в зависимости от различных параметров, характеризующих как пучок ультразвуковых зондирующих волн, так и профиль скоростей потока. Выявлены условия, при которых спектр изменяется от равномерно широкого до предельно узкого с экспоненциальной гауссовской зависимостью от частоты.

2. Получены аналитические выражения для средней частоты доплеровского спектра в случае пуазейлевского профиля скорости. Найдена аналитическая нелинейная зависимость коэффициента пропорциональности между измеряемой средней доплеровской частотой и частотой, соответствующей истинной средней по сечению сосуда скорости движения. Этот коэффициент определяется характеристиками зондирующего пучка волн (степень фокусирования, длительность импульсов), параметров потока (профиль скорости, диаметр сосуда) и ориентацией оси кровеносного сосуда относительно направления зондирования.

3. Показано, что в широких пределах изменения ширины пучка волн и длительности импульса величина коэффициента пропорциональности меняется от 1 (для непрерывного излучения широких пучков волн) до 2 (излучение коротких импульсов узких пучков волн). Приведенные выражения для калибровочного коэффициента даёт необходимую информацию для коррекции методики расчёта средней скорости потока крови по данным спектральных доплеровских измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лелюк В.Г., Лелюк С.Э. Ультразвуковая ангиология. – М.: Наука, 2003. – 322 с.
2. Фиш П. Доплеровские методы // Применение ультразвука в медицине / Под ред. Хилла К.М.: Мир, 1989. С.395-432.
3. Barannik E.A. Pulsed Doppler flow-line spectrum for focused transducers with apodized apertures // Ultrasonics. – 2001. – V.39, N2. – P.311-317.
4. Баранник Е.А. Влияние дифракционной расходимости и ширины пучков волн на спектр доплеровского сигнала // Акуст. журн.-1992. – Т. 38, N2. – С.237-244.
5. Баранник Е.А. Локальные эффекты формирования ультразвукового доплеровского отклика биологических сред // Акуст. вистн. – 2004. – Т.7, N2. – С.3-24.2003.
6. Баранник Е.А. Ширина спектра доплеровского сигнала при импульсном режиме излучения // Акуст. журн. – 1993. – 39, N5. – С.939-941.
7. Баранник Е.А. Влияние фокусирования ультразвуковых волн на дисперсию доплеровского спектра // Акуст. Журн. – 1994. – Т.40, N2. – С.212-214.