

УДК 534.29

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ НОСОВУЮ ПОЛОСТЬ**О.Г. Аврунин¹, Н.И. Белецкий², А.И. Березняков²**¹Харьковский национальный университет радиоэлектроники, пр. Ленина, 14, Харьков, 61166, Украина²Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл.Свободы, 4, Харьков, 61077, Украина

Поступила в редакцию 28 мая 2009 г.

Принята 19 июня 2009 г.

Произведен анализ аэродинамических процессов, происходящих в носовой полости и определяющих основную дыхательную функцию верхних дыхательных путей. Установлено наличие разности фаз между периодически изменяющимся внешним давлением и скоростью воздуха внутри моделируемого носового хода. Определена связь между диссипацией энергии воздушного потока и частотой дыхания в зависимости от координат. Показано, что при малой частоте дыхания область максимальной диссипации мощности дыхания находится на оси носового хода, а с повышением частоты смещается в пристеночную область.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: носовая полость, градиент давления, функции Кельвина, частота дыхания, разность фаз, диссипация мощности.

DYNAMIC MODEL OF PROCESS OF THE AIR PASSAGE THROUGH THE NASAL CAVITIES**O.G. Avrunin¹, N.I. Bielietsky², A.I. Berezyakov²**¹Kharkov National University for Radioelectronics, Lenin Ave., 14, Kharkov, 61166, Ukraine²V.N. Karazin Kharkov National University, 4, Svobody Sq, Kharkov, 61077, Ukraine

The analysis of the aerodynamic processes occurring in the nasal cavities and determining the basic respiratory function of the upper respiratory trajectories is makes. The difference in phase between the periodically alternative exterior pressure and the airflow inside simulated nasal airway is established. The relation between energy dissipation of airflow as coordinate function and frequency of respiration is determinate. Is shown, that at small frequency of respiration the maximum of the respiration power dissipation is on axis of the nasal airway, and with diminution of frequency is displaced in nasal wall.

KEY WORDS: Nasal cavities, Gradient of pressure, Kelvin function, Frequency of respiration, Difference in phase, Dissipation of power.

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ПРОХОДЖЕННЯ ПОВІТРЯ ЧЕРЕЗ НОСОВУ ПОРОЖНИНУ**О. Г. Аврунин¹, Н. И. Белецкий², А. И. Березняків²**¹Харківський національний університет радіоелектроніки, пр. Леніна, 14, Харків, 61166, Україна²Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна, майд.Свободи, 4, Харків, 61077, Україна

Зроблено аналіз аеродинамічних процесів, що відбуваються в носовій порожнині й визначають основну дихальну функцію верхніх дихальних шляхів. Установлено наявність різниці фаз між зовнішнім тиском, що періодично змінюється, і швидкістю повітря усередині носового ходу, якому відповідає модель труби з гладкими стінками. Визначено зв'язок між дисипацією енергії повітряного потоку й частотою дихання залежно від координат. Показано, що при малій частоті дихання область максимальної дисипації потужності дихання перебуває на осі носового ходу, а з підвищенням частоти зміщується в пристіночну область.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: носова порожнина, градієнт тиску, функції Кельвіна, частота подиху, різниця фаз, дисипація потужності.

Исследование аэродинамических процессов, происходящих в процессе дыхания в носовой полости является актуальной проблемой при диагностике патологий верхних дыхательных путей [1 – 3]. Объективная информация о физических процессах, происходящих в носовой полости, позволяет выбрать правильную тактику лечения на основе функциональных исследований. В связи с этим представляет интерес исследование наиболее существенных аэродинамических процессов, происходящих в носовой полости и определяющих основную дыхательную функцию верхних дыхательных путей.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ – МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДЫХАНИЯ

Целью данной работы является исследование процесса дыхания как аэродинамического процесса прохождения воздуха через носовую полость и установление особенностей, возникающих при движении воздушного потока через входные и выходные отверстия носовых ходов.

Модель пульсирующего ламинарного движения вязкой несжимаемой жидкости по круглой цилиндрической трубе.

Для исследования основных аэродинамических закономерностей дыхательного процесса в носовой полости рассмотрим упрощенную модель носового хода, которая представляет собой круглую цилиндрическую трубу, в которой под влиянием периодически изменяющегося давления перемещается воздух.

Уравнение нестационарного ламинарного установившегося (т. е. не зависящего от осевой координаты z) движения вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической трубе круглого сечения при гармонически изменяющемся внешнем давлении ($p = \Delta p \cos \omega t$) имеет вид [4]:

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = \frac{\Delta p}{cL} \cos \omega t, \quad (1)$$

где w – скорость движения воздуха вдоль оси z ; r – радиальная координата; t – время; Δp – амплитуда перепада давления на расстоянии L (длина трубы); ρ – плотность воздуха; ν – кинематическая вязкость воздуха; ω – частота гармонических колебаний внешнего давления.

Это уравнение следует подчинить очевидному граничному условию $w = 0$ при $r = a$ (a – радиус трубы). Начальное условие определяется максимальной величиной Δp внешнего давления, изменяющегося по гармоническому закону: при $t = 0$ $p = \Delta p$.

АНАЛИЗ МОДЕЛИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Существует аналитическое решение уравнения (1), которое выражается через модифицированные цилиндрические функции – функции Кельвина $\text{ber } x$, $\text{bei } x$, связанные с функцией Бесселя нулевого порядка от комплексного аргумента $J_0(x\sqrt{i})$ соотношением

$$J_0(x\sqrt{i}) = \text{ber}(x) - i \text{bei}(x).$$

Это решение имеет вид [4]

$$w(r, t) = \frac{\Delta p}{\omega cL} \left[\left(1 - \frac{\text{bei } x_a \text{ber } x + \text{ber } x_a \text{bei } x}{\text{ber}^2 x_a + \text{bei}^2 x_a} \right) \sin \omega t + \frac{\text{bei } x_a \text{ber } x - \text{ber } x_a \text{bei } x}{\text{ber}^2 x_a + \text{bei}^2 x_a} \cos \omega t \right], \quad (2)$$

где $x = r \sqrt{\frac{\omega \nu}{\nu}}$; $x_a = a \sqrt{\frac{\omega \nu}{\nu}}$.

Полагая средний радиус носового хода $a \approx 3 \cdot 10^{-3}$ м, плотность воздуха $\rho = 1,3$ кг/м³, кинематическую вязкость воздуха (при нормальных условиях, как и плотность) $\nu = 1,7 \cdot 10^{-5}$ м²/с и период колебаний $T \approx 5$ с., получим значение $x_a \approx 0,8$. Функции Кельвина этого аргумента имеют значения $\text{ber}(0,8) = 0,99$; $\text{bei}(0,8) = 0,16$.

Величина перепада давления Δp определялась экспериментально с помощью метода передней риноманометрии (тестирования сопротивления носовых ходов путем

определения отношения перепада давления между атмосферным воздухом и полостью рта к расходу, которые измерялись непосредственно) с измерением параметров только во время цикла вдоха, что обусловлено конструктивными особенностями измерения расхода с помощью конструкции с диффузором и датчиком давления (трубки Вентури).

При дыхании в форсированном режиме (период цикла дыхания около 2 с) величине расхода $Q \approx 2$ л/с соответствует перепад давлений $\Delta p \approx 1$ кПа, что является близким к данным манометрических кривых, приведенных в [5]. Средняя скорость потока при этом составляет $w \approx 100$ м/с. Среднее же значение скорости, вычисленное по формуле (2), близко к 500 м. Столь значительное различие связано с тем, что формула (2) была получена для ламинарного течения в гладкой трубе и не учитывает ни шероховатости стенок, ни их искривленности. Кроме того, следует учитывать, что при данной геометрии и параметрах системы критическое значение числа Рейнольдса $Re_c \approx 2300$ достигается уже при скорости $w / 5$ м/с, которую и следует рассматривать как верхний предел применимости формулы (1) при сформулированных условиях. В режиме же спокойного дыхания, когда характер движения воздуха в носовой полости близок к ламинарному, рассматриваемая модель становится более реальной и отражает общие закономерности дыхательного процесса. Это видно из представленных на рис. 1 графиков зависимости от времени (фазы колебания) относительной скорости потока, рассчитанной по формуле (2) и по экспериментальным данным (относительная скорость является отношением текущего значения скорости к максимальному значению). Сходство зависимостей относительных величин скоростей от времени позволяет перенести особенности рассматриваемой модели на реальный случай.

Преобразуем уравнение (2) к виду

$$w(r, t) = \frac{\Delta p}{\omega c L} \sqrt{C_1^2(\omega, r) + C_2^2(\omega, r)} \cdot \cos(\omega t - \delta), \quad (3)$$

где $C_1(\omega, r)$ – множитель перед $\sin \omega t$, $C_2(\omega, r)$ – перед $\cos \omega t$, а $\frac{C_1(\omega, r)}{C_2(\omega, r)} = \operatorname{tg} \delta$

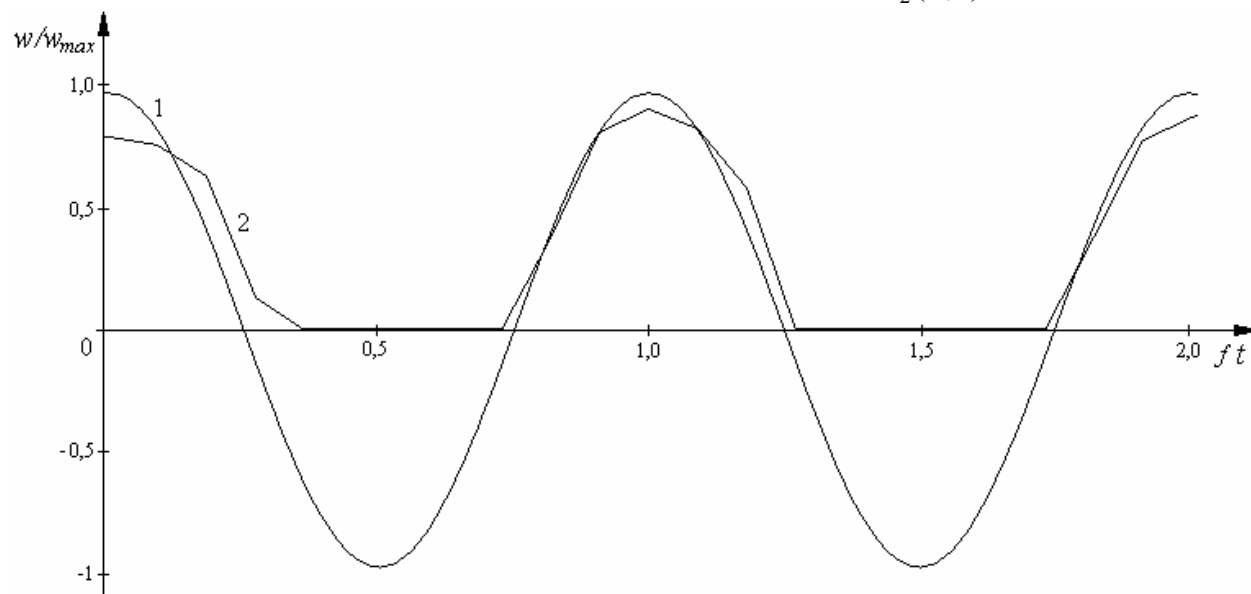


Рис. 1. Зависимость относительной скорости воздушного потока в носовой полости от фазы колебаний.
1 – теоретическая кривая; 2 – экспериментальная кривая.

Поскольку внешнее давление задано в виде

$$p = \Delta p \cos \omega t,$$

между скоростью и давлением существует разность фаз δ , величина которой является функцией координат и частоты (вязкость воздуха в данных условиях является постоянной величиной). Тональная диаграмма зависимости разности фаз от безразмерного радиуса r/a и частоты f представлена на рис. 2. Как видно из рисунка, величина разности фаз возрастает с ростом безразмерного радиуса при малых частотах и имеет минимум по радиусу в области высоких частот (низкие и высокие частоты определяются приведенными на диаграмме значениями этой величины). Зависимость разности фаз от частоты более сложная: при малых значениях r/a разность фаз δ увеличивается с ростом частоты, а при больших r/a имеет один максимум и один минимум.

Заметим теперь, что величина $\Delta p/L$ имеет смысл градиента давления, и тогда уравнение (3) может быть представлено в виде

$$w(r, t) = \frac{\sqrt{C_1^2(\omega, r) + C_2^2(\omega, r)}}{\omega c} \cos(\omega t - \delta) \cdot \text{grad } p \quad (3-a)$$

Поскольку скорость является плотностью потока (расхода), уравнение (3-а) формально представляет собой кинетическое уравнение переноса, в котором $\text{grad } p$ можно рассматривать как термодинамическую силу, обуславливающую данный поток, а коэффициент перед $\text{grad } p$ – как соответствующий коэффициент переноса.

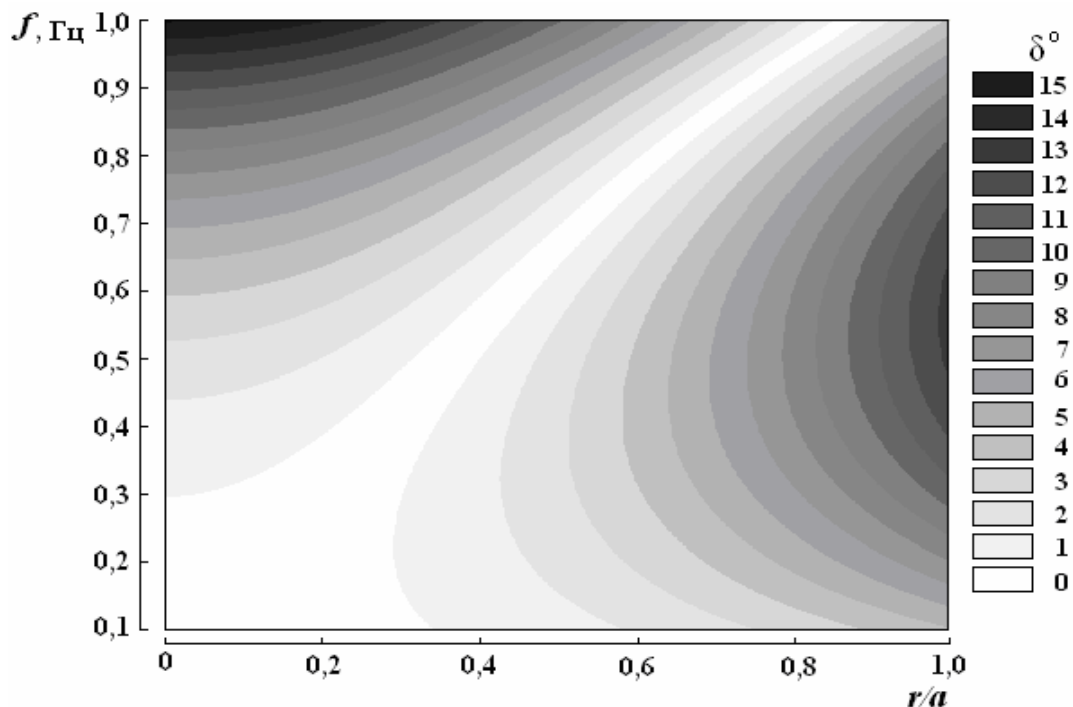


Рис. 2. Тональная зависимость разности фаз от безразмерного радиуса r/a и частоты f при перепаде давления 1000Па.

Среднее по периоду значение скалярного произведения плотности потока на термодинамическую силу (процедура усреднения аналогична усреднению мощности

переменного тока) определяет величину диссипативной функции D , которая является плотностью диссипированной мощности:

$$D(r) = \frac{\sqrt{C_1^2(\omega, r) + C_2^2(\omega, r)}}{\omega c} \text{grad}^2 p \cdot \cos \delta. \quad (4)$$

На тональной диаграмме, приведенной на рис. 2, светлая область соответствует наибольшему значению диссипативной функции. Как видно из диаграммы, при малой частоте дыхания область максимальной диссипации мощности дыхания находится на оси носового хода, а с повышением частоты смещается в пристеночную область.

Разработанная модель не учитывает взаимодействие воздушного потока со стенкой носа, но позволяет выявить области максимальной диссипации энергии в носовой полости за счет внутреннего трения.

ВЫВОДЫ

Теоретическая модель пульсирующего движения воздуха по гладкой трубе отражает основные закономерности дыхательного процесса в области носовой полости. Установлено наличие разности фаз между периодически изменяющимся внешним давлением и скоростью воздуха внутри моделируемого носового хода. Определена связь между диссипацией энергии воздушного потока и частотой дыхания в зависимости от координат. Показано, что при малой частоте дыхания область максимальной диссипации мощности дыхания находится на оси носового хода, а с повышением частоты смещается в пристеночную область.

Перспективой работы является исследование сопротивления носовых ходов по сечению и определение критических участков, подлежащих хирургическому воздействию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щурук Г.З. Можливості використання комп'ютерної томографії з об'ємною реконструкцією в діагностиці захворювань порожнини носа, навколоносових пазух і лицьового черепа // ЖВНГХ.- 2001.- № 2.- С. 64.-69.
2. Бачинський.І.В., Рижик В.М., Гайналь М.О., Дудій П.Ф. Можливості комп'ютерної томографії при діагностиці захворювань верхньощелепних пазух //.- 1999.- №3.- С. 54 – 56.
3. Безшапочний С.Б., Лобурець В.В. Ендоскопічна ендоназальна функціональна хірургія: достоїнства, недоліки, перспективи //Ринологія.- 2002.- №2.- С. 3 – 10.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа, М.: «Наука», – 1970, – 904 с.
5. Chometon F., Gillieron P., Laurent J., Ebbo D., Korfman P., Lecomte F., Sorrel-Dejerin N. Analyse Scientifique de l'Aérodynamique des Fosses Nasales. Actes du 106ème Congrès Paris (France) d'Oto-Rhino-Laryngologie et de Chirurgie de la Face et du Cou 1999.