

УДК 57.043

ФІЗИЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ПАСИВНОГО МАСОПЕРЕНОСУ ЯК КОЕФІЦІЄНТІВ ТЕРТЯ

О.І.Гордієнко, Є.О.Гордієнко

Інститут проблем кріобіології і кріомедицини НАН України, 61015, м.Харків, вул.Переяславська, 23

E-mail: gordienko@gala.net

Надійшла до редакції 19 червня 2003 р

Для трактовки результатів по пасивному трансмембранному масопереносу часто використовують зв'язки між загальноприйнятими транспортними характеристиками біомембран і коефіцієнтами взаємного тертя між окремими компонентами системи. В роботі, на відміну від Кедем-Качальського, які отримали співвідношення між транспортними характеристиками біомембран і коефіцієнтами тертя, розглядаючи одновимірну дифузію крізь плоску необмежену нерухому вибірково проникну мембрану, вперше отримані аналогічні співвідношення для випадку замкнутої рухомої вибірково проникної мембрани довільної форми, що більш адекватно відображає реальну картину при дослідженні процесів масопереносу крізь клітинні мембрани.

Ключові слова: біомембрани, проникність, коефіцієнти тертя

Виходячи з фундаментальних принципів термодинаміки необоротних процесів в лінійному наближенні, автори роботи [1] отримали узагальнені рівняння, які були зручними для подальшого їх використання в аналізі даних щодо проникності біологічних мембран. З часу виходу цієї класичної роботи всі дослідники, що звертались до проблеми вимірювання коефіцієнтів проникності, так чи інакше використовували її результати [2-7]. Однак, при цьому не враховувались ті граничні умови та спрощення, які були використані для отримання даних термодинамічних рівнянь. Ключовим пунктом, з якого вони витікають, є вираз для виробництва ентропії, яка виникає при пасивному масопереносі крізь вибірково проникну мембрану. З іншого боку, для трактування результатів щодо пасивного масопереносу часто використовуються зв'язки між загальноновживаними транспортними характеристиками біологічних мембран і коефіцієнтами взаємного тертя між окремими компонентами системи. Тому було принципово важливим отримати аналогічні вирази за більш загальних, ніж це припускалось в роботах Кедем і Качальського, умовах. Вираз для виробництва ентропії в системі "замкнута вибірково проникна мембрана – багатоконцентний розчин" було виведено нами з урахуванням рівнянь руху окремих компонентів розчину [8]. Дотепер для цього використовували рівняння Нав'є-Стокса для одноконцентної рідини, що було недостатньо аргументовано та викликало деякі сумніви і дискусію [9]. По-друге, на відміну від Кедем-Качальського, які отримали співвідношення між загальноприйнятими транспортними характеристиками біомембран і коефіцієнтами тертя, розглядаючи одновимірну дифузію крізь плоску необмежену нерухому вибірково проникну мембрану [10], ми одержали аналогічні співвідношення для випадку замкнутої рухомої вибірково проникної мембрани довільної форми, що більш адекватно відображає реальну картину процесів, що досліджуються.

У випадку ізотермічних процесів, які мають особливе значення при дослідженні біологічних систем, утворення ентропії, пов'язане з пасивною дифузією речовин крізь клітинну мембрану, визначається виразом [8]

$$\sigma_{sd} = -\frac{1}{T} \sum_k c_k (\bar{v}_k - \bar{v}) \nabla_T (\bar{\mu}_k + \bar{\psi}_k) \quad (1)$$

де $\bar{\mu}_k$ - молярний хімічний потенціал k-го компоненту розчину, $\bar{\psi}_k$ - потенціал зовнішнього консервативного поля, віднесений до 1 Моля k-го компоненту, T - абсолютна температура, c_k - концентрація (кількість молів на одиницю об'єму), \bar{v}_k - макроскопічна швидкість руху k-го компоненту розчину, \bar{v} - швидкість руху центру мас елементу розчину.

Оскільки утворення ентропії σ_{sd} внаслідок другого закону термодинаміки є ненегативно визначеною величиною і перетворюється в нуль за термодинамічної рівноваги, у лінійному наближенні потоки $\bar{J}_k = c_k (\bar{v}_k - \bar{v})$ повинні бути лінійними функціями термодинамічних сил

$$X_i = \nabla_T (\bar{\mu}_k + \bar{\psi}_k) = \nabla_{T,P} \bar{\mu}_k + \bar{v}_k \nabla P + \nabla \bar{\psi}_k \quad (2)$$

де \bar{U}_k - парціальний молярний об'єм k-го компоненту, тобто

$$J_k = -\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{ki}}{T} \nabla_T (\bar{\mu}_k + \bar{\psi}_k) \quad (3)$$

де α_{ki} - феноменологічні коефіцієнти, які у загальному випадку залежать від змінних стану і підпорядковуються співвідношенню взаємності Онзагера: $\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$.
Можна також представити (3) у вигляді

$$-\nabla_T (\bar{\mu}_k + \bar{\psi}_k) = \sum_{i=1}^n r_{ki} c_i (\bar{v}_i - \bar{v}) \quad (4)$$

де $r_{ki} = \left(\frac{\alpha_{ki}}{T}\right)^{-1}$ - матриця, обернена матриці $\frac{\alpha_{ki}}{T}$.

З іншого боку, із рівняння руху у відсутності прискорення окремих компонентів і градієнтів швидкості маємо [8]:

$$-\nabla_T (\bar{\mu}_k + \bar{\psi}_k) = \sum_{i=1}^n f_{ki} (\bar{v}_k - \bar{v}_i) \quad (5)$$

бо в цьому випадку сума сил тертя k-го компоненту з іншими компонентами урівноважується термодинамічною рушійною силою дифузії X_k . Сила тертя між k-м та i-м компонентами вважається пропорційною відношній швидкості їх руху $\bar{v}_k - \bar{v}_i$. Відповідний коефіцієнт пропорційності f_{ki} , зазвичай, називається коефіцієнтом тертя між k-м та i-м компонентами.

Порівнюючи (4) і (5), знаходимо

$$\sum_j \left(\sum_i r_{ki} c_j \delta_{ji} - f_{ki} \delta_{jk} + f_{ki} \delta_{ji} \right) (\bar{v}_j - \bar{v}) = 0 \quad (6)$$

Оскільки вектори $(\bar{v}_j - \bar{v})$ є лінійно незалежними, маємо

$$\sum_i r_{ki} c_j \delta_{ji} - f_{ki} \delta_{kj} + f_{ki} \delta_{ji} = 0 \quad (i, k, j=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

Рівності (7) встановлюють зв'язок між феноменологічними коефіцієнтами масопереносу $r_{ki} = \left(\frac{\alpha_{ki}}{T}\right)^{-1}$ та

коефіцієнтами тертя f_{ki} : $r_{kj} = \frac{1}{c_j} \left(\delta_{kj} \sum_i f_{ki} - f_{kj} \right)$

Для n-компонентного розчину маємо: $r_{kj} = -\frac{f_{kj}}{c_j}$ при $k \neq j$; $r_{kk} = \frac{1}{c_k} \sum_{i \neq k} f_{ki}$

У випадку трьохкомпонентного розчину ці співвідношення набувають вигляду:

$$\begin{aligned} r_{11} &= \frac{f_{12} + f_{13}}{c_1}, & r_{12} &= -\frac{f_{12}}{c_2}, & r_{13} &= -\frac{f_{13}}{c_3} \\ r_{21} &= -\frac{f_{12} c_2}{c_1^2}, & r_{22} &= -\frac{f_{12}}{c_1} + \frac{f_{23}}{c_2}, & r_{23} &= -\frac{f_{23}}{c_3} \\ r_{31} &= -\frac{f_{13}}{c_3}, & r_{23} &= -\frac{f_{23}}{c_3}, & r_{33} &= \frac{c_1}{c_3^2} f_{13} + \frac{c_2}{c_3} f_{23} \end{aligned} \quad (8)$$

Для аналізу процесів масопереносу крізь клітинні мембрани зручно в якості компонентів 1,2,3 розглядати відповідно розчинник (воду), розчинену речовину, та мембрану. Позначимо коефіцієнт тертя між розчиненою речовиною та мембраною f_{23} як f_{sm} , коефіцієнт тертя між розчинником та мембраною

f_{13} як f_{wm} і коефіцієнт тертя між розчиненою речовиною та розчинником f_{21} як f_{sw} . Будемо вважати компоненти розчину електронейтральними, тобто $\nabla \psi_i = \nabla \psi_w = 0$. Тоді рівняння (4) можна представити у вигляді

$$\begin{aligned}
-\nabla_T \bar{\mu}_s &= \frac{f_{sw} + f_{sm}}{c_s} c_s (\bar{v}_s - \bar{v}) - \frac{f_{sw}}{c_w} c_w (\bar{v}_w - \bar{v}) - \frac{f_{sm}}{c_m} c_m (\bar{v}_m - \bar{v}), \\
-\nabla_T \bar{\mu}_w &= -\frac{f_{ws}}{c_s} c_s (\bar{v}_s - \bar{v}) + \left(\frac{f_{ws}}{c_w} + \frac{f_{wm}}{c_w} \right) c_w (\bar{v}_w - \bar{v}) - \frac{f_{wm}}{c_m} c_m (\bar{v}_m - \bar{v}) \\
-\nabla_T \bar{\mu}_m &= -\frac{f_{ms}}{c_s} c_s (\bar{v}_s - \bar{v}) - \frac{f_{mw}}{c_w} c_w (\bar{v}_w - \bar{v}) + \frac{f_{mw} + f_{ms}}{c_m} c_m (\bar{v}_m - \bar{v})
\end{aligned} \tag{9}$$

або

$$\begin{aligned}
-\nabla_T \mu_w &= f_{ws} (\bar{v}_w - \bar{v}_s) + f_{wm} (\bar{v}_w - \bar{v}_m) \\
-\nabla_T \mu_s &= f_{sw} (\bar{v}_s - \bar{v}_w) + f_{sm} (\bar{v}_s - \bar{v}_m) \\
-\nabla_T \mu_m &= f_{mw} (\bar{v}_m - \bar{v}_w) + f_{ms} (\bar{v}_m - \bar{v}_s)
\end{aligned} \tag{10}$$

Введемо позначення $\bar{I}_{ws} = \bar{v}_w - \bar{v}_s$, $\bar{I}_{wm} = \bar{v}_w - \bar{v}_m$, $\bar{I}_{sm} = \bar{v}_s - \bar{v}_m$, за допомогою яких систему рівнянь (10) можна представити у вигляді

$$\begin{aligned}
-\nabla_T \mu_w &= f_{ws} \bar{I}_{ws} + f_{wm} \bar{I}_{wm} \\
-\nabla_T \mu_s &= -f_{ws} \frac{c_w}{c_s} \bar{I}_{ws} + f_{sm} \bar{I}_{sm} \\
-\nabla_T \mu_m &= -f_{wm} \frac{c_w}{c_m} \bar{I}_{wm} - f_{sm} \frac{c_s}{c_m} \bar{I}_{sm}
\end{aligned} \tag{11}$$

Між потоками \bar{I}_{ws} , \bar{I}_{wm} та \bar{I}_{sm} існує лінійна залежність:

$$\bar{I}_{sm} = \bar{I}_{wm} - \bar{I}_{ws} \tag{12}$$

так що рівняння (11) є лінійно залежними. Виключаючи з системи рівнянь (11) потік \bar{I}_{sm} знаходимо

$$\begin{aligned}
-\nabla_T \mu_w &= f_{ws} \bar{I}_{ws} + f_{wm} \bar{I}_{wm} \\
-\nabla_T \mu_s &= -\left(f_{sm} + f_{ws} \frac{c_w}{c_s} \right) \bar{I}_{ws} + f_{sm} \bar{I}_{wm}
\end{aligned} \tag{13}$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь відносно величин \bar{I}_{ws} та \bar{I}_{wm} , отримуємо

$$\bar{I}_{ws} = -\frac{f_{sm}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + f_{ws} \frac{c_w}{c_s} \right)} \nabla_T \mu_w + \frac{f_{wm}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + f_{ws} \frac{c_w}{c_s} \right)} \nabla_T \mu_s \tag{14}$$

$$\bar{I}_{wm} = -\frac{f_{sm} + f_{ws} \frac{c_w}{c_s}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + f_{ws} \frac{c_w}{c_s} \right)} \nabla_T \mu_w - \frac{f_{ws}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + f_{ws} \frac{c_w}{c_s} \right)} \nabla_T \mu_s$$

З урахуванням залежності (12) маємо також

$$\bar{I}_{sm} = -\frac{f_{ws} \frac{c_w}{c_s}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + f_{ws} \frac{c_w}{c_s} \right)} \nabla_T \mu_w - \frac{f_{ws} + f_{wm}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + f_{ws} \frac{c_w}{c_s} \right)} \nabla_T \mu_s \tag{15}$$

Граденти хімічного потенціалу води та розчиненої речовини в мембрані становлять

$$\nabla_T \bar{\mu}_w = \frac{\bar{v}_w}{h} (\Delta P - \Delta \pi_s) \quad (16)$$

$$\nabla_T \bar{\mu}_s = \frac{\bar{v}_s}{h} \left(\Delta P + \frac{\Delta_T \bar{\mu}_s}{\bar{v}_s} \right) = \frac{\bar{v}_s}{h} \left(\Delta P - \frac{\Delta \pi_s}{\bar{v}_s c_s} \right) \quad (17)$$

де ΔP , $\Delta \pi_s$ – відповідно перепади гідростатичного й осмотичного тиску s -ї проникаючої крізь мембрану розчиненої речовини на мембрані, h – товщина мембрани.

У формулі (17) неважливо, відповідає c_s концентрації внутрішньоклітинного чи позаклітинного розчину.

З урахуванням (16) та (17) рішення (14), (15) можна представити у вигляді

$$c_w (\bar{v}_w - \bar{v}_m) = - \frac{f_{ws} (c_s v_s + c_w v_w) + f_{sm} c_s v_w}{f_{ws} f_{sm} \frac{c_s}{c_w} + f_{wm} f_{sm} \frac{c_s}{c_w} + f_{wm} f_{ws}} \nabla P + \frac{f_{sm} \frac{c_s}{c_w}}{f_{ws} f_{sm} \frac{c_s}{c_w} + f_{wm} f_{sm} \frac{c_s}{c_w} + f_{wm} f_{ws}} \nabla \pi_s \quad (18)$$

$$c_s (\bar{v}_s - \bar{v}_m) = - \frac{f_{ws} (c_s v_s + c_w v_w) + f_{wm} c_s v_s}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} f_{sm} + f_{wm} f_{ws} \frac{c_w}{c_s}} \nabla P - \frac{f_{wm} - f_{sm} \frac{c_s}{c_w}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} f_{sm} + f_{wm} f_{ws} \frac{c_w}{c_s}} \nabla \pi_s$$

Як відомо з векторного аналізу, похідна за часом t від інтегралу за об'ємом $V(t)$, що змінюється з часом, дорівнює

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \varphi dV = \int_{V(t)} \rho \frac{d\varphi}{dt} dV - \int_{S(t)} \rho \varphi (\bar{v} - \bar{v}_m) d\bar{S}$$

де ρ – щільність системи, $d\bar{S} = dS \bar{n}$ (dS – елемент площі поверхні, що обіймає об'єм V ; \bar{n} – орт зовнішньої нормалі до цієї поверхні), φ – довільна функція координат і часу, \bar{v}_m – локальна швидкість переміщення мембрани.

При $\varphi = v$ (v – питомий об'єм системи) з урахуванням рівняння безперервності $\rho \frac{dv}{dt} = \text{div} \bar{v}$

і теореми Гауса отримуємо

$$\frac{dV}{dt} = \int_{S(t)} \bar{v}_m d\bar{S}$$

При $\varphi = c_k$ з урахуванням рівняння балансу маси k -го компоненту, теореми Гауса та у відсутності хімічних реакцій

$$\frac{dN_k}{dt} = - \int_{S(t)} c_k (\bar{v}_k - \bar{v}_m) d\bar{S} \quad (19)$$

де N_k – число молів k -ї речовини у внутрішньоклітинному розчині.

Очевидно,

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{k=1}^n \frac{d(N_k v_k)}{dt} = \sum_{k=1}^n v_k \frac{dN_k}{dt} \quad (20)$$

оскільки парціальний питомий об'єм k -го компоненту v_k в рідинах практично не змінюється з часом.

З (19)–(20) витікає

$$\frac{d}{dt} N_w = -S \left\{ \frac{c_w c_s v_w f_{sm} + (c_w v_w + c_s v_s) f_{ws}}{c_s f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + \frac{c_w}{c_s} f_{ws} \right)} \right\} \frac{\Delta P^m}{h} + S \left\{ \frac{f_{sm}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + \frac{c_w}{c_s} f_{ws} \right)} \right\} \frac{\Delta \pi_s^m}{h} \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} N_s = -S \left\{ \frac{(c_w v_w + c_s v_s) f_{ws} + c_s v_s f_{wm}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + \frac{c_w}{c_s} f_{ws} \right)} \right\} \frac{\Delta P^m}{h} - S \left\{ \frac{f_{wm}}{f_{ws} f_{sm} + f_{wm} \left(f_{sm} + \frac{c_w}{c_s} f_{ws} \right)} \right\} \frac{\Delta \pi_s^m}{h} \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} V = S \left\{ \frac{(c_w v_w + c_s v_s)^2 f_{ws} + (c_s v_s)^2 f_{wm} + c_s c_w v_w^2}{c_s (f_{ws} f_{sm} + f_{wm} f_{sm}) + \frac{c_w}{c_s} f_{wm} f_{ws}} \right\} \frac{\Delta P^m}{h} + S \left\{ \frac{f_{wm} v_s - f_{sm} v_w}{c_s (f_{ws} f_{sm} + f_{wm} f_{sm}) + \frac{c_w}{c_s} f_{wm} f_{ws}} \right\} \frac{\Delta \pi_s^m}{h} \quad (23)$$

де ΔP^m і $\Delta \pi_s^m$ – перепади гідростатичного тиску і осмотичного тиску s-ої розчиненої речовини на мембрані між її внутрішньою і зовнішньою поверхнями, h – товщина клітинної мембрани. фігурні дужки означають усереднення величини, яку вони обіймають, за об'ємом мембрани.

Перепади ΔP^m і $\Delta \pi_s^m$ пов'язані з перепадами гідростатичного та осмотичного тиску між внутрішньоклітинним і позаклітинним розчинами π_s^{in} - π_s^{out} таким чином

$$\Delta P^m = \Delta P \quad \Delta \pi_s^m = K_s \Delta \pi_s \quad (24)$$

де K_s – коефіцієнт розподілу s-ої речовини між мембраною та оточуючими її розчинами.

За визначенням коефіцієнт фільтрації клітинної мембрани, коефіцієнт проникності та коефіцієнт відбиття клітинної мембрани для s-ої речовини відповідно визначаються як:

$$L_p = \left(\frac{d}{dt} V \right)_{\Delta \pi_s = 0} \frac{1}{S \Delta P} \quad \omega_s = \left(\frac{d}{dt} N_s \right)_{\Delta P = 0} \frac{1}{S \Delta \pi_s} \quad \sigma_s = \left(\frac{\Delta \pi_s}{\Delta P} \right)_{\frac{d}{dt} V = 0} \quad (25)$$

З рівнянь (21)-(23) з урахуванням визначень (24) і(25) отримуємо вирази для транспортних коефіцієнтів мембрани через коефіцієнти тертя, а саме

$$L_p = \frac{1}{h} \left[\frac{f_{sw} \left[\left(\frac{c_s v_s}{c_w v_w} \right)^2 + 2 \frac{c_s v_s}{c_w v_w} \right] + f_{wm} \frac{c_s v_s^2}{c_w v_w^2}}{f_{sw} + f_{sm}} \right] \quad (26)$$

$$L_p = \frac{1}{h} \left[\frac{f_{wm}}{f_{sm} + f_{sw}} + \frac{f_{sw} f_{sm} c_s}{f_{sm} + f_{sw} c_w} \right]$$

$$\omega_s = \frac{1}{h} \frac{K_s}{f_{sm} + f_{sw}} \left[\frac{f_{wm}}{f_{sm} + f_{sw}} + \frac{f_{sm} f_{sw} c_s}{f_{sm} + f_{sw} c_w} \right] \quad (27)$$

$$\sigma_s = 1 - \frac{\omega_s v_s}{L_p} \frac{\omega_s f_{sw} h \left[1 + \frac{f_{sm} f_{sw} c_s}{f_{sm} (f_{sm} + f_{sw}) c_w} \right]}{1 + \frac{f_{sw}}{f_{sm} + f_{sw}} \left(2 \frac{c_s v_s}{c_w v_w} + \frac{c_s^2 v_s^2}{c_w^2 v_w^2} \right) + \frac{f_{wm}}{f_{sm} + f_{sw}} \frac{c_s v_s^2}{c_w v_w^2}}$$

$$K_s = \frac{\left[\frac{f_{sm}}{f_{sm} + f_{sw}} \frac{1 - c_w v_w}{c_w v_w} - \frac{f_{sw}}{f_{sm} + f_{sw}} \left(2 \frac{c_s v_s}{c_w v_w} + \frac{c_s^2 v_s^2}{c_w^2 v_w^2} \right) - \frac{f_{wm}}{f_{sm} + f_{sw}} \frac{c_s v_s^2}{c_w v_w^2} \right]}{1 + \frac{f_{sw}}{f_{sm} + f_{sw}} \left(2 \frac{c_s v_s}{c_w v_w} + \frac{c_s^2 v_s^2}{c_w^2 v_w^2} \right) + \frac{f_{wm}}{f_{sm} + f_{sw}} \frac{c_s v_s^2}{c_w v_w^2}} \quad (28)$$

Для високо селективних мембран, якими є клітинні мембрани $f_{sm} \geq f_{wm} \gg f_{sw}$

$$\text{Тому} \quad \omega_s \approx \frac{1}{h} \frac{K_s}{f_{sm}}, \quad L_p \approx \frac{1}{h} \frac{c_w v_w^2}{f_{wm}} \quad (29)$$

$$\sigma_s = 1 - \frac{v_s f_{wm}}{v_w f_{sm}} \quad \text{для пори та} \quad (30)$$

$$\sigma_s = 1 - K_s \left(\frac{v_s f_{wm}}{v_w f_{sm}} + 1 \right) \quad \text{для ліпідної фази.} \quad (31)$$

Вирази (29)-(31) подібні до класичних виразів, отриманих в роботі Kedem, Katchalsky [10] і є окремим випадком більш загальних виразів (26)-(28). На відміну від авторів цієї роботи, ми розглянули замкнуту рухому, а не нерухому безмежну плоску мембрану. Одержані нами вирази для транспортних характеристик мембран є більш адекватними для застосування до реальних клітин. Оскільки співвідношення між коефіцієнтами тертя, які мають прозорий фізичний сенс, із загальноживаними феноменологічними коефіцієнтами широко використовуються для інтерпретації експериментальних даних щодо проникності біологічних мембран, важливо було отримати ці вирази за більш загальних припущень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Kedem O., Katchalsky A. Thermodynamic analysis of the permeability of biological membranes to non-electrolytes//BBA.-1958.-27.-P.229-246.
2. Sha'afi R.I., Rich G.T., Mikulec D.C., Solomon A.K. Determination of urea permeability in red cell by minimum method//J.Gen.Physiol.1970.-55.-P.427-450.
3. Owen J.D., Eyring E.M. Reflection coefficients of permeant molecules in human red cell suspensions//J.Gen.Physiol.-1975.-66.-P.251-265.
4. Macey R.L. Permeability of red cells to water and non-electrolytes// Transport across biological membranes. V.2-N-Y:Springer-Verlag, 1979.-2.-P.1-57.
5. Levitt D.G., Mlekoday H.J. Reflection coefficient and permeability of urea and ethylenglycol in the human red cell membrane//J.Gen.Physiol.-1983.-81.-P.239-254.
6. Toon M.R., Solomon A.K. Transport parameters in the human red cell membrane:solute-membrane interaction of hydrophilic alcohols and their effect on permeation//BBA.-1990.-1022.-P.57-71.
7. Toon M.R., Solomon A.K. Permeability and reflection coefficients of urea and small amides in human red cell// J.Membr.biol.-1996.-153.-P.137-146.
8. Гордієнко О.І., Гордієнко Є.О. Джерело ентропії і рівняння руху багатокомпонентного розчину// Вісн.Харк.ун-ту.-2003.-№593.-Біофіз.вісник.-вип.1(12).-с.74-78.
9. Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. теория поля и вариационные принципы: Пер. с англ.- М.:Мир. 1974.-304 с.
10. Kedem O., Katchalsky A. A physical interpretation of the phenomenological coefficients of membrane permeability//J Gen.Physiol.-1961.-45.-P.143-179.